Prof. Dr. Gerd Stumme, Dominik Benz
Fachgebiet Wissensverarbeitung

26.11.2008

4. Übung „Künstliche Intelligenz“

Wintersemester 2008/2009

1 Wissensrepräsentation

1. Setzen Sie die auf Folie 13 in Kapitel 4 vorgestellten Sichtweisen auf die Adäquatheit einer Wissensrepräsentation mit den Kriterien von Davis, Shrobe und Szolovits in Beziehung.

   „A medium of human expression“ lässt sich sowohl mit *ergonomischer Adäquatheit* als auch mit *epistemologischer Adäquatheit* in Beziehung setzen. *Kognitive Adäquatheit* dagegen korrespondiert mit „a set of ontological commitments“ und „a fragmentary theory of intelligent reasoning“. Schliesslich entspricht die *heuristische Adäquatheit* dem „medium for pragmatically efficient computation“.

2 Constraintprobleme

1. Beschreiben Sie das Constraint-Satisfaction-Problem als Suchproblem. Wieso ist die Tiefensuche für diese Problemklasse der Suche geeignet?

   Das Zuordnungsproblem lässt sich mit den bekannten Suchverfahren lösen. Charakteristisch ist hierbei, dass der Suchbaum endlich ist, da seine Tiefe |V| beträgt. Die Zielknoten des Suchbaums sind die Knoten der Tiefe |V|. Zustandsübergangsoperatoren sind jeweils die Belegung einer Variable mit einem Wert. Hierbei sind die Zustandsübergansoperatoren vertauschbar, d.h. die Reihenfolge der Werte spielt keine Rolle. Die Tiefensuche ist für diese Problemklasse der Suche geeignet, da bei Constraintproblemen die Tiefe stets endlich und im Voraus bekannt ist.

2. Welche der drei Heuristiken aus dem Skript sind für das 4-Damen-Problem geeignet, welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

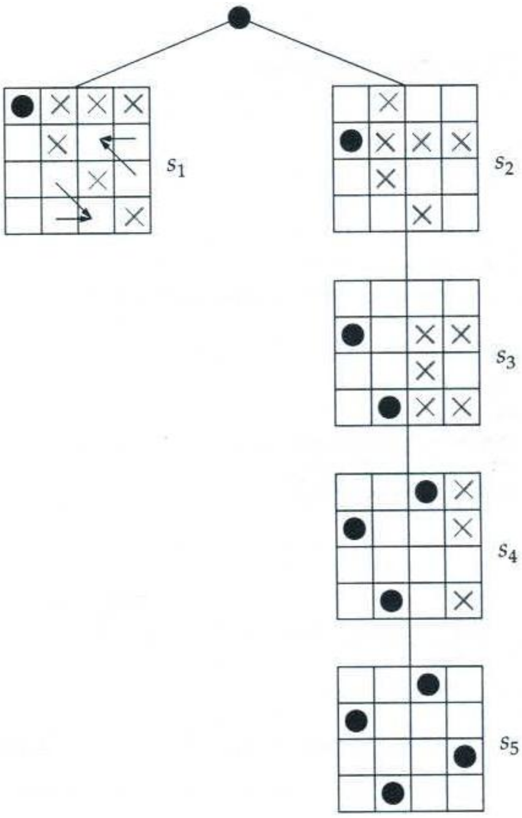
   Die Heuristik der minimalen Breitenordnung ist für die Lösung des 4-Damen-Problems ungeeignet, da die Knoten des Constraintgraphen dieselben Grade aufweisen. Beim 4-Damen-Problem ist jeder Knoten mit allen anderen verbunden, d.h. alle Knoten weisen denselben Grad auf. Die Heuristik der maximal eingeschränkten Variablen ist hier angebracht, da die Constraints stark einschränkend sind. Die Belegung einer Variable wirkt sich signifikant auf den Wertebereich anderer Variablen aus.

   a) In welcher Reihenfolge kann man die geeigneten Heuristiken kombinieren?

Eine mögliche Kombination wäre die Anwendung der Heuristik des minimalen Konflikts mit der Heuristik der maximalen Einschränkung. Zunächst wird das nächste zu belegende Feld mit der Heuristik der maximalen Einschränkung bestimmt. Anschließend wird für diese Feldposition ein Wert mit der Heuristik des minimalen Konflikts berechnet.

b) Rechnen Sie das 4-Damen-Problem mit diesen Heuristiken und der Tiefensuche durch!

Die Spalten des Schachbretts seien mit x_1, x_2, x_3, x_4 bezeichnet. Das Schachbrett ist im Initialzustand leer, d. h. die Constraintpropagierung ist hier noch wirkungslos. Die Tiefensuche startet mit der Zuweisung $x_1 \leftarrow 1$. Zu beachten ist, dass nun die Belegung $x_3 \leftarrow 2$ verboten ist, denn sie verträgt sich mit keiner der übriggebliebenen Belegungen der Spalte x_4. Dies gilt genauso für die Belegung $x_3 \leftarrow 4$. Folglich ist der Wertebereich der Variable x_3 leer geworden und die Belegung $x_1 \leftarrow 1$ hat nicht zum Erfolg geführt. In der Situation (s_2) auf der rechten Seite ist zu sehen, dass per Backtracking die Belegung $x_1 \leftarrow 2$ vorgenommen wird. Die Belegung $x_2 \leftarrow 4$ ist durch die Heuristik der maximal eingeschränkten Variable erzwungen. Dies gilt genauso für die folgenden Belegungen $x_3 \leftarrow 1$ und $x_4 \leftarrow 3$. Die Lösung wurde mit nur einem Backtracking-Schritt (in Situation s_1) gefunden.

