

# **Festigkeitsverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen**

Vom Fachbereich Materialwissenschaft  
der Technischen Hochschule Darmstadt  
zur  
Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigte  
Dissertation  
vorgelegt von  
Diplom-Ingenieur Markus Lienkamp  
aus Herbornseelbach

Berichterstatter:	Prof. Dr. H.E. Exner
Mitberichterstatter:	Prof. Dr. J. Rödel
Tag der Einreichung:	15.09.1994
Tag der mündlichen Prüfung:	05.12.1994

Darmstadt 1994

D 17



## **Danksagung**

Die Arbeit entstand während meiner Tätigkeit von April 1992 bis September 1994 an der Technischen Hochschule Darmstadt, Fachgebiet Physikalische Metallkunde. Allen Personen, die mit ihrer Hilfsbereitschaft, Erfahrung und durch zahlreiche Diskussionen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, möchte ich ganz herzlich danken.

Besonders möchte ich mich bedanken bei

Herrn Prof. Dr. H.E. Exner, der diese Arbeit hervorragend betreut hat und mir durch zahlreiche Diskussionen und Gespräche viele Anregungen gegeben hat,

Herrn Dipl. Ing. U. Kunaver für die gute und effektive Zusammenarbeit im Bereich der Programmierung,

den Herren D. Gandras, M. Diemer und A. Knickrehm, die im Rahmen von Diplomarbeiten Teilprobleme der vorliegenden Arbeit bearbeitet haben,

den Firmen AMAG, Dornier und Schunk für die Bereitstellung des Probenmaterials und von Versuchsergebnissen.

Mein herzlicher Dank gilt allen Kollegen, mit denen ich eine angenehme Zeit am Institut verbracht habe, besonders meinem Zimmerkollegen Dipl. Ing. Torsten Kraft, der mit mir häufig aktuelle Probleme diskutiert hat.

Auch meiner Frau, die mir immer hilfreich zur Seite stand und mich nach besten Kräften unterstützt hat, möchte ich an dieser Stelle herzlich danken.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Literaturübersicht</b>	<b>2</b>
2.1 <i>Charakterisierung und Prüfung der Festigkeit von Langfaserverbundwerkstoffen</i>	2
2.1.1 Festigkeitsverteilung in spröden Materialien	2
2.1.2 Langfaserverbundwerkstoff	4
2.1.3 Fasern	5
2.1.4 Faser/Matrix-Grenzfläche	7
2.2 <i>Vorhersage der Bruchfestigkeit für unidirektionale Langfaserverbundwerkstoffe</i>	12
2.2.1 Bündelversagen (Globale Lastverteilung)	13
2.2.2 Statistisches Versagen (Lokale Lastverteilung)	14
2.2.3 Sprödes Versagen	18
2.2.4 Andere Versagensannahmen	20
2.3 <i>Kritische Bewertung des Wissenstands und offene Fragen</i>	21
<b>3 Versuchsdurchführung</b>	<b>23</b>
3.1 <i>Werkstoffe</i>	23
3.2 <i>Mechanische Prüfung</i>	24
3.3 <i>Mikroskopische Beobachtungen</i>	25
<b>4 Entwicklung neuer Auswerteverfahren</b>	<b>27</b>
4.1 <i>Bestimmung der Faserfestigkeitsverteilung</i>	28
4.2 <i>Berechnung von Bruchhöhendifferenzen</i>	30
4.3 <i>Berechnung von Spannungsprofilen</i>	32
4.4 <i>Überprüfung durch Rückrechnung</i>	34
<b>5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen</b>	<b>34</b>
5.1 <i>Rißfortschritt und Fraktographie</i>	35
5.2 <i>Bruchhöhendifferenzen und Spannungsprofile</i>	46
5.3 <i>Globale und lokale Lastverteilung</i>	48

<b>6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des keramikfaserverstärkten Aluminiums</b>	<b>50</b>
6.1 <i>Eingabeparameter</i>	52
6.1.1 Matrixfestigkeit	52
6.1.2 Faseranordnung	53
6.1.3 Kritische und ineffektive kritische Länge	55
6.1.4 Faserfestigkeitsverteilung	56
6.2 <i>Modellierung des statistischen Versagens</i>	59
6.3 <i>Rechentchnische Lösung des statistischen Modells</i>	61
6.3.1 Monte Carlo-Simulation	61
6.3.2 Analytische Näherungslösung	63
6.4 <i>Ergebnisse</i>	66
<b>7 Diskussion</b>	<b>71</b>
7.1 <i>Vergleich Festigkeitsvorhersage mit Experiment</i>	71
7.1.1 Streuung der Festigkeitswerte der MMC-Proben	71
7.1.2 Einfluß des Faseranteils	72
7.1.3 Einfluß der Faserabstandsverteilung	73
7.2 <i>Praktische Anwendung des statistischen Festigkeitsmodells</i>	75
7.2.1 Vorhersage der Festigkeitsverteilung von großen Bauteilen	75
7.2.2 Beurteilung der Vorhersage der Bruchfestigkeit großer Bauteile mit Hilfe anderer Versagenshypthesen	77
7.2.3 Verbesserung der Bruchfestigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums	80
7.3 <i>Prüfverfahren</i>	83
<b>8 Zusammenfassung</b>	<b>85</b>
<b>9 Literaturverzeichnis</b>	<b>87</b>
<b>10 Anhang</b>	<b>94</b>
10.1 <i>Verwendeten Symbole und Abkürzungen</i>	94
10.2 <i>Berechnung von Überlastfaktoren</i>	96
10.3 <i>Berechnung der Kraft-Durchbiegungsfunktion im Dreipunktbiegeversuch</i>	98
10.4 <i>Verringerung der Rechenzeit der Monte Carlo-Festigkeitsimulation</i>	102
10.5 <i>Vergleich verschiedener Lastverteilungsmodelle</i>	104
10.6 <i>Genauigkeit der experimentellen Ermittlung des Weibullmoduls</i>	105

## 1 Einleitung

Die Festigkeit von Metallen, Keramiken und Kunststoffen kann durch den Einbau von Fasern entscheidend verbessert werden. Langfaserverbundwerkstoffe können überall dort eingesetzt werden, wo die Forderung nach Gewichtseinsparung oder höherer Bruchsicherheit den höheren Preis rechtfertigt.

Die Bruchfestigkeit von Langfaserverbundwerkstoffen läßt sich nicht mit einem einzigen Kennwert beschreiben. Sie streut ähnlich wie die Festigkeit von spröden Werkstoffen<sup>1,2</sup>. Diese Streuung kann bei der Extrapolation von an Laborproben gewonnenen Festigkeitsdaten auf Bauteile nicht vernachlässigt werden<sup>3-5</sup>. Da das Versagensverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen nicht genau bekannt ist und deshalb nicht sicher ist, wie die Extrapolation erfolgen muß, werden bei der Auslegung von Faserverbundstrukturen nur geringe Spannungen zugelassen, wodurch ein großer Teil des hohen Festigkeitspotentials ungenutzt bleibt<sup>6</sup>.

Die vorliegende Arbeit soll dazu beitragen, die Beziehung von statischer Festigkeit zur Mikrostruktur von Langfaserverbundwerkstoffen besser zu verstehen, und soll eine quantitative Erklärung für die Festigkeitsstreuung der Werkstoffe geben, um eine Herabsetzung der Sicherheitsfaktoren bzw. eine bessere Werkstoffausnutzung zu ermöglichen.

Dazu wird zuerst die Bruchphänomenologie von vier Langfaserverbundwerkstoffen mit unterschiedlichen Matrices untersucht. Kohlefaserverstärkter Kunststoff, kohlefaserverstärkter Kohlenstoff, kohlefaserverstärktes Siliziumkarbid und keramikfaserverstärktes Aluminium werden als typische Materialien aus den vier Hauptgruppen von Langfaserverbundwerkstoffen vergleichend betrachtet.

Am Beispiel von keramikfaserverstärktem Aluminium wird gezeigt, wie die Festigkeitsverteilung eines Verbundwerkstoffs aus den Eigenschaften von Faser, Matrix und Grenzfläche vorausgesagt werden kann.

## 2 Literaturübersicht

Es wird ein Überblick über die Charakterisierung und Prüfung der Eigenschaften von Langfaserverbundwerkstoffen, der Fasern, Matrix und der Faser/Matrix Grenzfläche gegeben. Weiterhin wird der Stand der Theorien und Modelle zur Vorhersage der Zugfestigkeit von Langfaserverbundwerkstoffen aus den Eigenschaften von Faser, Matrix und Grenzfläche beschrieben. Es wird eine kritische Beurteilung gegeben. Abschließend werden einige offene Fragen aufgezeigt.

### 2.1 Charakterisierung und Prüfung der Festigkeit von Langfaserverbundwerkstoffen

#### 2.1.1 Festigkeitsverteilung in spröden Materialien

Spröde Materialien versagen durch ihren größten Defekt<sup>7</sup>. Da durch den Ferti-gungsprozeß eine Defektgrößenverteilung vorliegt, werden für verschiedene Proben unterschiedliche Bruchfestigkeitswerte ermittelt. Die Bruchfestigkeit ist zudem vom geprüften Probenvolumen abhängig.

Es ist üblich, das Festigkeitsverhalten spröder Werkstoffe mit der Weibullverteilung<sup>1,2</sup> zu beschreiben. Sie beruht auf dem Gedanken, daß in einer Kette immer das schwächste Glied, in einer Probe oder einem Bauteil also der größte Fehler, zum Bruch führt. Der Anteil der Proben, die bei einer bestimmten Last gebrochen sind, ergibt sich nach Weibull<sup>1,2</sup> aus:

$$P(\sigma, V) = 1 - e^{-\frac{V}{V_0} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^p} \quad (1)$$

(P: Bruchwahrscheinlichkeit der Probe bei der Spannung  $\sigma$ ,  $\sigma$ : Spannung, die an der Probe anliegt, V: Volumen der Probe,  $V_0$ : Bezugsvolumen,  $\sigma_0$ : charakteristische Spannung bei  $V_0$ ,  $p$ : Weibullmodul)

Bei Fasern konstanten Querschnitts A ist das Faservolumen proportional zur Faserlänge  $l$  ( $V = A l$ ), so daß in diesem Fall statt  $V/V_0$  der Quotient  $l/l_0$  treten kann. Die Umrechnung der charakteristischen Spannung auf eine andere Bezugs-länge erfolgt durch:

$$\sigma_l = \sigma_{l_0} \left( \frac{l_0}{l} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2)$$

Eine Auftragung von  $\ln(-\ln[1-P(\sigma)])$  über  $\ln \sigma$  ergibt eine Gerade mit der Steigung  $p$  für Fasern, deren Festigkeiten nach der Weibullbeziehung (Gl. (1)) verteilt sind. Die charakteristische Spannung  $\sigma_0$  wird in diesem Weibulldiagramm bei  $\ln(-\ln[1-P(\sigma)]) = 0$  bzw. bei der diesem Wert entsprechenden Bruchwahrschein-



lichkeit  $P(\sigma) = 0.63$  abgelesen. Zur Darstellung in einem Weibulldiagramm werden die Festigkeitswerte der  $N$  Proben der Größe nach geordnet. Die Bruchwahrscheinlichkeit  $P$  bei der Spannung  $\sigma_i$  läßt sich ermitteln aus<sup>8</sup>:

$$P(\sigma_i) = \frac{i}{N+1} \quad (3)$$

In der Regel werden etwa 50 Festigkeitswerte ermittelt, um die Streuung der Festigkeit der Proben ausreichend genau zu erfassen<sup>8</sup>.

Kamiya und Kamigaito<sup>8</sup> und Khalili und Kromp<sup>9</sup> untersuchen auch andere Ansätze zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit  $P$  bei geringer Probenanzahl mit Hilfe einer Monte Carlo Simulationstechnik und stellen fest, daß die Genauigkeit der Auswertung erhöht wird, wenn die Bruchwahrscheinlichkeit nach folgender Gleichung berechnet wird:

$$P(\sigma_i) = \frac{i-1}{N} \quad (4)$$

Harlow<sup>10</sup> gibt eine Verteilungsfunktion an, die bei einer Mindestfestigkeit  $\sigma_u$  abbricht:

$$P(\sigma, V) = 1 - e^{-\frac{V}{V_0} \left( \frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0 - \sigma_u} \right)^p} \quad (5)$$

Nach der Hypothese des schwächsten Gliedes bedeutet dies, daß im Werkstoff kein Fehler eine bestimmte Größe überschreitet. Zur Herleitung der Weibullverteilung wird die Annahme getroffen, daß lokale Fehler bruchauslösend sind. Da Fehler eine endliche Ausdehnung in Längsrichtung der Faser haben und, wie von Knoff<sup>11</sup> gezeigt und weiter unten diskutiert wird, mit einer gewissen Reichweite bruchauslösend sind, steigt bei abnehmender Prüflänge die mittlere Festigkeit der Proben so lange an, bis die Prüflänge in die Größenordnung des Einflußbereiches  $\lambda$  der Fehler kommt. Dann steigt die mittlere Festigkeit nicht weiter an, sondern bleibt konstant. Knoff<sup>11</sup> gibt die Weibullverteilung für diesen Fall in folgender näherungsweise Form an:

$$P(\sigma) = 1 - e^{-\left(\frac{l}{\lambda} + 1\right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^p} \quad (6)$$

Für Aramidfasern berechnet er eine Segmentlänge  $\lambda$  von etwa 5 mm, die experimentell oder theoretisch nicht direkt ermittelt werden kann, sondern aus Zugversuchen zur Anpassung der Meßwerte für verschiedene Prüflängen geschätzt wird.

Watson und Smith<sup>12</sup> schlagen zur besseren Beschreibung der Größenabhängigkeit experimentell ermittelter Festigkeitsverteilungen vor, die Änderung des Volumens durch einen Exponenten folgendermaßen zu gewichten:

$$P(\sigma, V) = 1 - e^{-\left(\frac{V}{V_0}\right)^\gamma \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^p} \quad (7)$$

Der Exponent  $\gamma$  liegt zwischen 0 und 1 und wird an die experimentellen Ergebnisse angepaßt.

Durch Überlagerung von zwei Weibullverteilungen kann die Festigkeit von Fasern beschrieben werden, die zwei unterschiedliche Typen von Defekten aufweisen. Damit können Fälle beschrieben werden, bei denen sich im Weibulldiagramm ein Knick im Kurvenverlauf ergibt:

$$P(\sigma) = 1 - e^{-\frac{V}{V_0} \left[ \left(\frac{\sigma}{\sigma_{01}}\right)^{p_1} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}}\right)^{p_2} \right]} \quad (8)$$

Berechnungsgrundlagen werden von Cohen<sup>3</sup> angegeben. Sigl<sup>13</sup> zeigt theoretisch, wie unterschiedliche Defektarten zu einem oder mehreren Knicken im Weibulldiagramm führen.

Fukuda und Kawata<sup>14</sup> verwenden zur Beschreibung der Faserfestigkeitsverteilung eine Normalverteilung. Sie generieren für eine Monte Carlo Simulation der Festigkeit eines Langfaserverbundwerkstoffs Zufallszahlen, die der Normalverteilung folgen. Dabei werden auch negative (also unrealistische) Festigkeitswerte berücksichtigt. Die Normalverteilung weicht von der Weibullverteilung bei niedrigen Bruchwahrscheinlichkeiten stark ab, so daß diese Näherung bei niedrigen Bruchwahrscheinlichkeiten zu Fehlern führt.

Bourgain und Masson<sup>15</sup> stellen ein deterministisches Modell vor. Es macht keine Annahme über die Defektgrößenverteilung, sondern benutzt die bei einer bestimmten Prüflänge ermittelten Festigkeitswerte, um die Verteilungsfunktion bei anderen Prüflängen vorauszusagen. Damit ist es möglich, auch Festigkeiten von Fasern zu beschreiben, die nicht der Weibullverteilung folgen. Eine Extrapolation auf Faserlängen wesentlich kleiner als die Prüflänge (z.B. die kritische Länge, die häufig um zwei Größenordnungen kleiner ist als die kleinste prüfbare Länge), ist mit diesem Verfahren nicht möglich.

### 2.1.2 Langfaserverbundwerkstoff

Zur Ermittlung der Festigkeit und der Festigkeitsverteilung eines Langfaserverbundwerkstoffes in Faserrichtung werden verschiedene Prüfverfahren verwendet.

Die Ermittlung der Zugfestigkeit ist nach ASTM D3039-76 genormt. Ein Problem beim Zugversuch an Langfaserverbundwerkstoffen ist, daß die Proben häufig an

den Einspannungen brechen. Cunningham et al.<sup>16</sup> untersuchen die Spannungsverhältnisse an der Einspannung von Langfaserverbundwerkstoffen mittels Finite Element Methoden und berechnen Spannungskonzentrationen an der Einspannung, die bis zu 25 % höher liegen als die Nennspannungen der Probe. Besonders bei spröden Matrixwerkstoffen müssen deshalb Einspannungen verwendet werden, die die Last kontinuierlich längs der Probe aufbringen. Die Proben müssen zusätzlich exakt in Längsrichtung ausgerichtet sein. Dazu eignet sich die Fixierung einer Einspannung in einer niedrigschmelzenden Legierung<sup>17</sup>.

Um diese versuchsbedingten Schwierigkeiten zu umgehen, wird der Zugversuch in der Praxis häufig durch den Biegeversuch ersetzt. Beim Dreipunktbiegeversuch nach ASTM D790-1 liegt eine kombinierte Zug-, Druck- und Schubbeanspruchung vor. Zur Ermittlung eines Zugfestigkeitswertes muß sichergestellt werden, daß die Probe nicht durch Druck oder Schub versagt<sup>18</sup>. Schubversagen wird vermieden, indem ein hohes Verhältnis von Probenlänge zu -höhe gewählt wird<sup>19</sup>. Ob Druck- oder Zugversagen eintritt, hängt von dem untersuchten Material ab.

Bullock<sup>5</sup> und Whitney und Knight<sup>20</sup> haben im Biegeversuch Festigkeiten für Kohlenstofffaser-Epoxidmatrix-Langfaserverbundwerkstoffe gemessen, die 30 bis 50 % über im Zugversuch ermittelten Werten liegen. Zur Ermittlung von volumenbezogenen Festigkeitswerten muß bei Verwendung von im Biegeversuch ermittelten Zugfestigkeitswerten eine Extrapolation auf Zugproben vorgenommen werden. Im Gegensatz zur zugbelasteten Probe, wo der gesamte Querschnitt unter einer konstanten Spannung steht, liegt in der Probe im Biegeversuch eine Spannungsverteilung vor. Das führt dazu, daß das effektiv beanspruchte Volumen kleiner als das Gesamtvolumen der Probe ist<sup>21</sup>. Unter dem effektiven Volumen wird das Volumen verstanden, das im Zugversuch die gleiche Festigkeit hätte wie das wirklich geprüfte Volumen unter einer inhomogenen Spannungsverteilung. Im Vierpunktbiegeversuch ist durch eine gleichmäßigere Beanspruchung das effektive Volumen größer als im Dreipunktbiegeversuch, so daß das Verhältnis von Bauteilvolumen zu geprüfem Volumen geringer ist. Dadurch wird die Extrapolation genauer. Nach Danzer<sup>21,22</sup> läßt sich das effektive Volumen  $V_{\text{eff}}$  für den Drei- bzw. Vierpunktbiegeversuch wie folgt berechnen:

$$V_{\text{eff,DPBV}} = \frac{1}{2(\rho+1)^2} V_0 \quad (9)$$

$$V_{\text{eff,VPBV}} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{(\rho+1)^2} + \frac{1}{\rho+1} \right) V_0 \quad (10)$$

### 2.1.3 Fasern

Zur Ermittlung der Faserfestigkeitsverteilung werden Tests an Einzelfasern, an matrixgebundenen und freien Bündeln durchgeführt (Abbildung 1). Messungen an

## 2 Literaturübersicht

Mikroverbundwerkstoffen und die Vermessung der Größe der Defekte, die das Versagen von Fasern auslösen (Bruchspiegel), ermöglichen eine Bestimmung der Faserfestigkeit *in situ*.

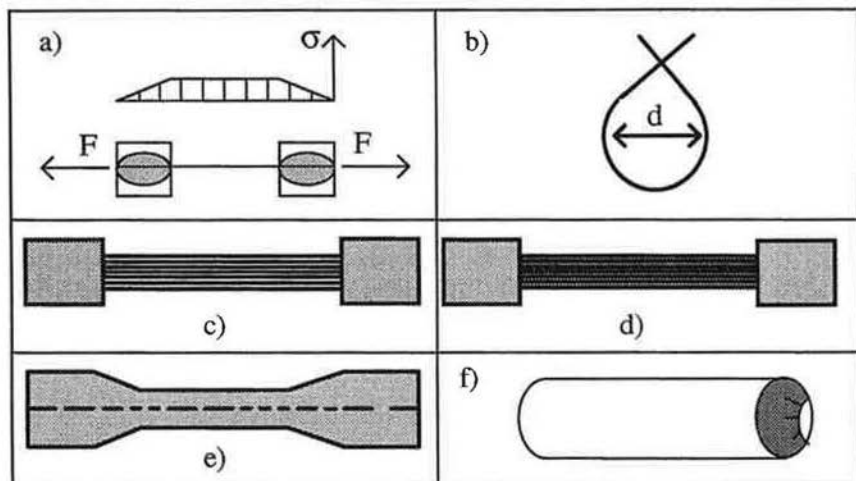


Abbildung 1: Test von a) Einzelfasern, b) Schleifen, c) freien Bündeln, d) matrixgebundenen Bündeln, e) Mikroverbundwerkstoffen, f) Messung der Größe des bruchauslösenden Defekts.

Beim Einzelfaserzugversuch (Abbildung 1a) werden aus Faserbündeln einzelne Fasern entnommen. Die Bruchkraft  $F$  der Faser wird in einem Zugversuch gemessen<sup>23,24</sup>. Weiterhin wird der Durchmesser jeder einzelnen Faser bestimmt, so daß die Bruchspannung der Fasern berechnet werden kann. Um eine Aussage über die Festigkeitsverteilung machen zu können, werden etwa 50 Fasern geprüft<sup>11,25-29</sup>. Um auch den Bereich kleiner Bruchwahrscheinlichkeiten ausreichend genau zu erfassen, sind weitaus höhere Faserzahlen notwendig<sup>30</sup>. Der Einzelfasertest eignet sich nur für Faserlängen im Bereich von einigen Millimetern<sup>31</sup>. Das Ergebnis wird bei kürzeren Längen dadurch verfälscht, daß ein Teil der Fasern im Bereich der Einspannung bricht, weil sich Normalspannungen kontinuierlich entlang der Klebestelle aufbauen (Abbildung 1a).

Der von Sinclair<sup>32</sup> und Krucinska<sup>33</sup> verwendete Schleifentest (Abbildung 1b) ermöglicht die Untersuchung der Festigkeit bei kurzen Faserlängen im Bereich der kritischen Länge (Größenordnung einige Zehntel Millimeter). Eine Faser wird in Form einer Schleife zusammengezogen. Die Bruchspannung wird nach der Biegetheorie aus dem Durchmesser der Schleife beim Bruch berechnet.

Faserbündel werden nach ASTM D 4018 im Zugversuch getestet (Abbildung 1c). Aus der Bruchkraft, der Anzahl der Fasern und dem Einzelfaserdurchmesser kann

die Bruchspannung des Bündels (d.h. die auf den Gesamtquerschnitt bezogene Bruchkraft) bestimmt werden. Die Bruchkraft ist das Produkt aus der an den Fasern anliegenden Spannung und der Zahl der bei dieser Spannung noch intakten Fasern. Da bei dem Bruch des Bündels schon viele Fasern gebrochen sein können, entspricht die aus der Bündelfestigkeit errechnete durchschnittliche Einzelfaserfestigkeit nicht der im Einzelfaserzugversuch ermittelten mittleren Faserfestigkeit<sup>34</sup>.

Mit einer Kunststoffmatrix imprägnierte Fasern (Abbildung 1d) können im Zugversuch nach ASTM D 4018 getestet werden. Obwohl die Matrix nur unwesentlich zur Festigkeit des Bündels beiträgt, ist die auf den Faserquerschnitt normierte Bruchfestigkeit des matrixgebundenen Bündels höher als die des freien Bündels, weil durch die Matrix eine Lastübertragung zwischen den Fasern stattfinden kann. Aus den Ergebnissen dieses Tests läßt sich über die Einzelfaserfestigkeit keine direkte Aussage machen.

Bei dem Einzelfaserbruchversuch wird eine einzelne Fasern in Matrix eingebettet (Abbildung 1e) und bis zur vollständigen Fragmentierung der Faser durch Zug belastet. Die Längenverteilung der Faserstücke wird gemessen. Über eine Annahme des Lastaufbaus entlang der Faser wird die Festigkeitsverteilung der Fasern ermittelt<sup>30,35-37</sup>. Das Verfahren eignet sich nur für Kunststoffmatrizes, weil bei Keramik- oder Metallmatrizes die Fertigung aufwendig ist und die Länge der Faserbruchstücke optisch nicht vermessen werden kann.

Thouless et al.<sup>38</sup> und Cao et al.<sup>39</sup> beschreiben ein Meßverfahren, bei dem gebrochene Fasern einer Bruchfläche eines Langfaserverbundwerkstoffs untersucht werden. Die Größe des bruchauslösenden Defekts (fracture mirror) wird vermessen (Abbildung 1f). Der Radius dieses Bruchspiegels ist proportional zur kritischen Defektgröße. Bei Kenntnis der Bruchzähigkeit der Faser kann aus der kritische Defektgröße die Bruchspannung berechnet werden. Aus einer größeren Zahl vermessener Bruchspiegeln wird die Festigkeitsverteilungsfunktion der Fasern bestimmt. Thouless et al.<sup>38</sup> untersuchen 140 µm dicke SiC Fasern. Bei anderen Fasertypen oder dünnen Fasern treten diese Bruchspiegel nicht auf oder lassen sich nicht ausreichend genau vermessen, so daß dieses Verfahren nicht immer angewandt werden kann.

Die beschriebenen Verfahren sind nicht geeignet, eine ausreichende Zahl von Faserfestigkeitswerten in vertretbarer Zeit zu messen. Auch liefert keines der Verfahren die in situ Faserfestigkeit von dünnen Fasern in einer Metallmatrix.

### 2.1.4 Faser/Matrix-Grenzfläche

Die Eigenschaften der Faser/Matrix-Grenzfläche, insbesondere die Grenzflächenschubfestigkeit, beeinflussen maßgeblich die Festigkeit eines Verbundwerkstoffs<sup>40</sup>. Die Grenzflächenschubfestigkeit bestimmt u.a., wie schnell sich die Spannung entlang einer gebrochenen Faser von der Bruchfläche aus wieder

## 2 Literaturübersicht

aufbaut und über welche Länge intakte Nachbarfasern überlastet werden. Es werden prinzipiell zwei Verläufe des Lastaufbaus entlang einer Faser unterschieden:

(1) Bei dem Lastaufbau durch Reibung wird angenommen, daß die Grenzfläche maximal eine konstante Schubspannung  $\tau_{\max}$  übertragen kann<sup>41</sup>. Dies tritt z.B. auf, wenn nach der Grenzflächenablösung eine konstante Reibkraft von der Grenzfläche übertragen werden kann (Abbildung 2) oder sich die Matrix ab einer kritischen Spannung ideal plastisch verformt.

Überträgt die Grenzfläche eine konstante maximale Schubfestigkeit  $\tau_{\max}$ , so läßt sich die kritische Länge aus dem Kräftegleichgewicht entlang der Faseroberfläche in Längsrichtung aus der Bruchspannung  $\sigma_{\max}$  und dem Faserdurchmesser  $d$  berechnen<sup>41</sup>:

$$\frac{l_c}{d} = \frac{\sigma_{\max}}{2\tau_{\max}} \quad (11)$$

Die kritische Länge  $l_c$  ist die Mindestlänge einer Faser, bei der die in eine Matrix eingebettete Faser bei Anlegen einer Zugspannung noch zerbricht. Bei kürzeren Fasern kann sich durch die maximal übertragbare Schubspannung  $\tau_{\max}$  in der Grenzfläche nur eine Zugspannung in der Faser aufbauen, die geringer als die Faserfestigkeit  $\sigma_{\max}$  ist (Abbildung 2), weil bei Spannungen darüber eines der Faserenden aus der Matrix herausgezogen wird.

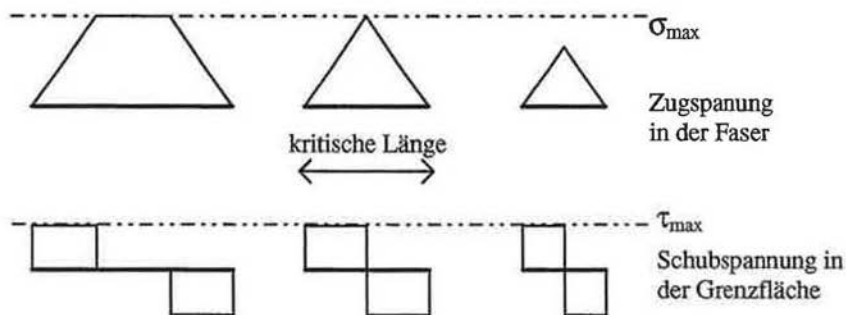


Abbildung 2: Lastaufbau durch konstante Schubspannung an der Grenzfläche. Die kritische Länge ist die Länge, bei der die Bruchspannung der Faser gerade erreicht wird (mittleres Bild).

