



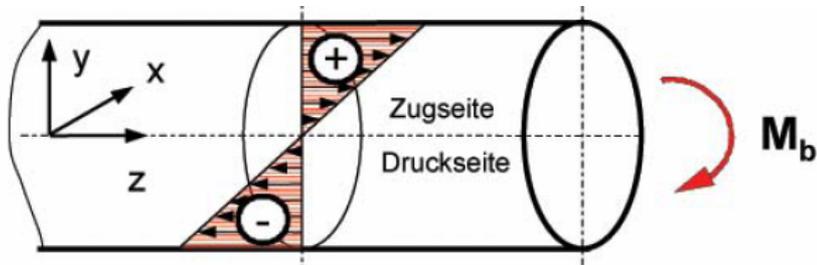
7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Biegung / Torsion

Wellen, bei denen gleichzeitig ein Biegemoment (Normalspannungen) und ein Torsionsmoment (Schubspannungen) auftritt.

Biegespannungen

(Oder auch Normalspannungen stehen rechtwinklig zum Querschnitt)

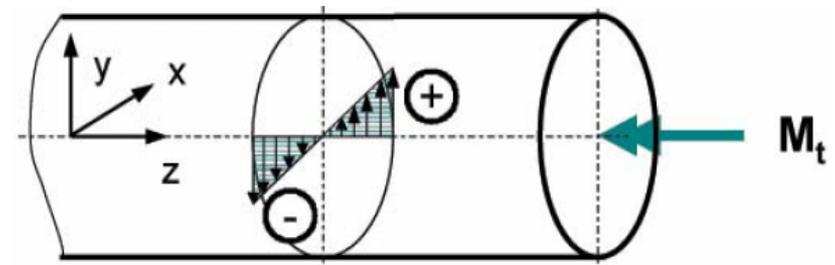


Elastizitätsmodul
(E-Modul)

Theoriebuch
S. 385

Torsionsspannungen

(Oder auch Schubspannungen liegen im Querschnitt)



Schubmodul
(G-Modul)



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Biegung / Torsion

- Der Werkstoff verhält sich bei Biegespannungen (Normalspannungen) anders, als bei Torsionsspannungen (Schubspannungen)
- Eine einfache Ermittlung der resultierenden Spannung ist deshalb nicht möglich, weil sich wie oben beschrieben der Werkstoff anders verhält

Vergleichsspannung

$$\sigma_v \leq \sigma_b \text{ zul}$$

Vergleichsspannung muss kleiner oder gleich der Biegespannung sein

- ist aus der Gestaltänderungsenergiehypothese entstanden
 - Auf Grund von besten Versuchsergebnissen
- Normalspannungs-, oder Dehnungshypothese für spröde Werkstoffe reichte alleine nicht aus
- Schubspannungshypothese für Werkstoffe, die sich plastisch verformen lassen (wie auch Stahl), reichte alleine nicht aus



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Arbeitsplan 1. Teil

- Belastungsfall analysieren
 - Wie wirkt die Biegung auf das Bauteil
 - (ev. mit Parallelverschiebungssatz Theoriebuch S. 275 + 276)
 - Wie wirkt die Torsion auf das Bauteil
- Eventuell Stützkräfte ermitteln aus den Gleichgewichtsbedingungen
- Biegespannung σ_b ermitteln für Vergleichspannung
 - Achtung: Widerstandsmoment Formelbuch S. 34 für Biegung
- Torsionsspannung τ_t ermitteln für Vergleichsspannung
 - Achtung: polares Widerstandsmoment Formelbuch S. 36 für Torsion
- Biegemoment M_b ermitteln für das Vergleichsmoment (graphisch aufzeichnen)
- Torsionsmoment M_t ermitteln für das Vergleichsmoment
- Anstrengungsverhältnis beachten α_0 (siehe Seite 4)



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Arbeitsplan 2. Teil

- Momentenverlauf beachten
 - Wenn möglich graphisch aufzeichnen
- Vergleichsspannung oder Vergleichsmoment berechnen
- Wellendurchmesser ermitteln
 - Anhand des Vergleichsmomentes