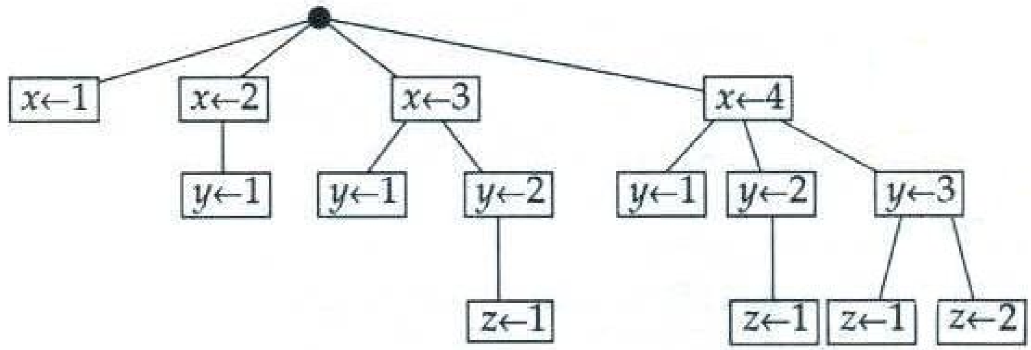


3. Gegeben seien folgende Constraints: $x > y$ und $y > z$ über der Variablenmenge $V = \{x, y, z\}$ und dem gemeinsamen Wertebereich $W = \{1, 2, 3, 4\}$.

   a) Veranschaulichen Sie sich die Constraints als Graph und formen Sie den Graphen in einen Suchbaum um. Die Reihenfolge der Variablen sei hierbei x, y, z.

Für den Constraintghraphen ergibt sich folgendes:

Die Constraints können folgendermaßen in einem Suchbaum abgebildet werden.



b) Was unterscheidet ein Constraintnetz von einem Suchbaum?

Ein Constraintnetz veranschaulicht die Constraints – Zuweisungen von Werten an Variablen finden nicht statt. In einem Suchbaum sieht man dagegen die Constraints nicht (direkt), sondern die Variablenzuweisungen.

c) Wie beinflusst die Reihenfolge der Variablen den Aufbau des Suchbaums?

Die Reihenfolge der Variablen beinflußt den Aufbau des Suchbuchbaumes insofern, dass dieser bei einer ungünstigen Wahl der Reihenfolge die Anzahl der Knoten quadratisch anwachsen läßt.

4. In der Vorlesung wurde besprochen, dass sich Constraintnetze höherer Ordnung in binäre Constraintnetze überführen lassen.

   a) Zeigen Sie, wie ein ternäres Constraint in binäre Constraints umgewandelt werden kann. Gehen Sie dabei von endlichen Domänen aus; beginnen Sie mit dem Beispielconstraint $A + B = C$, das Sie in drei binäre Constraints umwandeln. Generalisieren Sie anschliessend die Vorgehensweise.

   b) Zeigen Sie anschliessend, wie Contraints mit mehr als drei Variablen ähnlich behandelt werden können.

   c) Zeigen Sie schliesslich, wie unäre Constraints eliminiert werden können.

   d) Begründen Sie, dass Sie damit insgesamt gezeigt haben, dass jedes CSP in ein CSP mit nur binären Constraints umgewandelt werden kann.

Die Grundidee bei der Umwandlung von ternären Constraints in binäre ist die Einführung von Hilfsvariablen. Im Falle des Constraints $A + B = C$ führen wir eine Hifsvariable AB ein. Wenn die Domäne der Variblen A und B die Menge der Zahlen N ist, so ist die Domäne von AB nun die Menge aller möglichen Zahlenpaare, also $N \times N$. Als weiteres Hilfsmittel verwenden wir die Projektionsfunktion π, die uns erlaubt, auf bestimmte Werte innerhalb von Zahlentupeln über deren Position zuzugreifen; wenn beispielsweise $AB = (3, 5)$, so gilt $\pi_1(AB) = 3$ und $\pi_2(AB) = 5$. Damit können wir nun dieses Constraint in drei binäre Constraints überführen:

$$\pi_1(AB) = A$$

$$\pi_2(AB) = B$$

$$\pi_1(AB) + \pi_2(AB) = C$$

Durch diese 'Verschmelzung'" von zwei Variablen in einer Hilfsvariable sowie der anschliessenden Ersetzung durch die π-Funktion können nun beliebige ternäre Constraints umgewandelt werden.
Im Falle eines 4-stelligen Constraints über die Variablen A, B, C, D kann dieses mit obiger Methode zunächst in zwei binäre und ein ternäres Constraint umgewandelt werden (Einführen der Hilfsvariable AB). Dieses kann dann - wie oben gezeigt - durch Einführen der Hilfsvariable CD in binäre Constraints umgewandelt werden. Per Induktion lässt sich somit zeigen, dass jedes n-stellige Constraint in ein $(n - 1)$-stelliges Constraint umwandelbar ist. Unäre Constraints lassen Sich sich immer in der Domäne der Variable abbilden, indem durch das Constraint nicht erlaubte Werte entfernt werden.
Durch wiederholte Umwandlung lässt sich nun jedes n-stellige Constraint in binäre Constraints umwandeln. Unäre Constraints lassen sich wie eben beschrieben elimnieren; insgesamt ist somit gezeigt, dass jedes CSP in ein CSP mit nur binären Constraints umgewandelt werden kann.