(2) Der Lastaufbau erfolgt durch Schubspannungen in der Matrix<sup>42</sup>, wenn sich die Matrix elastisch verhält, die Grenzflächenfestigkeit sehr hoch und der E-Modul der Matrix im Verhältnis zu dem der Faser sehr niedrig ist.

## 2 Literaturübersicht

Die von Cox<sup>42</sup> durchgeführte Untersuchung zur Berechnung des Lastaufbaus entlang einer gebrochenen Faser ist unter der Bezeichnung shear-lag analysis (Scherverzögerungsanalyse) bekannt. Cox berechnet analytisch den Lastaufbau entlang einer gebrochenen Faser unter folgenden Vereinfachungen:

- Faser und Matrix verhalten sich linear elastisch.
- Die Matrix überträgt nur Schubspannungen und die Fasern nehmen nur Normalspannungen auf.
- Die Faser löst sich nicht von der Matrix ab.
- Die Normalspannung am Faserende ist null.
- Die Poissonkonstanten von Matrix und Faser sind gleich.
- Die Faser ist zylindrisch von der Matrix umgeben.

Diese Voraussetzungen sind dann gut erfüllt, wenn der E-Modul der Matrix gegenüber dem der Fasern gering ist. Dies trifft für Kunststoffmatrizes in der Regel zu. Der Normal- und Schubspannungsverlauf sind für diesen Fall in Abbildung 3 dargestellt.

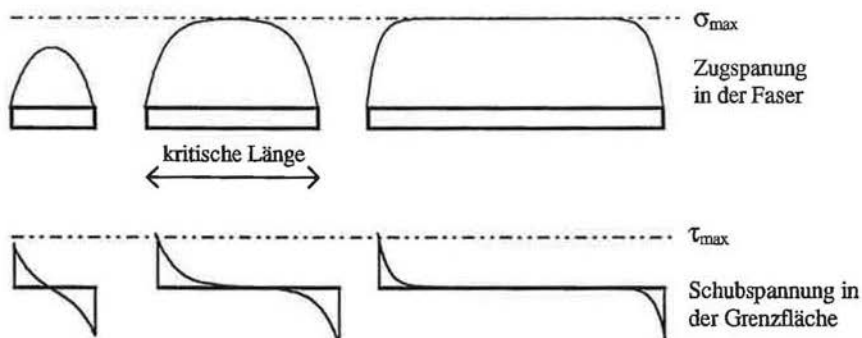


Abbildung 3: Lastaufbau in der Faser bei perfekter Grenzflächenhaftung.

Wenn  $E_f$  wesentlich größer als  $E_m$  ist, gilt nach Asloun et al.<sup>43</sup> vereinfachend:

$$\frac{l_c}{d} = \eta \sqrt{\frac{E_f}{E_m}} \quad (12)$$

Asloun<sup>43</sup> zeigt für verschiedene Verbundwerkstoffe mit duroplastischer und thermoplastischer Matrix, daß die kritische Länge immer über der nach Cox<sup>42</sup> berechneten Länge liegt. Er führt diese experimentelle Beobachtung auf die der Ableitung von Cox zugrunde gelegte, im Werkstoff jedoch nicht vorhandene vollständige Faser/Matrix Haftung zurück. Die kritische Länge ist etwa doppelt

so groß wie die nach Cox berechnete und läßt sich mit Gl. (12) und  $\eta = 5$  für viele Werkstoffe gut beschreiben.

Clyne<sup>44</sup> korrigiert das Modell von Cox<sup>42</sup> für Matrices mit einem E-Modul, der gegenüber dem der Faser nicht zu vernachlässigen ist. Clyne nimmt im Gegensatz zu Cox an, daß die Zugspannung am Faserende nicht null ist, sondern das arithmetische Mittel aus Zugspannung in der Faser und Zugspannung in der Matrix. Die mit der geänderten Randbedingung berechnete kritische Länge ist kleiner als die nach dem Modell von Cox<sup>42</sup>.

Auch eine Kombination des Lastaufbaus durch Reibung und durch perfekte Anbindung ist im Realfall möglich<sup>45,46</sup>. Weit entfernt von der Bruchstelle ist die Faser perfekt an die Matrix gebunden und die Spannung baut sich entsprechend Cox<sup>42</sup> auf. In der Nähe der Bruchstelle löst sich die Matrix ab. Durch eine konstante Reibspannung kann eine mit zunehmendem Abstand linear ansteigende Normalspannung aufgebaut werden, bis die Nennspannung nach der kritischen Länge wieder erreicht ist.

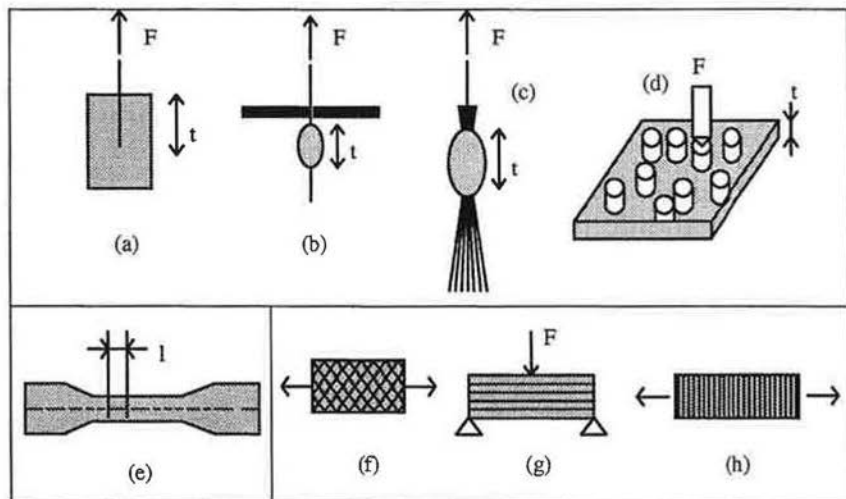


Abbildung 4: Bestimmung der Grenzflächenschubfestigkeit. Faserversuche: (a) Ausziehtest; (b) Mikrotropfenversuch; (c) Ausziehversuch mit sieben Fasern; (d) Ausdrückversuch (e) Einzelfaserbruchversuch. Laminatversuche: (f)  $[+45]_3$ s Test; (g) Kurzbiegeversuch; (h) Querzugversuch.

In der Literatur sind zahlreiche Verfahren bekannt, um die Grenzflächenschubfestigkeit zu bestimmen<sup>47</sup>. Die meisten Methoden können bei Metall-, Keramik- und Kunststoffmatrices angewendet werden (Abbildung 4). Ausführliche Übersichten über angewandte Prüfverfahren finden sich bei Chou<sup>47</sup> und bei Herrera-Franco und Drzal<sup>48</sup>.



Es können zwei Hauptgruppen von Prüfverfahren, nämlich Faserversuche und Laminatversuche, unterschieden werden.

**Faserversuche:** Die Grenzflächenschubfestigkeit wird direkt gemessen, indem eine Faser aus der Matrix herausgezogen oder herausgedrückt und die dafür erforderliche Kraft gemessen wird<sup>49,50</sup>. Bei dem von Broutmann<sup>49</sup> beschriebenen Ausziehtest (Abbildung 4a) wird eine Faser aus der Matrix herausgezogen. Die Ausziehkraft der Faser ist bei konstanter Ausziehlänge proportional zur Grenzflächenschubfestigkeit. Eine genaue analytische Beschreibung wird in Hsueh<sup>45,46</sup> gegeben. Die Methode ist für das Prüfen von Fasern mit großem Durchmesser geeignet. Dünne Fasern lassen sich mit diesem Verfahren aus Handhabungsgründen nur schwer prüfen. Deshalb wurden hierfür Ausziehtests aus Scheiben, Tropfen<sup>51</sup> oder Mikroverbundwerkstoffen<sup>52</sup> entwickelt (Abbildung 4b und 4c). Das Herausziehen der Mittelfaser aus einem Siebenfaserbündel mit hexagonaler Faseranordnung erlaubt die Bestimmung des Einflusses des Faseranteiles auf die Grenzflächenschubfestigkeit<sup>52</sup>, wenn durch unterschiedliche Faserabstände verschiedene Faseranteile eingestellt werden.

Mandell et al.<sup>50</sup> haben die Grenzflächenschubfestigkeit *in situ* bestimmt, indem Fasern aus einer dünnen Querschnittsscheibe des Verbundwerkstoffes herausgedrückt werden (Abbildung 4d). Berechnungsgrundlagen werden von Kerans<sup>53</sup>, Hsueh<sup>54-56</sup>, Kim et al.<sup>57</sup>, Watson und Clyne<sup>58</sup>, Warren et al.<sup>59</sup> und Shetty<sup>60</sup> angegeben. Marshall<sup>61</sup> benutzt einen Mikrohartprüfer zum Herausdrücken der Fasern und zur Kraftmessung. Watson und Clyne<sup>62</sup> beschreiben eine modifizierte Versuchsdurchführung. Die Verbundwerkstoffsscheibe wird unter eine zweiaxiale Zugspannung gesetzt, so daß der Effekt von Eigenspannungen auf die Grenzflächenschubfestigkeit bestimmt werden kann.

Der Einzelfaserbruchversuch (Abbildung 4e) ist ein indirektes Verfahren zur Messung der Grenzflächenschubfestigkeit<sup>63-65</sup>. Eine Faser wird in Matrix eingebettet und die Probe in Faserrichtung solange belastet, bis die Faser in kurze Stücke zerbrochen ist. Die Schubspannungen entlang der Faser können dann nicht mehr genügend hohe Zugspannungen in der Faser aufbauen, um weitere Faserbrüche zu bewirken<sup>41</sup>. Bei konstanter Faserfestigkeit liegen die Bruchlängen zwischen  $l_c/2$  und  $l_c$ . Das Kräftegleichgewicht liefert unter der Annahme einer konstanten Schubspannung an der Grenzfläche und mit bekannten Werten der Faserfestigkeit  $\sigma_{f,max}$  und des Faserdurchmesser  $d$  und gemessener mittlerer Länge der Bruchstücke  $l_m$  nach Netravali und Schwartz<sup>64</sup>

$$\tau = 0.75 \sigma_{f,max} \frac{d}{2l_m} \quad (13)$$

Aus den Faserausziehlängen einer Bruchfläche kann mit Kenntnis der Faserfestigkeitsverteilung die Grenzflächenschubfestigkeit berechnet werden. Dabei werden in der Literatur<sup>38,66-70</sup> Verfahren diskutiert, die eine konstante Grenzflä-

chenschubspannung voraussetzen. Die Verfahren von Wells und Beaumont<sup>66</sup>, Favre et al.<sup>67</sup> und Thouless et al.<sup>38</sup> sind für Verbundwerkstoffe mit spröder Matrix geeignet, weil die Ausziehlängen der Faser aus der Matrix gemessen werden, wozu eine scharfe Bezugsebene (Bruchfläche der Matrix) notwendig ist.

**Laminatversuche:** Die interlaminare Schubfestigkeit kann aus Versuchen an Laminaten ermittelt werden, die quer zu den Fasern oder auf Schub beansprucht werden. Die interlaminare Schubfestigkeit ist zur Kraft proportional, bei der Probenversagen auftritt, weil die Schubspannung in der Grenzfläche der angelegten Kraft proportional ist. Die ermittelten Festigkeitswerte sind bei bestimmten Kunststoffmatrizes mit der in Faserversuchen gemessenen Grenzflächenschubfestigkeit vergleichbar<sup>48</sup>.

Bei dem ( $\pm 45^\circ$ )<sub>3s</sub> Zugversuch (ASTM D3518) wird ein symmetrisches Laminat mit wechselnden Faserlagen in  $+45^\circ$  und  $-45^\circ$  Richtung bis zum Bruch belastet (Abbildung 4f). Im Schubversuch nach Iosipescu<sup>71</sup> wird ein Biegemoment auf eine gekerbte Probe (gerichtete Faseranordnung) aufgebracht und Schubversagen herbeigeführt. Im Kurzbiegeversuch wird eine Probe mit gerichteten Fasern nach ASTM D2344 geprüft (Abbildung 4g). Ein geringes Verhältnis von Länge zu Höhe bewirkt, daß die Probe durch Schubspannungen versagt<sup>19</sup>. Abbildung 4h zeigt einen Zugversuch quer zur Faserrichtung. Die Bruchkraft ist ein Maß für die Haftung zwischen Faser und Matrix<sup>47</sup>. Versagt anstatt der Grenzfläche die Matrix oder die Faser, liefert dieses Verfahren nur einen unteren Grenzwert für die Grenzflächenschubfestigkeit.

### **2.2 Vorhersage der Bruchfestigkeit für unidirektionale Langfaser-verbundwerkstoffe**

Nach Nuismer<sup>72</sup> können Verbundwerkstoffe auf drei verschiedenen Größenskalen betrachtet werden:

- Mikroskala: Fasern und Matrix werden als separate Phasen behandelt.
- Mesoskala: Einzelne Lamine werden als separate homogene Bestandteile behandelt.
- Makroskala: Das gesamte Bauteil wird als homogener, anisotroper Körper betrachtet.

Die elastischen Eigenschaften der drei Größenskalen können bei Kenntnis der elastischen Materialkonstanten aus den jeweils anderen berechnet werden<sup>73-76</sup>. Daraus können die Spannungs- und Dehnungsverteilungen im Bauteil ermittelt werden. Im Gegensatz zur Steifigkeit, die aus gemittelten Eigenschaften gut beschrieben werden kann, ist der Bruch ein statistisches Phänomen, da er durch zufällige Mikrofehler ausgelöst wird. Für die Ausbreitung der Schwachstellen in Langfaserverbundwerkstoffen, die bei wachsender Belastung zum Bruch des Bauteils führen, gibt es z. Zt. noch kein allgemein akzeptiertes Bruchkriterium. Es gibt jedoch einige interessante Ansätze zur Vorhersage der Festigkeit bzw. Festigkeitsverteilung von unidirektionalen Langfaserverbundwerkstoffen. Je nach

Faser/Matrix-Kombination werden unterschiedliche Modelle verwendet. Ein großer Unterschied besteht zwischen Werkstoffen, bei denen die Matrix zuerst bricht, und Werkstoffen, bei denen die Fasern zuerst brechen.

Bei Verbundwerkstoffen mit Keramikmatrix bricht in der Regel die Matrix vor den Fasern. In der Literatur sind für diesen Fall zahlreiche Lösungen zur Berechnung der Bruchfestigkeit angegeben<sup>40,77-81</sup>. Für das in dieser Arbeit vorwiegend interessierende keramikfaserverstärkte Aluminium wie auch bei vielen Verbundwerkstoffen mit Kunststoff- oder Metallmatrix brechen die Fasern vor der Matrix. Das Versagen der Fasern verläuft dann je nach Grenzflächeneigenschaften und Faser/Matrix-Kombination analog zum Bündelversagen oder aber als unten im Detail diskutiertes statistisches Phänomen. Der Beitrag der Matrix ist gering, wenn sie im Verhältnis zu den Fasern einen geringen E-Modul, Volumenanteil oder eine geringe Festigkeit hat. Masson et al.<sup>82</sup> zeigen, daß dann die Festigkeitsbeiträge von Fasern und Matrix entsprechend einer linearen Mischungsregel addiert werden können.

### 2.2.1 Bündelversagen (Globale Lastverteilung)

Dem Bündelversagen liegt die Annahme zugrunde, daß die Last einer gebrochenen Faser auf alle anderen Fasern der Probe verteilt wird<sup>34</sup>. Dies entspricht einem losen Faserbündel ohne Matrix. Bei starker Streuung der Faserfestigkeit können viele Fasern brechen, bevor das gesamte Bündel versagt. Die Festigkeit der Probe ist dann das Maximum der ertragbaren Last der überlebenden Fasern<sup>34</sup>.

Coleman<sup>83</sup> gibt für die Festigkeitsberechnung einfache Formeln an. Für die Berechnung wird angenommen, daß die Anzahl der Fasern sehr groß ist, die Festigkeitsverteilung der Fasern einer Weibullverteilung folgt und die Bündelfestigkeit asymptotisch normalverteilt ist. Aus der charakteristischen Faserfestigkeit  $\sigma_0$  und dem Weibullmodul  $\rho$  kann der Mittelwert  $\bar{\sigma}$  und die Varianz  $s^2$  der Bündelfestigkeit errechnet werden<sup>83</sup>.

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \rho^{-\frac{1}{\rho}} e^{-\frac{1}{\rho}} \quad (14)$$

$$s^2 = \sigma_0^2 \rho^{-\frac{2}{\rho}} e^{-\frac{2}{\rho}} \left(1 - e^{-\frac{1}{\rho}}\right) \quad (15)$$

Rosen<sup>84</sup> berücksichtigt, daß sich bei einer gebrochenen Faser nach einer gewissen Länge (halbe kritische Länge) die Last wieder aufbaut. Die Lastübertragung erfolgt durch Schubspannungen in der Matrix von intakten Nachbarfasern zur gebrochenen Faser. Diese Annahme führt zum sogenannten „Chain-of-bundles-model“, also Kettenbündelmodell, in dem die Probe in statistisch unabhängige hintereinandergesetzte Segmente aufgeteilt wird. Jedes dieser Segmente ist ein loses Bündel sich gegenseitig nicht beeinflussender Fasern. Die wesentliche Annahme des Modells von Rosen<sup>84</sup> liegt darin, daß die Last von gebrochenen Fasern auf alle überlebenden Fasern verteilt wird. Damit wird der Effekt, daß in

Langfaserverbundwerkstoffen in der Regel einer gebrochenen Faser benachbarte Fasern mehr belastet sind als weiter entfernt liegende Fasern<sup>85,86</sup>, nicht berücksichtigt. Die Festigkeit des Werkstoffs wird mit dieser Annahme immer überschätzt, es wird also eine obere Grenze für die Festigkeit von Langfaserverbundwerkstoffen berechnet<sup>82</sup>. Masson<sup>17</sup> benutzt dieses Modell zur Abschätzung der Festigkeit von kohlefaserverstärktem Aluminium.

### 2.2.2 Statistisches Versagen (Lokale Lastverteilung)

Statistische Versagensmodelle gehen davon aus, daß der Bruch eines Verbundwerkstoffes durch die statistische Akkumulation von Faserbrüchen (im folgenden als statistisches Versagen bezeichnet) bestimmt wird. Für die bruchauslösenden Vorgänge werden folgende Annahmen gemacht:

- Einzelne Brüche entstehen mit zunehmender Last zufällig verteilt im Verbundwerkstoff.
- Benachbarte Fasern werden überlastet. Dabei werden umliegende Fasern mehr belastet als weiter entfernt liegende Fasern (lokale Lastverteilung).
- Die überlasteten Fasern brechen entweder sofort oder bei steigender Last.
- Ab einer bestimmten Anzahl von in einem kleinen Bereich gebrochenen Fasern (Cluster) bricht die Probe.

Zweben<sup>87</sup> nimmt an, daß der erste Faserbruch zum Versagen des Werkstoffs führt. Dies kann auftreten, wenn die Fasern durch die Matrix eine sehr starke Kopplung haben und eine gebrochene Faser eine hohe lokale Überlast in benachbarte Fasern induziert oder wenn alle Fasern über ihre gesamte Länge eine konstante Festigkeit haben. Zugversuche an Proben, bei denen Faserbrüche durch Schallemission gezählt wurden, belegen, daß etliche Faserbrüche auftreten, bevor eine Probe bricht<sup>88</sup>. Somit ist die Annahme von Zweben<sup>87</sup>, daß der erste Faserbruch zum Versagen des Werkstoffs führt, nicht als generelles Bruchkriterium geeignet. Harlow und Phoenix<sup>89</sup>, Smith et al.<sup>90</sup> und Bader<sup>91</sup> nehmen der Bruchmechanik für spröde Stoffe entsprechend an, daß eine kritische Defektgröße (Clustergröße) zum Versagen der Probe führt. Dieser Ansatz macht keine Aussage über eine Verteilung der kritischen Clustergrößen, sondern fordert, daß bei einer genau definierten Größe ein Cluster gebrochener Fasern zum Versagen führt.

Zur Beschreibung der Faseranordnung im Langfaserverbundwerkstoff verwenden eine Reihe von Autoren (Boyce et al.<sup>92</sup>, Smith<sup>93</sup>, Fukuda und Kawata<sup>14</sup>, Fukuda<sup>94</sup>, Phoenix und Smith<sup>95</sup> und Ochiai et al.<sup>96</sup>) eine aus einer einzigen Faserlage bestehende zweidimensionale Faseranordnung. Phoenix und Smith<sup>95</sup>, Fabrizio et al.<sup>97</sup> und Smith<sup>93</sup> verwenden Ringmodelle, um die Kanteneffekte des zweidimensionalen Modells auszuschließen. Bei einer dreidimensionalen Faseranordnung<sup>90,91,98</sup> werden die quadratische Anordnung, bei der jede Faser vier Nachbarn hat, und die hexagonale Anordnungen mit sechs Nachbarfasern betrachtet.

Andere Autoren<sup>99-101</sup> benutzen ein Bündel mit sieben Fasern als kleinste geometrische Einheit bei hexagonaler Faseranordnung.

Bis auf Fukuda und Kawata<sup>14</sup>, die eine Normalverteilung verwenden, nehmen alle genannten Autoren an, daß die Faserfestigkeit der Weibullverteilung folgt. Der Werkstoff wird dem Kettenbündelmodell<sup>84</sup> entsprechend in statistisch voneinander unabhängige Segmente mit der ineffektiven kritischen Länge aufgeteilt.

### Lastverteilung

Die Lastverteilung erfolgt über verschiedene Lastverteilungsregeln, die auf der von Hedgepeth<sup>85,102</sup> für zweidimensionale und dreidimensionale Faseranordnung eingeführten Scherverzögerungsanalyse beruhen. Dabei wird unter der Annahme linear elastischen Werkstoffverhaltens die Überlast berechnet, die auf eine einer gebrochenen Faser benachbarte Faser wirkt. Die Fasern nehmen nur Normalspannungen, die Matrix nimmt nur Schubspannungen auf. Die Bindung zwischen Faser und Matrix ist gut genug, um eine Ablösung zu verhindern. Die dynamische Spannungsüberhöhung durch die beim Bruch freiwerdende Energie wird vernachlässigt. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für die zweidimensionale Faseranordnung, daß bei Zugbeanspruchung und einer gebrochenen Faser die beiden Nachbarfasern jeweils 1/3 der Last tragen, und alle weiter entfernt liegenden Fasern zusammen 1/3 der Last übernehmen. Wie im Anhang 10.2 näher ausgeführt wird, lassen sich die Überlastfaktoren (stress enhancement factor)  $K_k$  für die benachbarten Fasern von Clustern mit  $k$  gebrochenen Fasern wie folgt berechnen:

$$K_k = \prod_{j=1}^k \frac{2j+2}{2j+1} \quad (16)$$

Wird auch die Dynamik des Bruchvorgangs betrachtet, so sind die intakten Fasern kurzfristig durch die freiwerdende Energie der brechenden Faser überlastet. Hedgepeth<sup>102</sup> berechnet für die den gebrochenen Clustern direkt benachbarten Fasern, daß für eine gebrochene Faser der maximale dynamische Überlastfaktor 15 % höher ist als der statische Überlastfaktor. Für unendlich viele gleichzeitig brechende Fasern ist der maximale dynamische Überlastfaktor 27 % höher.

Ochiai und Schulte<sup>103</sup> beziehen in ihre Analyse ein, daß die Matrix neben Schubspannungen auch Normalspannungen aufnimmt, und berechnen für die zweidimensionale Faseranordnung die Überlastfaktoren für Fasern und Matrix. Die Überlastfaktoren werden in Abhängigkeit vom Verhältnis der Steifigkeitsbeiträge der Matrix und der Fasern angegeben:

$$\mu = \frac{E_m(1-f)}{E_f f} \quad (17)$$

( $E_m$ : E-Modul der Matrix,  $E_f$ : E-Modul der Fasern,  $f$ : Faseranteil)

Abbildung 5 zeigt die Überlastfaktoren für Nachbarfasern einer gebrochenen Faser für den Fall, daß nur die Faser gebrochen und die Matrix intakt ist, und für den Fall, daß auch die Matrix gebrochen ist. Bei einem geringen Verhältnis  $\mu$  liefern die Lösungen von Ochiai und Schulte<sup>103</sup> und Hedgepeth<sup>102</sup> identische Ergebnisse.

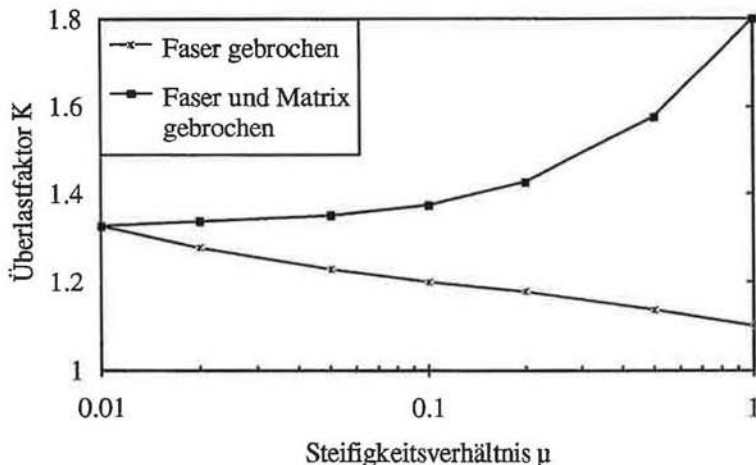


Abbildung 5: Überlastfaktoren der Nachbarfasern in Abhängigkeit vom Steifigkeitsverhältnis  $\mu$  nach Ochiai und Schulte<sup>103</sup>.

Für eine dreidimensionale Faseranordnung zeigen Hedgepeth und van Dyke<sup>85</sup> durch Erweiterung der zweidimensionalen Scherverzögerungsanalyse, daß die Nachbarfasern stark überlastet sind und etwa 60 % der Last der gebrochenen Fasern übernehmen. Die analytische Lösung von Hedgepeth und van Dyke<sup>85</sup> wird von mehreren Autoren<sup>4,92,93,95,96,98</sup> vereinfacht, um unsymmetrische Bruchkonstellationen beschreiben zu können und die Lösung in Festigkeitsmodelle einzubauen. In der Literatur werden prinzipiell zwei Arten von Lastverteilungsregeln diskutiert:

(1) Geometrische Lastverteilungsregel: Da ein großer Teil der Last einer gebrochenen Faser auf die Nachbarfasern übertragen wird, wird vereinfachend angenommen, daß die gesamte Last einer gebrochenen Faser nur von Nachbarfasern getragen wird<sup>93</sup>. Wenige höher überlastete Fasern brechen (bei gleicher Summe der Überlasten) bei niedrigeren Spannungen als viele wenig überlastete Fasern, so daß durch diese Vereinfachung niedrigere Festigkeiten berechnet werden. Bei mehreren gebrochenen Fasern wird das Prinzip der linearen Superposition der Spannungsfelder angewandt, das in Abbildung 6 dargestellt ist.

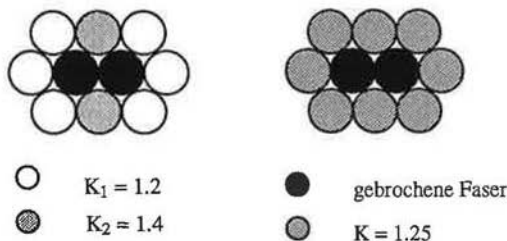


Abbildung 6: Geometrische Lastverteilung links und einfache Lastverteilungsregel rechts für zwei gebrochene Fasern.

(2) Einfache Lastverteilungsregel: Entsprechend Abbildung 6 wird allen Nachbarn eines Clusters gebrochener Fasern die gleiche Überlast zugewiesen<sup>91</sup>. Dadurch können auch für größere Cluster mit vielen verschiedenen möglichen Anordnungen der gebrochenen Fasern sehr leicht die Überlastfaktoren angegeben werden.

### Lösungsverfahren

Es werden drei Vorgehensweisen zur Lösung der statistischen Modelle beschrieben. Eine Gruppe von Autoren<sup>4,90,93,95</sup> sucht auf analytischem Wege exakte Lösungen. Phoenix und Smith<sup>95</sup> geben eine analytische Lösung für eine zweidimensionale Faseranordnung und eine geometrische Lastverteilungsregel an. Es wird angenommen, daß die Bruchspannung gegenüber der charakteristischen Faserfestigkeit bei der kritischen Länge klein ist, d.h. Faserbrüche dürfen nur weit voneinander entfernt auftreten und Cluster gebrochener Fasern sich gegenseitig nicht beeinflussen. Das Werkstoffversagen kommt durch eine Vergrößerung der Cluster zustande. Bei einer gewissen Größe breitet sich das Cluster katastrophal aus. Eine Auftragung der Versagenswahrscheinlichkeit des Verbundwerkstoffs über der Last im Weibulldiagramm ergibt eine stückweise lineare Funktion, die bei geringen Spannungen steiler wird. Die Steigung der einzelnen Geraden ist jeweils ein ganzzahliges Vielfaches des Weibullmoduls der Einzelfasern.

Smith et al.<sup>90</sup> stellen eine entsprechende Lösung für die dreidimensionalen Faseranordnung vor. Die Rechnung wird nur bis zu einer kritischen Clustergröße von sieben durchgeführt. Es werden alle möglichen Rißfortschrittmöglichkeiten aufsummiert. Durch die maximale Clustergröße von sieben ist eine Extrapolation bis zu  $10^6$  Faserelementen (Anzahl der Elemente = Anzahl der Fasern  $\times$  Länge des Verbundwerkstoffs / kritische Länge) und bis hin zu Bruchwahrscheinlichkeiten von  $P = 10^{-3}$  möglich<sup>93</sup>.

