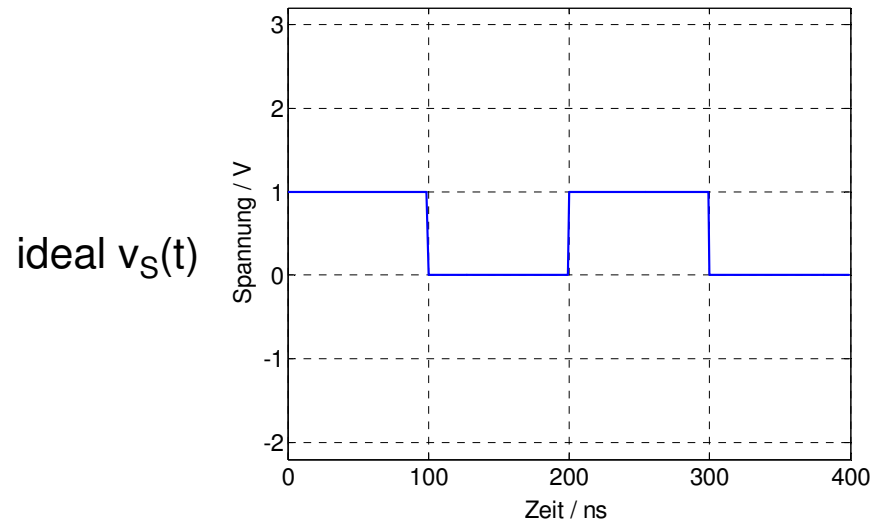


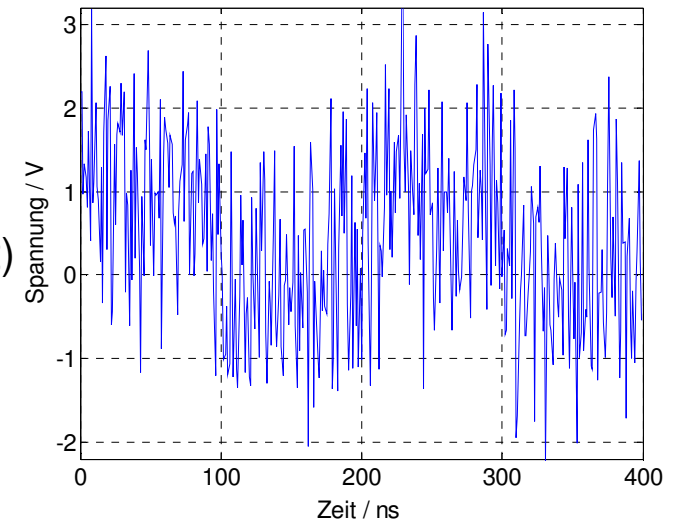
# Übersicht über die Vorlesung

---

- I. Einleitung
- II. Physikalische Grundlagen der Optoelektronik
- III. Herstellungstechnologien
- IV. Halbleiterleuchtdioden
- V. Optik in Halbleiterbauelementen
- VI. Laserdioden
- VII. Betrieb von Leucht- und Laserdioden
- VIII. Quantendetektoren
  - VIII.1 pn-Photodioden
  - VIII.2 pin-Photodioden
  - VIII.3 Avalanche Photodioden
  - VIII.4 Photowiderstände
  - VIII.5 Photomultiplier
- IX. Thermische Detektoren
- X. Nachweisgrenzen und Rauschen
- XI. Bildsensoren



real  $v_S(t) + v_R(t)$



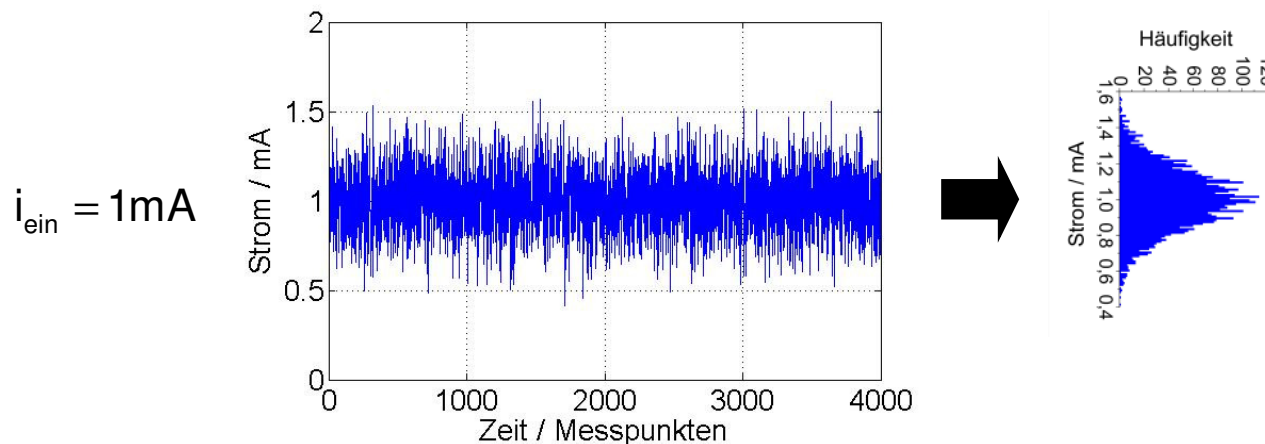
→ Rauschquellen müssen charakterisiert und je nach Messaufgabe bei der Wahl des Detektors berücksichtigt

- Wie beschreibt man Rauschen in optoelektronischen Systemen?
- Welche Rauschquellen gibt es?
- Was beschränkt die Messempfindlichkeit?
- Wie wählt man einen passenden optischen Detektor im Bezug auf Rauschprobleme?

# Charakterisierung von Rauschen

Wie beschreibt man Rauschen?

1. Über die Parameter eines **stochastischen Prozess**
2. Messtechnisch erfassbare Größen zur Charakterisierung des Rauschens (**Rauschstrom/Rauschspannung**)



$$\bar{i}_{\text{Mess}} = i_{\text{ein}}$$

$$\text{Var}(i_{\text{Mess}}) = i_r^2$$

$$\rightarrow i_{\text{eff}} = \sqrt{i_r^2}$$

Standardabweichung/Effektivwert als charakteristischer Wert für Rauschen (typischerweise angegeben in  $\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$ )

### 3. Spektrale Leistungsdichte

Weißes Rauschen: Konstante spektrale Leistungsdichte

Rosa Rauschen: Leistungsdichte proportional  $1/f$

Rotes Rauschen: Leistungsdichte proportional  $1/f^2$

# Rauschen bei photoelektrischer Strahlungsmessung

Einige wichtige Größen...

$$\text{SNR} = \frac{\text{Nutzsignalleistung}}{\text{Rauschsignalleistung}} = \frac{P_S}{P_R} \quad \text{SNR}|_{\text{dB}} = 10 \cdot \lg \left( \frac{\text{Nutzsignalleistung}}{\text{Rauschsignalleistung}} \right) = 10 \cdot \lg \left( \frac{P_S}{P_R} \right)$$

Ziel beim Auslegen von Messsystemen:  
„**Signal-zu-Rauschverhältnis**“ (SNR) maximieren

**NEP** : „Noise equivalent power“: Signalleistung, die bei einem bestimmten Detektor zu  $\text{SNR} = 1$  führt (abhängig von Signalbandbreite –wellenlänge uvm.)

