
MASCHINENELEMENTE

Reibschlüssige Verbindungen

Prof. Dr.-Ing. H. Gruss

- Die von der Aufgabe verlangte Wirkung der Verbindung lässt eine Einteilung der Verbindungen nach Art des physikalischen Effektes zur Aufgabenerfüllung zu, der so genannten Schlussart.

Stoffschluss: In jedem Richtungssinn werden die Relativbewegungen zwischen den gefügten Teilen infolge Kohäsion und Adhäsion innerhalb des Wirkraums verhindert.

Schweißen – Löten - Kleben

Formschluss: Die Wirkung erfolgt durch die geometrische Berührung zwei Wirkflächen. Oft liegt in der Verbindung ein fertigungsbedingtes Spiel vor und erlaubt einen oder mehrere Bewegungs-Freiheitsgrade.

Bolzen, Passfeder, Sicherungsring, Zahnwelle ...

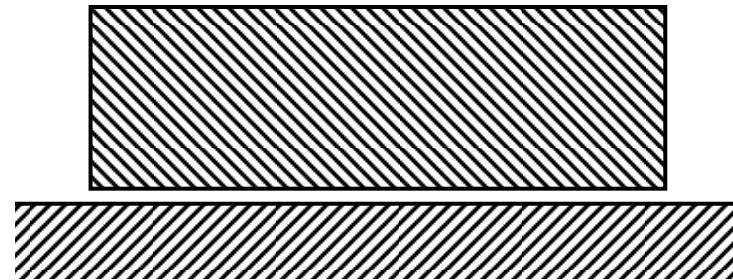
Kraftschluss: Die Bewegung wird durch ein System reibbedingter Kräfte verhindert oder geregelt.

Gliederung

- 4.1 Wirkprinzip der reibschlüssigen Verbindung
- 4.2 Herleitung der Berechnungsgrundlage der Pressverbindung
- 4.3 Übertragbarkeit und Festigkeitsnachweis von Pressverbindungen
- 4.4 Konstruktive Ausführungen von Pressverbindungen

4.1 Wirkprinzip der reibschlüssigen Verbindung

- Grundlage zur Berechnung aller reibschlüssigen Verbindungen ist das Coulomb'sche Gesetz.

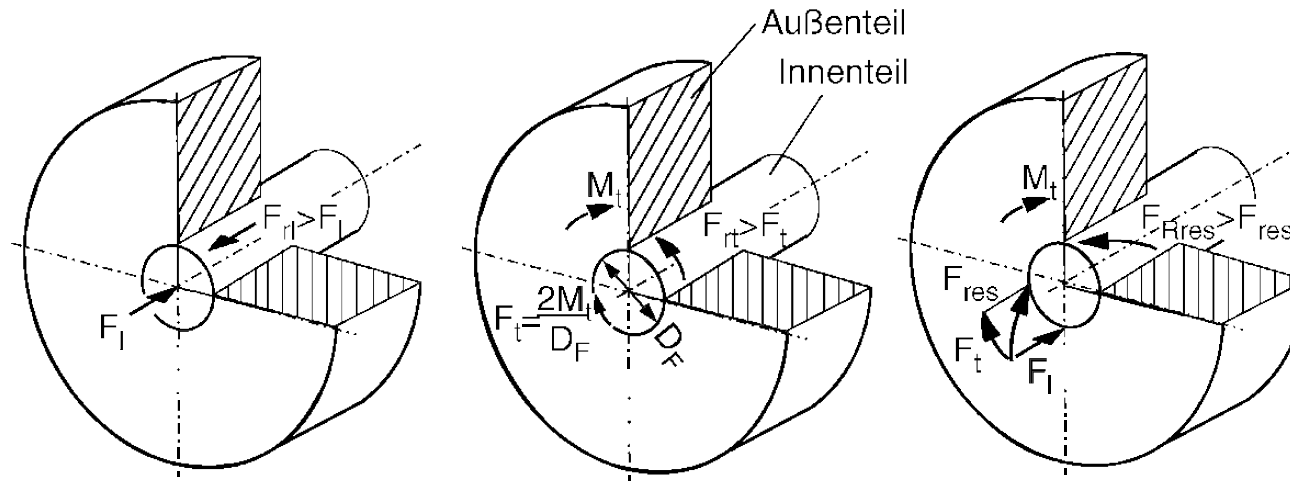


Außenteil aus	trocken	geschmiert	Außenteil aus	trocken	geschmiert
St 60, GS-60	0,08	0,07	G-CuPb10Sn	0,06	–
St 37	0,09	0,06	GG-25	0,11	0,05
G-AISI 12 Cu	0,06	0,04	GGG-60	0,09	0,05

Längspressverbände: Haftbeiwerte von Presssitzen nach DIN 7190

Stahl-Stahl-Paarung		
Druckölverbände normal gefügt mit Mineralöl		0,12
Druckölverbände mit entfetteten Fügeflächen, mit Glycerin gefügt		0,18
Schrumpfverband, normal nach Erwärmung des Außenteils bis zu 300 °C im Elektroofen		0,14
Schrumpfverband mit entfetteten Fügeflächen, nach Erwärmung im Elektroofen bis zu 300 °C		0,20
Stahl-Gußeisen-Paarung		
Druckölverbände normal gefügt mit Mineralöl		0,10
Druckölverbände mit entfetteten Fügeflächen		0,16
Stahl-MgAl-Paarung, trocken	0,1...0,15	Stahl-CuZn-Paarung trocken
		0,17...0,25

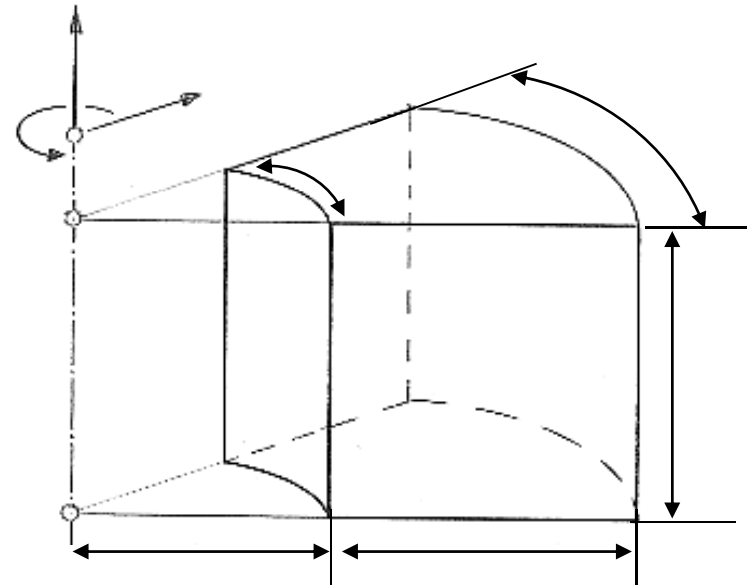
Querpressverbände: Haftbeiwerte von Presssitzen nach DIN 7190



Zu übertragende Kräfte und Momente bei reibschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen

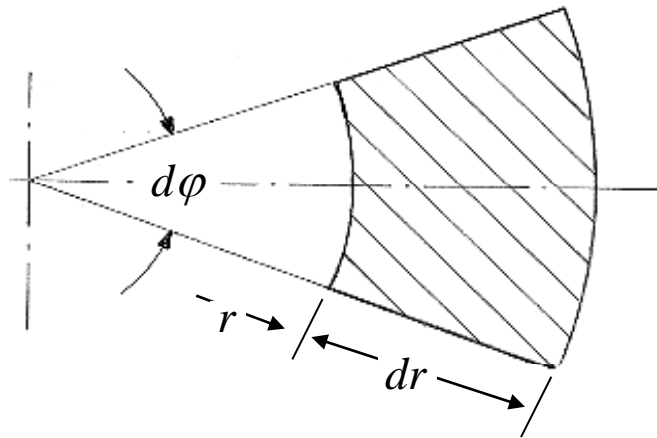
4.2 Herleitung der Berechnungsgrundlage der Pressverbindung

- Die folgende Erläuterung basiert auf dem Prinzip der wichtigsten Verbindungsart, der reibschlüssigen Welle-Nabe-Verbindung.
- Randbedingungen:



Geometrie des rotationssymmetrischen Elements

- Gleichgewichtsbedingung in Radialrichtung



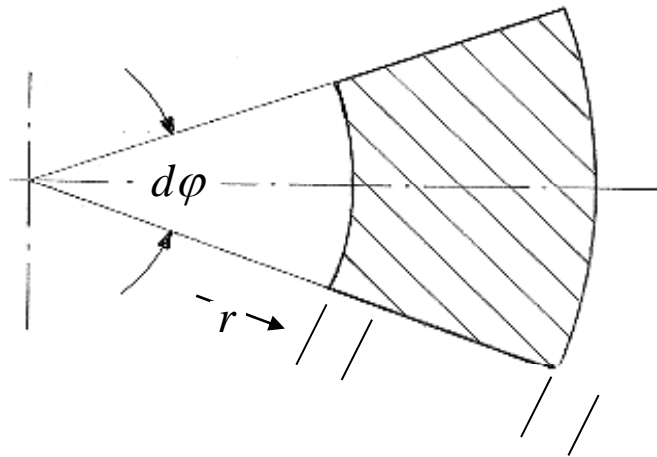
$$F_{rad} = \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr \right) * (r + dr) * d\varphi * dz - \sigma_r * r * d\varphi * dz - 2 * \sigma_\varphi * \sin \frac{d\varphi}{2} * dr * dz = 0$$

$$\sigma_r * r + \sigma_r * dr + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr * r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr * dr - \sigma_r * r - \sigma_\varphi * dr = 0$$

- Hieraus leitet sich die erste DGL für die Spannungen im rotationssymmetrischen Gleichgewichtsbedingung Spannungszustand ab.

$$\sigma_r - \sigma_\varphi + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} * r = 0$$

- Verzerrung des Elements bei Belastung



$$\varepsilon_r = \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{1}{E} * (\sigma_r - \nu * \sigma_\varphi)$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{(r + v_r) * \partial\varphi - r * \partial\varphi}{r * \partial\varphi} = \frac{v_r}{r} = \frac{1}{E} (\sigma_\varphi - \nu * \sigma_r)$$

- Einsetzen und Umformen liefert die zweite DGL.

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \nu^* \sigma_r) + \frac{r}{E} \left(\frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial r} - \nu^* \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right) = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu^* \sigma_\varphi)$$

$$(\sigma_\varphi - \nu^* \sigma_r) + r^* \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial r} - r^* \nu^* \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \sigma_r - \nu^* \sigma_\varphi$$

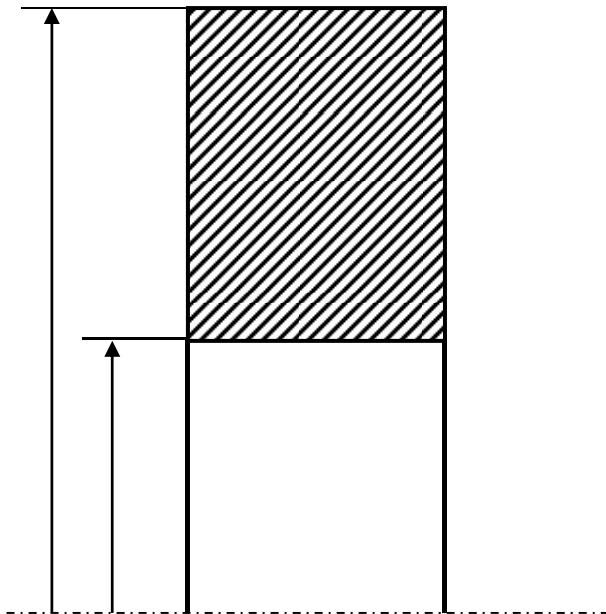
$$(1 + \nu)^* (\sigma_r - \sigma_\varphi) - r^* \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial r} + r^* \nu^* \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = 0$$

- Lösung der DGL ergibt:

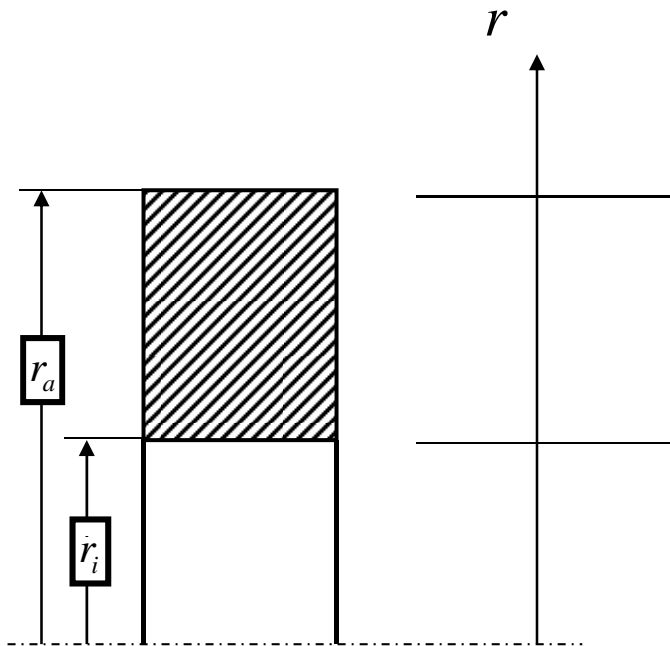
$$\sigma_r = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ \left[1 - Q^2 * \left(\frac{r_a}{r} \right)^2 \right] \sigma_{ra} - Q^2 * \left[1 - \left(\frac{r_a}{r} \right)^2 \right] * \sigma_{ri} \right\}$$

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ \left[1 + Q^2 * \left(\frac{r_a}{r} \right)^2 \right] \sigma_{ra} - Q^2 * \left[1 + \left(\frac{r_a}{r} \right)^2 \right] * \sigma_{ri} \right\}$$

- Für die Lösung der DGL werden Randbedingungen benötigt, in den meisten Fällen sind für diese Art Aufgaben die Spannungen an den freien Rändern bekannt.



