
MASCHINENELEMENTE

Wellen und Achsen

Prof. Dr.-Ing. H. Gruss

6. Wellen und Achsen

6.1. Einführung

- Achsen und Wellen dienen der Lagerung rotierender oder schwingender Maschinenteile wie Räder, Rollen, Zahnräder, Gelenke.
- Sie nehmen die eingeleiteten Kraftgrößen auf und übertragen diese an die Abstützstellen weiter. Weitere Aufgaben sind:

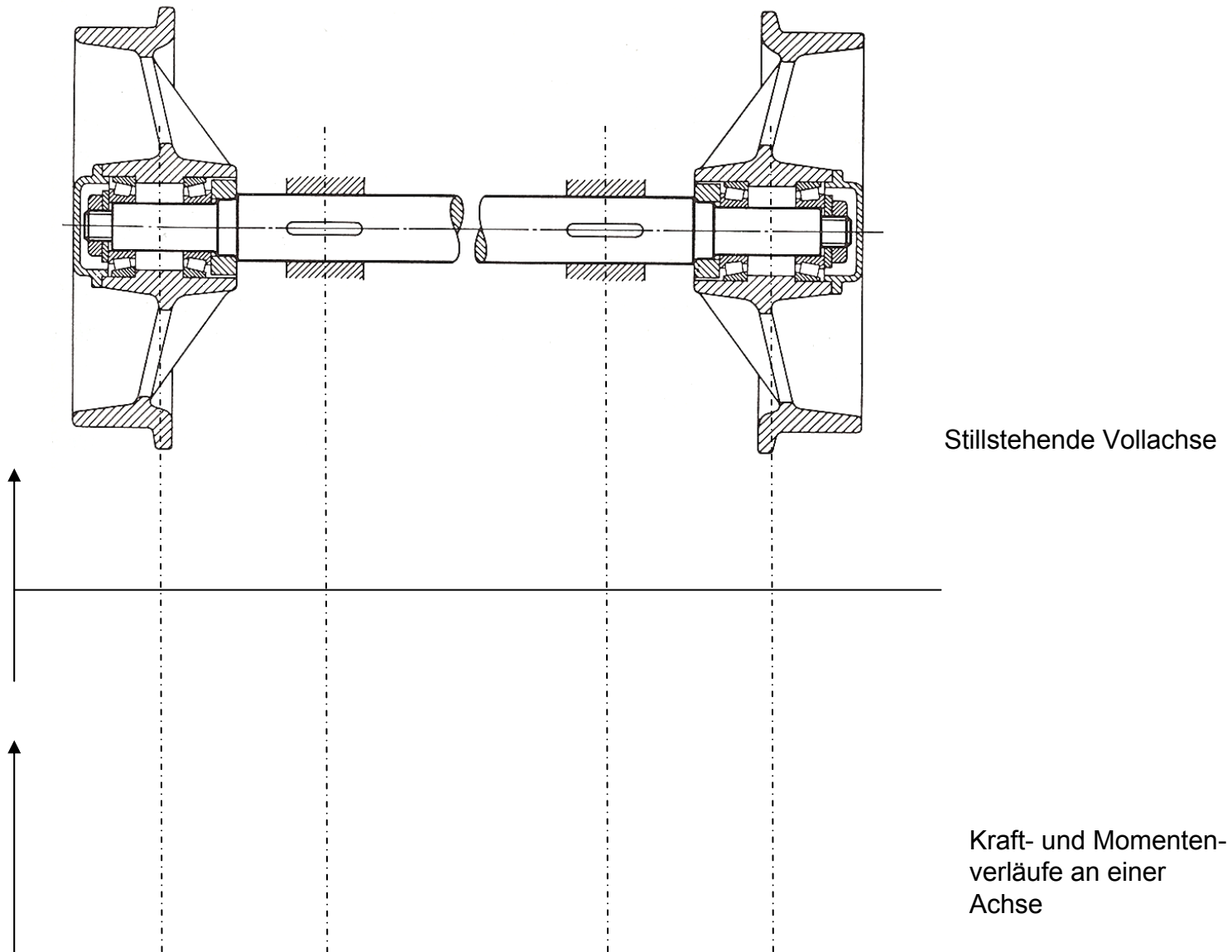
- Abhängig von der Hauptfunktion wird unterschieden:

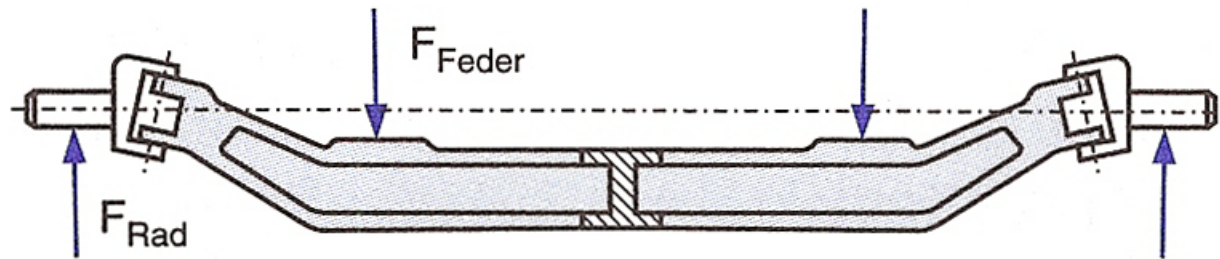
Achse:

Achsen können **feststehend** oder **umlaufend** verbaut sein. Ihrer Funktion können sie durch Längskräfte, Querkräfte und Biegemomente sowohl statisch als auch dynamische beansprucht werden, nicht aber auf

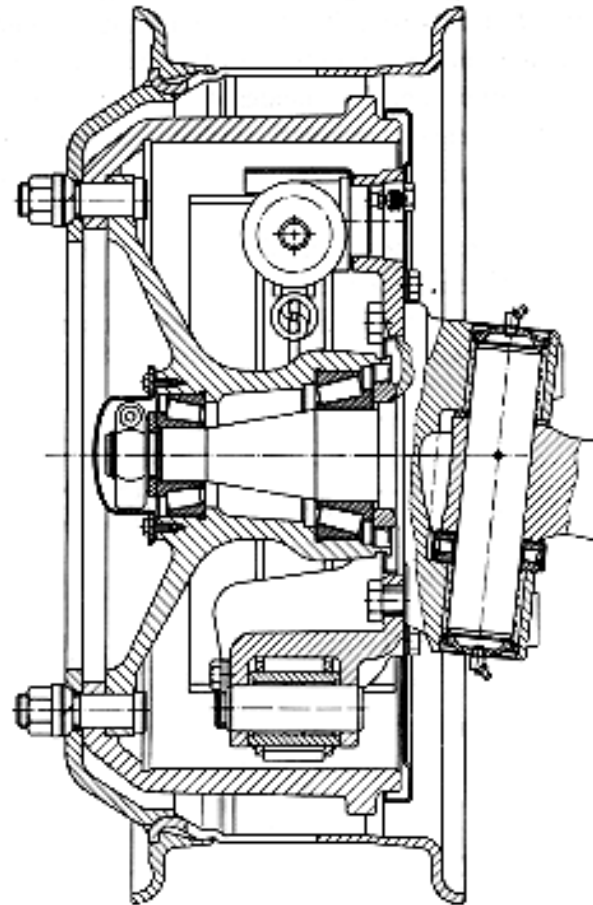
Hautbeanspruchung:

Zusatzbeanspruchung:

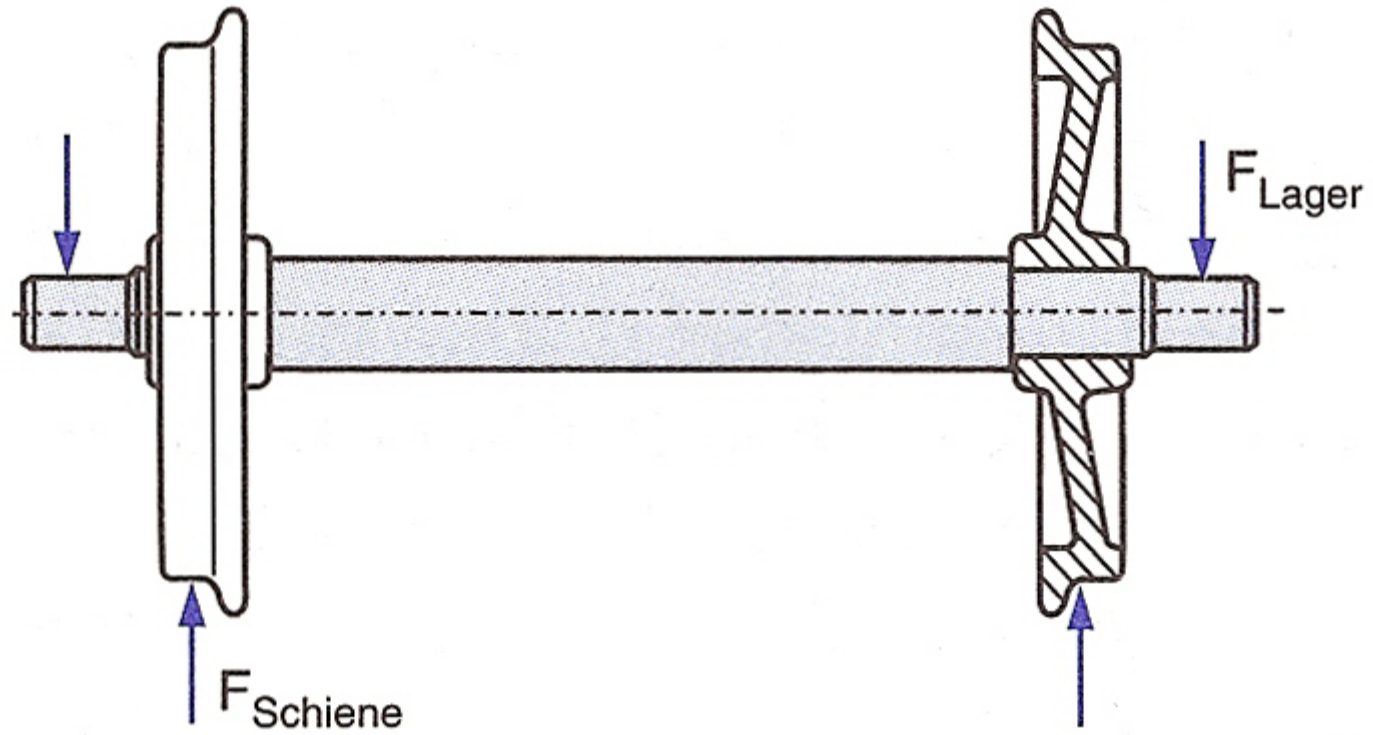




Stehende Nutzfahrzeugachse



Vorderrad eines
Nutzkraftwagens



Umlaufende Eisenbachachse

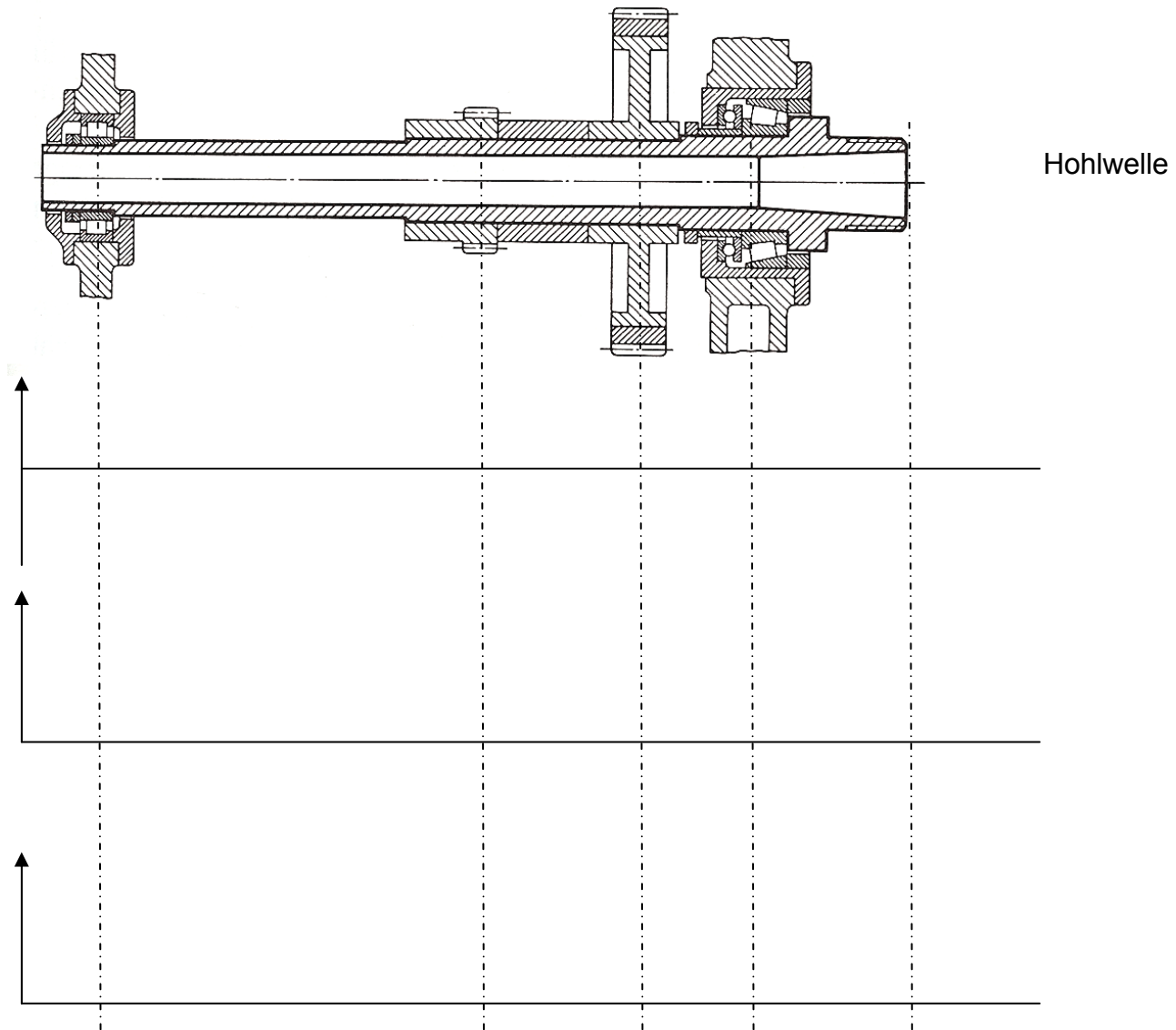
Welle:

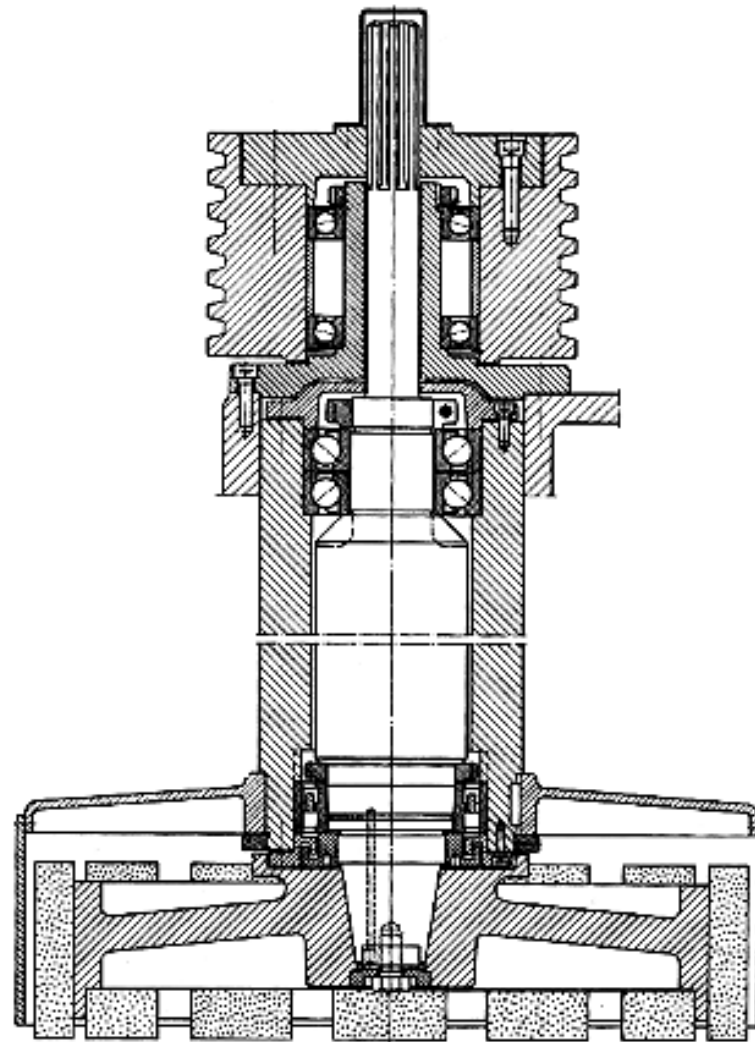
Neben der Drehmomentenübertragung übernehmen Wellen zusätzlich Abstützaufgaben (Querkräfte und Biegemomente, auch Längskräfte). Wellen sind immer drehbeweglich ausgeführt.

Hauptbeanspruchung:

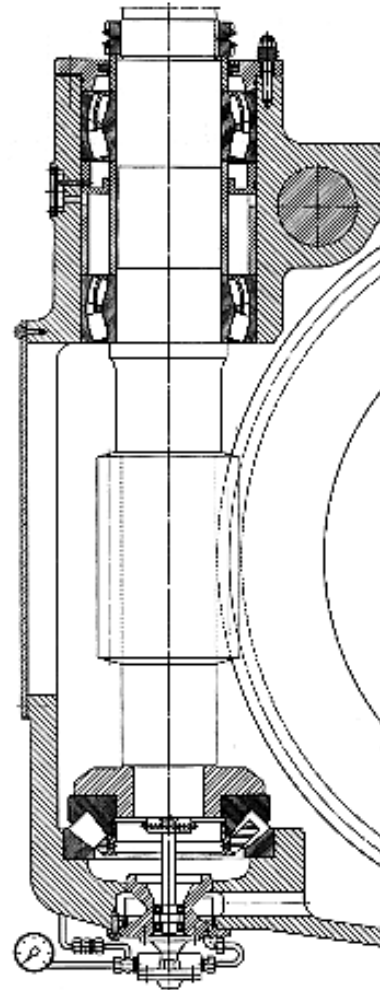
Zusatzbeanspruchung:

Kraft- und Momenten-
verläufe an einer
Welle

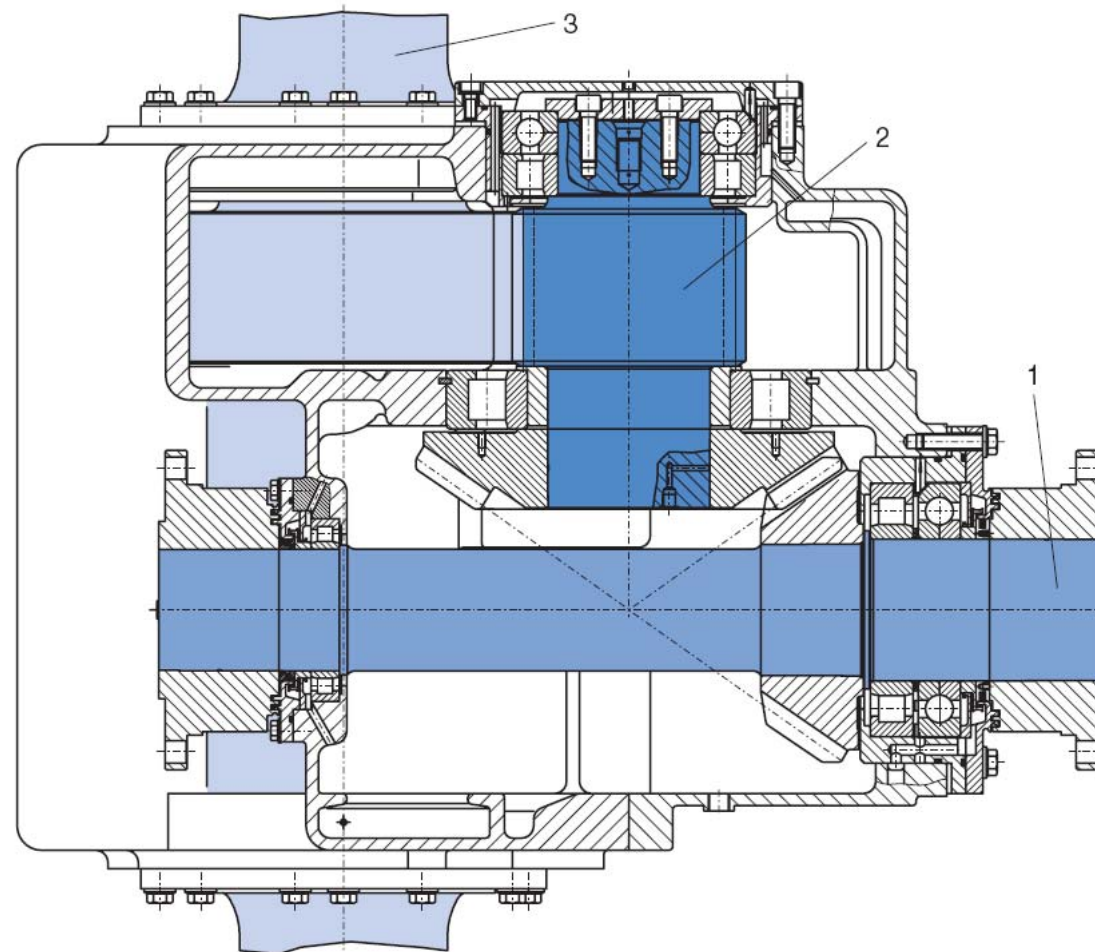




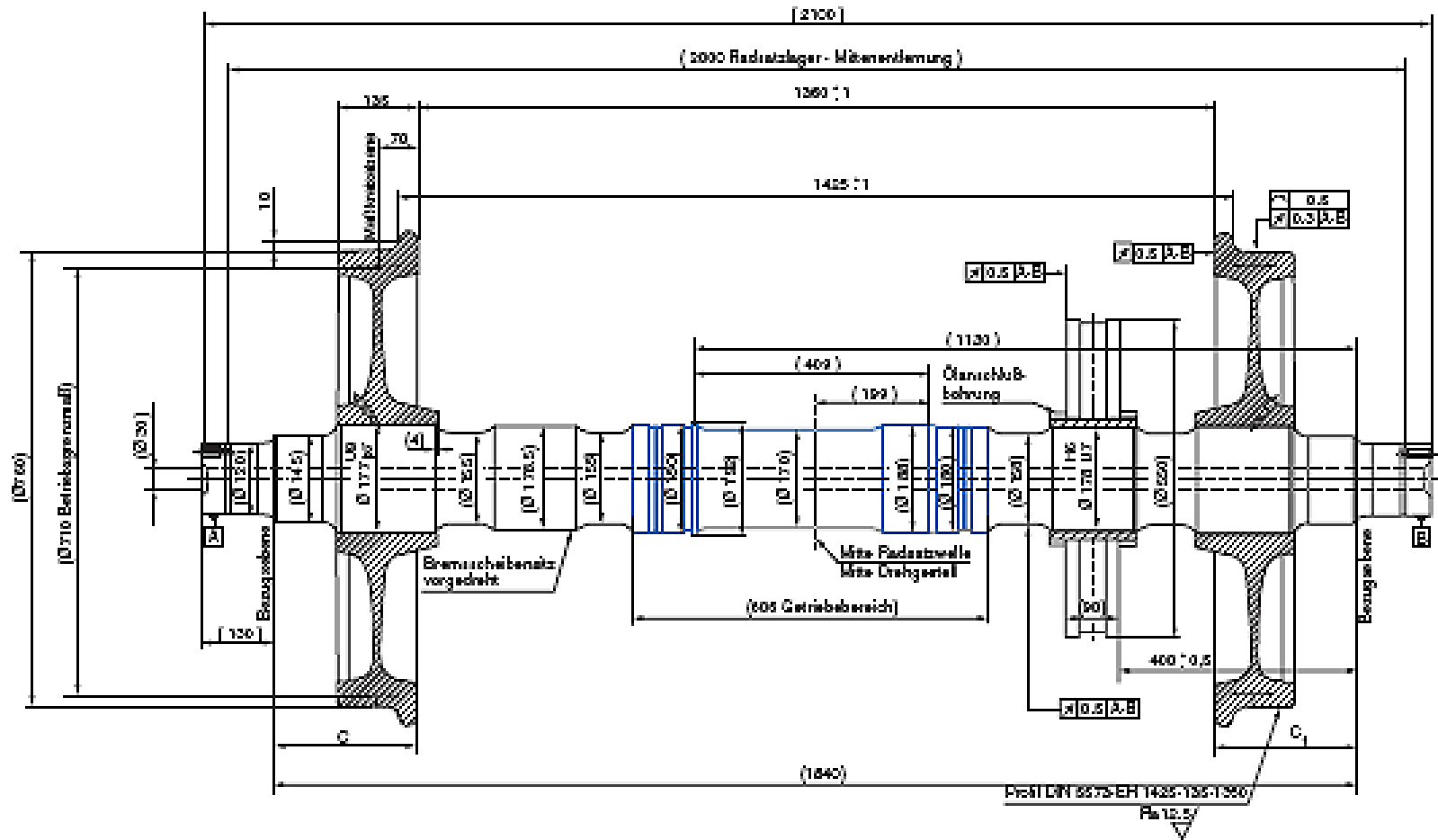
Schleifmaschine



Schneckengetriebe



Radsatzgetriebe als Kegelrad-Stirnradgetriebe
mit Eingangswelle (1), Zwischenwelle (2) und Abtriebswelle (3)



Radsatzwelle für ein Schienenfahrzeug

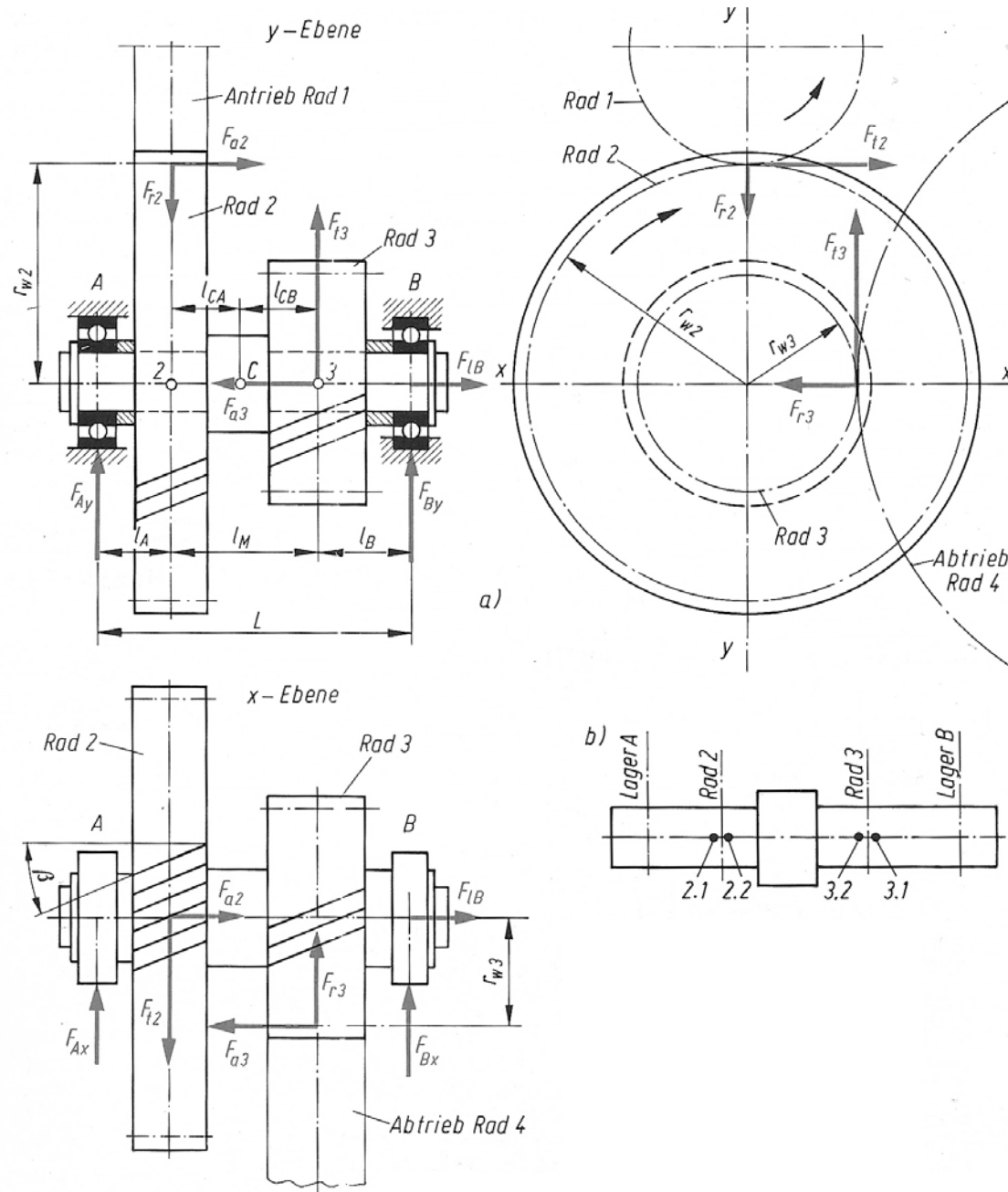
6.2. Biegemomente, Längskräfte und Torsionsmomente

- I. Die Wahl der Hauptabmessungen richtet sich in den meisten Fällen nach den konstruktiven Gegebenheiten wie z.B. Verzahnungsabmessungen, Lager, Wellen-Nabe-Verbindung. Aufgrund der vielfältigen Belastung in unterschiedlichen Ebenen und zahlreicher konstruktiver Vorgaben basiert die Dimensionierung auf der Trial-and-Error-Methode.

- II. Die Spannungen in Wellen und Achsen werden durch Lastgrößen hervorgerufen, die unterschiedlichen Lastfällen zuzuordnen sind.

- III. Es müssen sowohl die Sicherheiten für statische als auch für dynamische Beanspruchung nachgewiesen werden. Für Wellen und Achsen bedeutet dies:
- Mit der Maximalspannung (Mittelspannung + Ausschlagspannung) muss gegen Fließen und gegen Gewaltbruch ausgelegt werden.
 - Mit der Ausschlagspannung muss gegen die Dauerausschlagfestigkeit dimensioniert werden.
 - Die Festigkeit ist für die kritischen Stellen zu führen, an denen eine maximale Vergleichsspannung vermutet wird. Dies erfordert eine Analyse:

- IV. Die Analyse der Belastungen erfolgt für jeden Lastfall getrennt. Für jeden Lastfall ist grundsätzlich der dreiachsige Belastungszustand zu beachten. Für die rechnerische Auslegung empfiehlt sich die grafische Analyse in zwei Ebenen, um anschließend die resultierenden Kraftgrößen zu bilden.
- Die Vorgehensweise wird am folgenden Beispiel einer Zwischenwelle eines Zahnradgetriebes erläutert.

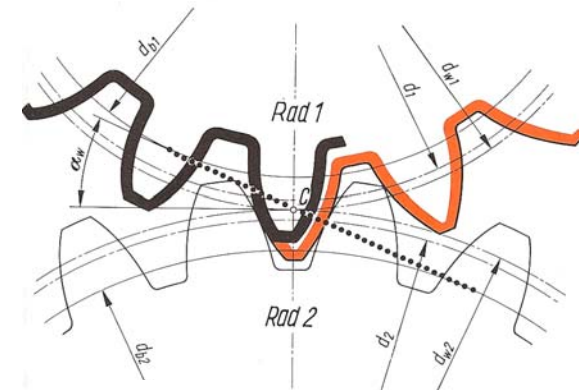


- Die Kräfte betragen in diesen Ebenen für die einzelnen Zahnräder allgemein ...

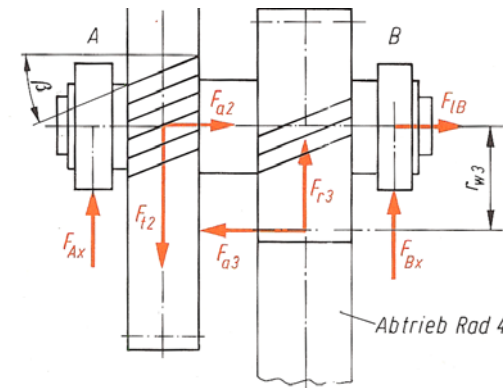
1. Tangentialkraft:

2. Radialkraft:

3. Axialkraft:



α_w ... Eingriffswinkel



β ... Schrägungswinkel

- ... und für das gezeigte Beispiel

1. Tangentialkraft:

2. Radialkraft:

3. Axialkraft:

- Als nächstes folgt die Berechnung der Lagerkräfte in A und B;
beachte Festlager / Loslager

4. Lagerkräfte in A und B für y-Ebene:

5. Lagerkräfte in A und B für x-Ebene:

- Anschließend erfolgt die Berechnung der Biegemomente für die Stellen, an denen ein Maximum der Belastungen bzw. eine maximale Durchbiegung vermutet wird.

→ Positionen 2 und 3 und C

6. Biegemomente in 2 und 3 und C für y-Ebene:

7. Biegemomente in 2 und 3 und C für x-Ebene:

Aus der Berechnung des resultierenden Biegemoments ergibt sich die höchste Biegebelastung in Punkt .

- Nun erfolgt die Berechnung der Längskräfte ...

8. Längskraft in Lager B (Festlager):

9. Längskraft in 3:

- ... und der resultierenden Querkraft in 3.

