

Kurzschlussstromberechnung: Bedeutung und Arten der Netzkurzschlüsse

Problem: Kurzschlüsse führen zu hohen Strömen

⇒ Kraftwirkungen

⇒ Zerstörungen

Arten der Kurzschlüsse:

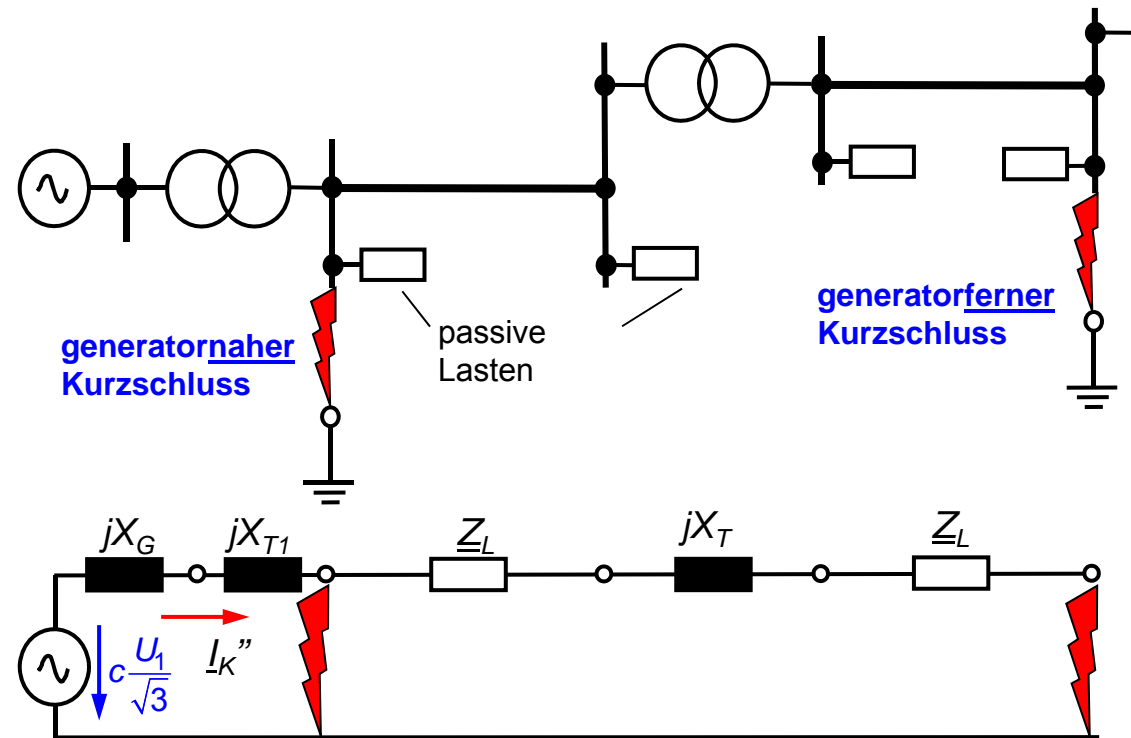
- **Symmetrischer Kurzschluß**
Alle 3 Phasen und Sternpunkt sind leitend miteinander verbunden
- **Unsymmetrischer Kurzschluß**
Kurzschluß zwischen 2 Leitern, Leiter-Erde, 2 Leitern und Erde möglich

Weitere Unterscheidung

- **generatornaher Kurzschluß**
- **generatorferner Kurzschluß**



Generatornaher und Generatorferner Kurzschluß



Weitere Unterscheidung

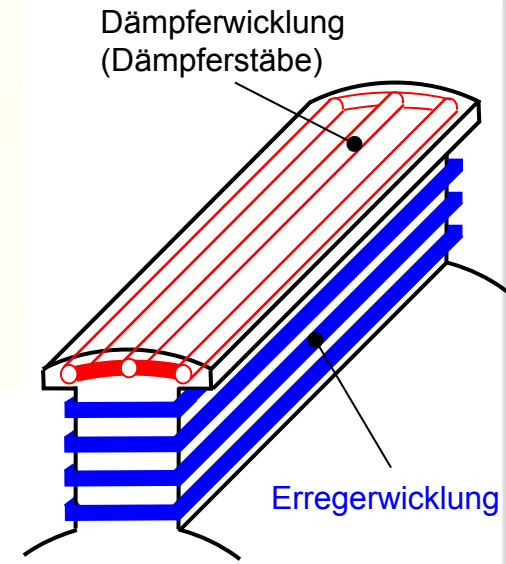
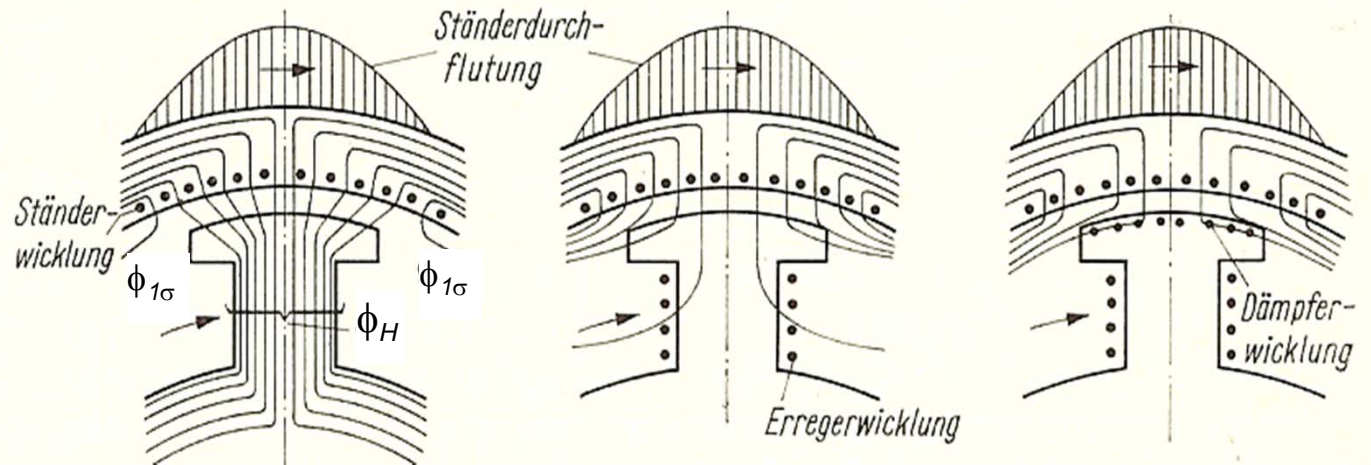
- **generatornaher Kurzschluß**

- Anfangskurzschlußwechselstrom $\geq 2 \cdot I_N$,
- Übergangsvorgänge in den beteiligten Maschinen

- **generatorferner Kurzschluß**

- Anfangskurzschlußwechselstrom \approx Dauerkurzschlußwechselstrom,
- d. h. Übergangsvorgänge in den beteiligten Maschinen spielen praktisch keine Rolle

Physikalische Vorgänge beim Generatorkurzschluß

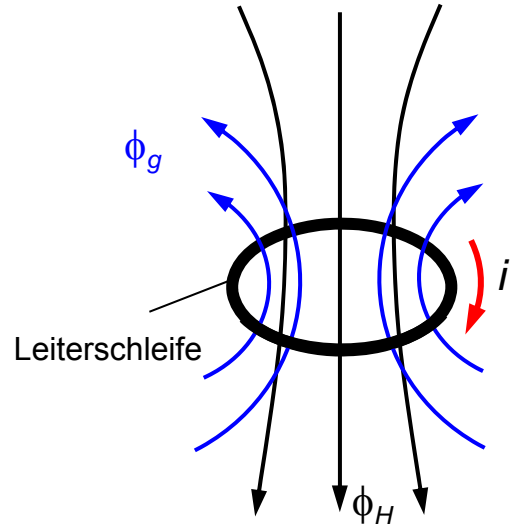


$$-w \cdot \frac{d\phi_H}{dt} = i \cdot R$$

$$i_{Stator} \uparrow \quad \mapsto \quad \phi_H \uparrow$$

$$\frac{d\phi_H}{dt} > 0 \quad \Rightarrow \quad i < 0$$

$$\Rightarrow \quad \phi_g > 0$$

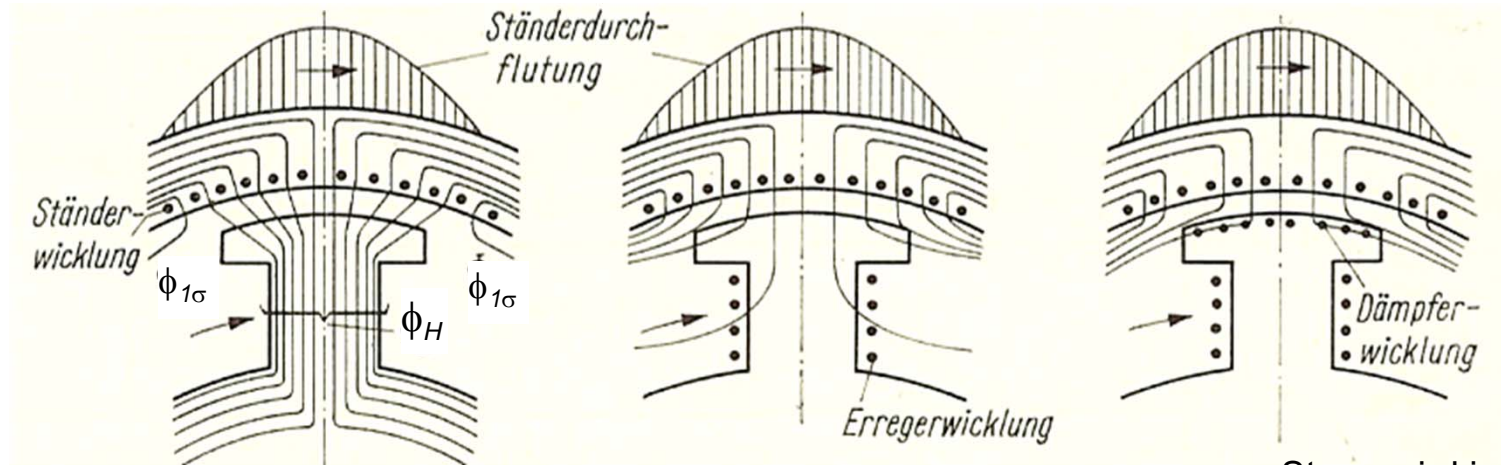


Reaktion auf einen Kurzschluß

In der Erregerwicklung tritt ein Ausgleichsstrom auf, der gemäß der Lenz'schen Regel so gerichtet ist, daß er seiner Ursache (= hoher Statorstrom) entgegenwirkt, d. h. den Fluß des Statorstromes aus dem Läuferisen verdrängt \Rightarrow viele Magnetfeldlinien schließen sich über Luft

$$X \sim \frac{1}{\delta} \Rightarrow \text{Reaktanz sinkt ab}$$

Kurzschluß bei Synchrongeneratoren: Turbo- und Schenkelpolgenerator



Strom wird in der Dämpferwicklung und der Erregerwicklung induziert
 ⇒ subtransiente Reaktanz X_d''
 ⇒ transiente Reaktanz X_d'

Turbogenerator

Strom wird nur in der Erregerwicklung induziert
 ⇒ nur transiente Reaktanz X_d'

