

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Signale</b> .....	1
1.1 Charakterisierung von Signalen .....	1
1.2 Häufig verwendete Testsignale .....	8
Literaturverzeichnis .....	16
<b>2 Signorräume und diskrete Signaldarstellungen</b> .....	17
2.1 Signorräume .....	17
2.1.1 Vektorrräume .....	17
2.1.2 Metrische Rume .....	20
2.1.3 Normierte Rume .....	23
2.1.4 Rume mit Skalarprodukt .....	27
2.2 Orthogonalreihen .....	32
2.2.1 Berechnung der Koeffizienten .....	32
2.2.2 Orthogonale Projektion .....	33
2.2.3 Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren .....	34
2.2.4 Die Parseval'sche Gleichung .....	35
2.2.5 Vollstndige orthonormale Funktionensysteme .....	36
2.2.6 Die Fourier-Reihenentwicklung .....	37
2.3 Allgemeine Reihenentwicklungen .....	38
2.3.1 Berechnung der Koeffizienten .....	39
2.3.2 Orthogonale Projektion .....	43
2.3.3 Orthogonale Projektion von N-Tupeln .....	44
Literaturverzeichnis .....	46
<b>3 Zeitkontinuierliche Signale und Systeme</b> .....	47
3.1 Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich .....	47
3.1.1 Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort .....	48
3.1.2 Impulsantworten ausgewhlter LTI-Systeme .....	52
3.1.3 Stabilitt von LTI-Systemen .....	54
3.1.4 Systemantwort auf Exponentialfunktionen .....	54
3.2 Die Fourier-Transformation .....	57
3.2.1 Definition .....	57
3.2.2 Beispiele fr die direkte Auswertung des Fourier-Integrals .....	59
3.2.3 Symmetrien der Fourier-Transformation .....	60
3.2.4 Weitere Eigenschaften der Fourier-Transformation .....	63

3.2.5	Einige spezielle Fourier-Korrespondenzen	69
3.2.6	Die Parseval'sche Gleichung	71
3.2.7	Fourier-Transformation periodischer Signale	72
3.2.8	Fourier-Transformation der Dirac-Impulsfolge	72
3.2.9	Die Poisson'sche Summenformel	74
3.2.10	Zeit- und bandbegrenzte Signale	75
3.2.11	Das Gibbs'sche Phänomen	76
3.3	Energiedichte und Korrelation	76
3.3.1	Definition und Eigenschaften	76
3.3.2	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI-Systeme	79
3.4	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen	80
3.4.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit	80
3.4.2	Ideale und reale Filter	81
3.5	Die Hilbert-Transformation	83
3.6	Kausale Signale und die Hilbert-Transformation	86
3.7	Repräsentation von Bandpasssignalen	87
	Literaturverzeichnis	94
<b>4</b>	<b>Diskrete Signale und Systeme</b>	<b>95</b>
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	95
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme	103
4.2.1	Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	104
4.2.2	FIR-Filter	105
4.2.3	Rekursive Filter	107
4.2.4	Antwort diskreter LTI-Systeme auf Exponentialfolgen	110
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation	113
4.3.1	Definition und Konvergenz	113
4.3.2	Eigenschaften der zeitdiskreten Fourier-Transformation	114
4.3.3	Zeitdiskrete Fourier-Transformation sinusförmiger Signale	117
4.4	Korrelation und Energiedichte	117
4.5	Die Z-Transformation	119
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften	119
4.5.2	Die inverse Z-Transformation	122
4.5.3	Eigenschaften der Z-Transformation	124
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme	129
4.6.1	Pole und Nullstellen von FIR-Filtern	129
4.6.2	FIR-Filter mit linearer Phase	134
4.6.3	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik	135
4.6.4	Pole und Nullstellen von rekursiven Filtern	141
4.6.5	Bestimmung der Impulsantwort eines rekursiven Filters	143
4.6.6	Stabilität diskreter Systeme	146
4.6.7	Minimalphasigkeit	149
4.6.8	Allpass-Filter	151
4.6.9	Entfaltung	152