Eine andere Gruppe von Autoren<sup>12,92,93,96,98,104</sup> führt Monte Carlo für eine zweidimensionale Faseranordnung durch und benutzt eine geometrische Lastverteilungsregel. Die einzige Monte Carlo Simulation für dreidimensionale Faseranordnung findet sich bei Manders et al.<sup>98</sup>. Die Größe der Felder reicht bis zu  $10 \times 10$

Fasern. Es werden 100 Simulationen für ein Segment durchgeführt. Die Anordnung der Fasern ist wahlweise hexagonal oder quadratisch. Die Lastverteilung lehnt sich an die geometrische Regel an, ist aber aus programmiertechnischen Gründen so abgeändert, daß jede gebrochene Faser ihre Last sofort an intakte Nachbarfasern verteilt.

Eine dritte Gruppe von Autoren<sup>91,105</sup> gibt analytische Näherungslösungen für große dreidimensionale Felder an. Bader<sup>91</sup> verwendet zur Beschreibung der Faserfestigkeit eine Weibullverteilung und ein einfaches Lastverteilungsmodell. Zur Bestimmung der Festigkeit des Werkstoffs wird die Anzahl der Cluster einer jeden Größe gezählt (Singlets, Duplets, Triplets, usw.). Es wird davon ausgegangen, daß sich Cluster kleinerer Größe durch Überlastung der Nachbarfasern bei ansteigender Last in größere Cluster umwandeln. Ein Triplet entsteht aus einem Duplet entweder dadurch, daß die überlasteten Fasern bei gleichbleibender Last alleine durch die Überlastung brechen, oder aber dadurch, daß die Last ansteigt und dadurch die überlasteten Fasern irgendwann brechen. Die Anzahl der nächstgrößeren Cluster  $N_{k+1}$  berechnet sich aus der Anzahl der Cluster der nächstkleineren Größe  $N_k$  multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, daß durch die Überlastung eine der überlasteten Fasern bricht:

$$N_{k+1} = N_k \left(1 - e^{-\left(\frac{K_i \sigma}{\sigma_0}\right)}\right) Q_k \quad (18)$$

( $K_i$ : Von den  $Q$  überlasteten Fasern jeweils getragene Überlast,  $Q_k$ : Anzahl der überlasteten Fasern)

Die Bruchlast ist dann erreicht, wenn die Anzahl der Cluster der Größe  $k+1$  größer wird als die Anzahl der Cluster der Größe  $k$ . Das bedeutet, daß sich jedes Cluster dieser kritischen Größe  $k$  in ein Cluster der Größe  $k+1$  umwandelt. Ebenso wird sich dann jedes Cluster der Größe  $k+1$  in eines der Größe  $k+2$  umwandeln, weil mit zunehmender Clustergröße die Überlast für die Nachbarfasern ansteigt. Die Folge ist, daß sich jedes Cluster der kritischen Größe  $k^*$  weiter ausbreiten würde bzw. das eine Cluster der kritischen Größe zum katastrophalen Versagen des Werkstoffs führt.

Batdorf und Ghaffarian<sup>105</sup> beziehen den Einfluß der Faserabstandsverteilung empirisch ein, geben aber keine vollständige Lösung an. Die Lastverteilungsregel ist sehr einfach und wird an Versuchsergebnisse angepaßt.

### 2.2.3 Sprödes Versagen

Ein spröder Werkstoff versagt, wenn beim Rißfortschritt mehr elastische Verformungsenergie pro Rißverlängerung freigesetzt wird, als die entstehenden Rißufer aufnehmen können<sup>7</sup>. Kleine Fehler im Langfaserverbundwerkstoff führen ab einer Spannung zum Fortschreiten des Risses, die eine bestimmte Spannungsintensität an der Rißspitze induziert. Hat ein Langfaserverbundwerkstoff eine geringe



Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$ , so können kleine Fehlstellen im Werkstoff zum Versagen bei einer Festigkeit führen, die weit unter der des statistischen Versagens oder des Bündelversagens liegt. Die Zugfestigkeit  $\sigma_{\infty}$  einer unendlich ausgedehnten, mit einem Querriß der Länge  $a_c$  behafteten Platte beträgt nach Griffith<sup>7</sup>:

$$\sigma_{\infty} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a_c}} \quad (19)$$

Sprödbbruch tritt in der Regel bei Langfaserverbundwerkstoffen mit einer Keramikmatrix, die eine geringere Bruchdehnung als die Fasern hat, auf<sup>106</sup>. Auch bei Langfaserverbundwerkstoffen mit Metallmatrix wird sprödes Versagen als festigkeitsbegrenzender Mechanismus angegeben<sup>107</sup>. Durch Erhöhung der Bruchzähigkeit oder Verringerung der maximalen Defektgröße kann die Festigkeit und Schadenstoleranz<sup>108</sup> erhöht werden. Giannakopoulos und Breder<sup>109</sup> nennen verschiedene Beiträge der Fasern zur Erhöhung der Bruchzähigkeit eines Langfaserverbundwerkstoffs gegenüber der faserlosen Keramik:

- Rißablenkung an Fasern; daraus resultierend Energieverzehr durch Ablösung der Fasern von der Matrix
- Rißüberbrückung durch Fasern
- Mikrorisse in der Matrix
- Vorspannung der Matrix durch unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten von Faser und Matrix

Evans<sup>108</sup> gibt zwei weitere Mechanismen zur Erhöhung der Bruchzähigkeit an:

- Reibungsarbeit beim Herausziehen der gebrochenen Fasern aus der Matrix. Die Auszieharbeit wird durch die Reibung an der Grenzfläche (d.h. der Grenzflächenschubfestigkeit) bestimmt<sup>40,110,111</sup>.
- Versagen der Fasern: Die gespeicherte elastische Energie wird z.T. in Form von Schallenergie freigesetzt.

Alle Beiträge zur Erhöhung der Bruchzähigkeit erhöhen die zum Fortschreiten des Risses notwendige Energie. Entweder steigt dabei die dissipierte Energie pro Volumen oder das dissipierende Volumen.

Bei einem fortschreitenden Riß erhöht sich der Rißwiderstand, wenn Fasern hinter der Rißfront intakt bleiben. Fasern üben dann wie gespannte Federn zur Rißschließung führende Kräfte aus oder dissipieren beim Herausziehen aus der Matrix Energie. Dieses Verhalten wird als R-Kurven Verhalten bezeichnet<sup>80</sup>.

Der Rißwiderstand steigt nur dann mit der Rißlänge an, wenn beim fortschreitenden Riß Fasern intakt bleiben und den Riß überbrücken können. Dafür ist es notwendig, daß der Matrixriß beim Auftreffen auf die Faser/Matrix Grenzfläche nicht glatt durch die Faser durchläuft, sondern sich von der Faser ablöst und entlang der Faser weiterläuft (Abbildung 7).

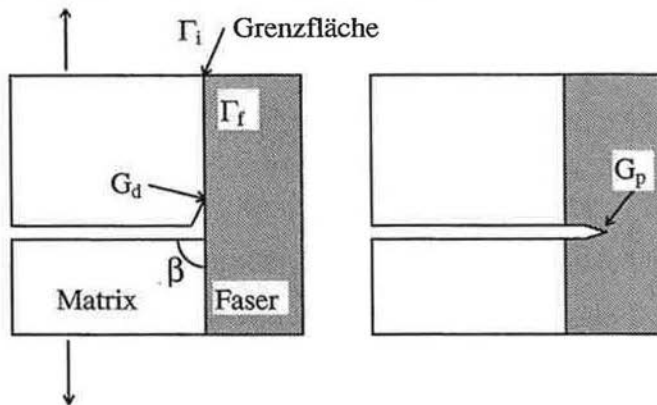


Abbildung 7: Links Ablösen eines Risses von der Faser und rechts Eindringen eines Risses in die Faser.

He und Hutchinson<sup>40</sup> und Evans et al.<sup>112</sup> zeigen, daß dieses Ablösen nur von den E-Moduli der Faser und der Matrix, der Bruchenergie der Fasern  $\Gamma_f$  und der Grenzfläche  $\Gamma_i$  und der Energiefreisetzungsrate für Ablösung von Faser und Matrix  $G_d$  und Eindringen in die Faser  $G_p$  bestimmt wird. Die Bedingung für Ablösung des Risses ist für gleichen E-Modul von Faser und Matrix und einem Winkel  $\beta = 90^\circ$  durch folgende Ungleichung gegeben:

$$\frac{\Gamma_i}{\Gamma_f} < \frac{G_d}{G_p} \approx 0.25 \quad (20)$$

Werte für unterschiedliche E-Moduli von Faser und Matrix und für Auftreffwinkel  $\beta \neq 90^\circ$  sind in<sup>112</sup> angegeben.

### 2.2.4 Andere Versagensannahmen

Wenn die Festigkeiten von Faser und Matrix lokal nicht streuen, kann die Festigkeit von Verbundwerkstoffen durch eine lineare Mischungsregel<sup>41</sup> beschrieben werden. Diese Regel beruht auf der Annahme gleicher Dehnungen von Faser und Matrix:

$$\sigma_{\text{FVW,max}} = f \sigma_{f,\text{max}} + (1 - f) \sigma_{m,\text{max}} \quad (21)$$

(FVW: Langfaserverbundwerkstoff,

Indizes: max: Bruchfestigkeit, f: Faser, m: Matrix)

Als Faserfestigkeit  $\sigma_{f,\text{max}}$  wird der in einem Zugversuch mit einem imprägnierten Faserbündel ermittelte Wert eingesetzt. Diese (in situ) Faserfestigkeit wird gewöhnlich durch Umkehrung der Mischungsregel abgeschätzt. Es ist klar, daß

dann der errechnete Festigkeitswert mit dem im Versuch ermittelten übereinstimmen muß. Die Festigkeit bei einem anderen Matrixmaterial mit unterschiedlicher Grenzflächenfestigkeit oder einem anderen Faseranteil läßt sich damit nicht erfassen. Die lineare Mischungsregel ergibt außerdem nur dann sinnvolle Festigkeitswerte, wenn die Größenordnung der Probe und des Bauteils ähnlich sind, weil sonst die unten im Detail diskutierte Größenabhängigkeit ins Spiel kommt. Somit läßt sich dieses Berechnungsverfahren nur für einfache, sicherheitsunkritische überschlägige Berechnungen oder für Abschätzungen des Potentials von Verbundwerkstoffen<sup>113</sup> verwenden.

Everett<sup>114</sup> zeigt, daß eine unregelmäßige Faserverteilung dazu führt, daß sich Gruppen von Fasern berühren und daß ein Bruch in einer solchen Gruppe zur starken Überlastung der berührenden Fasern und damit zum Versagen der ganzen Gruppe führt. Die mit dieser Annahme berechneten Festigkeitswerte liegen je nach Weibullmodul der Fasern und angenommener Gruppengröße bis zu 50 % unter den Festigkeitswerten bei globaler Lastverteilung.

Neumeister<sup>115</sup> beobachtet bei Langfaserverbundwerkstoffen mit Keramikmatrix ein Versagen durch Bündelauszug (bundle pullout): In einem beliebigen Bereich des Werkstoffs (Größe 50 bis 100 Fasern) brechen bei steigender Last Fasern statistisch unabhängig voneinander. Sind genügend Fasern gebrochen, so löst sich dieser Bereich axial von dem umgebenden Material ab, was zum Versagen des Werkstoffs führt.

### **2.3 Kritische Bewertung des Wissenstands und offene Fragen**

Zusammenfassend ergibt sich aus dieser Literaturübersicht folgender Stand zu Prüfverfahren und zum quantitativen Verständnis des Bruchverhaltens von Langfaserverbundwerkstoffen:

Für die Messung der Faserfestigkeitsverteilung sind in der Literatur nur Prüfverfahren beschrieben, mit denen die Faserfestigkeitsverteilung im keramikfaserverstärkten Aluminium nicht ausreichend genau gemessen werden kann. Tests an Einzelfasern (ASTM 3379) und Schleifentests<sup>32,33</sup> erlauben nur eine Prüfung von wenigen Fasern in vertretbarer Zeit. Außerdem kann nicht sichergestellt werden, daß die besonders schwachen Fasern durch die Handhabung unbeschädigt bleiben, so daß die Bruchwahrscheinlichkeit für kleine Faserfestigkeiten signifikant verfälscht werden kann<sup>29</sup>.

Tests an freien und matrixgebundenen Bündeln (ASTM D4018) machen keine Aussage über die Faserfestigkeitsverteilung, sondern geben nur einen mittleren Festigkeitswert an. Das Prüfen von Mikroverbundwerkstoffen<sup>30,35-37</sup> im Einzelfaserbruchversuch ist nicht durchführbar, weil die Herstellung bei einer Metallmatrix sehr aufwendig ist und die optische Vermessung der Faserbruchstücklängen nicht möglich ist. Die Vermessung von Bruchspiegeln<sup>38,39</sup> ist nicht durchführbar, wenn die Fasern sehr dünn sind und keine vermeßbaren Bruchspiegel zeigen.

Die in der Literatur beschriebenen Grenzflächentests geben z.T. mangelhafte Ergebnisse, weil sie von falschen Annahmen über den Verlauf der Schubspannungen in der Grenzfläche ausgehen. Außerdem sind diese Prüfverfahren sehr zeitaufwendig. Für Ausziehversuche<sup>49-52</sup> müssen Mikroverbundwerkstoffe, bei denen eine einzelne Faser in Matrix eingebettet wird, hergestellt werden. Dabei kann nicht sichergestellt werden, daß die Grenzflächeneigenschaften des Mikroverbundes mit denen des Langfaserverbundwerkstoffs identisch sind. Die Herstellung bei Metallmatrizes kann nicht ohne erheblichen Aufwand erfolgen. Weiterhin berücksichtigen diese Methoden nicht, daß die Nachbarschaft anderer Fasern durch einen geänderten Spannungszustand die Grenzflächenschubfestigkeit beeinflusst. Eine Ausnahme bildet das von Qiu und Schwartz<sup>52</sup> beschriebene Verfahren, bei dem Ausziehversuche an Mikroverbundwerkstoffen durchgeführt werden. Ausdrückversuche<sup>50,61,62</sup> erfordern eine aufwendige Präparation dünner Scheiben (Größenordnung weniger als 100 µm). Zum Ausdrücken der Fasern ( $d = 15 \mu\text{m}$ ) ist ein Indenter von etwa 10 µm Durchmesser erforderlich, der nicht kommerziell erhältlich ist. Bei duktilen Matrizes kann nicht sichergestellt werden, daß sich die Fasern herausdrücken lassen, ohne daß die Matrix in erheblichem Umfang plastisch verformt wird. Der Einzelfaserbruchversuch ist wegen der schwierigen Herstellung der Mikroverbundwerkstoffe nicht durchführbar. In Laminatversuchen wird nur ein mittlerer Wert gemessen, wobei nicht sicherzustellen ist, daß die Grenzfläche und nicht die Fasern oder die Matrix versagt. Zusätzlich sind diese Versuche nicht geeignet, eine Aussage über die lokale Spannungsverteilung zu machen. Die Messung der Faserausziehlängen<sup>38,66,67</sup> ist aufwendig und nur für Langfaserverbundwerkstoffe mit Keramikmatrizes mit geringen Faseranteilen möglich. Alle Verfahren treffen die Annahme einer konstanten Grenzflächenschubfestigkeit in der Nähe einer gebrochenen Faser. Wie später gezeigt wird, kann diese Vereinfachung zu falschen Werten für die Grenzflächenschubfestigkeit führen.

Die Modelle zur Vorhersage der Festigkeit eines Langfaserverbundwerkstoffs machen z.T. starke Vereinfachungen, um eine explizite Lösung angeben zu können. Dennoch gibt es kein Modell, das geeignet ist, die Festigkeitsverteilung von großen Bauteilen (Größenordnung einige Kubikzentimeter) zu berechnen: Analytische Lösungen für dreidimensionale Faseranordnungen<sup>90</sup> können nur die Festigkeit sehr kleiner Proben beschreiben. Manders et al.<sup>98</sup> führen 100 Monte Carlo-Simulationen durchläufe für 10×10 Fasern aus. Diese simulierte Feldgröße ist um Größenordnungen von den Abmessungen von Laborproben entfernt. Bei analytischen Näherungslösungen, wie z.B. von Bader<sup>91</sup> angegeben, wird die aufwendige und zeitintensive Monte Carlo Simulation umgangen. Dabei wird jedoch eine einfache Lastverteilungsregel benutzt, so daß das Ergebnis ungenau werden kann. Die von Bader<sup>91</sup> vorgeschlagene Lösung kann außerdem keine Versagenswahrscheinlichkeiten oder Festigkeitsstreuungen voraussagen.

In der vorliegenden Arbeit werden die genannten Probleme behandelt und so weit wie möglich einer Lösung zugeführt.

## 3 Versuchsdurchführung

### 3.1 Werkstoffe

Es wurden vier verschiedene unidirektionale Langfaserverbundwerkstoffe untersucht:

- (1) Kohlefaserverstärkter Kunststoff, Lieferfirma Schunk, Gießen (CFK) aus Kohlenstoffasern und einer ausgehärteten Phenolharzmatrix.
- (2) Kohlefaserverstärkter Kohlenstoff, Lieferfirma Schunk, Gießen (C/C) aus CFK hergestellt durch Carbonisierung der Phenolharzmatrix zu Kohlenstoff.
- (3) Kohlefaserverstärktes Siliziumkarbid, Lieferfirma Dornier, Friedrichshafen (CMC). Das mit pyrolytisch abgeschiedenem Kohlenstoff und einer Schutzschicht aus Siliziumkarbid beschichtete Faserbündel wird mit einem Si-organischen Polymer infiltriert und pyroliert, wodurch sich die Matrix in SiC umwandelt.
- (4) Keramikfaserverstärktes Aluminium, Lieferfirma AMAG, Ranshofen (MMC). Keramiklangfasern werden über ein Druckinfiltrationsverfahren in Reinaluminium eingelagert<sup>116,117</sup>.

Langfaserverbundwerkstoff	CFK	C/C	CMC	MMC
mittlerer Faseranteil [Vol %]	62	62	48	55
Faser	Kohlenstoff HTA 5131 PAN, AKZO	Kohlenstoff HTA 5131 PAN, AKZO	Kohlenstoff T800H, TORAY 55 nm pyroC + 40 nm SiC	ALTEX, Sumitomo 85 % Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , 15 % SiO <sub>2</sub>
Faserdurchmesser [µm]	7	7	5.1	15
Weibullmodul $\rho$	8	8	3 <sup>118</sup>	3.5
Matrix	Phenolharz auf Resolbasis	carbonisiertes Phenolharz	SiC	Reinaluminium 99.85 %, AA1085
Biegefestigkeit [MPa]	1775	572	≈ 500	1020

Tabelle 1: *Untersuchte Werkstoffe (Herstellerangaben).*

In Tabelle 1 sind die Eigenschaften der Werkstoffe aufgeführt. Der Weibullmodul der Fasern wurde über einen Bündelzugversuch (vgl. Kap. 4.1) bestimmt. Der Faseranteil wird in dieser Arbeit immer als Volumenanteil angegeben. Der Festigkeitswert wird für CMC als 0°/90° Laminat mit 250 MPa angegeben<sup>118</sup>. Bei Vernachlässigung der Quer- gegenüber der Längsfestigkeit kann daraus für den

Werkstoff mit unidirektionaler Faseranordnung eine Festigkeit von 500 MPa abgeschätzt werden.

#### 3.2 Mechanische Prüfung

Die Faserfestigkeitsverteilung wurde in einem Bündelzugversuch ermittelt. Zur Herstellung der Proben wurde ein aus 1000 Keramikfasern bzw. 12000 Kohlenstofffasern Fasern bestehendes Bündel leicht vorgespannt, um eine gleiche Einspannlänge für alle Fasern zu erreichen, und auf einer ebenen Unterlage mit Klebeband befestigt. Danach wurde das Faserbündel in einem Abstand von etwa dem halben Abstand der Klebebänder mit einem Zweikomponentenkleber auf doppelseitiges Schmirgelpapier aufgeklebt und die überstehenden Teile abgetrennt. Um die Bruchgefahr an den Einspannungen zu verringern, wurde der Übergangsbereich vom Bündel zum Schmirgelpapier ebenfalls verklebt. Die Proben wurden mit Öl getränkt, um die Reibung unter den Fasern klein zu halten. Die Belastung der Probe erfolgte mit Hilfe pendelnd aufgehängter Einspannungen weitgehend querkraftfrei.

Die mechanische Prüfung erfolgte auf der servohydraulischen Prüfmaschine der Fa. Schenck in einem weggesteuerten Zugversuch bei einer Dehnungsrate von 0.12 %/min. Um die Verlängerung der Probe aus dem gemessenen Weg der Maschine zu berechnen, wurde die Nachgiebigkeit der Maschine und Einspannung mit einer Probe der Prüflänge null bestimmt. Die Nachgiebigkeit betrug 1  $\mu\text{m}/\text{N}$  und wurde vom gemessenen Weg der Kraft proportional subtrahiert, um die Verlängerung der Probe zu erhalten. Die Prüflängen betragen 50, 100 und 250 mm. Kürzere Prüflängen führten zu einem schlagartigen Versagen des Bündels und wurden deshalb nicht ausgewertet. Die über einen Rechner aufgenommenen Verlängerungs- und Kraftwerte wurden über fünf Sekunden gemittelt, um Schwankungen durch Regelung und Schwingungen auszugleichen.

Bei der Fa. AMAG wurden jeweils 30 Fasern im Einzelzugversuch bei einer Prüflänge von 10 mm geprüft und die Bruchkraft ermittelt<sup>19</sup>. Es wurden Fasern im Originalzustand, Fasern, die mit Salzsäure aus dem Verbundwerkstoff herausgelöst wurden, und bei 530°C in Normalatmosphäre für 25 h wärmebehandelte Fasern untersucht. Zur Messung der Verbundwerkstofffestigkeit wurden die polierten MMC Proben der Größe  $h \times b \times l = 2.5 \times 6 \times 75 \text{ mm}^3$  bei der Fa. AMAG im Dreipunktbiegeversuch auf einer Zwick Universalprüfmaschine geprüft. Der Auflagerabstand betrug  $l = 55 \text{ mm}$ . Es wurden Kraft und Durchbiegung gemessen.

Die CFK und C/C Proben der Größe  $3 \times 10 \times 125 \text{ mm}^3$  wurden bei Auflagerabständen von  $l = 30$  und  $l = 100 \text{ mm}$  auf der servohydraulischen Prüfmaschine im Dreipunktbiegeversuch geprüft.

Die Streckgrenze der Matrix wurde durch eine Vickershärteprüfung an einem Querschliff des MMC und an dem Reinaluminium als Plattenmaterial bei einer

Belastung von 2 und 5 N mit einem Mikrohärteprüfer der Fa. Leco durchgeführt. Die Härteeindrücke wurden zwischen den Fasern so plaziert, daß der Eindruck mindestens eine Diagonalenlänge des Eindrucks von Fasern entfernt lag.

Zur Messung der Bruchzähigkeit des MMC quer zur Faserrichtung wurden CT-Proben und Dreipunktbiegeproben verwendet. Die Prüfung erfolgte entsprechend ASTM-399 mit einer Probenabmessung von  $5 \times 46 \times 46 \text{ mm}^3$  für CT-Proben und  $5 \times 12 \times 50 \text{ mm}^3$  für Dreipunktbiegeproben auf der servohydraulischen Prüfmaschine. Die Messung der Rißlänge erfolgte optisch.

#### 3.3 Mikroskopische Beobachtungen

Der Faseranteil des MMC wurde an Schliften quer zur Faserrichtung durch quantitative Bildanalyse mit einem Quantimet 500 der Fa. Leica über zwei verschiedene Verfahren bestimmt:

(1) Der mittlere Faserdurchmesser wurde bei 500-facher Vergrößerung bestimmt. Dazu wurde die Fläche von 400 Fasern gemessen und daraus der Faserdurchmesser berechnet. Zum Vergleich wurde der Durchmesser von 15 Fasern direkt vermessen. Die Fasern weichen nur wenig von der Kreisform ab und der Durchmesser schwankt kaum (Variationskoeffizient 4.2 %). Der bildanalytisch ermittelte Wert stimmt gut mit dem vom Hersteller angegebenen Wert für den Faserdurchmesser von  $d = 15 \mu\text{m}$  überein. Bei 100-facher Vergrößerung wurde die Anzahl der Fasern in der gesamten Probenfläche gezählt und daraus der mittlere Faseranteil bestimmt.

(2) Um den Einfluß der inhomogenen Faserverteilung auf die Biegesteifigkeit der Proben abzuschätzen, wurde der Faseranteil lokal gemessen und das Flächenträgheitsmoment der Probe aus dem lokalen Faseranteil und dem Abstand zur Probenmitte bestimmt.

Zum Vergleich mit der oben beschriebenen Prüfverfahren wurde bei der Fa. AMAG bei jeder Probe der Faseranteil durch Flächenmessung in 30 Ausschnitten bestimmt, die statistisch auf der polierten Querschnittsfläche der Probe plaziert wurden<sup>119</sup>.

Zur Untersuchung des Rißfortschritts wurden die Proben im weggesteuerten Biegeversuch belastet. Die geprüfte Probengröße betrug  $2.5 \times 6 \times 34 \text{ mm}^3$  für MMC,  $3 \times 6 \times 95 \text{ mm}^3$  für CFK und C/C und  $4 \times 4 \times 46 \text{ mm}^3$  für CMC. Die Proben wurden mit einer manuell bedienten Dreipunktbiegevorrichtung (Abbildung 8) belastet, an der der Abstand der Auflager zwischen 25 mm und 105 mm variiert werden kann. Die Kräfteinleitungsradien des Stempels und der Auflager betragen 2 mm. Der Stempel der Biegevorrichtung und damit die Probenmitte wurden schrittweise so weit abgesenkt, bis die Probe vollständig gebrochen war. Der Rißbeginn und Rißfortschritt wurden in situ mit einem Olympus-Lichtmikroskop von der Probenseite her beobachtet und photographisch dokumentiert; die Beschreibungen beziehen sich damit auf diese beobachtete Fläche, und nicht auf die dreidimensionale Probe. Es wurden 50-fache bis 500-fache Vergrößerungen

### 3 Versuchsdurchführung

verwendet. Mit einem Rasterelektronenmikroskop DGM 962 der Fa. Zeiss (REM) wurden Untersuchungen am ausgebildeten Riß und an um  $45^\circ$  zur Faserrichtung gekippten Bruchflächen durchgeführt.

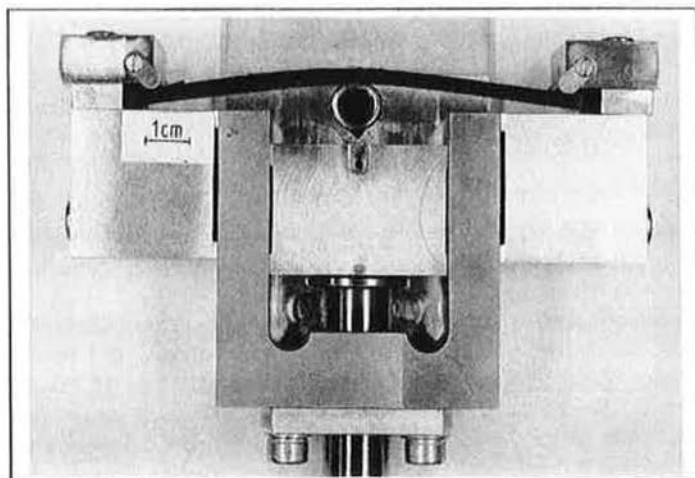


Abbildung 8: Manuell bediente Dreipunktbiegevorrichtung zur Beobachtung des Rißverlaufs.

Zur Quantifizierung der Bruchflächen der Langfaserverbundwerkstoffe wurden die Koordinaten der Faserenden in der Bruchfläche mit einem stereometrischen Verfahren digitalisiert. Dazu wurden von der Bruchfläche Stereopaarbilder mit Kippwinkeln von  $\alpha/2 = +2.5^\circ$  und  $-2.5^\circ$  zur Faserrichtung aufgenommen. Bei 400-facher Vergrößerung zeigt das REM-Bild etwa 400 Fasern. Der Arbeitsabstand (26 mm) wurde so gewählt, daß die Bruchfläche einer in der Bildmitte liegenden Faser sich nicht verschiebt, wenn die Probe gekippt wird (euzentrische Bedingung). Die nicht in der Ebene  $\alpha = 0^\circ$  liegenden Faserenden verschieben sich proportional zu ihrer Höhe  $z$  um die Parallaxe  $p$ . Mit dem Kippwinkel  $\alpha$  gilt nach Boyde und Howell<sup>120</sup>:

$$z = \frac{p}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (22)$$

Die Bildpaare werden gleichzeitig auf einem Bildschirm eines Personalcomputers dargestellt. Ein Bild ist rot, das andere grün eingefärbt. Der Beobachter sieht ein dreidimensionales Bild, wenn er sich die überlagerten Bilder durch eine Brille ansieht, deren Gläser rot bzw. grün eingefärbt sind. Ein auf dem Bildschirm beweglicher Mauszeiger besteht aus einem grünen und einem roten Punkt, die



### 3 Versuchsdurchführung

---

horizontal gegeneinander bewegt werden können. Dadurch entsteht für den Beobachter der Eindruck eines einzigen sich auf und ab bewegenden Punktes. Haben das Faserende und der Mauszeiger die gleiche Parallaxe, scheint der Mauszeiger mit der Faserbruchfläche zusammenzufallen. Jede vermessene Faser wird markiert, um die Vermessung der Bruchfläche zu erleichtern. Die  $x$ ,  $y$  und aus der Parallaxe und dem Kippwinkel berechneten  $z$  Koordinaten des Mittelpunktes jedes Faserendes werden zur weiteren Verarbeitung gespeichert.