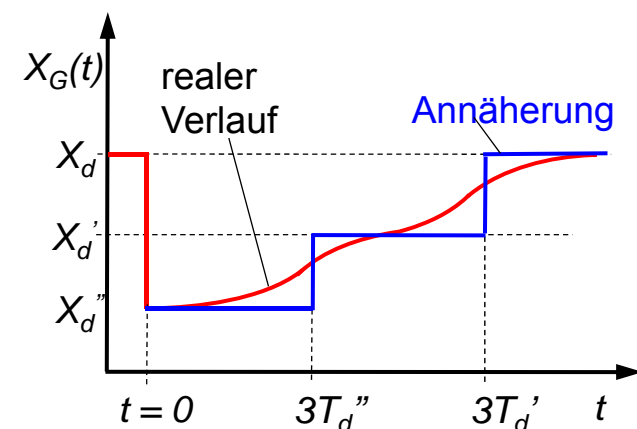
$$X_G(t) = \begin{cases} X_d' & \text{für } 0 \leq t \leq 3 \cdot T_d' \\ X_d & \text{für } t \geq 3 \cdot T_d' \end{cases}$$

mit $X_d' < X_d$

Schenkelpolgenerator

$$X_G(t) = \begin{cases} X_d'' & \text{für } 0 \leq t \leq 3 \cdot T_d'' \\ X_d' & \text{für } 3 \cdot T_d'' \leq t \leq 3 \cdot T_d' \\ X_d & \text{für } t \geq 3 \cdot T_d' \end{cases}$$

mit $X_d'' < X_d' < X_d$



Generatornaher Kurzschluß: Wechselstromkreis (I)

Eingeschaltete Wechselspannung

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + \alpha) & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

Differentialgleichung:

$$u(t) = u_L(t) + u_R(t) = L \cdot \frac{di_k(t)}{dt} + R \cdot i_k(t)$$

mit $i_k(t=0) = i_k(0) = 0$

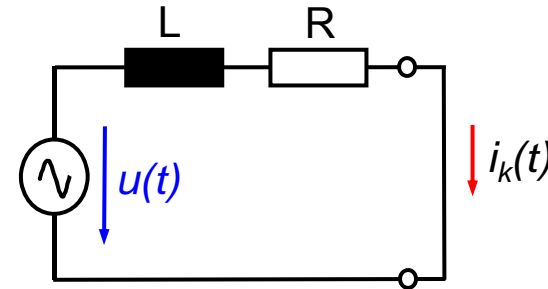
Lösung der homogenen DGL:

$$i_k(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad \text{mit} \quad T = \frac{L}{R}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL ergibt sich aus dem stationären Zustand

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j\omega L} = \frac{\sqrt{2} U \cdot e^{j(\omega t + \alpha)}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot e^{j\varphi}} = \frac{\sqrt{2} U \cdot e^{j(\omega t + \alpha - \varphi)}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

mit $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$



Summe beider Lösungen

$$i_k(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{T}} + \frac{\sqrt{2} U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$$

Anfangsbedingung $i_k(0) = 0$ $K = -\frac{\sqrt{2} U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \sin(\alpha - \varphi)$

Lösungen des Gesamtsystems:

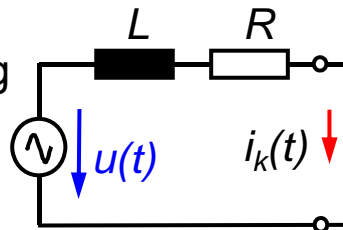
$$i_k(t) = \frac{\sqrt{2} U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \right]$$

mit $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ und $T = \frac{L}{R}$

Generatornaher Kurzschluß: Wechselstromkreis (II)

Eingeschaltete Wechselspannung

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + \alpha) & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$



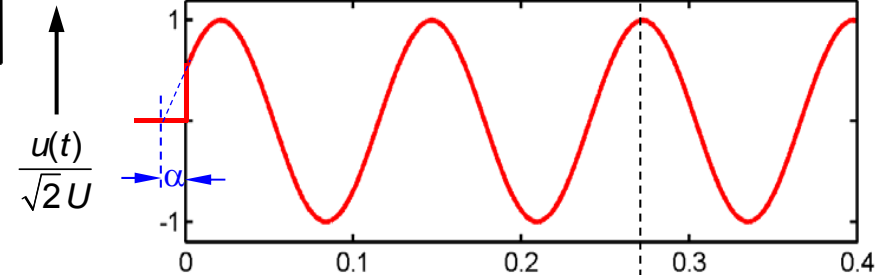
$$i_k(t) = \frac{\sqrt{2} U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \right]$$

mit $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ und $T = \frac{L}{R}$

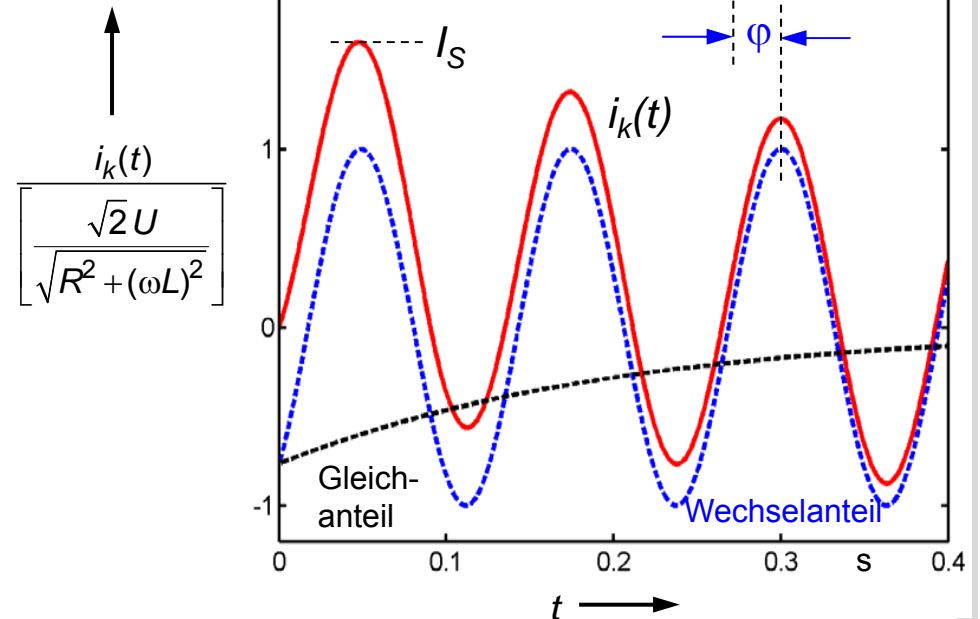
$$I_S = \sqrt{2} \cdot \ddot{i}_k \left(1 + \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \right)} \right)$$

$$= \sqrt{2} \cdot \ddot{i}_k \cdot \kappa \approx \sqrt{2} \cdot \ddot{i}_k \cdot \left(1,02 + 0,98 \cdot e^{-3 \cdot \frac{R}{\omega L}} \right)$$

mit $\ddot{i}_k = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$



$I_S =$ Stoßkurzschlussstrom

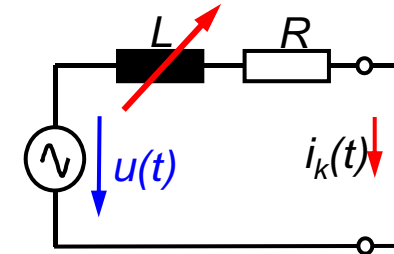


Generatornaher Kurzschluß: Schenkelpolgenerator

Zeitlicher Verlauf des Kurzschlußstromes $i_k(t)$

$$i_k(t) = \sqrt{2} \left[\underbrace{(i_k'' - i_k') e^{-\frac{t}{T_d''}} + (i_k' - i_k) e^{-\frac{t}{T_d'}} + i_k}_{i_k^*} \right] \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sqrt{2} i_k'' \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{T_g}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot i_k^* \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sqrt{2} \cdot i_k'' \cdot \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{T_g}}$$

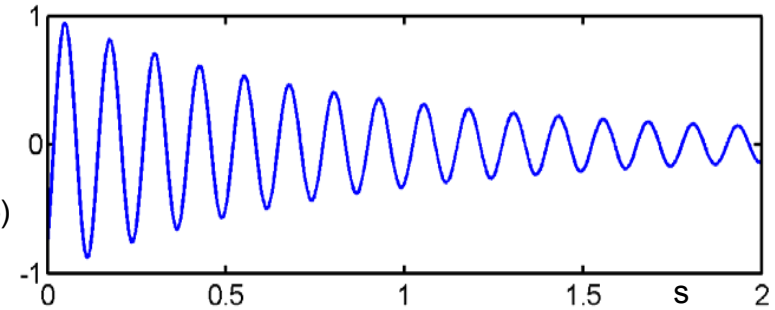


$$T_g = \frac{X_d'' + X_N}{\omega \cdot (R_1 + R_N)}$$

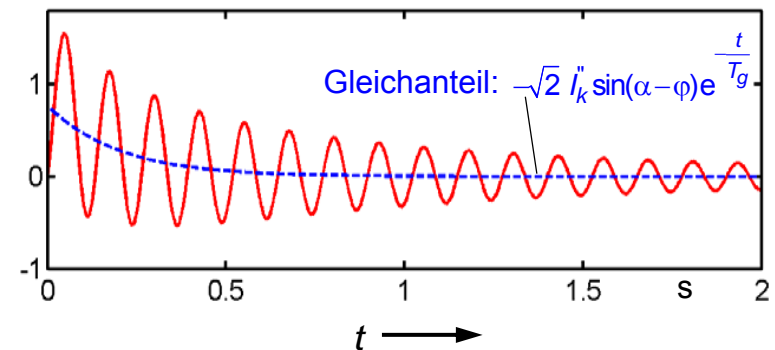
Winkel φ tritt hier auf, jedoch nicht bei detaillierter Betrachtung des Generators

Aber:
 Statorwiderstand ist sehr gering, Winkel φ kann bei direktem Klemmenkurzschluß vernachlässigt werden

$\frac{i_k^*}{i_k''} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$



$\frac{i_k(t)}{\sqrt{2} i_k''}$



Generatornaher Kurzschluß: Kurzschlußströme

Anfangs-Kurzschlußwechselstrom $\underline{I}_k'' = \frac{\underline{U}_P''}{j \cdot X_d'' + Z_N}$

transienter Kurzschlusswechselstrom $\underline{I}_k' = \frac{\underline{U}_P'}{j \cdot X_d' + Z_N}$

Dauer-Kurzschlusswechselstrom $\underline{I}_k = \frac{\underline{U}_P}{j \cdot X_d + Z_N}$