Anstrengungsverhältnis (auf Grund der Belastung)

Formelbuch S. 32 und
Theoriebuch S. 377

$$\alpha_0 = 1$$

Wenn Biegespannung und Torsionsspannung im gleichen Belastungsfall wirken

$$\alpha_0 = 0.7$$

Wenn Biegespannung wechselnd ist und Torsionsspannung schwellend oder ruhend ist



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Wichtige Formeln

Vergleichsspannung

Vergleichsmoment

σ	$M_v; M_b; M_T$	d
$\frac{N}{mm^2}$	Nmm	mm

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_t)^2} \quad M_v = \sqrt{M_b^2 + 0.75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_T)^2}$$

Erforderlicher Durchmesser

Anstrengungsverhältnis

(Vollwellendurchmesser)

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_v}{\pi \cdot \sigma_{b\,zul}}}$$

$$\alpha_0 = 1$$

gleicher Belastungsfall

$$\alpha_0 = 0.7$$

- Biegung wechseln

- Torsion schwelend oder ruhend

Biegespannung

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{F \cdot l_b}{W}$$

W = Formelbuch
Seite 34

Torsionsspannung

$$\tau_t = \frac{M_T}{W_p} = \frac{F \cdot l_T}{W_p}$$

W_p = Formelbuch
Seite 36

M_T	P	n
Nm	W	s^{-1}

$$M_T = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi \cdot n}$$

M_T	P	n
Nm	kW	min^{-1}

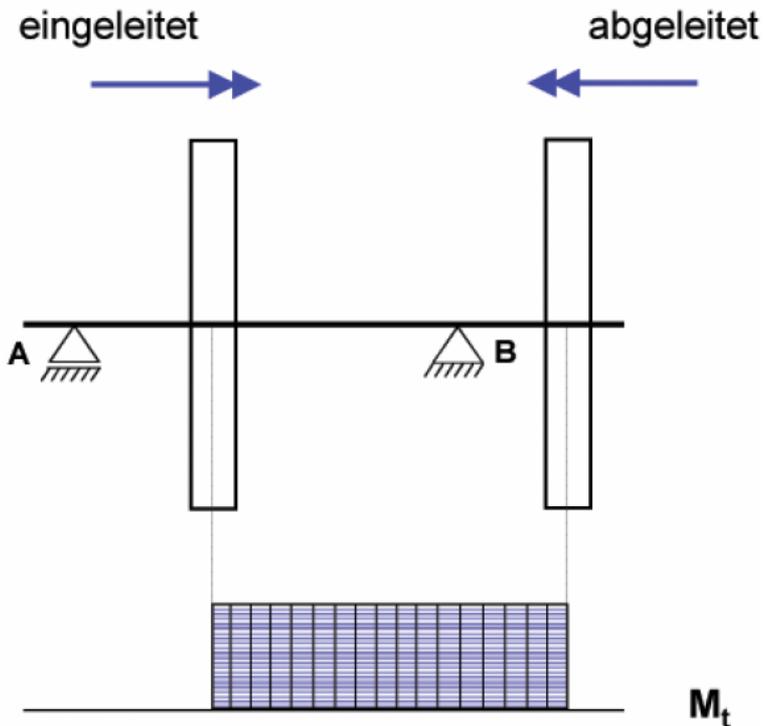
$$M_T = 9550 \cdot \frac{P}{n}$$



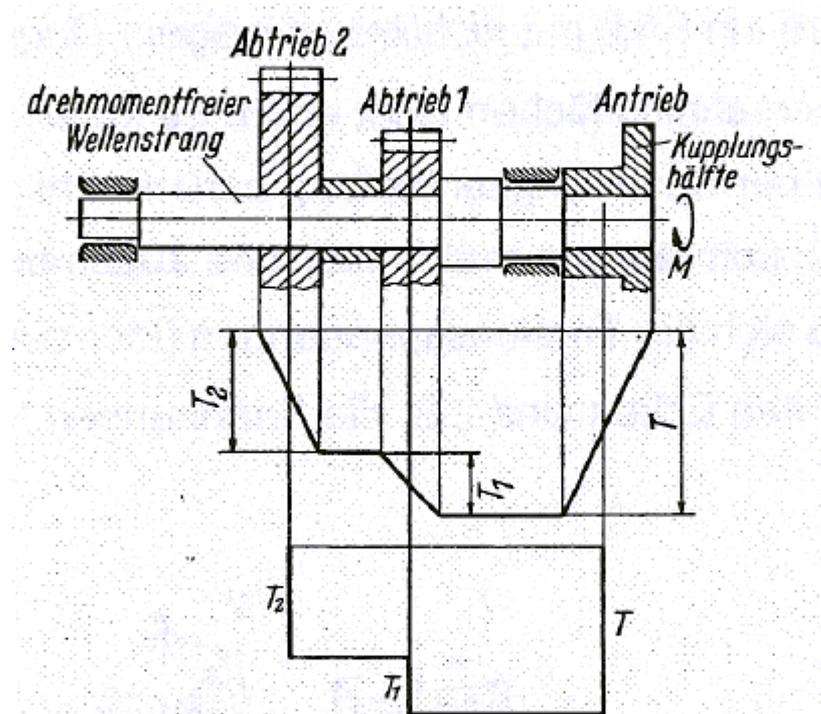
7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Momentenverlauf

Beispiel 1



Beispiel 2





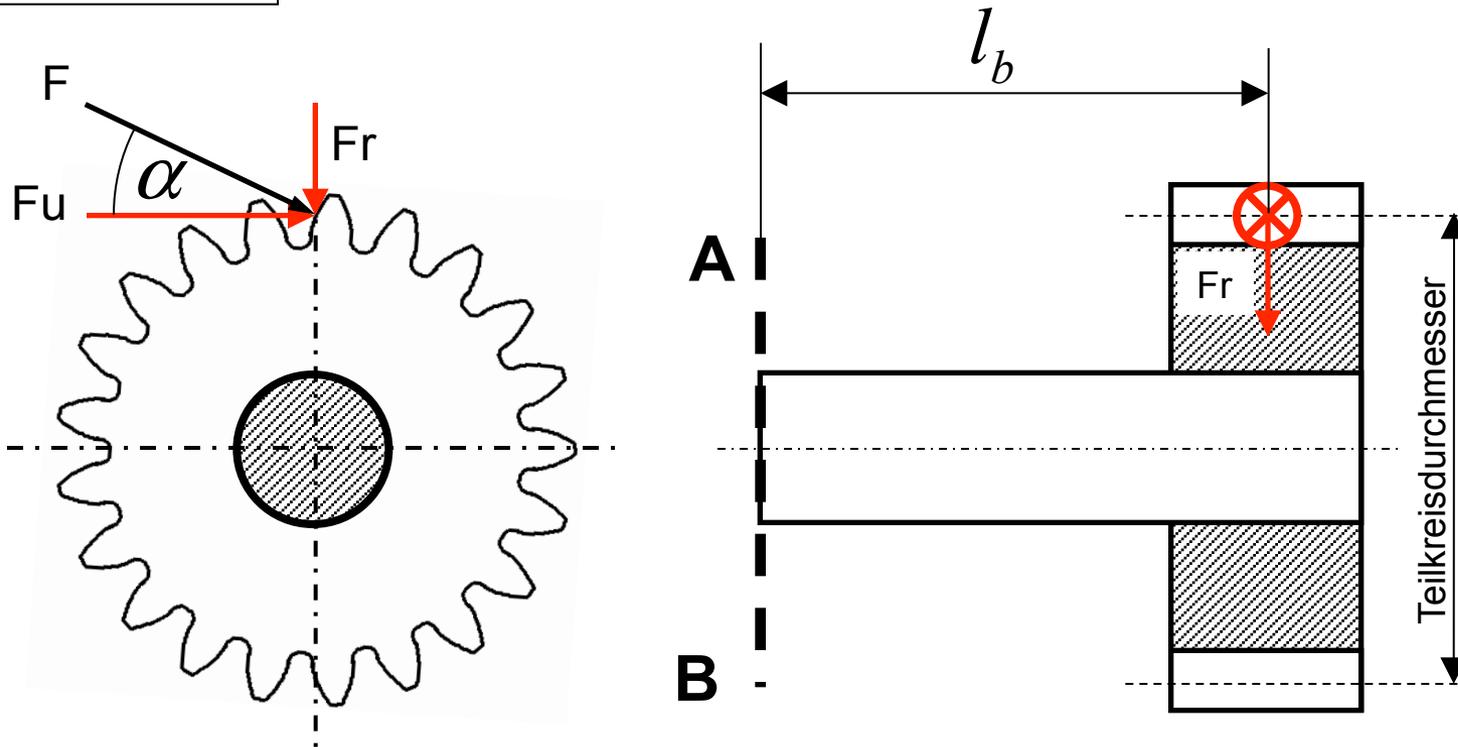
7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Zahnradkräfte einseitig eingespannt