10. Querkraft in 3 für y-Ebene:

11. Querkraft in 3 für x-Ebene:

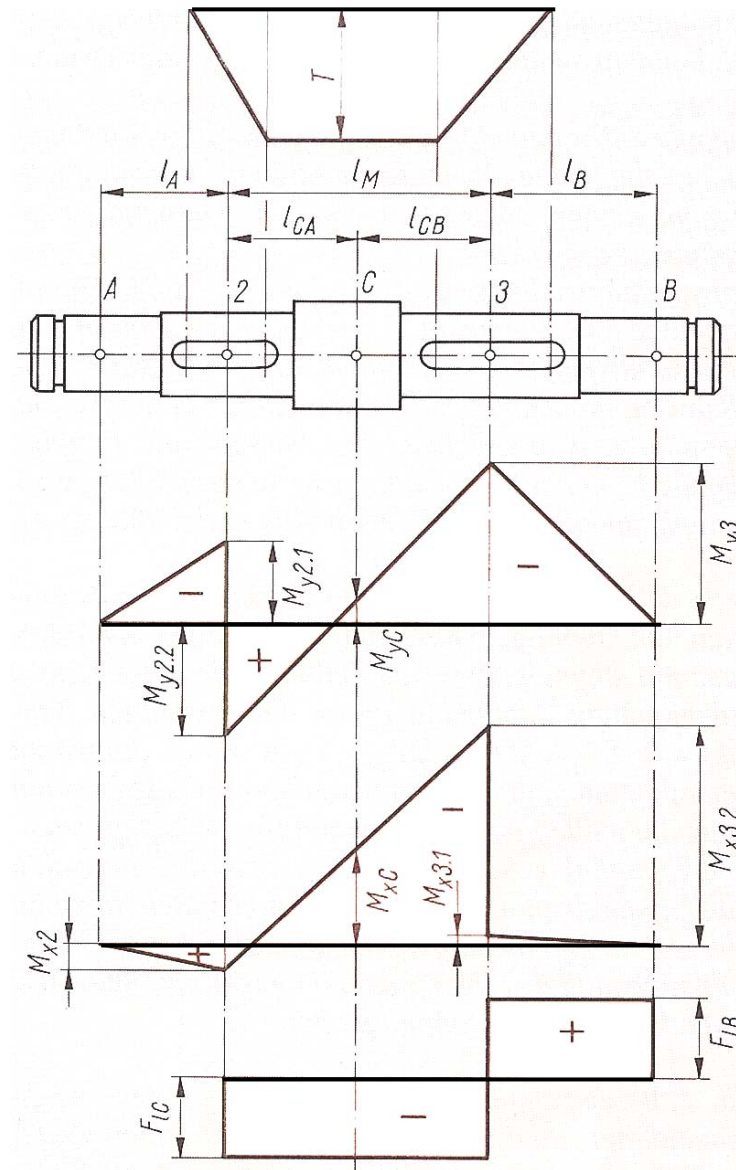
12. **resultierende Querkraft in 3:**

$$F_{q,3} = \sqrt{F_{q,3,y}^2 + F_{q,3,x}^2}$$

13. **resultierende Biegemoment in 3:**

$$M_b = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

14. Torsionsmoment in 3:



- V. Da Wellen und Achsen mit konstruktiven Kerben versehen sind, ist eine weitere Regel, diese so zu konstruieren, dass bekannte Formzahlen α_σ , α_τ bzw. Kerbwirkungszahlen β_σ , β_τ verwendet werden können.

Für die Berechnung der Nennspannungen gilt:

Normalspannungen:

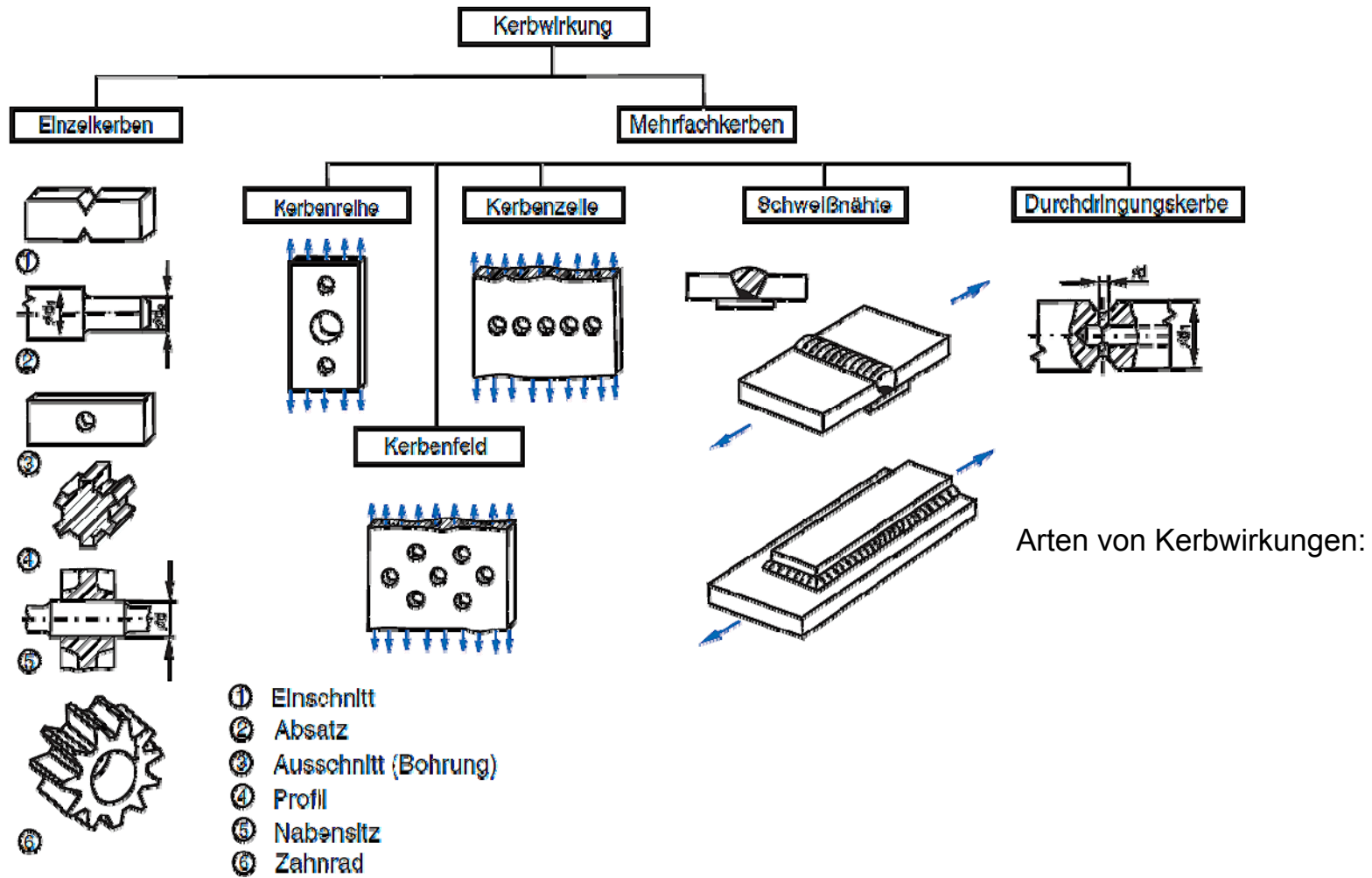
Schubspannungen:

Biegespannungen:

Torsionsspannungen:

6.3. Kerbwirkung

- Wellen und Achsen stimmen in der Regel nicht mit idealisierten „glatten Normproben“ ein, sondern sind mit konstruktiven Kerben versehen. Deshalb sollten Wellen und Achsen möglichst so konstruiert werden, dass sie



Beispiele für konstruktive Kerben und Kerben an Fügestellen

- Kerben rufen eine Behinderung des Kraft- und Momentenflusses hervor, der zurückzuführen ist auf:

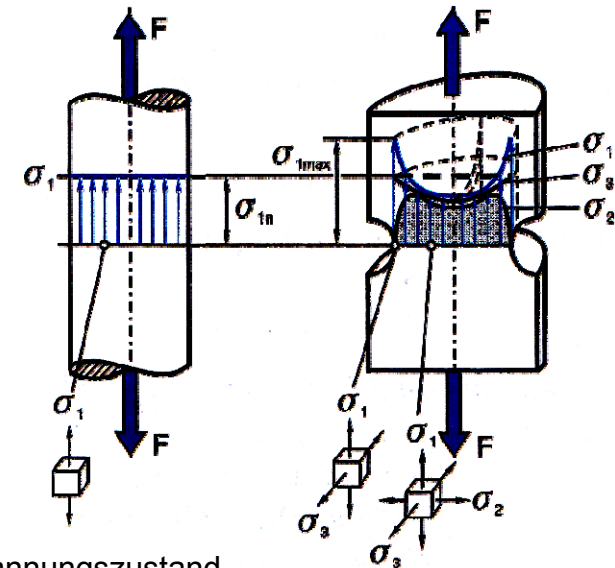


- Im Kerbgrund eines gekerbten Rundstabs, liegt unter Zugbeanspruchung im Bauteilinnern ein dreiachsiger Spannungszustand mit gleichsinnig gerichteten Hauptspannungen vor.

- positive Zugspannung $\sigma_{1\max}$
- positive Umlaufspannung (Tangentialspannung) σ_2
- positive Radialspannung σ_3

→ Maßgebend ist die maximale Zugspannung in der Randfaser

- Grundsätzlich führen Kerben zu:

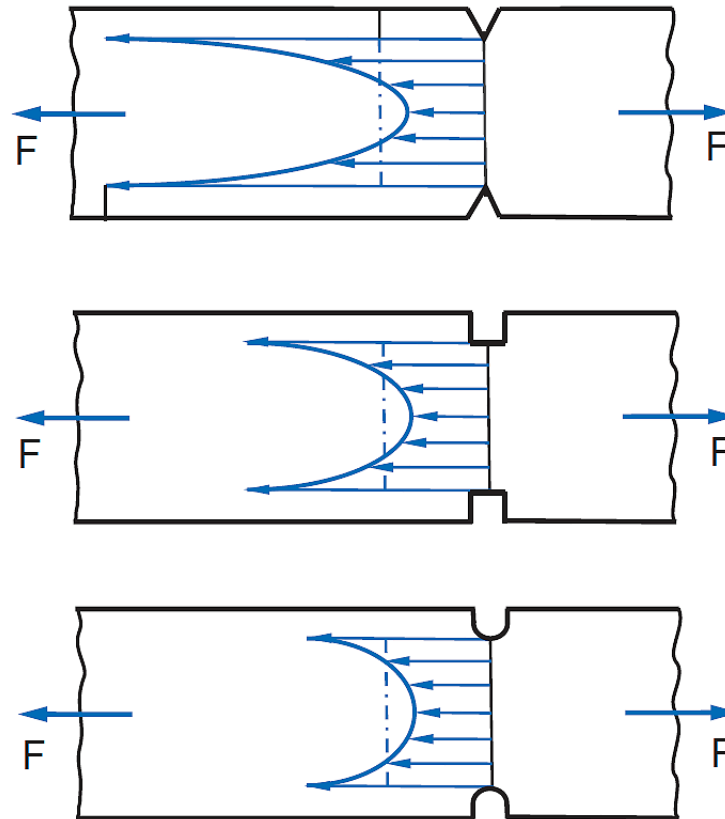


Spannungszustand
links) im glatten Stab
rechts) im ringgekerbten Zugstab

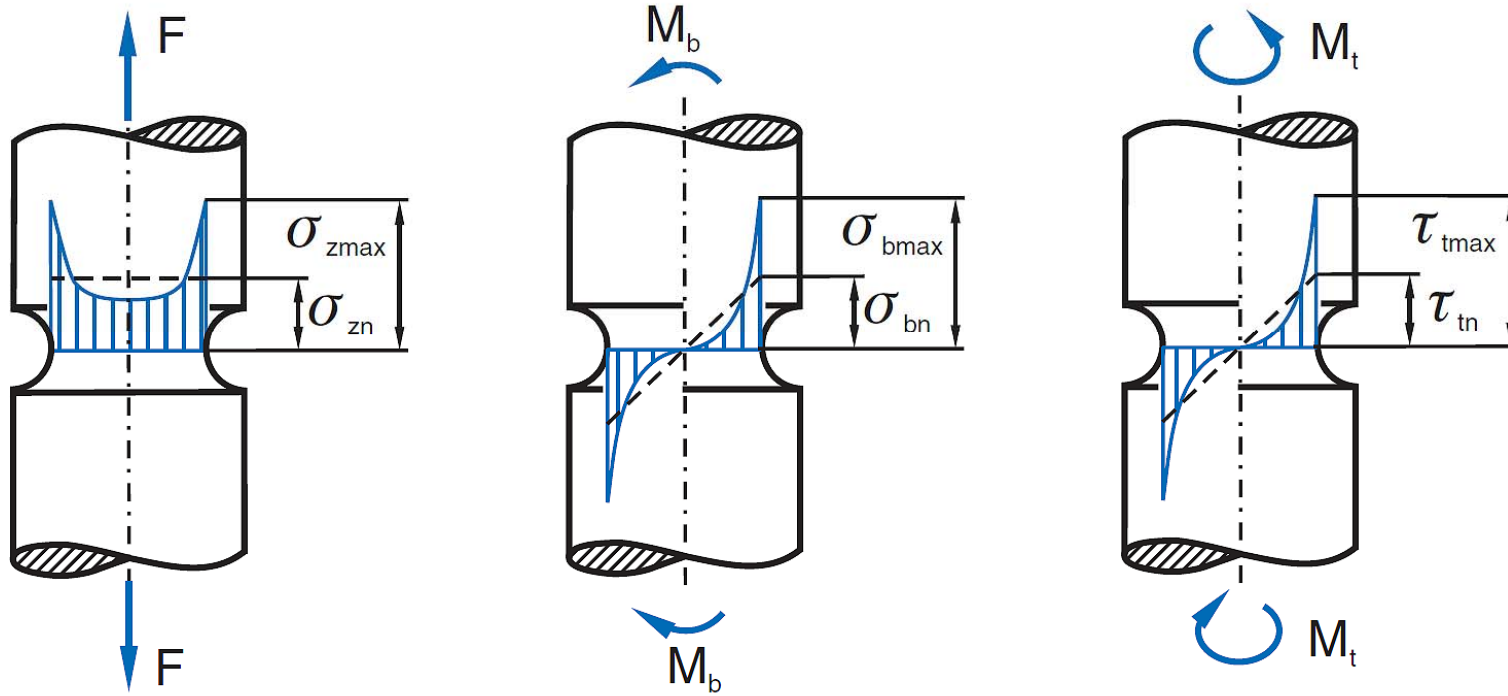
- Die Nennspannung σ_n bezieht sich auf die gleichmäßige Spannungsverteilung bezogen auf den Durchmesser des Kerbquerschnitts.

- Zwei Einflussgrößen bestimmen die das Spannungsgeschehen im Kerbgrund.

1)



2)



wobei

>

>

- Bei Vorliegen einer statische Beanspruchung können die Verhältnisse von maximaler Spannung zu Nennspannung ausgedrückt werden durch die

$$= \frac{\sigma_{zd \max}}{\sigma_n} \quad \text{bei Zug/Druck}$$

$$= \frac{\sigma_{b \max}}{\sigma_{bn}} \quad \text{bei Biegung}$$

$$= \frac{\tau_{t \max}}{\tau_{tn}} \quad \text{bei Torsion}$$

- Die Kerbspannungen bei Schubbeanspruchung ist nur für Wellen bei

$$\frac{l}{d} < 5 \quad \text{zu führen.}$$

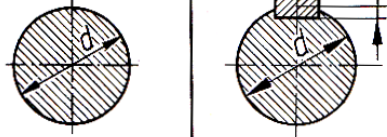
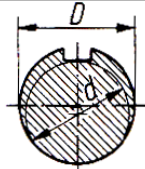
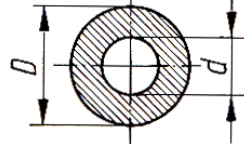
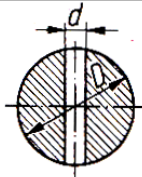
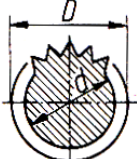
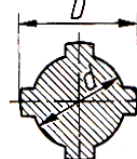
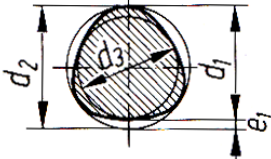
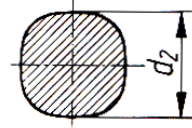
- Für die einzelnen Nennspannungen gilt:

Zug/Druck

Biegung

Schub

Torsion

					
	Glatte Welle oder genutete mit Keil oder Paßfeder	Genutete Welle	Glatte Hohlwelle	Durchbohrte Welle	
W_b	$\approx 0,1d^3$		$\approx 0,012(D + d)^3$	$\approx 0,1 \frac{D^4 - d^4}{D}$	$\approx 0,1 D^3 - 0,17d D^2$
W_t	$2W_b$	$\approx 0,2(d - t_1)^3$	$\approx 0,2d^3$	$= 2W_b$	$\approx 2W_b$
I_b	$\approx 0,05d^4$		$\approx 0,003(D + d)^4$	$\approx 0,05(D^4 - d^4)$	$\approx 0,05D^4 - 0,083d D^3$
I_t	$\approx 0,1d^4$	$\approx 0,1(d - t_1)^4$	$\approx 0,1d^4$	$= 2I_b$	$\approx 2I_b$
					
	Verzahnte Welle	Keilwelle	Polygonwelle P3G	Polygonwelle P4C	
W_b	$\approx 0,012(D + d)^3$		$\approx 0,012(D + d)^3$	$\approx I_t/d_1$	$\approx 0,15d_2^3$
W_t	$= 2W_b$		$= 2W_b$	$\approx 2I_t/d_1$	$\approx 0,2d_2^3$
I_b	$\approx 0,003(D + d)^4$		$\approx 0,003(D + d)^4$	$\approx I_t/2$	$\approx 0,075d_2^4$
I_t	$= 2I_b$		$= 2I_b$	$= \frac{\pi d_1^2}{4} \left(\frac{d_1^2}{8} - 3e_1^2 \right) - 6\pi \cdot e_1^4$	$\approx 0,1d_2^4$

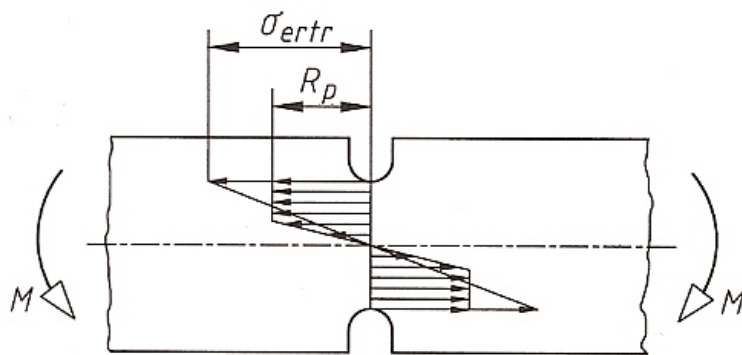
Widerstands- und Flächenmomente zweiten Grades verschiedener Querschnitte

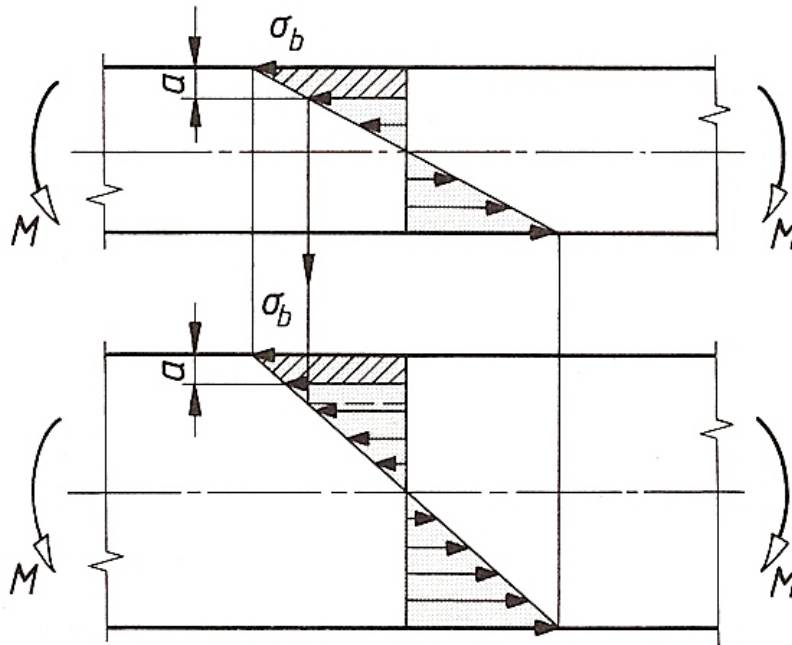
- Die Kerbwirkungszahl lässt sich nach dem Berechnungsverfahren von Siebel auch aus dem Verhältnis Formzahl zu Stützziffer formulieren.

- Übersteigen die maximalen Spannungen die Zugfestigkeit im Kerbgrund – es liegt lokales plastisches Fließen vor! –, dann wird mit zunehmender Duktilität der Einfluss der Kerbform geringer.

Gleichzeitig werden die Bereiche neben der Kerbe bzw. im Zentralbereich stärker belastet und übernehmen somit eine

Hieraus erklärt sich die höhere Streckgrenze gekerbter Proben gegenüber ungekerbter Proben.



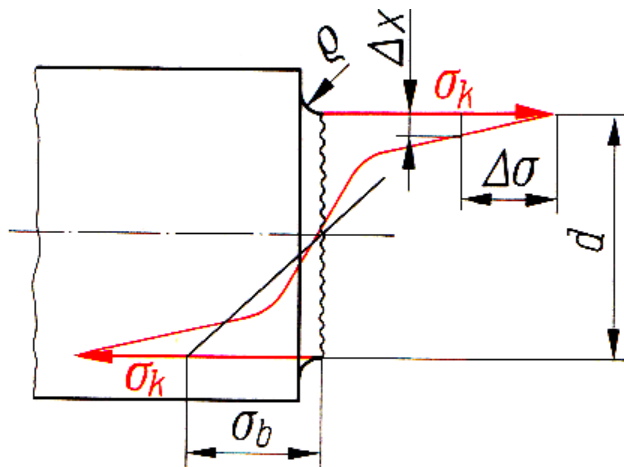


Bei gleicher Randfaserspannung ist bei einem kleineren Durchmesser das Spannungsgefälle G' größer. Bei überschreiten der Fließgrenze kann der weniger beanspruchte Zentralbereich besser plastisch verformen und die Spannungsüberhöhungen im Randbereich abmildern.

- Mit der plastischen Stützzahl können „Tragreserven“ genutzt werden, die das Bauteil nach Überschreiten der Fließgrenze (= Streckgrenze) noch besitzt. Dies gilt nur für duktile Werkstoffe.

- Der Abbau der Spannungen bewirkt eine gleichmäßigere Spannungsverteilung im Stützbereich und somit eine kleinere Maximalspannung. Deshalb ist:

- Die Ermittlung der Stützzahl erfolgt in 2 Stufen:



	Kerbenform	Beanspruchungsart	$G^\circ [1/mm]$	$G' [1/mm]$	
Flachstab	1	Zug-Druck	$2/r$	0	
	2	Zug-Druck	0	0	
		Biegung	$2/b$	$2/b$	
	3	Zug-Druck	0	$2/r$	
		Biegung	$2/b_2$	$2/b_2 + 2/r$	
	4	Zug-Druck	0	$2/r$	
		Biegung	$4/(b_1 - b_2)$	$4/(b_1 + b_2) + 2r$	
	Rundstab	5	Zug-Druck	0	0
			Biegung	$2/d$	$2/d$
Torsion			$2/d$	$2/d$	
6		Zug-Druck	0	$2/r$	
		Biegung	$2/d_2$	$2/d_2 + 2/r$	
		Torsion	$2/d_2$	$2/d_2 + 2/r$	
7		Zug-Druck	0	$2/r$	
		Biegung	$4/(d_1 - d_2)$	$4/(d_1 + d_2) + 2r$	
		Torsion	$4/(d_1 + d_2)$	$4/(d_1 + d_2) + 2r$	
8	Torsion	$2/d_1$	$2/d_1 + 1/r$		
9	Biegung	$2/d_1$	$2/d_1 + 4/r$		
	Torsion	$2/d_1$	$2/d_1 + 3/r$		

Spannungsgefälle für verschiedene Kerbformen

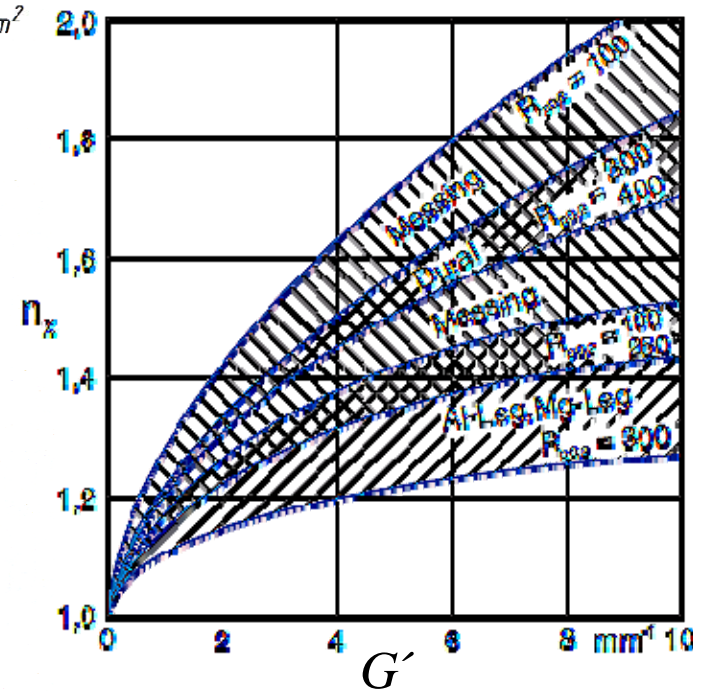
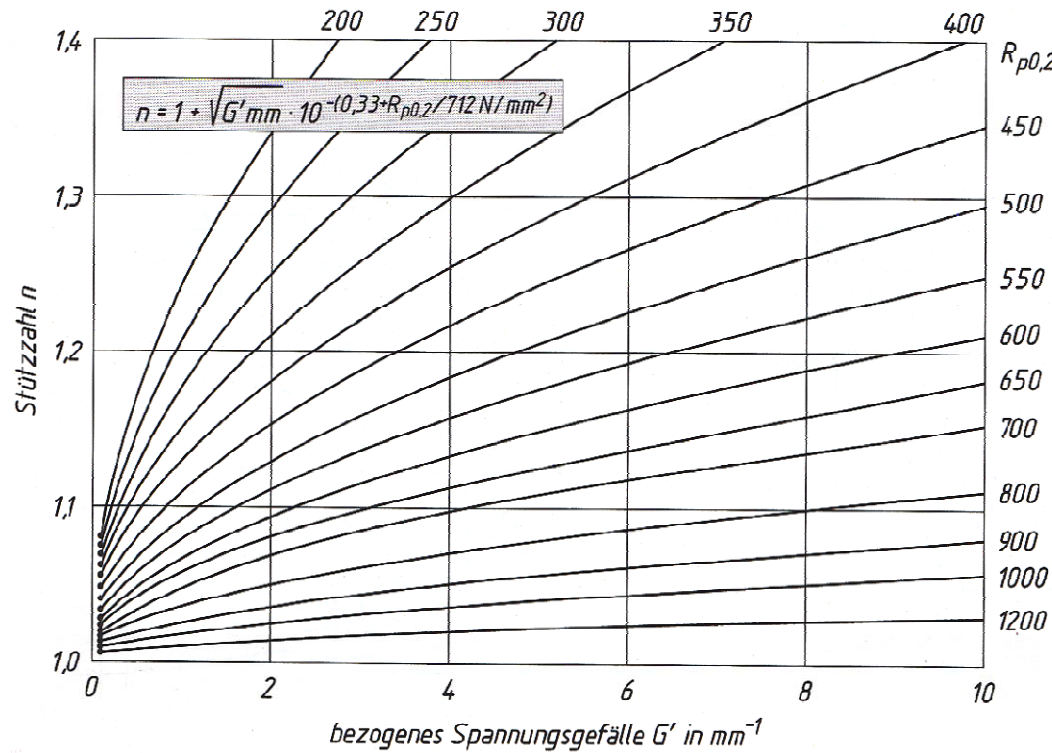
G' mm^{-1}	R_e bzw. $R_{p0,2}$ in N/mm^2								
	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,2	1,05	1,05	1,04	1,04	1,04	1,03	1,02	1,01	1,01
0,4	1,10	1,10	1,08	1,07	1,07	1,06	1,05	1,03	1,02
0,5	1,13	1,12	1,10	1,09	1,09	1,08	1,06	1,04	1,03
0,6	1,16	1,15	1,13	1,11	1,10	1,09	1,07	1,05	1,04
0,8	1,22	1,21	1,20	1,16	1,12	1,10	1,07	1,05	1,04
1,0	1,28	1,27	1,26	1,20	1,13	1,10	1,08	1,06	1,05
2,0	1,30	1,32	1,33	1,26	1,20	1,16	1,11	1,08	1,06
4,0	1,43	1,40	1,37	1,33	1,30	1,24	1,18	1,13	1,09
6,0	1,53	1,48	1,44	1,48	1,38	1,29	1,20	1,15	1,11
8,0	1,60	1,55	1,50	1,46	1,42	1,33	1,25	1,18	1,12
10,0	1,67	1,60	1,54	1,48	1,44	1,35	1,26	1,20	1,13

Stützzahlen für Stähle

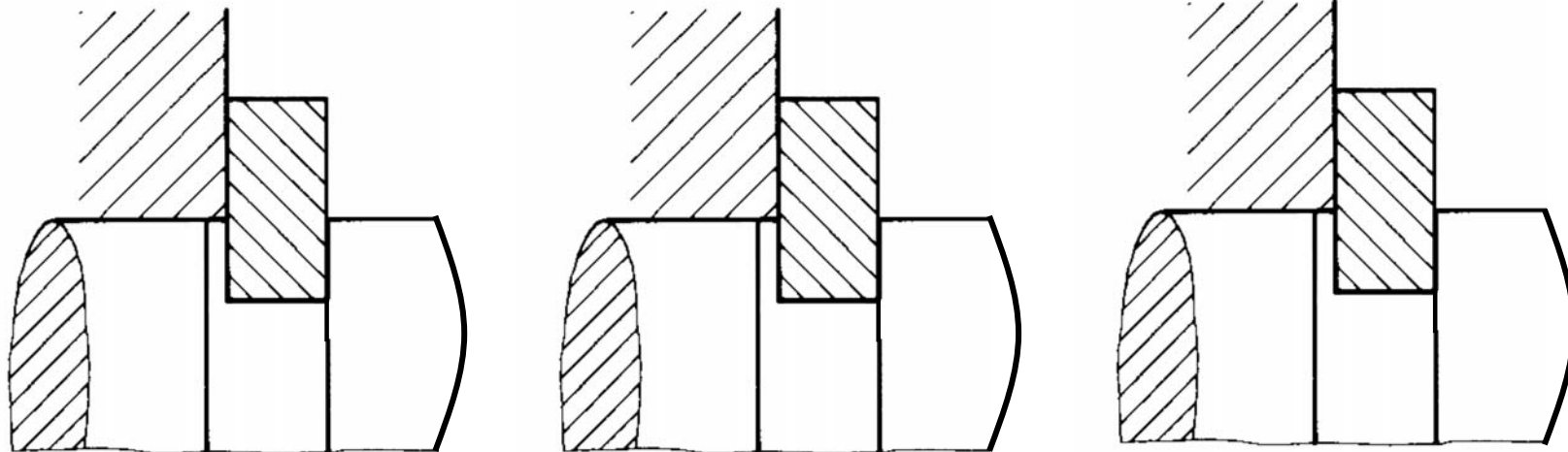
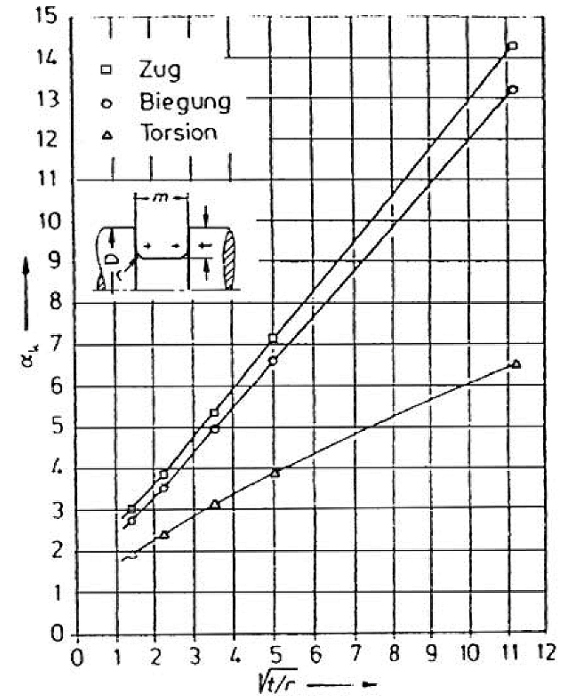
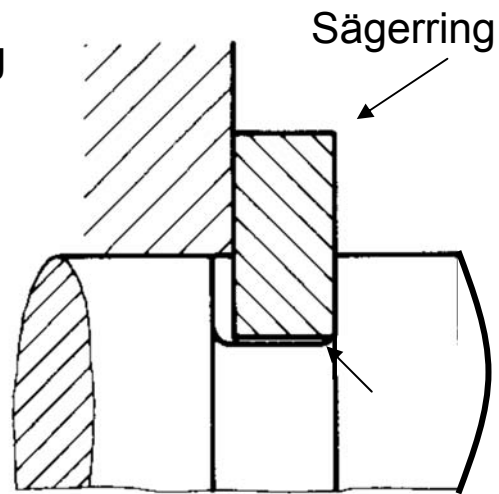
Stützzahlen für