**D = 1/NEP** : Detektivität, häufig auch als spezifische Detektivität  $D^*$  in Verwendung, dann normiert auf Bandbreite  $\Delta f$  und Detektorfläche  $A$

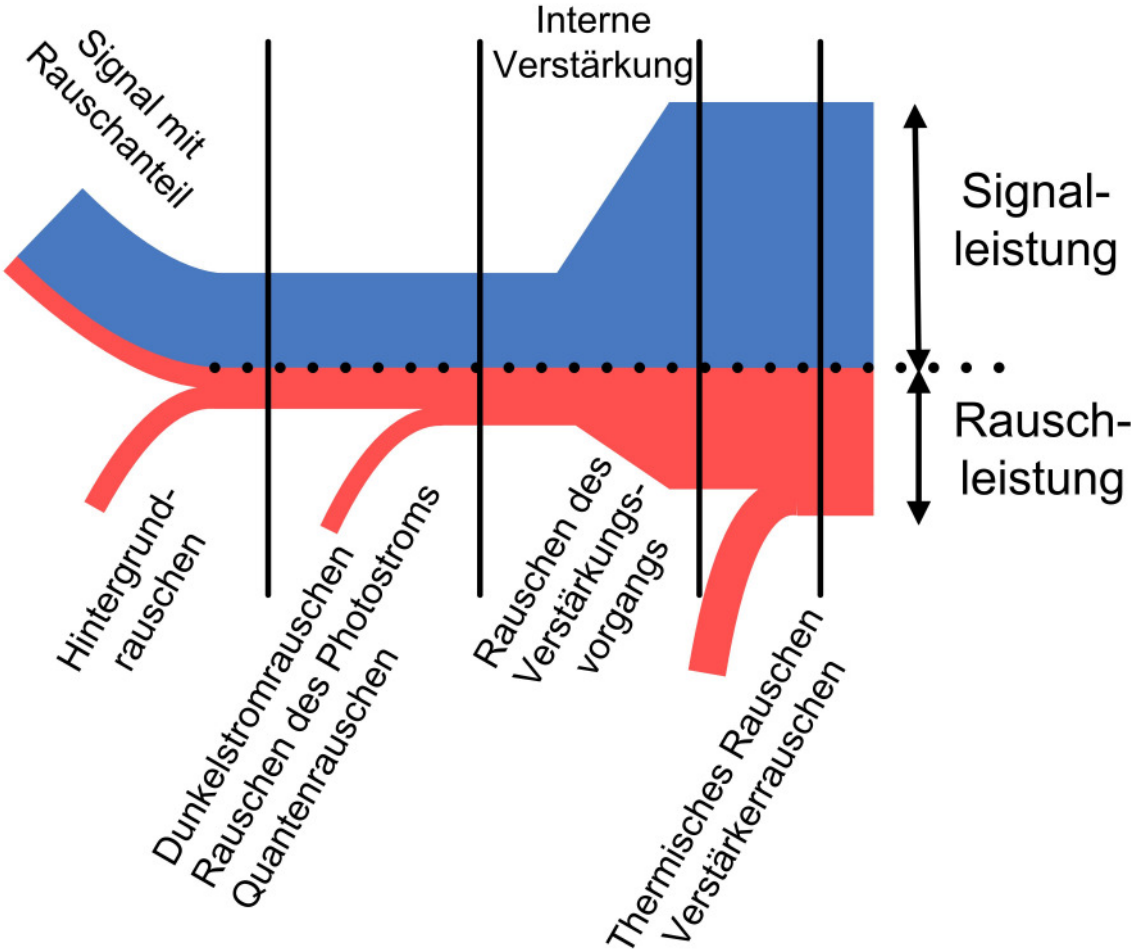
$$D^* = \frac{\sqrt{\Delta f \cdot A}}{\text{NEP}}$$

Die effektiven Leistungen unabhängiger Rauschquellen können addiert werden zu einer effektiven Gesamtrauschleistung.

$$i_{\text{eff, Ges}} = \sqrt{i_{\text{eff,1}}^2 + i_{\text{eff,2}}^2 + i_{\text{eff,3}}^2 + \dots}$$

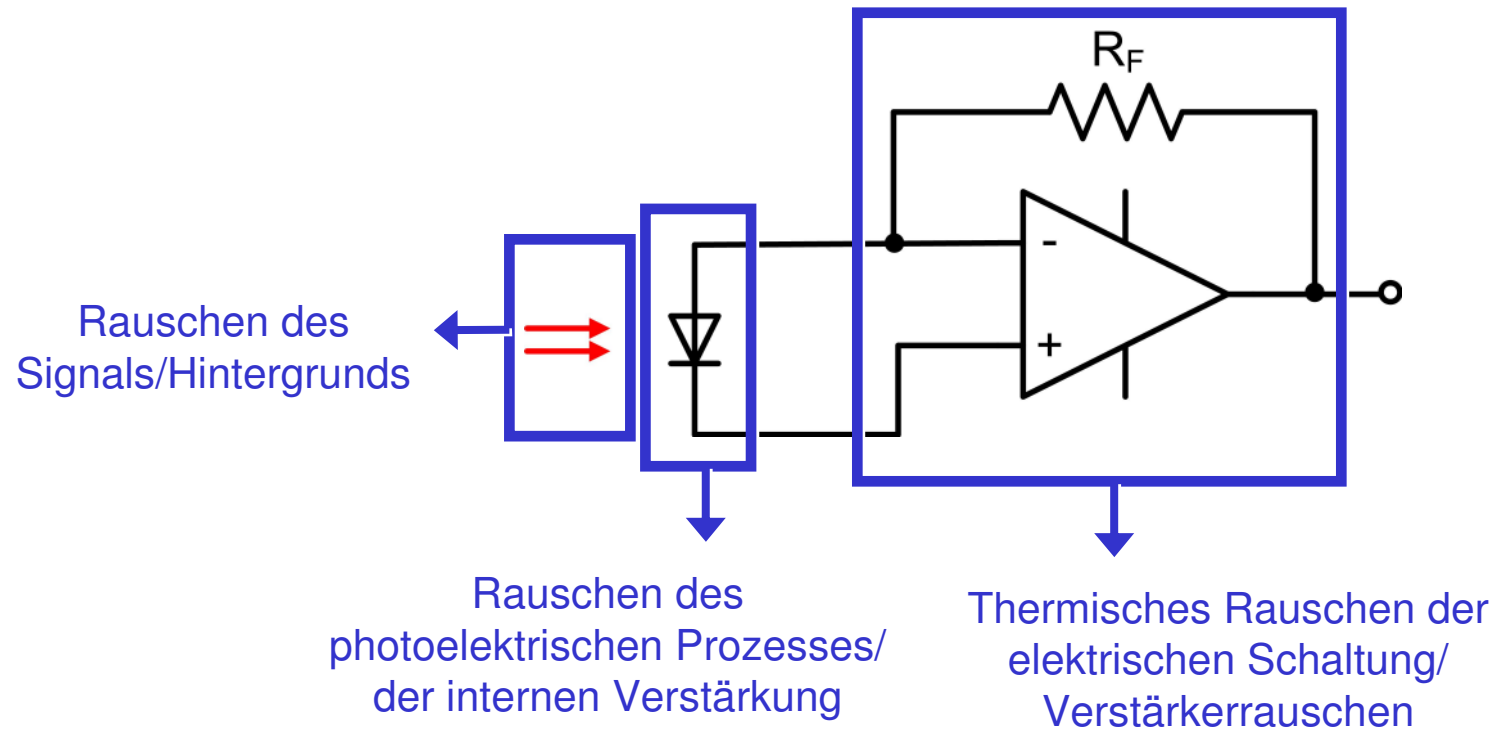
# Rauschen bei photoelektrischer Strahlungsmessung

Welche Rauschquellen gibt es bei der Photodetektion?

