Hintergrund der Bestätigungsprüfung nach DIN 18560-2

In Estrichtechnik 144 erschien ein Artikel mit dem Thema "Dünnschichtige Estriche - Retter in der Not", woraufhin ein Leserbrief in Estrichtechnik 146 von Herrn Dr. Norbert A., Leiter Technischer Produktservice eines bekannten Bauprodukteherstellers u. a. für Klebstoffe, veröffentlicht wurde.
Der Leserbrief zeigt deutlich, dass aus DIN-Normen abgeschrieben wird, ohne dass die Zusammenhänge verstanden worden sind.

"Kleine Festigkeitslehre"

Die Biegezugfestigkeit σ_Z *(Sigma, nach DIN 18560 mit $ß_{BZ}$ bezeichnet)* stellt einen materialspezifischen Kennwert dar und bezeichnet die maximal aufnehmbare Spannung eines Werkstoffs bei der Beanspruchung auf Biegung. Erzeugen die in das Bauteil eingeleiteten Kräfte eine Biegespannung die größer ist, als die Biegezugfestigkeit des verwendeten Werkstoffs, so wird das Gefüge des Werkstoffs zerstört, was zum Versagen des Bauteils führen kann.
Die Biegezugfestigkeit eines Werkstoffs kann anhand der Balkenprüfung ermittelt werden.

Grundlagen der Balkenprüfung

Die Balkenprüfung basiert auf den Kenntnissen und Annahmen der Balkentheorie. Diese beschreibt das Verhalten von Balken unter Belastung und gilt als Bestandteil der Technischen Mechanik. Im Regelfall reicht es aus, die Balkentheorie Erster Ordnung anzuwenden. Dabei wird ein Balkenelement näherungsweise am unverformten Balken betrachtet und die dabei auftretenden Kräfte und Momente werden bilanziert. Zur Vereinfachung dient die Hypothese nach Bernoulli, die folgende Annahmen der Betrachtung zu Grunde legt:

a. Der Balken ist schlank (Länge >> Höhe)
b. Querschnitte bleiben eben
c. Senkrecht zur Balkenachse stehende Querschnitte stehen auch nach der Deformation senkrecht zur deformierten Balkenachse

Um ein Tragwerk "berechenbar" zu machen, wird es in ein (meist) ebenes Modell überführt, das sogenannte Statische System. Dabei ist von Bedeutung, dass alle realen Einwirkungen, die am Tragwerk zu erwarten sind, berücksichtigt werden. Normalerweise müsste in die Betrachtung auch das Eigengewicht des Balkens in Form einer Gleichstreckenlast einfließen (Abb. 1).

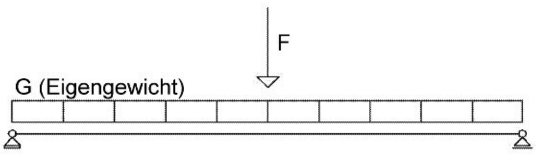

Abb. 1 Statisches System

Die DIN 18560-2:2004-04 legt unter Punkt 6.3.3.1 für die Bestätigungsprüfung folgende Balkenabmessungen fest:

$$\text{Dicke} = d$$
$$\text{Länge} = l = 6 \cdot d$$
$$\text{Breite} = b = 60\text{mm}$$

Sowohl die Berechnungen als auch die praktischen Versuche zeigen, dass die Einflüsse des Eigengewichts aufgrund der sehr kleinen Prüfkörpergröße so gering sind, dass es - unter normalen Bedingungen - vernachlässigt werden kann.

Es ergibt sich weiter vereinfacht das - statisch bestimmte – System mit den gezeigten Schnittgrößenverläufen gem. Abb. 2.

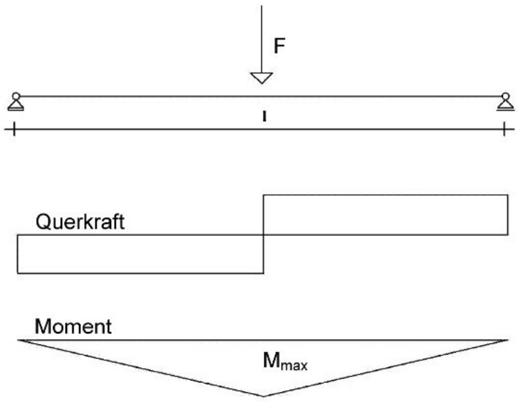

Abb. 2 Reduziertes System mit Schnittgrößenverläufen

Das maximale Moment wirkt in Feldmitte und errechnet sich zu:

$$M_{max} = \frac{F \cdot l}{4}$$

Gl. 1 Maximales Feldmoment

Jeder, der schon einmal über eine Holzbohle gelaufen ist, die auf zwei Auflagerpunkten auflag weiß, dass sich diese bei Belastung durchbiegt. Legt man auf diese Holzbohle eine weitere Bohle, so verringert sich die Durchbiegung bei gleicher Belastung. Würde man die beiden Bohlen mechanisch (Nägel) oder durch Verleimen miteinander verbinden - so dass eine schubfeste Verbindung erreicht wird - gelingt es die Durchbiegung nochmals zu verringern. Diese Tatsache wird in der Technischen Mechanik unter anderem über das Widerstandsmoment ausgedrückt. Es ist direkt von der Geometrie der Querschnittsfläche abhängig.