## 4 Entwicklung neuer Auswertverfahren

In dieser Arbeit wurden verschiedene Auswertverfahren entwickelt. Da die Ergebnisse der Auswertung an verschiedenen Stellen benutzt werden, soll hier eine geschlossene Darstellung der Verfahren gegeben werden. Die Faserfestigkeitsverteilung wird aus dem Kraft-Verlängerungs-Diagramm, das in einem weggesteuerten Bündelzugversuch an einem losen Faserbündel gemessen wurde, berechnet. Aus den digitalisierten Bruchflächen werden die Bruchhöhendifferenzen jeder Faser zu ihren Nachbarfasern bestimmt. Aus der Verteilung der Bruchhöhendifferenzen wird das Spannungsprofil, das zum Versagen geführt hat, berechnet. Da diese Berechnung durch Vernachlässigen von Termen höherer Ordnung und anschließender iterativer Lösung erfolgt, wird über eine Rückrechnung durch eine Monte Carlo Simulationstechnik die ausreichende Genauigkeit der Lösung nachgewiesen.

### 4.1 Bestimmung der Faserfestigkeitsverteilung

Das Prinzip des Auswertverfahrens zur Bestimmung der Faserfestigkeitsverteilung aus einem Bündelzugversuch wurde bereits von verschiedenen Autoren<sup>121-124</sup> beschrieben. Die im Verlauf dieser Arbeit entwickelte Methode wird im folgenden dargestellt.

Zur Ermittlung der Verteilungsfunktion der Festigkeit der Einzelfasern in einem Bündel wird der Anteil der gebrochenen Fasern als Funktion der an den Fasern anliegenden Spannung aus dem im Zugversuch ermittelten Kraft-Verlängerungs-Diagramm des Bündels bestimmt. Die Bruchwahrscheinlichkeit entspricht dem Anteil der gebrochenen Fasern:

$$P = \frac{N_g}{N_0} = 1 - \frac{N_i}{N_0} \quad (23)$$

(P: Bruchwahrscheinlichkeit,  $N_g$ : Zahl der gebrochenen Fasern,  $N_0$ : Zahl aller Fasern im Bündel,  $N_i$ : Zahl der intakten Fasern)

Die im Zugversuch gemessene, am Bündel anliegende Kraft  $F$  ist bei einer bestimmten Verlängerung  $\Delta l$ :

$$F = E \frac{\Delta l}{l} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\pi}{4} d_j^2 \quad (24)$$

(E: Elastizitätsmodul der Fasern,  $\Delta l$ : Verlängerung,  $l$ : Abstand zwischen den Einspannungen,  $d_j$ : Durchmesser der intakten Einzelfasern)

Die fiktive Kraft  $F_0$ , die bei der gleichen Verlängerung auftreten würde, wenn keine Faser gebrochen wäre, beträgt:

$$F_0 = E \frac{\Delta l}{l} \sum_{k=1}^{N_0} \frac{\pi}{4} d_k^2 \quad (25)$$

( $d_k$ : Durchmesser der Einzelfasern)

Die Kraft  $F_0$  wird durch Extrapolation des linearen Teils der gemessenen Kraft-Verlängerungs-Kurve ermittelt (Abbildung 9).

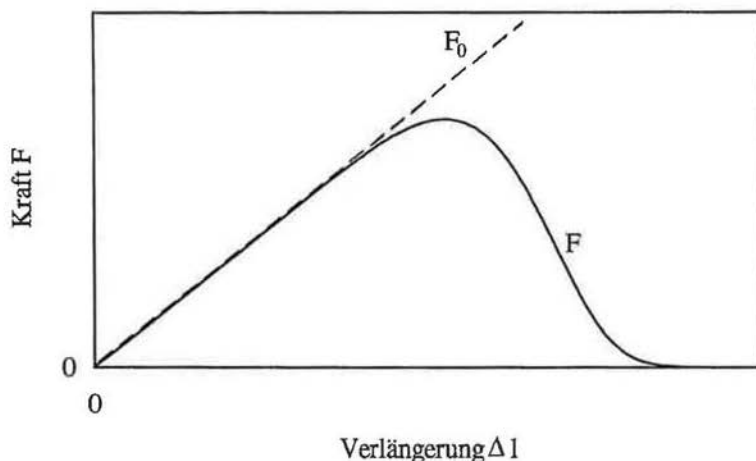


Abbildung 9: Idealisiertes Kraft-Verlängerungsdiagramm eines Bündelzugversuches.

Unter der für die in dieser Arbeit untersuchten Fasern zulässigen Annahme, daß die Durchmesserunterschiede der Einzelfasern vernachlässigt werden können, gilt für  $d_j = d_k = \text{konstant} = d$ :

$$\sum_{j=1}^{N_i} \frac{\pi}{4} d_j^2 = N_i \frac{\pi}{4} d^2, \quad \sum_{k=1}^{N_0} \frac{\pi}{4} d_k^2 = N_0 \frac{\pi}{4} d^2 \quad (26)$$

Gleichungen (24), (25) und (26) in Gl. (23) eingesetzt ergibt:

$$P = 1 - \frac{F}{F_0} \quad (27)$$

Für die bei der Verlängerung  $\Delta l$  an den Einzelfasern anliegende Spannung  $\sigma$  ergibt sich für spröde Fasern, die bis zum Bruch keinen plastischen Dehnungsanteil aufweisen, aus dem Hook'schen Gesetz:

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l} \quad (28)$$

Zur Darstellung der Festigkeitsverteilung wird die Bruchwahrscheinlichkeit  $P$  als Funktion der auf den Elastizitätsmodul bezogenen Bruchspannung  $\sigma/E$  in einem Weibulldiagramm aufgetragen (Abbildung 10). Die Wertepaare ergeben sich aus dem Kraft-Verlängerungsdiagramm aus den Gleichungen (27) und (28).

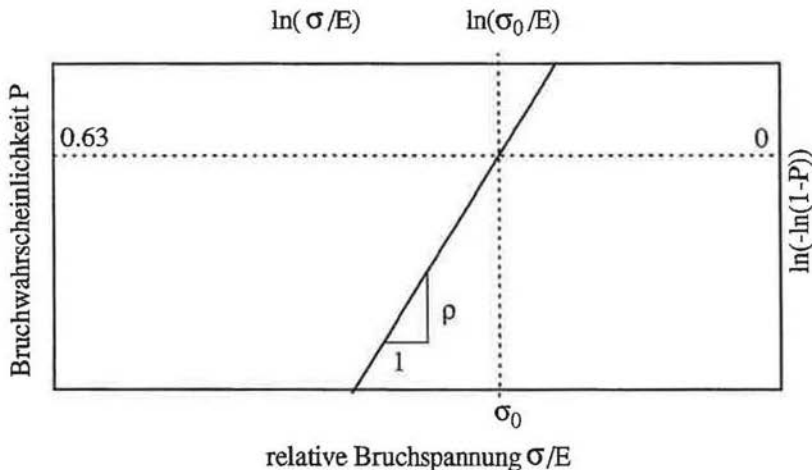


Abbildung 10: Faserfestigkeitsverteilung im Weibulldiagramm aufgetragen.

### 4.2 Berechnung von Bruchhöhendifferenzen

Die Höhendifferenz eines Faserendes zu ihren umliegenden Fasernachbarn wird als Bruchhöhendifferenz (BHD) bezeichnet. Diese wird aus den digitalisierten x-y-z-Koordinaten der beim Bruch entstehenden Faserenden berechnet. Abbildung 11 zeigt schematisch den Begriff der BHD im Gegensatz zu einer Ausziehlänge (pullout length: POL). POL treten auf, wenn der Riß durch die Matrix bestimmt wird und die Matrix die Fasern überlastet, BHD entstehen, wenn der Riß von den gebrochenen Fasern gebildet wird und gebrochene Fasern (über die Matrix) intakte Fasern überlasten.

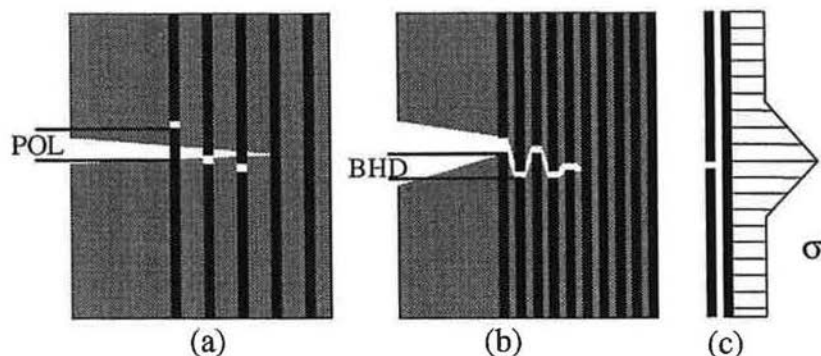


Abbildung 11: (a) Ausziehlangen (POL) und (b) Bruchhöhendifferenzen (BHD) im Vergleich. (c) Spannungsprofil in einer direkten Nachbarfaser einer gebrochenen Faser.

In regelmäßig quadratischen oder hexagonalen Faseranordnungen gibt es vier bzw. sechs direkte Nachbarn. Aus der Faseranzahl und der vermessenen Fläche kann der mittlere Faserabstand berechnet werden. Da zum einen in realen Verbundwerkstoffen<sup>105,107,125</sup> wie auch bei den untersuchten Werkstoffen die Faseranordnung unregelmäßig ist und zum anderen in unscharfen oder dunklen Bereichen keine Fasern vermessen werden können, wird folgendes Verfahren zur Bestimmung der Nachbarfasern verwendet:

Abbildung 12 zeigt die dichteste Packung einer hexagonalen Faseranordnung. Die Mittelpunkte der direkten Nachbarn haben eine minimale Entfernung von  $q_{1\min} = d$  voneinander, wogegen die Mittelpunkte zweitnächster Nachbarn mindestens

$$q_{2\min} = 2\sqrt{d^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{3} d \quad (29)$$

voneinander entfernt liegen. Um sicherzustellen, daß nur die Höhendifferenzen direkter Nachbarn und nicht auch die weiter weg liegender Fasern erfaßt werden, werden nur Fasern innerhalb eines Durchmesser von  $1.7 d$ , also nur Fasern mit Abständen etwas kleiner als der Abstand zweitnächster Nachbarn in einer hexagonalen Anordnung  $\sqrt{3} d$ , als Nachbarfasern identifiziert.

Zur Bestimmung der Bruchhöhendifferenzen werden die Höhendifferenzen jeder Faser zu Fasern, die eine Entfernung von  $1.7 d$  oder kleiner haben, berechnet. Um Randeffekte auszuschließen, werden nur Fasern, die weiter als der mittlere Faserabstand vom Rand entfernt sind, betrachtet.

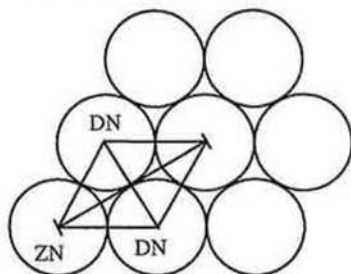


Abbildung 12: Direkte Nachbarfasern DN und zweitmächtigste Nachbarn ZN in einer hexagonalen Anordnung.

### 4.3 Berechnung von Spannungsprofilen

Aus der BHD-Verteilung kann das Spannungsprofil, das zu dieser Verteilung geführt hat (Abbildung 11c), rückgerechnet werden. Diese Möglichkeit wird in dieser Arbeit ausgenutzt, um Spannungsprofile verschiedener Langfaserverbundwerkstoffe zu vergleichen. Weiterhin wird aus dem Spannungsprofil die kritische Länge und die in situ Faserfestigkeit ermittelt.

Zur Verdeutlichung des Berechnungsprinzips wird die Rechnung für eine in vier Segmente unterteilt gedachte Faser durchgeführt. Die Unterteilung entspricht vier Höhendifferenzstufen; die Erweiterung auf die für die Praxis notwendige höhere Stufenzahl (in dieser Arbeit 81) wird unten beschrieben.

Die Wahrscheinlichkeit  $S_G$ , daß eine Faser, die in vier beliebige Segmente unterteilt ist, überlebt beträgt:

$$S_G = S_1 S_2 S_3 S_4 \quad (30)$$

wobei  $S_i$ ,  $1 \leq i \leq 4$ , die Wahrscheinlichkeit ist, daß das  $i$ -te Segment überlebt. Die Überlebenschwahrscheinlichkeit  $S_i$  kann durch die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_i$  ausgedrückt werden:

$$S_i = 1 - P_i \quad (31)$$

Mit Gl. (30) und Gl. (31) lassen sich die Versagenshäufigkeiten  $D_i$  zu den Versagenswahrscheinlichkeiten  $P_i$  in Beziehung setzen:

$$1 - (D_1 + D_2 + D_3 + D_4) = (1 - P_1) (1 - P_2) (1 - P_3) (1 - P_4) \quad (32)$$

Ausmultiplizieren der rechten Seite führt zu:

$$\begin{aligned} D_1 + D_2 + D_3 + D_4 = & (P_1 + P_2 + P_3 + P_4) - \\ & - (P_1P_2 + P_1P_3 + P_1P_4 + P_2P_3 + P_2P_4 + P_3P_4) + \\ & + (P_1P_2P_3 + P_1P_2P_4 + P_1P_3P_4 + P_2P_3P_4) - \\ & - (P_1P_2P_3P_4) \end{aligned} \quad (33)$$

Nun werden die gemischten Terme  $P_i P_j$  den Versagenshäufigkeiten  $D_i$  und  $D_j$  (und zwar zu jeweils 1/2),  $P_i P_j P_k$  den Termen  $D_i$ ,  $D_j$  und  $D_k$  (zu jeweils 1/3) und  $P_1 P_2 P_3 P_4$  allen vier Termen (zu jeweils 1/4) zugeordnet. Gl. (33) kann dann in vier unabhängige Gleichungen aufgeteilt werden:

$$D_1 = P_1 - \frac{1}{2}(P_1 P_2 + P_1 P_3 + P_1 P_4) + \frac{1}{3}(P_1 P_2 P_3 + P_1 P_2 P_4 + P_1 P_3 P_4) - \frac{1}{4} P_1 P_2 P_3 P_4$$

$$D_2 = P_2 - \frac{1}{2}(P_2 P_1 + P_2 P_3 + P_2 P_4) + \frac{1}{3}(P_2 P_3 P_4 + P_2 P_1 P_4 + P_2 P_1 P_3) - \frac{1}{4} P_1 P_2 P_3 P_4$$

$$D_3 = P_3 - \frac{1}{2}(P_3 P_1 + P_3 P_2 + P_3 P_4) + \frac{1}{3}(P_3 P_1 P_2 + P_3 P_1 P_4 + P_3 P_2 P_4) - \frac{1}{4} P_1 P_2 P_3 P_4$$

$$D_4 = P_4 - \frac{1}{2}(P_4 P_1 + P_4 P_2 + P_4 P_3) + \frac{1}{3}(P_4 P_1 P_2 + P_4 P_1 P_3 + P_4 P_2 P_3) - \frac{1}{4} P_1 P_2 P_3 P_4 \quad (34)$$

Der Vektor  $D_i$  entspricht der gemessenen BHD-Verteilung. Das Gleichungssystem (34) wird wie folgt iterativ gelöst:

1. Es wird angenommen, daß die Faserfestigkeitsverteilung einer Weibullverteilung folgt. Mit der Faserlänge  $l$ , der Bezugslänge  $l_0$ , der charakteristischen Festigkeit  $\sigma_0$ , dem Weibullmodul  $\rho$  und mit der Spannung  $\sigma_i$ , die am  $i$ -ten Fasersegment angelegen und zum Bruch in diesem Segment geführt hat, lautet diese

$$P_i = 1 - \exp(-l/l_0 (\sigma_i/\sigma_0)^\rho) \quad (35)$$

2. Für den Vektor  $\sigma_i/\sigma_0$  wird ein beliebiger Anfangswert angenommen;  $\sigma_0$  wird willkürlich als die charakteristische Festigkeit bei der (geschätzten) kritischen Länge  $l_0 = l_c$  angenommen.
3. Der Vektor  $D_{i\text{calc}}$  wird mit dem Gleichungssystem (34) und (35) mit dem vorgegebenen Vektor  $\sigma_i/\sigma_0$  und dem Weibullmodul  $\rho$  berechnet.
4. Der alte Anfangsvektor  $\sigma_i/\sigma_0$  wird nun durch das Ergebnis der ersten Iteration ersetzt:

$$\sigma_i/\sigma_0 \text{ (neu)} = \sigma_i/\sigma_0 (1 + x(D_i/D_{i\text{calc}} - 1)) \quad (36)$$

wobei  $x$  ein Entspannungsfaktor zur iterativen Lösung des schwach gekoppelten Gleichungssystems ist, der zu  $0.05 < x < 0.2$  gewählt wird.

5. Ein neuer Vektor  $D_{i\text{calc}}$  wird aus Gl. (34) berechnet.
6. Die Iteration wird abgebrochen, wenn die Abweichung des Vektors  $D_{i\text{calc}}$  vom Vektor  $D_i$  kleiner ist als  $|D_{i\text{calc}} - D_i| < 10^{-3}$ .

Die Messung der BHD erfolgt mit einer Auflösung von  $n = 81$  Klassen. Das Gleichungssystem (34) wird erweitert, um alle Terme bis hin zu  $P_n$  zu erfassen. Das führt jedoch zu einem Gleichungssystem mit  $n! = 10^{120}$  Termen, das nicht mehr gelöst werden kann. Deshalb werden Terme ab der sechsten Ordnung weggelassen.

#### 4.4 Überprüfung durch Rückrechnung

Die Genauigkeit der iterativen Lösung (und somit auch der Einfluß des Vernachlässigens von Termen höherer Ordnung) wurde durch Rückrechnung über Monte Carlo Simulationen bestimmt. Dazu wird das in Kap. 4.3 berechnete Spannungsprofil als Eingangsparameter verwendet.

Jedem Segment der (zur Berechnung des Spannungsprofils aufgeteilten) Faser wird eine zufällige Festigkeit entsprechend der Weibullverteilung zugewiesen. Die Spannung an jedem Fasersegment wird bis zu dem berechneten Spannungsprofil linear erhöht. Die Berechnung wird abgebrochen, wenn ein Segment der Faser bricht. 10000 Monte Carlo Simulationen durchläufe sind ausreichend, um die an dem keramikfaserverstärkten Aluminium experimentell ermittelte BHD-Verteilung (vgl. Kap. 5.2) ausreichend genau zu berechnen (Abbildung 13).

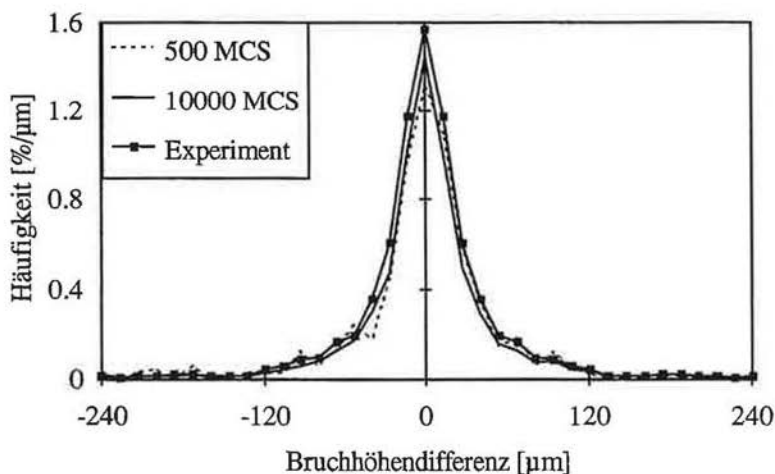


Abbildung 13: Vergleich der gemessenen und über Monte Carlo Simulation (MCS) aus dem Spannungsprofil zurückgerechneten BHD-Verteilung.

Da die Bruchwahrscheinlichkeit bei der Weibullverteilung exponentiell von der Spannung abhängt, verursachen kleine Änderungen im Spannungsprofil große Änderungen in der BHD-Verteilung. Eine kleine Abweichung der zurückgerechneten BHD-Verteilung von der gemessenen bedeutet eine noch kleinere Abweichung des berechneten vom wirklichen Spannungsprofil, so daß die iterative Lösung eine völlig ausreichende Lösung für das Spannungsprofil liefert.



### 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Das Versagen der kohlefaserverstärkten nichtmetallischen Werkstoffe (Kunststoff, Kohlenstoff, Keramik) und des keramikfaserverstärkten Aluminiums wurde sowohl durch Beobachtung des Rißfortschritts im Mikroskop als auch durch Fraktographie charakterisiert. Außerdem wurden die Bruchhöhendifferenzenverteilungen der Werkstoffe und die Spannungsprofile an der Rißspitze bestimmt.

#### 5.1 Rißfortschritt und Fraktographie

Kohlefaserverstärkter Kunststoff (CFK) und kohlefaserverstärkter Kohlenstoff (C/C) zeigen ein ähnliches Versagensverhalten und werden hier gemeinsam beschrieben. Sowohl bei CFK als auch bei C/C kann nicht von einem einzelnen Riß gesprochen werden, sondern es treten viele nicht miteinander verbundene Mode II-Risse (Risse durch Schubbeanspruchung) auf. Die Mode II-Risse entstehen schlagartig und sind mehrere Millimeter lang. Die Probe zerfällt dabei in nur noch lose zusammenhängende Schichten. Bei weiterer Belastung knickt die Probe auf der Druckseite aus. Einzelschichten, die nur wenige Faserlagen enthalten, reißen bei hohen Dehnungen unabhängig voneinander in Mode I (Zugbeanspruchung). Abbildung 14 zeigt schematisch die typische Ausbildung von Mode I und Mode II-Rissen und die anderen oben genannten Bruchphänomene in der (in Längsrichtung) Mitte der Probe von C/C und CFK.

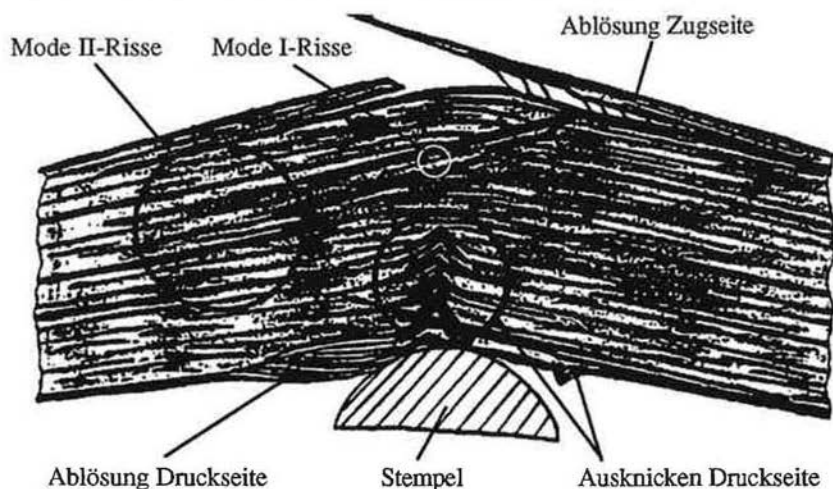


Abbildung 14: Bruchphänomene bei kohlefaserverstärktem Kunststoff und kohlefaserverstärktem Kohlenstoff (schematisch).

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Im rasterelektronenmikroskopischen Bild der Bruchfläche ist zu erkennen, daß sich die Struktur des C/C durch die Trennung von Fasern und Matrix an vielen Stellen nahezu aufgelöst hat (Abbildung 15: Alle Vergrößerungen sind auf das Seitenformat DIN A4 und eine Bildbreite von 11,5 cm bezogen, bei Verkleinerung auf DIN A5 müssen die Vergrößerungen mit 0,71 multipliziert werden).



Abbildung 15: Bruchfläche von kohlefaserverstärktem Kohlenstoff (42-fach). Im Vordergrund Knickzone im Druckbereich der Probe.

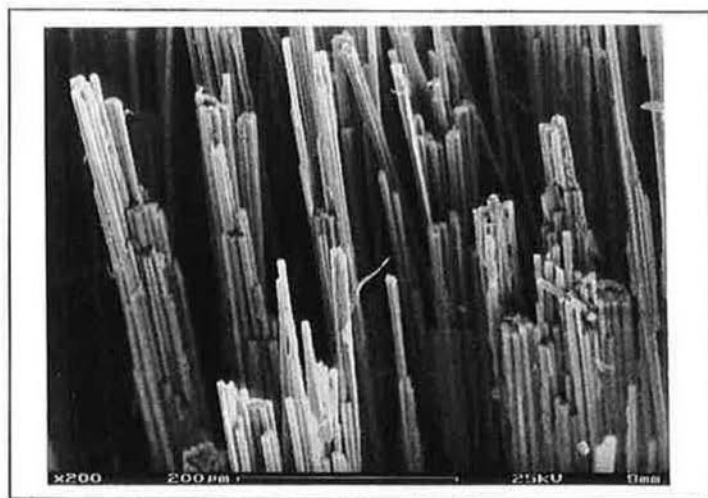


Abbildung 16: Bruchfläche von kohlefaserverstärktem Kohlenstoff (200-fach).

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Häufig sind einzelne Fasern über eine große Länge aus der Matrix herausgelöst; es lassen sich keine oder nur wenige Reste von Matrixmaterial an der Faseroberfläche erkennen (Abbildung 16). Teilweise brechen Fasergruppen von 5 und mehr Fasern auf gleicher Höhe. Der Faserverbund ist vielfach aufgelöst und die Gruppen von Einzelfasern brechen auf unterschiedlicher Höhe. Insgesamt gleicht das Aussehen der Fasern in der Bruchfläche dem eines losen Faserbündels.

Kohlefaserverstärktes Siliziumkarbid (CMC) versagt sowohl in Mode II als auch in Mode I. Bei den gewählten Probendimensionen wird zuerst die Schubfestigkeit des Materials überschritten, so daß sich Mode II-Risse bilden. Diese teilen die Probe in große, voneinander losgelöste Schichten auf der Zugseite der Probe. Innerhalb einer Schicht kommt es beim schlagartigen Mode I-Riß bei größeren Dehnungen zum ebenen Rißfortschritt senkrecht zur Faserrichtung. Innerhalb einer Schicht liegt eine hohe Kopplung (dieser Begriff wird in Kap. 5.3 quantifiziert) zwischen den Fasern vor. Abbildung 17 zeigt den Rißfortschritt schematisch. Mode I und Mode II-Versagen sind makroskopisch voneinander getrennt. Der von Evans und Marshall<sup>80</sup> benutzte Begriff des "mixed mode crack", der die im mikroskopischen Bereich (einige Faserdurchmesser) wechselnden Versagensarten beim fortschreitenden Riß beschreibt, erscheint deshalb zur Charakterisierung dieses Bruchverhaltens nicht geeignet.

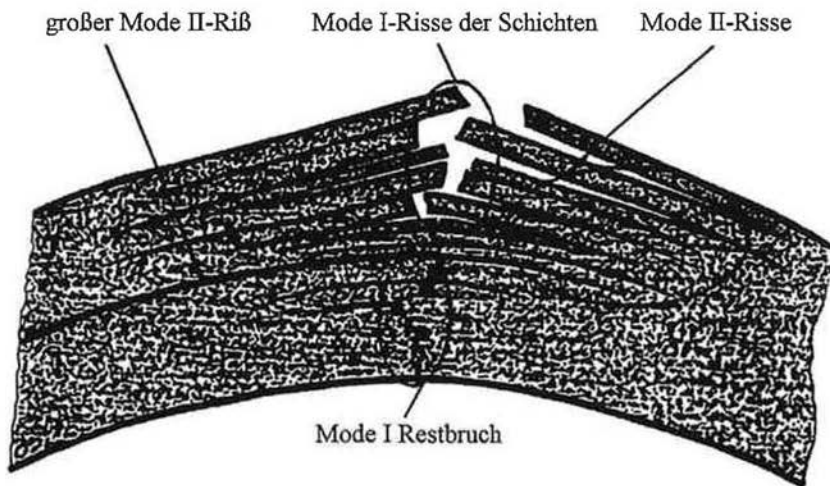


Abbildung 17: Bruchphänomenen bei kohlefaserverstärktem Siliziumkarbid (schematisch).

Im REM ist zu erkennen, daß auf der Bruchfläche des CMC große Gruppen von Fasern mit Schichten bis zu mehreren tausend Einzelfasern etwa auf einem Höhenniveau brechen. Abbildung 18 zeigt ein solches Band an der Zugseite der Probe im Bereich des Anrisses. Die einzelnen Schichten brechen in Längsrichtung der Probe weit voneinander entfernt. Abbildung 19 zeigt, daß sich die Bruchflä-

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

che innerhalb eines Bandes in Plateaus gliedert, die gewellt sind und aus sehr vielen Fasern (20 bis 100) bestehen. An den Faserflanken sind Reste der Matrix erkennbar, deren Aussehen dem erwarteten Sprödbuch der Matrix entspricht (Abbildung 20).