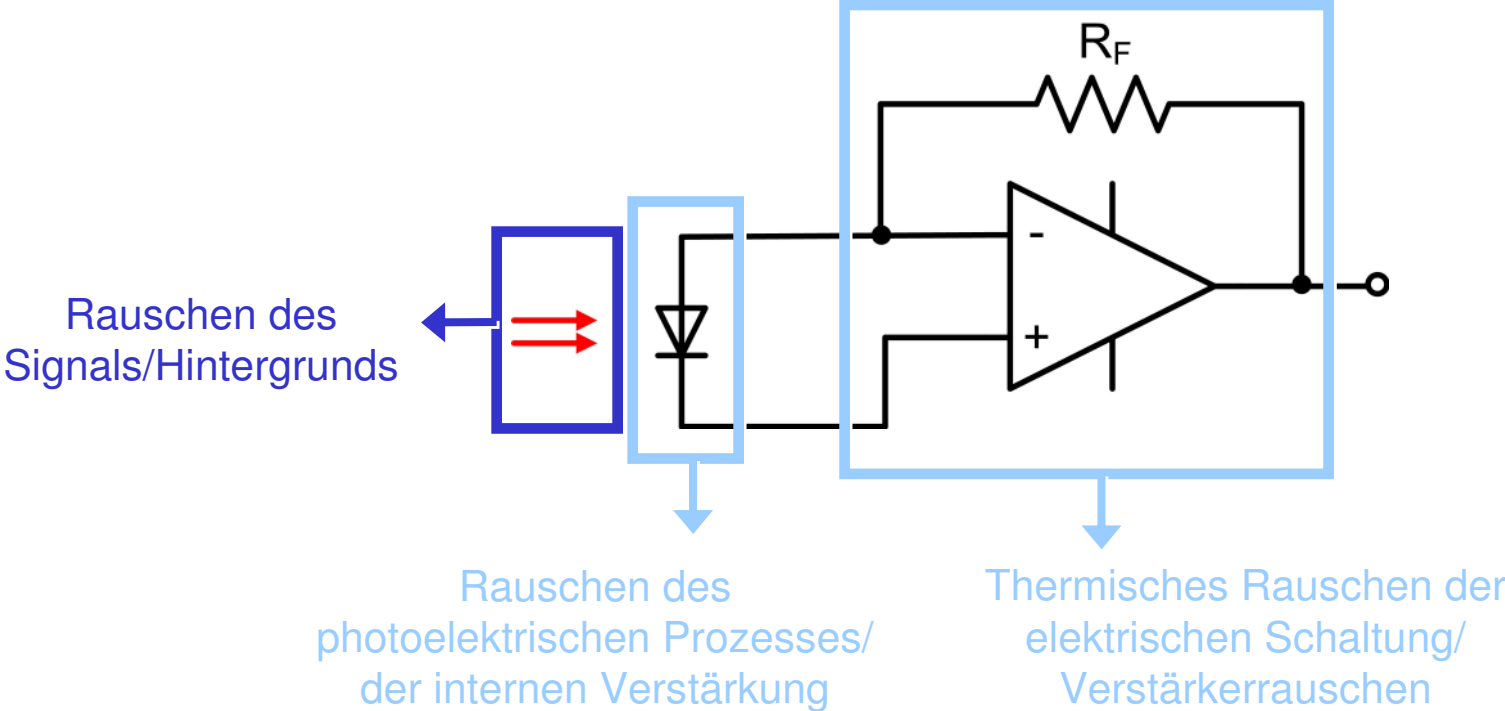


# Rauschen bei photoelektrischer Strahlungsmessung

Welche Rauschquellen gibt es bei der Photodetektion?



# Rauschen bei photoelektrischer Strahlungsmessung



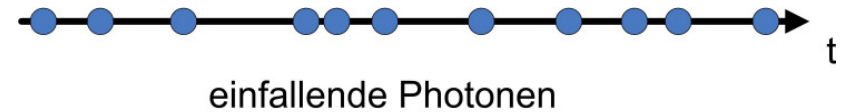
# Nachweisgrenze durch Quantenrauschen

## 1. Quantenrauschen des Signals

Durch die Teilchennatur des Lichts ist der Lichtstrom ( $\Phi$ ) „körnig“  
→ Stetiges Eintreffen einzelner Photonen

$$\Phi(t) = \sum_{j=1}^N \boxed{h\nu} \boxed{\delta(t - t_j)}$$

Energie eines Photons    Eintreffen zum Zeitpunkt  $t_j$



➡ Wie groß sind die Fluktuationen des Teilchenstroms?

Auftreffwahrscheinlichkeit ist (in etwa) Poisson-verteilt  $p(N) = \frac{(\bar{N})^N}{N!} e^{-\bar{N}}$   $\bar{N}$ : mittlere Photonenzahl

Rauschen ist Varianz der Poisson-Verteilung →  $\sqrt{\bar{N}}$  für den Mittelwert  $\bar{N}$

➡ Optimales  $SNR = \frac{(\bar{N})^2}{(\sqrt{\bar{N}})^2} = \bar{N}$  aufgrund von Fluktuationen im einfallenden Signal.

Quantenrauschen legt das unterste Limit für die Empfindlichkeit eines Detektors fest.  
Solche Systeme heißen „Signal fluctuation limited“ (SFL).



# Nachweisgrenze durch Quantenrauschen

## Rauschäquivalenzleistung bei Quantenrauschen

Rauschäquivalente („kleinste“) einfallende Strahlungsleistung für alleiniges Quantenrauschen:  
NEP=SFL, gegeben durch die Bedingung für die Nachweisgrenze:

$$NEP = \bar{N} \frac{h\nu}{T} = SFL \quad \longrightarrow \quad \text{Minimal für } \bar{N} = 1$$

Leistung eines Photons im Zeitfenster T

Wegen der Signaldrift und zur Anhebung des Signal-Rauschverhältnisses wird i. d. R. das Detektorsignal moduliert und nach Frequenzfilterung innerhalb einer Modulationsübertragungsbandbreite  $\Delta f$  empfangen.

$$\Delta f = \frac{1}{2T} \quad \text{Zusammenhang zwischen der Leistungsbandbreite } \Delta f \text{ eines integrierenden elektrischen Filters und der Filterzeitkonstanten } T$$

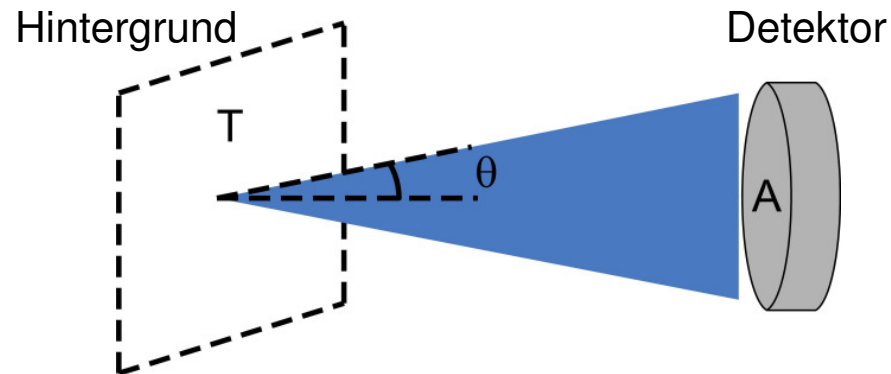
Folglich: 
$$SFL = 2 \frac{h \cdot c \cdot \Delta f}{\lambda}$$

*Gegenmaßnahmen: Fast keine (Manipulation der Photonenstatistik).*

# BFL – background fluctuation limit

## 2. Hintergrundrauschen

Dem Signal überlagert ist Hintergrundstrahlung, die eine Rauschquelle darstellt.



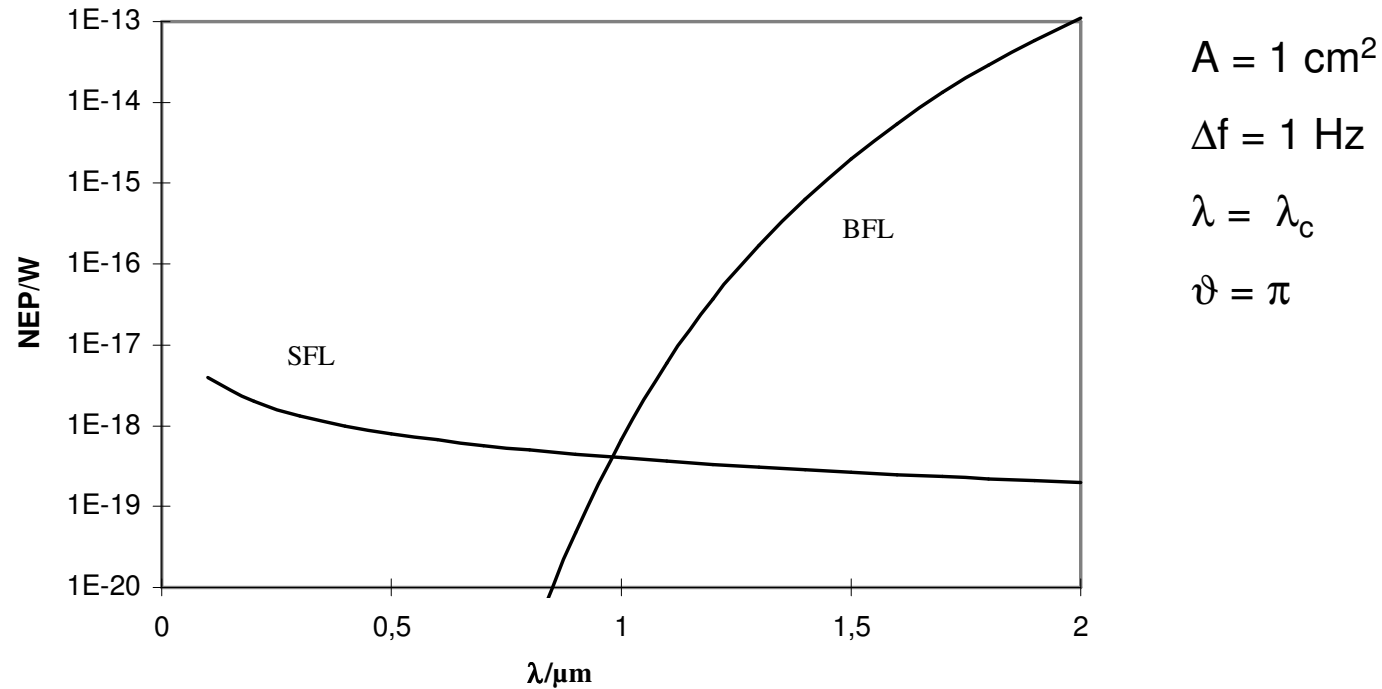
Modell: Der Detektor sammelt Strahlung eines schwarzen Strahlers aus dem Hintergrund ein, abhängig von seiner Fläche und dem Öffnungswinkel, der Wellenlänge und der Temperatur des Hintergrunds.