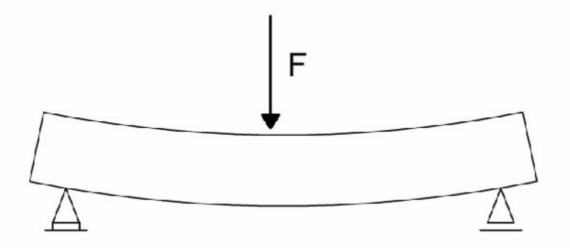

Abb. 3 Stark vergrößerte Darstellung der Durchbiegung

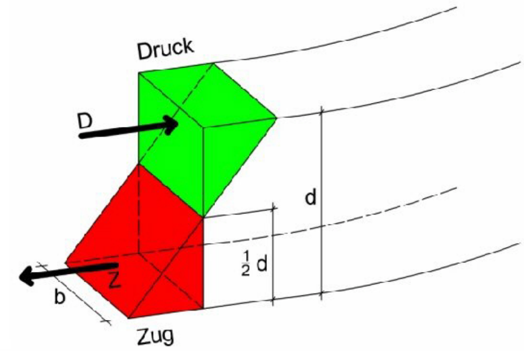

Abb. 4 Spannungsverteilung mit inneren Kräften

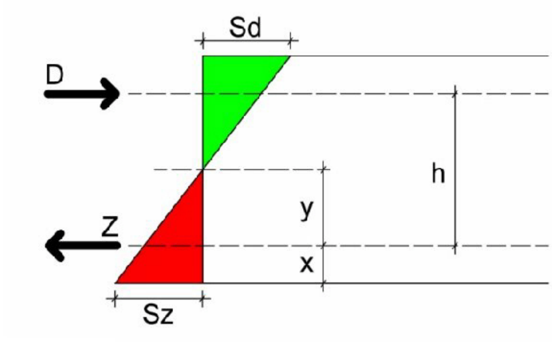

Abb. 5 Innerer Hebelarm

Die aus der Spannung resultierende Zugkraft (Z) berechnet sich zu (Gl. 2):

$$\sigma_Z = Sz$$

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \sigma_Z \cdot \frac{d}{2} \cdot b$$

$$= \sigma_Z \cdot \frac{d \cdot b}{4}$$

Gl. 2 Berechnung der Zugkraft

Der Abstand von Zug- und Druckkraft wird als innerer Hebelarm (h) bezeichnet und wie folgt ermittelt (Gl. 3):

$$\frac{d}{2} = x + y$$
$$y = \frac{2}{3} \cdot \frac{d}{2}$$
$$h = 2 \cdot y$$
$$= 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{d}{2}$$
$$= \frac{2}{3} \cdot d$$

Gl. 3 Innerer Hebelarm

Das innere Moment errechnet sich aus Kraft (Z) mal inneren Hebelarm (h) (Gl. 4):

$$M_I = Z \cdot h$$
$$= \sigma_Z \cdot \frac{d \cdot b}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot d$$
$$= \sigma_Z \cdot \frac{b \cdot d^2}{6}$$

Gl. 4 Inneres Moment

Der Ausdruck $\frac{b \cdot d^2}{6}$ wird als Widerstandsmoment (W) des Rechteckquerschnitts bezeichnet (Gl. 5).

$$W = \frac{b \cdot d^2}{6}$$

Gl. 5 Widerstandsmoment (Rechteckquerschnitt)

Der Quotient aus Moment und Widerstandsmoment ergibt die Biegezugfestigkeit (Gl. 6):

$$\sigma_Z = \beta_{BZ} = \frac{M_{max}}{W}$$

Gl. 6 Biegezugfestigkeit

Durch Einsetzen von Gl. 1 und Gl. 5 in Gl. 6 erhält man die in der DIN abgedruckte Formel für die Biegezugfestigkeit (Gl. 7):

$$\beta_{BZ} = \frac{6 \cdot F \cdot l}{4 \cdot b \cdot d^2} = \frac{1{,}5 \cdot F \cdot l}{b \cdot d^2}$$