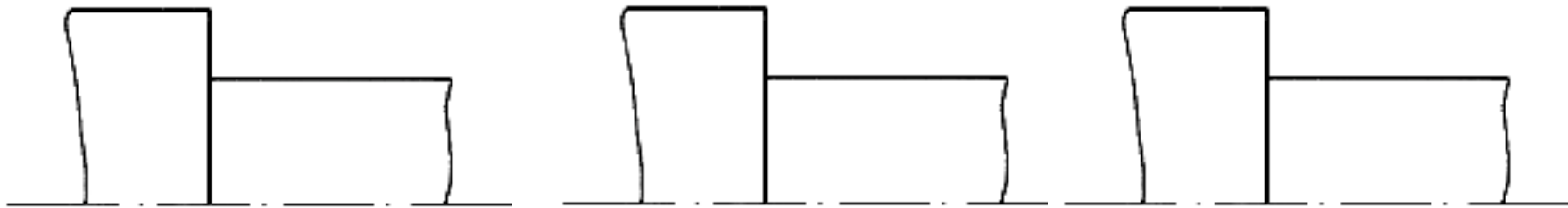
Walzstähle nach DIN 743

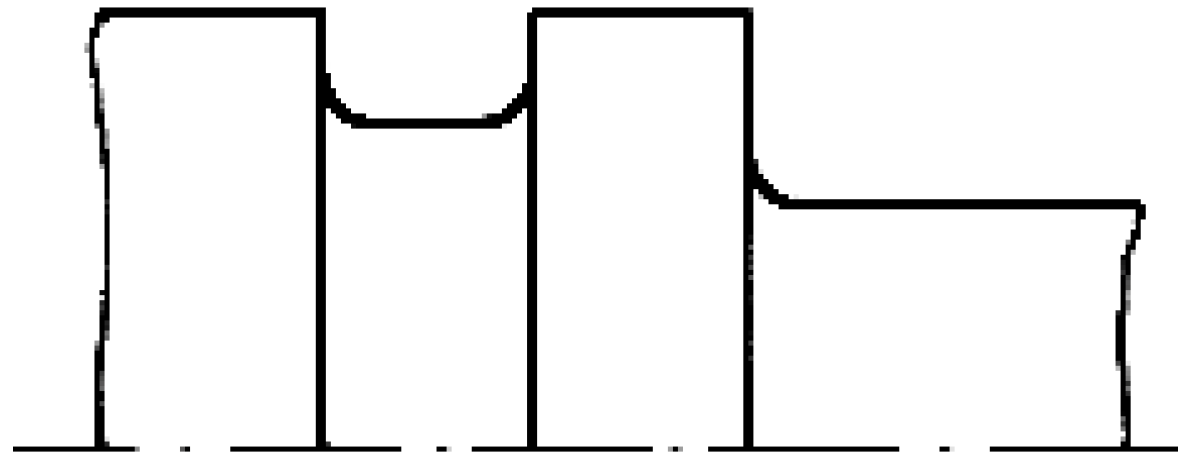
Nichteisenmetalle

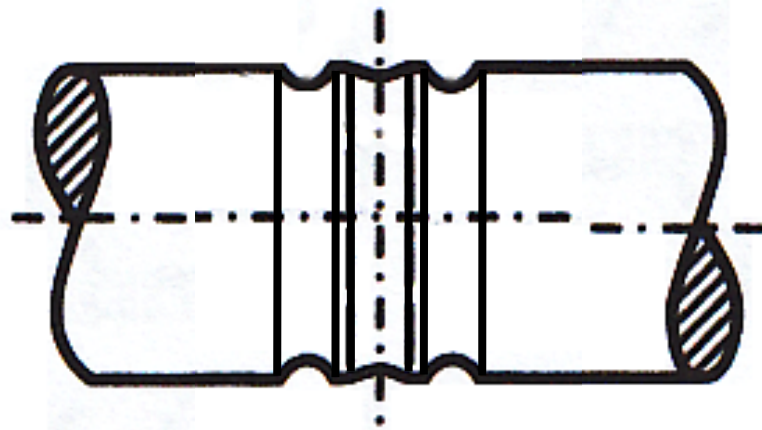
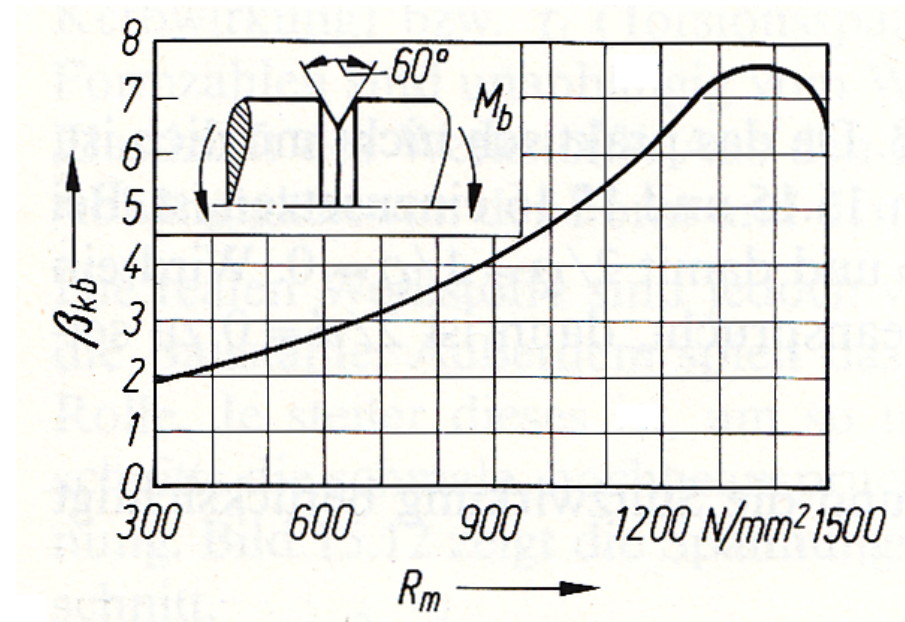


Kerbreduzierende Gestaltung

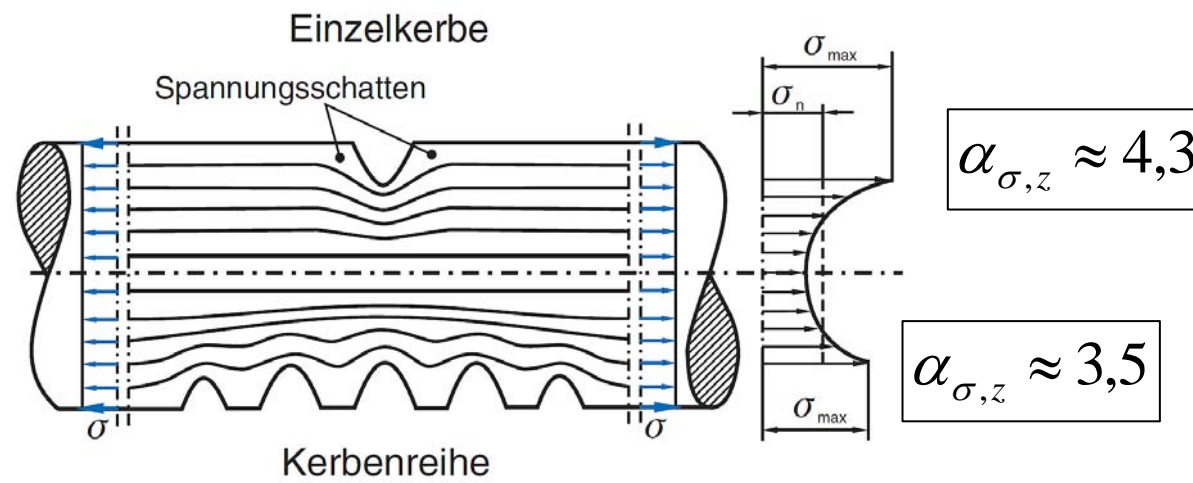




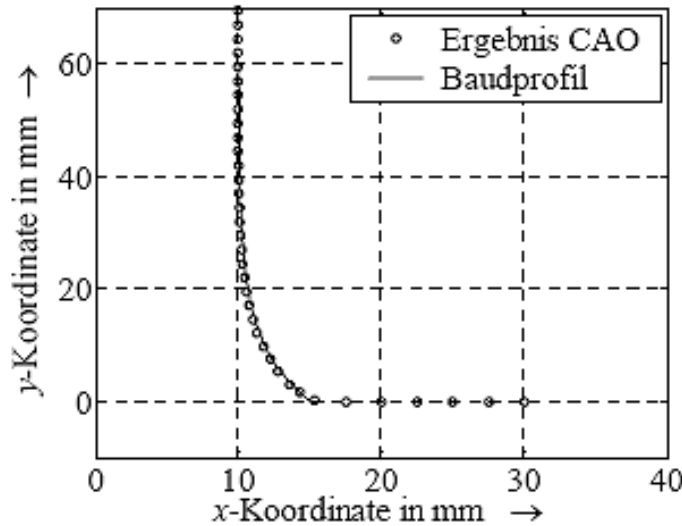
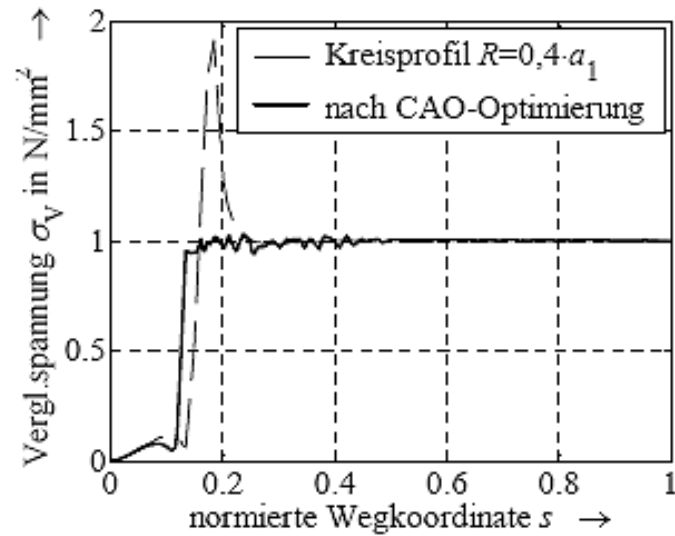
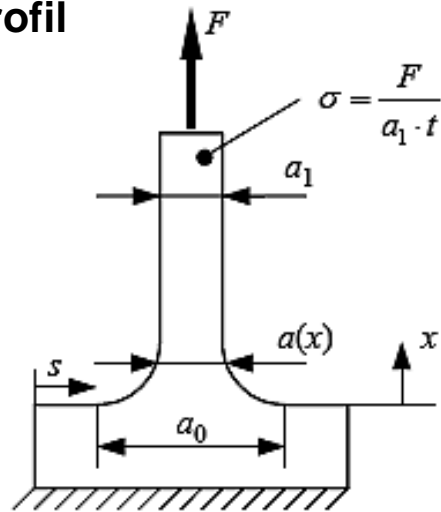




Tragfähigkeitssteigerungen lassen sich durch Anwendung von Entlastungskerbten erzielen, wobei die Nuttiefe der Entlastungskerbten von großem Einfluss sind.



Baud-Profil



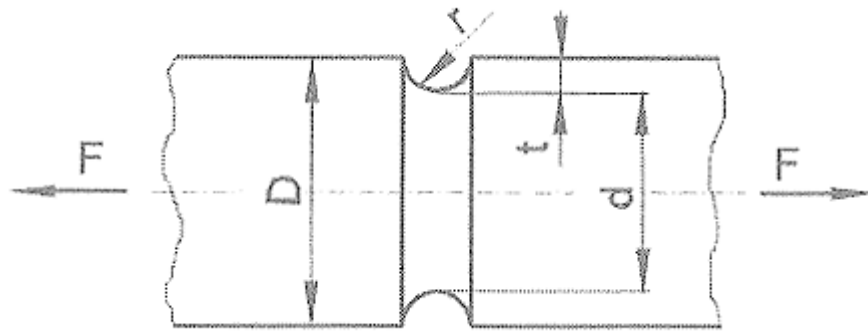
$$a(x) = a_0 \cdot \left[\frac{a_1}{a_0} + \left(1 - \frac{a_1}{a_0} \right) \cdot e^{-\frac{a_0}{2 \cdot a_1^2} x} \right]$$

$$a_0 = 1,637 \cdot a_1$$

- gleichmäßige Randfaserspannungen
- gewichts- und spannungsoptimiert

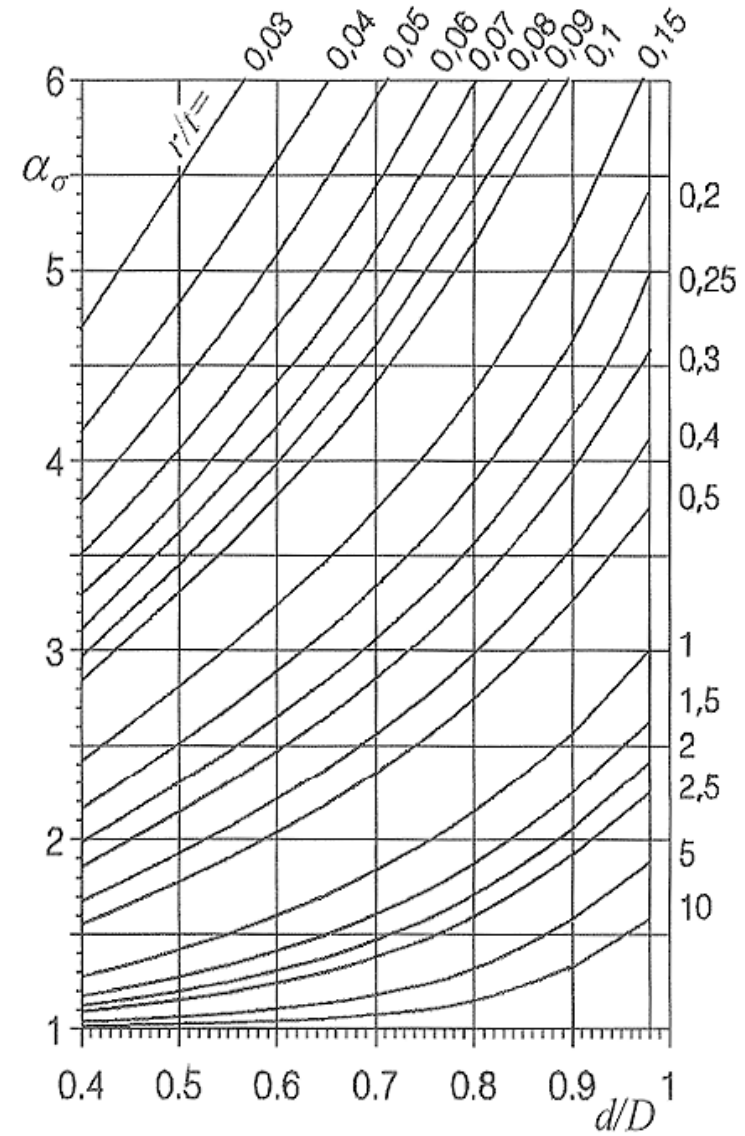
Gekerbter Rundstahl bei Zug/Druck

Formzahl:



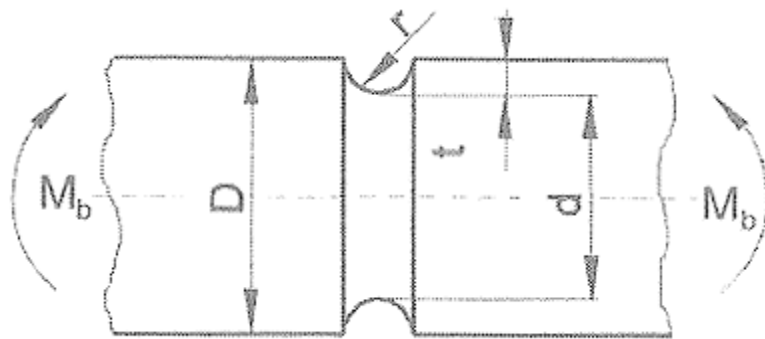
$$\sigma_n = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}, \quad r > 0, \quad d/D < 1$$

$$\alpha_\sigma = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,22 \cdot \frac{r}{t} + 2,74 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}}$$



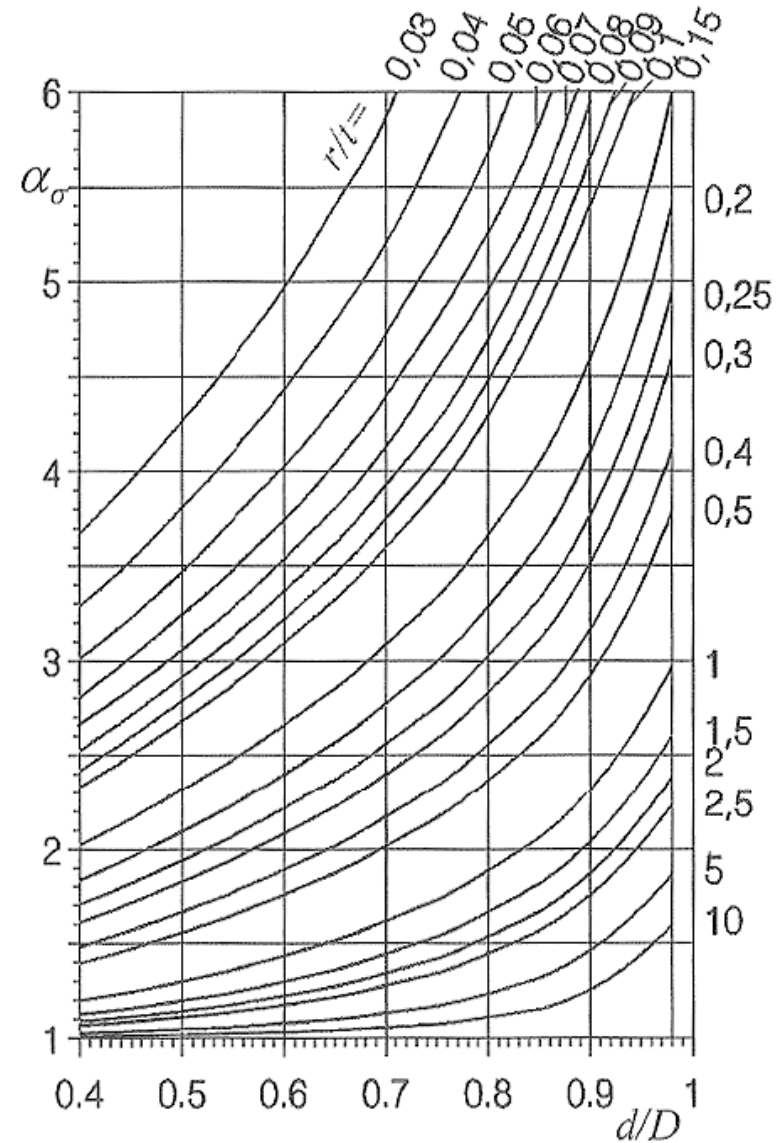
Gekerbter Rundstahl bei Biegung

Formzahl:



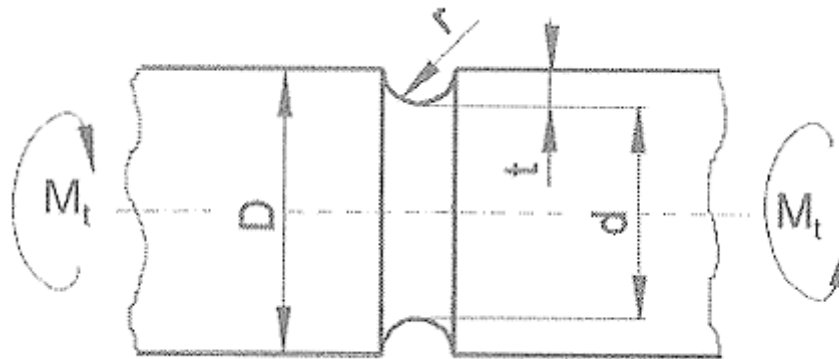
$$\sigma_n = \frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3}, \quad r > 0, \quad d/D < 1$$

$$\alpha_\sigma = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,2 \cdot \frac{r}{t} + 5,5 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}}$$



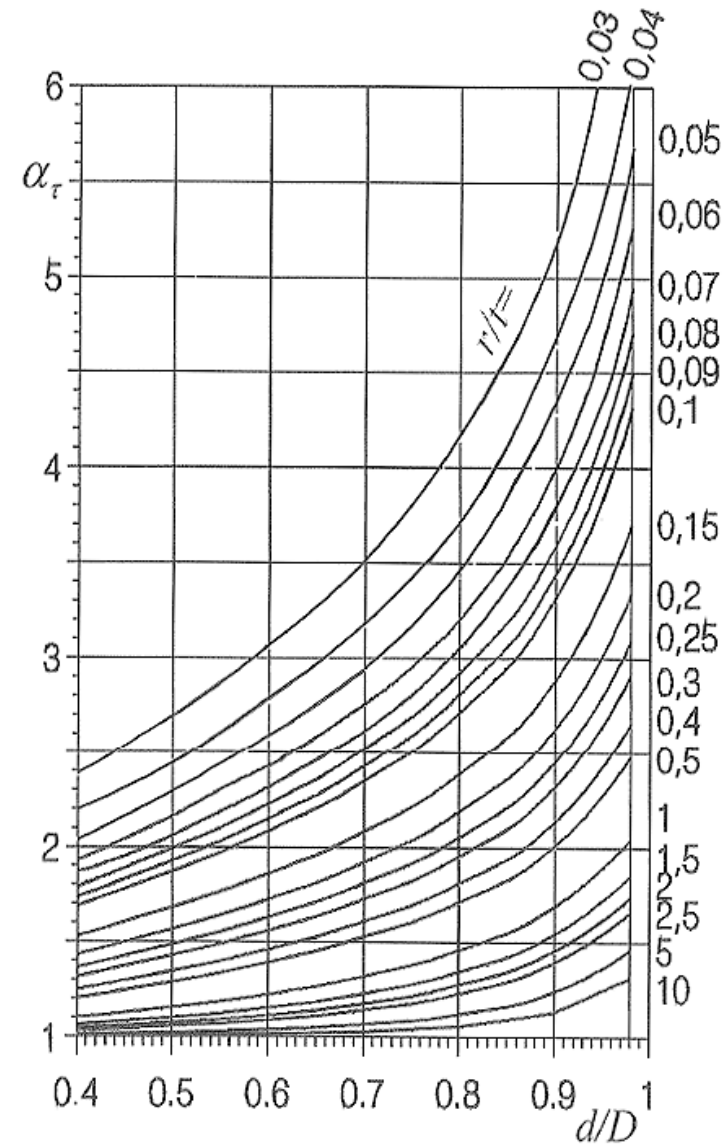
Gekerbter Rundstahl bei Torsion

Formzahl:



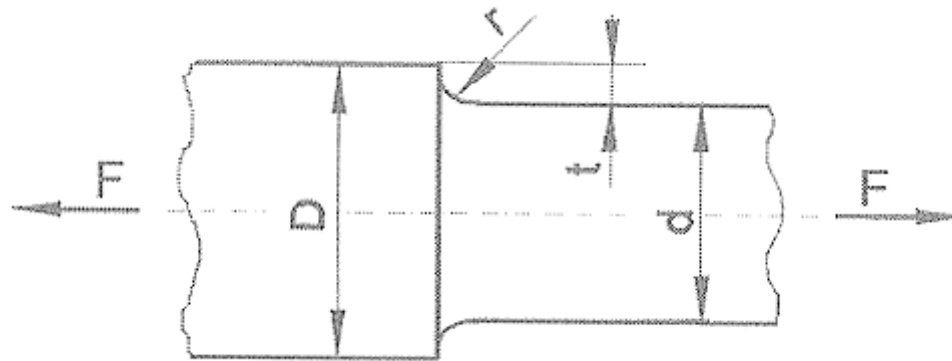
$$\tau_n = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3}, \quad r > 0, \quad d/D < 1$$

$$\alpha_\tau = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,7 \cdot \frac{r}{t} + 20,6 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}}$$



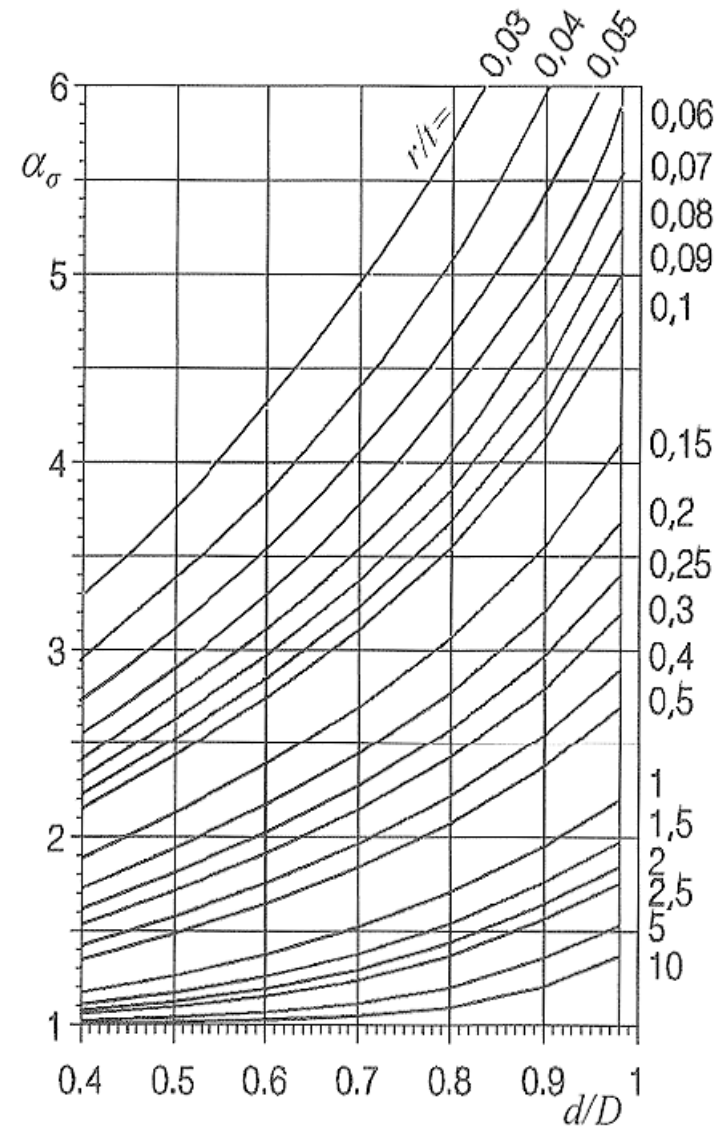
Abgesetzter Rundstahl bei Zug/Druck

Formzahl:



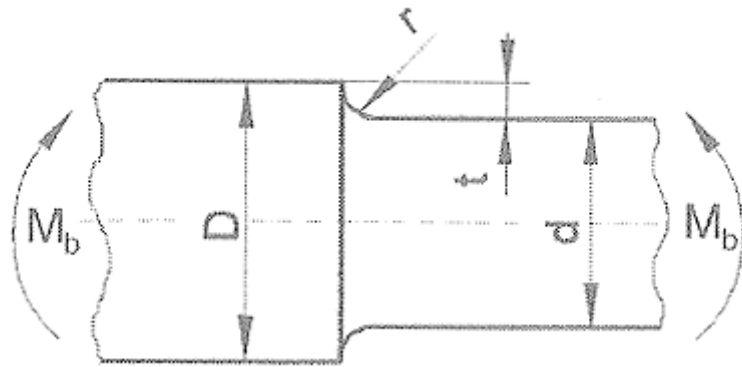
$$\sigma_n = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}, \quad r > 0, \quad d/D < 1$$

$$\alpha_\sigma = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 7 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}}$$



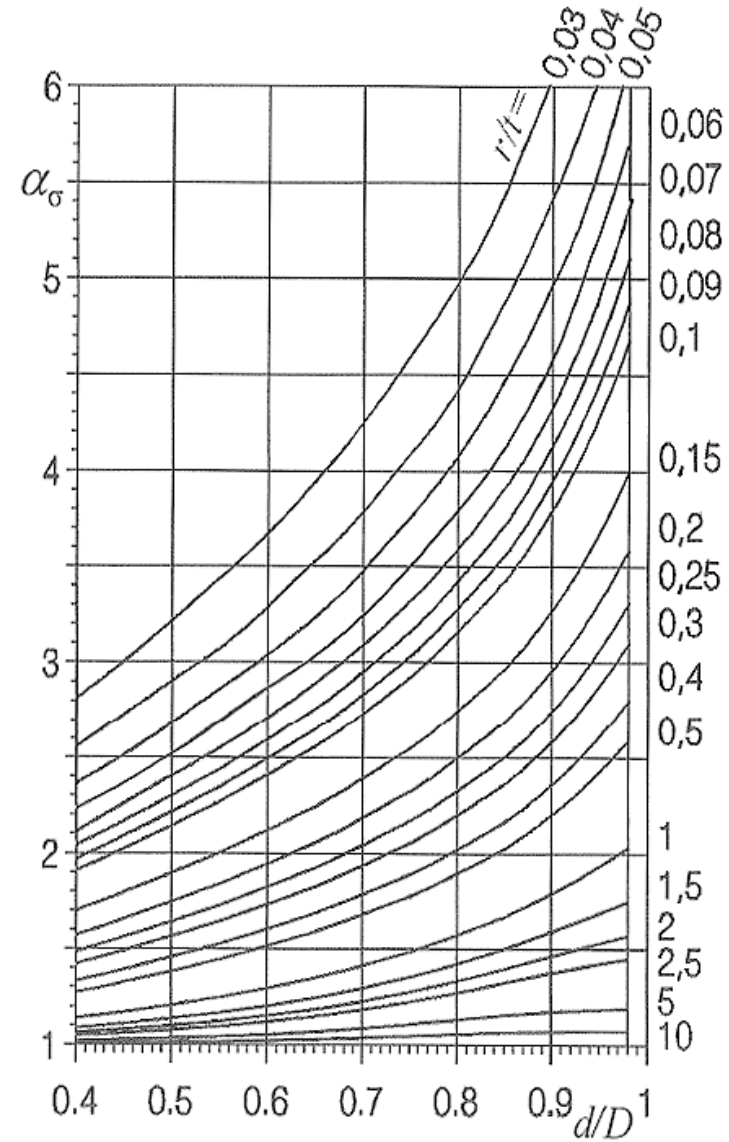
Abgesetzter Rundstahl bei Biegung

Formzahl:



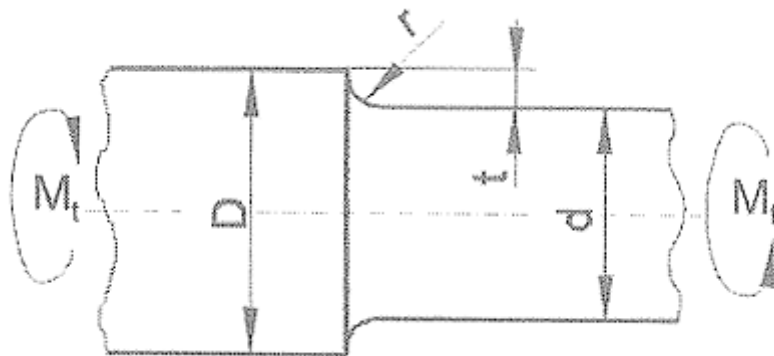
$$\sigma_n = \frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3}, \quad r > 0, \quad d/D < 1$$

$$\alpha_\sigma = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \frac{r}{t} + 11,6 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2 + 0,2 \left(\frac{r}{t}\right)^3 \frac{d}{D}}}$$



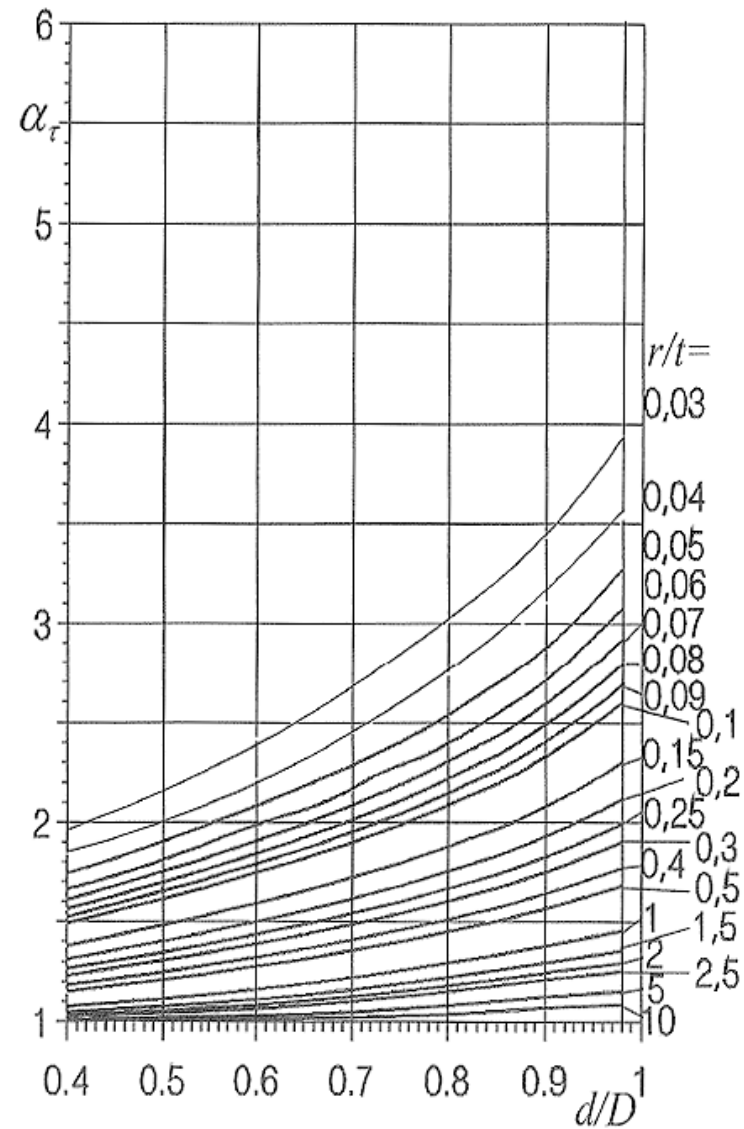
Abgesetzter Rundstahl bei Torsion

Formzahl:

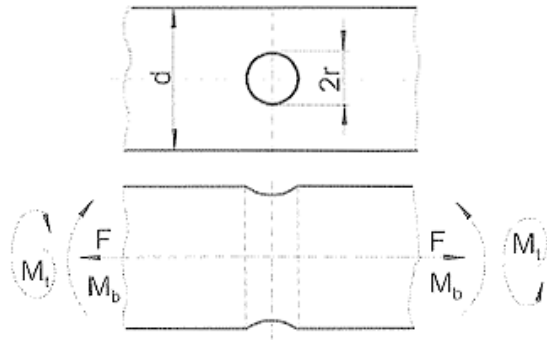


$$\tau_n = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3}, \quad r > 0, \quad d/D < 1$$

$$\alpha_r = 1 + \frac{1}{\sqrt{3,4 \frac{r}{t} + 38 \frac{r}{d} \left(1 + 2 \frac{r}{d}\right)^2 + \left(\frac{r}{t}\right)^2 \frac{d}{D}}}$$