- Beispiel 1: Rohr unter Innendruck



$$\sigma_{ri} = \quad \sigma_{ra} =$$

$$\frac{r_i}{r_a} = Q = \quad Q^2 =$$

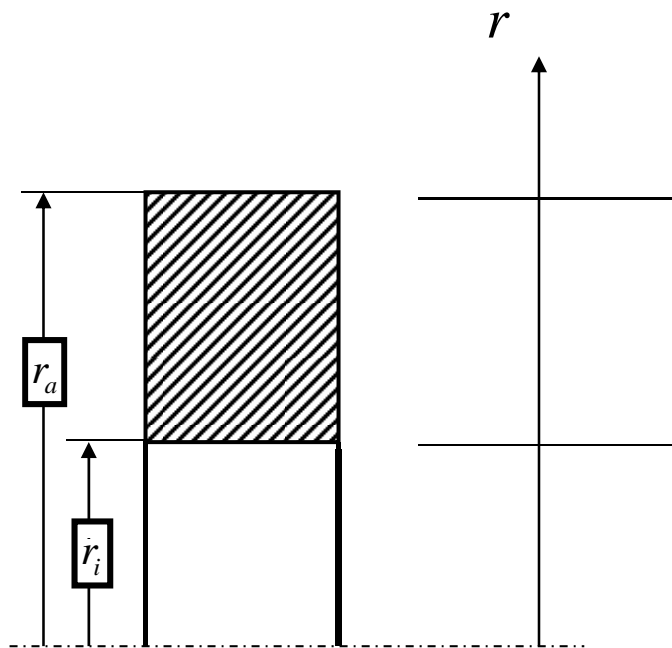
$$\sigma_{ri} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ 0 + Q^2 * \left[1 - \left(\frac{1}{Q^2} \right) \right] * p_i \right\} = \frac{Q^2 - 1}{1-Q^2} * p_i =$$

$$\sigma_{\phi i} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ 0 + Q^2 * \left[1 + \left(\frac{1}{Q^2} \right) \right] * p_i \right\} = \frac{Q^2 + 1}{1-Q^2} * p_i =$$

$$\sigma_{ra} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ 0 + Q^2 * [1-1] * p_i \right\} =$$

$$\sigma_{\phi a} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ 0 + Q^2 * [1+1] * p_i \right\} = \frac{2 * Q^2}{1-Q^2} * p_i =$$

- Beispiel 2: Rohr unter Außendruck



$$\sigma_{ri} = \quad \sigma_{ra} =$$

$$\frac{r_i}{r_a} = Q = \quad Q^2 =$$

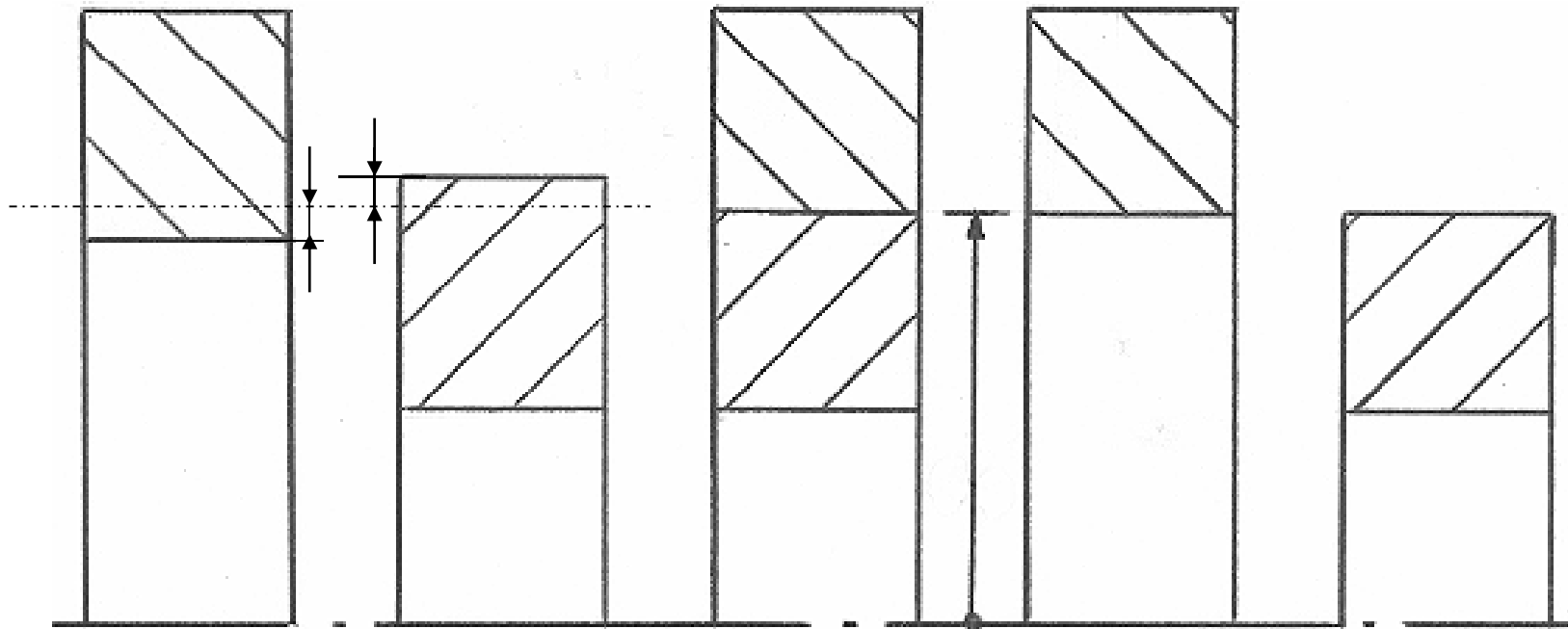
$$\sigma_{ri} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ - \left[1 - \left(\frac{Q^2}{Q^2} \right) \right] * p_a - 0 \right\} =$$

$$\sigma_{\phi i} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ - \left[1 + \left(\frac{Q^2}{Q^2} \right) \right] * p_a - 0 \right\} = - \frac{2}{1-Q^2} * p_a =$$

$$\sigma_{ra} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ - \left[1 - Q^2 * 1 \right] * p_a - 0 \right\} =$$

$$\sigma_{\phi a} = \frac{1}{1-Q^2} \left\{ - \left[1 + Q^2 * 1 \right] * p_a - 0 \right\} = \frac{1+Q^2}{1-Q^2} * p_a =$$

- Die Erzeugung des Druckes („Passfugendruck“) geschieht beim Pressverband durch elastische Dehnung der mit Übermaß versehenen Teil.



- Aus der Berechnung der elastischen Dehnungen ergibt sich das erforderliche Übermaß (Summe von Aufweitung des Außenteils und Einschnürung des Innenteils am Fügedurchmesser) zur Erreichung des Passfugendrucks p_F .

$$|P| = |P_A| + |P_I| = \Delta D_{i,A} + \Delta D_{a,I} = 2 * (|v_{rA}| + |v_{rI}|) = 2r_F (|\varepsilon_{\varphi A}| + |\varepsilon_{\varphi I}|)$$

Unter Einsetzen des Hook'schen Gesetzes erhält man:

$$\varepsilon_{\varphi,A} = \frac{1}{E_A} * (\sigma_{\varphi i,A} - \nu * \sigma_{ri,A}) = \frac{p_F}{E_A} * \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right)$$

$$\varepsilon_{\varphi,I} = \frac{1}{E_I} * (\sigma_{\varphi a,I} - \nu * \sigma_{ra,I}) = -\frac{p_F}{E_A} * \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right)$$

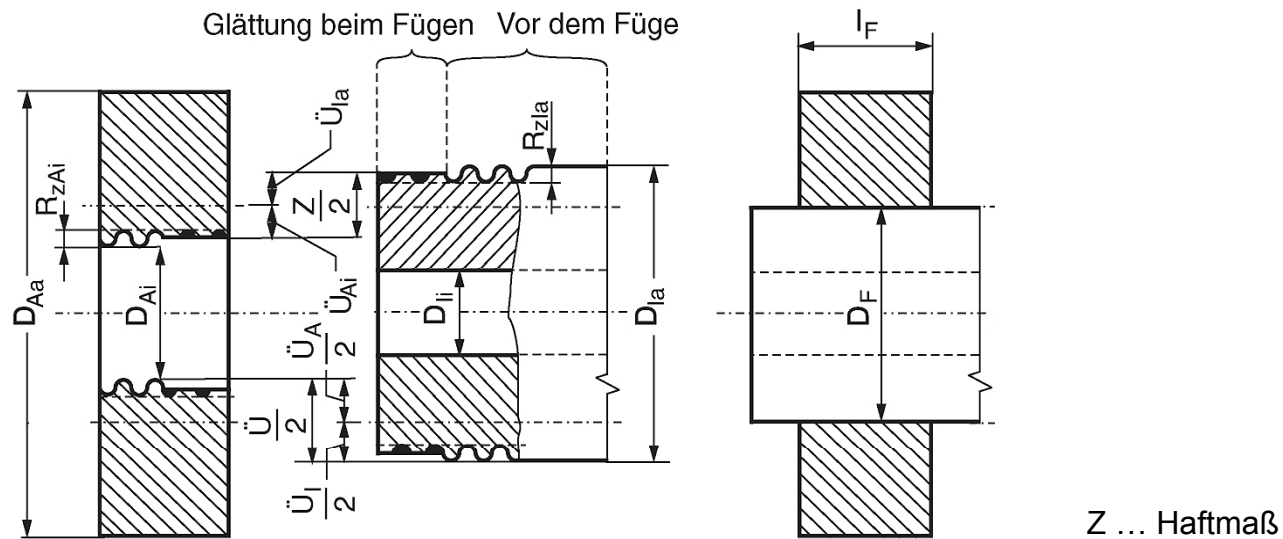
- Einsetzen in die vorherige Gleichung ergibt das erforderliche Übermaß (Schrumpfmaß) zur Erreichung des Fugendrucks p_F (alle Abmessungen beziehen sich auf die Durchmesser):

$$P = p_F * D_F * \left\{ \frac{1}{E_A} \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right) \right\}$$

- Durch den Pressvorgang werden die Oberflächen geglättet, d.h. die Rauigkeitsspitzen werden zum Teil plastisch eingeebnet. Dadurch wird das hier berechnete theoretische Übermaß auf ein wirksames Übermaß reduziert.

bzw.

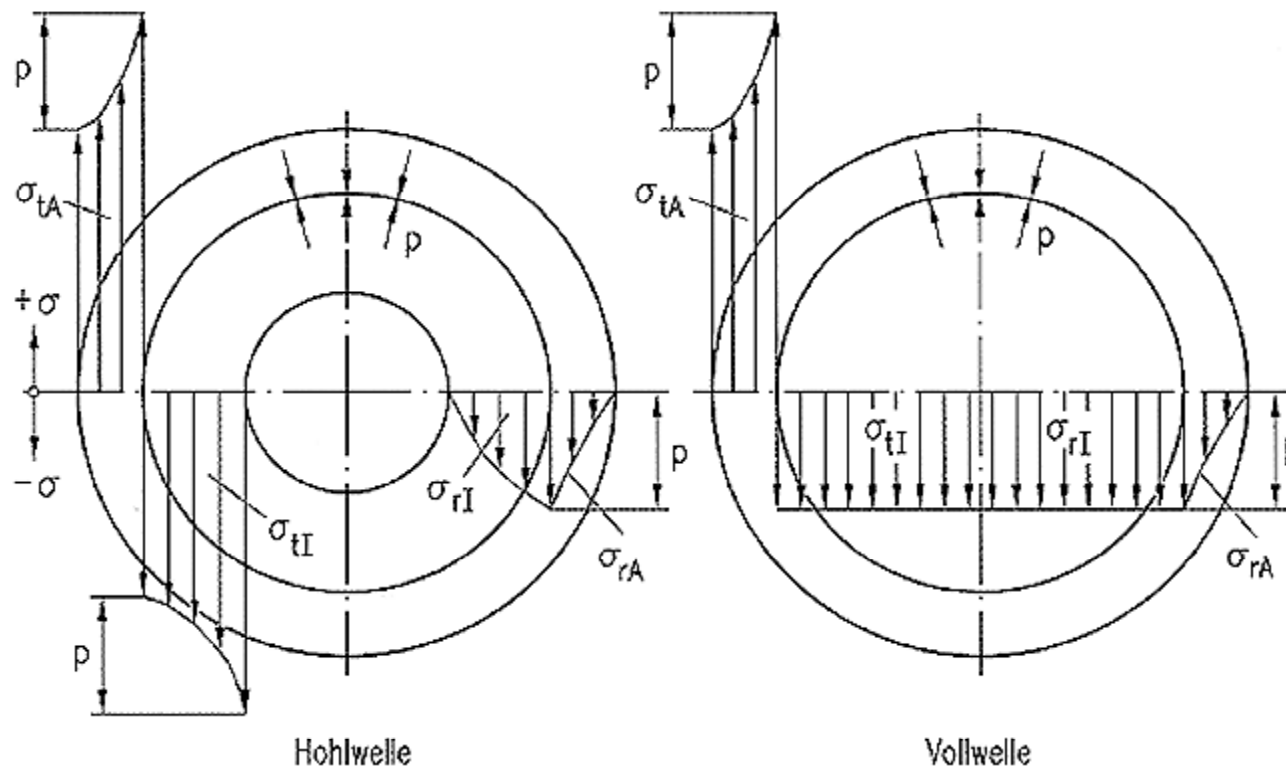
- Nach DIN 7190 kann man mit der gemittelten Rautiefe des Außenteils $R_{z_{i,A}}$ und des Innenteils $R_{z_{a,I}}$ diesen Glättungswert (Übermaßverlust) abschätzen.



- Bei üblichen fein gedrehten Flächen kann man mit R_z zwischen 2 und 8 μm rechnen.

