



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Grundlagen der Mathematik im Wintersemester 2019/2020, Blatt 2
Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

A: Präsenzaufgaben am 21. Oktober 2019

1. Eine Aussage ist ein sprachliches Gebilde, das entweder wahr oder falsch ist. Die Sprache kann dabei eine natürliche Sprache, aber auch eine formale Sprache sein. Prüfen Sie, ob es sich um Aussagen handelt.
 - (a) Österreich liegt am Meer.
 - (b) Bitte setzen Sie sich!
 - (c) Wie spät ist es?
 - (d) Jede gerade Zahl ist durch zwei teilbar.
 - (e) Dieser Satz ist falsch.
2. Seien a und b Aussagen. Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel, dass die zusammengesetzte Aussage $(\neg a \vee b) \leftrightarrow (a \rightarrow b)$ immer wahr ist, unabhängig davon, welche Wahrheitswerte a und b haben.
3. Eine Aussageform ist ein sprachliches Gebilde, in dem Variablen vorkommen, so dass man eine Aussage erhält, sobald man den Variablen konkrete Werte in einer vorgegebenen Grundmenge zuweist. Prüfen Sie, ob die folgenden Sätze Aussageformen sind.
 - (a) x löst die Gleichung $\cos x = e^x$. (Grundmenge \mathbb{R} oder \mathbb{C})
 - (b) n ist eine Primzahl. (Grundmenge \mathbb{N})
 - (c) Radfahrer benutzen bitte den Radweg.
 - (d) $a^2 + b^2 = c^2$
 - (e) $x \neq x$
4. Aussageformen kann man benutzen, um Mengen zu definieren. So ist $\{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist Primzahl}\}$ die Menge der Primzahlen, definiert in der Grundmenge \mathbb{N} durch die Aussageform „ n ist Primzahl“. Beschreiben Sie die folgenden Mengen mit Hilfe einer Aussageform.
 - (a) Alle rationalen Zahlen, deren Quadrat kleiner als 2 ist.
 - (b) Alle ganzen Zahlen, die bei Division durch 3 den Rest 1 liefern.

B: Hausaufgaben zum 28. Oktober 2019

1. Aussageform $a(n)$: „ n ist durch 4 teilbar.“ Aussageform $b(n)$: „ n ist eine gerade Zahl.“ Was trifft für alle natürlichen Zahlen n zu?

- (a) $a(n) \Rightarrow b(n)$
- (b) $b(n) \Rightarrow a(n)$
- (c) $a(n) \Leftrightarrow b(n)$
- (d) $\neg b(n) \Rightarrow a(n)$

(4 Punkte)

2. a , b und c seien Aussagen. Zeigen Sie mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens, dass die zusammengesetzte Aussage $(a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (a \wedge b)$ eine Tautologie ist. (4 Punkte)
3. Sei M eine Menge und $A, B, C \subseteq M$. Zeigen Sie mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens die Gleichung

$$\overline{A} \cap \overline{B \cup C} = \overline{A \cup B} \cap \overline{C}.$$

Das Komplement ist hier bezüglich M gemeint. (4 Punkte)

4. Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\overline{(\overline{B} \cap (A \cap B)) \cup ((A \cap \overline{B}) \cup \overline{A})}$$

mit Hilfe der Rechenregeln im Skript. (4 Punkte)

5. Beschreiben Sie mit Hilfe von Aussageformen die folgenden Mengen:

- (a) Alle Paare (a, b) ganzer Zahlen mit $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$.
- (b) Alle rationalen Zahlen, deren Quadrat 2 oder 3 ist.

(4 Punkte)