4.6.10	Faktorisierung von rekursiven Systemen .....	153
4.7	Die Chirp-Z-Transformation .....	154
4.8	Zeitdiskrete Verarbeitung kontinuierlicher Signale .....	156
	Literaturverzeichnis .....	158
<b>5</b>	<b>Diskrete Blocktransformationen .....</b>	<b>159</b>
5.1	Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) .....	159
5.2	Die schnelle Fourier-Transformation .....	166
5.2.1	Radix-2-Decimation-in-Time-FFT .....	166
5.2.2	Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT .....	169
5.2.3	Radix-4-FFT .....	170
5.2.4	Split-Radix-FFT .....	171
5.2.5	Weitere FFT-Algorithmen .....	172
5.3	Die schnelle Faltung auf Basis der FFT .....	174
5.4	Die diskrete Kosinustransformation .....	175
5.5	Die diskrete Hartley-Transformation .....	178
5.6	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation .....	180
	Literaturverzeichnis .....	181
<b>6</b>	<b>Charakterisierung und Transformation von Zufallsprozessen .....</b>	<b>183</b>
6.1	Eigenschaften von Zufallsvariablen .....	183
6.2	Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse .....	187
6.2.1	Korrelationsfunktionen und Stationarität .....	187
6.2.2	Spektrale Leistungsdichte .....	190
6.2.3	Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme ...	192
6.2.4	Suchfilter (Matched-Filter) .....	193
6.2.5	Stationäre Bandpassprozesse .....	194
6.3	Die zeitkontinuierliche Karhunen-Loève-Transformation .....	197
6.4	Zeitdiskrete Zufallsprozesse .....	200
6.4.1	Korrelation und Leistungsdichte .....	201
6.4.2	Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme .....	202
6.4.3	Korrelationsmatrizen .....	203
6.4.4	Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichtespektren .....	205
6.5	Die diskrete Karhunen-Loève-Transformation .....	207
6.6	Karhunen-Loève-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse .....	210
6.7	Whitening-Transformation .....	212
6.8	Independent Component Analysis .....	214
	Literaturverzeichnis .....	218
<b>7</b>	<b>Multiratenysteme .....</b>	<b>219</b>
7.1	Grundlegende Multiraten-Operationen .....	220
7.1.1	Filterung und Abtastratenumsetzung .....	220
7.1.2	Polyphasenzerlegung .....	222

7.1.3	Multiraten-Identitäten .....	224
7.1.4	Polyphasen-Interpolation und Dezimation .....	225
7.2	Zwei-Kanal-Filterbänke .....	228
7.2.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang .....	228
7.2.2	Quadratur-Spiegel-Filter .....	229
7.2.3	Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke .....	230
7.2.4	Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal-Filterbänke .....	232
7.2.5	Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke .....	235
7.2.6	Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur .....	239
7.2.7	Lifting-Strukturen .....	241
7.3	Filterbänke in Baumstruktur .....	242
7.4	Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke .....	245
7.4.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang gleichförmiger M-Kanal-Filterbänke .....	245
7.4.2	Polyphasendarstellung .....	247
7.4.3	Paraunitäre Filterbänke .....	249
7.4.4	Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke .....	250
7.5	DFT-Filterbänke .....	251
7.6	Kosinus-modulierte Filterbänke .....	254
7.6.1	Die modulierte überlappende Transformation .....	254
7.6.2	Kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung .....	258
7.6.3	Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke .....	262
7.6.4	Pseudo-QMF-Bänke .....	263
7.7	Überlappende orthogonale Transformationen .....	264
7.8	Analyse von Filterbank-Eigenschaften .....	266
7.8.1	Frame-Analyse .....	266
7.8.2	Bifrequenzanalyse .....	268
7.9	Beschreibung von Zufallsprozessen in Multiraten-Systemen .....	270
7.9.1	Spektren stationärer und instationärer Prozesse .....	270
7.9.2	Effekte der Abtastratenumsetzung .....	272
7.9.3	Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken .....	273
7.10	Teilbandzerlegung endlich langer Signale .....	276
7.11	Teilbandcodierung von Bildern .....	279
7.12	Transmultiplexer-Filterbänke .....	280
	Literaturverzeichnis .....	282
<b>8</b>	<b>Kurzzeit-Fourier-Transformation</b> .....	<b>285</b>
8.1	Transformation analoger Signale .....	285
8.1.1	Definition .....	285
8.1.2	Zeit-Frequenz-Auflösung .....	286
8.1.3	Die Unschärferelation .....	288
8.1.4	Das Spektrogramm .....	290
8.1.5	Rücktransformation .....	292
8.2	Transformation zeitdiskreter Signale .....	293