Gl. 7 Formel der Biegezugfestigkeit nach DIN 18560

An keiner Stelle der Überlegungen ist ersichtlich, weshalb die Stützweite mit der 5-fachen Dicken seitens der Norm vorgegeben wird.
Aus dem rein mechanischen Modell ist dies nicht erklärbar.
Aber: Würde die Balkenprüfung mit sehr geringen Stützweiten durchgeführt werden, würden die Annahmen nach Bernoulli nicht mehr erfüllt sein und somit andere Randbedingungen gelten (z. B. gem. Scheibentheorie). Das bedeutet, dass sich der Balkenquerschnitt bei Belastung derart verformt, dass Schubspannungen im System entstehen, die nicht vernachlässigt werden können. Würde man dennoch die einfache Biegezugformel anwenden, wären die produzierten Ergebnisse deutlich fehlerbehaftet.

Fazit:

Sowohl die DIN 18560-2 als auch andere Normen wie z. B. die DIN EN 13748-1 "Terrazzoplatten" geben die Stützweiten vor (übrigens nicht identische!). Diese dienen dazu, dass die Prüfung unter "vernünftigen" Randbedingungen abläuft und somit die einfache Biegezugformel verwendet werden kann.
Bei der Biegezugprüfung am Prisma (Abmessungen 40 x 40 x 160mm) wäre eine Forderung mit ´5·d = 5·40 = 200mm > 160mm (!)´ gar nicht einzuhalten. Hier gelten normativ 100mm (entspricht 2,5·d).

Die Ausführung, dass sich F ~ d^2 verhält trifft - entgegen den Darstellungen im Leserbrief - zu, denn: Verdoppelt sich F muss sich auch d^2 verdoppeln, damit die Gleichung erfüllt wird.
Wären die Ausführungen im Leserbrief richtig würde das bedeuten, dass eine Verdoppelung der Einzellast eine Verdoppelung der Dicke des Balkens erfordern würde. Dies trifft aber nicht zu! Tatsächlich muss die Dicke des Balkens bei Verdoppelung der Einzellast „nur" um den Faktor $\sqrt{2} \cong 1{,}41$ vergrößert werden. Anders ausgedrückt:
Werden Balken, die sich bis auf die Dicke nicht voneinander unterscheiden auf der Biegepresse bei gleicher Stützweite geprüft, so ergibt sich bei doppelter Dicke eine vierfache Bruchkraft.

Ersetzt man in Gl. 7 das ´l´ durch ´5·d´, wie in dem Leserbrief beschrieben, so ergibt sich Gl. 8.

$$\beta_{BZ} = \frac{1{,}5 \cdot F \cdot 5 \cdot d}{b \cdot d^2} = \frac{7{,}5 \cdot F}{b \cdot d}$$

Gl. 8 Feste Stützweite

Gl. 8 ist nicht falsch, sie hat jedoch <u>keine</u> allgemeine Gültigkeit. Sie ist nur korrekt für den **Sonderfall** anwendbar, wenn gilt: $l = 5 \cdot d$.
Für Vergleichsrechnungen ist es notwendig, die gleichen Randbedingungen zu Grunde zu legen. Das bedeutet: Balken unterschiedlicher Dicken müssen bei gleichgehaltener Stützweite geprüft werden. Nur dann kann die ermittelte Bruchkraft für eine Aussage über das Tragverhalten des Bauteils herangezogen werden. In diesem Fall wäre die Gl. 8 unbrauchbar.

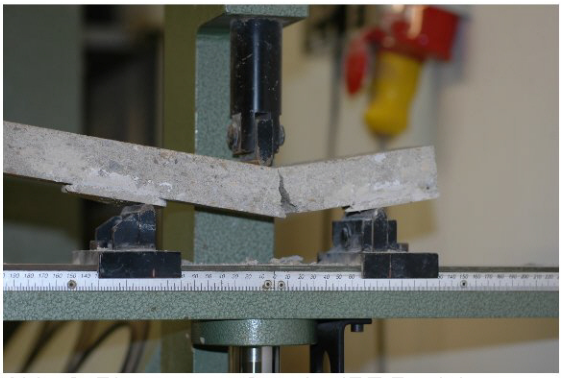

Abb. 6 Biegezugprüfung im IBF-Baulabor

Der Autor:

Dipl.-Ing. **Norman Gasser**, Bausachverständiger

| Diplom-Bauingenieur | cand. Master of Science TGM |
| Meister im Estrichlegerhandwerk | Betriebswirt (HWK) |
| Gebäudeenergieberater (BAFA) |
| Asbestsachkunde (TRGS 519-2) | SiGeKo (BaustellV und RAB) |

Institut für Bautechnik und Fußbodenkonstruktionen
65510 Idstein • www.Baulabor.de