$$F = \frac{F_u}{\cos(20^\circ)}$$

$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$

$$\alpha = 20^\circ$$



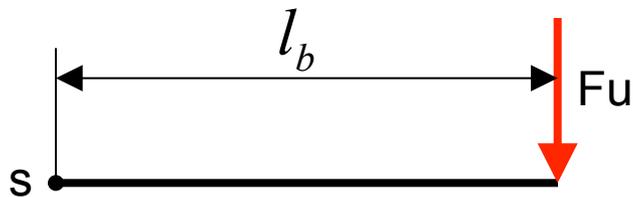


7. Zusammengesetzte Beanspruchung

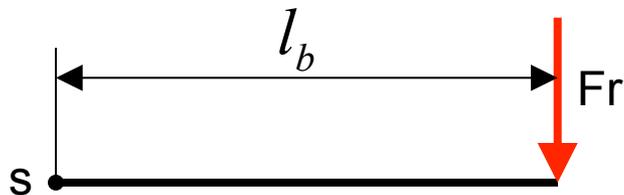
Zahnradkräfte einseitig eingespannt

Biegung:

1. F_u bewirkt eine Biegung (x-z-Ebene)



2. F_r bewirkt eine Biegung (x-y-Ebene)



Torsion:

1. F_u bewirkt eine Torsion (y-z-Ebene)



Ziel: eine Gleichung mit einer Unbekannten (F_u)



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Zahnradkräfte einseitig eingespannt

$$F = \frac{F_u}{\cos(20^\circ)}$$

Berechnung:

$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$

$$M_b = \sqrt{(F_u \cdot l_b)^2 + (F_r \cdot l_b)^2}$$

$$M_b = \sqrt{(F_u \cdot l_b)^2 + (F_u \cdot \tan(20^\circ) \cdot l_b)^2} = \frac{F_u \cdot l_b}{\cos(20^\circ)} = (F \cdot l_b)$$

$$M_t = F_u \cdot \frac{\text{Teilkreis}}{2}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

Widerstandsmoment
für Biegung
Formelbuch S. 34

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

polares Widerstandsmoment
für Torsion Formelbuch S. 36



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Zahnradkräfte einseitig eingespannt

Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_t)^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{M_b}{W}\right)^2 + 3 \cdot \left(\alpha_0 \cdot \frac{M_T}{W_p}\right)^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\frac{F_u \cdot l_b}{\cos(20^\circ)}}{W}\right)^2 + 3 \cdot \left(\alpha_0 \cdot \frac{F_u \cdot \frac{d}{2}}{W_p}\right)^2}$$

Vergleichsmoment

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + 0.75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_T)^2}$$

$$M_v = \sqrt{\left(\frac{F_u \cdot l_b}{\cos(20^\circ)}\right)^2 + 0.75 \cdot \left(\alpha_0 \cdot F_u \cdot \frac{d}{2}\right)^2}$$