Formzahl für Rundstab mit Querbohrung



Nennspannungen für Vollwelle:

Zug/Druck: $\sigma_n = F / (\pi \cdot d^2 / 4 - 2 \cdot r \cdot d)$

Biegung: $\sigma_n = M_b / (\pi \cdot d^3 / 32 - r \cdot d^2 / 3)$

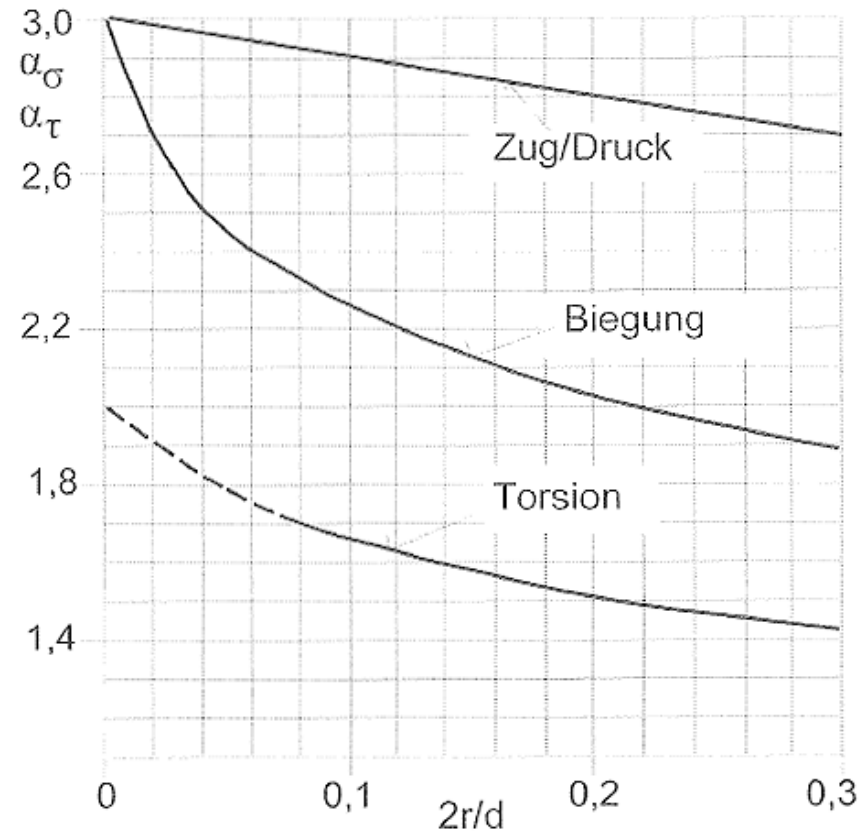
Torsion: $\tau_n = M_t / (\pi \cdot d^3 / 16 - r \cdot d^2 / 3)$

Formzahlen

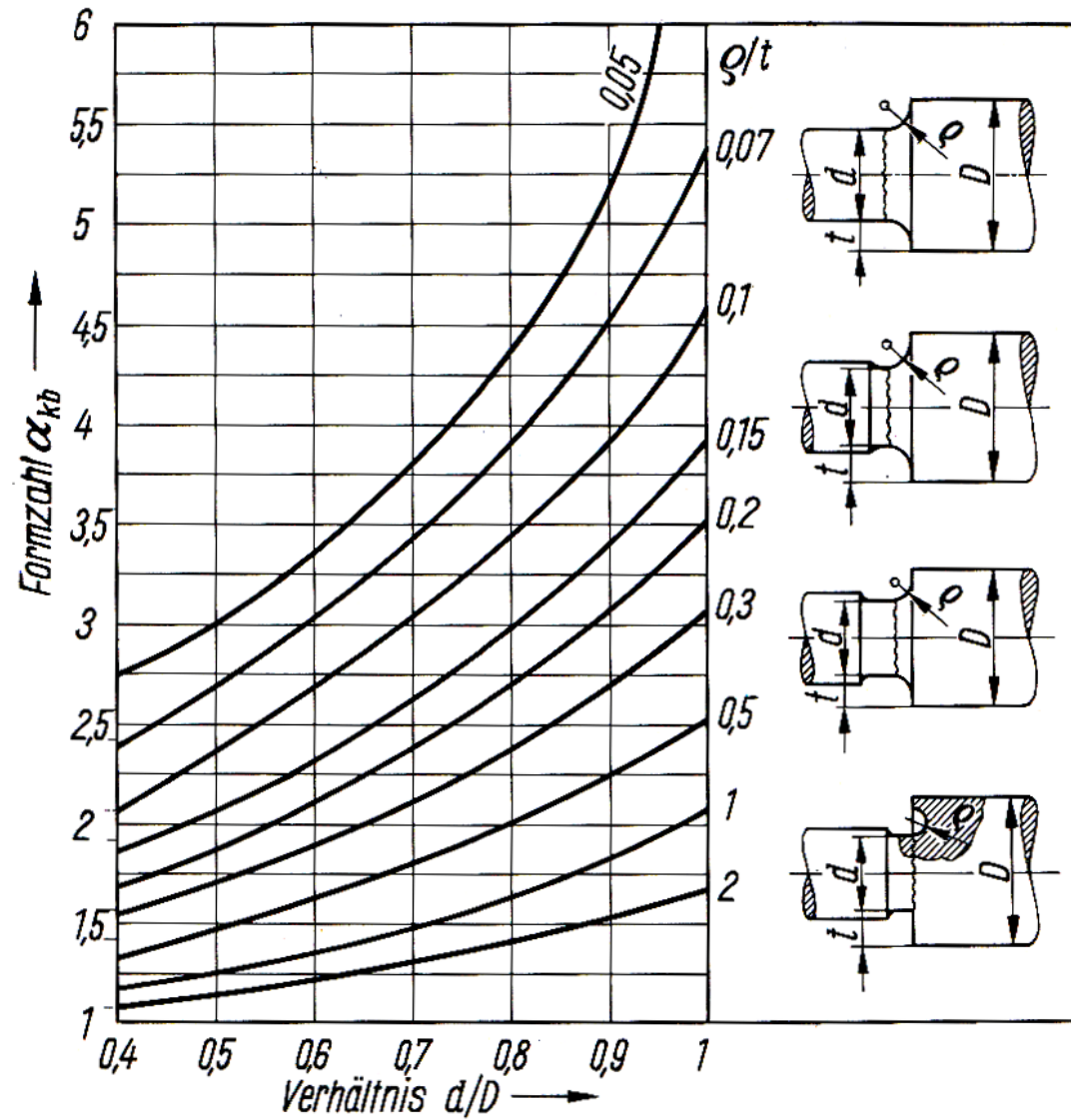
Zug/Druck: $\alpha_\sigma = 3 - \left(\frac{2 \cdot r}{d}\right)$

Biegung: $\alpha_\sigma = 1,4 \cdot \left(\frac{2 \cdot r}{d}\right) + 3 - 2,8 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot r}{d}}$

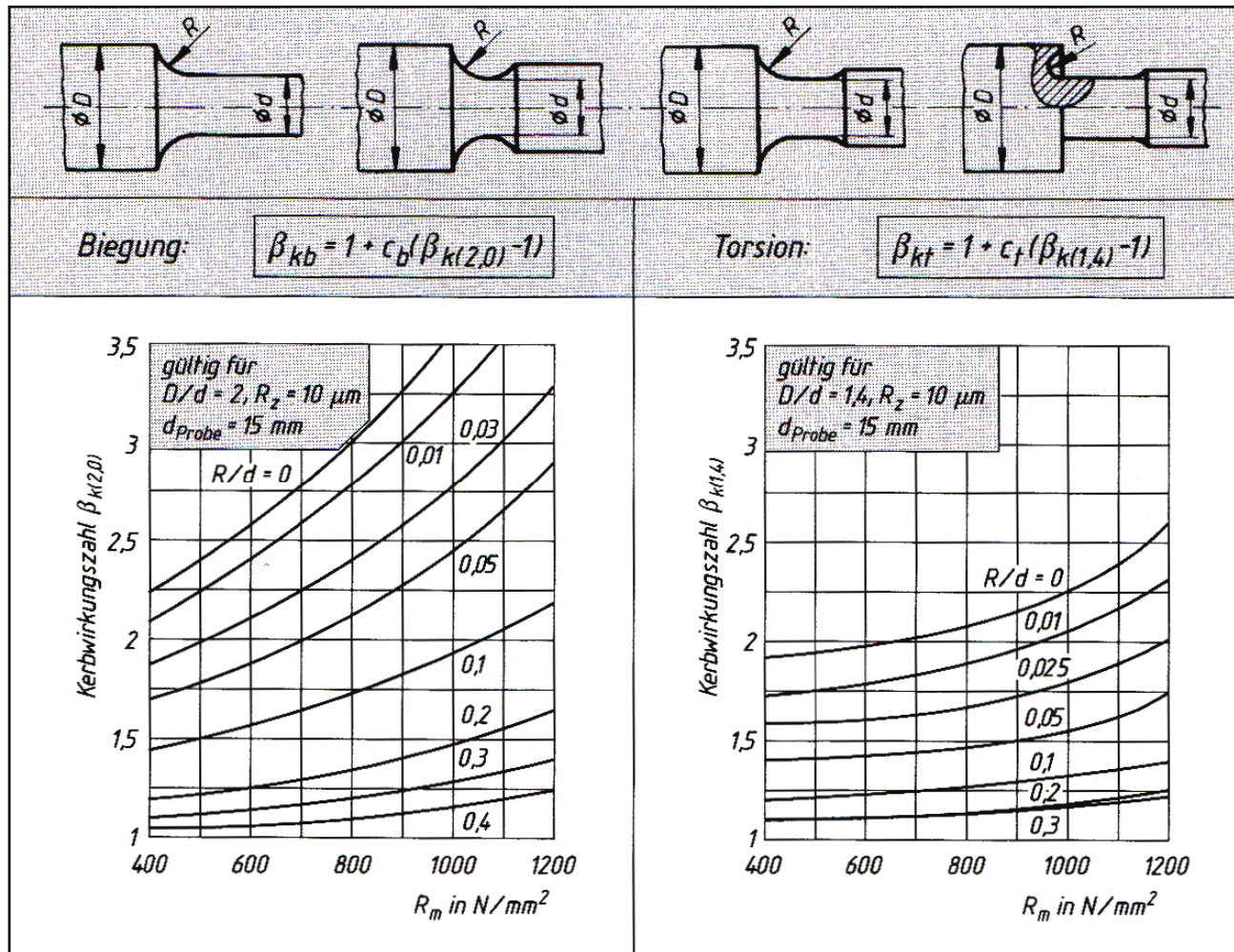
Torsion: $\alpha_\tau = 2,023 - 1,125 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot r}{d}}$



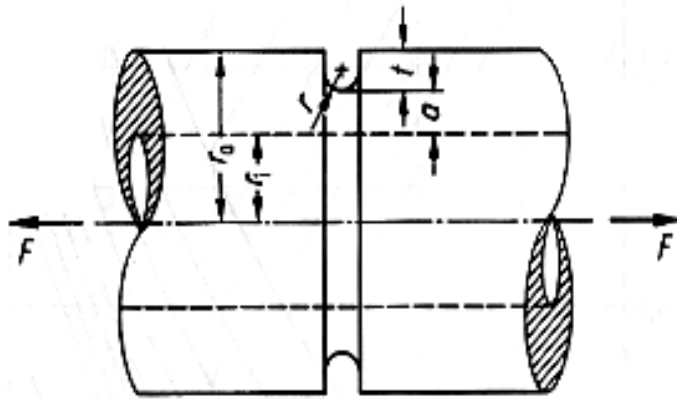
Formzahl von Wellen mit Absätzen bei Biegung



Kerbwirkungszahlen von Wellen mit Absätzen bei Biegung und Torsion



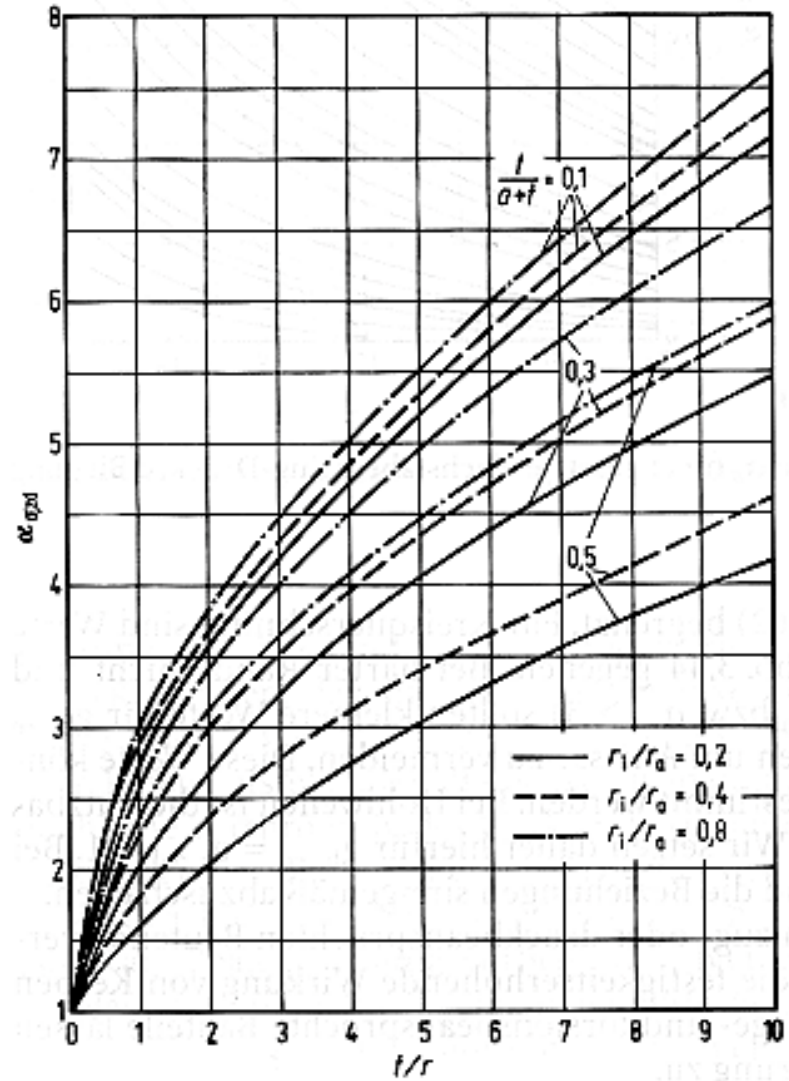
Formzahl von Hohlwellen bei Biegung



$$\alpha_{\sigma_b} \approx 0,9 \alpha_{\sigma_{zd}} \text{ für } \frac{t}{a+t} = 0,1$$

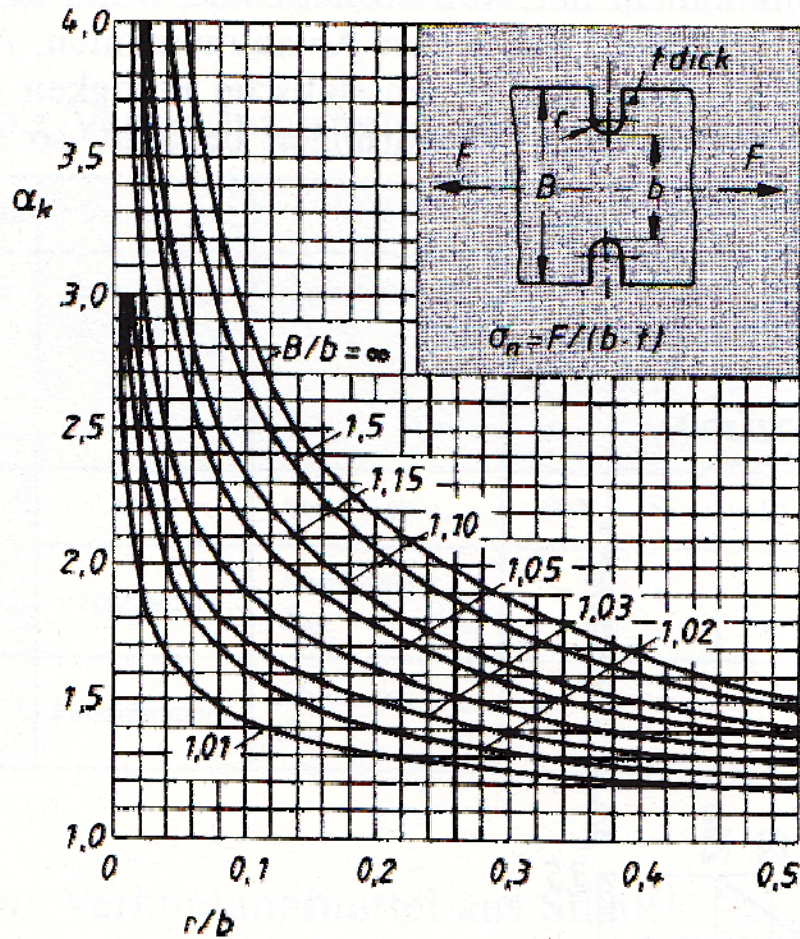
$$\alpha_{\sigma_b} \approx 0,8 \alpha_{\sigma_{zd}} \text{ für } \frac{t}{a+t} \geq 0,2$$

$$\alpha_{\tau_t} \approx 0,65 \alpha_{\sigma_{zd}}$$

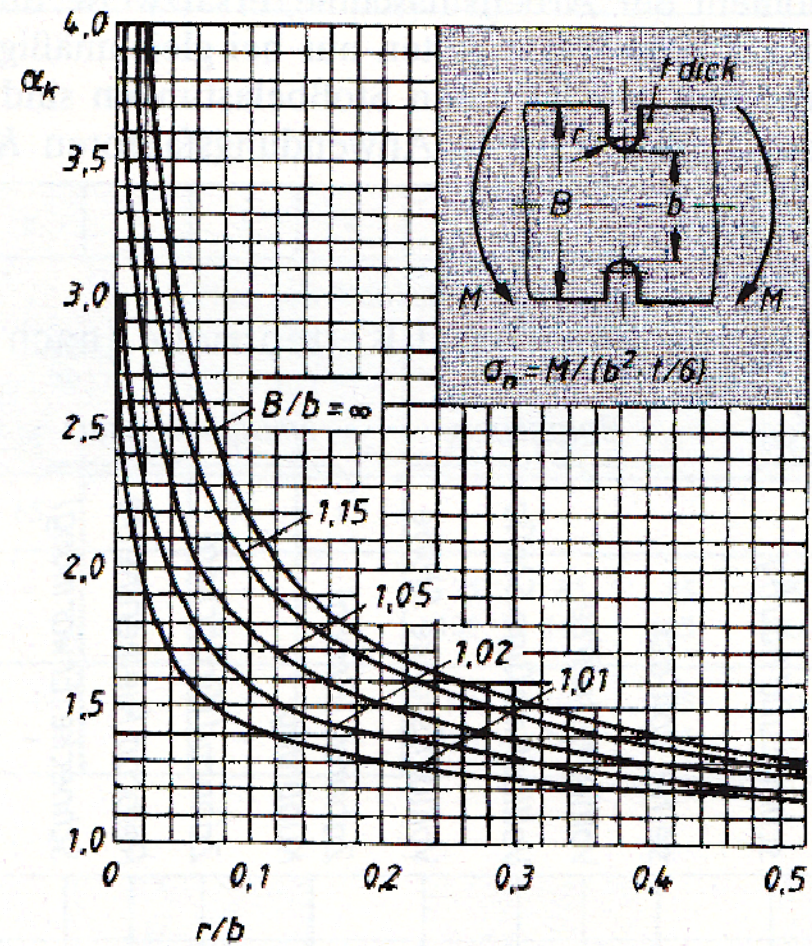


Formzahl von Flachstäben mit symmetrischer Außenkerbe

bei Zug/Druck



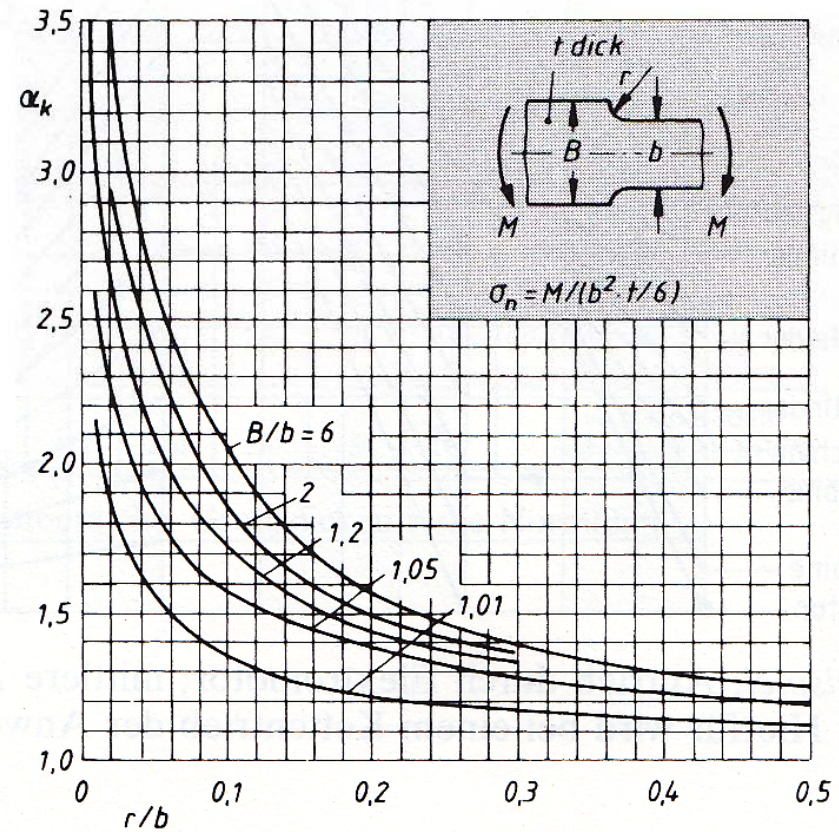
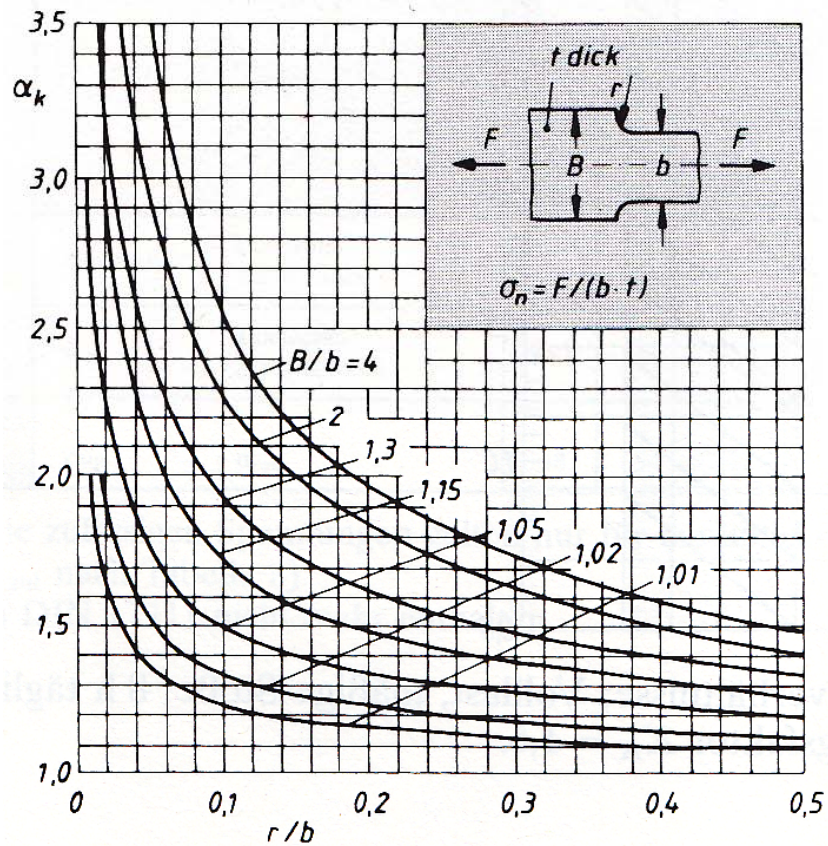
bei Biegung



Formzahl symmetrisch abgesetzter Flachstäbe

bei Zug/Druck

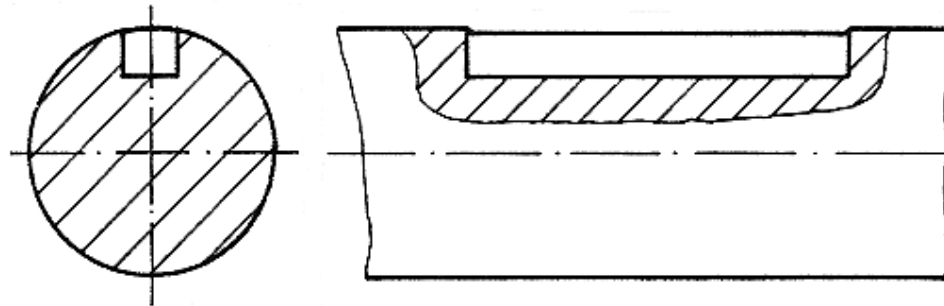
bei Biegung



6.4. Welle-Nabe-Verbindung

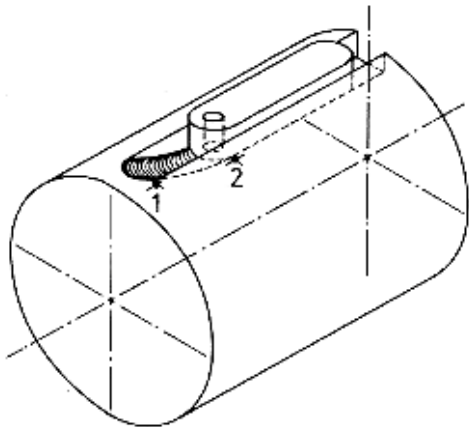
- In und insbesondere am Rand von Welle-Naben-Verbindungen bildet sich ein Spannungszustand aus, welcher neben den konstruktiven Einflüssen auch vom Übertragungsmechanismus in der Verbindung geprägt ist. Allein schon ein plötzlicher Steifigkeitssprung am belasteten Ende verursacht eine Verringerung der Dauerfestigkeit.
- Innerhalb der Verbindung ist kein Bruch zu befürchten, weil die Nabe versteifend wirkt. Hingegen provozieren
 - Steifigkeitssprünge am Naben Daueranrisse.
 - Mikrobewegungen Reibrost, wodurch die Oberflächenkerben bewirkt werden.
 - konstruktionsbedingte abrupte Querschnittsübergänge bei Passfederverbindungen hohe Spannungskonzentrationen.

- Probleme infolge konstruktiver Gegebenheiten bei Passfedern:
 - Kerbwirkung in Umfangsrichtung bei Torsionsbeanspruchung
 - Kerbwirkung in Längsrichtung bei Biegebeanspruchung

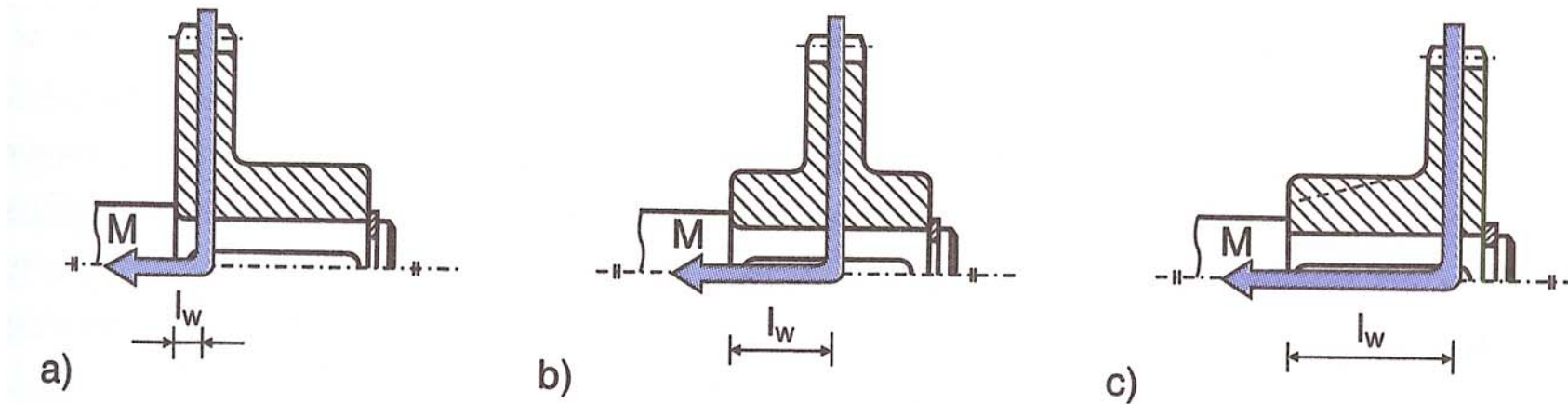


Anrissbereich an der Nutwand einer Passfederverbindung bei Umlaufbiegung und schwellender Torsion

- Abhilfemaßnahmen Passfederprobleme
 - Einsatz eines Scheibenfräasers
 - Bohrung am Passfederende

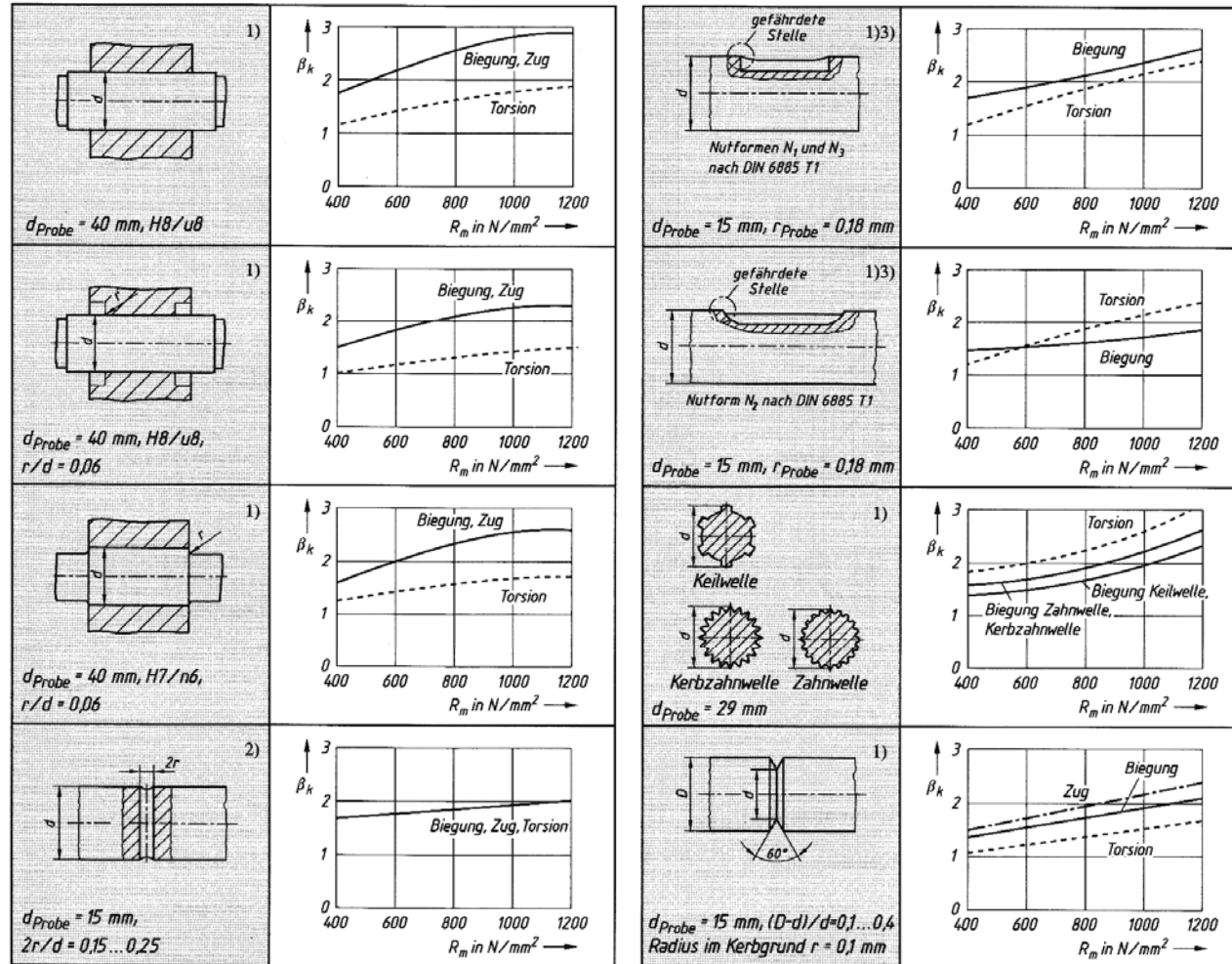


- Die Kerbwirkung kann wesentlich durch die Gestaltung des Kraftflusses beeinflusst werden.