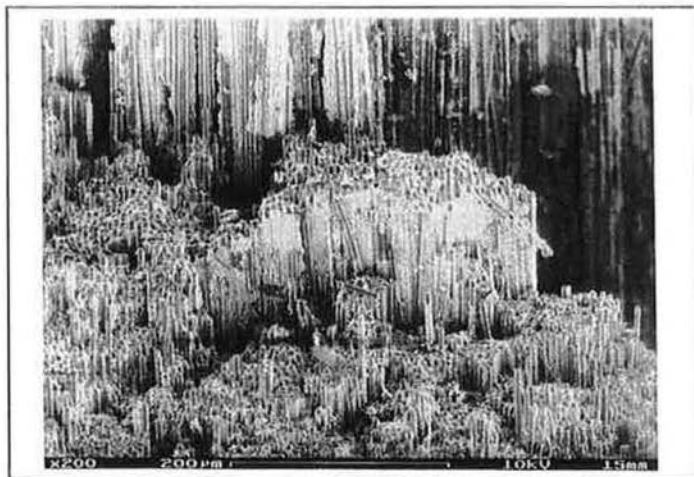


Abbildung 18: Bruchfläche von kohlefaserverstärktem Siliziumkarbid (200-fach).

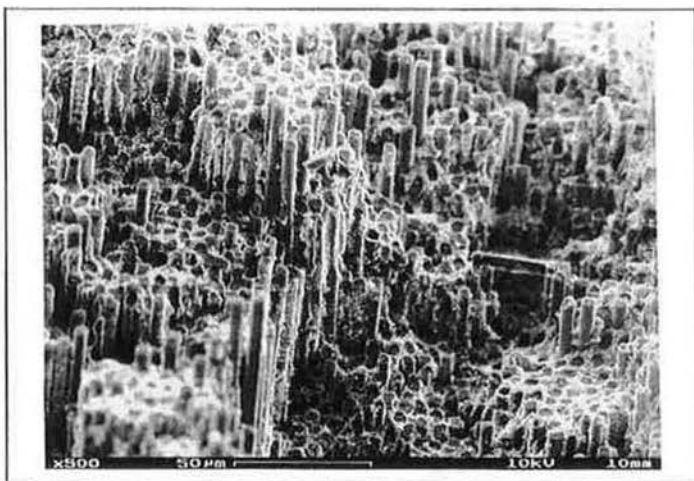


Abbildung 19: Bruchfläche von kohlefaserverstärktem Siliziumkarbid (500-fach).

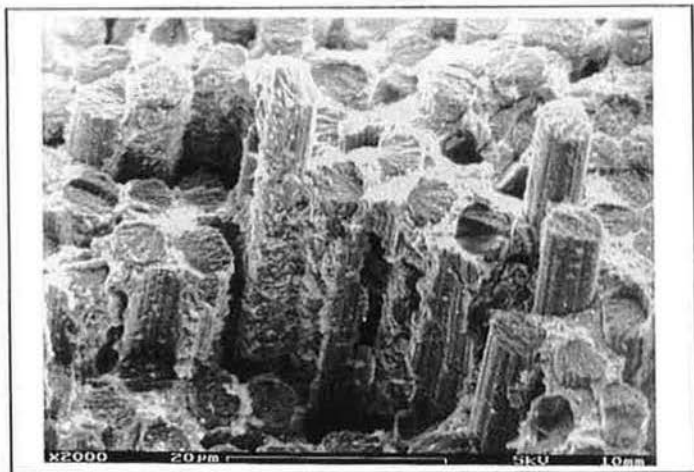


Abbildung 20: Bruchfläche von kohlefaserverstärktem Siliziumkarbid (2000-fach).

Beim keramikfaserverstärkten Aluminium (MMC) können drei Rißphasen beobachtet werden:

(1) Bei geringer Absenkung treten Faserbrüche im Inneren der Probe auf. Dabei werden Schallwellen ausgesendet, die an ruckartigen Bewegungen von kleinen, lose auf der Oberfläche liegenden Partikeln erkannt werden können. (Die Partikel sind bei der Probenvorbehandlung herausgelöste Faser- und Matrixteile.) Die Partikelbewegungen dauern mehrere Minuten an, ohne daß die Absenkung verändert wird und ohne daß sich ein sichtbarer Riß in der Probe ausbildet.

(2) Bei weiterer Absenkung sind wieder Partikelbewegungen zu beobachten. Ab einer gewissen Durchbiegung sind außerdem Faserbrüche in der späteren Rißzone zu beobachten. Einzelne Fasern brechen an der Probenoberfläche, ohne daß sich die gebrochenen Faserenden merklich voneinander entfernen. Die Matrix um diesen Riß herum weist keine sichtbare Schädigung auf.

(3) Ohne weitere Absenkung öffnet sich nach wenigen Minuten der Riß an der Zugseite. Der Riß läuft langsam in die Probe hinein und kommt nach etlichen Sekunden zum Stillstand. Die Geschwindigkeit des Risses ist klein genug, um den Rißfortschritt mit einem Lichtmikroskop in situ verfolgen zu können. Der Rißspitze des makroskopischen Risses läuft dabei eine Zone voraus, in der wie oben beschrieben Partikelbewegungen und Faserbrüche beobachtet werden können. Abbildung 21 zeigt schematisiert das Aussehen des Risses.

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

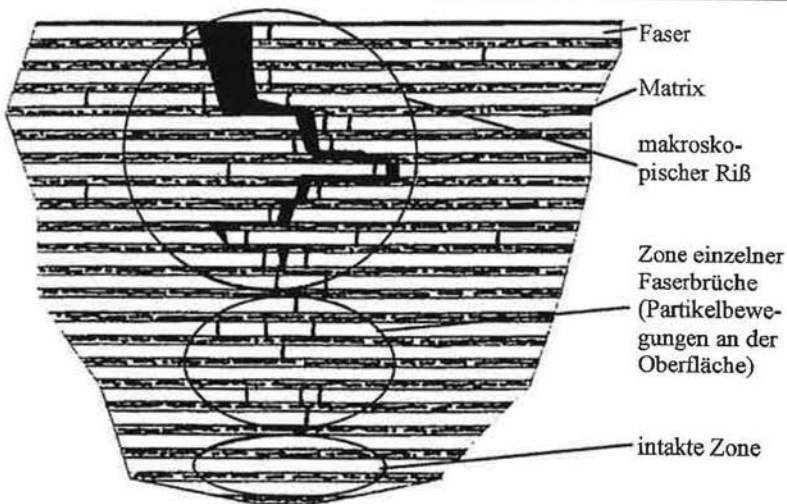


Abbildung 21: Rißfortschritt in keramikfaserverstärktem Aluminium (schematisch).

Die Faserbrüche treten dabei nicht kontinuierlich von außen nach innen auf, sondern es kommt vor, daß weiter innen liegende Fasern vor weiter außen liegenden brechen. Es werden also zunächst Fasern übersprungen, die dann später (in Sekundenabständen) brechen. Abbildung 22 zeigt einen Fall, in dem 2 Fasern übersprungen wurden.

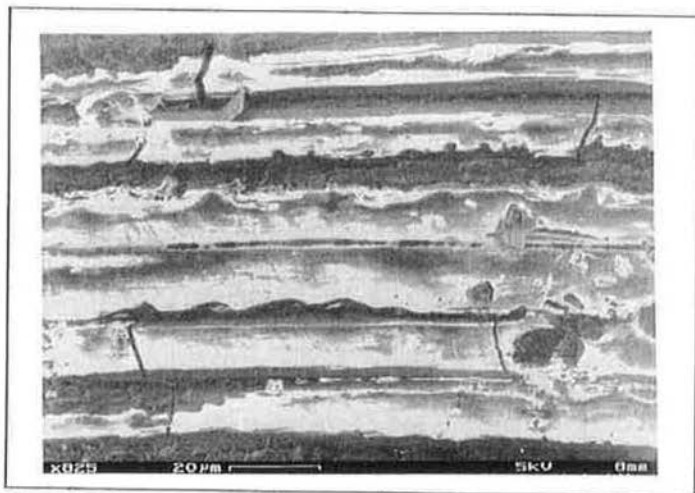


Abbildung 22: Überspringen von Fasern in der Zone einzelner Faserbrüche in keramikfaserverstärktem Aluminium (825-fach).

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Weiterhin wurde häufig beobachtet, daß Fasern doppelt oder vielfach brechen. Dabei ist der Abstand zweier Risse in der Regel nicht weniger als  $30\ \mu\text{m}$  (Abbildung 23). Um einen bereits ausgebildeten Ri herum sind deutlich mehr Faserbrche zu erkennen als weiter vom Ri entfernt (Abbildung 24).

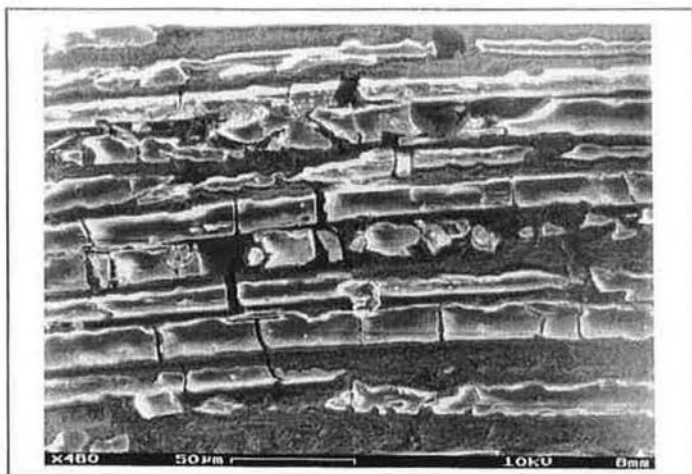


Abbildung 23: Mehrfache Faserbrche in keramikfaserverstrkt Aluminium (460-fach).

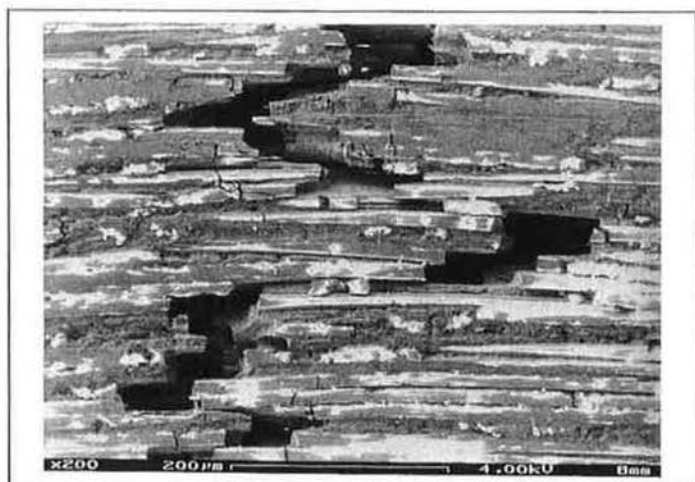


Abbildung 24: Makrori mit Sekundrfaserbrchen in der Riumgebung in keramikfaserverstrkt Aluminium (200-fach).

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Im Bereich der Rißspitze konnte keine Rißverzweigung beobachtet werden. Allerdings sind in fortgeschrittenem Rißstadium (ab etwa 50  $\mu\text{m}$  Rißlänge) vereinzelt Nebenrisse erkennbar. Ein Überbrücken des makroskopischen Risses durch intakte Fasern konnte nicht beobachtet werden.

Die Haftung zwischen Fasern und Matrix ist sehr gut. An Stellen, an denen der Riß Fasern durchquert und dann seine Richtung ändert und parallel zur Faserrichtung weiterläuft, konnte zwar eine Ablösung der Matrix von den Fasern an beiden Seiten der Rißstelle beobachtet werden (Abbildung 25). In diesen Fällen, die nur sehr selten aufgetreten sind, entfernt sich der Riß nach maximal 20  $\mu\text{m}$  von der Grenzfläche und läuft dann wie in allen übrigen Bereichen durch die Matrix bis zur nächsten Faser.

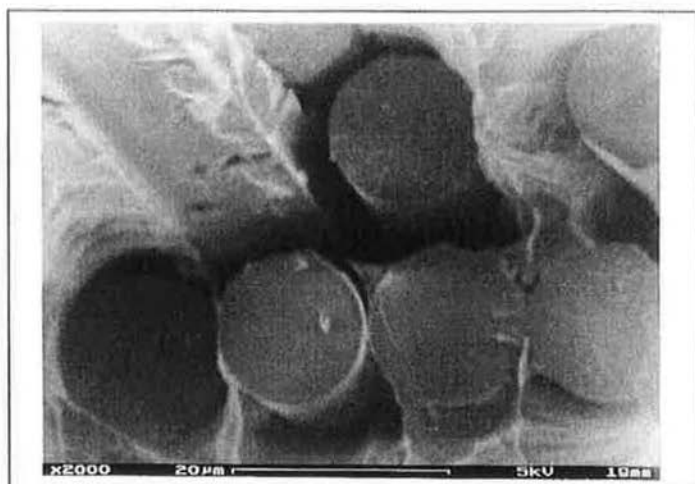


Abbildung 25: Ablösung von Fasern und Matrix an der Rißstelle in keramikfaserverstärktem Aluminium (2000-fach).

Beim Einbringen von Kerben ändert sich der Rißverlauf prinzipiell nicht, d.h. gekerbte Proben zeigen das gleiche Rißverhalten wie ungekerbte. Der Riß beginnt nicht notwendigerweise im Kerbgrund (Abbildung 26). Er läuft entlang der Faserrichtung aus dem Kerbbereich hinaus und folgt dann dem für den Werkstoff typischen Verlauf (vgl. Abbildung 21).





Abbildung 26: Rißverlauf in einer gekerbten keramikfaserverstärkten Aluminium Probe (100-fach).

REM-Aufnahmen der Bruchfläche zeigen für Proben mit hoher und niedriger Bruchfestigkeit das gleiche Bruchbild mit folgenden typischen Merkmalen:

Bei niedrigen Vergrößerungen (Abbildung 27) ist zu erkennen, daß die Bruchfläche im Anfangsbereich des Bruches zerklüftet ist und einige Bündel von Fasern herausgezogen sind. Mit fortschreitendem Bruch treten diese steilen Kanten, die durch lokales Scherversagen der Matrix entstehen, nicht mehr auf. Dies kann damit erklärt werden, daß durch ein hohes Verhältnis von Probenhöhe zu -länge beim Rißfortschritt hohe Schubspannungen auftreten, die - wenn an einer Stelle die im Rißpfad liegenden Fasern besonders fest sind - lokal zum Schubversagen führen. Bei fortschreitendem Riß verringert sich das Verhältnis von Probenhöhe zu -länge und damit die Schubspannung, und das Mode I-Versagen dominiert. Ist der Bruch sehr weit fortgeschritten, brechen die letzten Fasern durch Knickung, was zu einer glatten Bruchfläche führt.

Höhere Vergrößerungen (Abbildung 28 und Abbildung 29) zeigen einen springenden Rißpfad. Die Fasern brechen in der Nähe des Risses an ihrer schwächsten Stelle. Die Matrix löst sich nicht von der Faser ab, so daß die Fasern vollständig mit Matrix umgeben sind. Die Matrix zieht sich zwischen den Fasern zu Zipfeln aus, wie sie für duktilen Versagen mit hoher plastischer Dehnung typisch sind (Abbildung 30).

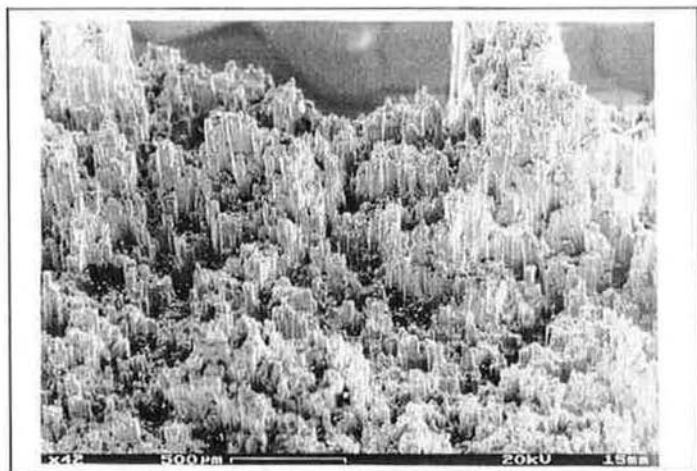


Abbildung 27: Bruchfläche von keramikfaserverstärktem Aluminium. Übersicht (42-fach).

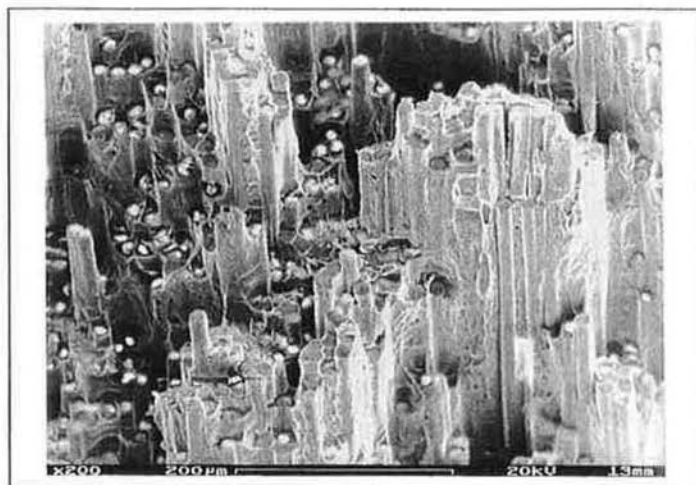


Abbildung 28: Bruchfläche von keramikfaserverstärktem Aluminium. Von Plateau zu Plateau springender Riß (200-fach).

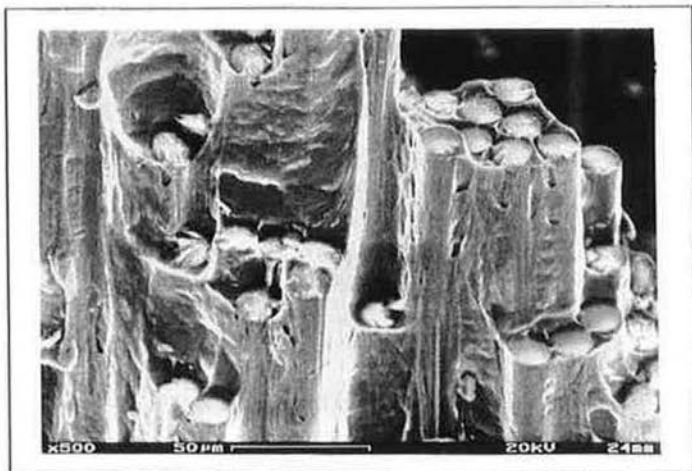


Abbildung 29: Bruchfläche von keramikfaserverstärktem Aluminium. Gute Grenzflächenhaftung (500-fach).

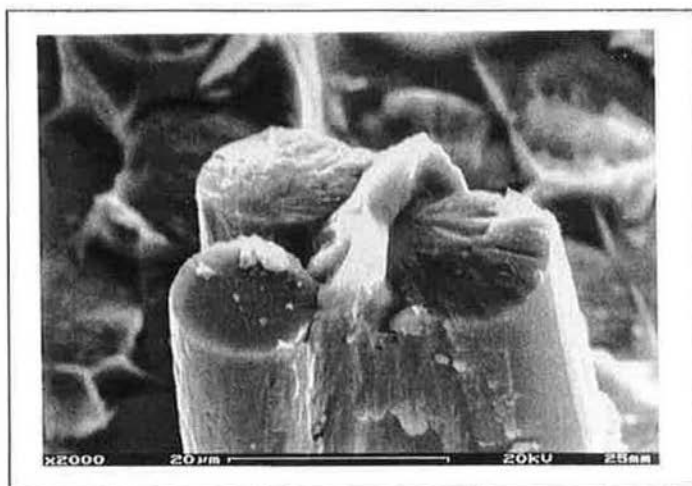


Abbildung 30: Detail der Bruchfläche in keramikfaserverstärktem Aluminium. Zipfelbildung und plastische Verformung der Matrix (2000-fach).

Die Beobachtungen des Rißfortschritts und der Bruchflächen zeigen, daß das Versagen der vier verschiedenen Langfaserverbundwerkstoffe durch unterschiedliche Rißverläufe gekennzeichnet ist. CFK und C/C zeigen im Dreipunktbiegeversuch ein bündelartiges Versagen mit einer geringen Kopplung der Fasern. Der

Riß wird an der Faser/Matrix Grenzfläche abgelenkt und führt zu einem Ablösen zwischen Faser und Matrix. Dieses Verhalten wird von He und Hutchinson<sup>40</sup> theoretisch für ein bestimmtes Verhältnis von Energiefreisetzungsrate bei Rißfortschritt in die Faser zu Energiefreisetzungsrate bei Rißablösung vorhergesagt. Das Versagen des CMC ist spröde, was sich besonders in dem katastrophalen Versagen einzelner Schichten äußert. Hier kommt es an der Faser/Matrix Grenzfläche zu keiner Rißumlenkung und der Riß läuft glatt durch die Faser hindurch<sup>40</sup>. Das Versagensverhalten des keramikfaserverstärkten Aluminiums ist ein statistisches Versagen, d.h. der Riß springt abhängig von der Faserfestigkeit und dem Überlastprofil entlang der Faser in der Nähe des Risses statistisch bestimmt von einer Faser zur nächsten. Dieses von Faserbrüchen dominierte Versagensverhalten wird auch von Cahn<sup>126</sup> für Metallmatrixverbundwerkstoffe beschrieben.

### 5.2 Bruchhöhendifferenzen und Spannungsprofile

Das unterschiedliche Bruchverhalten kann mit Hilfe der stereometrischen Meßdaten quantifiziert werden. Abbildung 31 zeigt die BHD-Verteilungen der untersuchten Werkstoffe. Die Bruchhöhendifferenzen (BHD) wurden zur besseren Vergleichbarkeit auf den Faserdurchmesser normiert. Dadurch wird erreicht, daß sich bei gleicher Grenzflächenschubfestigkeit und gleicher Festigkeitsverteilung der Fasern auch bei unterschiedlichen Faserdurchmessern gleiche BHD-Verteilungen ergeben.

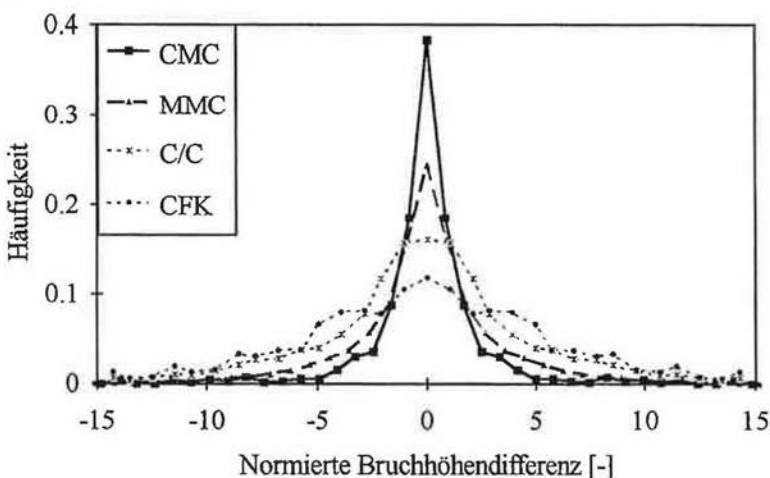


Abbildung 31: Bruchhöhendifferenzenverteilungen der untersuchten Werkstoffe.

CMC hat die engste BHD-Verteilung mit dem höchsten Maximum. Dies bestätigt die visuellen Beobachtung (vgl. Abbildung 18), daß sich bei diesem Werkstoff durch einen gerade laufenden Mode I-Riß Plateaus ergeben, die aus vielen Fasern bestehen. Viele Fasern haben also relativ zueinander eine nur sehr geringe

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Höhendifferenz. Beim CMC sind die Plateaus nicht so eben wie beim MMC (vgl. Kap. 5.1), bestehen dafür aber aus deutlich mehr Fasern (20 bis 100). Die Plateaugröße von 5 bis 10 Fasern beim MMC führt zu einer geringeren Peakhöhe in der BHD-Verteilung als beim CMC. CFK und C/C haben nur ein schwach ausgeprägtes Maximum, weil es hier nicht zur Ausbildung von Plateaus kommt, sondern die Bruchfläche eher dem Aussehen eines Bündels gebrochener Fasern gleicht (vgl. Abbildung 15). Abbildung 32 zeigt die aus dem Weibullmodul der Fasern (vgl. Tabelle 1) und den BHD-Verteilungen mit Gl. (34) berechneten Spannungsprofile für die untersuchten Verbundwerkstoffe.

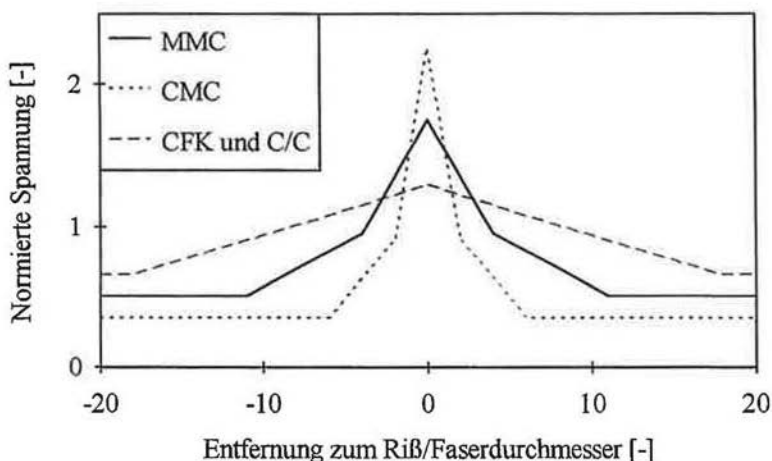


Abbildung 32: Spannungsverlauf als Funktion der auf den Faserdurchmesser bezogenen Entfernung zum Riß. Der Spannungsverlauf für die vier untersuchten Werkstoffe wurde auf die charakteristische Faserfestigkeit bei der kritischen Länge normiert.

Der lineare Anstieg beim CFK und C/C läßt auf eine konstante Schubspannung an der Faser/Matrix Grenzfläche schließen, die z.B. durch Reibung hervorgerufen werden kann<sup>41</sup>. CMC und MMC zeigen einen stärkeren Anstieg der Spannung in der Nähe des Risses, was auf eine hohe Grenzflächenschubfestigkeit zurückzuführen ist, die, wie von Cox<sup>42</sup> berechnet, zu einem progressiven Spannungsanstieg führt. Dieser Verlauf wird in Abbildung 32 durch zwei Geraden angenähert.

Der Unterschied in der Kopplung zwischen den Fasern läßt sich deutlich an der Spannungsüberhöhung erkennen: Die berechnete Spannung der Faser am Riß ist beim CMC sechsmal, beim MMC viermal, und beim CFK und C/C nur zweimal höher als die Spannung einer Faser außerhalb des Einflußbereichs des Risses (Grundspannung). Das deckt sich mit der REM Beobachtung, daß beim CMC große Plateaus und beim MMC kleine Plateaus entstehen und beim CFK und C/C

ein loser Verbund vorliegt. Da beim CMC das Versagen durch die starke Kopplung, die sich in der starken Spannungsüberhöhung in der Nähe des Risses äußert, bestimmt ist, wird die Faserfestigkeit am wenigsten ausgenutzt: Die Grundspannung beträgt nur  $0.35 \sigma_0$ . Bei MMC ist die Grundspannung mit  $0.5 \sigma_0$  etwas höher, aber ein deutlich anderes Bruchverhalten ist erst bei CFK und C/C zu sehen, bei denen die Grundspannung  $0.65 \sigma_0$  beträgt, weil die Fasern weniger durch lokale Überlastung, sondern durch ihre inhärente Festigkeitsverteilung versagen. Sind die Fasern wie beim MMC und CMC nur über eine kurze Länge überlastet, brechen die Fasern an Spannungspitzen.

### 5.3 Globale und lokale Lastverteilung

Um die Bedeutung der gemessenen BHD-Verteilungen zu demonstrieren, werden hier die Grenzfälle der Verteilungen diskutiert. Dazu wird der Begriff der Kopplung quantifiziert. Die Kopplung beschreibt, wie die Last von einer gebrochenen Faser auf ihre Nachbarfasern übertragen wird.

Ein loses Bündel der kritischen Länge  $l_c$  ist nicht gekoppelt (0 %) und die Faserbrüche sind statistisch über  $l_c$  verteilt. Eine Messung der Ausziehlängen (POL) mit der Referenzebene in der Mitte des Bündels würde eine Gleichverteilung ergeben (Abbildung 33).