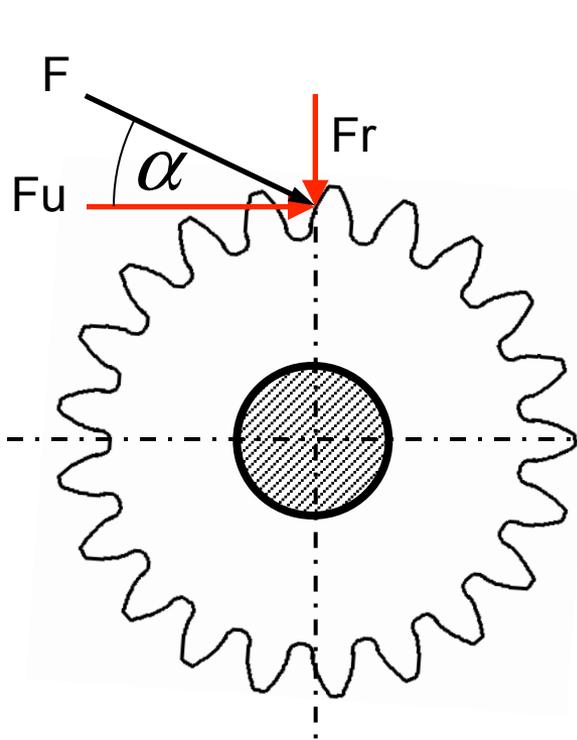
$$F = \frac{F_u}{\cos(20^\circ)}$$

$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$



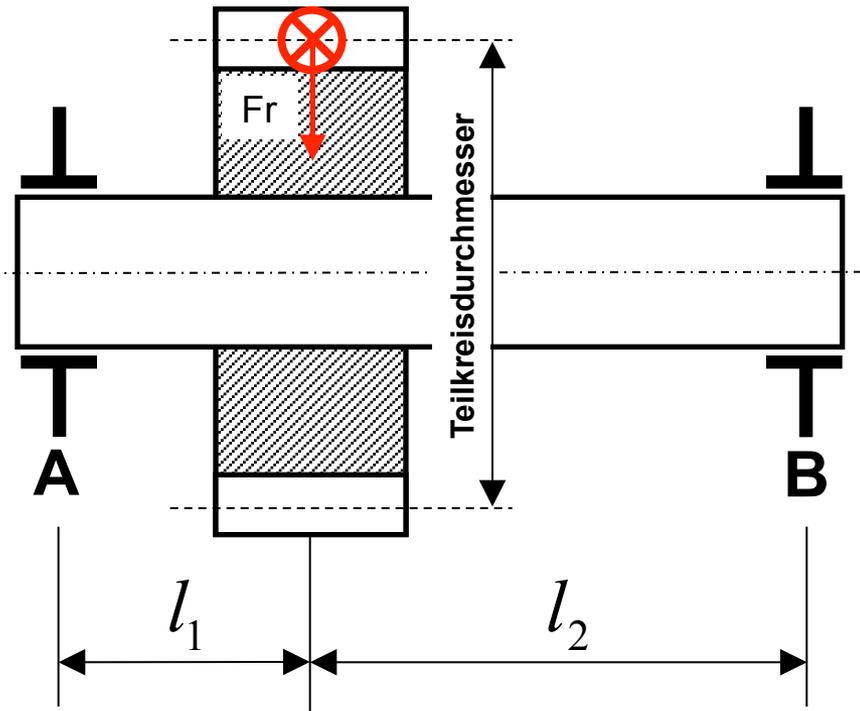
7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Zahnradkräfte mit Stützkräften



$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$

$$\underline{\underline{\alpha = 20^\circ}}$$





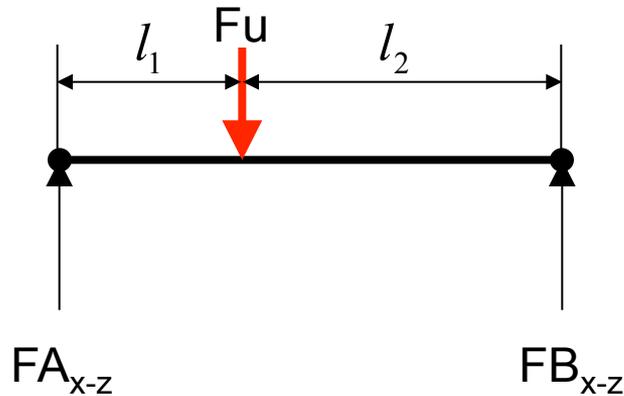
7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Zahnradkräfte mit Stützkräften