➔ „**Background fluctuation limit**“ (BFL) – einfallende Strahlungsleistung von einer mit  $\lambda$  monochromatischen Strahlungsquelle, die dasselbe Ausgangssignal erzeugt wie die Rauschleistung der Hintergrundstrahlung.

Detektor sei aselektiv empfindlich von  $\lambda=0$  bis  $\lambda= \lambda_c$ . Dann ist

$$\text{BFL} = 2 \frac{hc}{\lambda} \sqrt{\frac{\Delta f \cdot A \cdot \pi \cdot kT}{h \cdot \eta}} \exp\left(-\frac{h \cdot c}{2\lambda_c kT}\right) \left[ 2\left(\frac{kT}{hc}\right)^2 + \frac{2kT}{hc\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_c^2} \right]^{1/2} \sin(\vartheta/2)$$

# SFL versus BFL

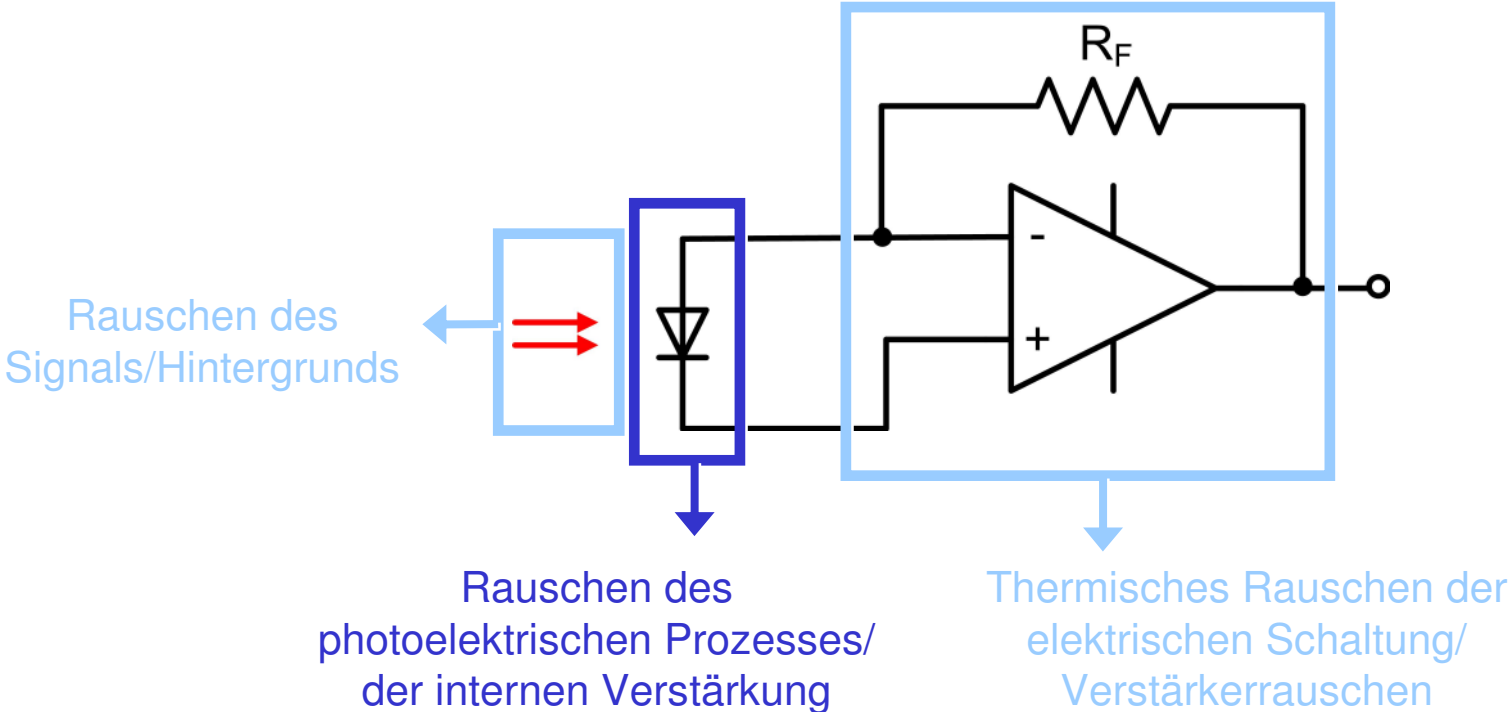


Hier:  $\text{SFL}(1 \mu\text{m}) \approx \text{BFL}(1 \mu\text{m}) = 6,8 \cdot 10^{-19} \text{ W}$  ca. 3 Photonen/s

SFL dominant im UV und VIS

BFL dominant bei längeren Wellenlängen (oberhalb  $1 \mu\text{m}$ )

# Rauschen im Empfänger



# Rauschen im Empfänger

## 3. Schrotrauschen

Der Photostrom besteht aus einzelnen Elektronen, die ebenfalls eine statistische Verteilung aufweisen → Abweichungen vom Mittelwert treten auf, das sogenannte **Schrotrauschen**

$$NEP = \frac{\bar{N} h\nu}{\eta T} = SFL$$

Quanteneffizienz der Elektronenerzeugung

Schrotrauschen kann als effektiver Strom angegeben werden. Schrotrauschen ist ein weißer Rauschprozess.

$$\overline{i_{r,ph}^2} = 2q \cdot \Delta f \cdot i_{ph}$$

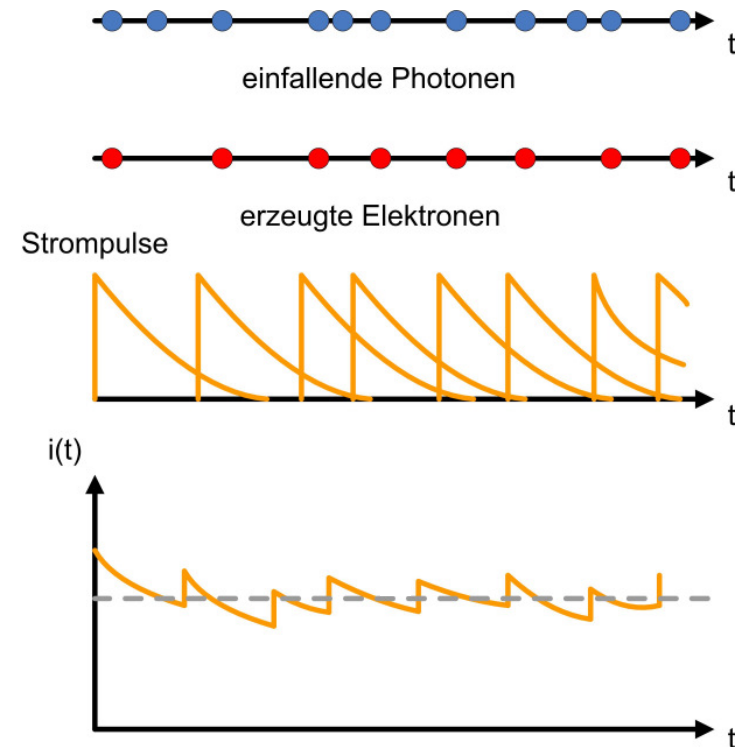
$\Delta f$ : Bandbreite  
 $i_{ph}$ : Photostrom

*Gegenmaßnahmen: Bandbreitebegrenzung*

Auch der Dunkelstrom  $i_d$  trägt zum Schrotrauschen bei.

$$\overline{i_{r,d}^2} = 2q \cdot \Delta f \cdot i_d$$

*Gegenmaßnahmen: Dunkelstrom verringern*



# Rauschen im Empfänger

## 4. Rauschen des internen Verstärkungsprozesses

In Empfängern mit interner Verstärkung (APD, PMT...) wird nicht nur das Rauschen des Eingangssignals verstärkt, sondern u.U. zusätzliches Rauschen eingeführt.