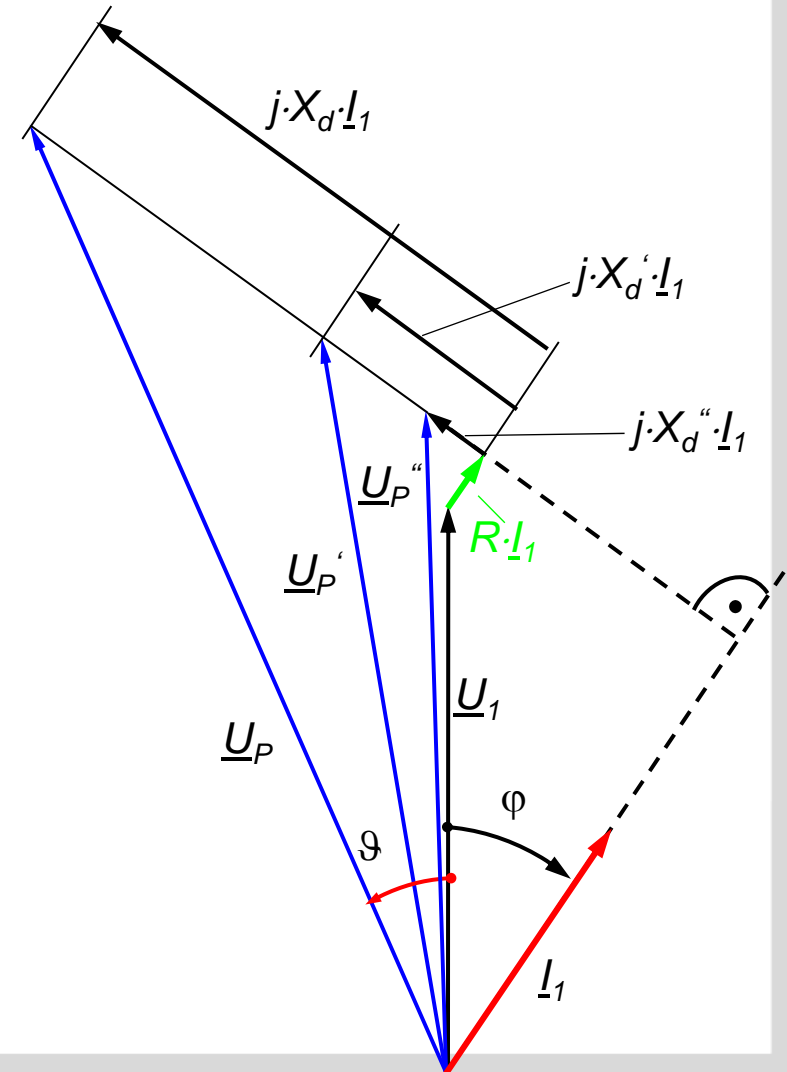
Polradspannungen \underline{U}_P , \underline{U}_P' und \underline{U}_P''

$$\underline{U}_P'' = \underline{U}_1 - j \cdot X_d'' \cdot \underline{I}_{10}$$

$$\underline{U}_P' = \underline{U}_1 - j \cdot X_d' \cdot \underline{I}_{10} \quad \underline{I}_{10} \text{ Strom direkt vor dem KS}$$

$$\underline{U}_P = \underline{U}_1 - j \cdot X_d \cdot \underline{I}_{10}$$

Leerlauf $\underline{I}_{10} = 0$, deshalb $\underline{U}_P'' = \underline{U}_P' = \underline{U}_P = \underline{U}_1$



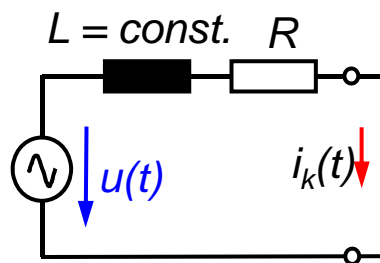
Generatorferner Kurzschluß

Anfangs-Kurzschlußwechselstrom = Dauer-Kurzschlußwechselstrom

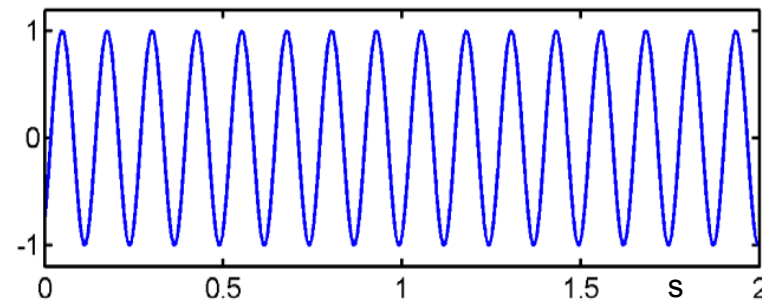
$$i_k'' \approx I_k$$

Grund:

zwischen Generator und Fehlerstelle liegen andere Betriebsmittel (Leitungen, Transformatoren), deren Kurzschlußimpedanzen den Einfluß der zeitabhängigen Generatorimpedanz „verdecken“

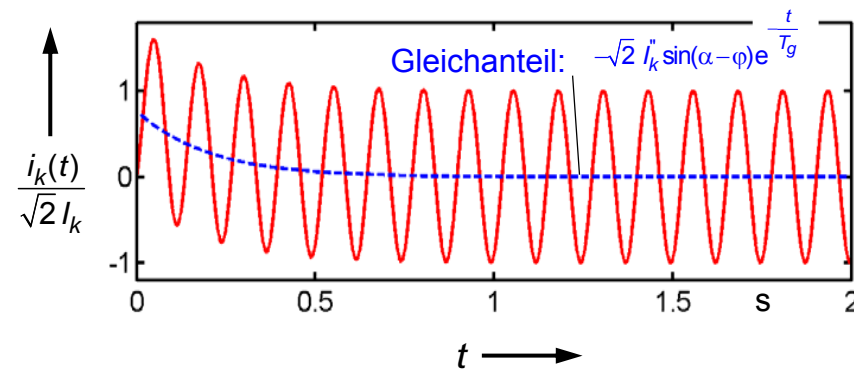


$$\sqrt{2} I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$$



$$i_k(t) = \sqrt{2} I_k \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sqrt{2} I_k'' \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{T_g}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot I_k \cdot \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{T_g}} \right]$$



Berechnung von Kurzschlußströmen

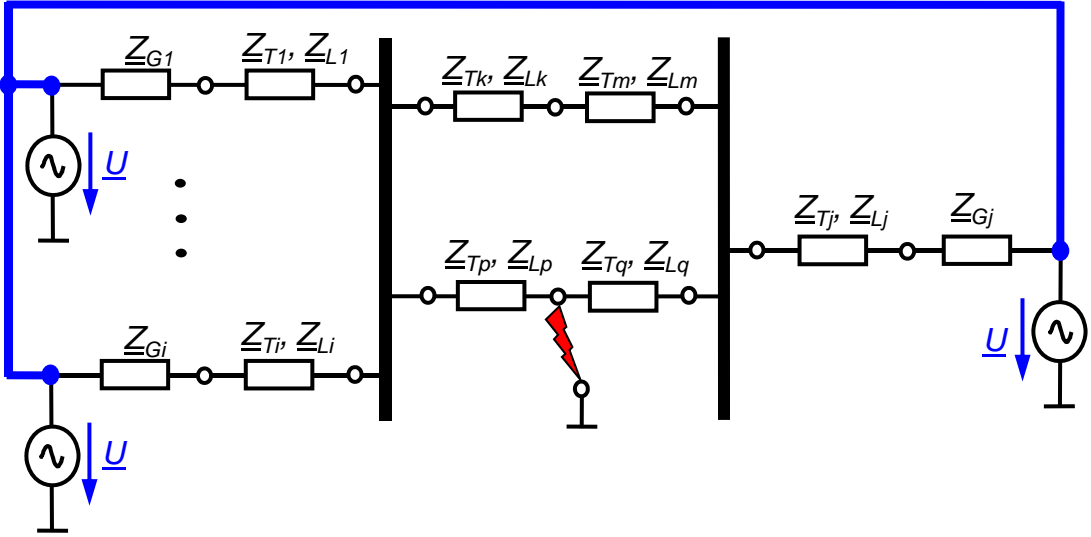
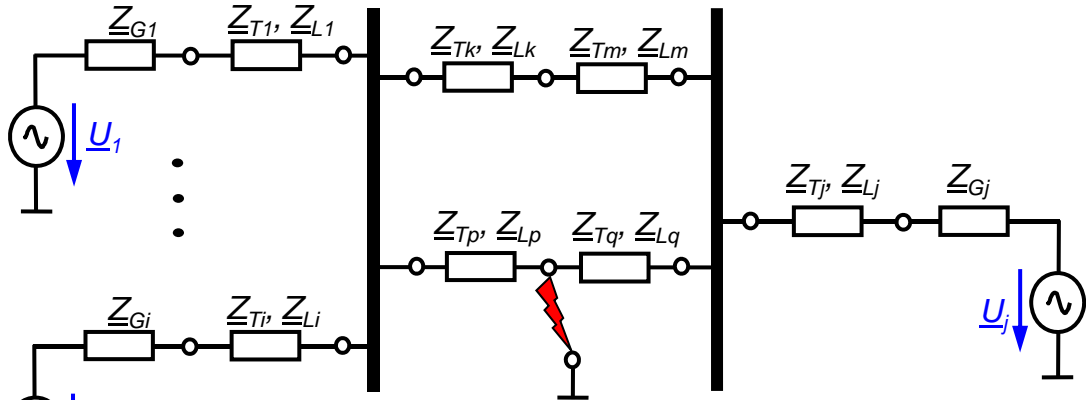
Voraussetzungen bei der Berechnung der Kurzschlußströme

- Für die Dauer des Kurzschlusses und der Betrachtung ändert sich die Art des Kurzschlusses nicht
- Lichtbogenwiderstände werden nicht berücksichtigt, außerdem werden alle Admittanzen und Leitungskapazitäten aller nichtrotierenden Lasten vernachlässigt.
- rein passive Lasten werden vernachlässigt.

Verfahren zur Berechnung der Kurzschlußströme

- Ersatzspannungsquelle an der Kurzschlußstelle
- Berechnung über die Knoten-Admittanz-Matrix (KAM)

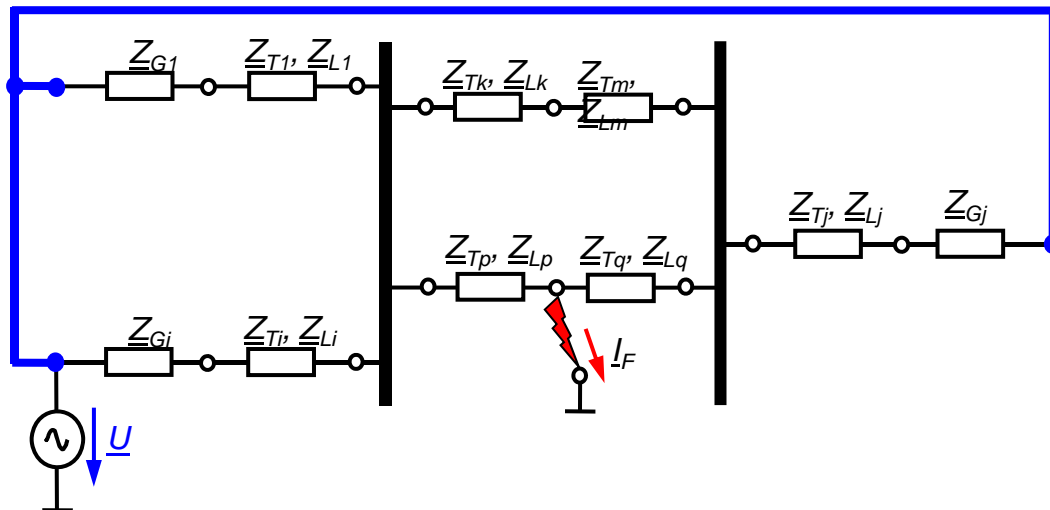
Herleitung der Vorgehensweise gemäß VDE 0102 (I)



Vereinfachung:

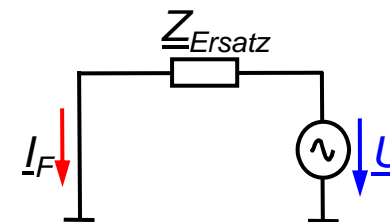
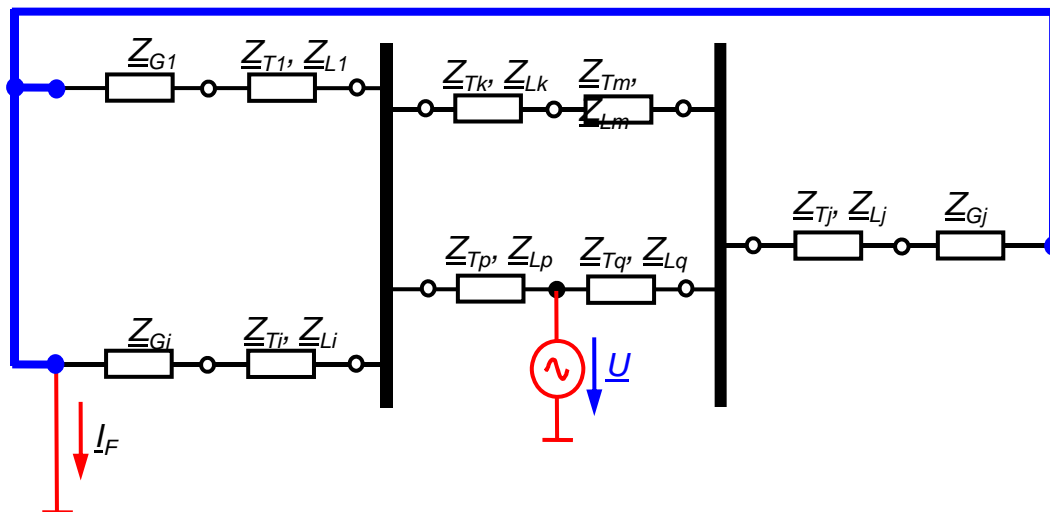
$$U_1 = \dots = U_i = \dots = U_n = U = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3}}$$

Herleitung der Vorgehensweise gemäß VDE 0102 (II)



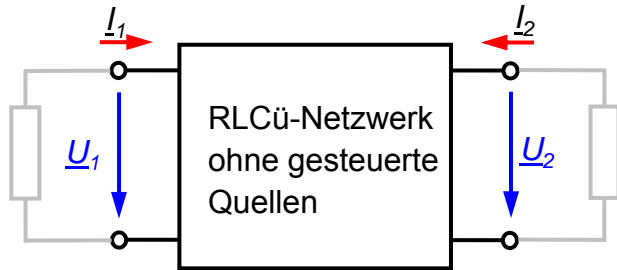
Vereinfachung:

$$\underline{U}_1 = \dots = \underline{U}_i = \dots = \underline{U}_n = \underline{U} = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3}}$$



- alle Quellen kurzschließen
- Eine Spannungsquelle an der Fehlerstelle ansetzen

Tellegen-Theorem und Reziprozitätstheorem (Umkehrungssatz)



2 Betriebszustände „1“ und „2“

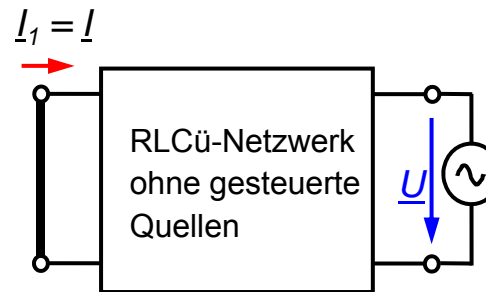
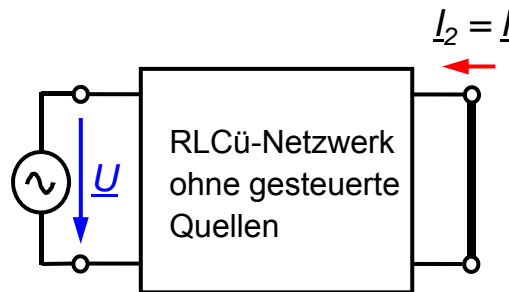
$$\underline{U}_{1,1} \cdot \underline{I}_{1,2} + \underline{U}_{2,1} \cdot \underline{I}_{2,2} = \underline{U}_{1,2} \cdot \underline{I}_{1,1} + \underline{U}_{2,2} \cdot \underline{I}_{2,1}$$

Allgemeine Form des Umkehrungssatzes, gilt stationär für Netzwerke mit RLCü Zweigelementen, nicht jedoch für Systeme mit gesteuerten Quellen

Betriebszustand „1“: sekundärer Kurzschluss ($\underline{U}_{2,1} = 0$)

Betriebszustand „2“: primärer Kurzschluss ($\underline{U}_{1,2} = 0$)

$$\underline{U}_{1,1} \cdot \underline{I}_{1,2} + \cancel{\underline{U}_{2,1}} \cdot \underline{I}_{2,2} = \cancel{\underline{U}_{1,2}} \cdot \underline{I}_{1,1} + \underline{U}_{2,2} \cdot \underline{I}_{2,1}$$

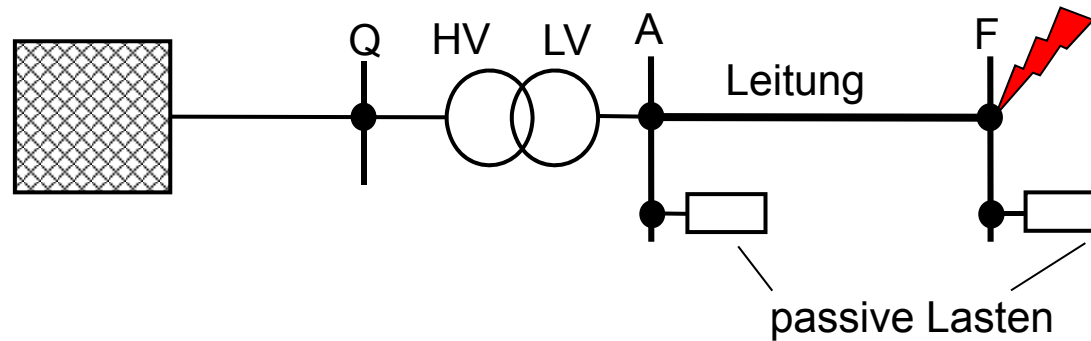


$$\underline{U}_{1,1} \cdot \underline{I}_{1,2} = \underline{U}_{2,2} \cdot \underline{I}_{2,1}$$

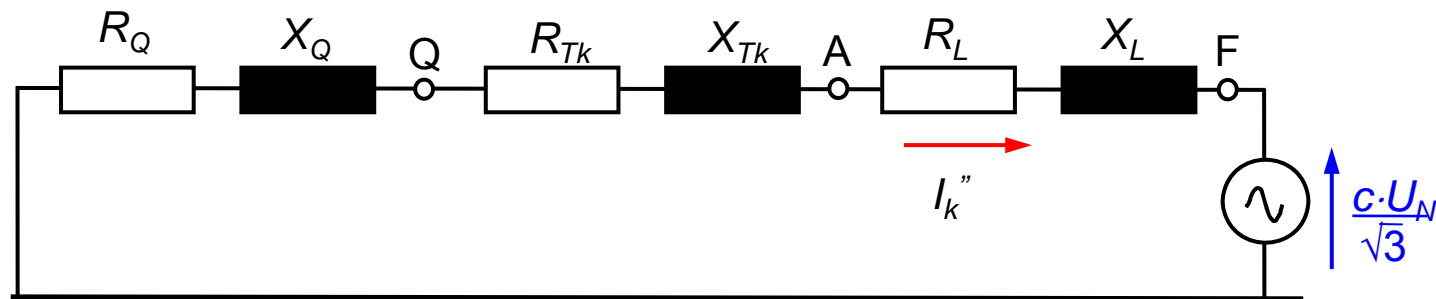
$$\text{oder } \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2=0} = \left. \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \right|_{\underline{U}_1=0}$$

Wählt man auf beiden Seiten dieselbe anregende Spannung $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}$, so fließt bei einem reziproken Vierpol auf der jeweils anderen Seite derselbe Strom \underline{I} .

Ersatzspannungsquelle an der Kurzschlußstelle (gemäß VDE 0102)



Ersatzschaltung:



$$I_k'' = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot Z_k} \quad \text{mit} \quad Z_k = \sqrt{\left(\sum_j R_j\right)^2 + \left(\sum_j X_j\right)^2}$$

Problem:

Netz muss durch Zusammenfassen von Impedanzen zu einer einzigen resultierenden Impedanz reduziert werden

Ersatzspannungsquelle an der Kurzschlußstelle (gemäß VDE 0102)

$$I_k'' = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot Z_k} \quad \text{mit} \quad Z_k = \sqrt{\left(\sum_j R_j\right)^2 + \left(\sum_j X_j\right)^2}$$

Berechnung des **kleinsten** Kurzschlußstromes

- $c = 1,0$
- Bei mehreren Netzeinspeisungen soll die größte KS-Impedanz gewählt werden
- Wirkwiderstände von Kabeln und Leitungen für jene Temperatur bestimmen, die sie nach Ablauf der Kurzschlußdauer angenommen haben
- Gewählt wird die Netzkonfiguration und die Netzeinspeisungen, die zu kleinsten Strömen führen

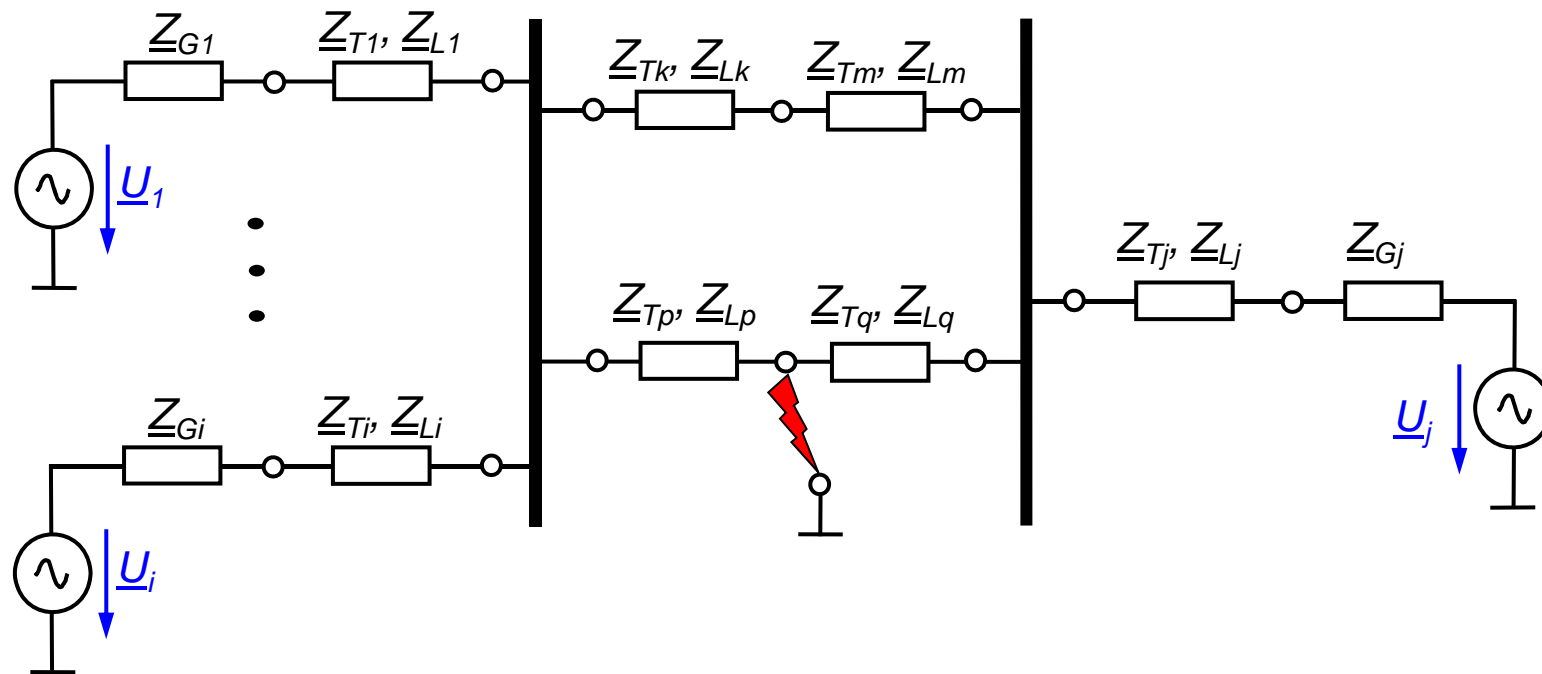
Berechnung des **größten** Kurzschlußstromes