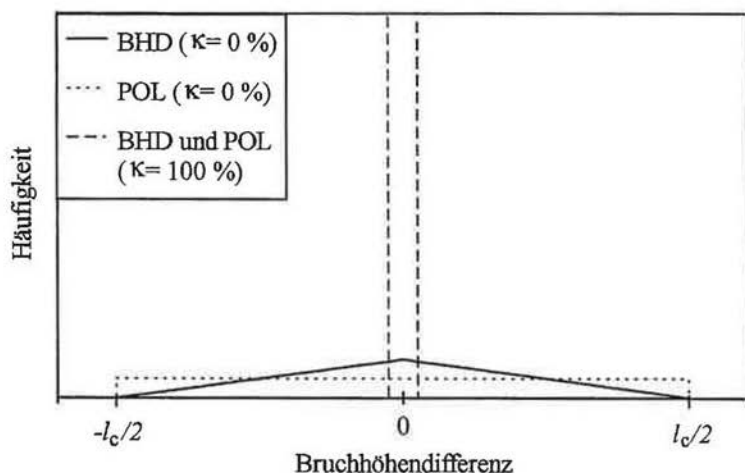


Abbildung 33: Verteilung der Bruchhöhendifferenzen (BHD) und Ausziehlängen (POL) bei verschiedenen Kopplungsgraden.

Bei der BHD-Verteilung ergeben die gleichen Voraussetzungen eine linear ansteigende Verteilung bis zur Mittellinie, weil wegen der endlichen Länge  $l_c$  große BHD statistisch seltener vorkommen als kleine. Sind die Fasern vollständig gekoppelt, so wird der Riß glatt durch den Werkstoff laufen, d.h. es treten keine

## 5 Bruchverhalten von Langfaserverbundwerkstoffen

Höhendifferenzen auf und die BHD wie auch Ausziehlängen sind durchgehend null. Die Kopplung des untersuchten Werkstoffs kann zwischen den beiden Extremen erwartet werden und führt zu einer tendenziell konkaven BHD-Verteilung. Der Grad der Kopplung  $\kappa$  ist abhängig von der Grenzflächenschubfestigkeit, dem Weibullmodul der Fasern und von der Lastübertragung von Faser zu Faser via Matrix. Diese Lastübertragung wird von den Materialeigenschaften von Faser, Matrix und Grenzfläche bestimmt. Die Kopplung ist ein Maß für die örtliche Begrenztheit der Lastverteilung. Fehlende Kopplung ( $\kappa = 0\%$ ) steht für globale Lastverteilung, vollständige Kopplung ( $\kappa = 100\%$ ) für (extrem) lokale Lastverteilung.

Die Kopplung  $\kappa$  eines Werkstoffs wird entsprechend Abbildung 34 bestimmt, indem die Flächenabweichung der experimentell gemessenen BHD-Verteilung zur BHD-Verteilung bei globaler Lastverteilung (keine Kopplung) berechnet wird (Fläche A und B) und auf die Gesamtfläche unter der BHD-Verteilung bei globaler Lastverteilung C bezogen wird:

$$\kappa = \frac{A + B}{C} \quad (37)$$

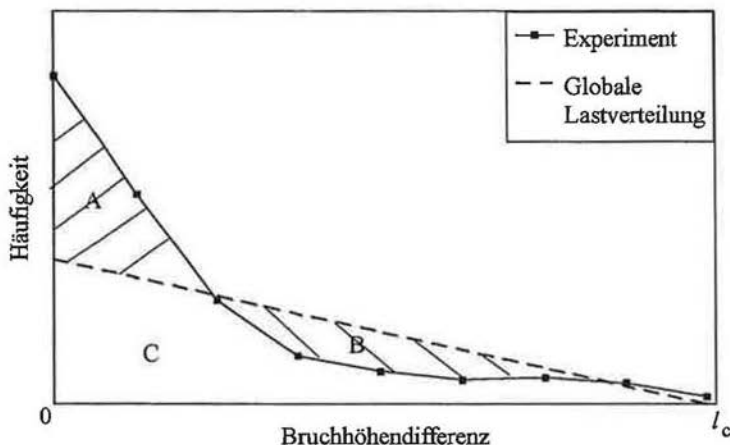


Abbildung 34: Bestimmung der Kopplung  $\kappa$  eines Werkstoffs. BHD-Verteilung des keramikfaserverstärkten Aluminiums aus Abbildung 31 (nur der positive Teil ist dargestellt).

Die Kopplung für CMC beträgt  $\kappa = 70\%$ , für MMC  $\kappa = 62\%$ , für C/C  $\kappa = 35\%$  und für CFK  $\kappa = 16\%$ . Das Versagen von C/C und CFK entspricht somit weitgehend dem Bündelversagen. Das Versagen von MMC und CMC wird durch Überlastung der Fasern durch lokale Lastverteilung dominiert.

### 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des keramikfaserverstärkten Aluminiums

Im folgenden wird das Verfahren zur Voraussage von Festigkeit und Festigkeitsverteilung des keramikfaserverstärkten Aluminiums (MMC) beschrieben. Zuerst wird gezeigt, wie die Eingabeparameter Matrixfestigkeit, Faseranordnung, Faser/Matrix-Grenzflächeneigenschaften und Faserfestigkeitsverteilung ermittelt werden. Die Modellierung erfolgt über einen statistischen Ansatz, der mit einer Monte Carlo-Simulationstechnik und einer analytischen Näherungslösung gelöst wird.

Das Vorgehen zur Festigkeitsvorhersage ist recht komplex und experimentelle Ergebnisse werden an unterschiedlichen Stellen der Modellierung eingesetzt. Deshalb wird in Abbildung 35 ein Überblick über die in der Arbeit durchgeführten Experimente, Ergebnisse, die Modellierung über die Lösung und die Festigkeitsvorhersage gegeben werden:

In Vorversuchen wird nachgewiesen, daß der Faseranteil, die Faserverteilung und die Grenzflächeneigenschaften keinen Einfluß auf die Festigkeitsstreuung des keramikfaserverstärkten Aluminiums haben. Aus der Bruchflächenanalyse wird die ineffektive kritische Länge bestimmt. Um die charakteristische Faserfestigkeit für die ineffektive kritische Länge zu berechnen, ist die BHD-Verteilung und der im Bündelzugversuch gemessene Weibullmodul der Fasern erforderlich. Der Festigkeitsbeitrag der Matrix im Dreipunktbiegeversuch wird durch Härtemessung abgeschätzt und unter der Vereinfachung linear elastisch/ideal plastischen Materialverhaltens berechnet. In die Modellierung gehen die Faserfestigkeitsverteilung, die lokale Lastverteilung und die Faseranordnung ein. Die Lastübertragung zwischen Fasern wird in Längsrichtung der Fasern über ein Kettenbündelmodell modelliert. Mit Hilfe einer Monte Carlo-Simulationstechnik und mit einer analytische Näherungslösung wird das statistische Festigkeitsmodell rechen-technisch umgesetzt und die Festigkeitsverteilung des Faserverbundwerkstoffs berechnet. Der Festigkeitsbeitrag der Fasern und der Matrix werden einer linearen Mischungsregel entsprechend addiert. Die so erhaltene Festigkeitsverteilung des Faserverbundwerkstoffs wird mit der experimentell ermittelten verglichen. Mit Hilfe der analytischen Näherungslösung wird eine Extrapolation der Festigkeitswerte auf große Bauteile vorgenommen und eine Parameterstudie durchgeführt.



## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

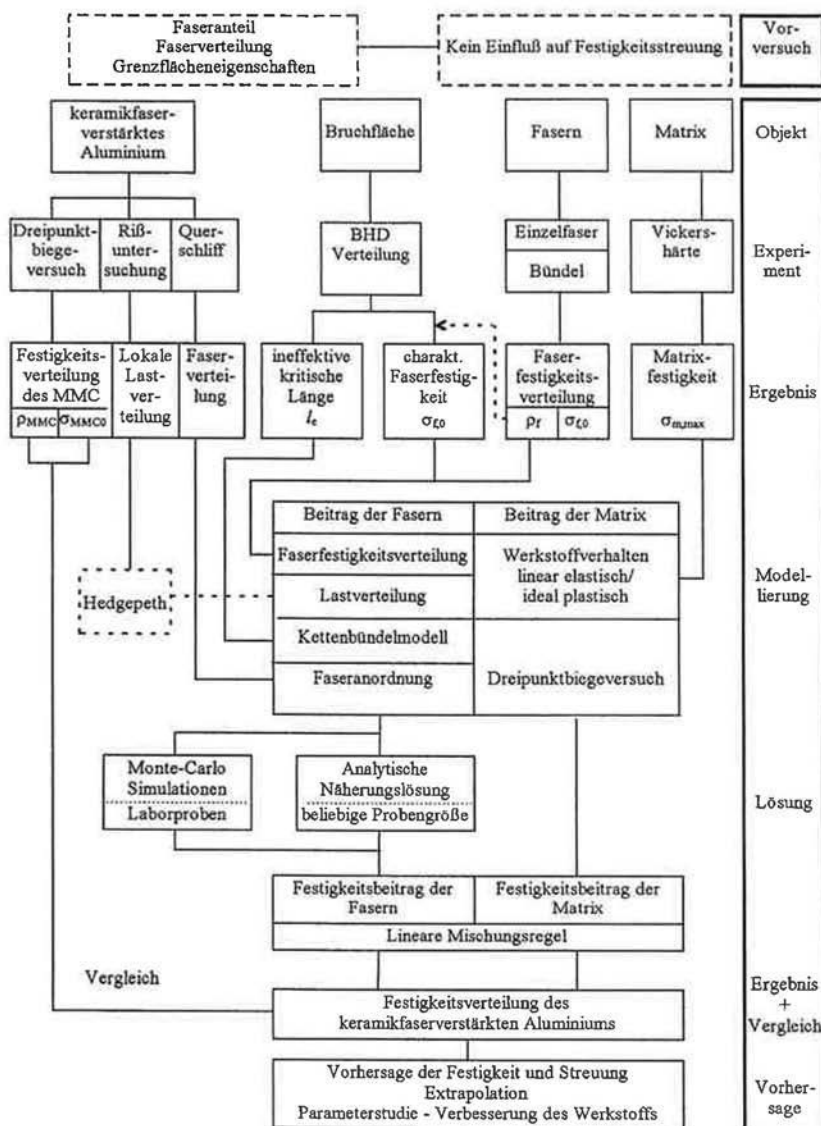


Abbildung 35: Ablaufplan der Modellierung (m: Matrix, f: Faser, BHD: Bruchhöhendifferenz,  $\rho$ : Weibullmodul,  $\sigma_0$ : charakteristische Festigkeit,  $l_c$ : ineffektive kritische Länge, MMC: keramikfaserverstärktes Aluminium).

## 6.1 Eingabeparameter

### 6.1.1 Matrixfestigkeit

Für die Aluminiummatrix im keramikfaserverstärkten Aluminium (MMC) wurden gemittelte Vickershärten von 35 HV0.005 und 35 HV0.002 gemessen. Das Reinaluminium hat eine Vickershärte in der gleichen Höhe. Eine Erhöhung der Matrixfestigkeit im MMC findet also nicht statt. Die Streckgrenze des Reinaluminiums wird vom Hersteller mit  $\sigma_y = 20$  MPa und die Zugfestigkeit mit  $\sigma_{m,max} = 60$  MPa angegeben. Da die Fließspannung bei geringer Dehnung stark ansteigt, wird vereinfachend angenommen, daß sich die Matrix linear elastisch/ideal plastisch verhält. Als Fließspannung der Aluminiummatrix im MMC wird die Zugfestigkeit des Reinaluminiums eingesetzt. Der Beitrag der Matrix zur Biegefestigkeit wird wie folgt abgeschätzt:

Ein typischer im Dreipunktbiegeversuch gemessener Kraft-Durchbiegungsverlauf (Abbildung 36) des MMC zeigt zunächst einen linearen Kraftanstieg (bis ca. 0,2 mm Durchbiegung), dann einen kurzen kontinuierlichen Übergang in eine Gerade mit geringerer Steigung, die den Verlauf zwischen ca. 0,4 und 1,2 mm gut wiedergibt. Bei noch größerer Durchbiegung fällt die Steigung der Kurve schnell ab, bis schließlich der Bruch der Probe eintritt.

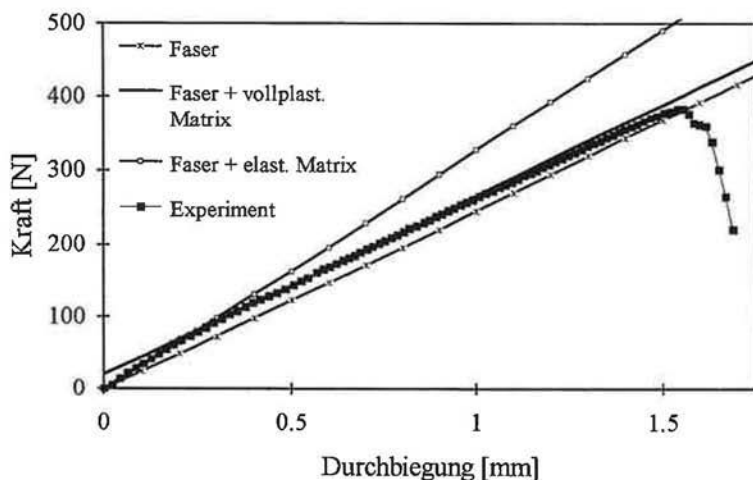


Abbildung 36: Experimentelles Kraft-Durchbiegungsdiagramm und gerechnete Verläufe für Fasern mit ideal elastisch/vollplastischer Matrix, Fasern mit elastischer Matrix und Fasern ohne Matrix.

In Anhang 10.3 wird die Kraft-Verlängerungsfunktion für elastisches Materialverhalten der Fasern und linear elastisch/ideal plastisches Verhalten der Matrix analytisch berechnet. In Abbildung 36 sind der berechnete und der experimentell

gemessene Kraft-Durchbiegungsverlauf aufgetragen. Die beiden Verläufe decken sich über weite Bereiche. Die Annahme des linear elastisch/ideal plastischen Verhaltens der Aluminiummatrix ist deshalb für die Berechnung des Festigkeitsbeitrags der Matrix im MMC unkritisch. Zum Vergleich sind die Verläufe einer Probe mit linear elastischen Fasern und Matrix und für elastische Fasern (als starrer Körper) ohne Matrix eingezeichnet. Diese Geraden weichen von den experimentellen Ergebnissen erheblich ab.

Die Rechnung zeigt, daß sich bei geringen Durchbiegungen (0 - 0.2 mm) Matrix und Fasern elastisch verhalten. Bei großen Durchbiegungen liefert die Matrix einen konstanten Festigkeitsbeitrag. Der Übergangsbereich (bei ca. 0.2 - 0.3 mm Durchbiegung), in dem die Matrix teilweise plastisch wird, ist sehr schmal. Bei höheren Durchbiegungen (ab etwa 1.4 mm) weicht die gemessene Kraft von der berechneten ab, weil zum einen die für die Ableitung der Biegelinie gemachte Annahme der kleinen Durchbiegungen nicht mehr erfüllt ist und zum anderen Fasern zu reißen beginnen und dadurch die Probensteifigkeit abnimmt. Zur Berechnung des Festigkeitsbeitrages der Matrix zur Festigkeit des MMC wird Gl. (68) verwendet:

$$\sigma_{\text{MMC,max}} = \sigma_{f,\text{max}} f + \frac{3}{2} \sigma_{m,\text{max}} (1 - f) \quad (68)$$

### 6.1.2 Faseranordnung

Aufnahmen im Längsschliff zeigen eine vollständige Infiltration der Fasern ohne Lunker, Delaminationen oder sonstige Fehler (Abbildung 37).



Abbildung 37: Längsschliff des MMC.

## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

Die meisten Fasern sind parallel ausgerichtet und homogen verteilt. Einige Fasern weisen größere Winkel zur Längsrichtung der Probe auf.

Abbildung 38 zeigt die Mikrostruktur des MMC im Querschliff. Die Faserverteilung des MMC ist unregelmäßig, läßt sich aber recht gut mit einer hexagonalen Anordnung mit Leerstellen beschreiben. Die in der unten beschriebenen Monte Carlo-Simulation verwendeten Gitter mit 20, 30 und 40 % fehlenden Fasern sind ebenfalls in Abbildung 38 dargestellt. Um den Faseranteil konstant zu halten, wurde beim Entfernen von Fasern der Gitterabstand entsprechend verändert. Das simulierte Bild mit 30 % Leerstellen im ideal hexagonalen Gitter entspricht der realen Anordnung recht gut.

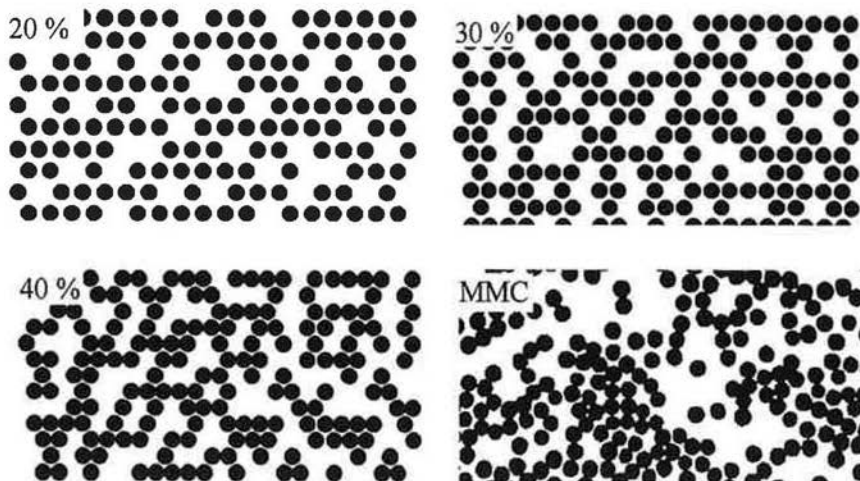


Abbildung 38: Gitter der Monte Carlo-Simulation mit fehlenden Fasern (in % bezogen auf das ideal hexagonale Gitter) und Querschliff des MMC (rechts unten). Alle Gitter mit gleichem Faseranteil ( $f = 0.55$ ), aber unterschiedlichen Gitterparametern.

Der über eine Zählung der Fasern bestimmte Faseranteil stimmt gut mit der Messung von AMAG<sup>119</sup> überein, bei der Flächenmessungen mit einem automatischen Bildanalysator durchgeführt wurden. Die Messungen zeigen keinen systematischen Zusammenhang des Faseranteils mit der Bruchfestigkeit.

Im Dreipunktbiegeversuch tragen die äußeren Fasern mehr zur Festigkeit bei als die im Bereich der neutralen Zone der Probe gelegenen Fasern. Zur Bestimmung des Flächenträgheitsmoments wurde der lokale Faseranteil als Funktion des Abstands zur Probenmitte gemessen. Bei drei exemplarisch ausgewählten Proben wurden auf diese Weise die tatsächlichen Flächenträgheitsmomente berechnet. Diese weichen um weniger als ein Prozent vom aus dem mittleren Faseranteil bei

homogener Verteilung berechneten Trägheitsmoment ab. Das bedeutet, daß die Faserverteilung zwar lokal inhomogen ist, für die Festigkeitsberechnung aber als global homogen betrachtet werden kann. Der mittlere Wert des Faseranteils reicht zur Beschreibung des Festigkeitsverhaltens für den hier untersuchten Werkstoff demnach aus. Es kann auch ausgeschlossen werden, daß die Festigkeitsstreuung der geprüften Proben (vgl. Kap. 7.1) auf die inhomogene Faserverteilung zurückzuführen ist.

### 6.1.3 Kritische und ineffektive kritische Länge

Für sieben exemplarisch ausgewählte Proben mit hohen, mittleren und niedrigen Bruchfestigkeitswerten wurden die BHD Verteilungen bestimmt. Die in Abbildung 39 gezeigten BHD Verteilungen weichen nur unwesentlich voneinander ab. Die qualitative Beobachtung, daß die Proben unabhängig von ihrer individuellen Festigkeit ein ähnliches Bruchflächenaussehen haben und einen ähnlichen Rißverlauf aufweisen (Kap. 5.1), wird durch diese Messung quantitativ bestätigt.

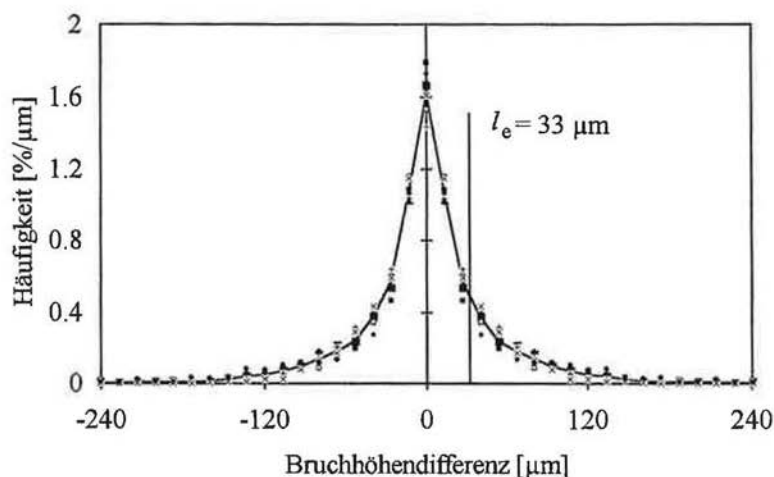


Abbildung 39: Bruchhöhendifferenzverteilung für sieben Proben unterschiedlicher Bruchfestigkeit.

Die BHD Verteilung ist ein indirektes Maß für die Grenzflächenschubfestigkeit zwischen Faser und Matrix. Eine geringe Grenzflächenschubfestigkeit führt zu einem weitem „Springen“ des Risses, also zu einer breiten Verteilung der BHD, weil sich die Spannung von der Bruchstelle aus nur langsam wieder aufbaut (vgl. Kap. 2.1.4). Eine hohe Grenzflächenschubfestigkeit führt zu einer eng begrenzten, flachen Rißzone und einer spitzen BHD Verteilung. Abbildung 39 zeigt, daß

## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

der Riß maximal mit etwa  $\pm 125 \mu\text{m}$  springt, die maximale kritische Länge also etwa  $250 \mu\text{m}$  beträgt.

Als ineffektive kritische Länge  $l_e$  wird nun diejenige Länge einer Faser bezeichnet, bei der bei konstanter Überlast die Versagenswahrscheinlichkeit der einer Faser mit der kritischen Länge  $l_c$  bei ansteigender Überlast entspricht (Abbildung 40). Dadurch wird es möglich, konstante Überlastfaktoren zur Beschreibung der Lastverteilung zu benutzen und den Werkstoff in Faserrichtung in voneinander statistisch unabhängige Segmente der Länge  $l_e$  zu unterteilen.

Bei elastischer Matrix ist  $l_e$  bei unterschiedlichen Spannungen konstant. Bei plastischer Matrix ändern sich mit steigender Spannung  $l_c$  und damit auch  $l_e$ <sup>127</sup>. Bei viskoelastischer Matrix erhöht sich die kritische Länge mit der Zeit<sup>128</sup>. Der aus der BHD Verteilung bestimmte Wert für  $l_e$  bezieht die genannten Effekte mit ein, weil die Bruchfläche des MMC unter dem Einfluß dieser Effekte entsteht.

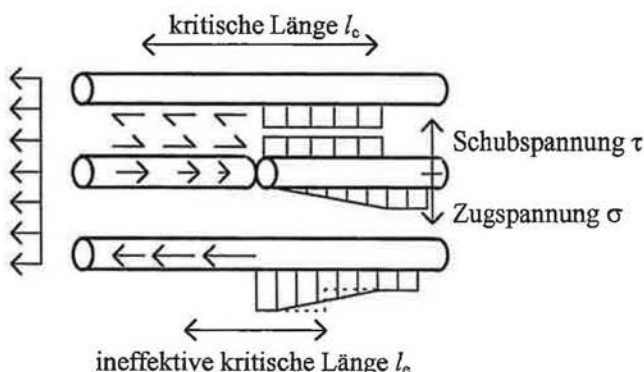


Abbildung 40: Lastübertragung von einer gebrochenen Faser zu benachbarten Fasern durch Schubspannungen in der Matrix.

Soll bei konstanter Überlast die mittlere BHD gleich groß sein wie bei ansteigender Überlast, so muß die ineffektive kritische Länge das Doppelte der mittleren BHD betragen. Die mittlere BHD ergibt sich als Mittelwert sämtlicher gemessener BHD in den sieben Proben zu  $33 \mu\text{m}$ . Die ineffektive kritische Länge beträgt also mit  $l_e = 66 \mu\text{m}$  etwa ein Viertel der kritischen Länge  $l_c$ .

### 6.1.4 Faserfestigkeitsverteilung

Der Bündelzugversuch an Originalfasern ergibt bei Prüflängen von  $l = 50, 100$  und  $250 \text{ mm}$  die in Abbildung 41 dargestellten Festigkeitsverteilungen. Im Weibulldiagramm sind die Festigkeitsverteilungen keine exakte Geraden. Die Weibullverteilung ist also nur eine mehr oder weniger gute Näherung zur Beschreibung des Festigkeitsverhaltens dieser Fasern. Die Extrapolation der

Festigkeit zu kürzeren Fasern (entsprechend kleineren Bruchwahrscheinlichkeiten bei längeren Fasern) ist dadurch fehlerbehaftet. Andere Verteilungen<sup>25</sup>, die das Festigkeitsverhalten in dem gemessenen Intervall genauer als die Weibullverteilung beschreiben könnten, haben keine physikalische Grundlage und eignen sich deshalb auch nicht besser zur Extrapolation.

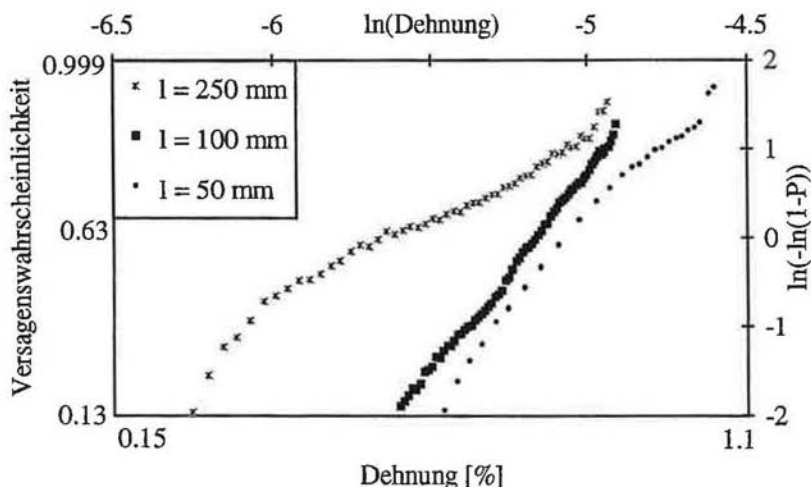


Abbildung 41: Weibullauftragung der Bruchwahrscheinlichkeit über der Bruchdehnung bei verschiedenen Prüflängen.

Bei Einzelfaserzugversuchen an den Keramikfasern werden bei Auftragung im Weibulldiagramm ähnliche Kurven wie beim Bündel beobachtet<sup>119</sup>. Die Faserfestigkeitsverteilung für Originalfasern und wärmebehandelte Fasern ist nahezu gleich (Tabelle 2). Reaktionsprodukte an der Grenzfläche, wie z.B. bei der Infiltration von Kohlenstofffasern mit Aluminium<sup>17</sup>, sind bei  $\text{Al}_2\text{O}_3$  Fasern nicht zu erwarten. Aufrauhungen konnten im REM nicht beobachtet werden. Transmissionselektronenmikroskopische Aufnahmen an Aluminiumoxidfasern in einer Aluminiummatrix bestätigen, daß keine Reaktionen an der Grenzfläche auftreten<sup>129</sup>. Trotzdem ist bei aus dem Verbundwerkstoff mit HCl herausgelösten Fasern die Festigkeit geringer. Die Fasern werden bei der Handhabung, bei der Druckinfiltration mit dem flüssigen Aluminium (700 °C) oder beim Herauslösen offensichtlich geschädigt.

Im Einzelfaserzugversuch und im Bündelzugversuch muß die Faserlänge mindestens einige Millimeter betragen. Darunter verfälschen Brüche in den Einspannungen die Messung<sup>31</sup>. Die Extrapolation der Festigkeitsverteilung auf kürzere Faserlängen führt für viele Fasertypen zu falschen Ergebnissen<sup>11,130</sup>. Für die Festigkeitsberechnung wird als Eingangsparameter die Faserfestigkeitsverteilung

## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

bei sehr kurzen Faserlängen, nämlich für die der ineffektiven kritischen Länge, benötigt. Deshalb werden im folgenden Ergebnisse der Berechnung der Spannungsprofile zur Beschreibung der in situ Festigkeitsverteilung verwendet.

Prüfverfahren	Faserfestigkeit	charakter. Festigkeit [MPa]		Weibullmodul [-]
		bei $l_0$	bei $l_e = 66 \mu\text{m}$	
Bündelzugversuch	$l_0 = 50 \text{ mm}$	1310	7171	3.9
	$l_0 = 100 \text{ mm}$	1190	6060	4.5
	$l_0 = 250 \text{ mm}$	730	22600	2.4
BHD-Spannungsprofil	$l_0 = 250 \mu\text{m}$	3545	5185	3.5 (Annahme)
Matrixgebundenes Bündel (Herstellangaben)		1800	-	-
Einzelfaserzugversuch $l_0 = 10 \text{ mm}$ Originalfasern mit HCl aus MMC herausgelöst wärmebehandelt		1980	6544	4.2
		1610	6760	3.5
		2090	9570	3.3

Tabelle 2: Faserfestigkeitsverteilung im Bündelzugversuch und nach Herstellerangaben und mit der Weibullverteilung extrapolierte Festigkeitswerte.