Das Verstärkungsrauschen wird charakterisiert durch den Zusatzrauschfaktor  $F_M$

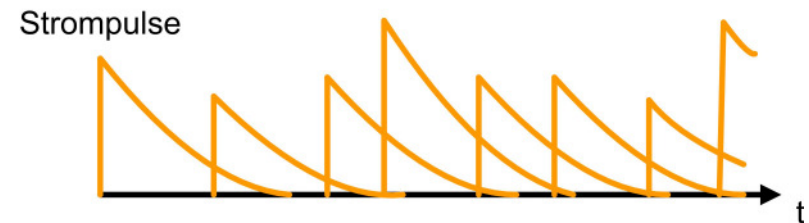
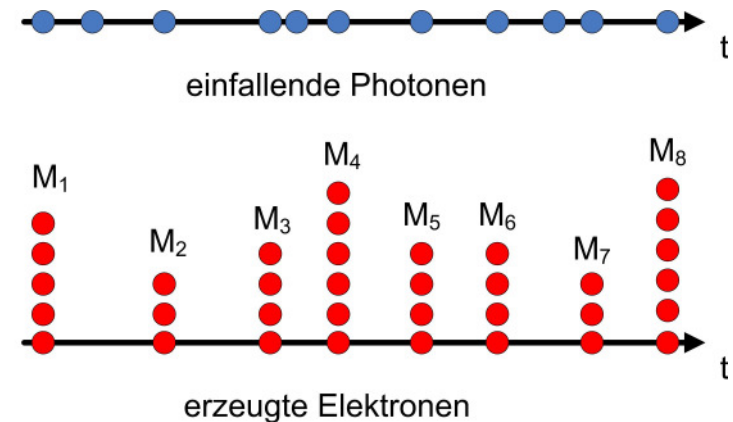
$$F_M = \frac{\overline{M^2}}{\overline{M}^2} = \frac{\overline{M^2}}{M_0^2} = 1 + \frac{\overline{\delta M^2}}{M_0^2}$$

$M$  : Verstärkung  
 $M_0$  : mittlere Verstärk

Daraus folgt für das Schrotrauschen des Detektors:

$$\overline{i_{r,M}^2} = M_0^2 \cdot F_M \cdot i_{ph} = 2q \cdot \Delta f \cdot M_0^2 \cdot F_M \cdot i_{ph}$$

*Gegenmaßnahmen: Bessere Kontrolle des Verstärkungsprozesses, z. B. durch Trennung von Absorptionszone und Lawinenzone in SAGM-APD*

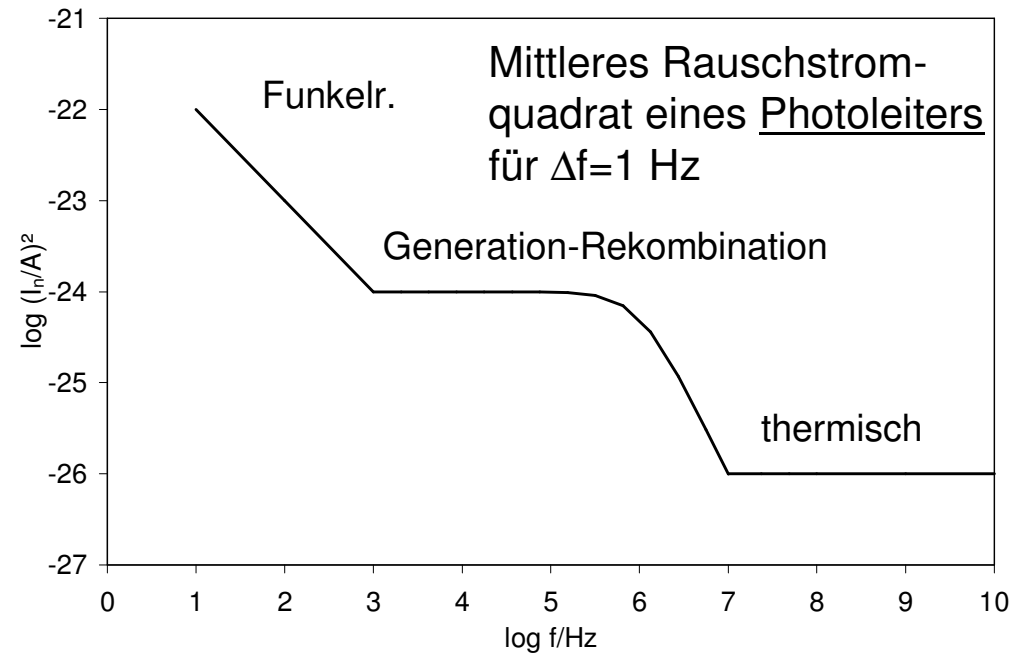


# Weitere Rauscharten

## 5a. Funkelrauschen (flicker noise)

Erzeugt durch Leckströme und Potentialbarrieren an der Oberfläche oder Kontakten von Halbleitern (vermutlich, nicht abschließend geklärt). Auch als **1/f-Rauschen** (farbiges Rauschen!) bezeichnet, ist es dominant unterhalb 1 kHz:

$$\overline{i_{r,fl}^2} = \text{const} \frac{i^n}{f^m} \quad n = 0 \dots 2, m = 0,8 \dots 1,5$$



## 5b. Generations-Rekombinationsrauschen

Nichtgleichgewichtsrauschen (nur bei äußerer Spannung) – entsteht durch die Statistik der Generation und Rekombination von Ladungsträgern in Halbleitern

$$\overline{i_{r,gr}^2} = 2q \cdot G \frac{g \cdot \Delta f}{1 + (\omega \cdot \tau_g)^2}$$

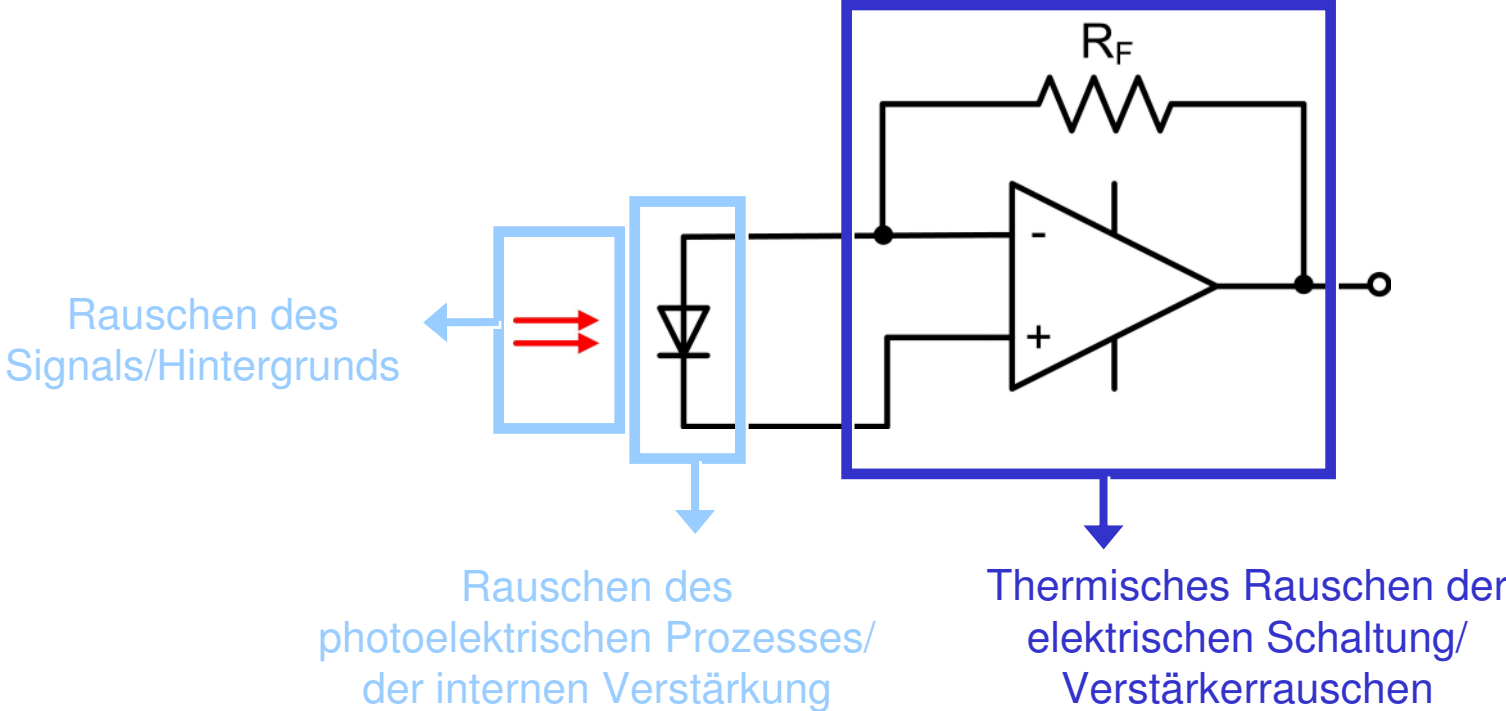
G - Gewinn

$\tau_g$  – Zeitkonstante der Generation  $\approx$  Trägerlebensdauer

g – thermische Generationsrate

*Gegenmaßnahmen: Modulation des Signals auf Frequenzen > 1 kHz*

# Rauschen in der elektronischen Beschaltung





# Rauschen in der elektronischen Beschaltung

---

## 6. Thermisches Rauschen (Johnson-Rauschen)

Statistisch ungeordnete thermische Bewegung von Ladungsträgern erzeugt eine fluktuierende räumliche Verteilung der Träger über dem Leitervolumen. (In allen elektronischen Teilen, auch im Verstärker, siehe später)