Werkstoff	Querdehnzahl $\nu =$	E-Modul in N/mm^2	Längenausdehnungskoeffizient α in K^{-1}		Dichte $\rho \approx$ in kg/m^3
			Erwärmen	Unterkühlen	
Stahl	0,3	s. TB 1-1 bis TB 1-3	$11 \cdot 10^{-6}$	$8,5 \cdot 10^{-6}$	7800
Gusseisen	0,24 ... 0,26		$10 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-6}$	7200
Cu-Leg.	0,35 ... 0,37		$(16 \dots 18) \cdot 10^{-6}$	$(14 \dots 16) \cdot 10^{-6}$	$\leq 8900^{1)}$
Al-Leg.	0,3 ... 0,34		$23 \cdot 10^{-6}$	$18 \cdot 10^{-6}$	$\geq 2700^{1)}$

Querdehnzahlen, E-Modul, Längenausdehnungskoeffizienten verschiedener Werkstoffe für Pressverbindungen



Verlauf der Radial- und Tangentialspannungen in einer Pressverbindung
 links) Hohlwelle
 rechts) Vollwelle

4.3 Übertragbarkeit und Festigkeitsnachweis von Pressverbindungen

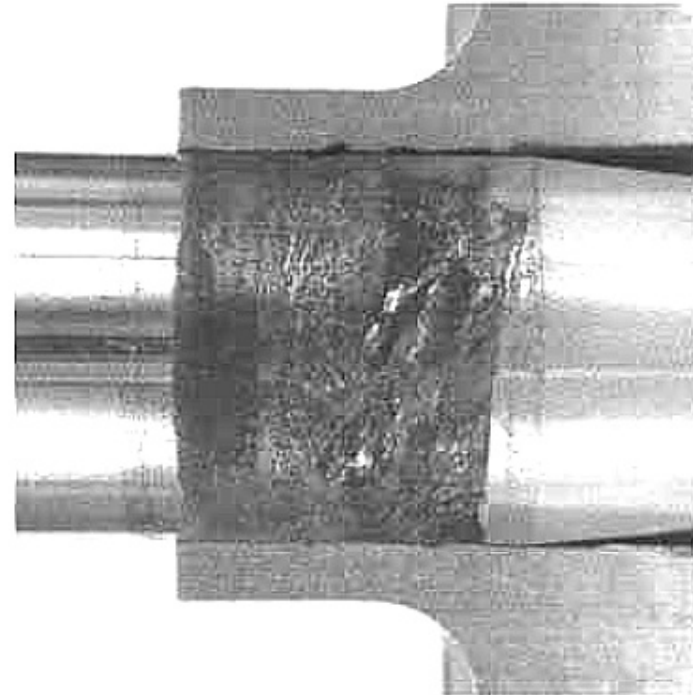
- Vermeidung **Schadensfall 1: Rutschen der Verbindung**

Vermeidung **Schadensfall 2: Überschreiten der Elastizitätsgrenze**

- In der Praxis gibt es auch Anwendungen mit teilplastischer Verformung, wodurch ein weiterer Gewinn an Übertragungsfähigkeit erzielt wird.

- **Schadensfall 3: Mikroschlupf an der Fügestelle**

Bei Überschreiten der Haftspannung wird an der Fügestelle ein lokales (partielles) Rutschen eingeleitet. Dieser Schlupf führt zu Reibkorrosion und damit zur Zerstörung der Verbindung infolge zusätzlicher Kerbwirkungen. Reibkorrosion kann durch Unterschreitung eines Grenzwertes ($< 10\mu\text{m}$) der Relativbewegung zwischen Welle und Nabe vermieden werden.

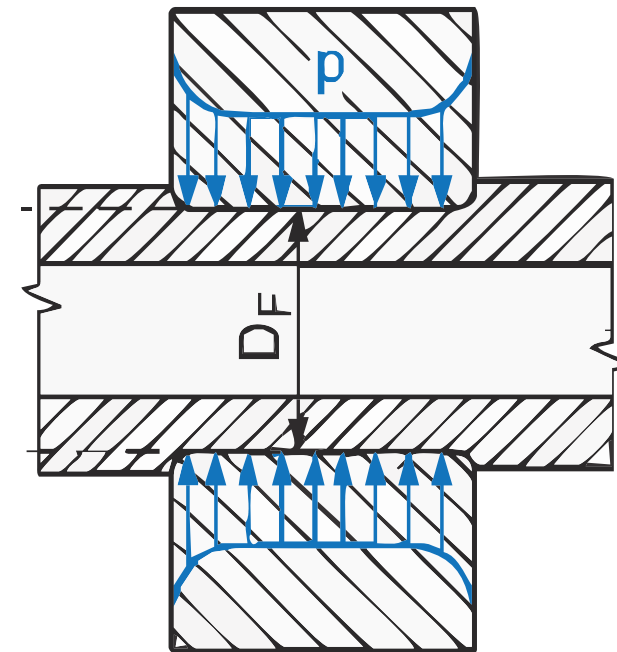


Reibkorrosion einer Pressverbindung

- **Schadensfall 4: Zu hoher Fugendruck am Nabenrand**

Es ist zu beachten, dass der Fugendruck infolge des elastischen Verformungsverhaltens an den Nabenrändern sein Maximum besitzt.

Grundsätzlich bildet der Übergang am Beginn der Verbindung einen Steifigkeitssprung, woraus auf der Welle eine Kerbwirkung resultiert.



Verteilung des Fugendrucks über die Länge

4.3.1 Die Grenze der Übertragbarkeit infolge Rutschens

- Die maximal übertragbare Axialkraft bei gegebenem Passfugendruck bzw. das maximal übertragbare Drehmoment errechnet sich nach 5.2 folgendermaßen:

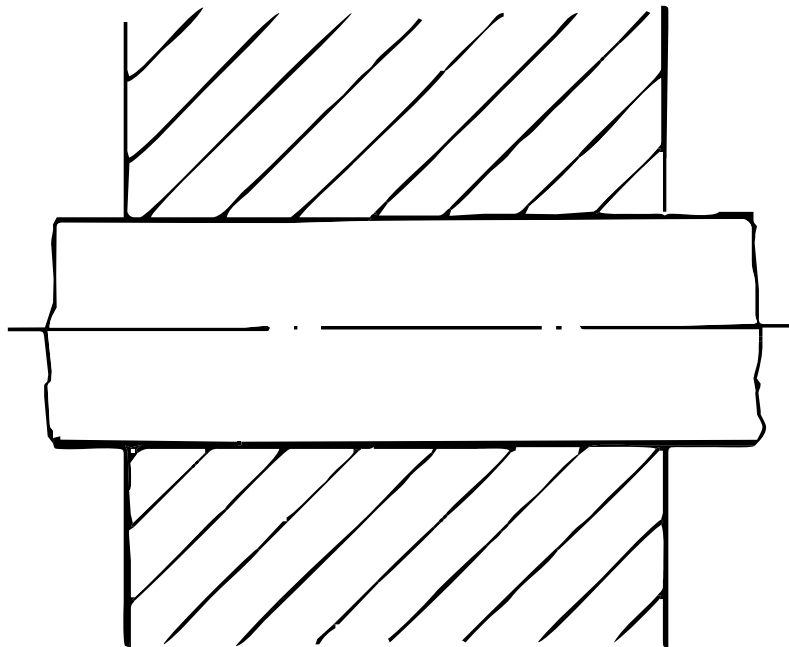
$$T_{\max} = \mu_H * F_N * \frac{D_F}{2} =$$

$$F_{ax,\max} = \mu_H * F_N =$$

- In der Praxis gibt es auch Anwendungen mit teilplastischer Verformung, wodurch ein weiterer Gewinn an Übertragungsfähigkeit erzielt wird.

$$T_{\max} = \frac{\pi}{2} * \mu_H * D_F^2 * l_F * P_W \frac{1}{\left\{ \frac{1}{E_A} \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right) \right\}}$$

- Bei gleichzeitig wirkendem Drehmoment und Axialkraft erfolgt die Addition der Wirkkräfte in der Passfuge.



- **Beachte:** Die bisherigen Betrachtungen vernachlässigen die Einflussfaktoren Fliehwirkung und Wärme auf den rotationssymmetrischen Beanspruchungszustand. Bei Turbinen und Verdichtern müssen diese Einflüsse mit berechnet werden.

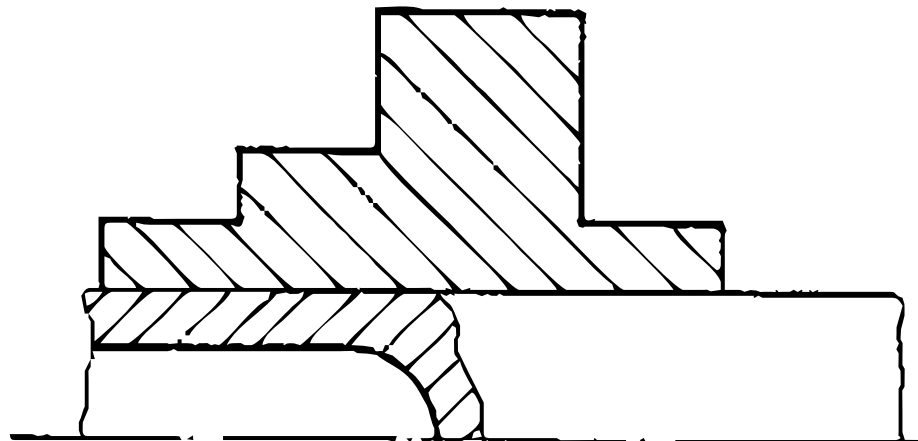
4.3.2 Die Grenze der Übertragbarkeit durch die Werkstofffestigkeit

- Die überwiegende Beanspruchung im Pressverband ist durch den rotationssymmetrischen Hauptspannungszustand infolge der Vorspannung bedingt, die Beanspruchungen durch äußere Lasten im Betrieb können demgegenüber in der Regel vernachlässigt werden.
- Bei einer elastischen Auslegung von Pressverbänden wird die Übertragungsgrenze infolge Plastifizieren an einem der beiden Fügepartner bedingt. Hierbei werden bei der vereinfachten Berechnung nach den rotationssymmetrischen Scheibengleichungen auch die Axialspannungen (infolge des Zusammenziehens) nicht berücksichtigt.

$$p_{F,zul} = \frac{1 - Q_A^2}{2} \sigma_{zul}$$

4.3.3 Berechnung bei veränderlichen Querschnitten

- Abhängig von der Nabenform können über die Verbindungslänge veränderliche Querschnitte auftreten. Näherungsweise werden solche Verbindungen berechnet, in dem die Querschnitte abschnittsweise gebildet werden. Erfahrungen zeigen, dass dabei die stärkeren Flanschquerschnitte eine versteifende Wirkungen haben, so dass dabei die eigentliche Übertragungsfähigkeit der Verbindung höher ist als die für die vereinfachte Annahme errechnete.



- Durch den Pressvorgang entstehen auch Verformungen in Welle und Nabe.

- durch **Kegelwirkung**

- durch Aufbringen des Passfugendruckes mittels eines **Zusatzelementes**

- durch **radiale Klemmkräfte**

Die Montage und Demontage kann durch die Einbringung von **Drucköl** vereinfacht werden

4.5.1 Zylindrische Pressverbände

- Abhängig vom Herstellverfahren wird nach DIN 7190 unterschieden zwischen:

Querpressverband: - Erwärmung der Nabe (Außenteil) → Schrumpfverband
- Unterkühlen der Welle (Innenteil) → Dehnverband
- auch Kombination möglich → Dehn-Schrumpfverband

Längspressverband: - Das zylindrische Innenteil wird bei Raumtemperatur in die Bohrung des Außenteils axial eingepresst.

Zylindrischer Querpressverband

- Für die Montage des Verbandes wird das Übermaß (bei Raumtemperatur) durch eine Temperaturdifferenz überbrückt.

→ durch Außenteil erwärmen und/oder Innenteil abkühlen

- Damit sind zylindrische Querpressverbände möglich, typische Schrumpfverbindungen sind:

- Für die Berechnung der Differenztemperaturen für das Schrumpfen ist ein ausreichendes FügeSpiel P_{Sg} zu beachten, damit die Teile nicht bereits beim Fügeprozess „verkleben“. Im Allgemeinen gilt für $P_{Sg} = 0,001 * D_F$ und das damit erforderliche Fügeübermaß.

- Hieraus errechnet sich bei vorgegebener Fügetemperatur des Innenteils die erforderliche Fügetemperatur des Außenteils \mathcal{G}_{Aerf} .

$$\rightarrow \mathcal{G}_{Aerf} = \mathcal{G}_R + \frac{|P_{ÜF}|}{\alpha_{gA} * D_F} + \frac{\alpha_{gI}}{\alpha_{gA}} * (\alpha_{gI} - \alpha_{gR})$$

- Die Anwendungstemperaturen für die Montage sind durch die zur Verfügung stehenden Kältemittel nach unten begrenzt
 - flüssige Luft, Stickstoff: - 170 °C
 - Trockeneis: - 80 °C.

..., nach oben erfolgt die Begrenzung der Kristallisationstemperatur.

- bei Baustahl, GG, GS: 3.500 °C
- vergütete Stähle: 3.000 °C
- Einsatzstähle, hochvergütete Stähle: 2.000 °C

- Berechnung der erforderlichen Toleranzen bei zylindrischen Schrumpfverbänden

$$Q_A = 0,5$$

$$Q_I = 0$$

$$D_F = 100 \text{ mm}$$

$$E_A = E_I = 210.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Die Auslegungsrechnung ergibt:

$$p_{F,erf} = 75 \text{ N / mm}^2$$

$$p_{F,zul} = 100 \text{ N / mm}^2$$

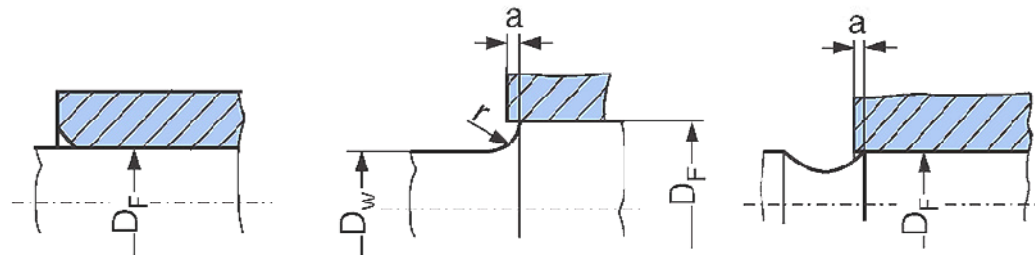
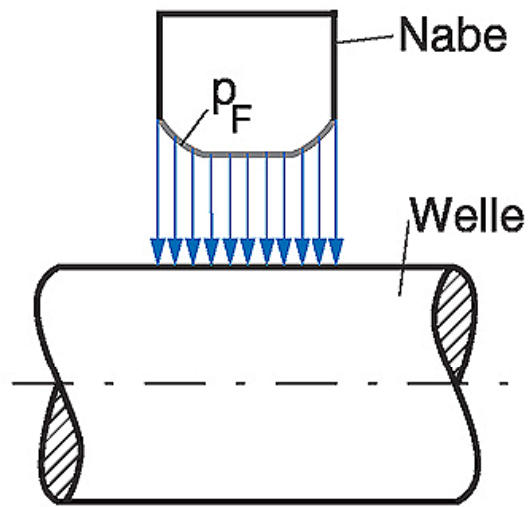
Gestaltungshinweise für zylindrische Dehn- / Schrumpfbänder

- Folgende Breiten-Durchmesser-Verhältnisse lassen sich auch der Erfahrung ableiten:

