Lineare Algebra I – Blatt 14 **KEINE Abgabe!**
hhu Düsseldorf, WiSe 2019/20 **Nur zur Wiederholung.**
Vorlesungswebseite: `http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/LAI_WS1920/`

Wissensfragen zu L25 und L26: (nur mündlich, ohne Abgabe)

1.) Was ist der hermitesch adjungierte Endomorphismus f^* eines Endomorphismus f eines unitären Raums?
2.) Wann heißt f normal? Wann unitär/orthogonal/selbstadjungiert/hermitesch/symmetrisch?
3.) Wann nennt man eine quadratische Matrix des $\mathbb{C}^{n\times n}$ unitär/orthogonal/selbstadjungiert/hermitesch/symmetrisch?
4.) Wie kann man eine unitäre Matrix anhand ihrer Spalten erkennen?
5.) Warum gilt für eine unitäre Matrix, dass $|\det A| = 1$?
6.) Welche möglichen Werte hat $\det A$, wenn A eine orthogonale Matrix ist?
7.) Wie kann man einen normalen Endomorphismus über $\mathbb{C}$ mit seinen Eigenvektoren charakterisieren?
8.) Warum sind Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten eines normalen Endomorphismus orthogonal?
9.) Ist der Ableitungsendomorphismus auf dem euklidischen Vektorraum der auf $[0, 2\pi]$ beliebig oft differenzierbaren Funktionen (mit Skalarprodukt $\langle f, g\rangle = \int_0^{2\pi} f(t)g(t)\,\mathrm{d}t$) selbstadjungiert?
10.) Wie lautet der Hauptachsentransformationssatz für normale Endomorphismen/Matrizen?
11.) Wie sieht die Situation für selbstadjungierte/symmetrische Matrizen aus?
12.) Warum sind unitäre/orthogonale Matrizen isometrisch, d. h. längentreu?
13.) Warum sind sie auch winkeltreu?
14.) Warum wird eine ONB auf eine ONB abgebildet, sobald man einen unitären/orthogonalen Endomorphismus hat?
15.) Welche Untergruppen der allgemeinen linearen Gruppe $\mathrm{GL}(n)$ kann man unterscheiden?
16.) Wie lautet der Normalformensatz für eine orthogonale Matrix? Wie kann man diesen geometrisch/anschaulich deuten?

Kreative Aufgabe (ohne Abgabe, keine Besprechung):

Die hermitesche Form

$$\sum_{k=0}^{n}\sum_{\ell=0}^{n} \gamma_{k-\ell} x_k \bar{x}_\ell$$

mit $\gamma_{-j} = \bar{\gamma}_j$ sei positiv definit. Dann liegen sämtliche Nullstellen des Polynoms

$$\det\begin{pmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_n \\ \gamma_{-1} & \gamma_0 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_{n-1} \\ \gamma_{-2} & \gamma_{-1} & \gamma_0 & \cdots & \gamma_{n-2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ \gamma_{-n+1} & \gamma_{-n+2} & \gamma_{-n+3} & \cdots & \gamma_1 \\ 1 & T & T^2 & \cdots & T^n \end{pmatrix}$$

im Innern des Einheitskreises.