Kraftfluss in Abhängigkeit von der Nabenausführung

Kerbwirkungszahlen für Welle-Nabe-Verbindungen und Spitzkerbe



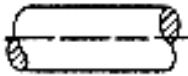
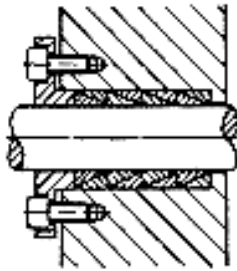
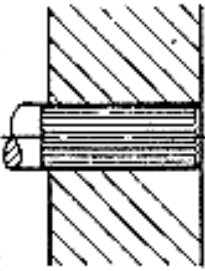
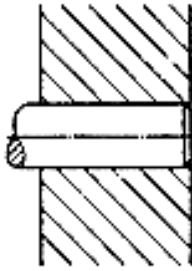
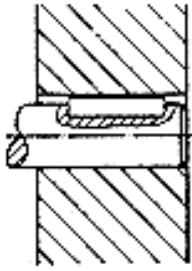
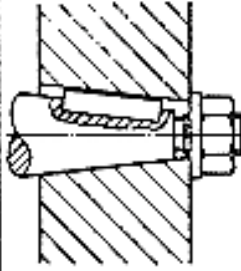
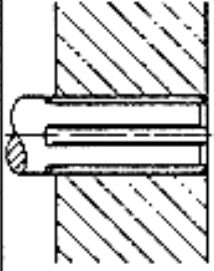
1)

Zug	$\sigma_n = F/(\pi d^2/4)$
Biegung	$\sigma_n = M/(\pi d^3/32)$
Torsion	$\tau_n = T/(\pi d^3/16)$

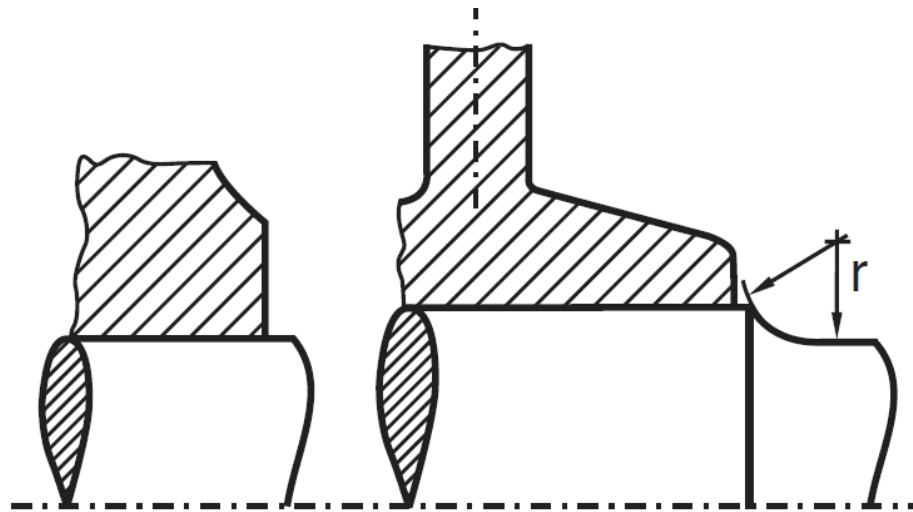
2)

Zug	$\sigma_n = F/(\pi d^2/4 - 2r \cdot d)$
Biegung	$\sigma_n = M/(\pi d^3/32 - r \cdot d^2/3)$
Torsion	$\tau_n = T/(\pi d^3/16 - r \cdot d^2/3)$

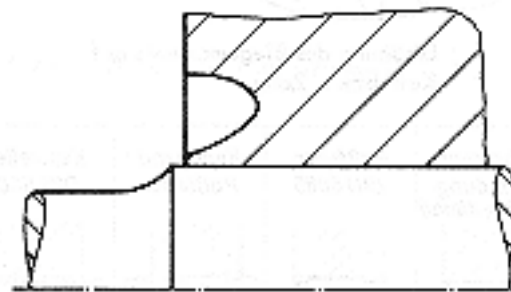
3) Bei zwei Passfedern ist der β_k -Wert mit 1,15 zu multiplizieren.

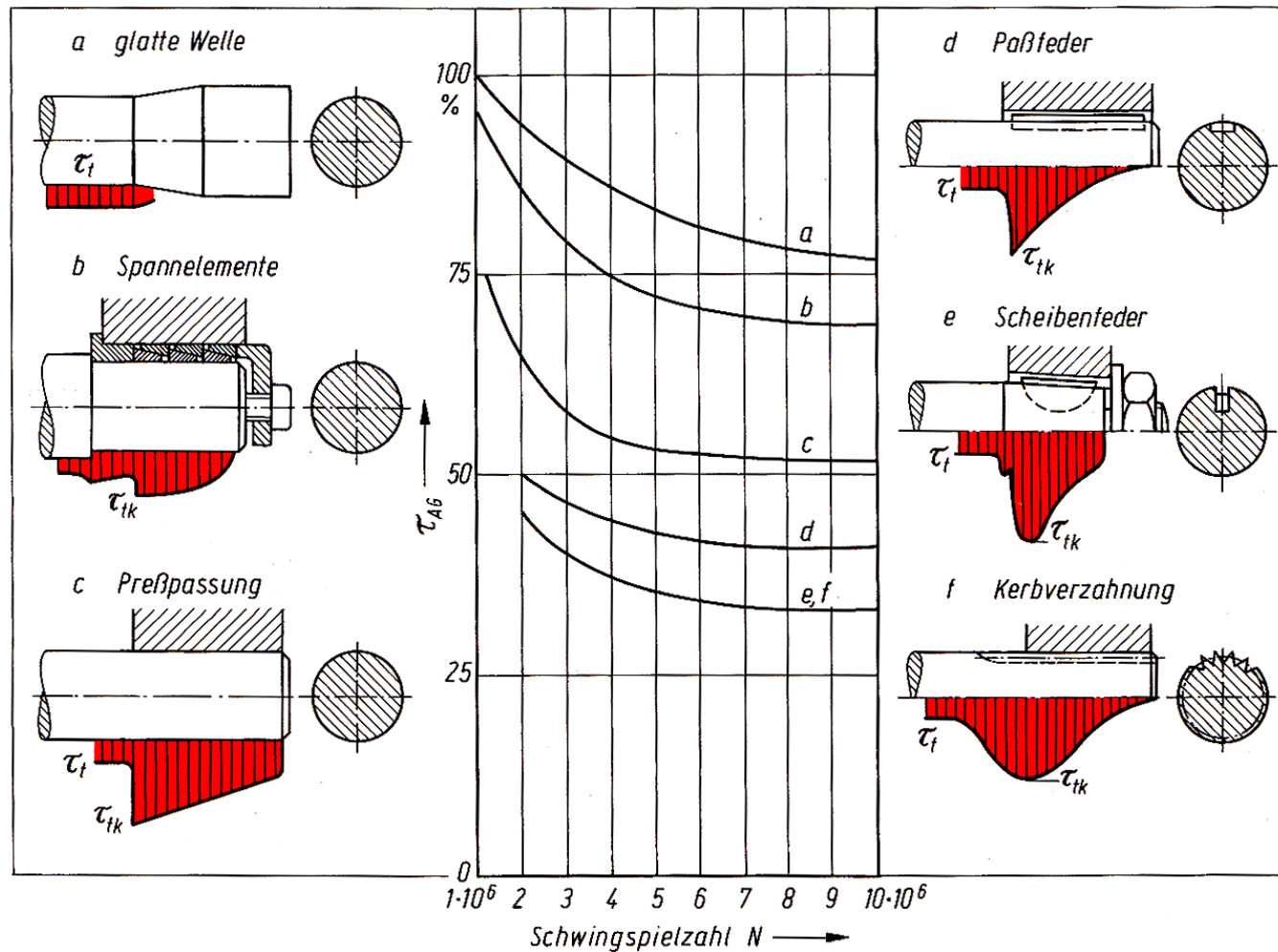
<i>glatte Welle</i>	<i>Ringspann- elemente</i>	<i>Kerb- verzahnung DIN 5481</i>	<i>Schrumpf- verbindung</i>	<i>Paßfeder DIN 6885</i>	<i>Konus mit Paßfeder</i>	<i>Keilwelle DIN 5465</i>
						
<i>Tragfähigkeit 100%</i>	87%	69%	62,5%	58-48%	38%	32%
$\beta_k=1$	1,15	1,45	1,6	1,7-2,1	2,6	3,1

Vergleich verschiedener Welle-Nabe-Verbindung bezüglich ihrer Dauerdrehwechselfestigkeit



Welle mit aufgesetzter Nabe





Torsionsauschlagfestigkeit in % und Verlauf der Torsionsspannung in Wellenlängsrichtung in Abhängigkeit der Nabengestaltung

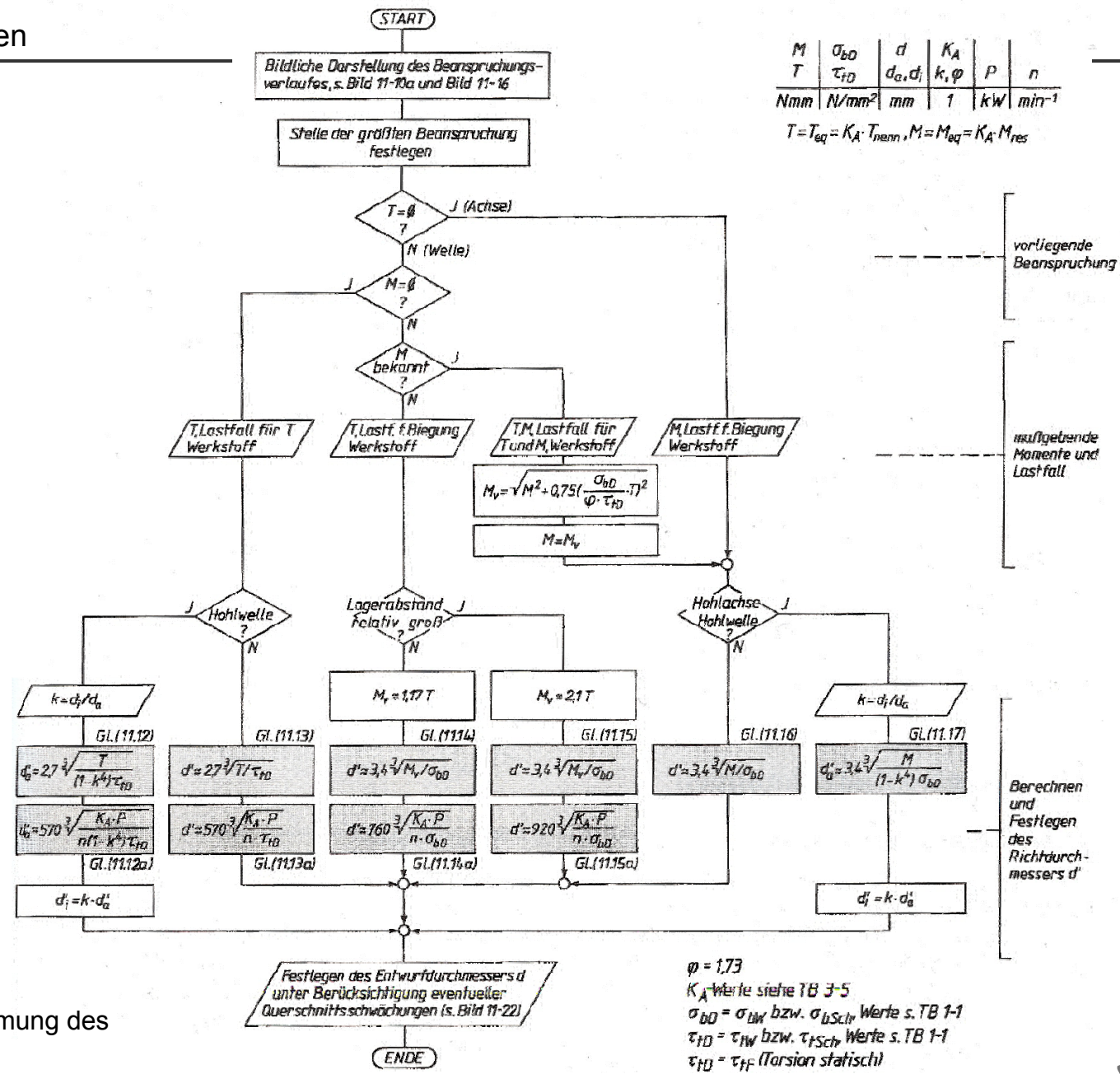
6.5 Ermittlung des Entwurfdurchmessers

- Bei Neukonstruktionen sind die Abmessungen des Einbauraums im Gegensatz zu den eingeleiteten Kräften und Momenten oftmals noch unbekannt. Um dennoch schon zu Beginn des Konstruktionsprozesses die Wellen konstruktiv zu gestalten, wird überschlägig ein Richtdurchmesser ermittelt. Im Anschluss erfolgt in mehreren Schleifen die Nachweisführung auf statische und dynamische Tragfähigkeit, Biegung, Verdrillung und kritische Drehzahlen.
- Hierzu wird folgender Ablaufplan empfohlen:

Wellen und Achsen

M	σ_{bD}	d	K_A	P	n
T	τ_{tD}	d_a, d_i	k, φ		
Nmm	N/mm ²	mm	1	kW	min ⁻¹

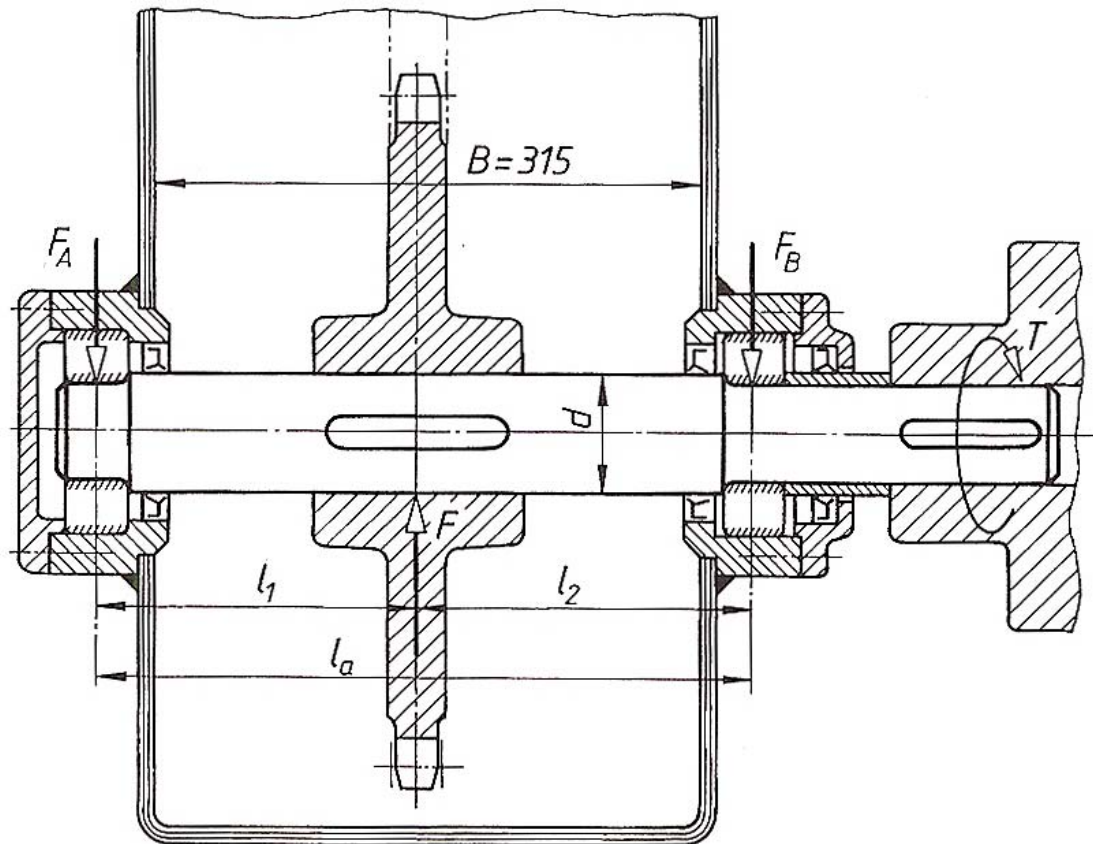
$T = T_{eq} = K_A \cdot T_{nenn}, M = M_{eq} = K_A \cdot M_{res}$



Ablaufplan zur Bestimmung des Richtdurchmessers

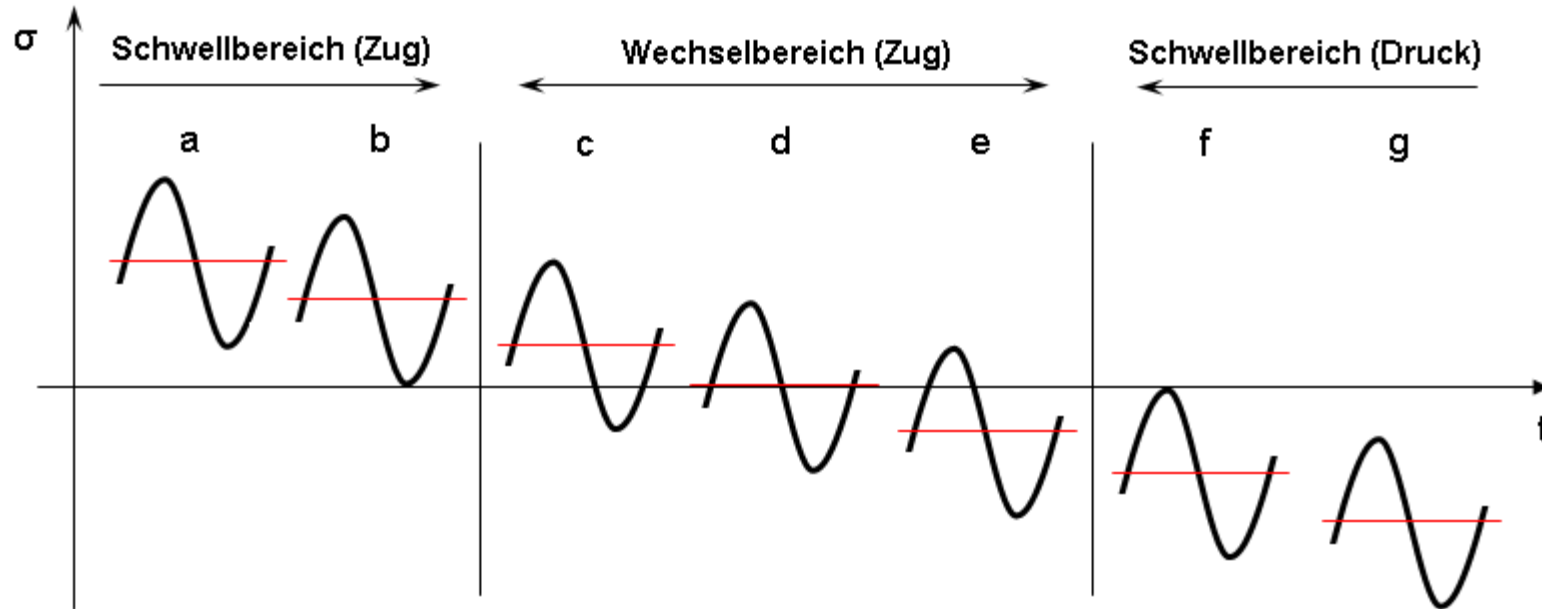
6.6 Tragfähigkeitsnachweis

- Der Nachweis muss erbracht werden für folgende Bereiche:



- Grundsätzlich muss der Nachweis erbracht werden für:

- Einteilung schwingender Beanspruchungen

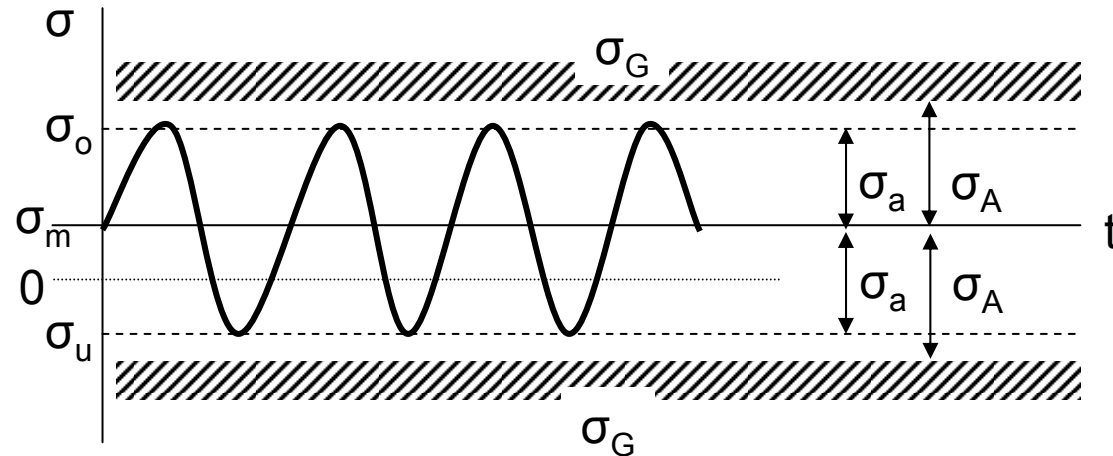


b... reine Zugschwellbeanspruchung

d... reine Wechselbeanspruchung

f... reine Druckschwellbeanspruchung

• Dynamische Wechselbeanspruchung



- σ_o = Oberspannung (max. Spannung)
- σ_u = Unterspannung (max. Spannung)
- σ_m = Mittelspannung
- σ_a = Ausschlagspannung
- σ_A = max. Ausschlagspannung
- σ_G = Grenzspannung

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_o + \sigma_u)$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_o - \sigma_u)$$

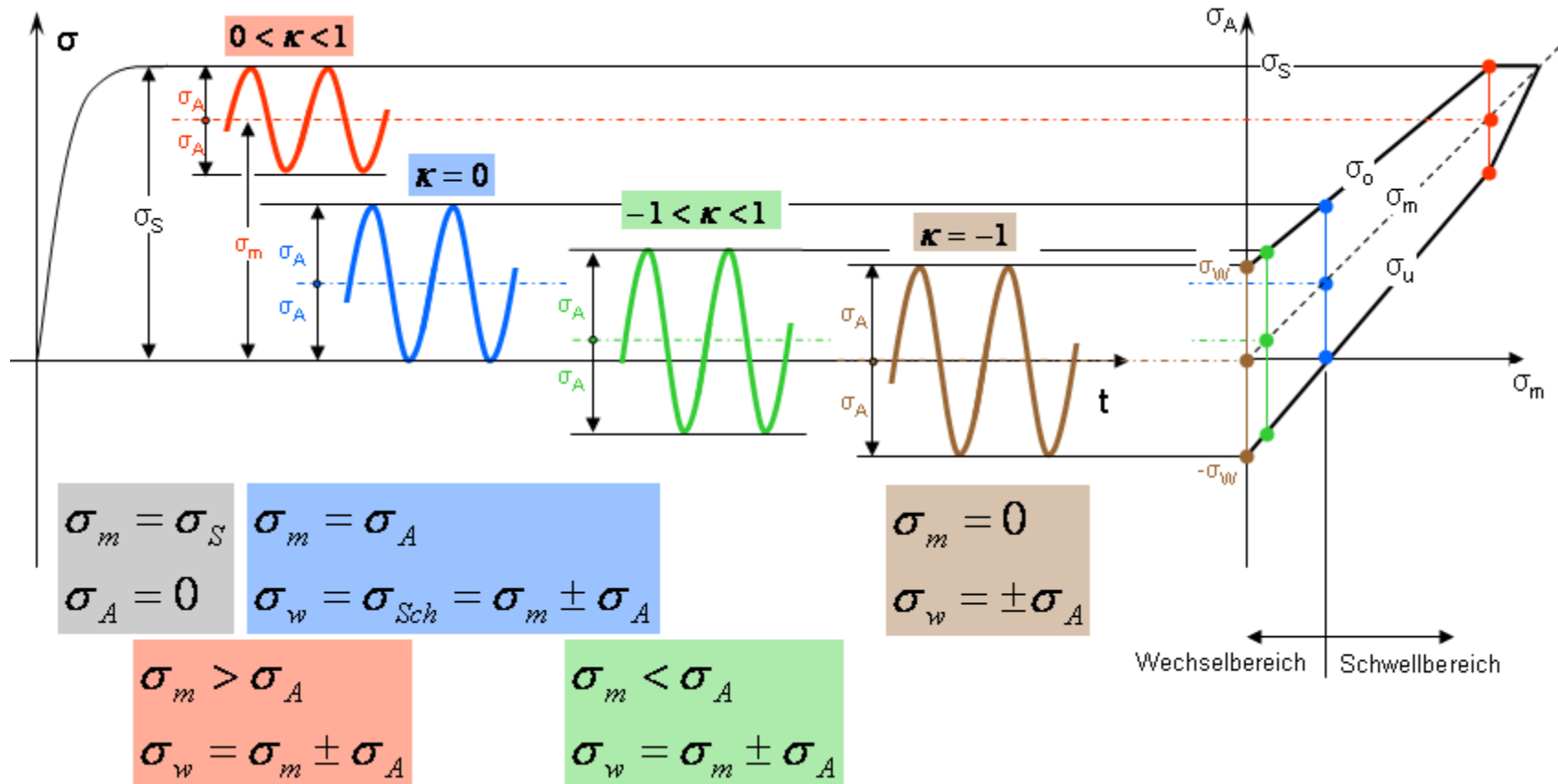
Ermüdungsbruchsicherheit

$$\sigma_G = \sigma_m \pm \sigma_A$$

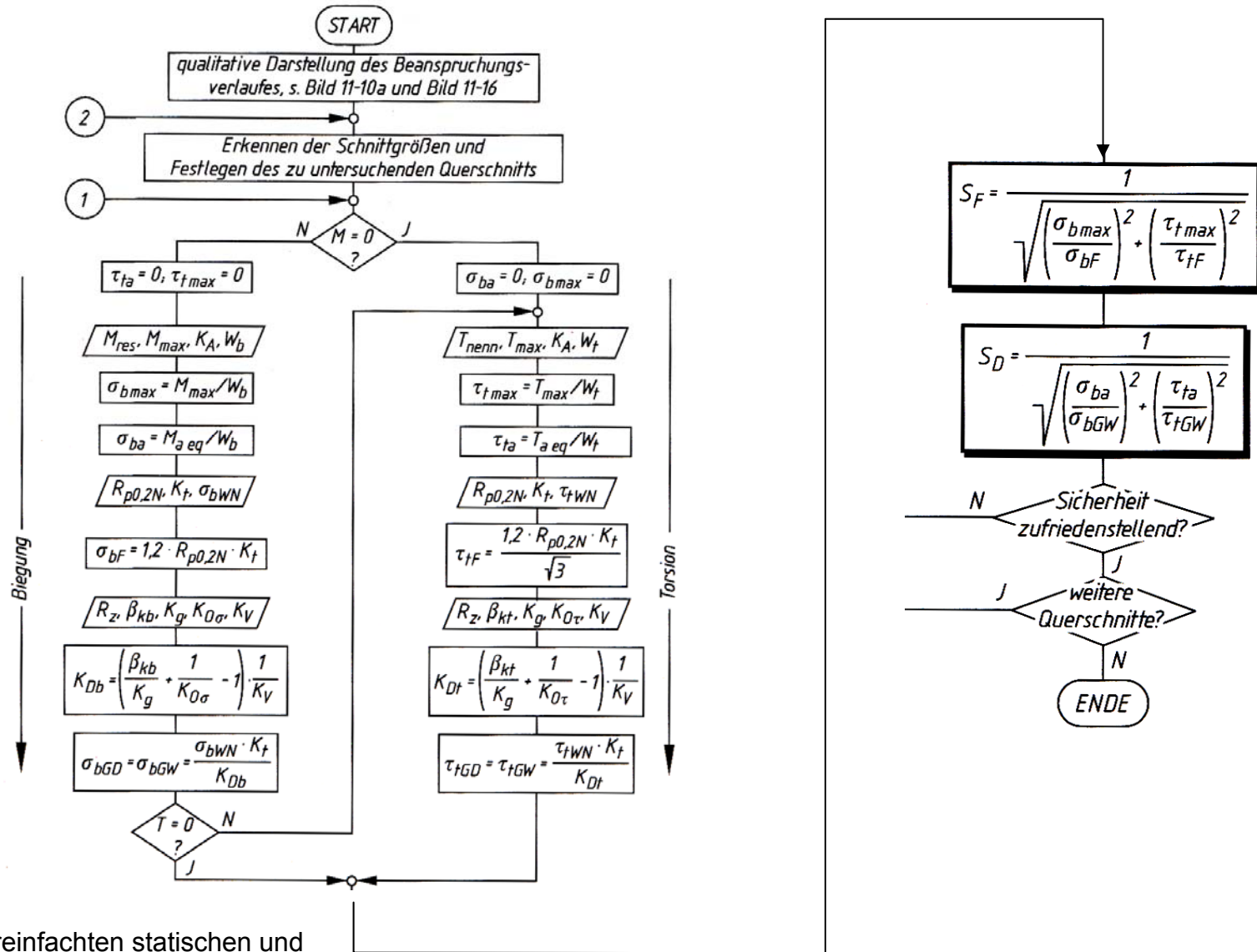
$$\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a$$

$$S_D = \frac{\sigma_G}{\sigma}$$

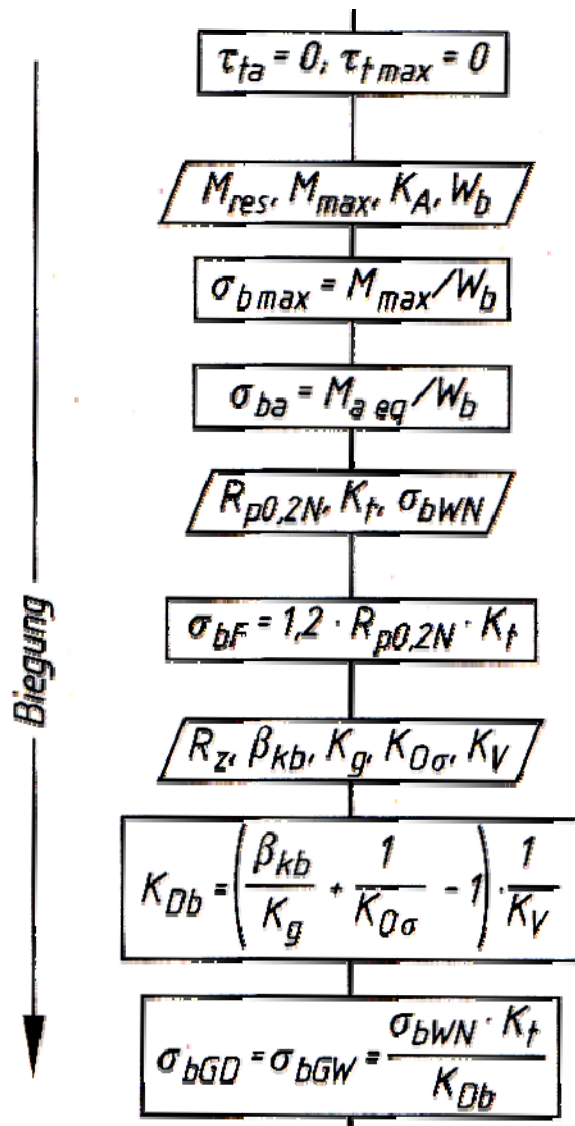
- Herleitung Smith-Diagramm



- Höhe von σ_A abhängig von $\sigma_m \rightarrow$ Wöhlerkurve



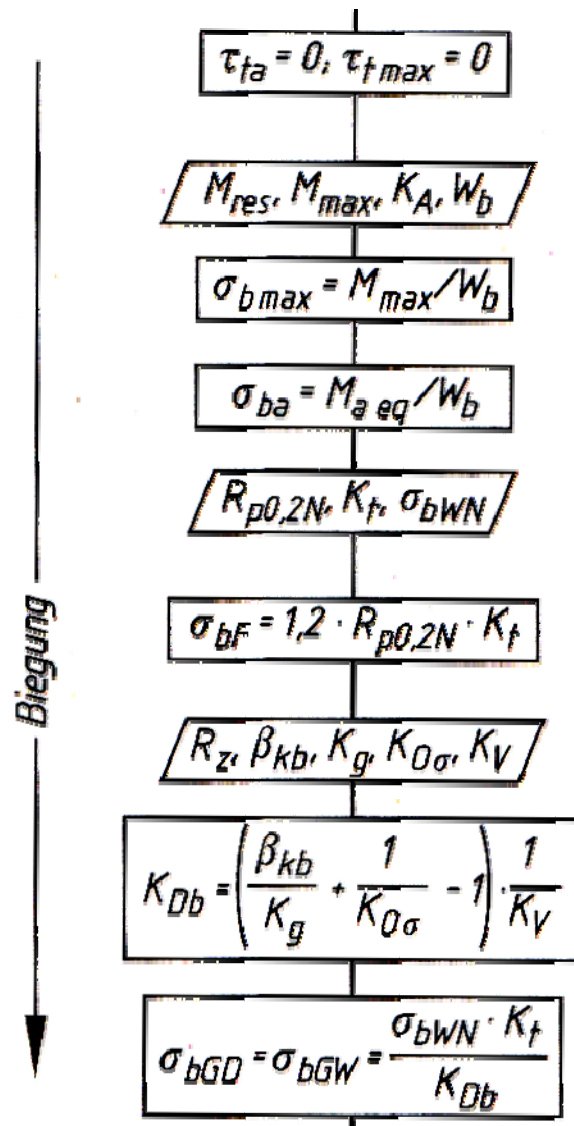
Ablaufplan des vereinfachten statischen und dynamischen Sicherheitsnachweises



W_t ... Widerstandsmoment gegen Torsion

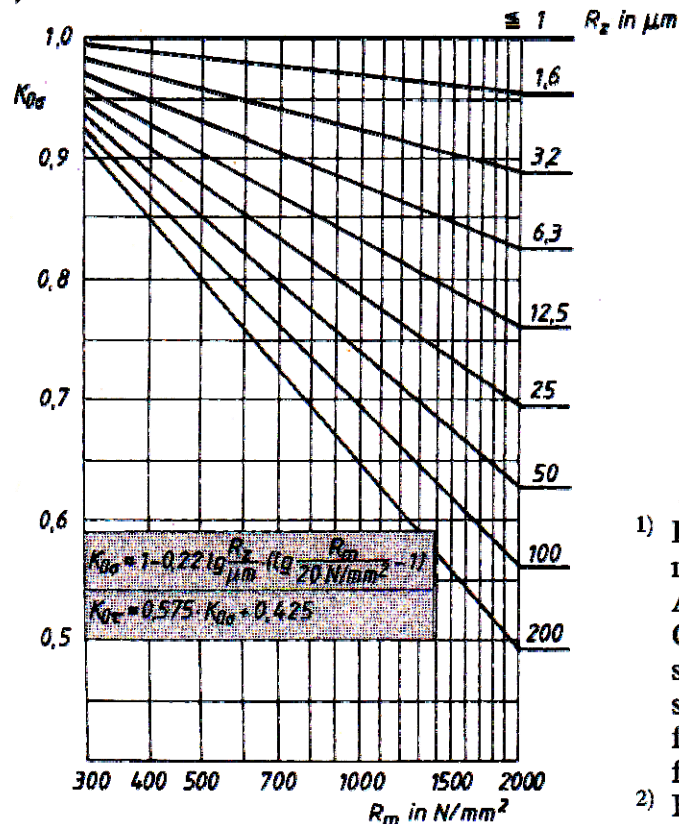
K_A

Betriebsart	Art der Maschinen bzw. der Bauteile (Beispiele)	Art der Stöße	Anwendungsfaktor K_A
gleichförmige umlaufende Bewegungen	elektrische Maschinen, Schleifmaschinen, Dampf- und Wasserturbinen, umlaufende Verdichter	leicht	1,0 ... 1,1
gleichförmige hin- und hergehende Bewegungen	Dampfmaschinen, Verbrennungskraftmaschinen, Hobel- und Drehmaschinen, Kolbenverdichter	mittel	1,2 ... 1,4
umlaufende bzw. hin- und hergehende stoßüberlagerte Bewegungen	Kunststoffpressen, Biege- und Richtmaschinen, Walzwerksgetriebe	mittelstark	1,3 ... 1,5
stoßhafte Bewegungen	Spindelpressen, hydraulische Schmiedepressen, Abkantpressen, Profilscheren, Sägegatter	stark	1,5 ... 2,0
schlagartige Beanspruchung	Steinbrecher, Hämmer, Walzwerkskaltscheren, Walzenständer, Brecher	sehr stark	2,0 ... 3,0