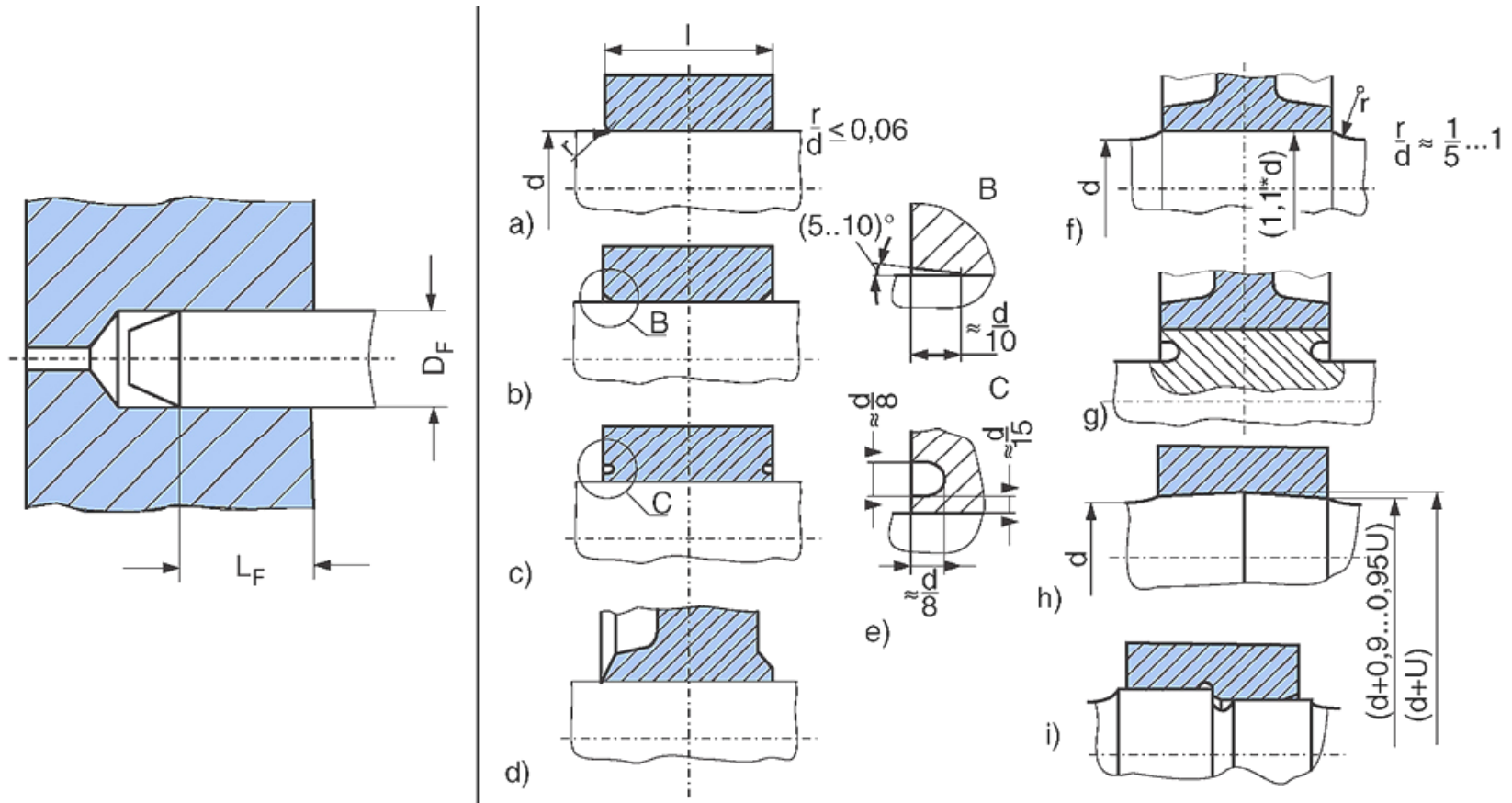
- Wechseltorsion: L_F / D_F

- Torsion und Biegung (stat.): L_F / D_F

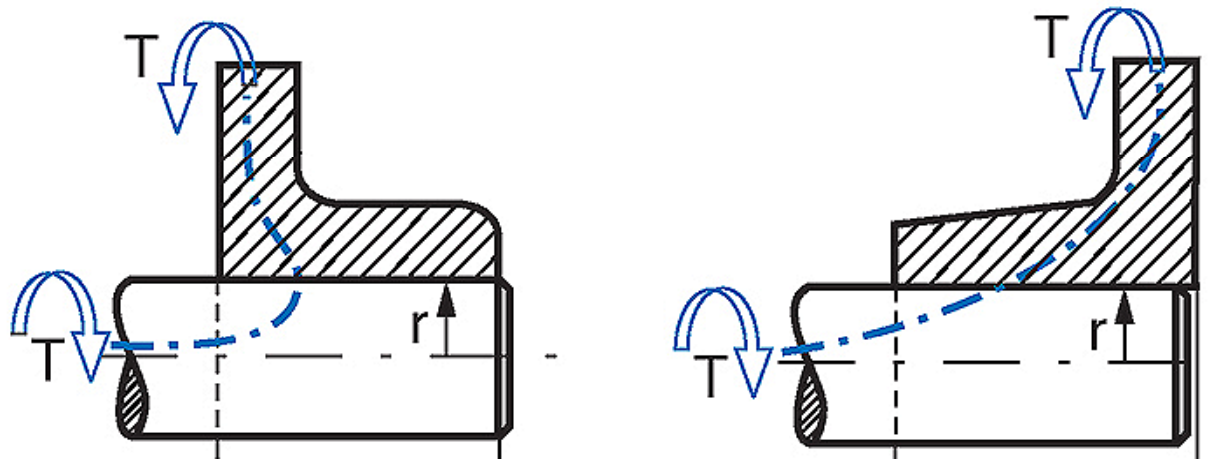
- Wechselbiegung: L_F / D_F



Gestaltungsrichtlinien zur Vermeidung unzulässiger Pressungen am Nabenrand



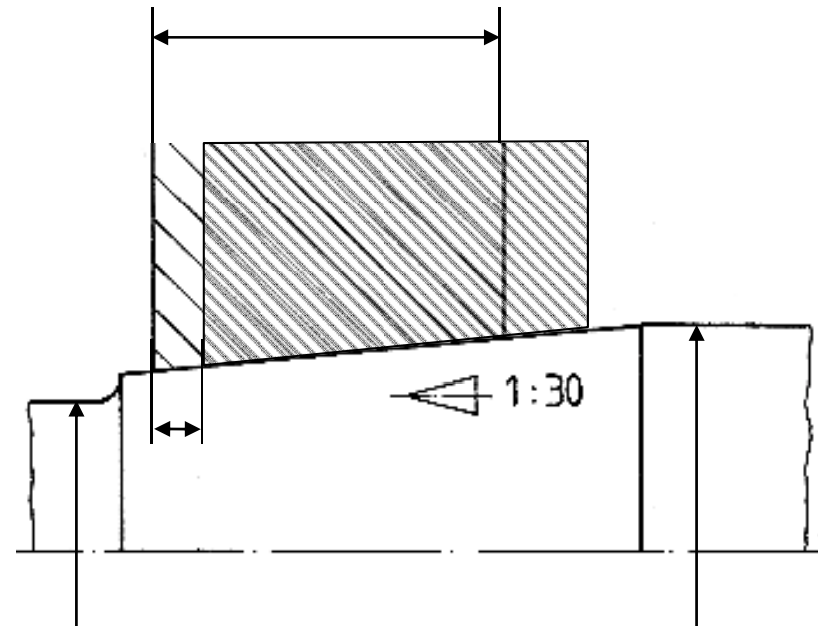
Gestaltungsrichtlinien zur Vereinfachung des Fügevorgangs und zur Vermeidung unzulässiger Pressungen am Nabenrand



Rück- und Durchleitung des Drehmomentes in der Nabe

4.4.2 Kegelpressverband

- Zur Erreichung des Vorspannungszustandes wirkt der Kegel als mechanischer Kraftverstärker. Die Neigung des Kegels wird nach DIN 254 durch das Kegelverhältnis bestimmt.



- Die Aufschiebekraft errechnet sich aus der Reibung und dem der Verschiebung entgegenwirkenden Druck multipliziert mit der Ringfläche.

- Hieraus ergeben sich die Montage- resp. Demontagekräfte

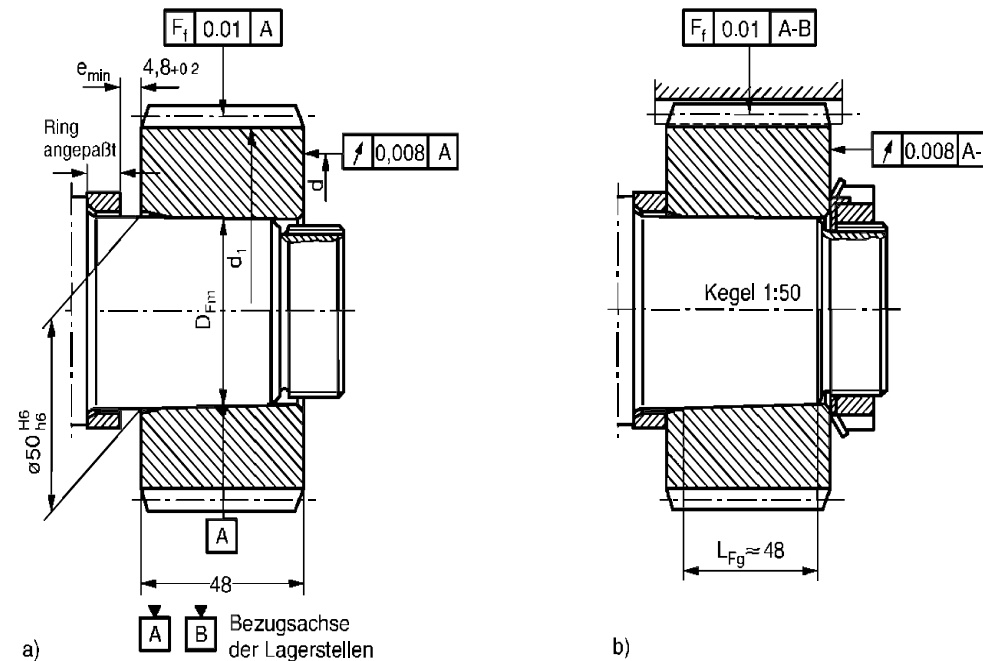
Aufschrupfen $F_{a,Auf} = \left(\mu + \frac{c}{2}\right) * p_F * D_F * l_F$

Abziehen $F_{a,Ab} = \left(\mu - \frac{c}{2}\right) * p_F * D_F * l_F$

- Für $\mu_H > c/2$ herrscht Selbsthemmung, beeinflussbar durch den Reibkoeffizient und den Kegelwinkel.

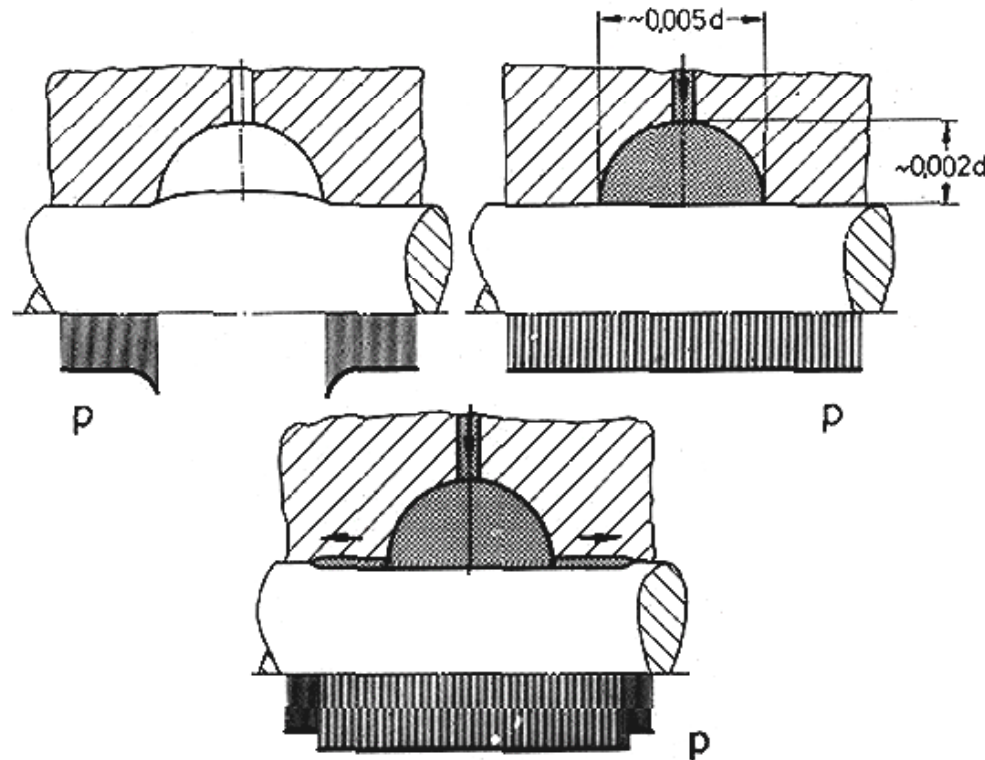
Gestaltungshinweise für Kegelpressverbände

Die Berechnung erfolgt wie bei zylindrischen Pressverbänden mit einem mittleren Fügedurchmesser D_{Fm} . Trotz Selbsthemmung muss der Kegelsitz bei größeren Drehmomenten axial gesichert werden, da er sonst bei Überschreiten der Rutschgrenze schlagartig öffnet. Weg Toleranzen in Durchmesser sollte der Aufschiebeweg bei Montage geprüft werden.

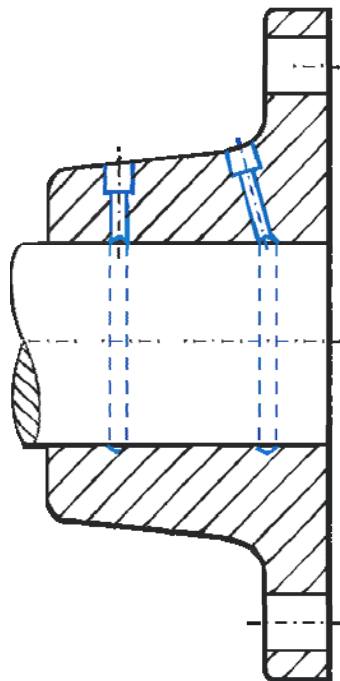


4.4.3 Drucköl als Hilfsmittel zur Montage und Demontage

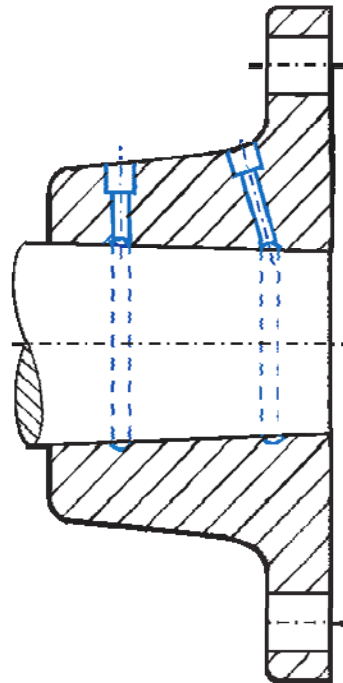
- Die Idee, für die Montage und Demontage den Reibwert zu erniedrigen, führt zu dem Hilfsmittel ÖL, dass unter hohem Druck eingepresst wird.



