Fachbereich Mathematik | SS 2013
Dozent: Prof. Mathias Schacht | 11. April 2013
Übung: Jun.-Prof. Christian Reiher

Graphentheorie

2. Serie

Besprechung am 18. April 2013

Aufgabe 1 (D-De, §0, Nr. 26^-)

Zeige, dass ein Graph genau dann bipartit ist, wenn jeder *induzierte* Kreis gerade Länge hat.

Aufgabe 2 (D-De, §1, Nr. 1) [1 Punkt]

Zeige, dass ein bipartiter Graph zu jeder Paarung mit weniger als der größtmöglichen Anzahl von Kanten einen Verbesserungsweg enthält. Gilt die entsprechende Aussage auch in nicht bipartiten Graphen? (Ein *Verbesserungsweg* dort sei ein beliebiger Weg, der zwei nicht gepaarte Ecken verbindet und abwechselnd Kanten innerhalb und außerhalb der gegebenen Paarung enthält.)

Aufgabe 3 (D-De, §1, Nr. 5) [1 Punkt]

Beweise den Heiratssatz (Satz 1.1.2) mit dem Satz von König (Satz 1.1.1).

Aufgabe 4 (D-De, §1, Nr. 7^+)

Finde ein Gegenbeispiel zur Aussage des Heiratssatzes (Satz 1.1.2) für unendliche Graphen.

Aufgabe 5 (D-De, §1, Nr. 10^+) [2 Punkte]

Finde einen graphentheoretischen Beweis des folgenden *Satz von Sperner*: in einer n-elementigen Menge X gibt es höchstens $\binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$ einander paarweise nicht enthaltende Teilmengen.
(Tipp: Offenbar reicht es, eine Überdeckung des Teilmengenverbandes von X durch $\binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$ Ketten zu finden.)

Aufgabe 6 (D-De, §1, Nr. 11^+) [2 Punkte]

Es sei $G = (A \dot\cup B, E)$ ein bipartiter Graph. Es gelte $\delta(G) \geq 1$, sowie $d(a) \geq d(b)$ für jede Kante ab mit $a \in A$. Zeige, dass G eine Paarung von A enthält.