$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$

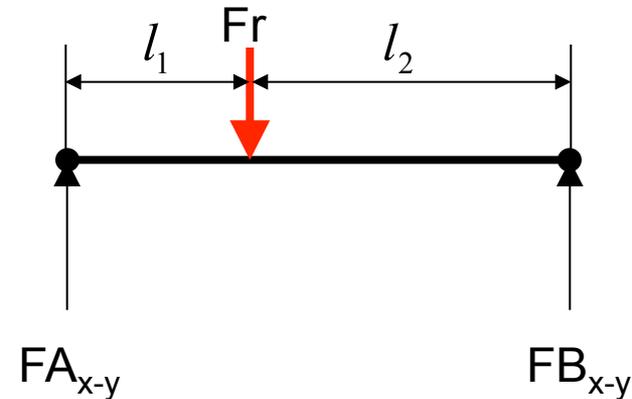
Biegung x-z-Ebene:

1. F_u bewirkt eine Biegung



Biegung x-y-Ebene:

1. F_r bewirkt eine Biegung



- Gleichgewichtsbedingungen $\sum F_y = 0$ $\sum M = 0$

- Resultierende Stützkräfte ermitteln $\sqrt{(F_{A_{x-y}})^2 + (F_{A_{x-z}})^2}$ $\sqrt{(F_{B_{x-y}})^2 + (F_{B_{x-z}})^2}$

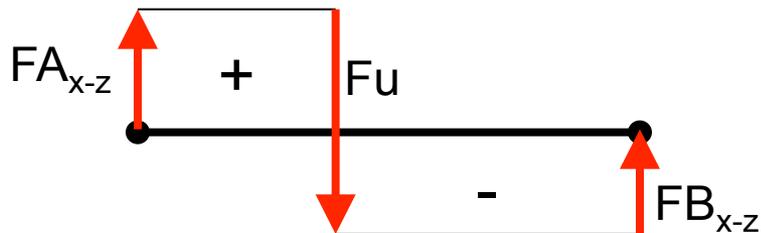


7. Zusammengesetzte Beanspruchung

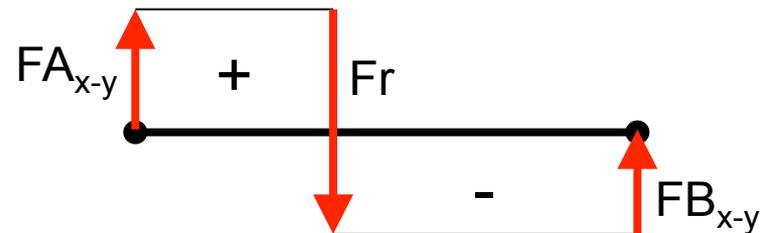
Zahnradkräfte mit Stützkräften

$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$

Biegemoment x-z-Ebene:



Biegemoment x-y-Ebene:



$$M_b = \sqrt{\left(M_b \text{ x-y}\right)^2 + \left(M_b \text{ x-z}\right)^2}$$



7. Zusammengesetzte Beanspruchung

Zahnradkräfte mit Stützkräften

$$F_r = F_u \cdot \tan(20^\circ)$$

Biegemoment und Torsionsmoment

$$M_b = \underline{\underline{\text{Seite 7}}}$$

$$M_T = \underline{\underline{F_u \cdot \frac{\text{Teilkreis}d}{2}}}$$

Torsion y-z-Ebene:

Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_t)^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{M_b}{W}\right)^2 + 3 \cdot \left(\alpha_0 \cdot \frac{M_T}{W_p}\right)^2}$$

Vergleichsmoment

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + 0.75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_T)^2}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

W = S. 34
Formelsammlung

$$\tau_t = \frac{M_T}{W_p}$$

Wp = S. 36
Formelsammlung