K_0 ... Einflussfaktor der Oberflächenrauheit

a) Walzstahl



b) Gusswerkstoffe

Stahlguss	$K_{0\sigma} = 1 - 0,20 \lg \frac{R_z}{\mu\text{m}} \left(\lg \frac{R_m}{20 \text{ N/mm}^2} - 1 \right)$	$K_{0\tau} = 0,575 \cdot K_{0\sigma} + 0,425$
Grauguss, Kugelgraphit	$K_{0\sigma} = 1 - 0,16 \lg \frac{R_z}{\mu\text{m}} \left(\lg \frac{R_m}{20 \text{ N/mm}^2} - 1 \right)$	$K_{0\tau} = 0,35 \cdot K_{0\sigma} + 0,65$
Feinguss	$K_{0\sigma} = 1 - 0,12 \lg \frac{R_z}{\mu\text{m}} \left(\lg \frac{R_m}{17,5 \text{ N/mm}^2} - 1 \right)$	$K_{0\tau} = 0,25 \cdot K_{0\sigma} + 0,75$
Gruguss, Lamellengraphit	$K_{0\sigma} = 1 - 0,06 \lg \frac{R_z}{\mu\text{m}} \left(\lg \frac{R_m}{5 \text{ N/mm}^2} - 1 \right)$	$K_{0\tau} = 0,15 \cdot K_{0\sigma} + 0,85$

1) Rautiefe R_z entsprechend dem Herstellverfahren nach TB 2-12

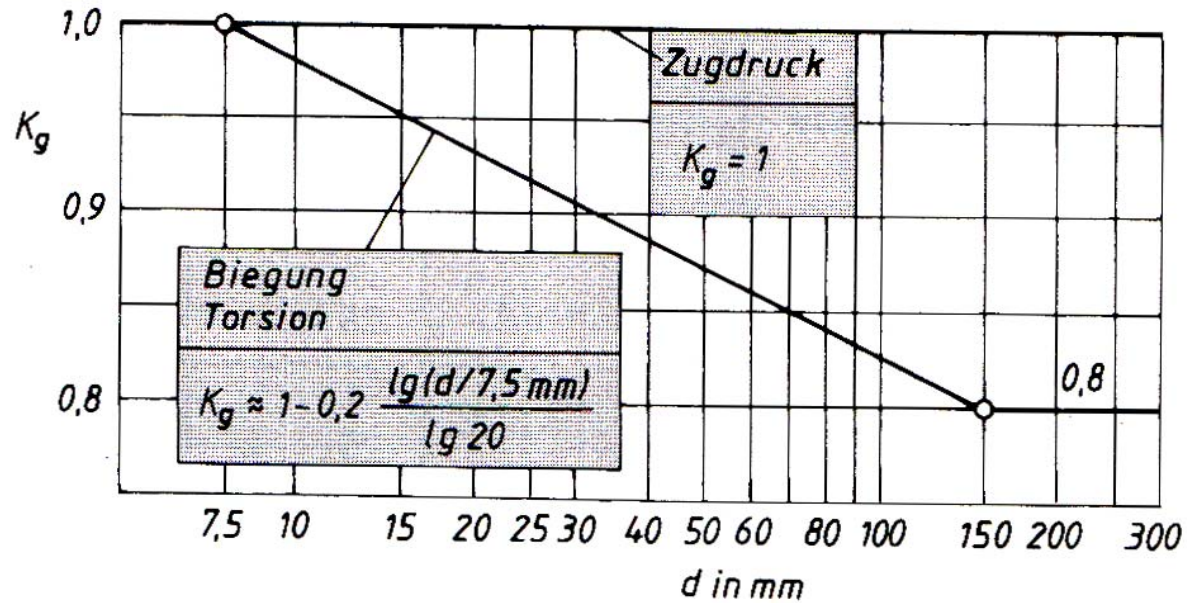
Allgemein kann gesetzt werden:

- Guss-, Schmiede- und Walzhautoberflächen $R_z \approx 200 \mu\text{m}$
- schruppbearbeitete Oberflächen $R_z = 40 \dots 200 \mu\text{m}$
- schlichtbearbeitete Oberflächen $R_z = 6,3 \dots 100 \mu\text{m}$
- feinbearbeitete Oberflächen $R_z = 1 \dots 12,5 \mu\text{m}$
- feinstbearbeitete Oberflächen $R_z = <1 \dots 1,6 \mu\text{m}$

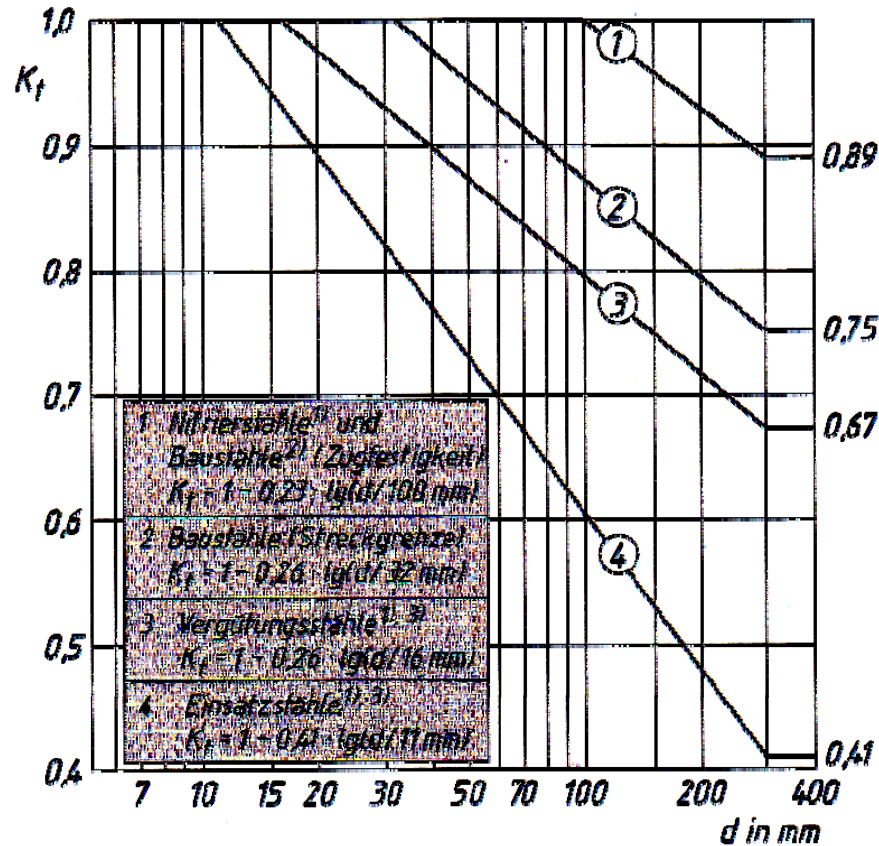
2) Bestimmung von $K_{0\sigma}$ bei Verwendung experimentell ermittelter Kerbwirkungszahlen und bekannter Oberflächenrauheit:

$$K_{0\sigma} = \frac{K_{0\sigma \text{ Bauteil}}}{K_{0\sigma \text{ Probe}}}$$

K_g ... Geometrischer Größeneinflussfaktor

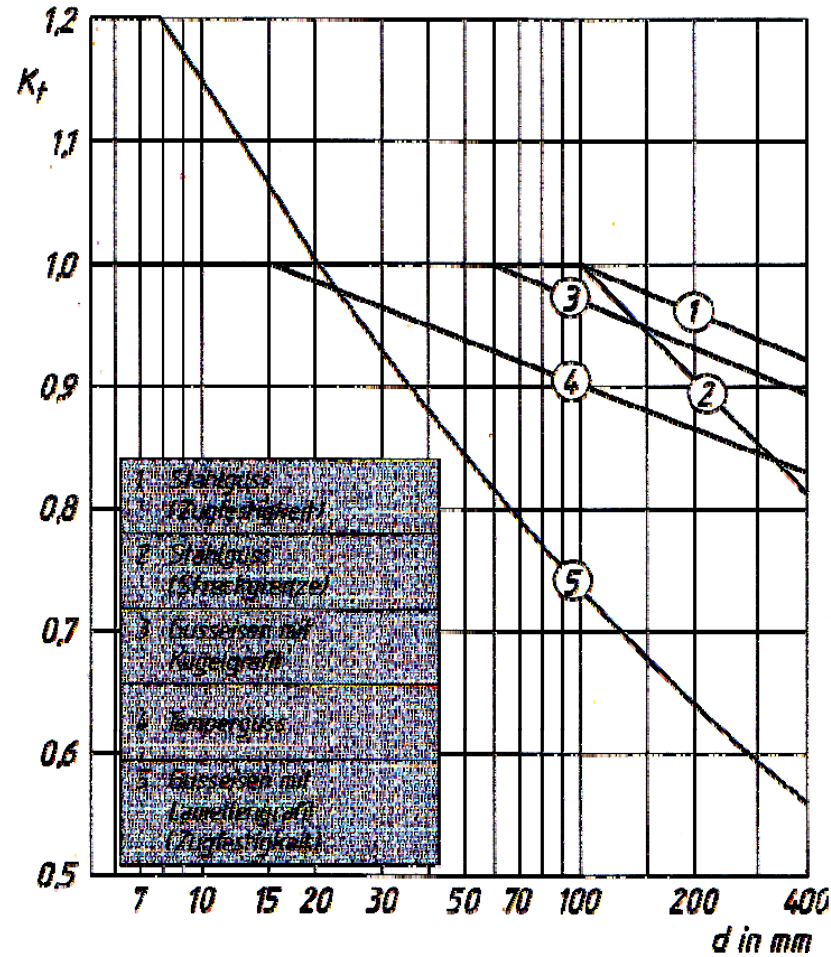


K_t ... Technologischer Größeneinflussfaktor für gewalzten Stahl



- 1) Bei Nitrier-, Vergütungs- und Einsatzstählen ist K_t für Zugfestigkeit und Streckgrenze gleich.
- 2) ist auch für dynamische Festigkeitswerte zu verwenden.
- 3) für Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle gelten die Werte der Vergütungsstähle.

K_t ... Technologischer Größeneinflussfaktor für Gussstahl



Bei Grauguss mit Kugelgrafit und Temperguss ist K_t für Zugfestigkeit und Streckgrenze gleich

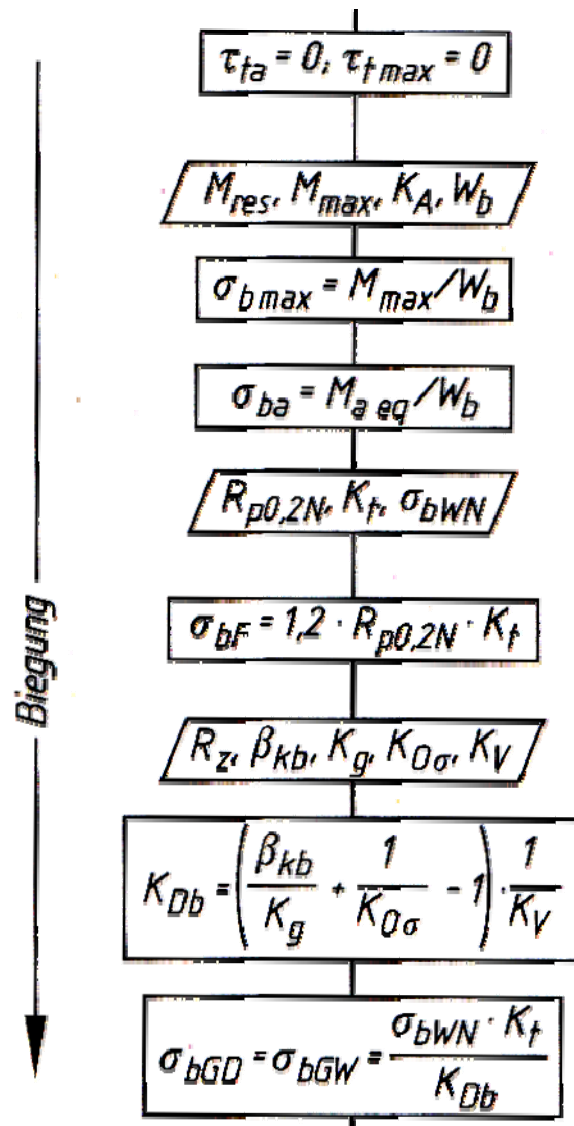
K_V ... Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung, Richtwerte für Stahl

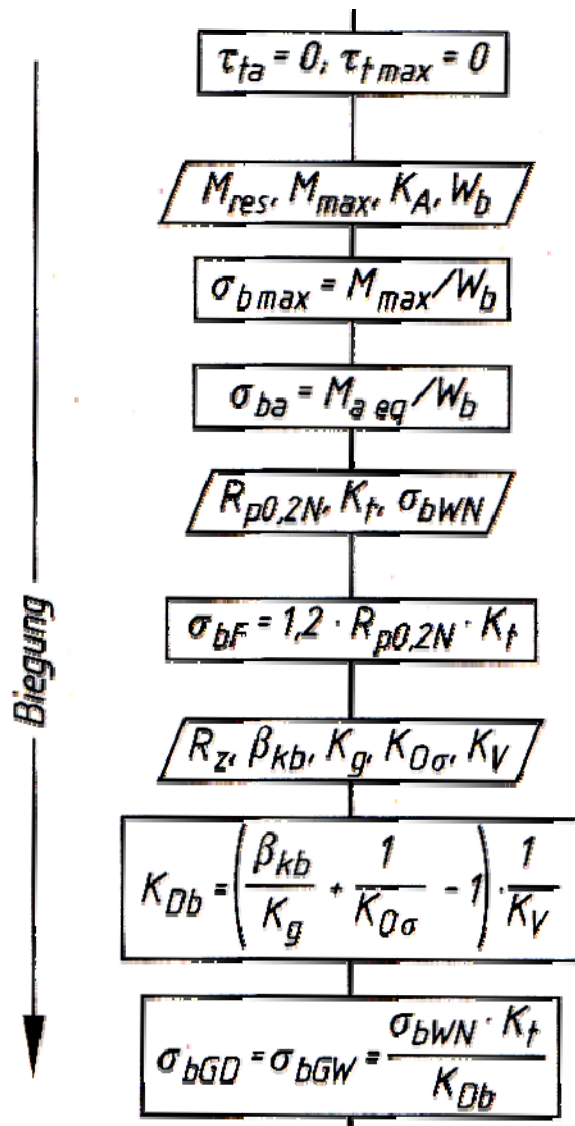
Verfahren	Probe		K_V	Verfahren	Probe		K_V
	Art	d in mm			Art	d in mm	
Chemisch-thermische Verfahren				Mechanische Verfahren			
Nitrieren Nitrierhärte-tiefe: 0,1 bis 0,4 mm	u	8 ... 25	1,15 (1,25)	Festwalzen	u	7 ... 25	1,2 (1,4)
		25 ... 40	1,10 (1,15)			25 ... 40	1,1 (1,25)
Oberflächenhärte: 700 bis 1000 HV10	g	8 ... 25	1,5 (2,5)		g	7 ... 25	1,5 (2,2)
		25 ... 40	1,2 (2,0)				25 ... 40
Einsatzhärten Einsatzhärte-tiefe: 0,2 bis 0,8 mm	u	8 ... 25	1,2 (2,1)	Kugelstrahlen	u	7 ... 25	1,1 (1,3)
		25 ... 40	1,1 (1,5)			25 ... 40	1,1 (1,2)
Oberflächenhärte: 670 bis 750 HV10	g	8 ... 25	1,5 (2,5)		g	7 ... 25	1,4 (2,5)
		25 ... 40	1,2 (2,0)				25 ... 40
Thermische Verfahren				Thermische Verfahren			
Karbonisierhärten Härte-tiefe: 0,2 bis 0,4 mm	u	8 ... 25	1,1 (1,9)	Induktivhärten Flammenhärten Härte-tiefe: 0,9 bis 1,5 mm	u	7 ... 25	1,2 (1,6)
		25 ... 40	1 (1,4)			25 ... 40	1,1 (1,4)
Oberflächenhärte: mind. 670 HV10	g	8 ... 25	1,4 (2,25)		g	7 ... 25	1,4 (2,0)
		25 ... 40	1,1 (1,8)				25 ... 40
Alle Verfahren	u	>40	1,0	Alle Verfahren	g	40 ... 250 >250	1,1 1,0

1) Wert in () dient zur Orientierung und muss experimentell bestätigt werden.

Für ungekerbte Wellen ist bei Zug/Druck $K_V = 1$. Erfolgt die Berechnung über Stützzahlen, die für verfestigte Werkstoffe gelten oder mit experimentell bestimmten Kerbwirkungszahlen, gültig für den verfestigten Zustand, ist ebenfalls $K_V = 1$ zu setzen.

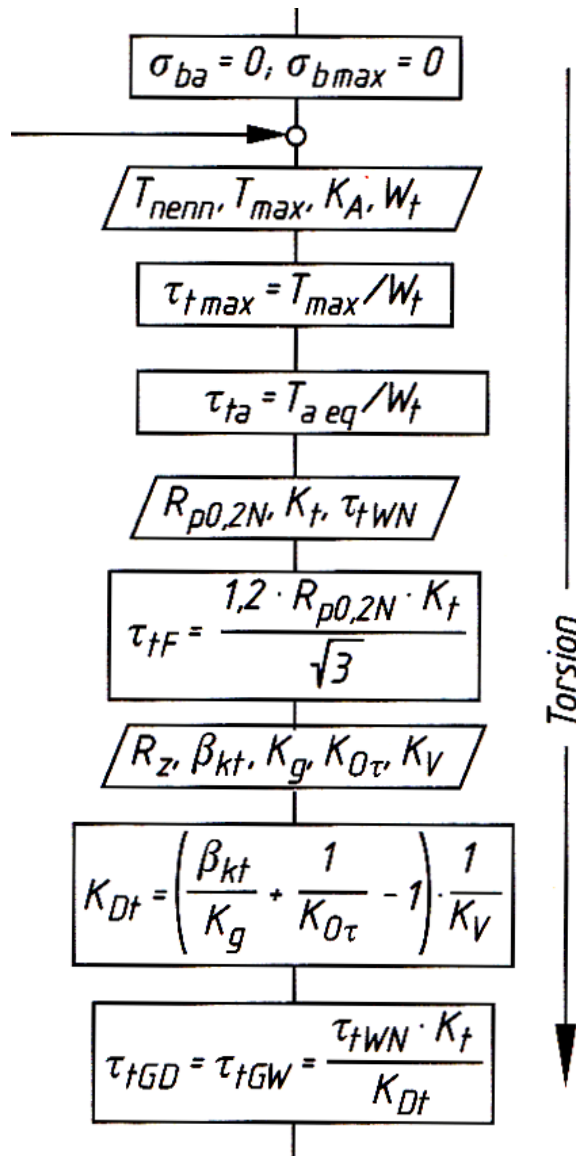
u ungekerbt g gekerbt





Bekannt aus Beanspruchungsverlauf

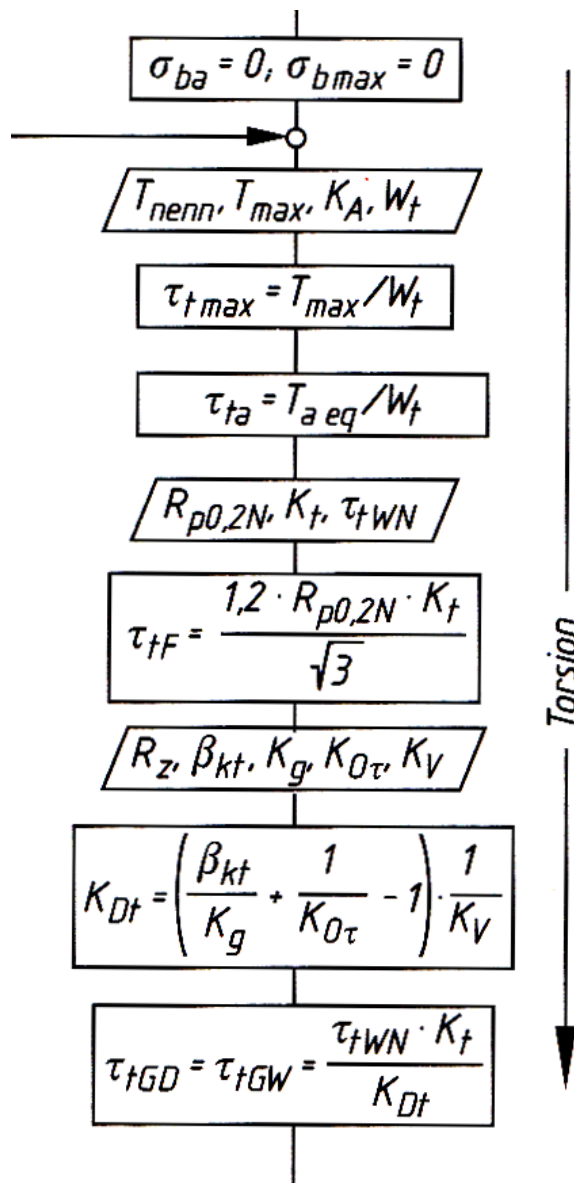
K_t ... Technologischer Größeneinflussfaktor

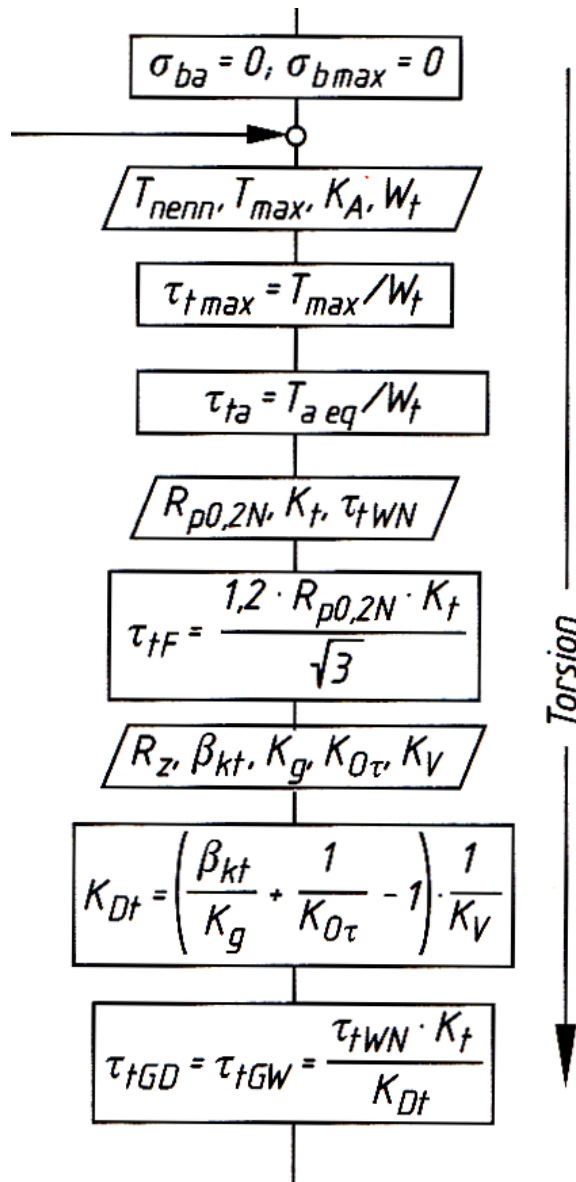


Bei rein wechselnder Beanspruchung:

Bei rein schwellender Beanspruchung:

W_t ... Widerstandsmoment gegen Torsion





Bekannt aus Beanspruchungsverlauf

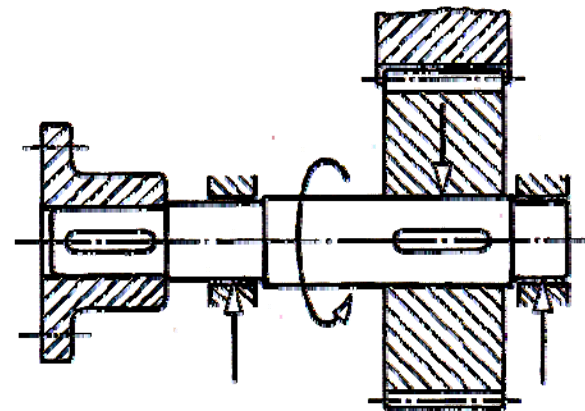
K_t ... Technologischer Größeneinflussfaktor

6.7 Nachweis der Einhaltung der zulässigen Verformung

- Wellen und Achsen können infolge mechanischer und thermischer Belastungen durchbiegen und/oder verdrehen, wodurch die Funktion beeinträchtigt werden kann. Daher ist eine Nachweisführung zu erbringen, wenn
 - eine Führungsgenauigkeit verlangt wird

- die Lager Anforderungen stellen.

- die Gefahr von Schwingungen besteht



Wellen und Achsen

Wellen und Achsen allgemein, Maximalwert bezogen auf Stützlänge (Biegung)	$f_{max} \approx 0,33 \text{ mm/m}$
Wellen allgemein, Maximalwert bezogen auf Verdrilllänge (Verdrehung)	$\delta_{max} \approx 0,25^\circ/\text{m}$
Wellen und Achsen im allgemeinen Maschinenbau	$f_{zul} \approx 0,3 \text{ mm/m}$
Wellen und Achsen im Werkzeugmaschinenbau	$f_{zul} \approx 0,2 \text{ mm/m}$
Wellen und Achsen im Landmaschinenbau	$f_{zul} \approx 0,5 \text{ mm/m}$
Lagerabstand bei gegebenem Wellendurchmesser d (z.B. bei Fahrtrieben für Laufkrane bzw. vergleichbaren Antrieben)	$l = (300 \dots 400) \cdot \sqrt{d}$
Wellen von Elektromotoren (x_L – Luftspalt)	$f_{max} \approx 0,2 \dots 0,3 \cdot x_L$
Gleitlager, einstellbar	$\tan \beta_{max} \approx 10 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 3')$
Gleitlager, nicht einstellbar	$\tan \beta_{max} \approx 3 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 1')$
Wälzlager, (Radial-) Rillenkugellager	$\tan \beta_{max} \approx 10 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 3')$
Wälzlager, (Radial-) Zylinderrollenlager	$\tan \beta_{max} \approx 2 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 0,6')$

Zulässige Verformungen für Wellen und Achsen (Teil I)

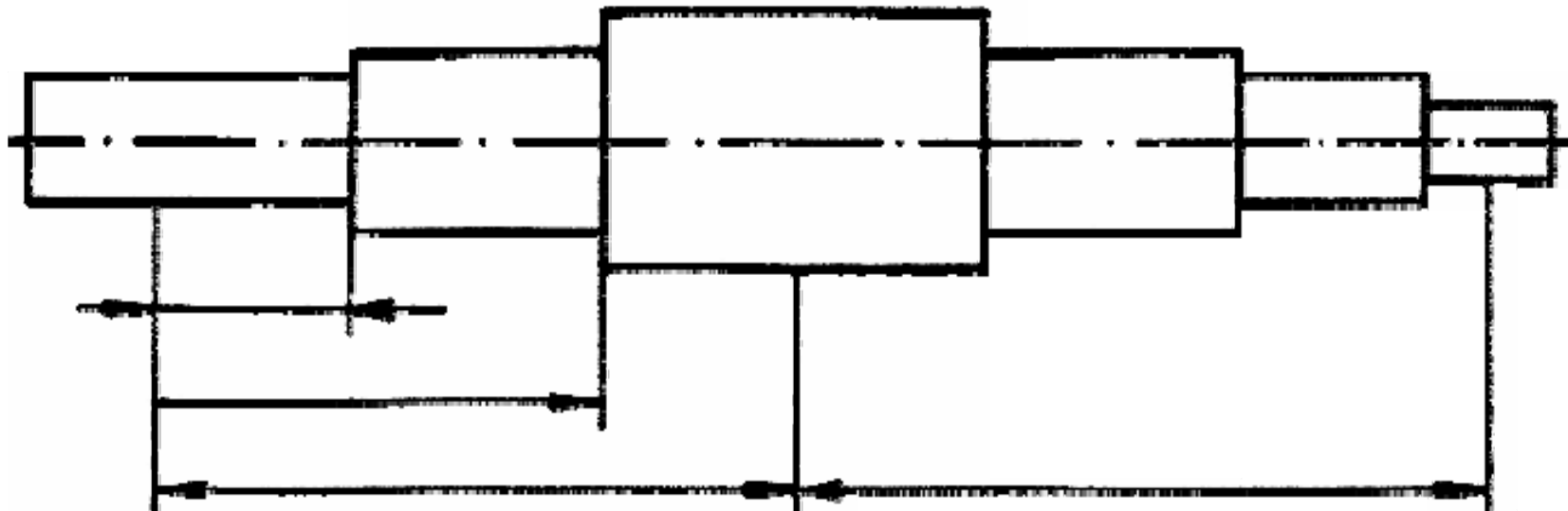
Wellen mit Zahnrad, Maximalwert an Eingriffsstelle (m_n – Normalmodul)	$f_{max} \approx 0,005 \cdot m_n$
Wellen mit Zahnrad, Maximalwert an Eingriffsstelle, ungehärtete Zahnräder	$\tan \beta_{max} \approx 2 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 0,6')$
Wellen mit Zahnrad, Maximalwert an Eingriffsstelle, gehärtete Zahnräder	$\tan \beta_{max} \approx 1 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 0,3')$
Industriegetriebe für schwere Anwendungen, Modul $m = 5$ oder Zahnbreite $b = 50$ mm, DIN-Qualität = 7	$\tan \beta_{max} \approx 4 \cdot 10^{-4} \approx (\beta_{max} \approx 1,2')$
Industriegetriebe für schwere Anwendungen, Modul $m > 5$ oder Zahnbreite $b > 50$ mm, DIN-Qualität > 7	$\tan \beta_{max} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \approx (\beta_{max} \approx 5')$
Schneckenwelle, Maximalwert an Eingriffsstelle (d_m – Mittenkreisdurchmesser der Schnecke)	$f_{max} \approx 0,001 \cdot d_m$

Zulässige Verformungen für Wellen und Achsen (Teil II)

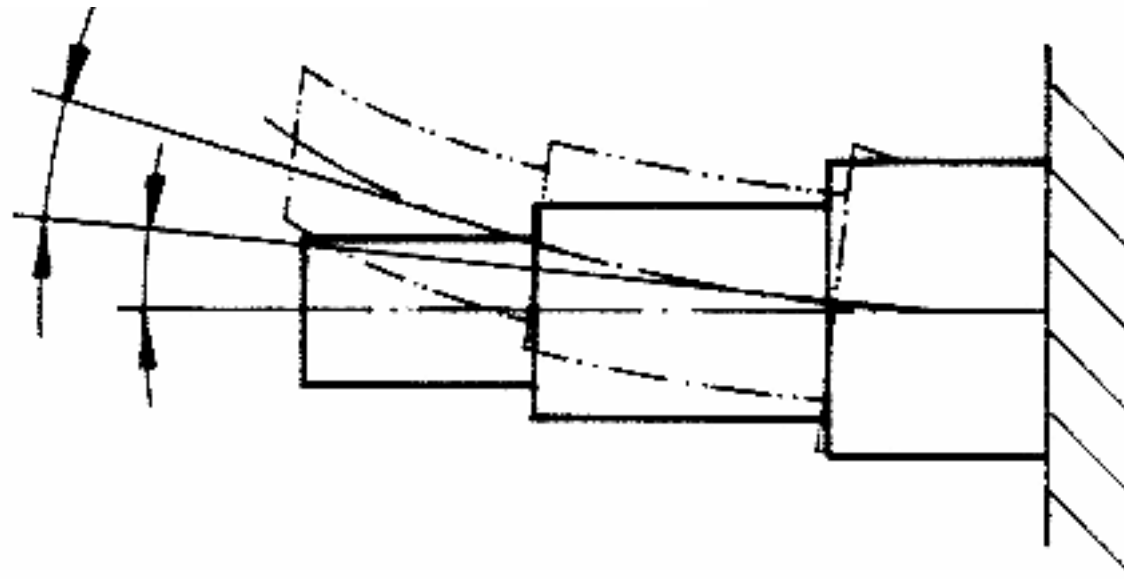
Biegeverformungen

- In vielen Fällen genügt die Berechnung der elastischen Linie (Biegelinie) nach dem Grundfall des beidseitig eingespannten Trägers mit konstantem Querschnitt.
- Für Wellen mit veränderlichen Querschnitten wird folgende Vorgehensweise empfohlen:

1. Erfassen der Orte der Lagerung und Krafteinleitung, der Durchmesser und Längen



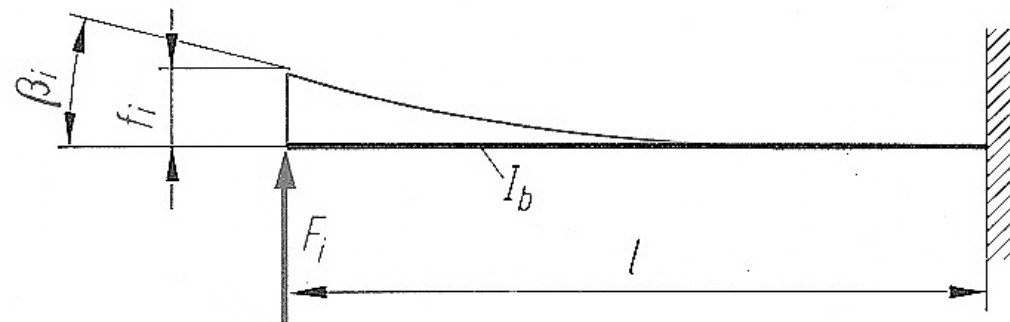
2. Zerlegen in zwei Freiträger



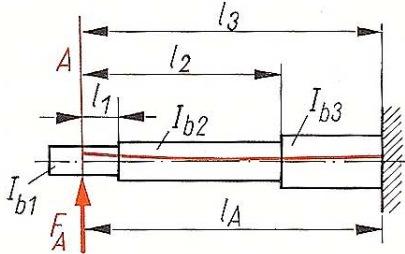
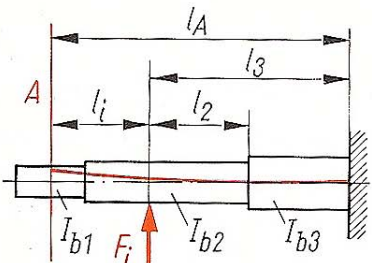
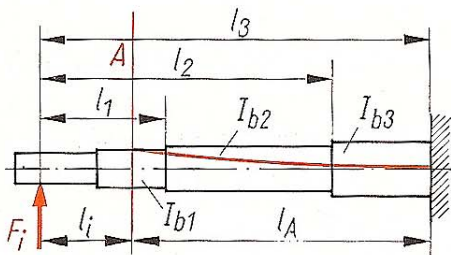
Die Durchbiegung im Lager A ermittelt sich aus der Summe der Einzeldurchbiegungen:

Die Neigung im Lager A ermittelt sich aus der Summe der Einzelneigungen:

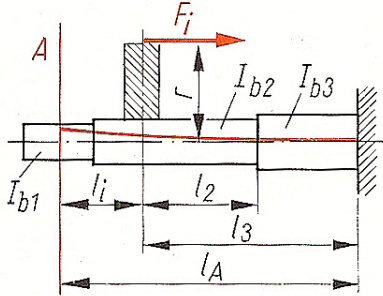
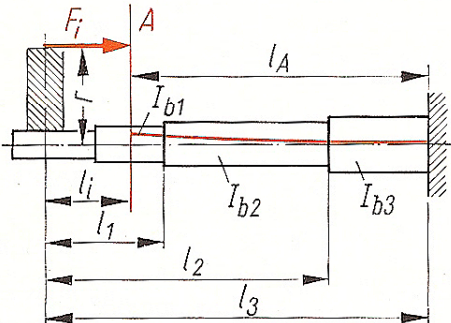
Die auf den einzelnen Biegestab bezogenen Verformungen und Neigungen infolge Querkraft sind aus der Mechanik bekannt.