- $c = 1,1$
- Bei mehreren Netzeinspeisungen soll die kleinste KS-Impedanz gewählt werden
- Wirkwiderstände von Kabeln und Leitungen für eine Temperatur von 20 °C bestimmen
- Gewählt wird die Netzkonfiguration und die Netzeinspeisungen, die zu größten Strömen führen

Berechnung über das Knotenpotential-Verfahren

bei stark vermaschten Netzen ist das Verfahren der Ersatzspannungsquelle an der Fehlerstelle unübersichtlich und langwierig

In solchen Fällen: Berechnung über Knotenpotentialverfahren



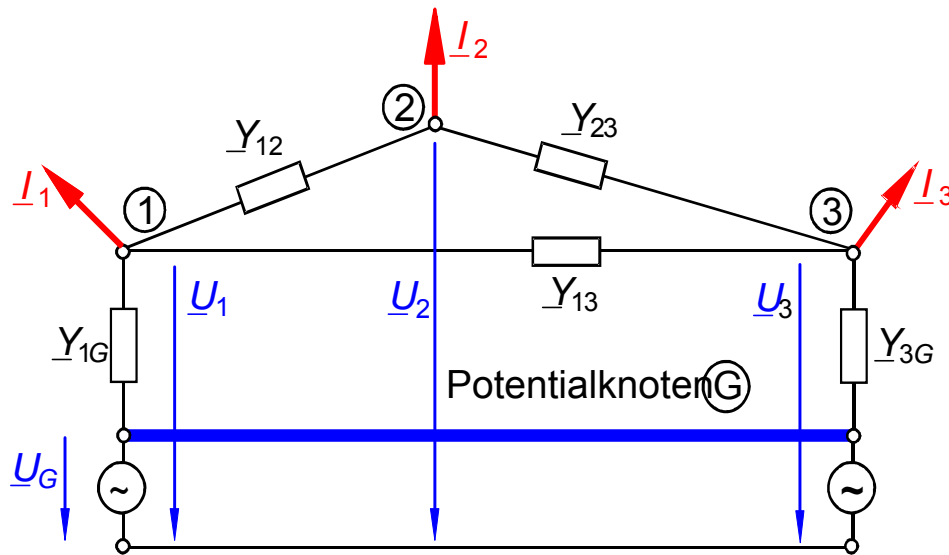
Berechnung über das Knotenpotential-Verfahren

Anwendung des Knotenpotentialverfahren zur KS-Berechnung:

- alle Spannungsquellen (d. h. Netzeinspeisungen und Generatoren) zu einer einzigen Spannungsquelle zusammenfassen
- Einführen eines weiteren Knotens, so genannter Potentialknoten G
- Transformatoren werden mit ihren Nennübersetzungen berücksichtigt (**kein \underline{t} !**)
- Berechnung entweder mit
 - physikalischen Werten der Impedanzen, dann Umrechnung auf eine Spannungsebene oder
 - Rechnen mit bezogenen Größen, dann werden die Transformator-Nennübersetzungen und die unterschiedlichen Spannungsebenen automatisch berücksichtigt (indem für jedes Teilnetz m als Bezugsspannung der Nennwert der Leiterspannung gewählt wird)

Anwendung des Knotenpotential-Verfahrens

Einführen eines Potential-Knotens G



$$\begin{pmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} & \dots & \underline{G}_{1k} & \dots & \underline{G}_{1n} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} & \dots & \underline{G}_{2k} & \dots & \underline{G}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{G}_{k1} & \underline{G}_{k2} & \dots & \underline{G}_{kk} & \dots & \underline{G}_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{G}_{n1} & \underline{G}_{n2} & \dots & \underline{G}_{nk} & \dots & \underline{G}_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 - \underline{U}_G \\ \underline{U}_2 - \underline{U}_G \\ \dots \\ \underline{U}_k - \underline{U}_G \\ \dots \\ \underline{U}_n - \underline{U}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \dots \\ \underline{I}_k \\ \dots \\ \underline{I}_n \end{pmatrix}$$

oder

$$\underline{G} \cdot (\underline{U} - \underline{U}_G) = \underline{I}$$

$$\underline{G} = \begin{pmatrix} -(\underline{Y}_{1G} + \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13}) & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{12} & -(\underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{23}) & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{13} & \underline{Y}_{23} & -(\underline{Y}_{3G} + \underline{Y}_{13} + \underline{Y}_{23}) \end{pmatrix}$$

Berechnung des Kurzschlußstromes aus der Knotenpotential-Gleichung

Aus

$$\underline{G} \cdot (\underline{U} - \underline{U}_G) = \underline{I}$$

folgt

$$(\underline{U} - \underline{U}_G) = \underline{G}^{-1} \cdot \underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 - \underline{U}_G \\ \underline{U}_2 - \underline{U}_G \\ \dots \\ \underline{U}_k - \underline{U}_G \\ \dots \\ \underline{U}_n - \underline{U}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \dots & \underline{Z}_{1k} & \dots & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \dots & \underline{Z}_{2k} & \dots & \underline{Z}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{Z}_{k1} & \underline{Z}_{k2} & \dots & \underline{Z}_{kk} & \dots & \underline{Z}_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{n2} & \dots & \underline{Z}_{nk} & \dots & \underline{Z}_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \dots \\ \underline{I}_k \\ \dots \\ \underline{I}_n \end{pmatrix}$$

Voraussetzung bei der KS-Berechnung:

Lasten werden vernachlässigt,
d. h. alle Ströme bis auf den Kurzschlußstrom sind = 0

$$\Rightarrow \underline{I}_k \neq 0 \quad \text{und} \quad \underline{U}_k = 0$$

$$\text{damit: } -\underline{U}_G = \underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k$$

Kurzschlußstrom:

$$\underline{I}_k = -\frac{\underline{U}_G}{\underline{Z}_{kk}} = -\frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_{kk}}$$

Kurzschlußleistung:

$$\underline{S}_k = -\frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_{kk}^*}$$

Berechnung der Knotenspannungen und der Teilströme

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 - \underline{U}_G \\ \underline{U}_2 - \underline{U}_G \\ \dots \\ \underline{U}_k - \underline{U}_G \\ \dots \\ \underline{U}_n - \underline{U}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \dots & \underline{Z}_{1k} & \dots & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \dots & \underline{Z}_{2k} & \dots & \underline{Z}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{Z}_{k1} & \underline{Z}_{k2} & \dots & \underline{Z}_{kk} & \dots & \underline{Z}_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{n2} & \dots & \underline{Z}_{nk} & \dots & \underline{Z}_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \dots \\ \underline{I}_k \\ \dots \\ \underline{I}_n \end{pmatrix}$$

Bestimmung der Teilströme:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ij} &= (\underline{U}_i - \underline{U}_j) \cdot \underline{Y}_{ij} \\ &= (\underline{U}_G + \underline{Z}_{ik} \cdot \underline{I}_k - \underline{U}_G - \underline{Z}_{jk} \cdot \underline{I}_k) \cdot \underline{Y}_{ij} \\ &= (\underline{Z}_{ik} - \underline{Z}_{jk}) \cdot \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{I}_k \end{aligned}$$

Mit

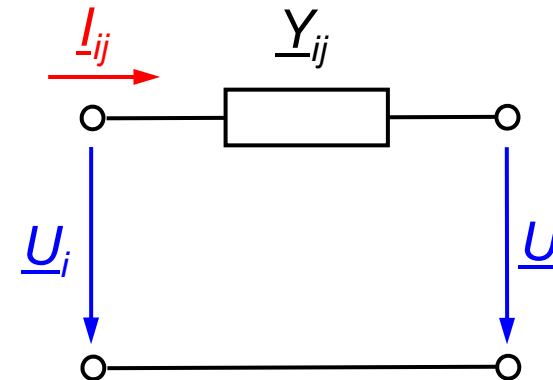
$$\underline{I}_1 \dots \underline{I}_{k-1} = 0 \quad \underline{U}_1 \dots \underline{U}_{k-1} \neq 0$$

$$\underline{I}_k \neq 0 \quad \underline{U}_k = 0$$

$$\underline{I}_{k+1} \dots \underline{I}_n = 0 \quad \underline{U}_{k+1} \dots \underline{U}_n \neq 0$$

folgt

$$\underline{U}_i = \underline{U}_G + \underline{Z}_{ik} \cdot \underline{I}_k \quad \text{für} \quad i = 1, \dots, k-1, k+1, \dots, n$$



Kurzschlußimpedanzen der Betriebsmittel: Netzeinspeisungen

Einspeisungen in das betrachtete Netz, die nicht direkt von Synchrongeneratoren kommen, sind Netzeinspeisungen

Berechnung der Netzzinnenimpedanz Z_Q , wenn

- die Anfangs-Kurzschlußleistung S_k'' oder
- der Anfangs-Kurzschlußwechselstrom I_k'' bekannt sind

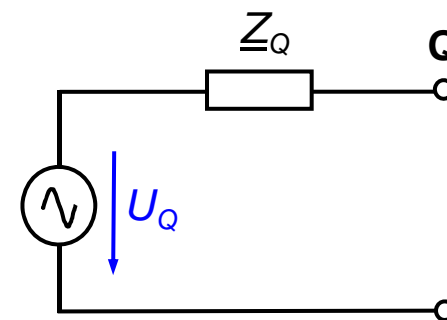
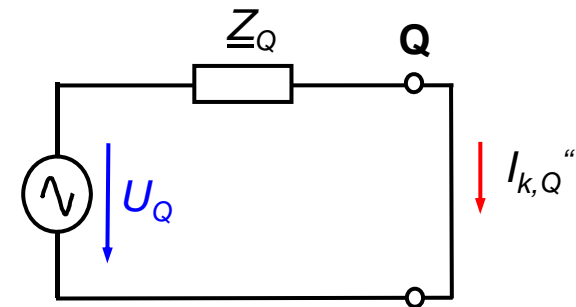
$$Z_Q = \frac{U_Q}{I_{k,Q}''} = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot I_{k,Q}''} = \frac{c \cdot U_N^2}{S_{k,Q}''}$$

Hochspannungsnetzeinspeisungen über Freileitungen mit Nennspannungen > 35 kV

$$\underline{Z}_Q = j \cdot X_Q = j \cdot \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot I_{k,Q}''} = j \cdot \frac{c \cdot U_N^2}{S_{k,Q}''}$$

Gängiger Ansatz, wenn R_Q nicht genau bekannt ist:

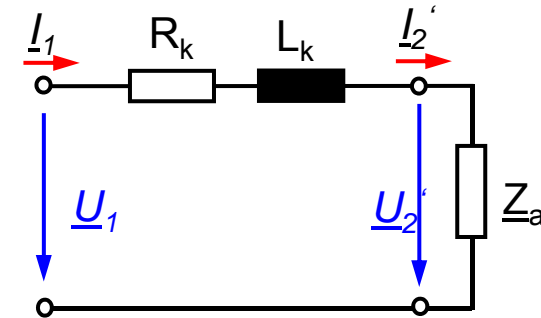
$$R_Q = 0,1 \cdot X_Q \quad \text{und} \quad X_Q = 0,995 \cdot Z_Q$$