→ Über dem Leiter entstehen Rauschspannungen; umgesetzt wird dabei nach Nyquist eine Rauschleistung.

$$P_{r,th} = kT \cdot \Delta f \Rightarrow \quad R : \text{Widerstand in Stromrichtung}$$

$$\overline{i_{r,th}^2} = 4kT \cdot \Delta f / R$$

$$\overline{u_{r,th}^2} = 4kT \cdot \Delta f \cdot R$$

*Gegenmaßnahmen: Kühlen des Detektors und des Verstärkers sowie Bandbegrenzung*

Auch das nicht thermische Rauschen vieler elektronischer Bauelemente wird unter Verwendung eines **Rauschersatzwiderstandes** (im Ersatzschaltbild) durch obige Ausdrücke beschrieben!

# Rauschen in der elektronischen Beschaltung

## 7. Andere Rauscharten

Verstärkerrauschen in den elektronischen Verstärkerblöcken

Rauschen bei digitaler Signalverarbeitung (Quantisierungsrauschen...)

**Zusammenfassend** (für schrot- und thermisches Rauschen)

$$\frac{S_{\text{Ausgang}}}{S_{\text{r-Ausgang}}} = \frac{i_{\text{ph}}^2}{i_{\text{r,ph}}^2 + i_{\text{r,d}}^2 + i_{\text{r,th}}^2} = \frac{i_{\text{ph}}^2}{2q_M \cdot \Delta f (i_{\text{ph}} + i_{\text{d}}) + 4kT / (R_L + R_{\text{äq}})}$$

Für pin-Diode

$$q_M = \begin{cases} e \\ e \cdot M_0^2 \cdot F_M \end{cases}$$

Für APD, PM

$$\boxed{\text{NEP} = \frac{h \cdot c \cdot \Delta f}{\eta \cdot \lambda} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2q_M \cdot i_{\text{d}} + 4kT / (R_L + R_{\text{äq}})}{q_M^2 \Delta f}} \right]} \rightarrow \text{SFL}$$

für  $T \rightarrow 0$  K und  
verschwindenden  
Dunkelstrom

# Einige Kenngrößen

## 1. Schrotrauschen

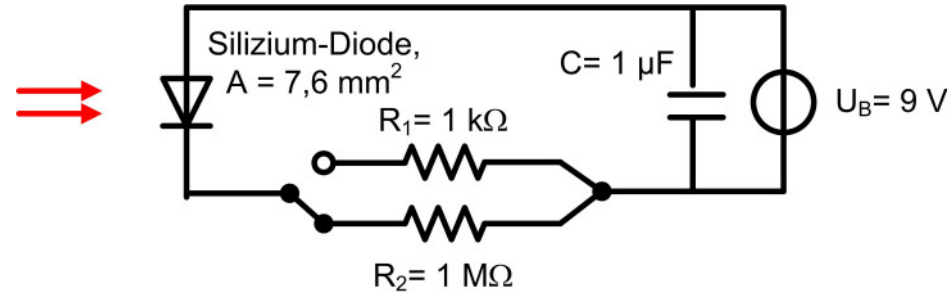
Strom ( $i_p$ )	Spektrale Dichte des Schrotrauschens	Relative Rauschströme $i_r:i_p$ mit 1 Hz Bandbreite
1 mA	18 pA/Hz <sup>1/2</sup>	1:55.000.000
1 $\mu$ A	0,57 pA/Hz <sup>1/2</sup>	1:1.1754:000
1 nA	0,018 pA/Hz <sup>1/2</sup>	1:55.000
1 pA	0,57 fA/Hz <sup>1/2</sup>	1:1.754

## 2. Thermische Rauschspannung

Widerstand	Spektrale Dichte der thermischen Rauschspannung
50 $\Omega$	0,89 nV/Hz <sup>1/2</sup>
1 k $\Omega$	4 nV/Hz <sup>1/2</sup>
1 M $\Omega$	126 nV/Hz <sup>1/2</sup>
1 G $\Omega$	4 $\mu$ V/Hz <sup>1/2</sup>

# Einige Kenngrößen

## 3. Rauschen einer einfachen Beispielschaltung

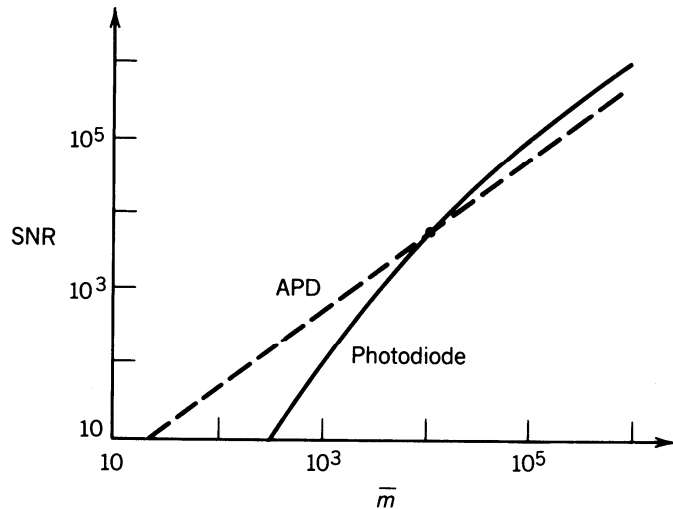


1 μA Photostrom 20 MHz Bandbreite	1 kΩ Last	1 MΩ Last
Durchschnittliche Signalspannung	1 mV	1 V
Dunkelspannung	30 μV	30 mV
Thermisches Rauschen der Last	18 μV rms	0,56 mV rms
Schrotrauschen des Photostroms	2,5 μV rms	0,44 mV rms
Schrotrauschen des Leckstroms	0,44 μV rms	2,5 mV rms
Gesamtrauschen	18,3 μV rms	2,6 mV rms
SNR	55	385

# Einige Kenngrößen

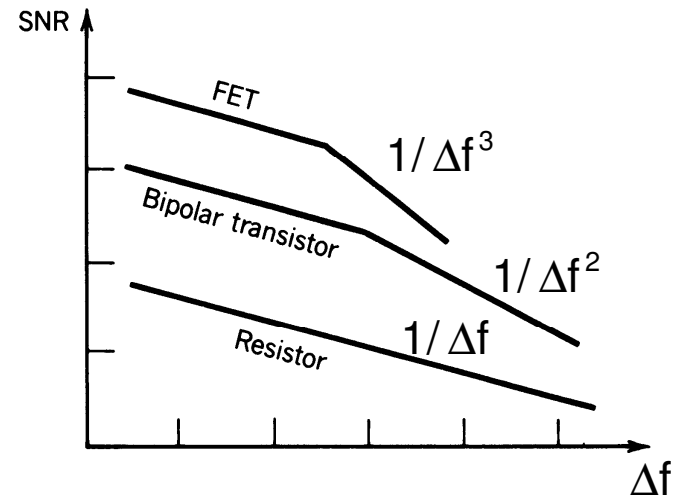
## 4. Rauschen in verstärkten Systemen

SNR als Funktion der durchschnittlichen Photoelektronenzahl  $\bar{m}$  pro Detektionsintervall für eine Photodiode und eine APD mit durchschnittlichem Gewinn  $G=100$  und Zusatzrauschfaktor  $F_M=2$



- Bei niedrigen Photonenzahlen haben APD ein besseres SNR.
- Bei hohen Photonenzahlen rauscht die Photodiode weniger

Abhängigkeit des SNR von der Bandbreite für unterschiedliche Verstärkertypen (doppellogarithmische Auftragung)



- Bei hohen Bandbreiten limitiert oft das Verstärkerrauschen das SNR

## 5. Vergleich verschiedener Rausch-Regimes

Begrenzung durch	NEP	Detektoren
... <b>Signalrauschen</b>	$\frac{4F_M h\nu \Delta f}{\eta}$	Spezialdetektoren, niedrige Bandbreite und gekühlt
... <b>Hintergrundrauschen</b>	$h\nu \left( \frac{2A\Phi_H \Delta f}{\eta} \right)^{\frac{1}{2}}$	Niedrige Bandbreite und hohes Hintergrundrauschen (IR für Raumtemperatur; APDs mit hoher interner Verstärkung)
... <b>thermisches Rauschen</b>	$\frac{2h\nu (kT)^{1/2} \Delta f^{1/2}}{\eta q R_{\text{äq}}^{1/2} M}$	Regime für pin-Dioden
... <b>Verstärkerrauschen</b>	Kompliziert...	Hochbitratige Systeme

# Techniken zum Anheben des Signal-Rauschverhältnisses

## 1. Mittelung

Voraussetzung: Das eigentliche Messsignal ist zeitlich konstant oder streng wiederholbar (nicht unbedingt periodisch).

