Mathematical Modelling and Simulation with Comsol Multiphysics

Sommersemester 2015

Übungsblatt 2

Dr. Denny Otten

Bearbeitung: Freitag, 24.04.2015, 12:00-14:00 Uhr (während der Übung).

Aufgaben zum Thema: **Dimensionsanalyse und Buckinghamsches π-Theorem**

Aufgabe 3 (Reibungsfreies Pendel)**.**
Wir betrachten ein reibungsfreies Pendel und nehmen an, dass sich die Periodendauer t[T] der Schwingung des Pendels für kleine Amplituden (Auslenkungen) durch die Pendellänge l[L], die Erdbeschleunigung g[LT^{-2}] und die Masse m[M] beschreiben lässt, d.h. $t = f(l, g, m)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahl durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für l, g, m und t? Welche Rolle spielt die Masse m für die Periodendauer der Schwingung t?

Aufgabe 4 (Federpendel)**.**
Wir betrachten ein Federpendel und nehmen an, dass sich die Schwingungsdauer t[T] des Federpendels durch die Masse m[M] und der Federkonstanten c[MT^{-2}] bestimmen lässt, d.h. $t = f(m, c)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahl durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für t, m und c?

Aufgabe 5 (Rotierender Ring)**.**
Wir betrachten einen rotierenden Ring und nehmen an, dass sich die Spannungen σ[L^{-1}MT^{-2}] des Ringes durch die Rotationsgeschwindigkeit ω[T^{-1}], den Radius R[L] und die Dichte ρ[L^{-3}] bestimmen lässt, d.h. $\sigma = f(\omega, R, \rho)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahl durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für σ, ω, R und ρ?

Aufgabe 6 (Nuklearexplosion – Trinity-Test)**.**
Wir betrachten die erste Atombombenexplosion und nehmen an, dass sich der Radius R[L] der halbkugelförmigen Explosion durch die durch die Explosion freigesetzte Energie E[L^{2}MT^{-2}], die seit der Explosion verstrichene Zeit t[T] und die der Explosion umgebenden Luftdichte ρ[ML^{-3}] beschreiben lässt, d.h. $R = f(E, t, \rho)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahl durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für R, E, t und ρ?

Aufgabe 7 (Leistung zum Fortbewegen von Schiffen – Reynolds-Zahl und Froude-Zahl).
Wir betrachten die Leistung, die notwendig ist, um ein Schiff auf dem Meer fortzubewegen und nehmen an, dass sich die Leistung $P[\mathrm{ML}^2\mathrm{T}^{-3}]$ durch die Schiffslänge $l[\mathrm{L}]$, die Geschwindigkeit des Schiffes $v[\mathrm{LT}^{-1}]$, die Wasserdichte $\rho[\mathrm{ML}^{-3}]$, die kinematischen Viskosität des Wassers $\nu[\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-1}]$ und die Erdbeschleunigung $g[\mathrm{LT}^{-2}]$ beschreiben lässt, d.h. $P = f(l, v, \rho, \nu, g)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahl durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für P, l, v, ρ, ν und g?

Aufgabe 8 (Strömungsverhalten eines Schiffes – Reynolds-Zahl und Froude-Zahl).
Wir betrachten das Strömungsverhalten eines Schiffes auf dem Meer und nehmen an, dass sich der Strömungswiderstand in Fahrtrichtung $F[\mathrm{MLT}^{-2}]$ (eine Kraft) durch die Schiffslänge $l[\mathrm{L}]$, die Schiffsbreite $b[\mathrm{L}]$, den Tiefgang $t[\mathrm{L}]$, die Geschwindigkeit $v[\mathrm{LT}^{-1}]$, die Erdbeschleunigung $g[\mathrm{LT}^{-2}]$, die Wasserdichte $\rho[\mathrm{ML}^{-3}]$ und der dynamischen Viskosität $\mu[\mathrm{ML}^{-1}\mathrm{T}^{-1}]$ beschreiben lässt, d.h. $F = f(v, g, \rho, \mu, l, b, t)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahlen durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für F, v, g, ρ, μ, l, b und t?

Aufgabe 9 (Wärmeleitung in einem Stab).
Wir betrachten die Wärmeleitung in einem Stab und nehmen an, dass sich die Temperatur $u[\Theta]$ an einem beliebigen Punkt des Stabes durch den Abstand $x[\mathrm{L}]$ (entlang des Stabes) zwischen der Wärmepunktquelle und dem Temperaturmesspunkt, die seit dem Beginn der Erwärmung verstrichene Zeit $t[\mathrm{T}]$, die Massendichte $\rho[\mathrm{ML}^{-3}]$ des Stabes, die Wärmekapazität $c[\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-2}\Theta^{-1}]$ des Stabes, die Wärmeleitfähigkeit $k[\mathrm{LMT}^{-3}\Theta^{-1}]$ des Stabes und die Kraft $Q[\mathrm{MT}^{-2}]$ der Wärmequelle gemessen in Energieeinheiten pro (Längeneinheiten)^2 beschreiben lässt, d.h. $u = f(x, t, \rho, c, k, Q)$.
Aufgaben:

- Führen Sie eine Dimensionsanalyse zur Bestimmung der dimensionslosen Kennzahlen durch (vgl. Beispiel 1.2).
- Welche Beziehung erhalten Sie aus dem Buckinghamschen π-Theorem für u, x, t, ρ, c, k und Q?