Das Einsetzen die Biege- und Neigungsgleichungen ergibt somit:

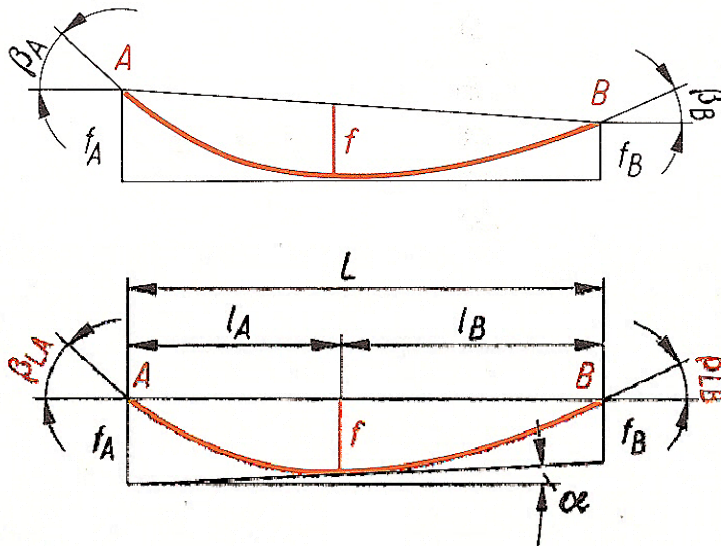
Belastungsfall	Berechnungsgleichung
	$\beta_{AA} = \frac{F_A}{2E} \left(\frac{l_1^2}{I_{b1}} + \frac{l_2^2 - l_1^2}{I_{b2}} + \frac{l_3^2 - l_2^2}{I_{b3}} \right)$ $f_{AA} = \frac{F_A}{3E} \left(\frac{l_1^3}{I_{b1}} + \frac{l_2^3 - l_1^3}{I_{b2}} + \frac{l_3^3 - l_2^3}{I_{b3}} \right)$
	$\beta_{Ai} = \frac{F_i}{2E} \left(\frac{l_2^2}{I_{b2}} + \frac{l_3^2 - l_2^2}{I_{b3}} \right)$ $f_{Ai} = \frac{F_i}{3E} \left(\frac{l_2^3}{I_{b2}} + \frac{l_3^3 - l_2^3}{I_{b3}} \right) + \beta_{Ai} \cdot l_i$
	$\beta_{Ai} = \frac{F_i}{2E} \left(\frac{l_1^2 - l_i^2}{I_{b1}} + \frac{l_2^2 - l_1^2}{I_{b2}} + \frac{l_3^2 - l_2^2}{I_{b3}} \right)$ $f_{Ai} = \frac{F_i}{3E} \left(\frac{l_1^3 - l_i^3}{I_{b1}} + \frac{l_2^3 - l_1^3}{I_{b2}} + \frac{l_3^3 - l_2^3}{I_{b3}} \right) - \beta_{Ai} \cdot l_i$

Neigungswinkel und Durchbiegungen von Achsen und Wellen an der Lagerstelle A

Belastungsfall	Berechnungsgleichung
	$\beta_{Ai} = \frac{F_i \cdot r}{E} \left(\frac{l_2}{I_{b2}} + \frac{l_3 - l_2}{I_{b3}} \right)$ $f_{Ai} = \frac{F_i \cdot r}{2E} \left(\frac{l_2^2}{I_{b2}} + \frac{l_3^2 - l_2^2}{I_{b3}} \right) + \beta_{Ai} \cdot l_i$
	$\beta_{Ai} = \frac{F_i \cdot r}{E} \left(\frac{l_1 - l_i}{I_{b1}} + \frac{l_2 - l_1}{I_{b2}} + \frac{l_3 - l_2}{I_{b3}} \right)$ $f_{Ai} = \frac{F_i \cdot r}{2E} \left(\frac{l_1^2 - l_i^2}{I_{b1}} + \frac{l_2^2 - l_1^2}{I_{b2}} + \frac{l_3^2 - l_2^2}{I_{b3}} \right) - \beta_{Ai} \cdot l_i$
<p> β_A in rad Neigungswinkel an der Lagerstelle A, f_A in cm Durchbiegung an der Lagerstelle A, F_A, F_i in kN Belastungskräfte, E in kN/cm² Elastizitätsmodul $\approx 21 \cdot 10^3$ kN/cm² für Stahl, l_i, l_n in cm Trägerteillängen (Index n = 1, 2, 3...) I_{bn} in cm⁴ axiale Flächenmomente 2. Grades der Querschnitte (Tab. 15.2) </p>	

Neigungswinkel und Durchbiegungen von Achsen und Wellen an der Lagerstelle A

4. Ermittlung der Neigungswinkel der Zapfen in den Lagern



Zusammenführen der beiden Biegelinien und Lager A und B auf gleiche Höhe schieben

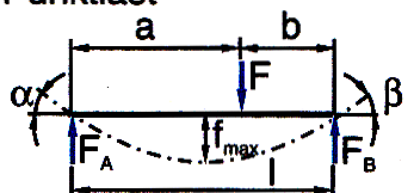
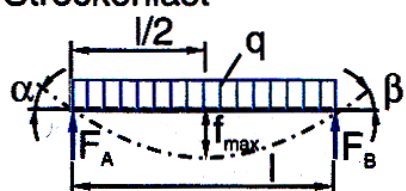
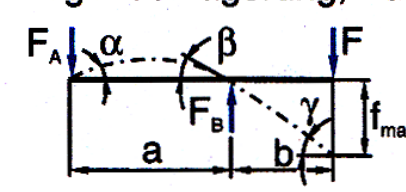
$$\alpha = \frac{f_A - f_B}{L}$$

Die Einzelneigungen betragen somit

in Lager A:

in Lager B:

5. Ermittlung der Durchbiegung

Belastungsfall	maximale Durchbiegung f_{\max}	Neigungswinkel α, β, γ
Punktlast 	$f_{\max} = \frac{F \cdot x \cdot \sqrt{(l^2 - x^2)^3}}{15,58 \cdot E \cdot I}$ $x = \max(a, b)$	$\tan \alpha = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l}$ $\tan \beta = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l}$
Streckenlast 	$f_{\max} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$	$\tan \alpha = \tan \beta = \frac{q \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I}$
Fliegende Lagerung, Punktlast 	$f_{\max} = \frac{F \cdot a \cdot l^2}{15,58 \cdot E \cdot I}$	$\tan \alpha = \frac{F \cdot a \cdot (2 \cdot l + 3 \cdot a)}{6 \cdot E \cdot I}$ $\tan \beta = \frac{F \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I}; \quad \tan \gamma = \frac{F \cdot a \cdot l}{3 \cdot E \cdot I}$

E = Elastizitätsmodul
 E = 210.000 N/mm²
 für Stahl

I = Flächenträgheitsmoment

$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$
 für Kreisquerschnitt

$I = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64}$
 für Kreisringquerschnitt

Maximale Durchbiegungen und Neigungen bei Einzelkraft und Streckenlast für häufig vorkommende Belastungsfälle

6. Ermittlung der Gesamtdurchbiegung und –neigung

- In der Regel wirken die Biegekräfte nicht nur in einer Ebene, so dass die Größen für die x- und y-Ebene getrennt errechnet werden müssen.

$$\rightarrow \alpha_y, f_{Ay}, f_{By}, \beta_{LAy}, \beta_{LBy}, \beta_{Ay}, \beta_{By}, f_y$$

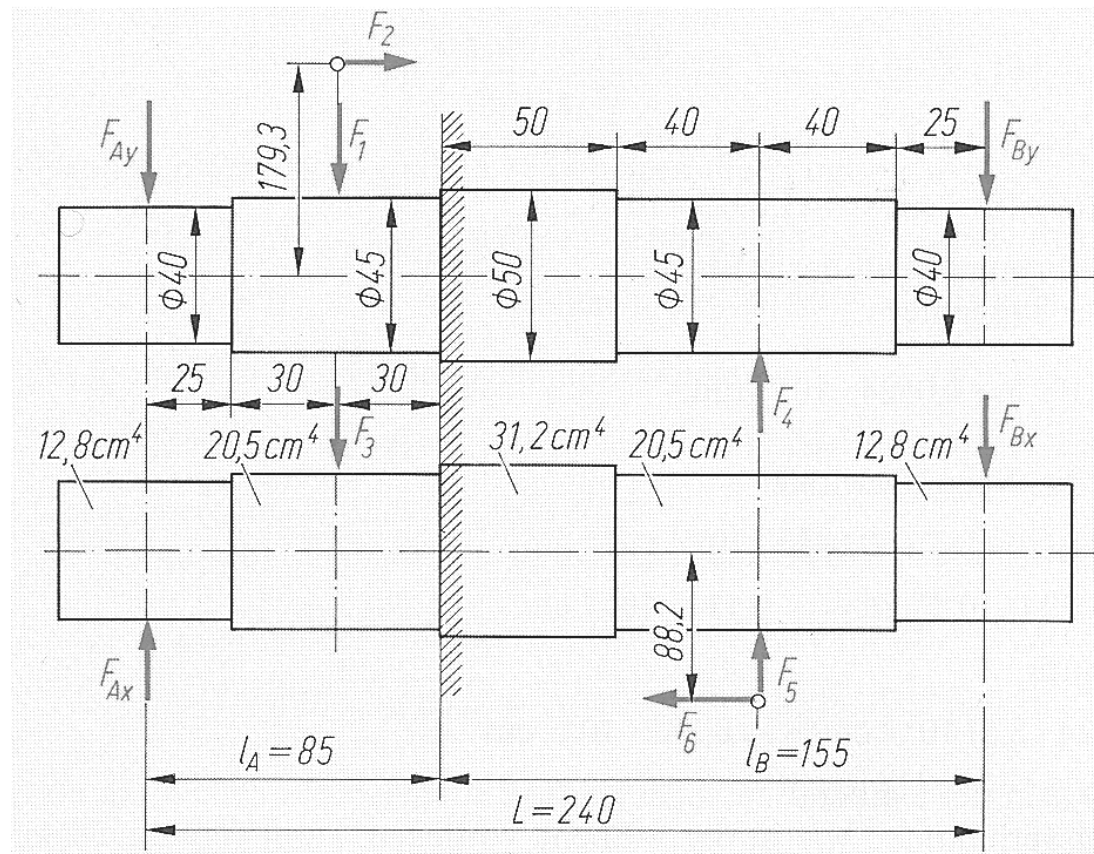
Gesamtneigungswinkel
in Lager A:

Gesamtneigungswinkel
in Lager B:

Gesamtdurchbiegung:

Beispielrechnung (Durchbiegung)

- Am Beispiel einer abgesetzten Zwischenwelle wird die Überlagerung von Quer- und Längskräften sowie der Bedeutung der Krafrichtung erläutert.



Linke Seite *y-Ebene*

Durchbiegung durch Lagerkraft F_{Ay}

Neigung durch Lagerkraft F_{Ay}

Linke Seite *y-Ebene*

Neigung durch Querkraft F_1

Durchbiegung durch Querkraft F_1

Linke Seite *y-Ebene*

Neigung durch Querkraft F_2

Durchbiegung durch Querkraft F_2

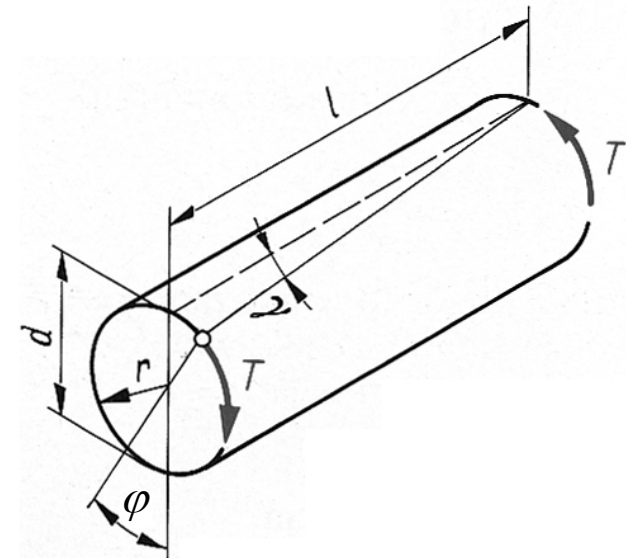
Linke Seite *y-Ebene*

Zusammenfassung

Verdrehungen

- Bei der Berechnung der Torsionsverformung wird ebenfalls eine Aufsummierung der streckenweise ermittelten Verformungen von Wellenstücken mit konstanten Querschnittswerten.
- Grundlage für die Ermittlung des Gesamtverdrehwinkels einer mehrfach abgesetzten Welle ist die Gleichung zur Bestimmung des Verdrehwinkels:

$$\varphi = \frac{T * l}{G * I_t}$$



Beispielrechnung zur Bestimmung der Verdrehung

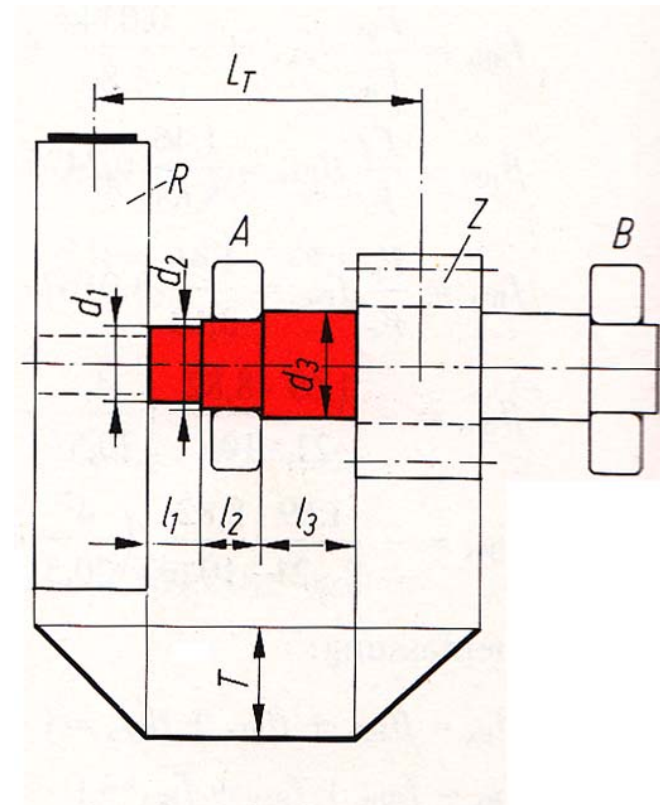
- Eine gestufte Welle wird auf Torsion beansprucht.

$$d_1 = 65\text{mm}, d_2 = 70\text{mm}, d_3 = 75\text{mm}$$

$$l_1 = 30\text{mm}, l_2 = 35\text{mm}, l_3 = 50\text{mm}, L_T = 165\text{mm}$$

$$G = 0,83 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$T = 180\text{Nm}$$

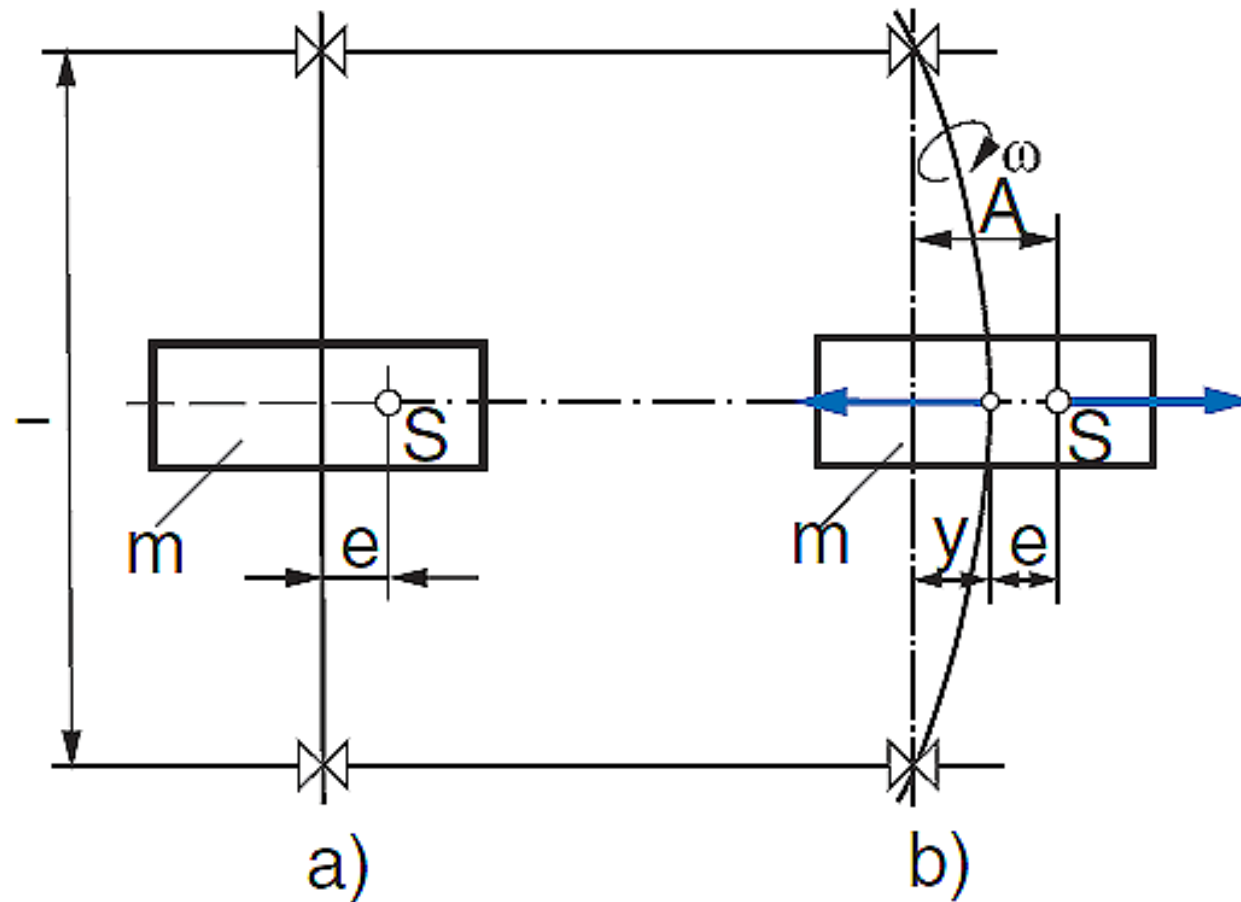


zul. Verdrillung:

- Die Abschätzung der Beanspruchbarkeit ist sehr konservativ. In der Praxis wird als Länge oftmals auch der Abstand zwischen Krafftein- und –ausleitung gewählt sowie $\delta_{zul} = 4...9 * 10^{-3} / m$ (Transmissionswellen: klein, Getriebewellen: groß).

6.8 Dynamisches Verhalten

- Wellen sind:



Biegeschwingungen einer Welle mit Einzelmassen

- a) Anordnung
- b) mechanisches Ersatzbild

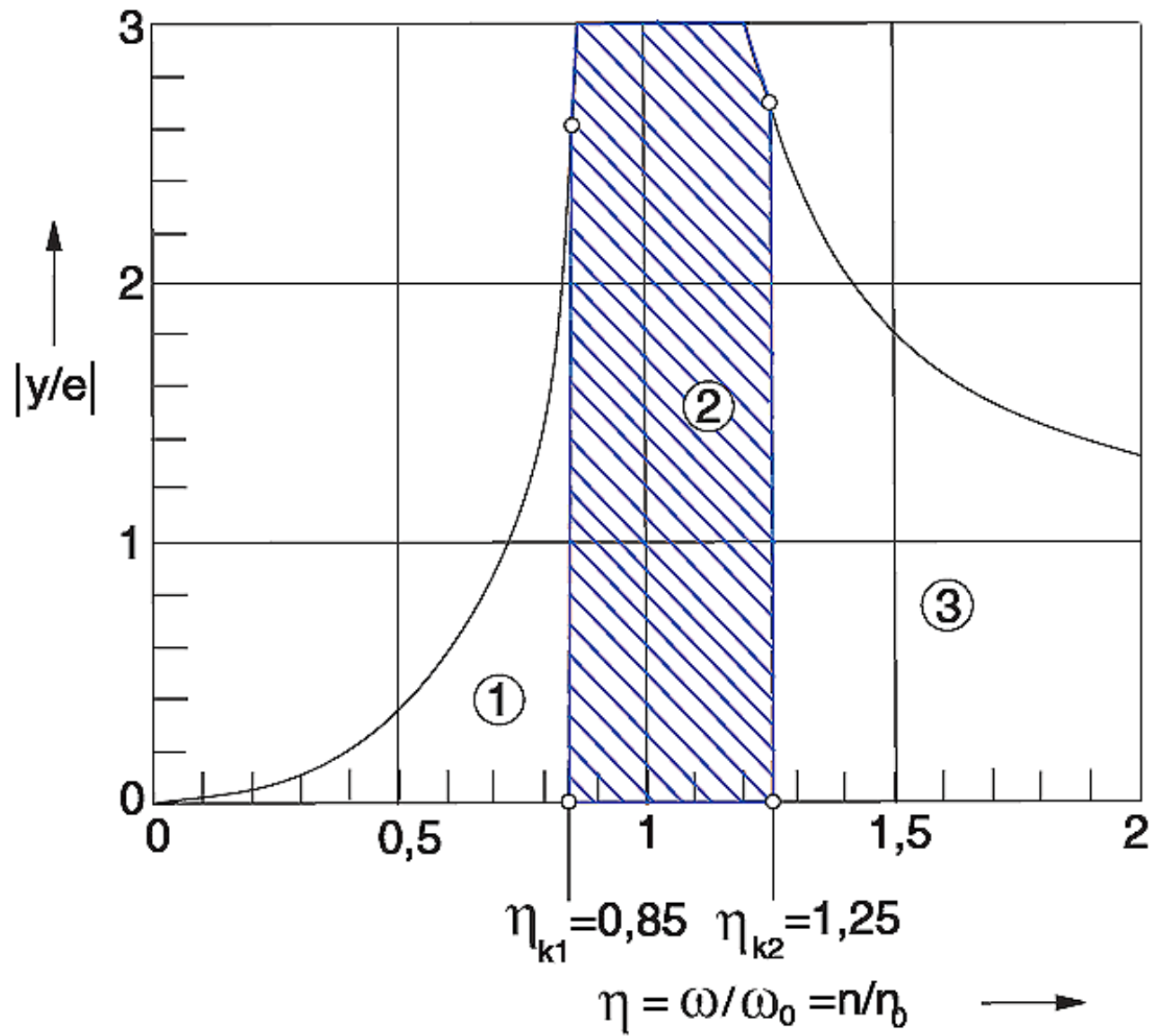
- Zur elementaren Ableitung der Biegeschwingungen unter Unwuchten wird eine um w ausgelenkte masselose Welle mit aufgesetzter Scheibe betrachtet, deren Masse m im Schwerpunkt S konzentriert ist. Der Schwerpunkt liegt um die Exzentrizität e vom Wellendurchstoßpunkt M entfernt und erzeugt eine Fliehkraft F_z .
- Die elastische Kraft der Welle mit aufgesetzter Scheibe beträgt:
- Bei Kräfte stehen im Gleichgewicht zueinander, somit ist

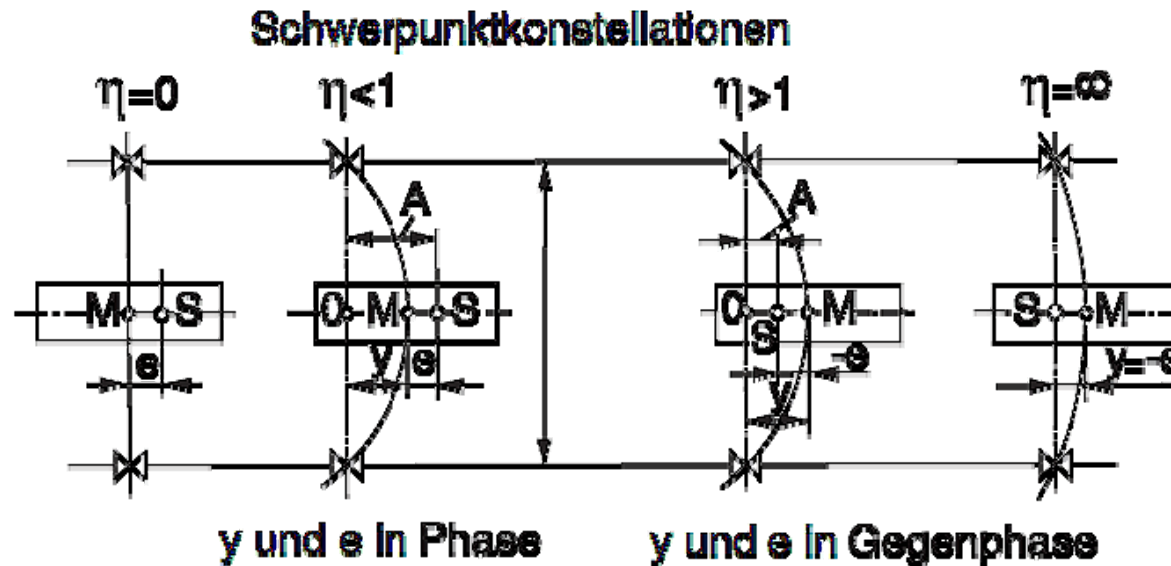
- Diese Frequenz ist die biegekritische Eigenfrequenz bzw. biegekritische Drehzahl.

- Durch Erweiterung mit ω_0^{-2} und Einsetzen erhält man die auf die Exzentrizität bezogene Ausschlagfunktion

- Zur Vermeidung von Resonanzschwingungen dürfen Anregungsfunktionen, wie

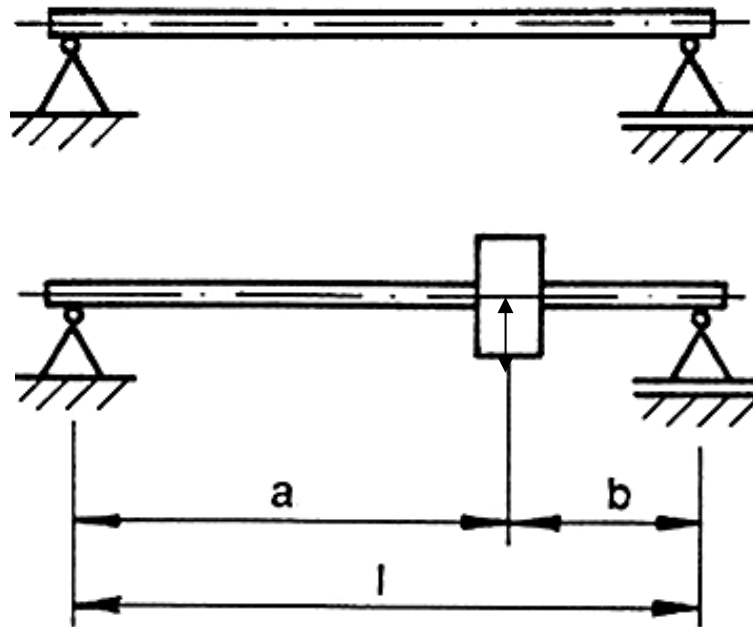
nicht im der Nähe der Eigenfrequenz liegen.





- Der Bewegungszustand $\eta < 1$ wird als "unterkritisch" bezeichnet, wobei der Wellenmittelpunkt M innerhalb des Massenschwerpunktes S zu liegen kommt, d.h. Fliehkrafterregung und Auslenkung der Welle sind in gleicher Phase.
- Bei "überkritischem Bewegungszustand" ($\eta > 1$) kommt dagegen der Massenschwerpunkt S innerhalb des Wellenmittelpunktes M zu liegen, d.h. Auslenkung und Erregung sind in Gegenphase.
- Für $\eta \rightarrow \infty$ wandert der Schwerpunkt in den Ursprung, der Wellenmittelpunkt M läuft mit der Exzentrizität e um. Dieser Effekt wird auch als "Selbstzentrierung" bezeichnet.

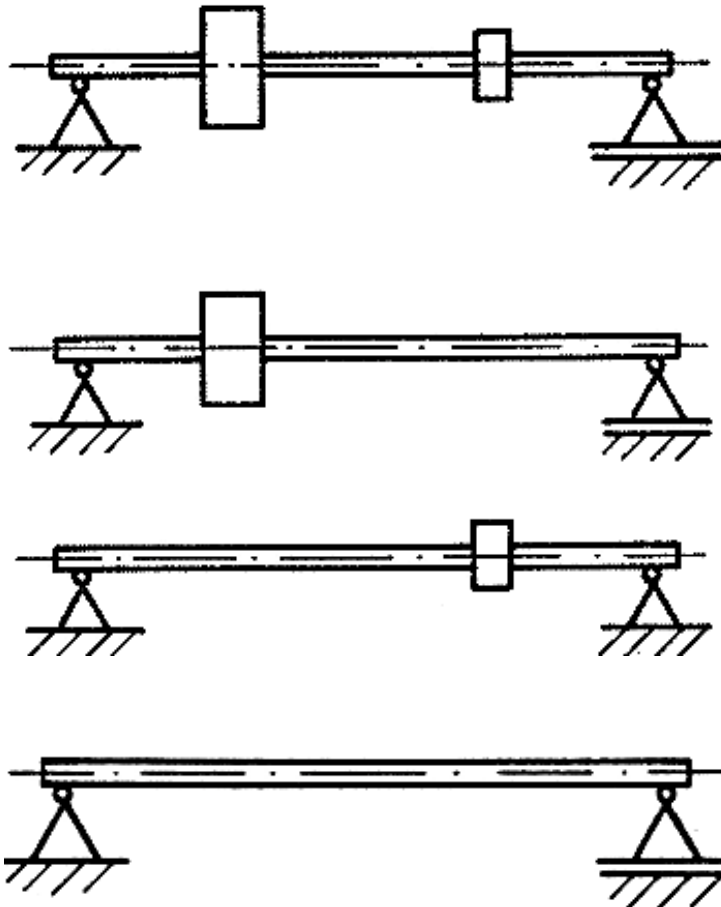
- Die Berechnung des Masse-Steifigkeitsverhältnisses zur Bestimmung der Eigenfrequenz $\omega_0^2 = \frac{R}{m}$ geschieht stufenweise. Zunächst wird die Eigensteifigkeit der Welle R_W und anschließend das der Zusatzmasse(n) auf der (masselosen) Welle R_G ermittelt.



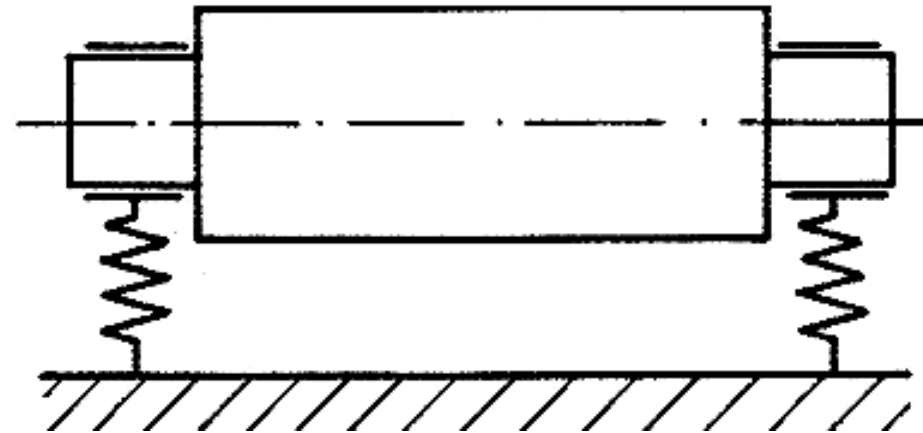
- Die Eigenfrequenz des Gesamtsystems ist:

wobei:

- Ebenso empfiehlt sich für beliebig viele Massen das stufenweise Vorgehen:



- Die Eigenfrequenz bzw. die kritische Drehzahl ergibt sich aus dem Wurzelverhältnis von Steifigkeit zu Masse und ist somit unabhängig von äußeren Belastungen
- Ebenso hat die Lage auf die Eigenfrequenz keinen Einfluss (Fliehkräfte wirken, keine Schwerkräfte).
- Die Federsteifigkeit bezieht sich auf das Gesamtsystem. Somit sind die Bauteilsteifigkeiten (von z.B. Lager, Gehäuse) abhängig von den Systemgrenzen in die Betrachtung mit einzubeziehen.