Kurzschlußimpedanzen der Betriebsmittel: Transformatoren

Zweiwicklungstransformatoren:

$$\underline{Z}_k = R_k + j\omega \cdot L_k = \underline{u}_k \cdot \underline{Z}_N = \underline{u}_k \cdot \frac{U_{1N}^2}{S_N} = (u_r + j \cdot u_x) \cdot \frac{U_{1N}^2}{S_N}$$



Dreiwicklungstransformatoren:

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \quad \underline{Z}_1 = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} - \underline{Z}_{23})$$

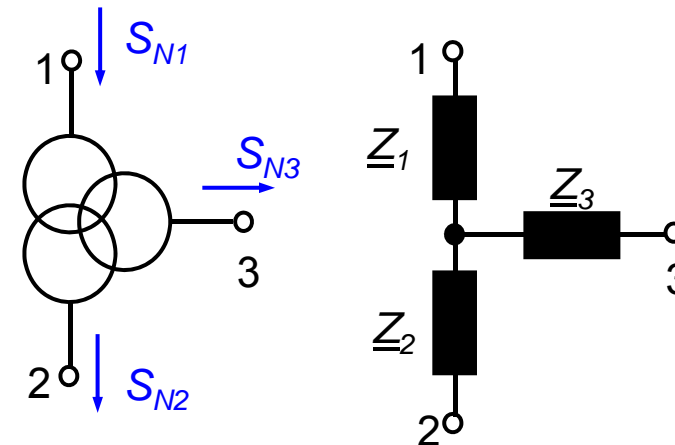
$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \quad \underline{Z}_2 = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{12} - \underline{Z}_{13})$$

$$\underline{Z}_{13} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 \quad \underline{Z}_3 = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23} - \underline{Z}_{12})$$

$$\underline{Z}_{12} = u_{k12} \cdot \frac{U_{N1}^2}{S_{N12}} \quad \underline{Z}_{31} = u_{k31} \cdot \frac{U_{N1}^2}{S_{N31}} \quad \underline{Z}_{23} = u_{k23} \cdot \frac{U_{N1}^2}{S_{N23}}$$

mit $S_{N12} = S_{N2}$ $S_{N31} = S_{N3}$ $S_{N23} = S_{N3}$

und $S_{N1} \geq S_{N2} \geq S_{N3}$



Korrekturfaktor K_T
gem. VDE 0102:

($x_T = 0,1$ $c_{max} = 1,1 \Rightarrow K_T = 0,986$)

$$K_T = 0,95 \cdot \frac{c_{max}}{1 + 0,6 \cdot x_T}$$

$$\underline{Z}_{TK} = K_T \cdot \underline{Z}_T$$

Kurzschlußimpedanzen der Betriebsmittel: Freileitungen

Widerstandsbelag einer Freileitung bei einer Temperatur von 20 °C:

$$R' = \frac{R}{\ell} = \begin{cases} \frac{1}{54 \cdot A} & \text{für Kupfer} \\ \frac{1}{34 \cdot A} & \text{für Aluminium} \\ \frac{1}{31 \cdot A} & \text{für Aldrey (Aluminiumlegierung)} \end{cases} \quad \text{mit } A \text{ in mm}^2 \text{ und } R' \text{ in } \frac{\Omega}{\text{m}}$$

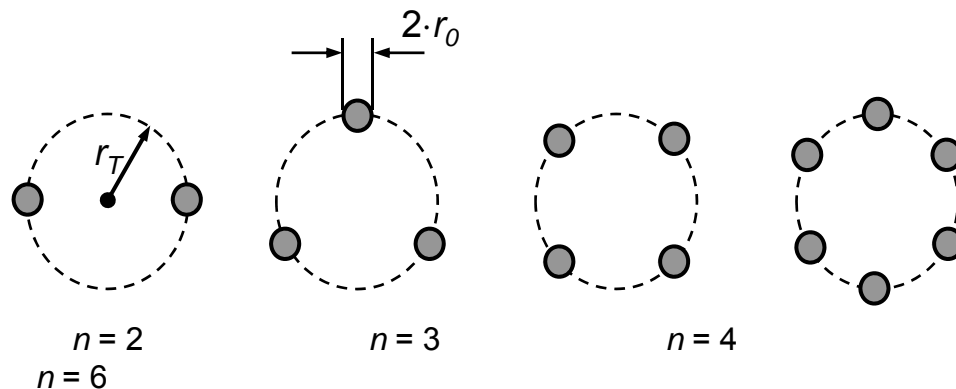
Umrechnung auf eine andere Temperatur

$$R(\vartheta_w) = R(\vartheta_k) \cdot \frac{\vartheta_w + \vartheta_0}{\vartheta_k + \vartheta_0}$$

Betriebsinduktivität L_B

$$L_B = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \cdot \left(\ln \left(\frac{D}{r_0} \right) + \frac{1}{4} \right) \quad \text{Einzelnes Leiterseil}$$

$$L_B = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \cdot \left(\ln \left(\frac{D}{r_B} \right) + \frac{1}{4n} \right) \quad \text{Bündelleiter}$$



mit $r_B = \sqrt[n]{n \cdot r_0 \cdot r_T^{n-1}}$ und $D = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}}$

D = Abstand der Leiter je Phase zueinander

Kurzschlußimpedanzen der Betriebsmittel: Synchrongeneratoren

$$\underline{Z}_{G,k} = K_G \cdot \underline{Z}_G = K_G \cdot (R_G + j \cdot X_d'') \quad \text{mit} \quad K_G = \frac{U_N}{U_{r,G}} \cdot \frac{C_{max}}{1 + X_d'' \cdot \sin \varphi_{rG}}$$

U_N die Nennspannung des Netzes,

U_{rG} die Bemessungsspannung des Generators,

φ_{rG} der Phasenwinkel zwischen Strom \underline{I}_{rG} und Spannung \underline{U}_{rG}
im Nennbetrieb des Generators,

X_d'' die auf die Bemessungsgrößen bezogene subtransiente Reaktanz.

Grund für die Korrektur mit K_G :

Verwendung der Ersatzspannungsquelle $c \cdot U_N / \sqrt{3}$
anstelle der subtransienten Spannung \underline{U}_P''

Kurzschlußimpedanzen der Betriebsmittel: Kraftwerksblöcke

Kraftwerksblock

= Einheit, bestehend aus Synchrongenerator und Maschinentransformator (Blocktransformator)

$$\underline{Z}_K = K_S \cdot (\underline{ü}_r^2 \cdot \underline{Z}_G + \underline{Z}_{T,OS}) \quad K_S = \frac{U_{N,Q}^2}{U_{r,G}^2} \cdot \frac{U_{r,US}^2}{U_{r,OS}^2} \cdot \frac{c_{max}}{1 + |x_d'' - x_T| \cdot \sin \varphi_{rG}}$$

\underline{Z}_G die subtransiente Impedanz des Generators (ohne Korrekturfaktor K_G),

$\underline{Z}_{T,OS}$ die Kurzschlussimpedanz des Maschinentransformators, bezogen auf die Oberspannungsseite (OS) und die Bemessungsgrößen des Transformators (ohne Korrekturfaktor K_T),

$\underline{ü}_r$ Übersetzungsverhältnis der Bemessungsspannungen $\underline{ü}_r = U_{r,OS}/U_{r,US}$

$U_{N,Q}$ die Nennspannung des Netzes am Anschlusspunkt Q des Kraftwerksblocks,

$U_{r,G}$ die Bemessungsspannung des Generators,

$U_{r,OS}$ der Bemessungswert der Oberspannungswicklung des Transformators,

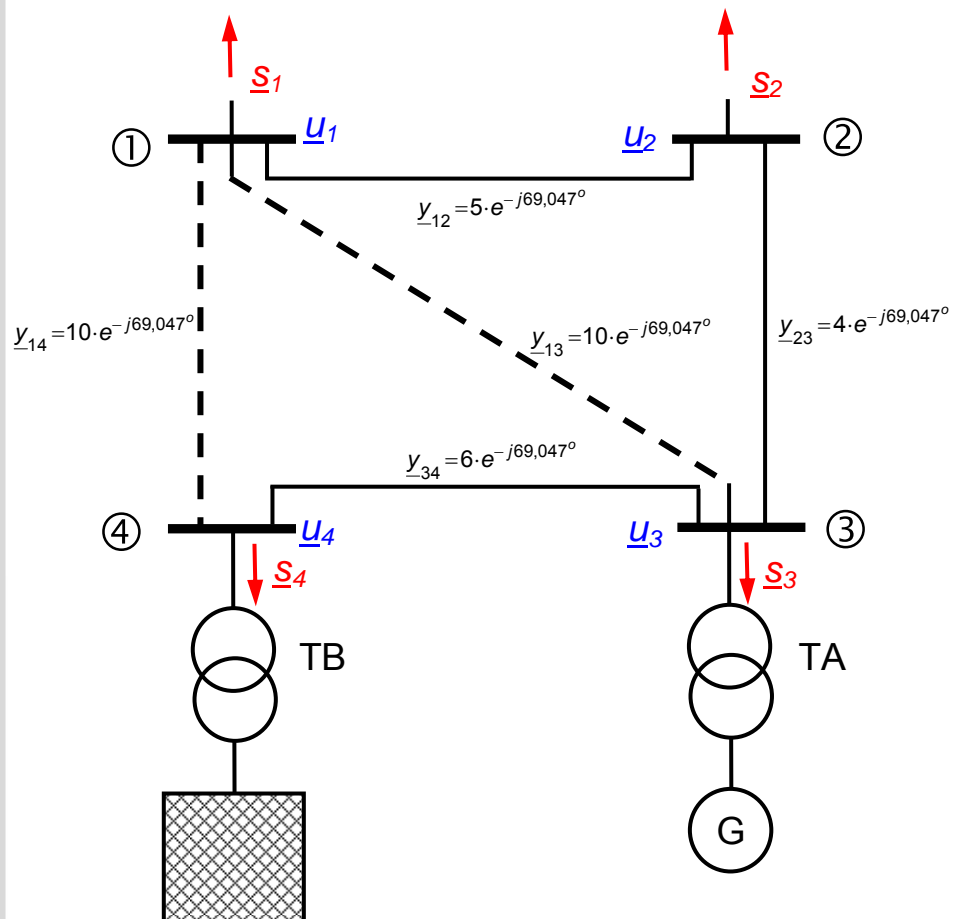
$U_{r,US}$ der Bemessungswert der Unterspannungswicklung des Transformators,