Verfahren: Das gemessene Signal zusammengesetzt aus dem eigentlichen Signal  $s(t)$  und der überlagerten Rauschkomponente  $n(t)$  wird  $m$ -fach abgetastet zu Zeiten  $t_k+pT, t_{k+1}+pT, \dots$ , zu denen dieselben Signalamplituden anstehen:

$$u(t) = s(t) + n(t)$$

$$s(t_k + pT) = s(t_{k+1} + pT) = s(t_{k+2} + pT) = \dots \equiv s(pT) \quad k = 1, \dots, m, 0 < p < 1$$

$$\sum_{k=1}^m u(t_k + pT) = \sum_{k=1}^m s(pT) + \sum_{k=1}^m n(t_k + pT) = m \cdot s(pT) + (m \cdot \rho^2)^{1/2}$$

$\rho$  ist der Effektivwert der Rauschgröße einer einzelnen Abtastung und die Summe der Rauschbeiträge von  $m$  Abtastungen ist die Wurzel aus der Summe der Quadrate von  $\rho$ .

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m = \frac{m \cdot s(pT)}{(m \cdot \rho^2)^{1/2}} = m^{1/2} \left(\frac{S}{N}\right)_1$$

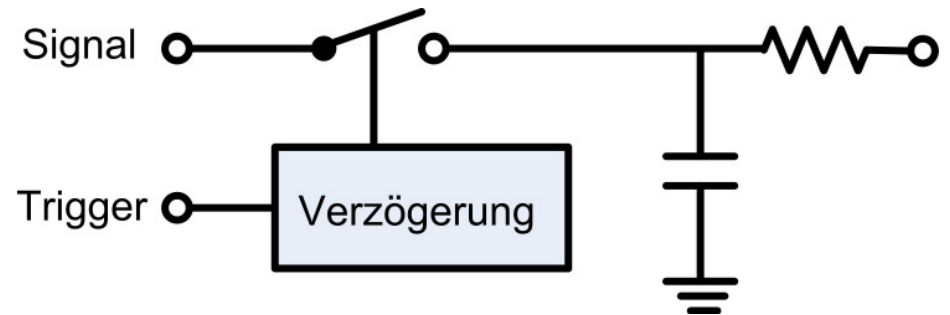
**Signal-Rauschverhältnis**  $(S/N)_m$ , erhalten durch Mittelung von  $m$  Messwerten, ist **um den Faktor  $m^{1/2}$**  gegenüber dem der Einzelmessung **anhoben**.

## 2. Boxcar-Integrator

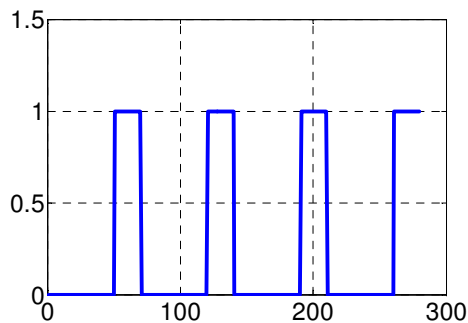
Tor schaltet empfangenes Signal für eine gewisse Zeit  $T_g$  und verzögert um eine gewählte Zeit  $p \cdot T$  N-fach wiederholt auf einen Tiefpass mit Zeit-konstanter  $R \cdot C$ . Es wird dimensioniert  $T_g \approx R \cdot C$  !

Damit wird ein sog. **gewichtetes Mittel** (kein arithmetischer Mittelwert) gebildet.  
Erhöhung des SNR:

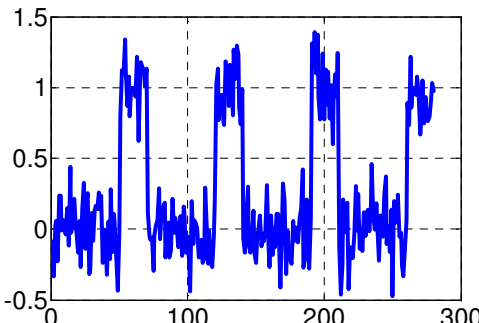
- durch Gating  $T/T_G$
- Mitteln über N Pulse  $(N)^{1/2}$



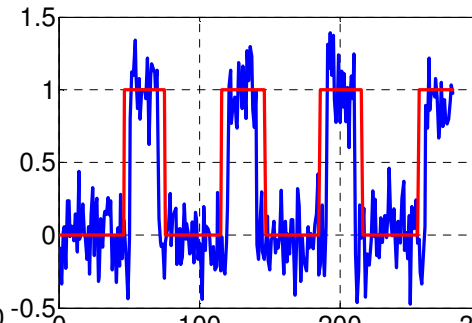
a. Signal



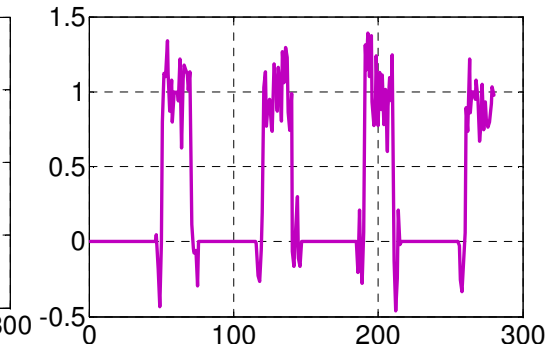
b. Signal+Rauschen



c. Signal+Gate



d. Gegatetes Signal



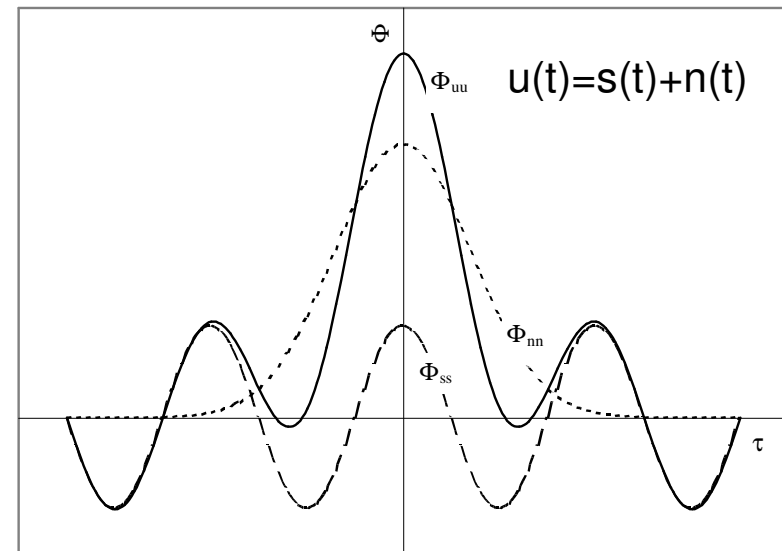


## 3. Autokorrelation

Die Autokorrelation  $\Phi_{nn}$  statistischen Rauschens ist bei Signalerfassung mit unendlicher Bandbreite gleich Null bis auf die Stelle  $\tau=0$ , hat aber endliche Breite, wenn das Rauschband begrenzt ist, und zwar eine um so größere Breite je schmaler  $\Delta f$  eingestellt wurde.