Der im Einzelfaserzugversuch von herausgelösten Fasern ermittelte Wert wird als Weibullmodul eingesetzt. Der Wert von  $\rho = 3.5$  stimmt mit den Ergebnissen der anderen Einzelfaserzugversuche und des Bündelzugversuchs am 50 mm langen Bündel gut überein. Längere Bündel weisen abweichende Weibullmoduli auf. Das Spannungsprofil, das an jeder Faser beim Bruch anlag, wird aus der BHD Verteilung berechnet. Die Spannung ist auf die charakteristische Festigkeit an der kritischen Länge ( $l_c = 250 \mu\text{m}$ ) normiert. Ab einer Entfernung von  $125 \mu\text{m}$  vom Riß ist die Spannung in der Faser konstant, zum Riß hin steigt sie mit zunehmendem Gradienten an (Abbildung 42). Aus dem Bereich konstanter Spannung läßt sich bei Kenntnis der Bruchfestigkeit, des Faseranteils und des Festigkeitsbeitrags der Matrix (vgl. Gl. (68)) die charakteristische Spannung bei der kritischen Länge  $l_c$  ermitteln:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_{\text{MMC,max}} - \frac{3}{2} \sigma_{\text{m,max}} f}{f \sigma_0(l_c)} \quad (38)$$

Mit der Bruchspannung des MMC  $\sigma_{\text{MMC,max}} = 1020 \text{ MPa}$ , einer Matrixfließgrenze von  $\sigma_{\text{m,y}} = 60 \text{ MPa}$  (vgl. Kap. 6.1.1), einem Faseranteil von  $f = 0.55$  und dem aus Abbildung 42 hervorgehenden Verhältnis von Grundspannung  $\sigma$  zu charakteristischer Spannung  $\sigma_0(l_c)$  von 0.5 ergibt sich daraus:

$$\sigma_0 = (1020 - 0.45 \cdot 60 \cdot 1.5) / (0.55 \cdot 0.5) = 5345 \text{ MPa.}$$



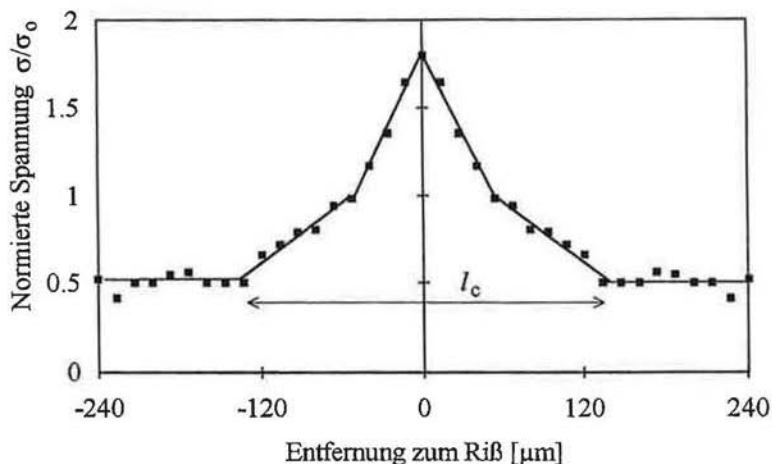


Abbildung 42: Spannungsprofil entlang einer Faser in der Nähe eines Risses.

Die Extrapolation der charakteristischen Festigkeit  $\sigma_0$  (bezogen auf die jeweilige Prüflänge) auf unterschiedliche Prüflängen erfolgt nach Gl. (2). Damit ergibt sich für die charakteristische Festigkeit an der ineffektiven kritischen Länge  $\sigma_0(l_c = 66 \mu\text{m}) = 5185 \text{ MPa}$ . Dieser niedrigere Festigkeitswert der Bruchflächenanalyse gegenüber der Extrapolation der Festigkeitswerte aus Faserversuchen (vgl. Tabelle 2) läßt sich nach Knoff<sup>1</sup> damit erklären, daß die charakteristische Festigkeit (auf die jeweilige Prüflänge bezogen) bei kurzen Längen nicht weiter ansteigt, weil Defekte einen endlichen Einflußbereich haben.

### 6.2 Modellierung des statistischen Versagens

Es wird angenommen, daß die Fasern und die Matrix entsprechend ihrem Anteil (lineare Mischungsregel) einen voneinander unabhängigen Beitrag zur Festigkeit des MMC leisten (vgl. Gl. (68)). Der Festigkeitsbeitrag der Fasern im Verbund wird unter Berücksichtigung der in situ Faserfestigkeitsverteilung und der Faser/Faser-Wechselwirkung aufgrund von Spannungsübertragung in der Matrix abgeschätzt, um so die Festigkeit des Verbundwerkstoffs aus den Beiträgen der beiden Komponenten zu berechnen und die Festigkeitsstreuung von MMC Proben als Funktion ihrer Größe vorherzusagen.

Die Rißbeobachtung hat gezeigt, daß die Fasern vor der Matrix brechen und daß das MMC im Dreipunktbiegeversuch durch Zugspannungen versagt. Im folgenden wird eine defektfreie Probe betrachtet, in die Fasern eingelagert sind, deren Festigkeitsverteilung einer Weibullverteilung folgt. Die Fasern haben konstanten Durchmesser und E-Modul. Kriecheffekte der Fasern und Matrix werden vernachlässigt (Modellierungsansätze sind für faserverstärkte Kunststoffmatrizes

vorhanden<sup>101,128,131-136</sup>). Mit ansteigender Last versagen einige Fasern an ihren schwächsten Stellen. Ihre lasttragende Funktion geht dabei nicht vollständig verloren. Die Spannung an gebrochenen Faserenden regeneriert sich über eine bestimmte Länge, die kritische Länge  $l_c$ , nach der die Faser wieder die volle Last aufnimmt. Dem Kettenbündelmodell<sup>84</sup> entsprechend wird der Werkstoff in Faserrichtung in  $m$  statistisch unabhängige Segmente unterteilt. Jedes Segment hat die Länge  $l_c$  und enthält  $n$  Fasern.

Die Überlastung von Nachbarfasern einer gebrochenen Faser wurde für die hexagonale Faseranordnung von Hedgepeth und van Dyke<sup>85</sup> analytisch berechnet. Eine wesentliche Annahme für die Berechnung ist, daß die Fasern nur Zugspannungen übertragen und die Matrix ausschließlich Schubspannungen aufnimmt. Bei der hier betrachteten Reinaluminiummatrix muß zusätzlich berücksichtigt werden, daß die Matrix Zugspannungen aufnimmt. Dies führt zu anderen Überlastfaktoren, die Ochiai und Schulte<sup>103</sup> für eine zweidimensionale Faseranordnung berechnet haben. Die Abweichung gegenüber der vereinfachten Annahme von Hedgepeth und van Dyke<sup>85</sup> ist gering, wenn das Steifigkeitsverhältnis von Matrix und Fasern (vgl. Gl. 17) niedrig ist. Mit 70 GPa ist der Elastizitätsmodul der Matrix gegenüber dem der Fasern von 210 GPa und damit auch das oben genannte Steifigkeitsverhältnis klein. Da Reinaluminium schon bei geringen Dehnungen plastisch wird und damit der effektive E-Modul der Matrix (Sekantenmodul) weit unter den E-Modul im elastischen Bereich liegt, fällt das Steifigkeitsverhältnis  $\mu$  auf sehr geringe Werte ab. Unter der Annahme, daß die Ergebnisse für zweidimensionale Faseranordnung von Ochiai und Schulte<sup>103</sup> qualitativ auch für eine dreidimensionale Faseranordnung gelten, können deshalb die von Hedgepeth und van Dyke<sup>85</sup> berechneten Überlastfaktoren auch für Fasern in einer Reinaluminiummatrix verwendet werden. Damit ergeben sich bei einer hexagonalen Faseranordnung für die sechs direkten Nachbarfasern einer gebrochenen Faser Überlastfaktoren von  $K_1 = 1.1$  und für die zwölf zweitnächsten Nachbarn Überlastfaktoren von  $K_2 = 1.02$ . Die verbleibende Last der gebrochenen Faser wird auf weiter entfernt liegende Fasern verteilt, die nur noch sehr gering überlastet sind. Diese analytisch exakt berechnete Lastverteilung ist in ein statistisches Festigkeitsmodell nur schwer einzubauen. Diese Lastverteilung läßt sich wesentlich vereinfachen, wenn angenommen wird, daß sich die Last einer gebrochenen Faser ausschließlich auf die sechs direkten Nachbarfasern verteilt (siehe z.B. Smith et al.<sup>90</sup>). Diese Vereinfachung wird auch im folgenden gewählt.

Für Cluster mehrerer gebrochener Fasern wird eine lineare Superposition der Überlastfaktoren angewandt (vgl. Abbildung 6). Sind alle sechs direkten Nachbarfasern einer gebrochenen Fasern ebenfalls gebrochen, so wird die Last auf alle zweitnächsten Nachbarn gleichmäßig verteilt. Überlastfaktoren für andere Clustergrößen sind Smith et al.<sup>90</sup> entnommen und in Anhang 10.3 zusammengestellt.

### 6.3 Rechentechnische Lösung des statistischen Modells

Es werden zwei Wege zur Berechnung der Festigkeitsverteilung des MMC mit dem oben entwickelten Modell beschrieben. (1) Die Monte Carlo-Simulation liefert eine Lösung für ein Modell mit sehr wenigen Vereinfachungen. Sie ist wegen der Rechenzeit, die schon für Proben mit einigen Fasern sehr hoch ist, nicht in der Lage, das Festigkeitsverhalten von größeren Bauteilen, bei denen Faseranzahlen von  $10^9$  typisch sind, zu beschreiben. (2) Da eine Extrapolation der Lösung für kleine auf große Faserzahlen nicht ohne weiteres möglich ist, wird für hohe Faserzahlen eine analytische Näherungslösung ausgearbeitet, die in sehr kurzer Zeit ein Näherungsergebnis für die Festigkeitsverteilung eines Bauteils liefert.

Als Eingangsdaten werden folgende Werte verwendet:

ineffektive kritische Länge $l_e$	66 $\mu\text{m}$
charakteristische Festigkeit für die ineffektive kritischen Länge $\sigma_0(l_e)$	5185 MPa (für die Simulation auf 1 normiert)
Weibullmodul $\rho$	3.5
Faseranteil $f$	0.55
Probenabmessung	2.5×6×55 mm <sup>3</sup>
simulierte Gittergröße (im Zugversuch)	320×133 Fasern, 830 Segmente hexagonale Anordnung
Festigkeitsbeitrag der Matrix: Zugversuch DPBV und VPBV	lineare Mischungsregel entsprechend Gl. (68)

Tabelle 3: Eingangsdaten für die Festigkeitsberechnung.

#### 6.3.1 Monte Carlo-Simulation

Die Monte Carlo-Simulation der Festigkeit eines Segments beginnt damit, daß jeder Faser in dem (zweidimensionalen) Gitter entsprechend der Weibullverteilung (mit den gemessenen charakteristischen Faserfestigkeit an der ineffektiven kritischen Länge und dem Weibullmodul) eine Festigkeit zugewiesen wird. Dann simuliert die Monte Carlo-Rechnung einen kraftgesteuerten Zugversuch (Abbildung 43). Die Spannung in den Fasern wird erhöht, einzelne Fasern brechen und überlasten Nachbarfasern entsprechend der lokalen Lastverteilungsregel. Brechen überlastete Fasern, beginnt die Lastverteilung von neuem. Bricht mit der neuen Lastverteilung keine weitere Faser, wird die Last weiter erhöht. Sind alle Fasern gebrochen, ist die Bruchspannung des Segments die im letzten Simulationsschritt vorgegebene Grundspannung (keine Überlastung) einer Faser.

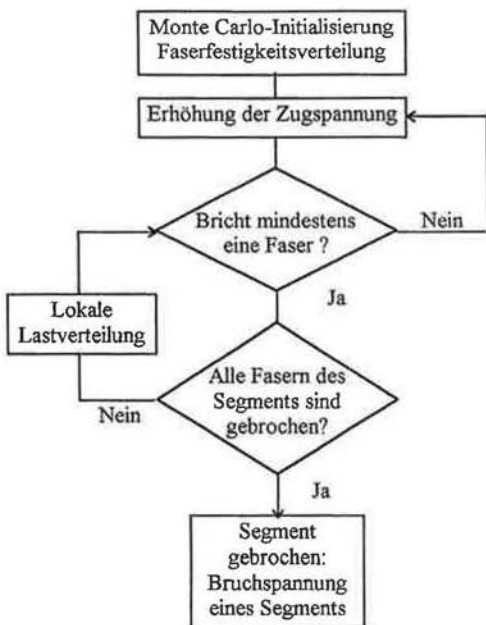


Abbildung 43: Flußdiagramm für die Monte Carlo-Simulation.

Es kann sowohl ein einheitliches Spannungsprofil (Zugversuch) als auch ein ansteigendes Spannungsprofil (Dreipunktbiegeversuch) simuliert werden. Für den Dreipunktbiegeversuch wird nur der Zugbereich simuliert, weil in diesem Bereich das Versagen auftritt.

Mit Hilfe der Monte Carlo-Simulationstechnik werden statistische Festigkeitswerte für 10000 Segmente ermittelt. Die (diskrete) Funktion von Versagenswahrscheinlichkeit über der anliegenden Spannung  $P(\sigma)$  ergibt sich aus den für ein Segment ermittelten Daten. Die Bruchwahrscheinlichkeit einer Probe  $P$  wird folgendermaßen ermittelt: Die Überlebenswahrscheinlichkeit der Probe  $S$  ist das Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeiten aller Segmente. Die Probe besteht aus  $m$  Segmenten, an denen jeweils eine unterschiedliche Spannung  $\sigma_i$  anliegt (z.B. ein linearer Spannungsanstieg wie im Dreipunktbiegeversuch), so daß

$$P = 1 - S = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P(\sigma_i)) \quad (39)$$

Durch Berechnung von  $P$  für verschiedene (Maximal-) Spannungen der Probe kann die Festigkeitsverteilung  $P(\sigma)$  ermittelt werden.

Im realen Verbundwerkstoff sind die Fasern nicht regelmäßig hexagonal angeordnet. Um den Einfluß der unregelmäßigen Faseranordnung zu untersuchen, wurde in der Monte Carlo-Simulation die Möglichkeit vorgesehen, unregelmäßigen Faseranordnungen durch Weglassen von Fasern aus der hexagonalen Anordnung zu erzeugen. Dabei wurden 10, 20, 30 und 40 % Fasern weggelassen (vgl. Abbildung 38). Die fehlenden Fasern können weder eine Last aufnehmen, noch verteilen sie eine Last auf andere Fasern.

Bei jedem Lastschritt wird die Clustergröße gebrochener Fasern bestimmt und damit die Clusterverteilung ermittelt. Ein wichtiger Kennwert ist die maximale Clustergröße bei der Spannung, bei der das Segment versagt.

### 6.3.2 Analytische Näherungslösung

Der Lösungsansatz macht gegenüber der Monte Carlo-Simulation folgende zusätzliche Vereinfachungen:

- Die ungünstigere Lastverteilung an der Probenoberfläche (weniger Nachbarfasern) gegenüber dem Probeninneren wird vernachlässigt.
- Es wird angenommen, daß sich Cluster gebrochener Fasern nicht gegenseitig beeinflussen. Somit ist es nicht möglich, daß zwei kleine - zufällig nebeneinander liegende - Cluster zu einem größeren Cluster zusammenwachsen und zum Versagen führen. Bei größerer Faserfeldern ist diese Bedingung gut erfüllt.
- Es wird eine Zugbeanspruchung der Probe betrachtet. Ansteigende Spannungsprofile wie im Dreipunktbiegeversuch werden näherungsweise durch folgendes Vorgehen berechnet: Aus dem Weibullmodul der Simulation und dem Spannungsprofil wird ein effektives Volumen berechnet, d.h. ein Volumen, das unter reiner Zugspannung die gleiche Versagenswahrscheinlichkeit hätte, wie die betrachtete Probe unter einem beliebigen Spannungsprofil. Für den Drei- und Vierpunktbiegeversuch wurden die effektiven Volumina von Danzer<sup>21</sup> berechnet (siehe Gln. (9) und (10)). Mit dem effektiven Volumen wird iterativ ein neuer Weibullmodul der Probenfestigkeit und damit ein neues effektives Probenvolumen ermittelt.
- Die Faseranordnung ist regelmäßig hexagonal. Diese Annahme vernachlässigt gegenüber der Monte Carlo-Simulation die unregelmäßige Faseranordnung.
- Um alle unterschiedlichen Rißpfade zu erfassen, werden zwei verschiedene Lastverteilungsregeln zur Abschätzung einer oberen und unteren Grenze verwendet:
  - (1) Nur die Nachbarfasern mit der - bei der jeweiligen Grundspannung herrschenden - höchsten Überlast können versagen. Alle anderen Fasern bleiben intakt. Diese Regel beschreibt den Hauptrißpfad, d.h. der Riß breitet sich nur über die am höchsten überlasteten Fasern aus.
  - (2) Es werden nur die zwei Gruppen von überlasteten Fasern mit den höchsten

Überlastfaktoren berücksichtigt. Die übrige Last wird gleichmäßig auf die restlichen Fasern verteilt (drei Überlastkategorien). Diese Regel beschreibt den größtmöglichen Festigkeitsabfall durch verschiedene Versagenspfade. Es wird angenommen, daß jeder Faserbruch einer überlasteten Faser wieder zu einem kompakten Cluster mit kreisförmiger Querschnitt führt, selbst wenn Fasern brechen, die zu einem langgestreckten (und damit ungefährlicheren) Cluster führen würden.

Eine Berechnung mit der zweiten Lastverteilungsregel führt zu niedrigeren Festigkeitswerten als mit der ersten. Bei einem hohen Weibullmodul der Fasern ist der Unterschied gering und kann vernachlässigt werden. Bei niedrigem Weibullmodul wird das arithmetische Mittel aus beiden Rechnungen als Festigkeitswert verwendet. Die mit verschiedenen Lastverteilungsregeln berechneten Festigkeitswerte werden in Anhang 10.5 ausführlich behandelt.

Bei der Lösung wird angenommen, daß die Spannung in den Fasern entsprechend einem kraftgesteuerten Zugversuch kontinuierlich ansteigt. Bei niedrigen Spannungen treten zuerst Einzelfaserbrüche an den schwächsten Fasern auf. Spannungsüberhöhungen in Nachbarfasern führen zu Faserbrüchen von einzelnen Nachbarfasern und damit zu Doppelfaserbrüchen. Die Anzahl der Doppelfaserbrüche  $N_2$  ist das Produkt aus der Anzahl der Einzelfaserbrüche  $N_1$  und der Wahrscheinlichkeit, daß eine einer gebrochenen Faser direkt benachbarte Faser bricht. Die Anzahl dieser durch Überlastung gebrochenen Fasern ist das Produkt aus der Anzahl der überlasteten Fasern und deren Bruchwahrscheinlichkeit. Die Bruchwahrscheinlichkeit einer Faser ist die Differenz der Wahrscheinlichkeiten, daß eine Faser bei der Überlast  $K_{ki}\sigma$ , und daß eine Faser bei der Last  $\sigma$  bricht

$$N_{k+1} = N_k \sum_{i=1}^n Q_{ki} \left( \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0(l_e)}\right)^p\right) - \exp\left(-\left(\frac{K_{ki}\sigma}{\sigma_0(l_e)}\right)^p\right) \right) \quad (40)$$

( $k = 0 \dots 19$ ,  $Q_{ki}$ : Anzahl der mit  $K_{ki}\sigma$  überlasteten Fasern,  $K_{ki}$ : Überlastfaktor)

Die Versagenswahrscheinlichkeit einer überlasteten Faser wird überschätzt, wenn sie wie in Bader<sup>91</sup> abweichend von Gl. (40) nur durch die Versagenswahrscheinlichkeit bei der Spannung  $K_{ki}\sigma$ , berechnet wird, weil die bei einer Spannung von  $\sigma$  gebrochenen Fasern bereits gezählt wurden. Gleichzeitig ist aber damit die Wechselwirkung zwischen den Clustern berücksichtigt, was in der hier verwendeten Gleichung nicht gegeben ist. Die analytische Lösung mit der hier angegebenen Gleichung stimmt jedoch besser mit den in Kap. 6.4.1 dargestellten Ergebnissen der Monte Carlo-Simulation überein als die des anderen diskutierten Ansatzes.

Die Berechnung der Anzahl der Cluster der verschiedenen Größen  $N_k$  erfolgt mit Gl. (40) bis zu einer Clustergröße von  $k = 19$ , wobei mit  $N_0 = mn$  gestartet wird. Die Anzahl aller Faserelemente der Probe  $mn$  berechnet sich zu:

## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

$$mn = \frac{l}{l_e} h b f \frac{4}{\pi d^2} = \frac{55 \text{ mm}}{66 \mu\text{m}} \cdot 2.5 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm} \cdot 0.55 \frac{4}{\pi (15 \mu\text{m})^2} = 3.9 \cdot 10^7 \quad (41)$$

Die Anzahl der Cluster jeder Größe steigt mit zunehmender Spannung (Abbildung 44). Bei einer bestimmten Spannung wird die Anzahl der Cluster der Größe  $k+1$  größer als die der Größe  $k$ . Das bedeutet, daß sich jedes Cluster der Größe  $k$  in ein Cluster der Größe  $k+1$  umwandelt. Da die Lastverteilung bei wachsenden Clustern ungünstiger wird, wird sich auch jedes Cluster der Größe  $k+1$  in eines der Größe  $k+2$  umwandeln, d.h. das Wachstum wird instabil und die Probe versagt katastrophal. Die Clustergröße, bei der instabiles Rißwachstum auftritt, wird als kritische Clustergröße  $k^*$  bezeichnet.

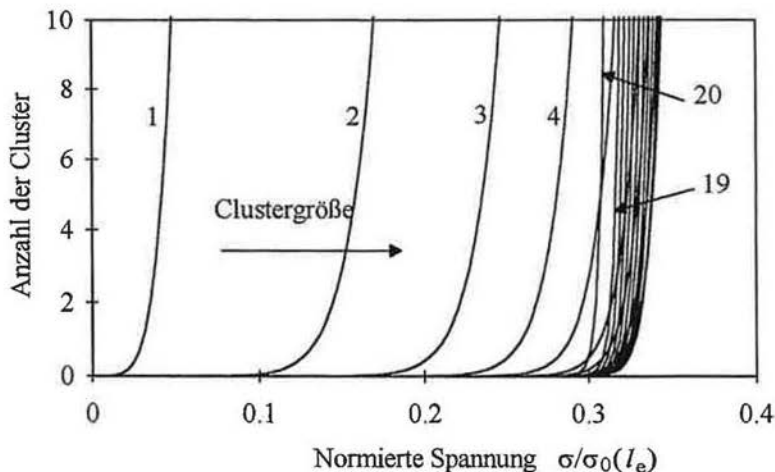


Abbildung 44: Anzahl der Cluster bestimmter Größen ( $k = 1$  bis 20) bei ansteigender Spannung. Spannung normiert auf die charakteristische Faserfestigkeit bei der ineffektiven kritischen Länge.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Cluster der kritischen Größe auftritt, entspricht der Versagenswahrscheinlichkeit der Probe: Bei einer bestimmten Spannung  $\sigma_k$  sei als Beispiel angenommen, daß  $N_5 = 0.01$  (also ein Hundertstel Cluster der Größe  $k = 5$ ) und  $N_6 = 0.02$  (also zwei Hundertstel Cluster der Größe  $k = 6$ ) sind. Wenn ein Cluster der Größe  $k = 5$  auftritt, dann wird es sich auf jeden Fall in ein größeres Cluster umwandeln. Diese Spannung  $\sigma_k$  ist die Bruchspannung bei einer Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = N_5 = 0.01$ .

Die Anzahl der Cluster aus Abbildung 44 ist in Abbildung 45 in einer dem Weibulldiagramm entsprechenden Auftragung dargestellt. Der Bereich, in dem Versagen eintritt, wird durch die Einhüllende beschrieben.

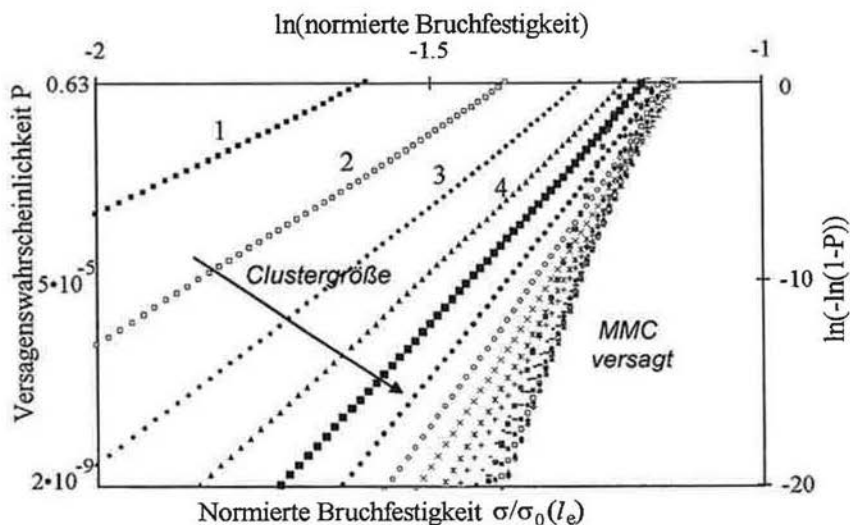


Abbildung 45: Anzahl der Cluster mit Größen von  $k = 1$  bis 20 in Weibullaufrtragung.

## 6.4 Ergebnisse

Die durch Monte Carlo-Simulationen ermittelten Bruchfestigkeitswerte für ein Segment bei Belastung im Dreipunktbiege-, Vierpunktbiege- und Zugversuch sind in Abbildung 46 in einem Weibulldiagramm aufgetragen. Zur übersichtlicheren Darstellung wurden statistische Festigkeitswerte für 10000 Segmente in 200 Klassen der Klassenbreite  $0.5\% \times \sigma_0(I_e)$  eingeteilt. Da die Monte Carlo-Simulation nur mit der Genauigkeit der Klassenbreite arbeitet, wird dadurch die Genauigkeit nicht beeinträchtigt. In einer Weibullaufrtragung zeigen weder die Festigkeitswerte des Segments noch die der Proben einen linearen Verlauf. Die Kurven weisen vielmehr bei niedrigen Bruchwahrscheinlichkeiten höhere Steigungen auf. Die normierte charakteristische Bruchspannung  $\sigma_n$  beträgt für das Segment  $\sigma_n = 0.41$ , für die Proben im Dreipunktbiegeversuch  $\sigma_n = 0.36$ , im Vierpunktbiegeversuch  $\sigma_n = 0.325$  und im Zugversuch  $\sigma_n = 0.3$ . Mit  $f = 0.55$  und  $\sigma_0(I_e) = 5185$  MPa ergibt sich für den Dreipunktbiegeversuch aus Gl. (68) eine charakteristische Festigkeit von

$$\sigma_{0,DPBV} = f \sigma_n \sigma_0(I_e) + 0.45 \sigma_{n,\max} 1.5 = 1070 \text{ MPa}$$

Für den Vierpunktbiegeversuch ergibt sich  $\sigma_{0,VPBV} = 970$  MPa und für den Zugversuch  $\sigma_{0,ZPBV} = 885$  MPa.

Die Steigung bei  $P = 0.63$  entspricht dem Weibullmodul, der bei einer geringen Probenzahl im Experiment gemessen würde. Aus Abbildung 46 ergeben sich die



## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

Werte  $\rho = 18$  für ein Segment, und für die Proben  $\rho = 24$  im Dreipunktbiegeversuch,  $\rho = 29$  im Vierpunktbiegeversuch und  $\rho = 35$  im Zugversuch.

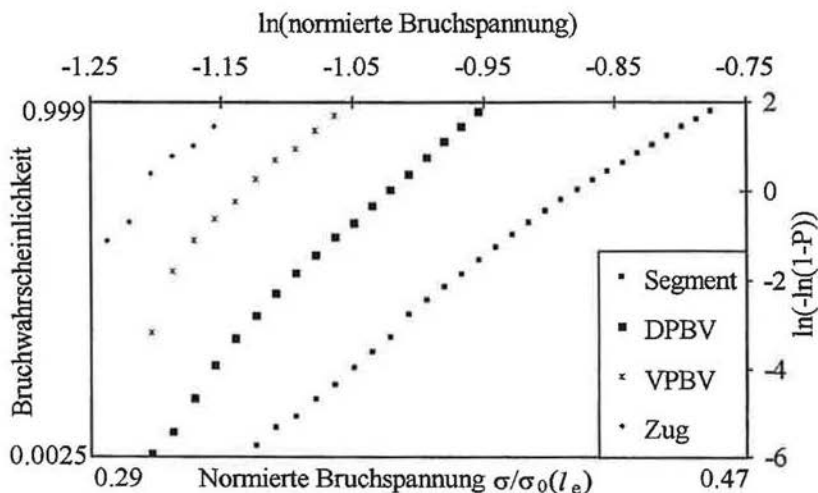


Abbildung 46: Bruchfestigkeit eines Segments und der Proben im Dreipunktbiege-, Vierpunktbiege- und Zugversuch.