φ_{rG} der Phasenwinkel zwischen Strom \underline{I}_{rG} und Spannung \underline{U}_{rG} im Nennbetrieb des Generators,

x_d'' die auf die Bemessungsgrößen bezogene subtransiente Reaktanz,

X_T die auf die Bemessungsgrößen bezogene Kurzschlussimpedanz des Transformators

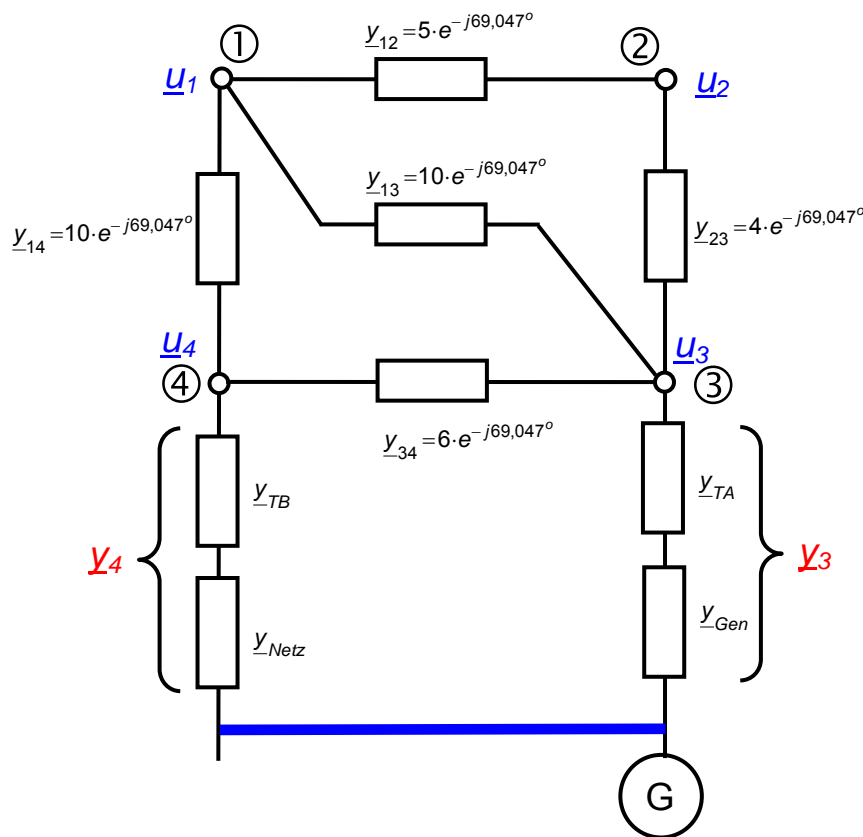
3-poliger Kurzschluß: Beispiel (I)



— Freileitung
 - - - Doppelleitung

- Leiterimpedanz: $Z' = (0,157 + j0,410) \Omega/\text{km}$
 - Transformator T_A :
 $S_{NA} = 100 \text{ MVA}$, $u_x = 0,12$
 - Transformator T_B :
 $S_{NB} = 200 \text{ MVA}$, $u_x = 0,14$
 - Netz: $S''_k = 5 \text{ GVA}$
 - Generator: $U_{NG} = 21 \text{ kV}$, $x_d'' = 0,15$
-
- Bezugsspannung: $U_B = 110 \text{ kV}$
 - Bezugsleistung: $S_B = 100 \text{ MVA}$

3-poliger Kurzschluß: Beispiel (II)



Transformator TB $\underline{Z}_{TB} = j \cdot u_{x,B} \frac{U_{NB}^2}{S_{TB}}$ \Rightarrow

Generator

$$X_d = x_d'' \cdot \frac{U_{Bm}^2}{S_{NG}}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_G = jX_G'' = j \cdot X_d \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \cdot x_d'' \frac{U_{Bm}^2}{S_{NG}} \cdot \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \cdot x_d'' = j \cdot 0,15$$

Netzeinspeisung

$$\underline{Z}_N = j \frac{cU_N^2}{S_K''}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_N = \underline{Z}_N \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \frac{cU_N^2}{S_K''} \cdot \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = jc \cdot \frac{S_B}{S_K''} = j \cdot 0,022$$

Transformator TA

$$\underline{Z}_{TA} = j \cdot u_{x,A} \frac{U_{NA}^2}{S_{TA}}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_{TA} = \underline{Z}_{TA} \cdot \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \cdot u_{x,A} \frac{U_{NA}^2}{S_{TA}} \cdot \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \cdot 0,12$$

$$\underline{Z}_{TB} = \underline{Z}_{TB} \cdot \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \cdot u_{x,B} \frac{U_{NB}^2}{S_{TB}} \cdot \frac{S_B}{U_{Bm}^2} = j \cdot 0,07$$

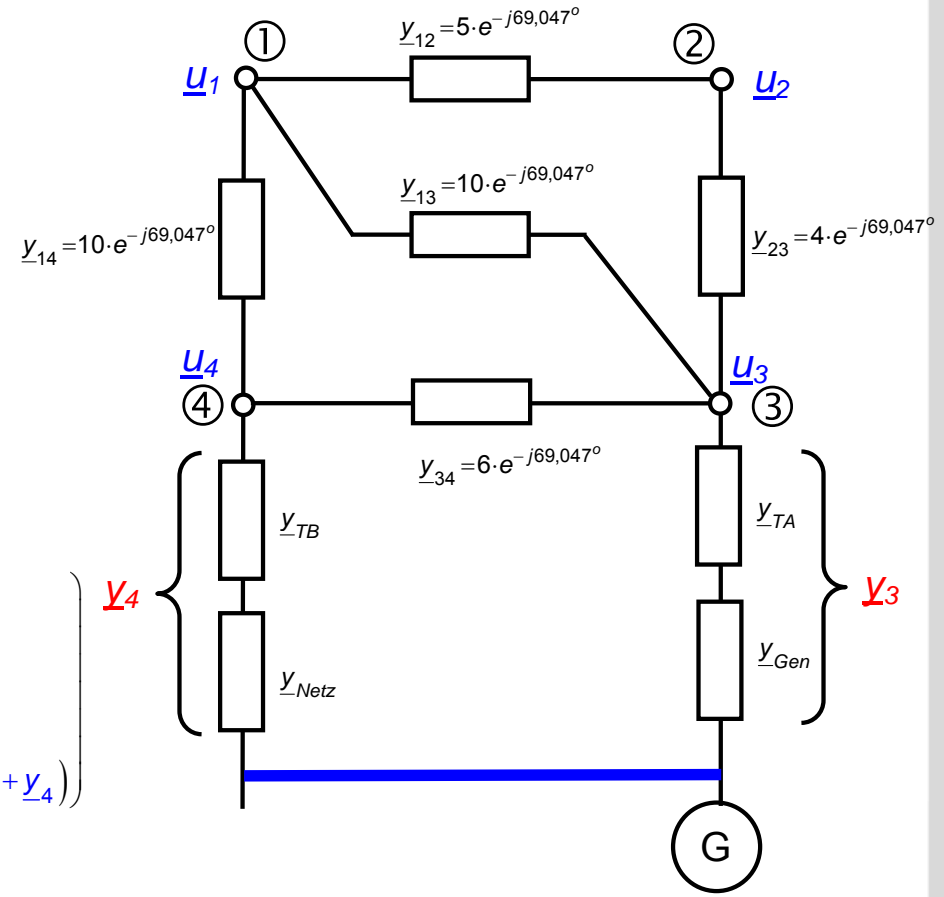
3-poliger Kurzschluß: Beispiel (III)

$$\underline{y}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_{TB} + \underline{Z}_N} = \frac{1}{j \cdot 0,092} = -j \cdot 10,87$$

$$\underline{y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_{TA} + \underline{Z}_G} = \frac{1}{j \cdot 0,27} = -j \cdot 3,704$$

$$\underline{g} = \begin{pmatrix} -(\underline{y}_{12} + \underline{y}_{13} + \underline{y}_{14}) & \underline{y}_{12} & \underline{y}_{13} & \underline{y}_{14} \\ \underline{y}_{12} & -(\underline{y}_{12} + \underline{y}_{23}) & \underline{y}_{23} & 0 \\ \underline{y}_{13} & \underline{y}_{23} & -(\underline{y}_{23} + \underline{y}_{13} + \underline{y}_{34} + \underline{y}_3) & \underline{y}_{34} \\ \underline{y}_{14} & 0 & \underline{y}_{34} & -(\underline{y}_{14} + \underline{y}_{34} + \underline{y}_4) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -25 & 5 & 10 & 10 \\ 5 & -9 & 4 & 0 \\ 10 & 4 & -23.4964 & 6 \\ 10 & 0 & 6 & -26.4385 \end{pmatrix} \cdot e^{-j69,047^\circ}$$



3-poliger Kurzschluß: Beispiel (IV)

$$\underline{g}^{-1} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} -1.7899 - 11.6572i & -1.1968 - 10.1905i & -0.4555 - 8.3571i & 0.1552 - 6.3519i \\ -1.1968 - 10.1905i & -4.976 - 20.2013i & -0.7634 - 9.368i & 0.2601 - 6.0074i \\ -0.4555 - 8.3571i & -0.7634 - 9.368i & -1.1483 - 10.6318i & 0.3913 - 5.5768i \\ 0.1552 - 6.3519i & 0.2601 - 6.0074i & 0.3913 - 5.5768i & -0.1333 - 7.2993i \end{pmatrix}$$

$$\underline{i}_k = -\frac{c}{Z_{kk}}$$

Kurzschluss am Knoten 1: $\underline{i}_1 = -\frac{c}{Z_{11}} = -\frac{100 \cdot 1.1}{-1.7899 - 11.6572i} = 1.4155 - 9.2189i$

Kurzschluss am Knoten 2: $\underline{i}_2 = -\frac{c}{Z_{22}} = -\frac{100 \cdot 1.1}{-4.976 - 20.2013i} = 1.2649 - 5.134i$

Kurzschluss am Knoten 3: $\underline{i}_3 = -\frac{c}{Z_{33}} = -\frac{100 \cdot 1.1}{-1.1483 - 10.6318i} = 1.1046 - 10.227i$

Kurzschluss am Knoten 4: $\underline{i}_4 = -\frac{c}{Z_{44}} = -\frac{100 \cdot 1.1}{-0.1333 - 7.2993i} = 0.2752 - 15.065i$

3-poliger Kurzschluß: Beispiel (V)

$$\underline{g}^{-1} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} -1.7899 - 11.6572i & -1.1968 - 10.1905i & -0.4555 - 8.3571i & 0.1552 - 6.3519i \\ -1.1968 - 10.1905i & -4.976 - 20.2013i & -0.7634 - 9.368i & 0.2601 - 6.0074i \\ -0.4555 - 8.3571i & -0.7634 - 9.368i & -1.1483 - 10.6318i & 0.3913 - 5.5768i \\ 0.1552 - 6.3519i & 0.2601 - 6.0074i & 0.3913 - 5.5768i & -0.1333 - 7.2993i \end{pmatrix}$$

$$\dot{i}_1 = -\frac{c}{z_{11}}$$

Kurzschluss am Knoten 1: Spannungen an den anderen Knoten

$$= 0.4155 - 9.2189i$$

$$\underline{u}_i = \underline{u}_G + \underline{z}_{ik} \cdot \dot{i}_k = 1.1 + \underline{z}_{ik} \cdot \dot{i}_k \quad \underline{u}_2 = 1.1 + \underline{z}_{21} \cdot \dot{i}_1 = 1.1 + \frac{(-1.1968 - 10.1905i)}{100} \cdot (0.4155 - 9.2189i) = 0.1436 - 0.0339i$$

$$\text{für } i = 2, 3, 4 \quad \underline{u}_3 = 1.1 + \underline{z}_{31} \cdot \dot{i}_1 = 1.1 + \frac{(-0.4555 - 8.3571i)}{100} \cdot (0.4155 - 9.2189i) = 0.3231 - 0.0763i$$

$$\underline{u}_4 = 1.1 + \underline{z}_{41} \cdot \dot{i}_1 = 1.1 + \frac{(0.1552 - 6.3519i)}{100} \cdot (0.4155 - 9.2189i) = 0.5166 - 0.1042i$$