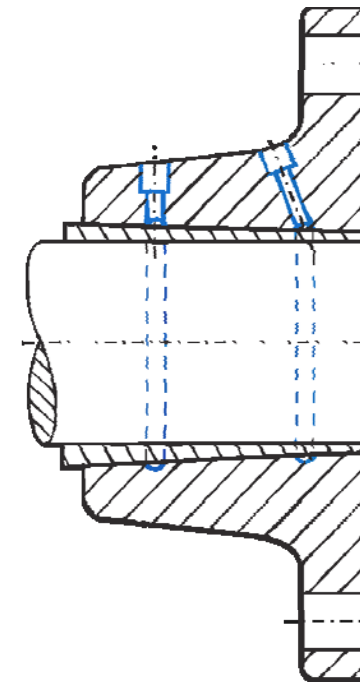
Zufuhr von Drucköl im Pressverband



Zylindrischer
Schrumpfverband



Kegelpressverband

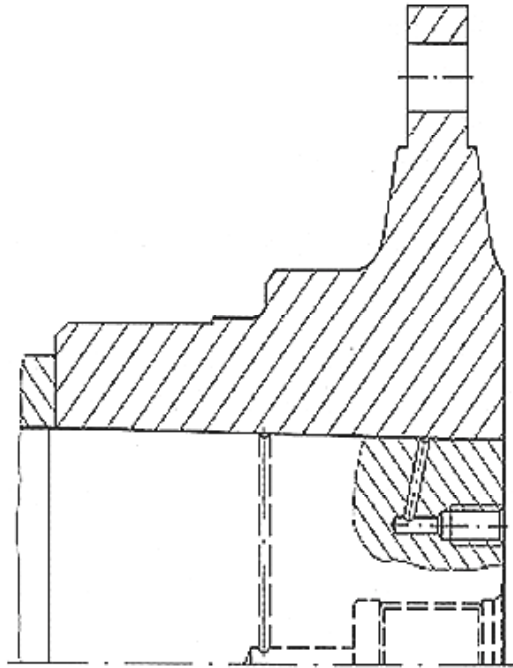


Verband mit
kegeliger Zwischenhülse

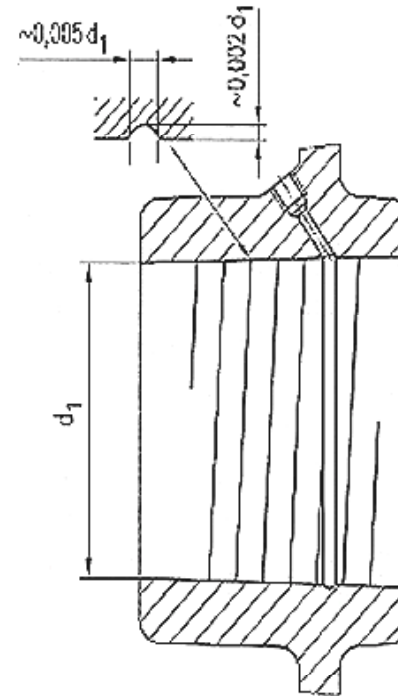
Druckölpressverbände

- Bei zylindrischen Schrumpfverbindungen ist nur eine Demontage mit Drucköl möglich. Dabei wird das Aufbringen mehrerer getrennter Ölumlaufrihren empfohlen, da beim Herausziehen die Rillen nacheinander frei werden. Dichtungen können den Druck aufrecht erhalten. Bei kurzen Naben sollten die Nuten etwa im Schwerpunkt der Naben liegen, bei langen Naben mehrere Nuten so anbringen, dass sie nacheinander entlasten.
- Das Aufschieben (bei kegeligen Verbänden) geschieht durch Schrauben, Hydraulikkolben und –muttern.
- Der Öldruck, welcher aufgebracht werden muss, beträgt:

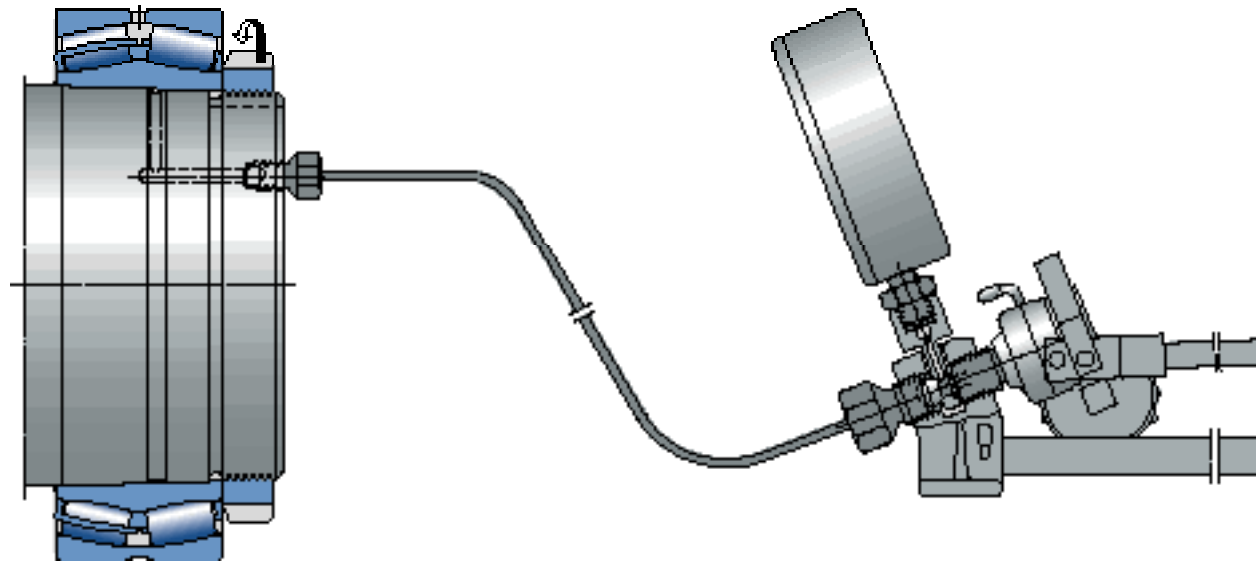
- Dieser Mehrdruck ist erforderlich, damit das Öl durch die Pressfuge kriecht. Dabei muss das Öl eine gewisse Viskosität aufweisen.



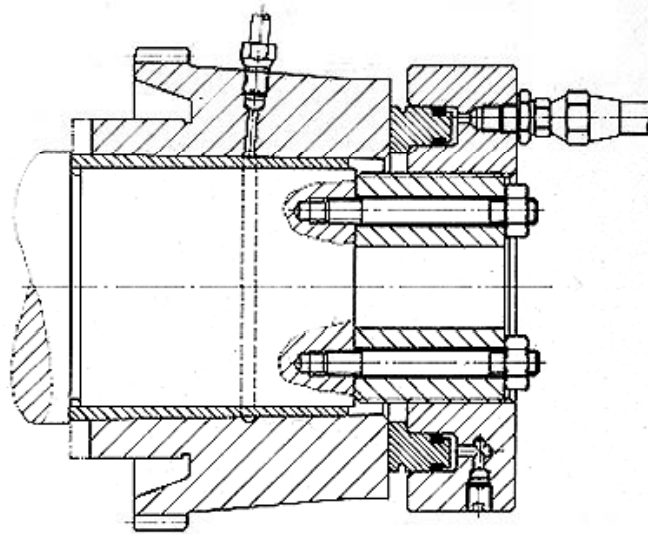
Ölbohrungen in einem Kegelpressverband
mit gestufter Nabe



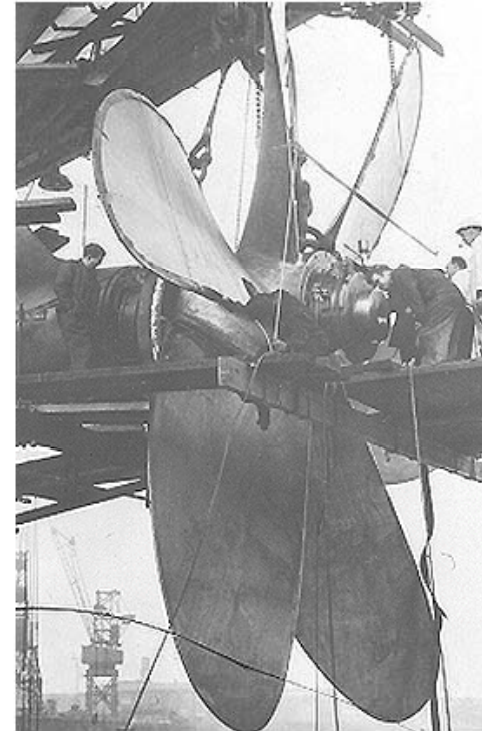
Konischer Druckverband mit
schraubenförmiger Nut



Aufbringen des Öldrucks mittels einer Handpumpe



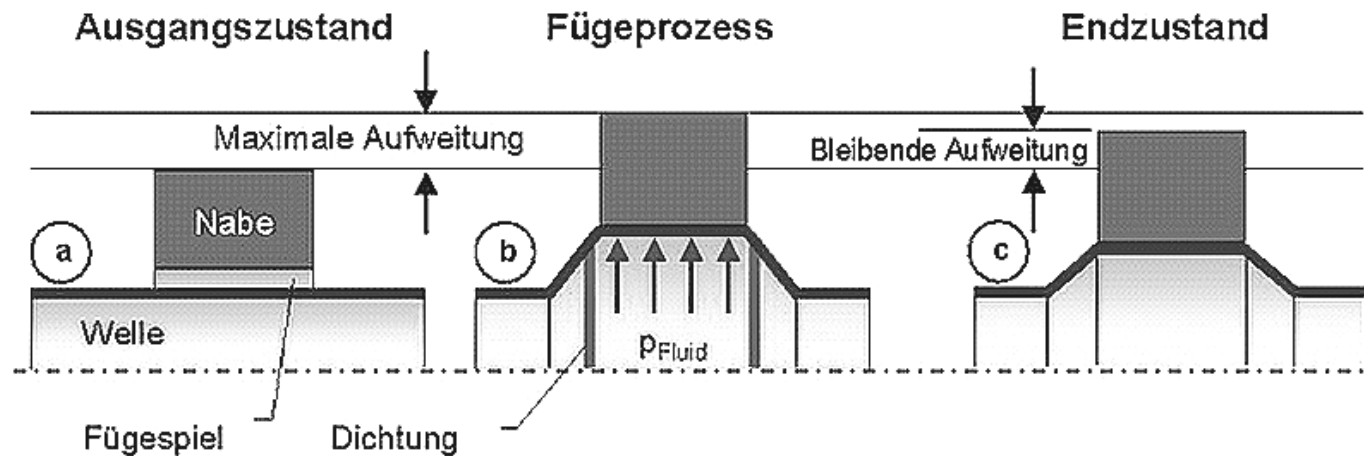
Montage mit Hydraulikmutter



Druckölmontage einer Schiffsschraube

4.4.4 Fügen mit Innenhochdruck

- Hierbei wird bei einer Hohlwelle mit Hilfe einer hydraulischen Vorrichtung örtlich so viel Druck über eine Lanze aufgebracht, dass die Hohlwelle sich plastisch in die aufgebraute Nabe hineinformer.



4.4.5 Berechnung eines Dehn- / Schrumpfverbandes

- Auf einer Hohlwelle aus C45 soll eine Riemenscheibe aus einer Aluminiumlegierung mittels einer zylindrischen Pressverbindung montiert werden.

Streckgrenze Welle $R_{eH,I} = 400 \text{ N/mm}^2$

Streckgrenze Nabe $R_{eH,A} = 250 \text{ N/mm}^2$

E-Modul Welle $E_I = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

E-Modul Nabe $E_A = 0,7 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

Querdehnzahl Welle $\nu_I = 0,3$

Querdehnzahl Nabe $\nu_A = 0,33$

Rutschsicherheit $S_R = 1,7$

Sicherheit $S = 1,25$

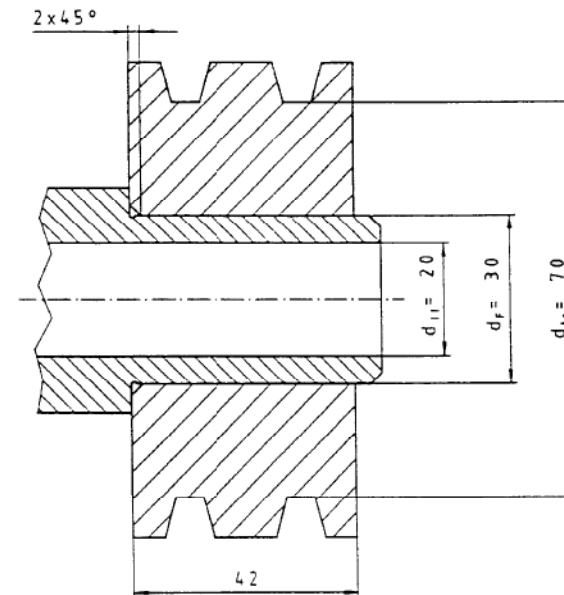
Leistung $P = 18 \text{ kW}$

Drehzahl $n = 1.500 \text{ U/min}$

Reibbeiwert $\mu = 0,4$

Rauhigkeit Welle $R_{zI} = 4 \mu\text{m}$

Rauhigkeit Nabe $R_{zA} = 5 \mu\text{m}$



1 Erforderliche
Pressung:

mit

2 Erforderliches
Übermaß:

$$P_{erf} = p_{F,erf} * D_F * \left\{ \frac{1}{E_A} * \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} * \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right) \right\} + G$$

3 zulässige
 Pressung:

$$p_{F,zul} = \frac{1 - Q_A^2}{2} \sigma_{zul}$$

mit

$$\sigma_{zul} = \frac{R_{eH,A}}{S} = \frac{200 \text{ N}}{1,25 \text{ mm}^2}$$

4 Überprüfung der
 Passung:

$$30H6 \Rightarrow 30_{0}^{+13}$$

$$30s6 \Rightarrow 30_{+35}^{+48}$$

Übermaße

Zulässiges
 Übermaß

$$P_{zul} = p_{F,zul} * D_F * \left\{ \frac{1}{E_A} * \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} * \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right) \right\} - G$$

Überprüfung:

Neue Übermaße

5 Festigkeits-
nachweis:

$$G_{\max} = p_{F,\max} * D_F * \left\{ \frac{1}{E_A} * \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} * \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right) \right\}$$

$$p_{F,\max} = \frac{G_{\max}}{D_F * \left\{ \frac{1}{E_A} * \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} * \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right) \right\}}$$

Spannungen
für Nabe:

$$\sigma_{riA} = \frac{1}{1-Q_A^2} \left\{ 0 + Q_A^2 * \left[1 - \left(\frac{1}{Q_A^2} \right) \right] * p_{\max} \right\} = \frac{Q_A^2 - 1}{1 - Q_A^2} * p_{\max} =$$

$$\sigma_{\phi iA} = \frac{1}{1-Q_A^2} \left\{ 0 + Q_A^2 * \left[1 + \left(\frac{1}{Q_A^2} \right) \right] * p_{\max} \right\} = \frac{Q_A^2 + 1}{1 - Q_A^2} * p_{\max} =$$

$$\sigma_{raA} = \frac{1}{1-Q_A^2} \left\{ 0 + Q_A^2 * [1 - 1] * p_{\max} \right\} = 0$$

$$\sigma_{\phi aA} = \frac{1}{1-Q_A^2} \left\{ 0 + Q_A^2 * [1 + 1] * p_{\max} \right\} = \frac{2 * Q_A^2}{1 - Q_A^2} * p_{\max} =$$

Spannungen
für Welle:

$$\sigma_{ril} = \frac{1}{1-Q_I^2} \left\{ - \left[1 - \left(\frac{Q_I^2}{Q_I^2} \right) \right] * p_{\max} - 0 \right\} = 0$$

$$\sigma_{\phi il} = \frac{1}{1-Q_I^2} \left\{ - \left[1 + \left(\frac{Q_I^2}{Q_I^2} \right) \right] * p_{\max} - 0 \right\} = \frac{2}{1 - Q_I^2} * p_{\max} =$$

$$\sigma_{ral} = \frac{1}{1-Q_I^2} \left\{ - \left[1 - Q_I^2 * 1 \right] * p_{\max} - 0 \right\} = -p_{\max} =$$

$$\sigma_{raA} = \frac{1}{1-Q_I^2} \left\{ - \left[1 + Q_I^2 * 1 \right] * p_{\max} - 0 \right\} = \frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} =$$

Schubspannungen infolge des Drehmomentes:

$$\tau_t = \frac{T}{I_t} * \frac{D_F}{2} =$$

... muss nicht berücksichtigt werden.

Berechnung der Vergleichsspannungen (nach GEH)

für Nabe:
$$\sigma_{V,iA} = \sqrt{\sigma_{riA}^2 + \sigma_{\phi iA}^2 - \sigma_{riA} * \sigma_{\phi iA} + 3 * \tau_t} =$$

für Welle:
$$\sigma_{V,iI} = \sqrt{\sigma_{riI}^2 + \sigma_{\phi iI}^2 - \sigma_{riI} * \sigma_{\phi iI} + 3 * \tau_t} =$$

Berechnung der zulässigen Spannungen

für Nabe:
$$\sigma_{zul,A} = \frac{R_{eH,A}}{S} =$$

für Welle:
$$\sigma_{zul,I} = \frac{R_{eH,I}}{S} =$$

Berechnung der Sicherheiten

für Nabe:
$$S_A = \frac{\sigma_{zul,A}}{\sigma_{V,iA}} = > 1$$

für Welle:
$$S_I = \frac{\sigma_{zul,I}}{\sigma_{V,iI}} = > 1$$

6 Montage und Demontage:

Maßgebend für eine sichere Montage und Demontage ist das maximale Übermaß

$$P_{\dot{U}F} = P_W + G + P_{Sg}$$

Berechnung der Erwärmungstemperatur des Außenteils

$$\vartheta_{Aerf} = \vartheta_R + \frac{|P_{\dot{U}F}|}{\alpha_{gA} * D_F} + \frac{\alpha_{gI}}{\alpha_{gA}} * (\vartheta_{gI} - \vartheta_{gR})$$

$$\alpha_{gA} = \alpha_{Stahl} = 13 * 10^{-6} * K^{-1}$$

$$\vartheta_R = 20^\circ C = 293K$$

$$\alpha_{gI} = \alpha_{Al} = 23 * 10^{-6} * K^{-1}$$

$$\vartheta_I = 20^\circ C = 293K$$

Abziehen mit Pressöl

Pressöldruck: $p_{F\ddot{O}l} = (1,3 \dots 1,5) p_F =$

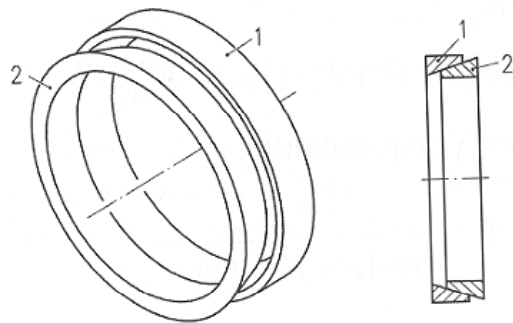
Abziehungskraft: $F_{a,Ab} = \mu_{\ddot{O}L} * \pi * p_F * D_F * l_F$

4.4.6 Spannelementverbindungen

- Der Passfugendruck wird mit Hilfe zusätzlicher Spannelemente durch Klemm-, Spreiz- oder Kipphebelwirkung erzeugt. Hierbei sind Welle und Nabe zylindrisch ausgebildet und die Spannelemente geschlitzt. Die Spannelemente sind in der Lage größere Durchmessertoleranzen auszugleichen.

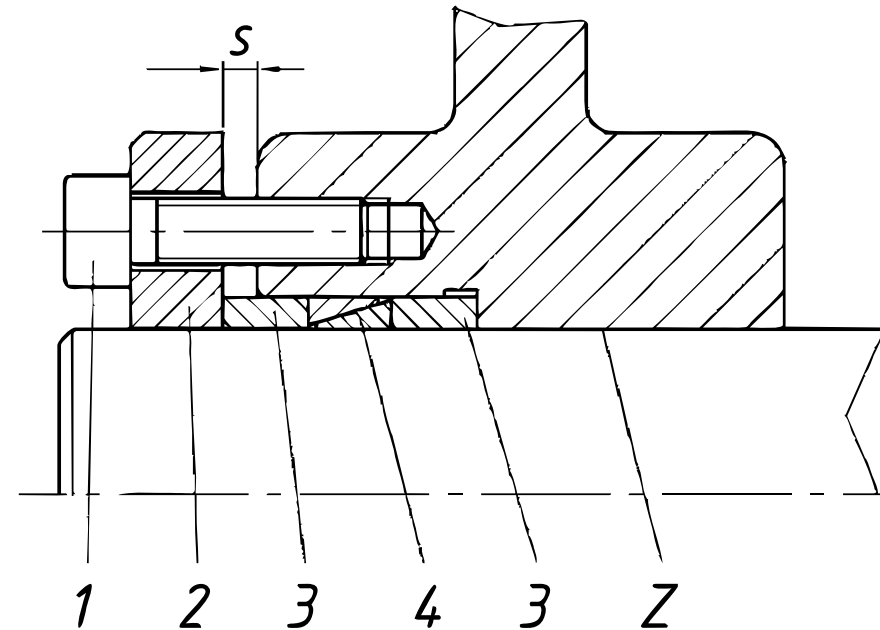
Ringfederspannelemente

- Die Erzeugung des Passfugendrucks basiert auf dem Inneinanderschieben zweier geschlitzter Ringe und einer axialen Belastung, verantwortlich für die Aufweitung der Ringe.



Ringfederspannelement

- 1) Außenring
- 2) Innenring



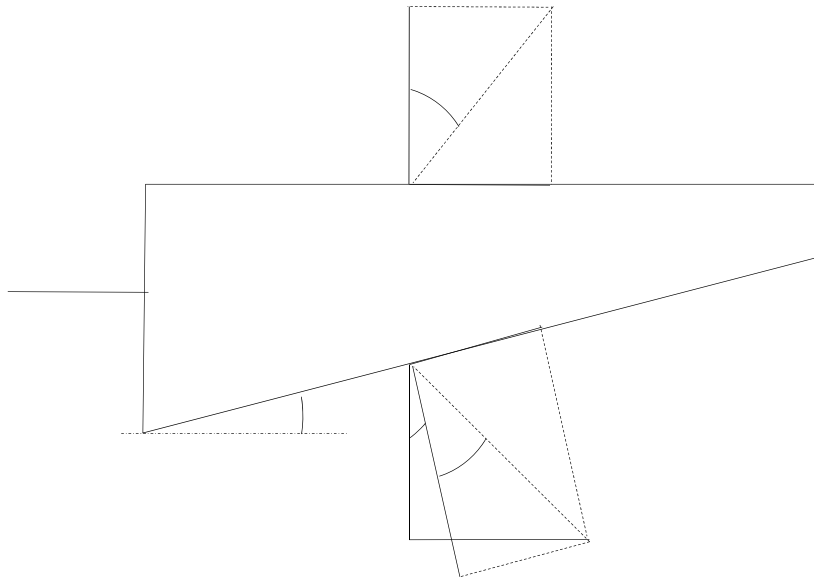
- 1) Spannschraube
- 2) Druckscheibe
- 3) Distanzbuchse
- 4) Spannelement
- Z) Zentrierung
- s) Spannweg

- Allgemeingültige Vor- und Nachteile für Spannelementverbindungen:

Vorteile:

Nachteile:

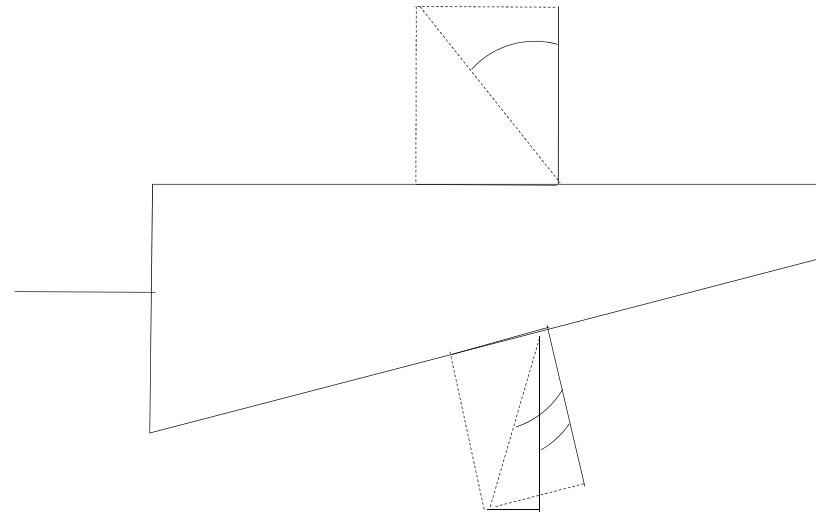
Fall: Montage



$H = 0:$

$$\tan(\rho + \alpha) = \frac{\tan \rho + \tan \alpha}{1 - \tan \rho \cdot \tan \alpha}$$

Fall: Selbstständiges lösen



$H = 0:$

$$\tan(\rho - \alpha) = \frac{\tan \rho - \tan \alpha}{1 + \tan \rho \cdot \tan \alpha}$$

- Daraus folgt: wenn

Fallunterscheidung:

- Der Indifferente Fall ist von Interesse, da leichte Löslichkeit und leichte Aufrechterhaltung der Vorspannung zusammenfallen. Durch geringfügige Verringerung des Reibwertes durch Anschläge oder Wegnahme der Vorspannkraft, kann die Verbindung aus dem Zustand der Selbsthemmung heraus gelöst werden.

Für Stahl gilt:

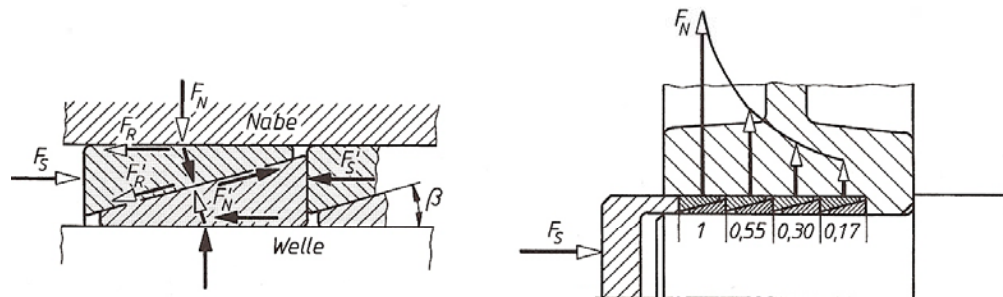
- Bei Verwendung mehrerer Spannelemente nimmt die Anpresskraft ab.