Ein periodisches Signal  $s(t)$  hat eine periodische Autokorrelationsfunktion  $\Phi_{ss}(\tau)$  derselben Periode, wobei  $s(t)$  und  $\Phi_{ss}(\tau)$  völlig unterschiedliche Formen haben können, bei Sinusgestalt aber gleiche Form haben. Ein verrauschtes Sinussignal  $u(t)=s(t)+n(t)$  hat die Autokorrelation:

$$\Phi_{11}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} u_1(t)u_1(t + \tau)dt$$



$$\Phi_{uu} = \Phi_{ss} + \Phi_{nn}$$

Für hinreichend großes  $\tau$  kann also  $\Phi_{ss}(\tau)$  extrahiert werden!

## 4. Phasensensitive Detektion

Phasenrichtige Mischen von zwei Sinus-Signalen gleicher Frequenz

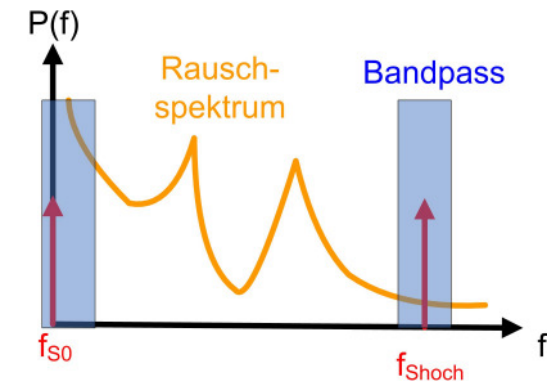
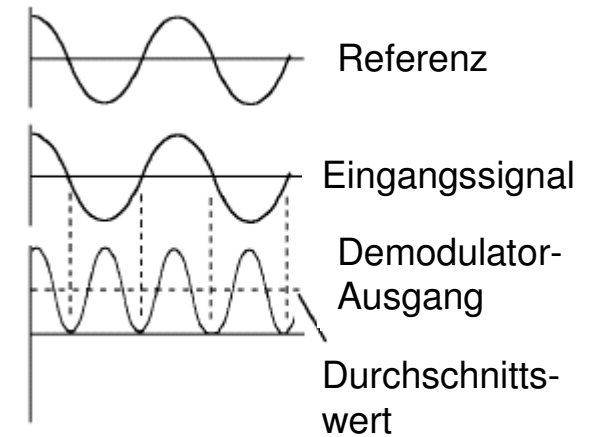
→ Konstantes Signal proportional zu den Signalamplituden

$$U_A = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi m} U_{S,m} \cos \varphi_m$$

→ Rauschen kann durch Tiefpassfilterung (fast) eliminiert werden, da die Rauschanteile sich in keiner festen Phasenbeziehung zum Signal befinden

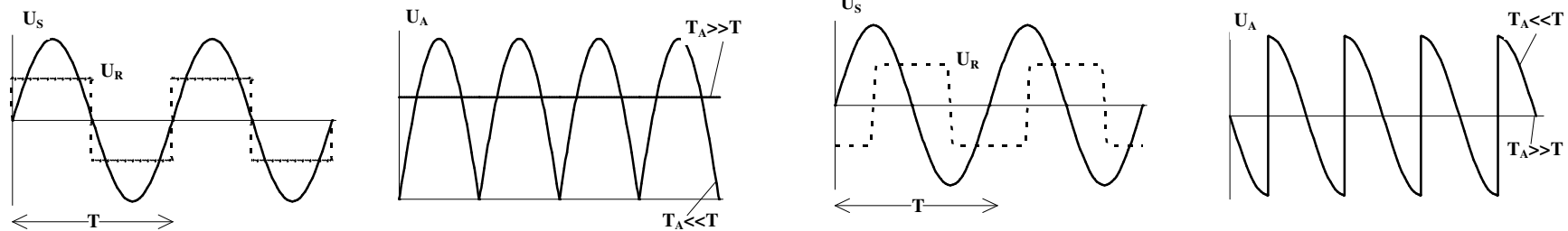
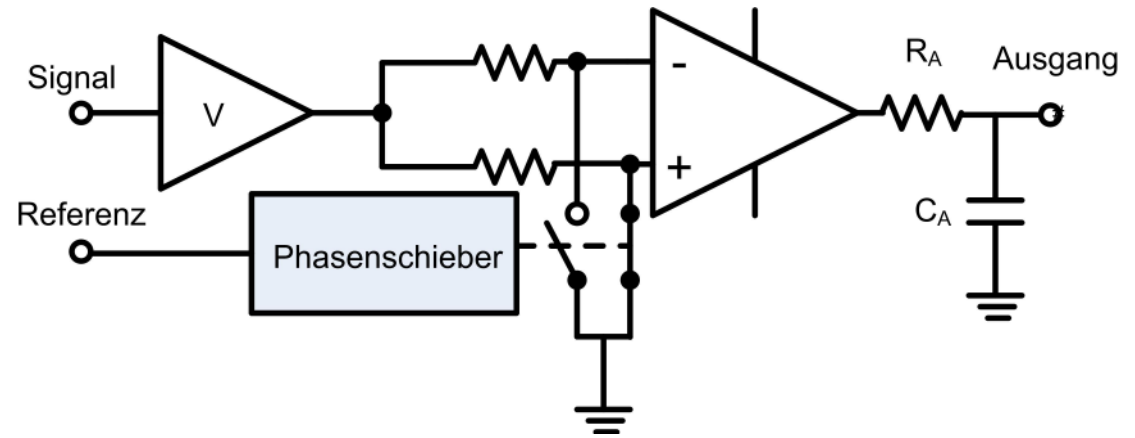
Strategie zur Messung

1. Modulation des Signals (z.B. über Chopper)
2. Phasensensitive Detektion (z.B. mit Lock-In-Verstärker)



## 4a. Phasensensitive Detektion durch square wave mixing

Abhängig von der Phase eines steuernden Referenzsignals  $U_R$  wird das Messsignal  $U_S$  unverändert oder invertiert auf einen mittelwertbildenden Tiefpass ( $T_A \gg T$ ) gegeben.



Das sinusförmige Signal habe die Frequenz  $m \cdot \omega_R$ , wobei  $m$  ein Vielfaches der Frequenz des rechteckförmigen Referenzsignals ist. Dann ist  $U_A = \langle U_S \rangle$  (arithm. Mittelwert) für  $m = 1$  und  $\varphi_1 = 0!$

$$U_A = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\pi m} U_{S,m} \cos \varphi_m$$

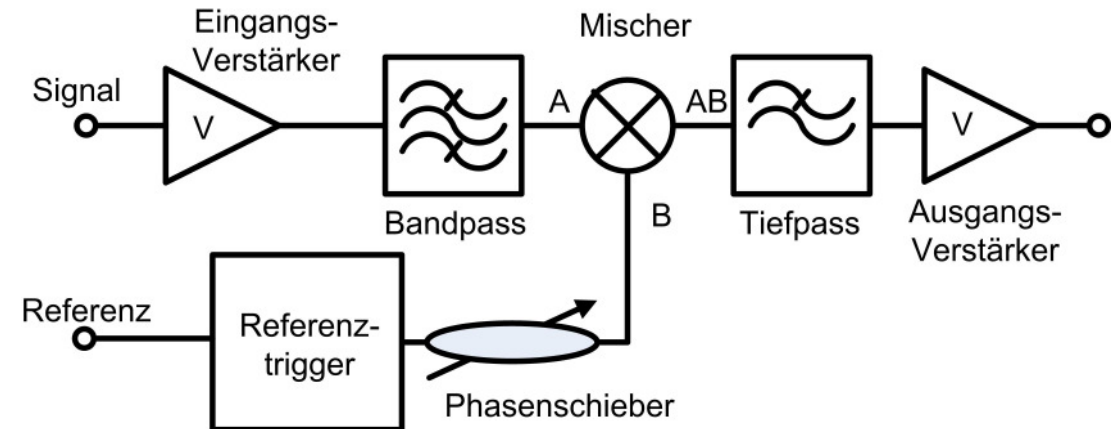
**Ausgangssignal  $U_A$  abhängig von der Phasenverschiebung  $\varphi_m$  von  $U_S$  gegen  $U_R$ !**

## 4b. Phasensensitive Detektion – Lock-In-Detektor

Der Lock-in-Verstärker ist das Standardwerkzeug für phasensensitive Detektion im optischen (→ Heterodyn-Empfang)

Referenzschaltkreis „lockt“ auf die Signalfrequenz (meist beide aus derselben Quelle) → extrem kleine Filterbandbreiten (keine Signaldrift)

→ Gütefaktoren für Filter > 100.000 (selten mehr als 50 für gewöhnliche Filter)



Dramatische Verbesserung des SNR