

Masterarbeit

Galerkin-basierte Zeitintegration für den Starrkörper

Galerkin-based approach for the time-integration of the rigid body

Die Beschreibung der Bewegung von Körpern ist seit jeher eine wichtige Triebfeder der Mathematik und Physik. Natürlich spielt dies auch in vielen ingenieurtechnischen Anwendungen eine wichtige Rolle. Dennoch können nur im Ausnahmefall analytische Lösungen angegeben werden, sodass die Verwendung numerischer Lösungsverfahren notwendig wird. Für die Integration in der Zeit wird in der Regel ein finites Differenzenverfahren (FDV) verwendet, welches die Lösung zu (finiten) diskreten Zeitpunkten berechnet.

Eine alternative Möglichkeit hierzu stellt ein Galerkin-Verfahren in der Zeit dar, welches eine kontinuierliche Lösung des Problems ermöglicht. Hierbei kann durch eine geeignete Wahl der Test- und Lösungsfunktionen ein Zeitschrittverfahren konstruiert werden, welches analog zur FDV die Lösung des Anfangswertproblems schrittweise, also lokal, löst. Diese klassische Vorgehensweise ist besonders bei Anfangswertproblemen sinnvoll. Bei manch anderen Problemstellungen, wie der inverse Dynamik oder Optimalsteuerung, stellt sich jedoch heraus, dass ein Informationsfluss rückwärts in der Zeit notwendig ist, um eine stabile Lösung zu erreichen [8]. Dies kann mit Hilfe eines globalen Galerkin-Verfahrens in der Zeit sichergestellt werden [6].

Im Rahmen der Masterarbeit soll nun zunächst ein lokales Galerkin-Verfahren für ungebundene Massepunkte umgesetzt werden. In einem nächsten Schritt soll dieses um gebundene mechanische Systeme mit holonomen Zwangsbindungen erweitert werden. Die gewonnenen Erkenntnisse werden im Anschluss bei der Simulation von Starrkörpern Anwendung finden. Die Rotationen der Starrkörper sollen mittels Einheitsquaternionen dargestellt werden. Diese werden mit einer projektionsbasierten finite Elemente-Formulierung diskretisiert [1, 5]. Dabei liegt ein Fokus auf der Untersuchung der Einforderung der Zwangsbedingungen mittels Lagrange-Multiplikatoren und deren Diskretisierung.

Im Anschluss ist eine Erweiterung auf ein globales Galerkin-Verfahren möglich [6, 8], wobei auch hier der Fokus auf der Behandlung der Zwangsbedingungen, sowie der Lagrange-Multiplikatoren, liegt.

Arbeitsplan

Im Rahmen der Masterarbeit ist folgender Arbeitsplan vorgesehen:

- a) Einarbeitung in die lokale Galerkin-basierte Zeitintegration [2],
- b) Implementierung der Galerkin-basierten Zeitintegration für Massepunkte [2],
- c) Erweiterung auf eine Formulierung mit Zwangsbedingungen,
- d) Einarbeitung in die Darstellung von Rotationen [7],
- e) Einarbeitung in die Theorie der Quaternionen [3, 4],
- f) Implementierung der Galerkin-basierten Zeitintegration für Starrkörper,
- g) Validierung der Implementierungen anhand geeigneter Beispiele,
- h) Möglichkeit zur Erweiterung auf ein globales Galerkin-Verfahren [6]

i) Dokumentation der Theorie und Ergebnisse mittels \LaTeX .

Voraussetzungen

Numerische Strukturmechanik, Grundlagen Finite Elemente, Finite Elemente in der Festkörpermechanik, Programmierkenntnisse in MATLAB, Kenntnisse in \LaTeX .

Ansprechpartner

Peter Betsch (peter.betsch@kit.edu)

Paul Wasmer (paul.wasmer@kit.edu)

Simeon Schneider (simeon.schneider@kit.edu)

Bearbeiter/-in

Name: VornameStudi Nachname

Matr.-Nr.: 170000

Termine

Ausgabedatum: 1.1.2020

Soll-Abgabedatum: 1.1.2020

Ist-Abgabedatum: 1.1.2020

Vortrag gehalten am: 1.1.2020

Literatur

- [1] BAUCHAU, O. A. und HAN, S. Interpolation of rotation and motion. In: *Multibody System Dynamics*, 31: 339–370, 2014.
- [2] BETSCH, P und STEINMANN, P. Conservation properties of a time FE method. Part I: time-stepping schemes for N-body problems. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(5): 599–638, 2000.
- [3] BETSCH, P. und SIEBERT, R. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(4): 444–473, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1002/nme.2586>.
- [4] DAM, E. B., KOCH, M. und LILLHOLM, M. *Quaternions, Interpolation and Animation*. Technical Report DIKU-TR-98/5. Department of Computer Science, University of Copenhagen, 1998.
- [5] GROHS, P., HARDERING, H., SANDER, O. und SPRECHER, M. Projection-based finite elements for nonlinear function spaces. In: *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 57(1): 404–428, 2019.
- [6] SCHUSS, S, GLAS, S. und HESCH, C. Non-linear space-time elasticity. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 124(9): 1965–1990, 2023.
- [7] SOLÀ, J., DERAY, J. und ATCHUTHAN, D. *A micro Lie theory for state estimation in robotics*. 2018. DOI: 10.48550/ARXIV.1812.01537. URL: <https://arxiv.org/abs/1812.01537>.
- [8] STRÖHLE, T. und BETSCH, P. A simultaneous space-time discretization approach to the inverse dynamics of geometrically exact strings. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 123(11): 2573–2609, 2022.