Im Fall von zwei Ringspannelementen ergibt sich:

$$F_S - F_R - F_{R'} - F_{S'} = 0$$

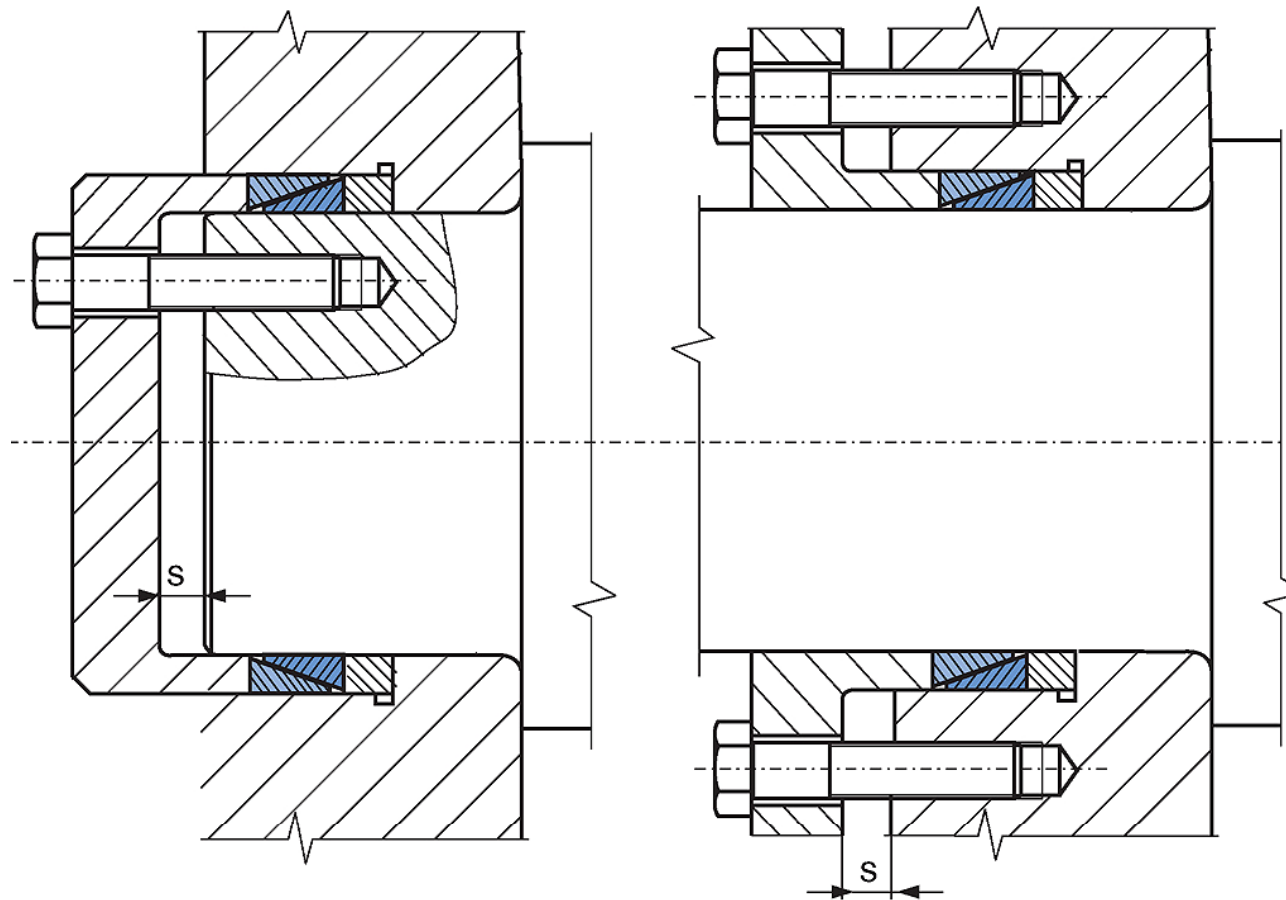
$$F_{S'} = F_S - F_R - F_{R'}$$

, ... was dazu führt, dass infolge der Reibungsgesetze sich der radiale Vorspannungsverlust von Element zu Element fortpflanzt.

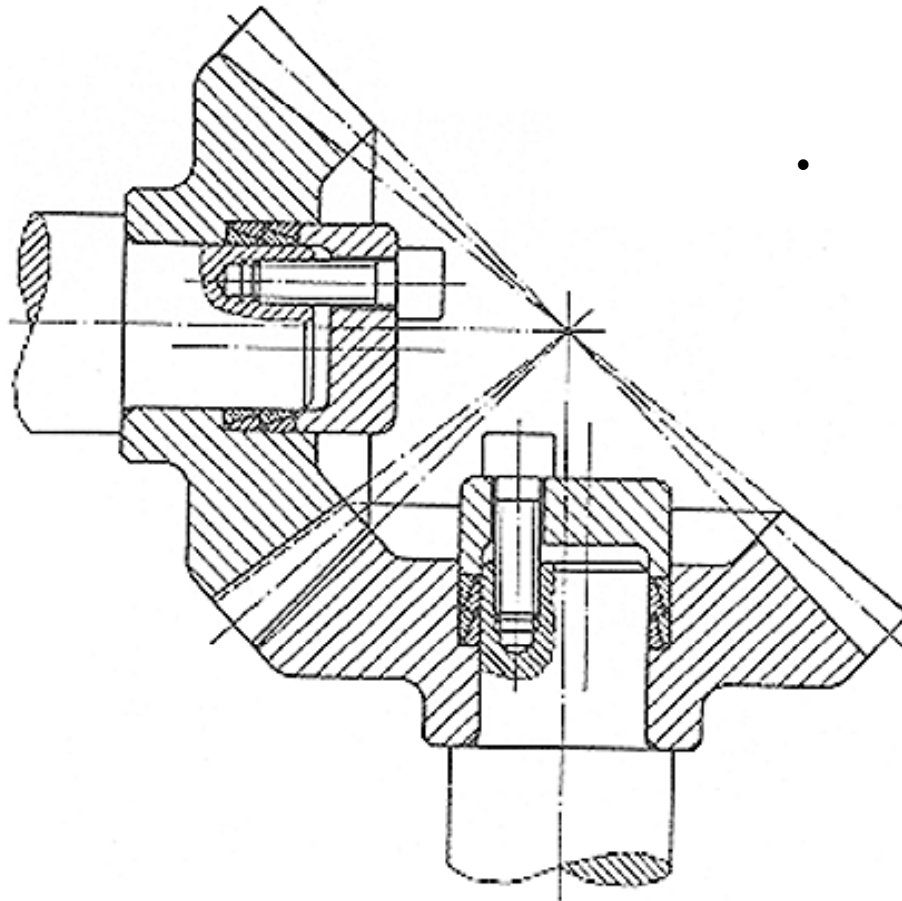


Fazit:

- Die Dauerfestigkeit hängt von der Oberfläche der Wellen und Naben ab. Die empfohlene Oberflächengüte von Welle und Nabenbohrung beträgt $R_z < 6\mu\text{m}$
- Empfohlene Passungen:
für $d < 40\text{ mm}$ → H7/h6
für $d > 40\text{ mm}$ → H8/h7
- Welle und Nabe unterliegen Verformungen (Lagerbüchzenspiel, Tragbildfehler bei Verzahnungen)
- Nach dem Einlaufen lockern sich die Spannelemente → Nachziehen mit Drehmomentenschlüssel empfehlenswert.



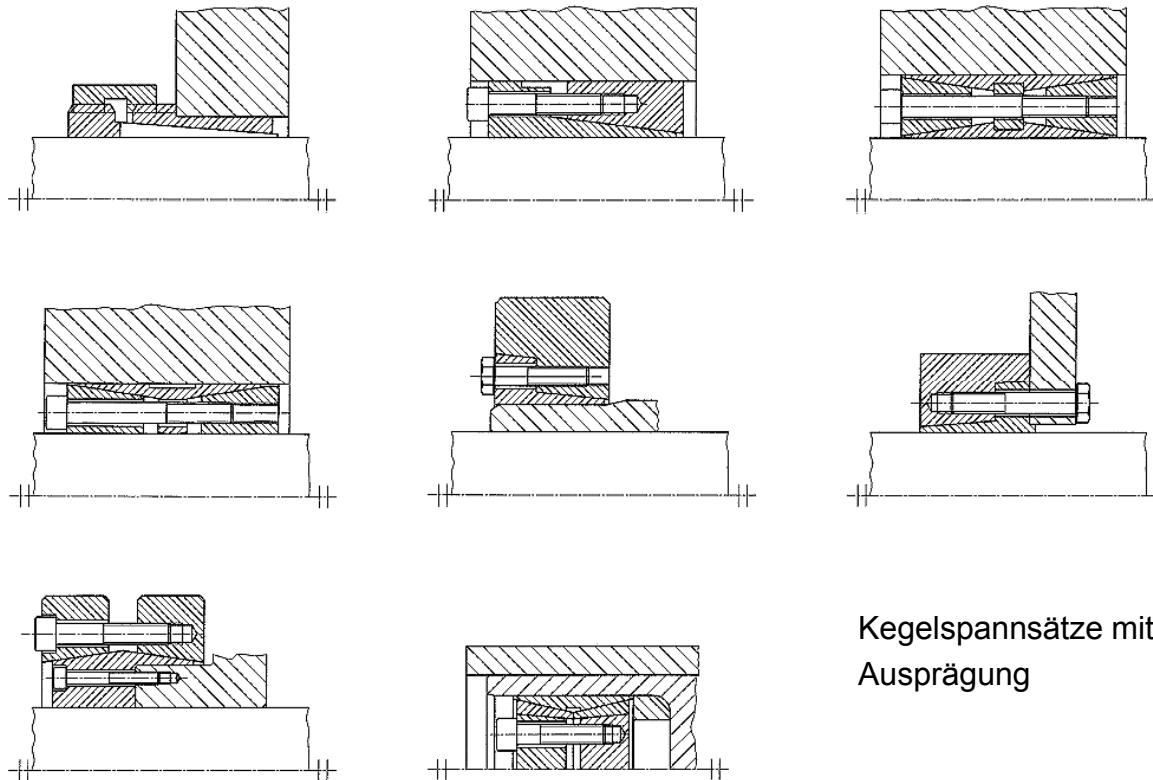
Spannelementverbindungen – links) wellenseitig verspannt,
rechts) nabenseitig verspannt



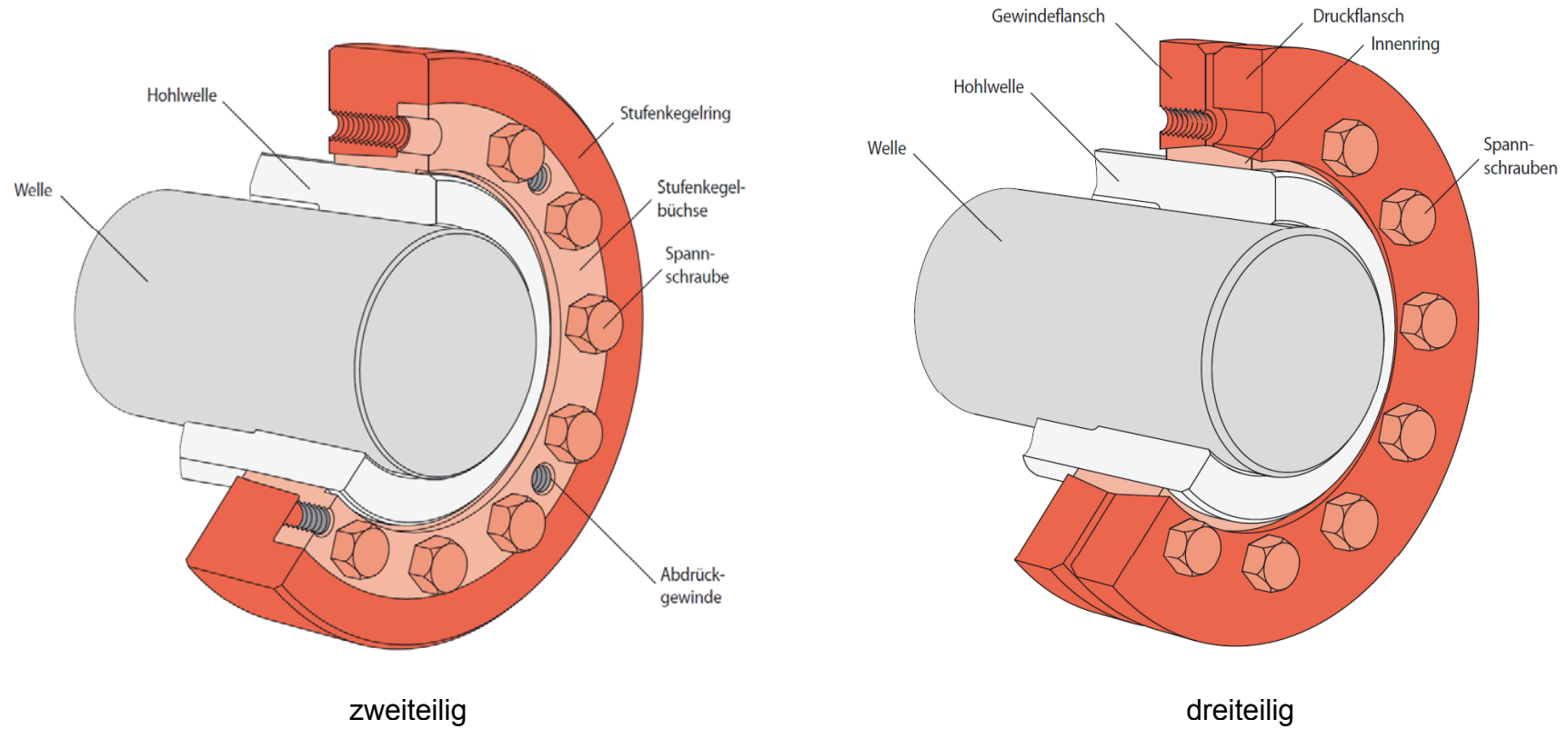
- Bei erhöhten Anforderungen an zentrierten und taumelfreien Lauf ist ein besonderer Zentrierrand erforderlich.

Befestigung von Kegelrädern mit Spannelementen

- Das Prinzip der Kegelverspannung führt zu weiteren unterschiedlichen Bauformen von Spannsätzen, welche als fertige Einbauelemente einsetzbar sind.