8.3	Die schnelle Faltung mittels der STFT .....	297
8.4	Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT .....	298
	Literaturverzeichnis .....	300
<b>9</b>	<b>Die Wavelet-Transformation .....</b>	<b>301</b>
9.1	Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation .....	301
9.2	Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse .....	305
9.3	Integrale Rücktransformation und Energieerhaltung .....	307
9.4	Wavelet-Reihen .....	309
9.4.1	Dyadische Abtastung .....	309
9.4.2	Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven .....	311
9.5	Die diskrete Wavelet-Transformation .....	313
9.5.1	Das Konzept der Mehrfach-Auflösung .....	313
9.5.2	Signalanalyse durch Multiraten-Filterung .....	319
9.5.3	Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung .....	320
9.5.4	Eigenschaften der diskreten Filter .....	322
9.6	Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten .....	323
9.6.1	Die allgemeine Vorgehensweise .....	323
9.6.2	Momente .....	329
9.6.3	Regularität .....	331
9.6.4	Wavelets mit endlicher Zeitdauer .....	331
9.7	Wavelet-Familien .....	332
9.7.1	Biorthogonale linearphasige Wavelets .....	332
9.7.2	Orthonormale Daubechies-Wavelets .....	337
9.7.3	Coiflets .....	338
9.8	Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale .....	340
9.8.1	Der À-Trous-Algorithmus .....	341
9.8.2	Zeitdiskretes Morlet-Wavelet .....	345
9.9	Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation .....	346
9.10	Wavelet-basierte Bildkompression .....	347
9.11	Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendungen .....	348
9.11.1	Erzeugung spärlicher Repräsentationen .....	349
9.11.2	Wavelet-basierte Rauschreduktion .....	351
9.11.3	Komprimierte Abtastung .....	352
	Literaturverzeichnis .....	353
<b>10</b>	<b>Zeit-Frequenz-Verteilungen .....</b>	<b>355</b>
10.1	Ambiguitätsfunktion .....	355
10.2	Wigner-Verteilung .....	359
10.2.1	Definition und Eigenschaften .....	359
10.2.2	Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen .....	362
10.2.3	Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen .....	364
10.2.4	Einfluss linearer Operationen .....	366
10.3	Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen .....	368

10.3.1	Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen .....	369
10.3.2	Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen ...	371
10.3.3	Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen .....	376
10.3.4	Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen .....	377
10.4	Wigner-Ville-Spektrum .....	379
	Literaturverzeichnis .....	384
<b>11</b>	<b>Parameter- und Signalschätzung .....</b>	<b>385</b>
11.1	Prinzipien der Parameterschätzung .....	385
11.1.1	Maximum-a-posteriori-Schätzung .....	385
11.1.2	Maximum-Likelihood-Schätzung .....	388
11.1.3	Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler .....	390
11.1.4	Eigenschaften von Schätzverfahren .....	390
11.2	Lineare Parameterschätzung .....	391
11.2.1	Lineare erwartungstreue Schätzungen .....	391
11.2.2	Lineare Schätzungen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer) .....	395
11.3	Lineare Optimalfilter .....	401
11.3.1	Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge .....	401
11.3.2	Wiener-Filter mit endlicher Länge .....	404
11.3.3	Lineare Prädiktion um einen Schritt .....	407
11.3.4	Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen .....	411
11.4	Mehrkanalige Optimalfilter .....	413
11.4.1	Beschreibung der mehrkanaligen Filterung .....	414
11.4.2	Das MINT-Theorem .....	417
11.4.3	Mehrkanalige lineare Optimalfilter .....	419
11.4.4	Blinde Quellentrennung .....	422
	Literaturverzeichnis .....	424
<b>Anhang</b>	<b>.....</b>	<b>425</b>
A.1	Mathematische Methoden für die Verarbeitung von N-Tupeln .....	425
A.1.1	QR-Zerlegung .....	425
A.1.2	Die Moore-Penrose-Pseudoinverse .....	426
A.1.3	Der Nullraum .....	428
A.1.4	Householder-Transformationen .....	429
A.1.5	Givens-Rotationen .....	432
A.2	Multivariate Gaußprozesse .....	434
	Literaturverzeichnis .....	437
A.3	Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen .....	438
A.4	Korrespondenztabelle .....	439
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>.....</b>	<b>441</b>