Die Ströme aus dem Netz und dem Generator betragen:

$$\dot{i}_{Generator} = \underline{y}_3 \cdot (\underline{u}_G - \underline{u}_3) = (-3.704i) \cdot (1.1 - [0.3231 - 0.0763i]) = 0.2826 - 2.8775i$$

$$\dot{i}_{Netz} = \underline{y}_4 \cdot (\underline{u}_G - \underline{u}_4) = (-10.87i) \cdot (1.1 - [0.5166 - 0.1042i]) = 1.1329 - 6.3414i$$

Charakteristische Kurzschlussgrößen

Anfangs-Kurzschlußwechselstrom I_k''

I. Einseitige Speisung auf einen Kurzschluss

Ansatz der subtransienten Reaktanzen X_d'' bei den Generatoren und Berechnung von I_k'' durch das Verfahren der Ersatzspannungsquelle an der Fehlerstelle

II. Mehrseitige Speisung auf einen Kurzschluss

Existieren mehrere Einspeiser, z. B. auf eine Sammelschiene, an der ein Kurzschluss entsteht, so ergibt sich der gesamte Anfangs-Kurzschlußwechselstrom I_k'' aus den Anteilen der einzelnen Einspeiser

$$I_k'' = \sum_j I_{k,j}'' = I_{k,Gen}'' + I_{k,Mot}'' + I_{k,Trafo+Netz}'' + \dots$$

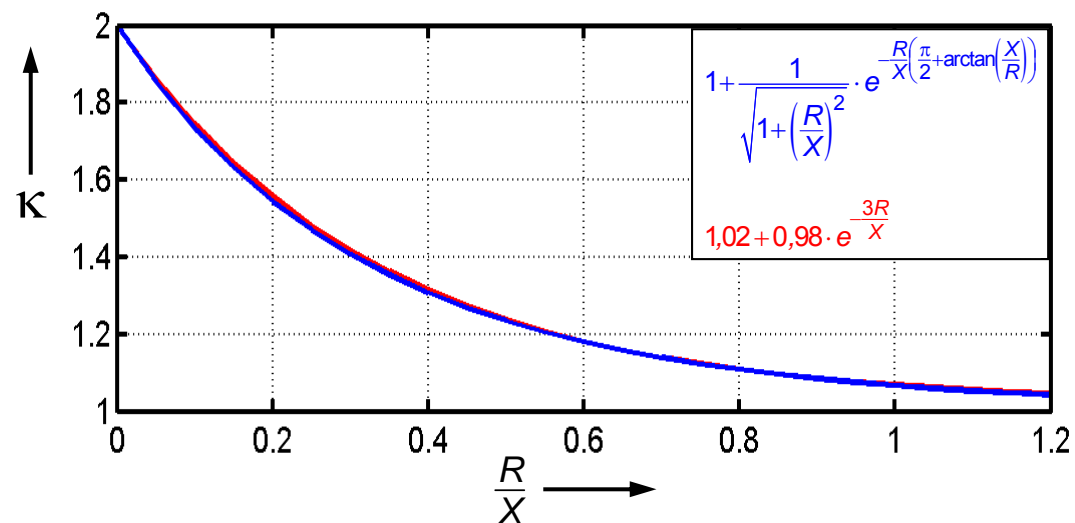
III. Kurzschluss im vermaschten Netz

Verfahren der Ersatzspannungsquelle an der Fehlerstelle ist zu aufwändig, deshalb Berechnung von I_k'' über das Knotenpotentialverfahren

Stoßkurzschlußstrom I_S

Stoßkurzschlußstrom I_S ist der unmittelbar nach Kurzschlussbeginn auftretende größte Augenblickswert des Kurzschlussstromes

$$I_S = \kappa \cdot \sqrt{2} \cdot I_k'' \quad \text{mit} \quad \kappa \approx 1,02 + 0,98 \cdot e^{-\frac{3R}{X}}$$



Ausschaltstrom I_b

I_b ist der Strom, der zum Zeitpunkt der Kontakttrennung bei Abschalten des Kurzschlusses durch einen Schalter über die Schaltkontakte fließt

Der Kurzschlussstrom ist zum Zeitpunkt der Kontakttrennung schon etwas abgeklungen, deshalb definiert man den Abklingfaktor μ .

$$I_b = \mu \cdot I_k'''$$

Abklingfaktor μ hängt ab von:

- *Mindestschaltverzögerung t_{min} des Leistungsschalters*

Der Mindestschaltverzögerung ist die kürzeste Zeitdauer zwischen dem Beginn des Kurzschlussstromes und dem Öffnen des erstschaltenden Poles des Schaltgerätes
= Zeit, in welcher der Kurzschlussstrom voll wirksam ist.

- Anfangskurzschlusswechselstrom des Generators bezogen auf den Bemessungsstrom des Generators (I_{kG}''/I_{rG})

Charakteristische Kurzschlussgrößen

Ausschaltstrom I_b

Existieren mehrere Einspeiser, so muss I_k'' anteilig für jeden einzelnen Einspeiser bestimmt werden

$$I_{b,ges} = I_{k,N}'' + \sum_i \mu_i \cdot I_{kG,i}'' + \sum_j q_j \cdot \mu_j \cdot I_{kASM,j}''$$

mit

$$\mu_{0,02} = 0,84 + 0,26 \cdot e^{-0,26 \cdot \frac{I_{kG}''}{I_{rG}}}$$

$$q_{0,02} = 1,03 + 0,12 \cdot \ln\left(\frac{P_{rM}}{p}\right) \quad \text{für } t_{min} = 0,02 \text{ s}$$

$$\mu_{0,05} = 0,71 + 0,51 \cdot e^{-0,30 \cdot \frac{I_{kG}''}{I_{rG}}}$$

$$q_{0,05} = 0,79 + 0,12 \cdot \ln\left(\frac{P_{rM}}{p}\right) \quad \text{für } t_{min} = 0,05 \text{ s}$$

$$\mu_{0,1} = 0,62 + 0,72 \cdot e^{-0,32 \cdot \frac{I_{kG}''}{I_{rG}}}$$

$$q_{0,1} = 0,57 + 0,12 \cdot \ln\left(\frac{P_{rM}}{p}\right) \quad \text{für } t_{min} = 0,1 \text{ s}$$

$$\mu_{0,25} = 0,56 + 0,94 \cdot e^{-0,38 \cdot \frac{I_{kG}''}{I_{rG}}}$$

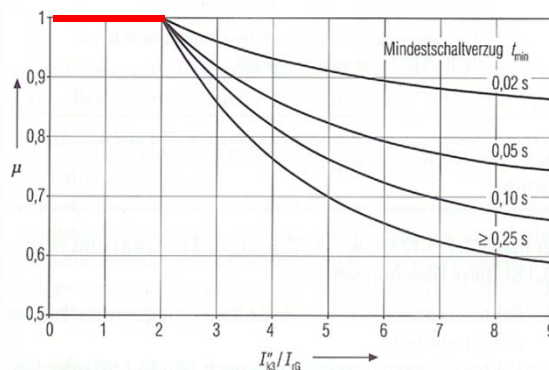
$$q_{0,25} = 0,26 + 0,10 \cdot \ln\left(\frac{P_{rM}}{p}\right) \quad \text{für } t_{min} \geq 0,25 \text{ s}$$

p : Polpaarzahl

P_{rM} : Bemessungswirkleistung der ASM in MW

Bei Asynchronmotoren (ASM) klingt I_k'' schneller ab, als bei Synchrongeneratoren, weil ASM ihre Erregung aus dem Netz beziehen
 ⇒ zusätzlicher Faktor q

$$I_b = I_k''$$



Charakteristische Kurzschlussgrößen

Dauerkurzschlußstrom I_k

Dauerkurzschlußstrom ist der Strom, der nach Abklingen aller Ausgleichsvorgänge bestehen bleibt

Berechnung ist deutlich ungenauer, als Berechnung von I_k''

$$I_{k,max} = I_{k,N}'' + \sum_i \lambda_i \cdot I_{rG,i}$$

Faktor λ

unterscheidet sich für Turbo- und Schenkelpolgeneratoren

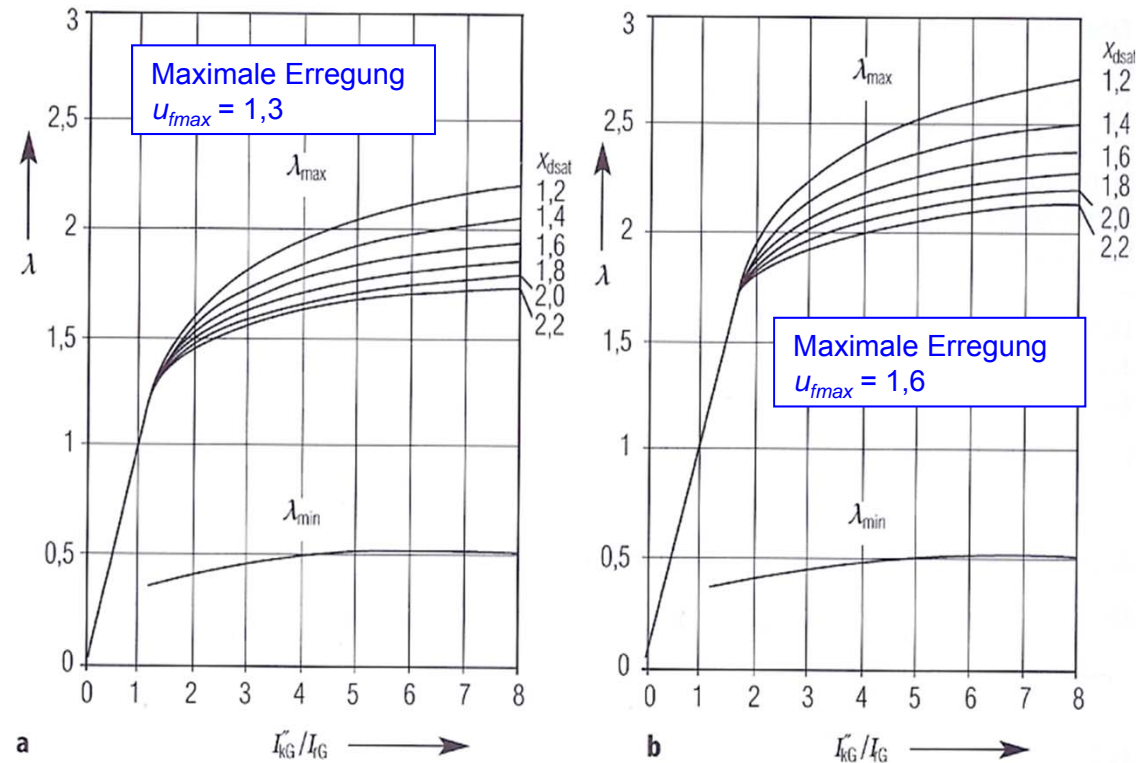
λ hängt stark ab von

- bezogener maximalen Erregung

$$u_{fmax} = U_{fmax} / U_{fr}$$

- bezogenen gesättigten Synchronreaktanz x_{dsat}

- I_{kG}'' / I_{rG}



Kurzschlussleistungen

Die im Folgenden definierten Größen sind fiktiv. Sie treten in der Praxis als physikalische Parameter nicht auf, da der jeweilige Kurzschlussstrom und die Nennspannung nie zeitgleich auftreten

- Anfangs-Kurzschlußwechselstromleistung S_k'' $S_k'' = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_k''$
- Ausschaltleistung S_b $S_b = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_b$
- Dauerkurzschlußleistung S_k $S_k = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_k$

Diese Leistungen – obwohl sie physikalisch nicht auftreten – charakterisieren die Beanspruchung von Betriebsmitteln, z. B. dem Leistungsschalter, und sind für deren Auslegung von Bedeutung.