- Es gibt mehrere kritische Drehzahlen mit verschiedenen Schwingungsformen. Dabei entspricht die Anzahl der Massen gleich der Anzahl der Eigenfrequenzen. Zerlegt man die stetig verteilte Eigenmasse einer glatten Welle in infinitesimale Eigenmassen, so folgt daraus, dass es unendlich viele kritische Eigenmassen und damit unendlich viele Eigenschwingungen gibt.

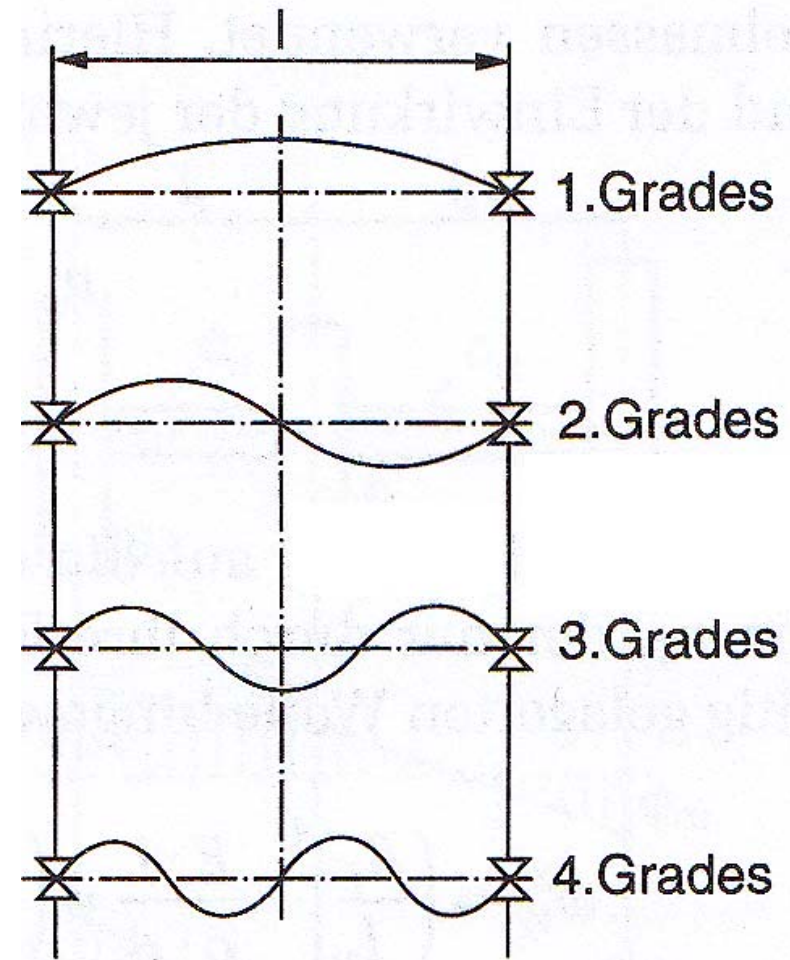
- Bsp. Für glatte Welle, beidseitig eingespannt

$$n_{0,1} = 277,7 * 10^6 * d / l^2 \text{ in } [\text{min}^{-1}]$$

$$n_{0,2} = 2,8 * n_{0,1}$$

$$n_{0,3} = 5,49 * n_{0,1}$$

$$n_{0,4} = 8,9 * n_{0,1}$$



Durchbiegungsformen der zweifach gestützten Welle
Durchbiegungsformen der zweifach gestützten Welle

- In der Praxis sind die Wellen jedoch abgesetzt und können zudem mehrfach gelagert sein.
- Zudem können die auf die Welle aufgebrauchten Massen eine nicht rotationssymmetrische Masseverteilung aufweisen. In diesem Fall liegen – auf den Umfang bezogen – unterschiedliche Steifigkeiten vor.



Beispielrechnung zur Bestimmung der Eigenfrequenz

- Für eine Getriebewelle gilt:

$$l_{A1} = 55\text{mm}, l_{B1} = 185\text{mm}$$

$$l_{A2} = 175\text{mm}, l_{B2} = 65\text{mm}$$

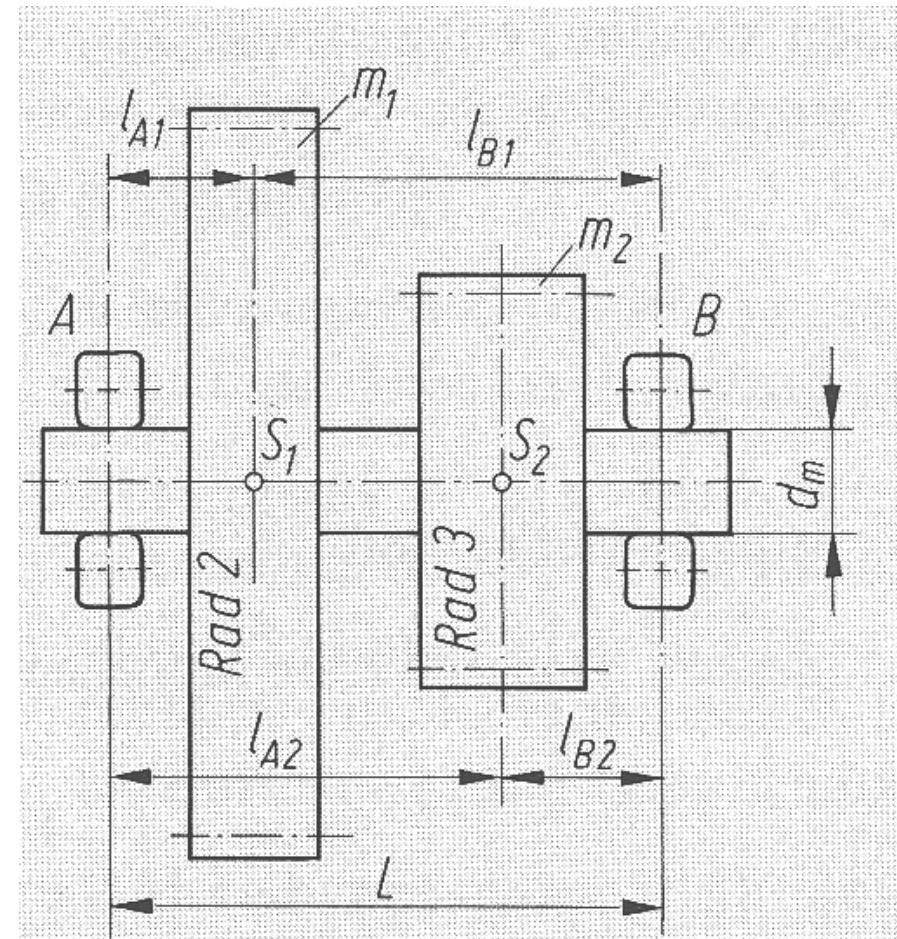
$$d_w = 30\text{mm},$$

$$L = 240\text{mm}$$

$$m_1 = 47,6\text{kg}, m_2 = 15,3\text{kg}$$

Werkstoff der Welle: S355

$$n = 15\text{s}^{-1} = 900\text{min}^{-1}$$



Ermittlung der kritischen Drehzahl für die Welle



Biegung durch Zahnrad 1



Biegung durch Zahnrad 1

Biegung durch Zahnrad 2

$$F_{A,G2} + F_{B,G2} - F_{G2} = 0$$

$$F_{A,G2} * L - F_{G2} * l_A = 0$$



Biegung durch Zahnrad 2

Ermittlung der kritischen Drehzahlen für die Einzelmassen

Zahnrad 1: $\omega_{0,G1}^2 = \frac{R_{G1}}{m_{G1}} \quad R_{G1} = \frac{m_{G1}^* g}{f_{G1}}$

Ermittlung der kritischen Drehzahlen für die Einzelmassen

Zahnrad 2:

Biegekritische Drehzahl der Gesamtwelle

6.9 Werkstoffe für Wellen und Achsen

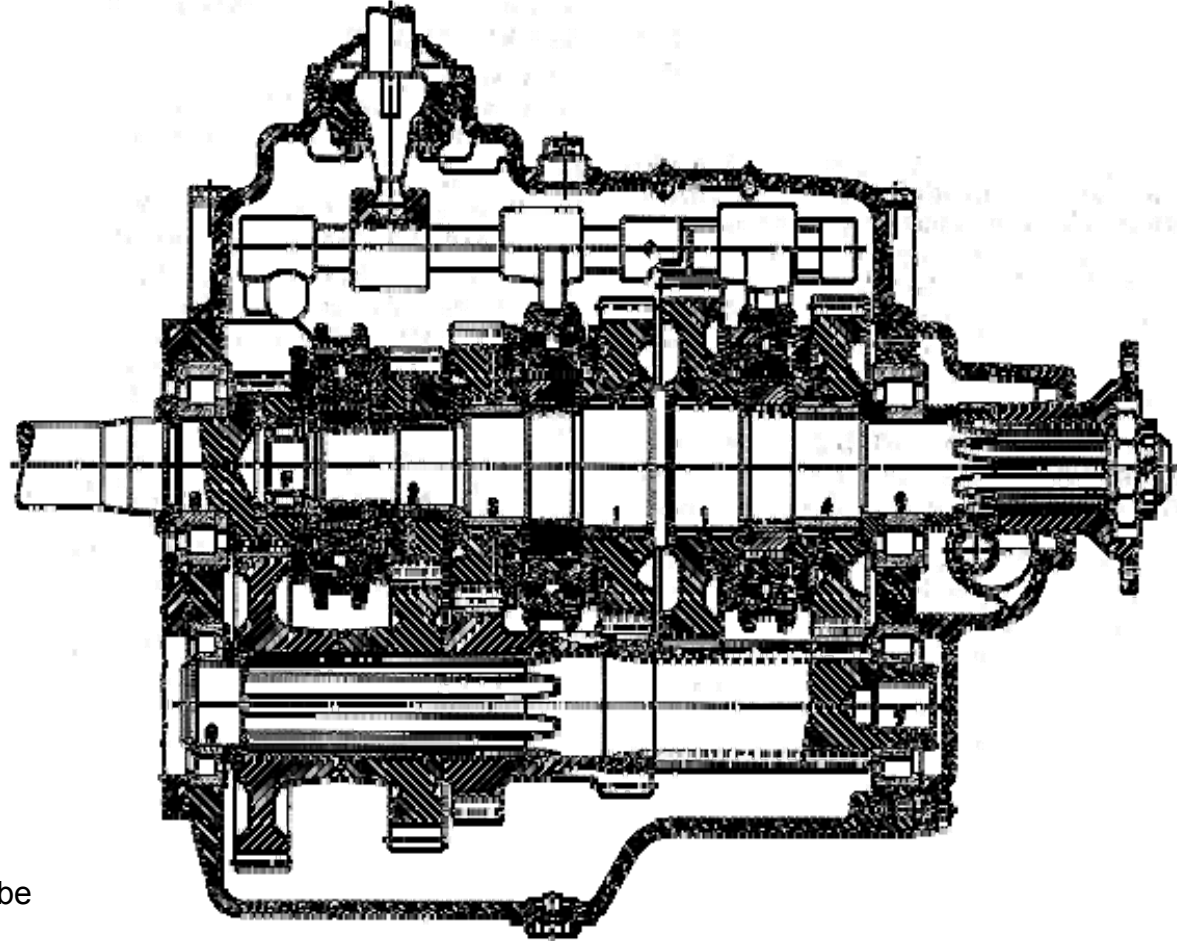
- Anforderungen an die Werkstoffe:

- Gewöhnlich werden normale Stähle eingesetzt (z.B. E355)
- Für hochfeste Gleitlagersitze und Laufflächen für Dichtungen werden Vergütungsstähle genommen.
- Einsatzstähle ermöglichen ebenfalls eine hochfeste Randschicht

6.10 Gestaltungshinweise für Wellen und Achsen

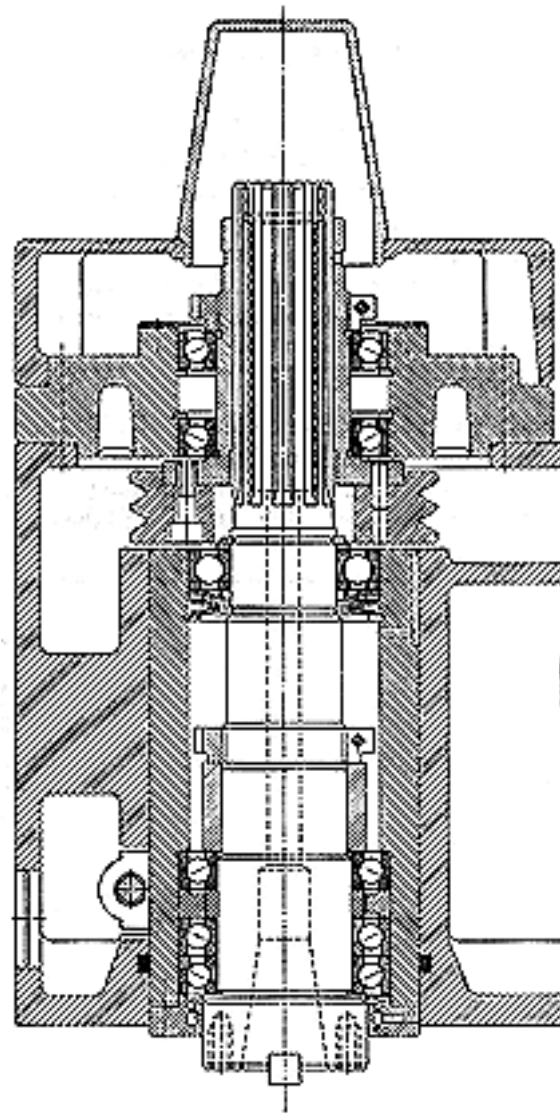
- Entsprechend den vorhergehenden Betrachtungen unterliegt die Gestaltung von Wellen und Achsen folgenden Kriterien:

- Aus der Montierbarkeit heraus ergeben sich in den meisten Fällen quasi doppelkegelige, in Absätzen gestufte Wellen, die grundsätzlich für jedes aufgesetzte Element einen eigenen Durchmesser haben.



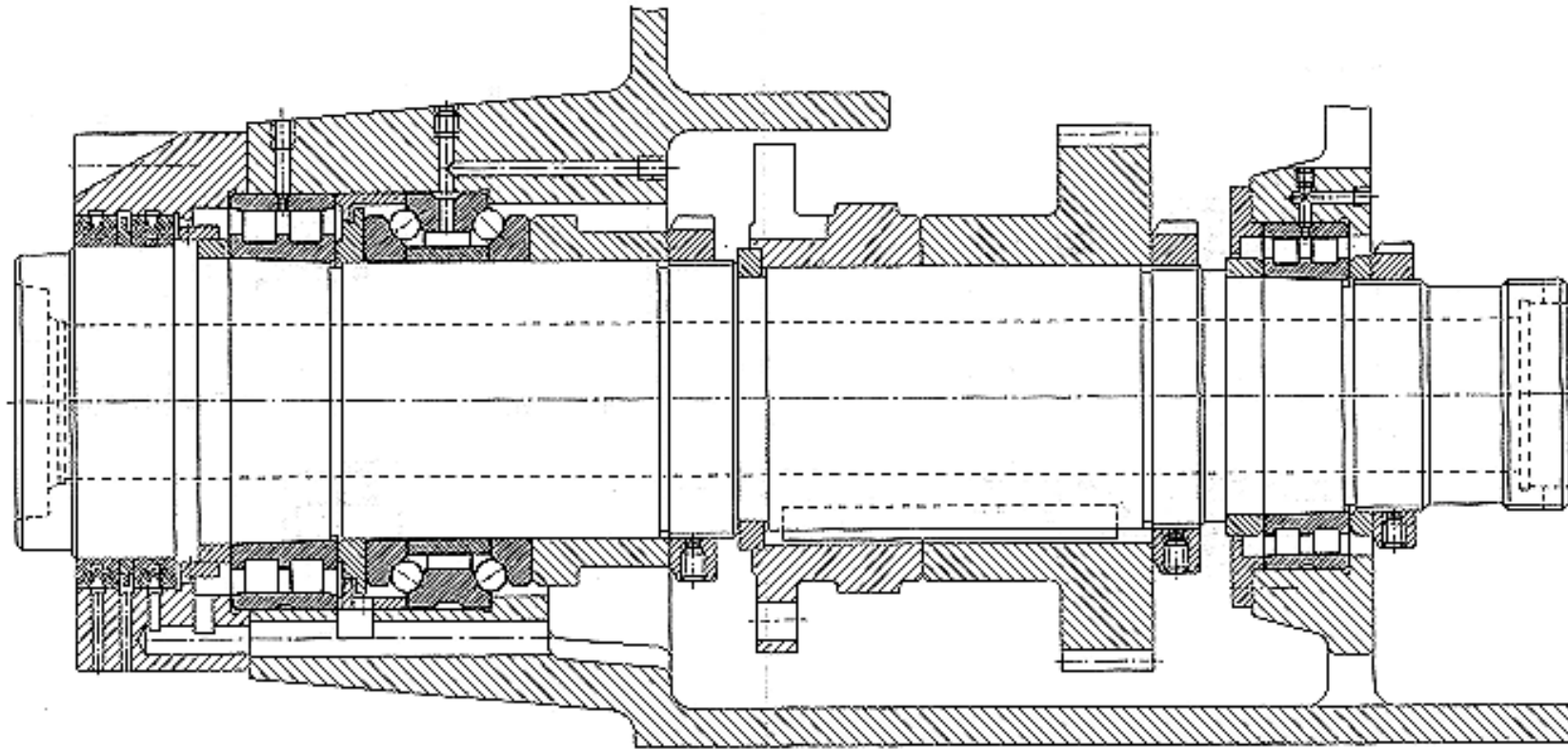
5-gängiges LKW-Getriebe

Allgemeine Konstruktionsregeln

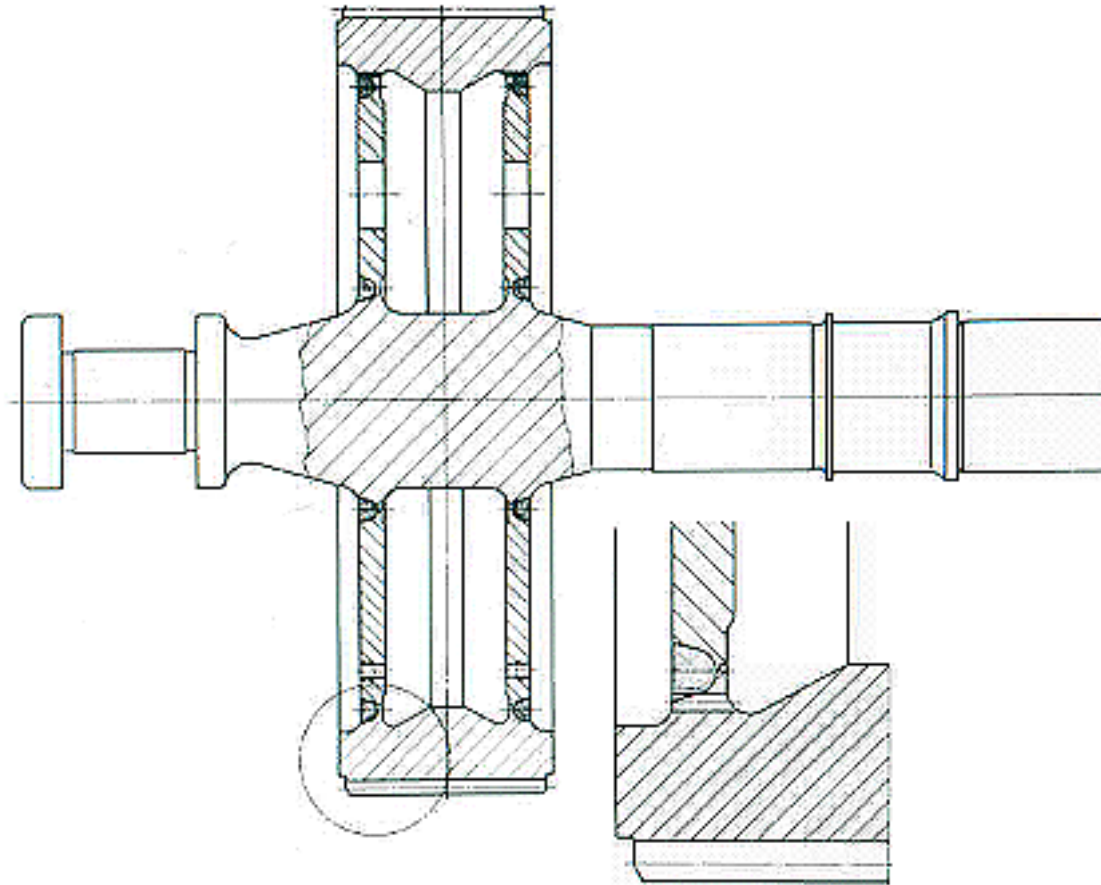


Frässpindel

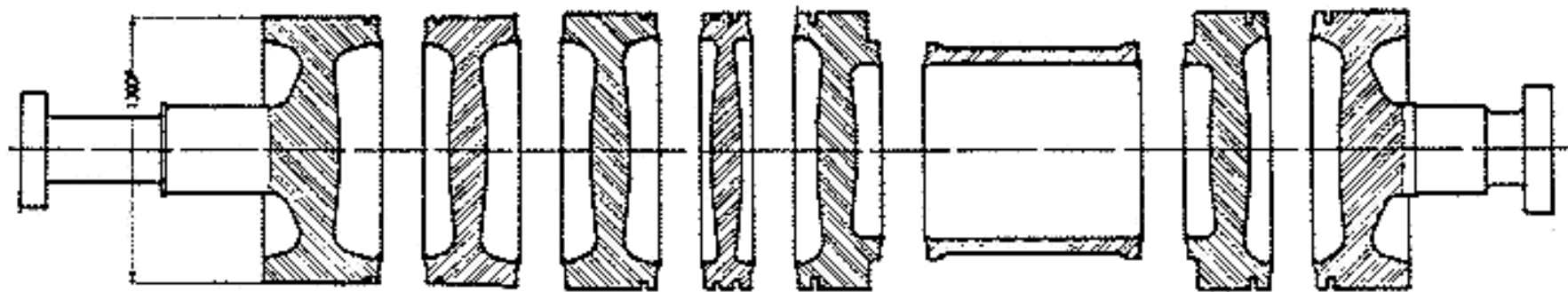
- Bei hohen Beanspruchungen und gleichzeitig hohen Anforderungen an das Verformungsverhalten oder hohen Genauigkeiten kann die Aufnahme von Querkräften und Torsionsmomenten durch unterschiedliche Elemente übernommen werden → Funktionstrennung.
- Im Bereich hoher Beanspruchungen (Biegemomente + Torsionsmomente) sollen konstruktive Kerben wie Einstiche und Nuten vermieden werden. Empfehlenswert ist die Verwendung von Abstandshülsen.



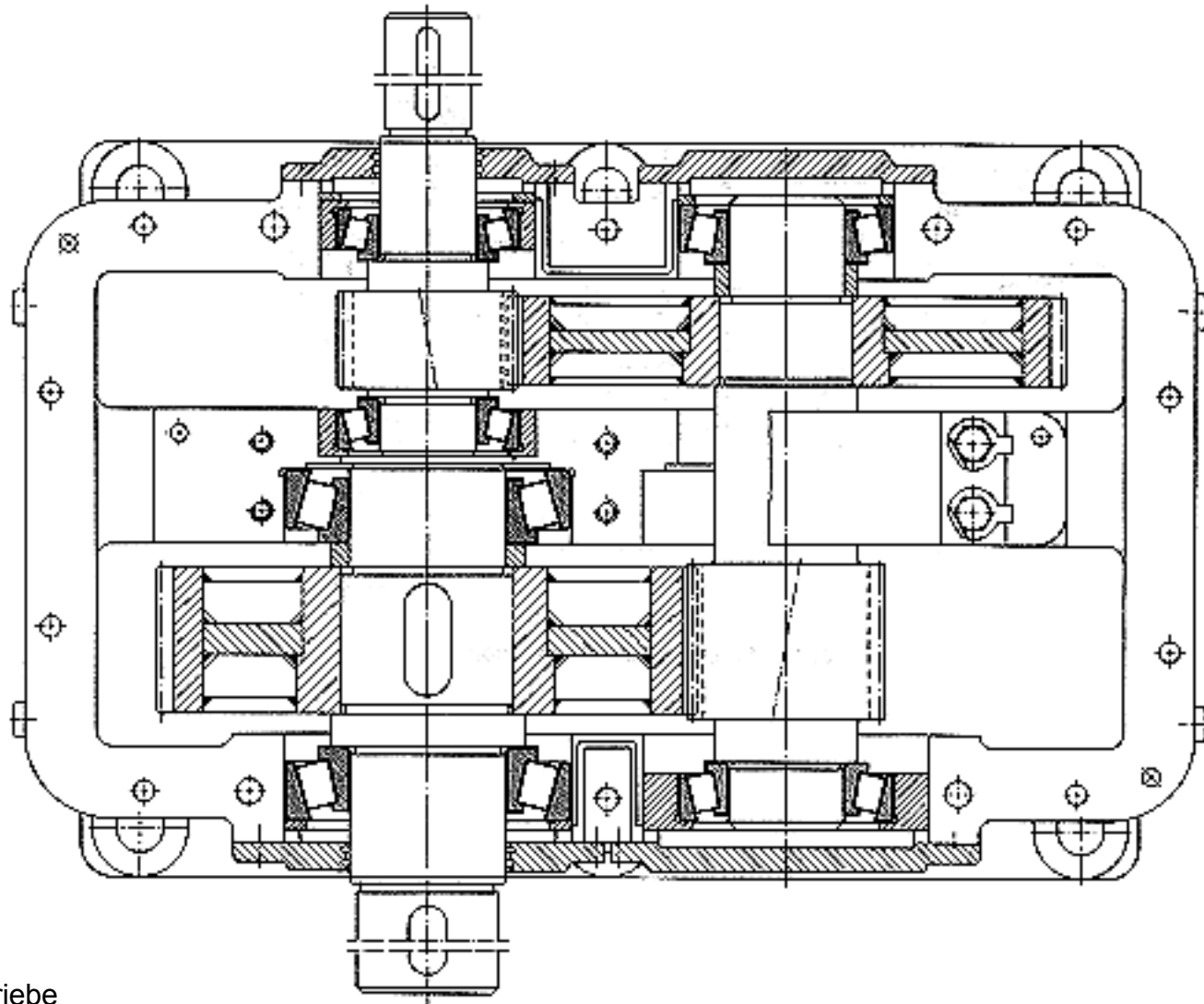
Bohr- und Frässpindel



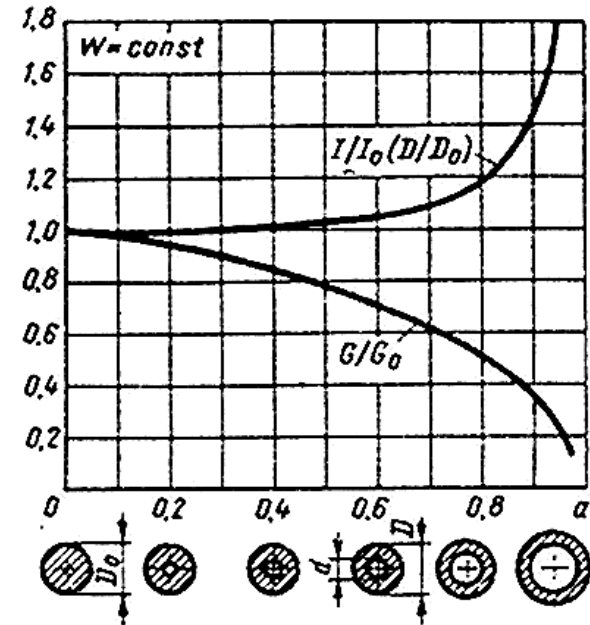
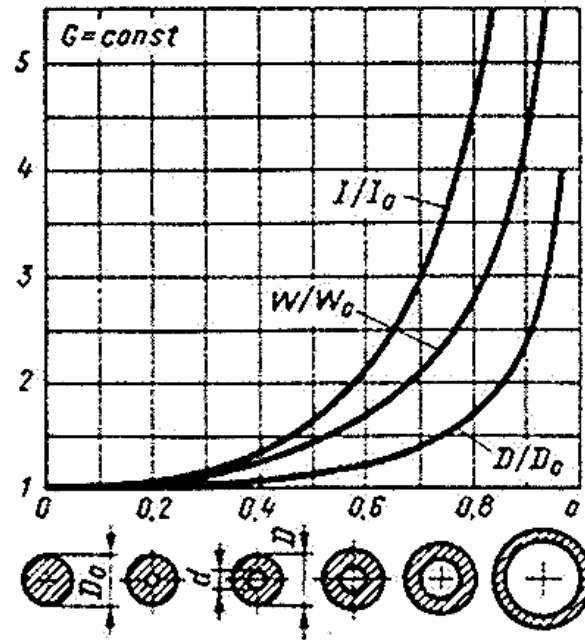
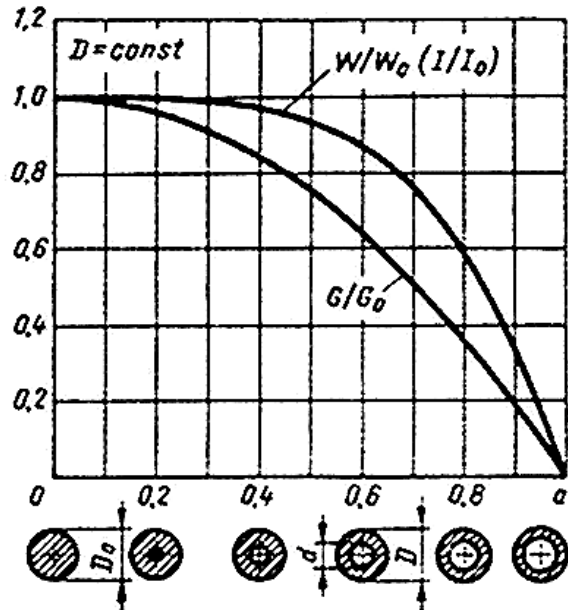
Auf Welle geschweißtes Zahnrad



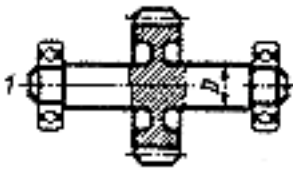

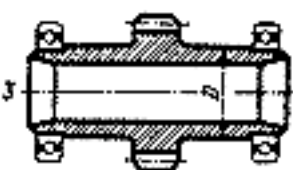

Schweißtechnisch zusammengesetzte Turbinenwelle



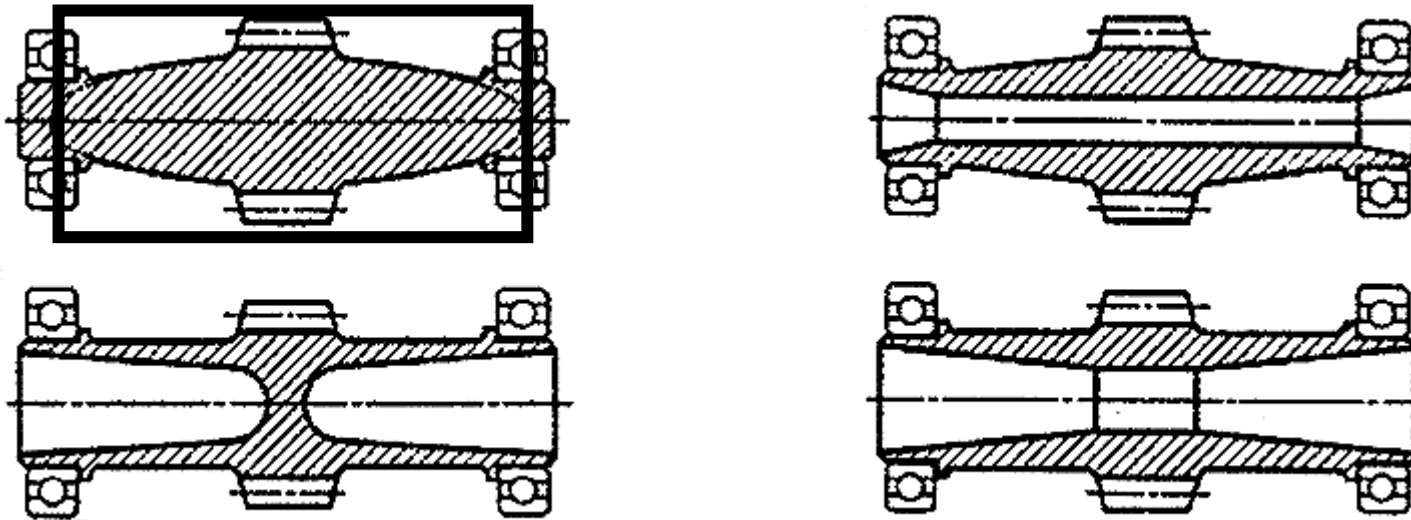
Getriebe



Vergleich zwischen Welle und Hohlwelle

	D	I	W	f	m	W/m
	1	1	1	1	1	1
	1,5	4,5	3	0,22	1,5	2
	2	13	6,5	0,08	2	3,25
	2,3	20	9	0,05	2,2	4

Einfluss der konstruktiven Gestaltung auf verschiedene technische Einflussfaktoren



Harmonisieren der Biegebeanspruchungen in der Welle