Kegelspannsätze mit unterschiedlicher Ausprägung



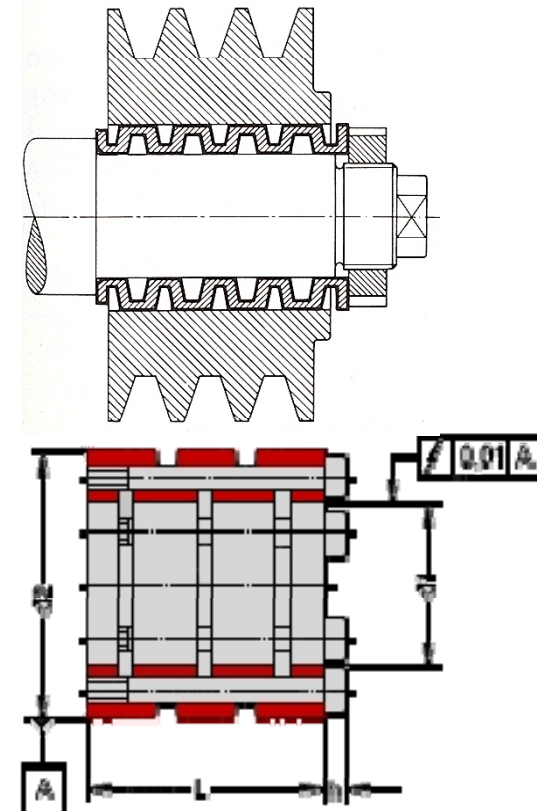
Schrumpfscheibenverbindung

Weitere Spannelementverbindungen

- Neben dem Kegelring-Prinzip kann der Passfugendruck durch elastische Verformung oder hydrostatischen Druck innerhalb eines Spannelementes aufgebracht werden. Beispiele für solche Verbindungen sind:

Druckhülsen

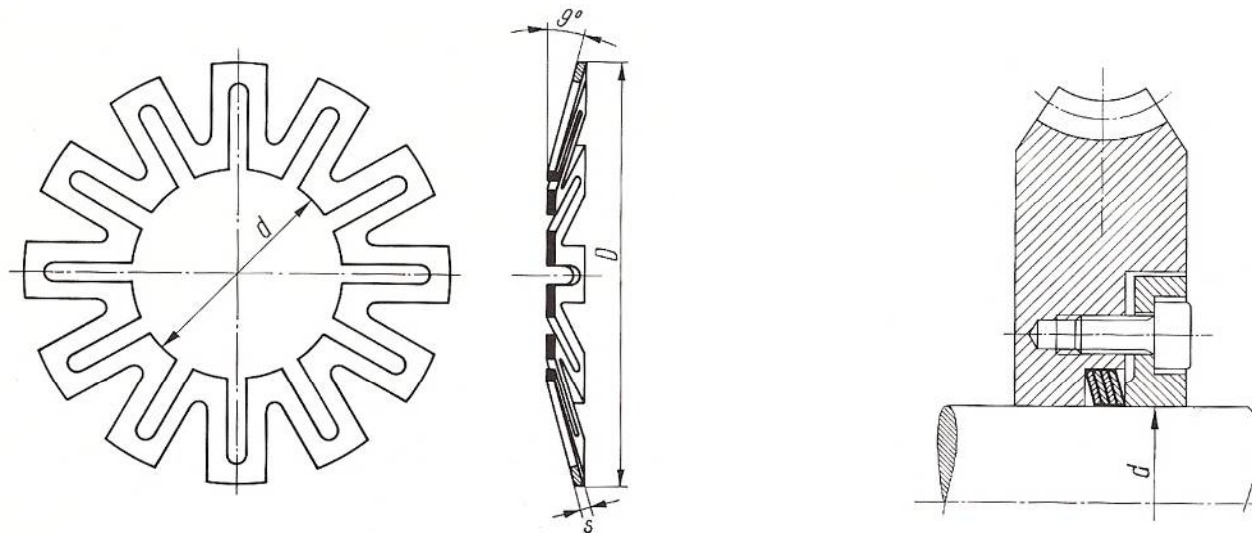
- Durch axiales Zusammendrücken der Hülse (trapezförmige Einschnitte) entsteht eine radiale Verformung, wodurch sich die radiale Spannwirkung erklärt.
- Druckhülsen werden bei geringem Spiel eingesetzt (H7/h7).



oben) Spannringhülse und unten) Spannringelement

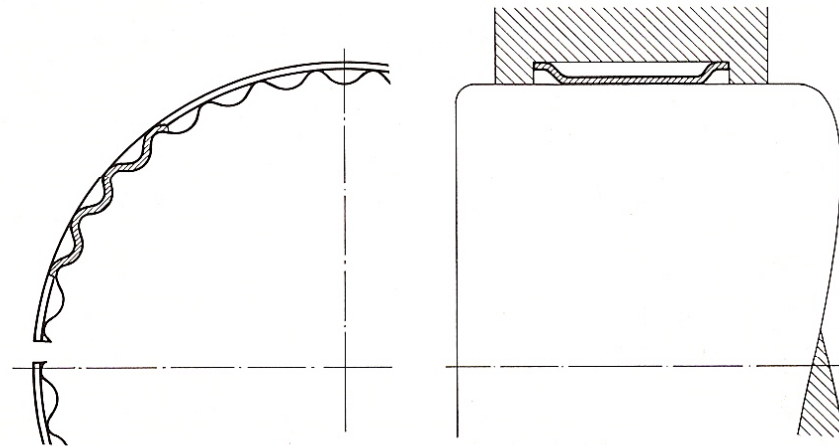
Sternscheiben

- Prinzip wie bei Druckhülsen
- sind flache kegelige, durch Schlitzungen sehr elastisch und bestehen aus Federstahl
-



links) Sternscheibe und rechts) Verbindung mit Sternscheibe

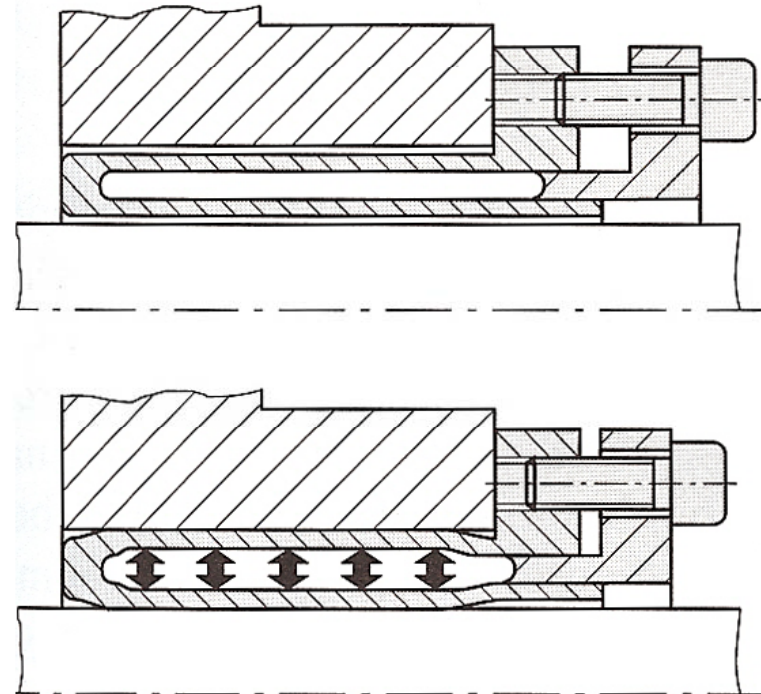
Toleranzringe



links) Toleranzring und *rechts)* Verbindung mit Toleranzring

Hydraulisches Spannelement

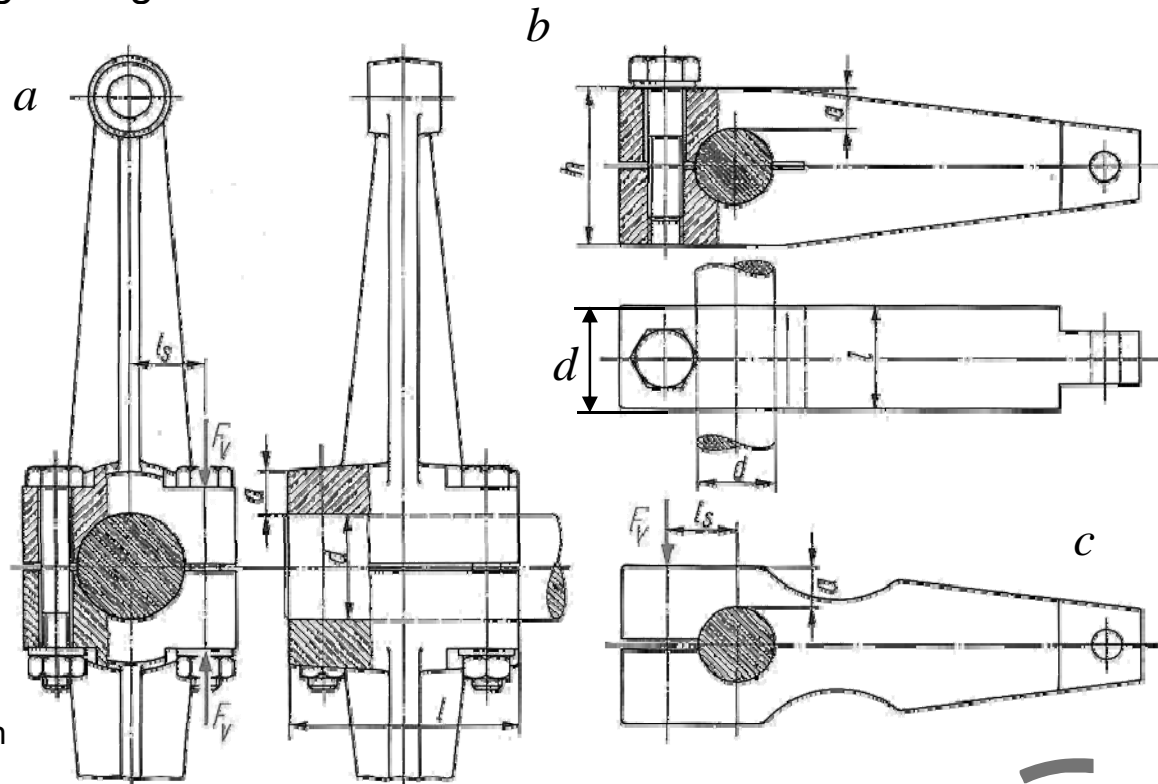
- Aufbringen eines gleichmäßigen Passfugendrucks in einer doppelwandigen Büchse mittels Kolben und Spannschrauben. Passungen: Welle h8-k6, Bohrung H7
 - wegen Dichtung und unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizients zwischen Buchse und Fluid
 - sehr gut zentrierfähig



ETB-Spannbuchse

4.4.7 Klemmverbindungen

- Die Klemmkräfte erzeugen, bezogen auf den Umfang, eine ungleichmäßige Flächenpressung. Aufgrund der Unsicherheit in der Flächenpressung und Reibungszahl werden diese nur bei kleinen, möglichst nicht dynamisch beanspruchten Belastungen eingesetzt.



Klemmverbindungen

a) mit geteilter Nabe

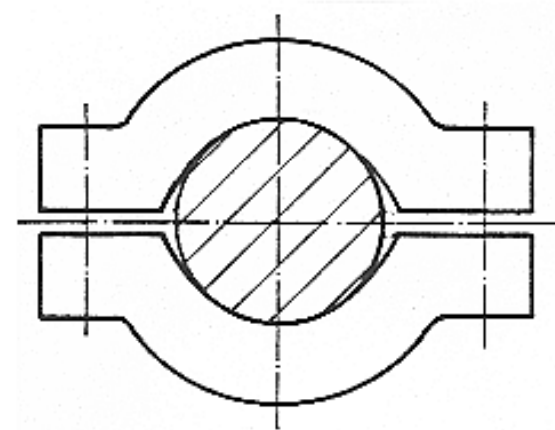
b) mit geschlitzter Nabe und weiterf. Schlitz

c) mit geschlitzter Nabe und Ausnehmungen

- Die Tragfähigkeitsberechnung erfolgt über das Kräfteleichgewicht bei der Aufnahme einer biegesteifen Nabe (Grenzfall).

F_S ... Schraubenkraft

i ... Anzahl der Schrauben



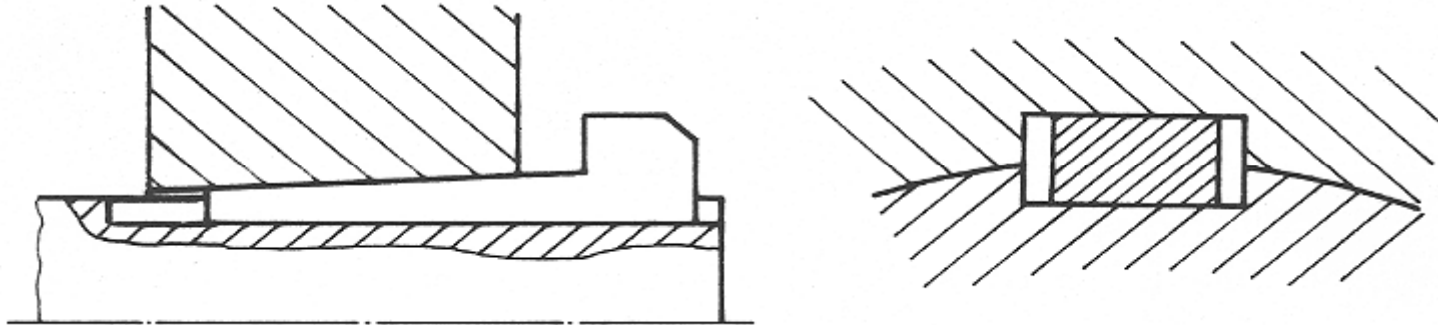
- Zur Berechnung der Fugenpressung kann ähnlich wie bei Stiftverbindungen der „Loch-leibungsdruck“ errechnet werden.

Erforderliche Haftsicherheit: $S_R = 1,8 \dots 2$

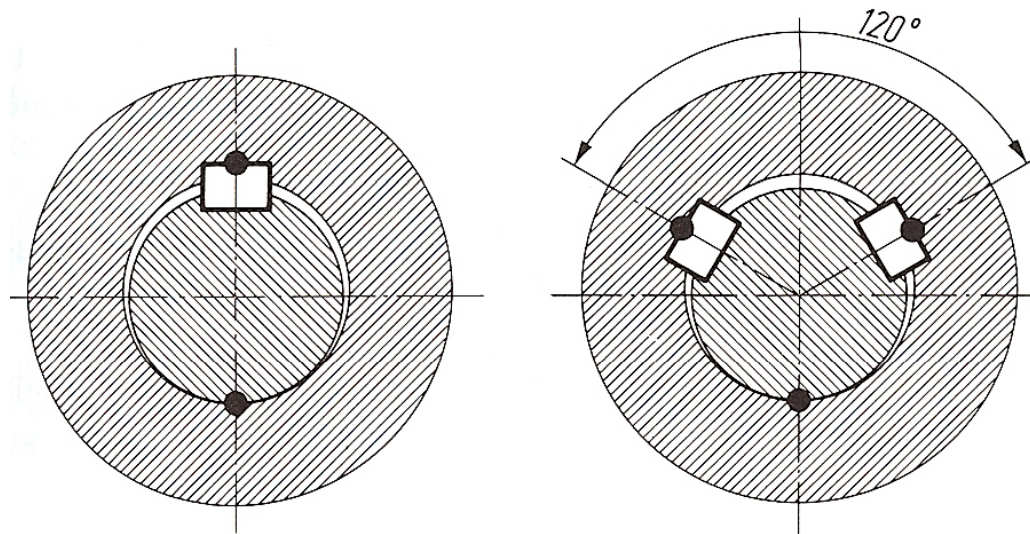
- Bei ungeteilten Verbindungen empfiehlt es sich, zur Erhöhung der Kontaktkraft den Schlitz weiterzuführen oder die Nabe biegeweich zu gestalten.

4.4.8 Keilverbindungen

- Im Vergleich zur Passfederverbindung stellt die Keilverbindung eine Reibschlussverbindung dar, bei der die Normalkraft F_N durch Eintreiben über die Keilfläche erzeugt wird.



- Die Berechnung der Axialkraft ist infolge der Unsicherheiten in Reibwert und Axialkraft (Eintreiben mit dem Hammer) nur überschlägig möglich. Bei genormter Neigung 1:100 und bei einem Reibwert $\mu = 0,1$ ist näherungsweise



Exzentrischer Sitz von Nabe und Welle nach dem Verkeilen

links) Zweipunktlage
rechts) Dreipunktlage

- Vorteile:

- Nachteil:

- Regel: Keine Mischung aus Form- und Reibschluss konstruieren, da