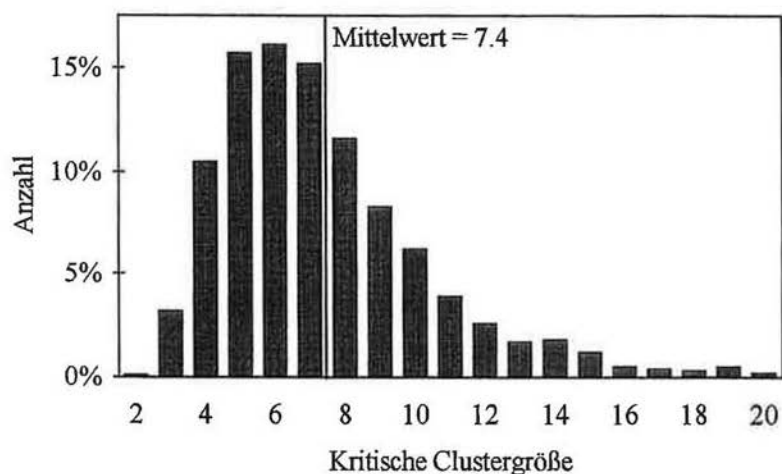


Abbildung 47: Größenverteilung der kritischen Cluster für Segmente.

Die kritische Clustergröße für ein Segment bei linearer Spannungsverteilung (Dreipunktbiegeversuch) streut stark. Sie liegt zwischen 2 und 20 und hat einen Mittelwert von 7.4 (Abbildung 47). Diese breite Verteilung der kritischen Clustergrößen wurde auch von Stumpf et al.<sup>101</sup> für eine Monte Carlo-Simulation der Festigkeit eines Bündels aus sieben Fasern beschrieben. Smith et al.<sup>90</sup> berechnen über eine analytische Lösung eine einzige kritische Clustergröße und können deshalb die Streuung der kritischen Clustergrößen nicht erklären.

Abbildung 48 zeigt die ermittelten kritischen Clustergrößen in Abhängigkeit von der normierten Bruchspannung eines Segments. Bei der für den Dreipunktbiegeversuch berechneten normierten Bruchspannung von  $\sigma_n = 0.36$  (für das Segment mit der höchsten Spannung) ist eine große Streuung der kritischen Clustergrößen zu erkennen. Die kritische Clustergröße läßt wegen der großen Streuung keine eindeutige Abhängigkeit von der Bruchspannung erkennen. Als Trend ergibt sich aus Abbildung 48 ein Ansteigen der kritischen Clustergröße mit der Bruchspannung.

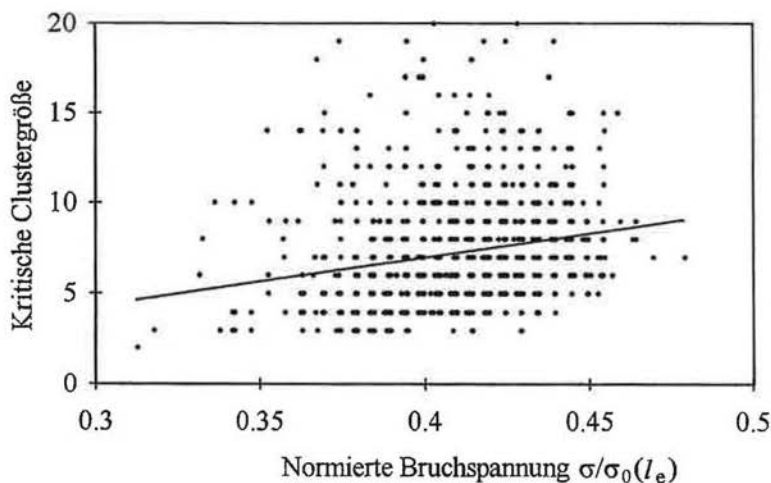


Abbildung 48: Kritische Clustergröße in Abhängigkeit der Bruchspannung eines Segments und Trendlinie.

Der Einfluß der unregelmäßigen Faseranordnung auf die Festigkeit im Dreipunktbiegeversuch, die durch Weglassen von Fasern erreicht wurde, ist in Abbildung 49 dargestellt. Die unregelmäßige Faseranordnung führt zu einem Abfall der normierten charakteristischen Probenfestigkeit von  $\sigma_n = 0.36$  bei idealer hexagonaler Anordnung ( $\Delta f = 0$ ) auf  $\sigma_n = 0.355$  ( $\Delta f = 10\%$ ),  $\sigma_n = 0.35$  ( $\Delta f = 20\%$ ) und weiter auf  $\sigma_n = 0.34$  ( $\Delta f = 30\%$ ) bis  $\sigma_n = 0.33$  ( $\Delta f = 40\%$ ). Bei konstanter Faseranzahl und regelmäßiger Anordnung liegt die Festigkeit also um etwa 6 % über der dem Realfall nahekommenden Anordnung mit 30 % fehlenden

Fasern. Dieser geringe Abfall der Festigkeit dürfte bei diesem Werkstoff kaum den Aufwand rechtfertigen, der für die Herstellung eines Verbundwerkstoffs mit ideal regelmäßiger Faseranordnung nötig wäre.

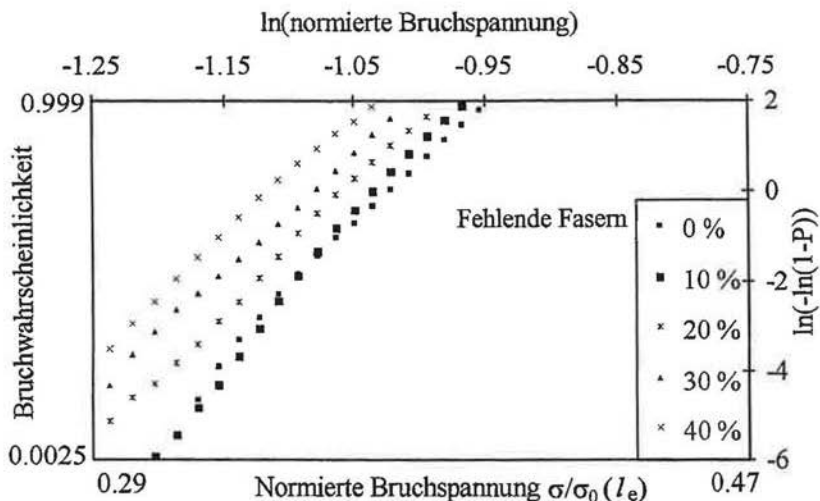


Abbildung 49: Bruchwahrscheinlichkeit einer Probe im Dreipunktbiegeversuch bei verschiedenen Gittern.

Die analytische Berechnung ergibt bei Zugbelastung für  $mn = 3.9 \cdot 10^7$  eine normierte charakteristische Festigkeit von  $\sigma_n = 0.305$  und einen Weibullmodul von  $\rho = 37$ , der über die kritische Clustergröße  $k^*$  berechnet wurde. Für den Dreipunktbiegeversuch ergibt sich nach einigen Iterationen für das effektive Volumen  $mn_{\text{eff}} = 30000$ , was zu  $\sigma_n = 0.345$  und  $\rho = 26$  führt, für den Vierpunktbiegeversuch sind  $mn_{\text{eff}} = 500000$ ,  $\sigma_n = 0.32$  und  $\rho = 35$ . Diese Werte sind sowohl für den Drei- und Vierpunktbiegeversuch als auch für den Zugversuch in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Monte Carlo-Simulation (Tabelle 4).

## 6 Vorhersage der Festigkeitsverteilung des MMC

Charakteristische Festigkeit $\sigma_0$ Weibullmodul $\rho$	Monte Carlo-Simulation	Monte Carlo-Simulation 30 % Faserleerstellen	Analytische Lösung
Dreipunktbiegeversuch	1070 MPa 24	1015 MPa 24	1030 MPa 26
Vierpunktbiegeversuch	970 MPa 29	930 Mpa 29	960 MPa 35
Zugversuch	885 MPa 35	870 MPa 35	900 MPa 37

*Tabelle 4: Mit der Monte Carlo-Simulation und der analytischen Lösung berechnete charakteristische Festigkeiten und Weibullmoduli.*

## 7 Diskussion

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse des statistischen Modells mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Dabei wird besonders auf die Abhängigkeit der Werkstofffestigkeit vom Faseranteil eingegangen. Als Anwendung des Festigkeitsmodells wird die zulässige Spannung von großen Bauteilen bestimmt. Es wird gezeigt, daß Bruchfestigkeiten, die mit anderen Versagenshypothesen berechnet werden, z.T. stark davon abweichen. Mit Hilfe von Parametervariationen werden Vorschläge zur Erhöhung der Bruchfestigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums gemacht. Abschließend werden die Vor- und Nachteile der verwendeten Prüfverfahren diskutiert.

### 7.1 Vergleich Festigkeitsvorhersage mit Experiment

#### 7.1.1 Streuung der Festigkeitswerte der MMC-Proben

Abbildung 50 zeigt die Bruchfestigkeit der Proben des keramikfaserverstärkten Aluminiums (MMC) im Dreipunktbiegeversuch über dem Faseranteil aufgetragen. Der Mittelwert des Faseranteils beträgt  $f = 0.55$ . Da die Festigkeitswerte nicht exakt einer linearen Mischungsregel folgen, kann die große Streuung der Bruchfestigkeiten nicht mit unterschiedlichen Faseranteilen erklärt werden. Eine inhomogene Faserverteilung ist ebenfalls nicht dafür verantwortlich. Die Fraktographie und die BHD-Verteilungen haben gezeigt, daß die Bruchflächen von festen und schwachen Proben ein gleiches Aussehen haben.

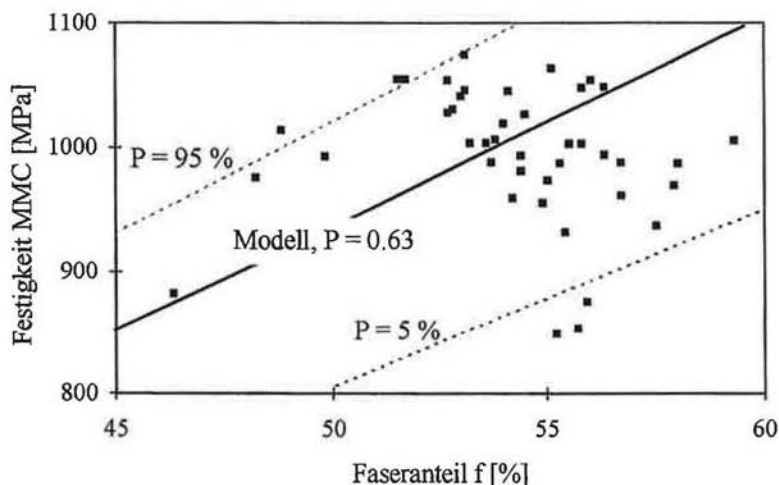


Abbildung 50: Bruchfestigkeit bei verschiedenen Faseranteilen.

Als Ergebnis der Festigkeitsberechnung der Monte Carlo-Simulation mit 30 % Faserleerstellen sind unter der Annahme einer linearen Mischungsregel die charakteristische Festigkeit des MMC und die Festigkeiten bei Versagenswahrscheinlichkeiten von 5 und 95 % aufgetragen. Die Bruchfestigkeiten der MMC Proben liegen in dem vorausgesagten Festigkeitsbereich, d.h. die Streuung der Festigkeit des MMC kann durch die Streuung der Faserfestigkeiten zwanglos erklärt werden. Diese Streuung ist also inhärent und liegt nicht an einem mangelhaften Fertigungsverfahren, einer mangelhaften Probenprüfung oder an sonstigen Fehlern im Werkstoff. Der Konstrukteur muß diese Streuung kompensieren, indem er eine zulässige Bruchwahrscheinlichkeit vorgibt und bei Kenntnis des belasteten Werkstoffvolumens die zulässigen Spannungen ermittelt.

### 7.1.2 Einfluß des Faseranteils

Abbildung 51 zeigt die experimentell ermittelten und die auf den mittleren Faseranteil bezogenen Bruchfestigkeiten. Die charakteristische Festigkeit beträgt 1020 MPa, der Weibullmodul für die experimentellen Werte  $\rho = 23$ , für die auf den mittleren Faseranteil normierten Werte  $\rho = 18$ . Die experimentellen Werte bestätigen die Ergebnisse der theoretischen Festigkeitsvorhersage der Monte Carlo-Simulation bei einem Gitter mit 30 % Faserleerstellen gut. Der Weibullmodul der normierten Werte liegt unter dem der Festigkeitsvorhersage.

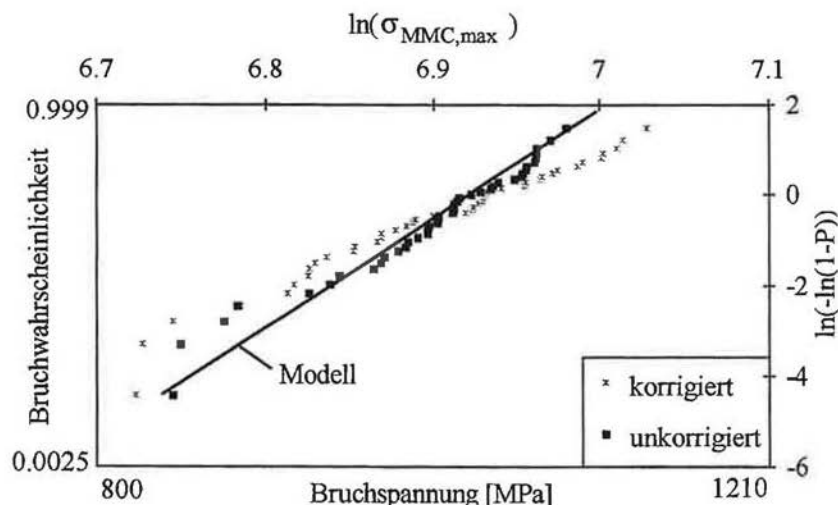


Abbildung 51: Im Weibulldiagramm dargestellte gemessene und auf den mittleren Faseranteil normierte Verteilung der Bruchfestigkeit der geprüften Proben und die vorausgesagte Festigkeitsverteilung.

Die Streuung der für den Faseranteil der Einzelproben korrigierten Festigkeitswerte ist größer als die der nicht normierten, d.h. die Festigkeit ist in dem untersuchten Bereich nicht proportional zum Faseranteil. Abbildung 50 bestätigt, daß die Festigkeit bei höheren Faseranteilen ( $f > 0.55$ ) offensichtlich nicht mit dem Faseranteil korreliert. Verschiedene Gründe können dafür verantwortlich sein:

(1) Die Abweichung kann auf die geringe Anzahl der experimentell untersuchten Proben zurückzuführen sein. In Anhang 10.6 wird gezeigt, daß bei den 40 experimentell geprüften Proben der durch lineare Regression berechnete Weibullmodul stark vom wahren Weibullmodul abweicht.

Ein Prüfen von Proben mit identischem Faseranteil oder eine größere Probenanzahl könnte eine verlässlichere Aussage über die Abhängigkeit der Probenfestigkeit vom Faseranteil geben. Hu et al.<sup>107</sup> zeigen für eine aluminiumoxidfaserverstärkte Aluminiumlegierung mit 4 Massenprozent Mg, daß der Faseranteil bei Proben zwischen  $f = 0.3$  und  $0.45$  keinen Einfluß auf die auf den Faseranteil bezogene Bruchfestigkeit hat, d.h. daß die Probenfestigkeit proportional zum Faseranteil ansteigt.

(2) Bei höheren Bruchspannungen und größeren Clustern wird die Bruchfestigkeit durch sprödes Versagen (vgl. Kap. 2.2.3) begrenzt. Ochiai und Osamura<sup>137</sup> beobachten einen ähnlichen Übergang von statistischem zu sprödem Versagen (vgl. Kap. 7.2.2) bei Metallmatrix Faserverbundwerkstoffen mit unterschiedlichem Faseranteil.

(3) Die Faserabstandsverteilung hat einen Einfluß auf die Bruchfestigkeit. Die gemessenen BHD-Verteilungen sind ein gemittelter Wert über alle Faserpaarungen. Eine dicht neben einer gebrochenen Faser liegende Faser wird stärker überlastet als eine weiter entfernt liegende Faser<sup>138</sup>. Im folgenden wird gezeigt, daß dieser Effekt die Abweichung von der linearen Mischungsregel erklären kann.

### 7.1.3 Einfluß der Faserabstandsverteilung

Um den Einfluß des Faserabstandes auf die gegenseitige Überlastung von Fasern zu untersuchen, wurden die BHD-Verteilungen für verschiedene Faserabstände bestimmt. Dabei wurden Faserabstände von  $x = d$ ,  $x = 1.35 d$  und  $x = 1.73 d \pm 1.5 \mu\text{m}$  untersucht. Bei regelmäßiger hexagonaler Faseranordnung würden diese Faserabstände einem Faseranteil von  $f = 90 \%$ ,  $50 \%$  und  $30 \%$  entsprechen. Abbildung 52 zeigt, daß die BHD-Verteilung für dicht nebeneinander liegende Fasern mehr Faserbrüche bei geringer BHD aufweist als die von weiter entfernt liegenden Fasern. Das bedeutet, daß bei dicht nebeneinander liegenden Fasern höhere Überlasten in Nachbarfasern induziert werden als bei weiter entfernt liegenden Fasern.

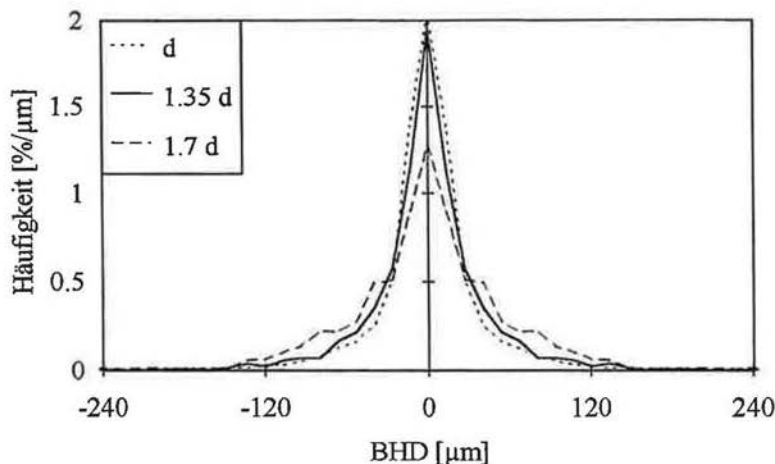


Abbildung 52: BHD-Verteilung für verschiedene Faserabstände.

Aus den digitalisierten Bruchflächen wurde die Faserabstandsverteilung von jeder Faser zu den als direkte Nachbarn identifizierten Fasern ermittelt. Abbildung 53 zeigt, daß die Faserverteilung inhomogen ist und eine breite Verteilung von Faserabständen vorliegt.

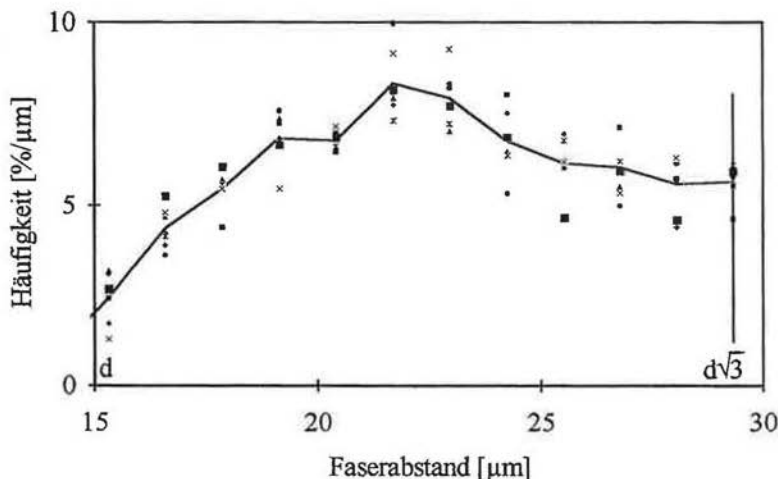


Abbildung 53: Mittelwert und Faserabstandsverteilungen von sieben Proben.

Mit steigendem Faseranteil enthalten Proben des keramikfaserverstärkten Aluminiums im Mittel mehr dicht aneinanderliegende Fasern. Die Überlastung



wird damit ungünstiger, so daß trotz höheren Faseranteils eine nicht mehr weiter ansteigende oder sogar geringere Bruchlast der Probe zu erwarten ist, d.h. daß ab einem bestimmten Faseranteil die Festigkeit nicht mehr ansteigt und sich der optimale Faseranteil nicht nur durch Kostenerwägungen, sondern durch die Festigkeitsmaximierung ergibt. Dieser Bereich ist bei den hier untersuchten kommerziellen MMC Proben offensichtlich eingestellt worden.

Das zur Festigkeitsvorhersage verwendete statistische Modell ermöglicht keine quantitative Beschreibung dieses Einflusses des Faseranteils auf die Festigkeit, weil die unterschiedliche Überlastung von Fasern nicht erfaßt wird, sondern unabhängig vom Faserabstand die von Smith et al.<sup>90</sup> vorgeschlagenen konstanten Überlastfaktoren angenommen werden. Batdorf und Ghaffarian<sup>105</sup> wählen einen Modellierungsansatz, der variable Überlastfaktoren zuläßt. Die Überlastfaktoren werden jedoch nicht gemessen oder berechnet, sondern an die Versuchsergebnisse angepaßt, so daß sie für das Modell nicht zur Verfügung stehen.

Ochiai et al.<sup>138</sup> berechnen Überlastfaktoren bei verschiedenen Faserabständen für eine zweidimensionale Faseranordnung. Für eine dreidimensionale Faseranordnung sind bisher keine Lösungen verfügbar. Eine Berechnung der Überlastfaktoren aus den gemessenen BHD-Verteilungen erscheint nicht sinnvoll, weil die aus der BHD-Verteilung berechneten Spannungen nur die Überlastung beim Bruch und nicht (wie benötigt) den zeitlichen Aufbau der Überlastung beschreiben. Mit Hilfe der Finite Element Methode wäre möglicherweise eine genauere Berechnung von Überlastfaktoren für dreidimensionale inhomogene Faseranordnung möglich. Dabei dürfte es ausreichend sein, kompakte Cluster zu betrachten und die Überlastfaktoren für direkte Nachbarn zu berechnen. Ansätze hierfür finden sich bei He et al.<sup>86</sup>. Diese Autoren berechnen die Überlastfaktoren für nur eine gebrochene Faser in einer Keramikmatrix. Das hier beschriebene statistische Modell benötigt jedoch Überlastfaktoren für verschiedene Clustergrößen. Eine Berechnung über eine Finite Element Methode erscheint zwar möglich, wurde hier aber nicht in Angriff genommen, weil für ein dreidimensionales Gitter die Rechenzeiten den verfügbaren Rahmen überschritten hätten.

Ein Einbau von variablen Überlastfaktoren, welche die im keramikfaserverstärkten Aluminium vorliegende unregelmäßige Faseranordnung berücksichtigt, in das in dieser Arbeit vorgestellte Modell ist rechentechnisch problemlos möglich. Diese weitere Verfeinerung des Modells erscheint aber erst dann sinnvoll, wenn die Überlastfaktoren bei verschiedenen Faserabständen bekannt sind.

### **7.2 Praktische Anwendung des statistischen Festigkeitsmodells**

#### **7.2.1 Vorhersage der Festigkeitsverteilung von großen Bauteilen**

Die Ergebnisse der Monte Carlo-Simulationstechnik erfassen den Einfluß der ungleichmäßigen Faserverteilung und führen zu einer hinreichend genauen Lösung des statistischen Modells. Die analytische Näherungslösung gibt, obwohl

die Modellierung weiter vereinfacht werden mußte, mit der Monte Carlo-Simulationstechnik fast exakt übereinstimmende Ergebnisse. Für weitere Berechnungen und für die Extrapolation von Festigkeitswerten kann deshalb die analytische Näherungslösung verwendet werden.

Die Monte Carlo-Simulation hat gezeigt, daß bei unregelmäßiger Faseranordnung mit 30 % Faserleerstellen die Festigkeit des MMC um 6 % gegenüber der regelmäßigen Faseranordnung absinkt. Deshalb wird von den in der analytischen Lösung berechneten Werten 6 % abgezogen. Die Bauteilfestigkeit wird über eine lineare Mischungsregel im Zugversuch und im Dreipunktbiegeversuch aus Gl. (68) errechnet. Mit der (angepaßten) analytischen Lösung werden für verschiedene Bauteilgrößen und Belastungsfälle die Zugfestigkeit und die Biegefestigkeit im Drei- und Vierpunktbiegeversuch bei einer Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 10^{-6}$  berechnet. Diese Versagenswahrscheinlichkeit ist ein üblicher Wert für die Auslegung von sicherheitskritischen Bauteilen. Die zulässigen maximalen Spannungen im Werkstoff zeigt Abbildung 54. Kleinere bis mittlere Bauteile dürfen maximal bis 660 MPa, große Bauteile bis 600 MPa belastet werden. Die so gewonnenen Festigkeitswerte können als Auslegungsgrundlage für Bauteile aus keramikfaserverstärktem Aluminium dienen.

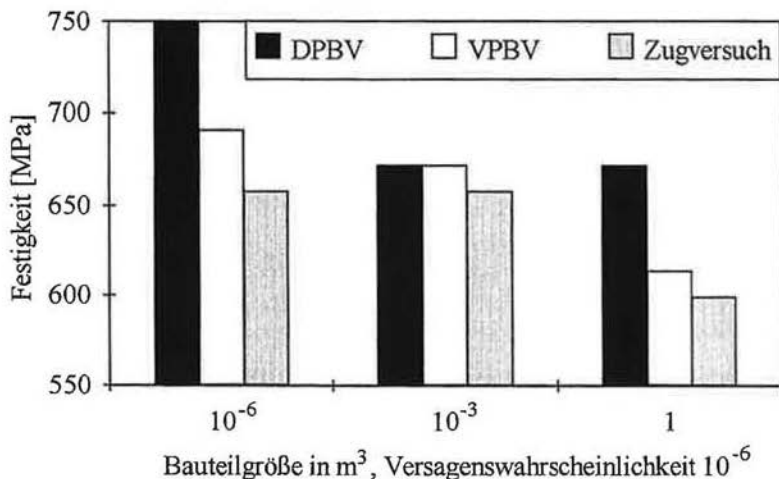


Abbildung 54: Bauteilfestigkeit im Drei-, Vierpunktbiegeversuch und Zugversuch bei einer Versagenswahrscheinlichkeit von  $P = 10^{-6}$ .

Der Quotient  $\ln/P$  ist konstant, so daß die Festigkeitswerte bei der Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 10^{-6}$  identisch mit der Festigkeit einer  $0.63 \cdot 10^6$  größeren Probe bei einer Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 0.63$  sind. Die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens eine Probe aus einer Probenanzahl versagt (z.B. in einem Flugzeug einer von 100 keramikfaserverstärkten Aluminiumfensterrahmen),

entspricht der Versagenswahrscheinlichkeit einer Probe des Gesamtvolumens aller Proben: Soll mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit verhindert werden, daß irgendein Fensterrahmen der gesamten Flotte versagt, so muß also die Versagenswahrscheinlichkeit für das Gesamtvolumen aller Fensterrahmen kleiner als dieser Wert sein. Dies bedeutet, daß die Versagenswahrscheinlichkeiten der kleinen Laborproben auf ein sehr viel größeres Volumen extrapoliert werden muß, was eine verlässliche Festigkeitshypothese und große Genauigkeit der Festigkeitsdaten voraussetzt.

### 7.2.2 Beurteilung der Vorhersage der Bruchfestigkeit großer Bauteile mit Hilfe anderer Versagenshypothesen

In der Literatur wird die Festigkeit beliebiger Langfaserverbundwerkstoffe häufig mit Modellen abgeschätzt, die nicht die Versagensphänomenologie des betrachteten Werkstoffs erfassen. Manche Autoren verwenden zur Festigkeitsvorhersage Methoden der linear elastischen Bruchmechanik<sup>107</sup>, andere schätzen die obere Festigkeitsgrenze unter der Annahme von Bündelversagen ab<sup>82</sup>. Häufig wird auch nur eine lineare Mischungsregel verwendet, oder die experimentell ermittelte Festigkeitsverteilung wird mit Hilfe der Weibullverteilung extrapoliert. Im folgenden soll anhand des keramikfaserverstärkten Aluminiums, bei dem statistisches Versagen vorliegt, erstens gezeigt werden, welche Fehler durch unbedachte Anwendung dieser Konzepte gemacht werden können und zweitens, wie sich die Festigkeit ändern würde, wenn sich bei Änderung der Matrix oder der Faser/Matrix Grenzfläche der dominierende Versagensmechanismus änderte.

#### Linear elastische Bruchmechanik

Im Bruchzähigkeitsversuch an Dreipunktbiege- und CT-Proben wurde für kurze Risse (kleiner 0.5 mm) eine Bruchzähigkeit von  $K_{Ic} = 15 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  ermittelt (Abbildung 55). Die Bruchzähigkeit steigt bei längeren Rissen bis auf etwa  $35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  an. Aus meßtechnischen Gründen konnten keine Bruchzähigkeitswerte für Risse kürzer als 0.3 mm ermittelt werden. Den weiteren Berechnungen wird für kurze Risse  $K_{Ic} = 15 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  zugrunde gelegt.

Zur Vorhersage der Bruchfestigkeit mit den Methoden der Bruchmechanik muß die Defektgrößenverteilung im Werkstoff bekannt sein. Als Näherung wird sie hier aus der kritischen Clustergröße berechnet. Die kritische Clustergröße  $k^*$  kann über den Quotienten

$$k^* = \rho_{MMC} / \rho_f \quad (42)$$

abgeschätzt werden<sup>95</sup>.

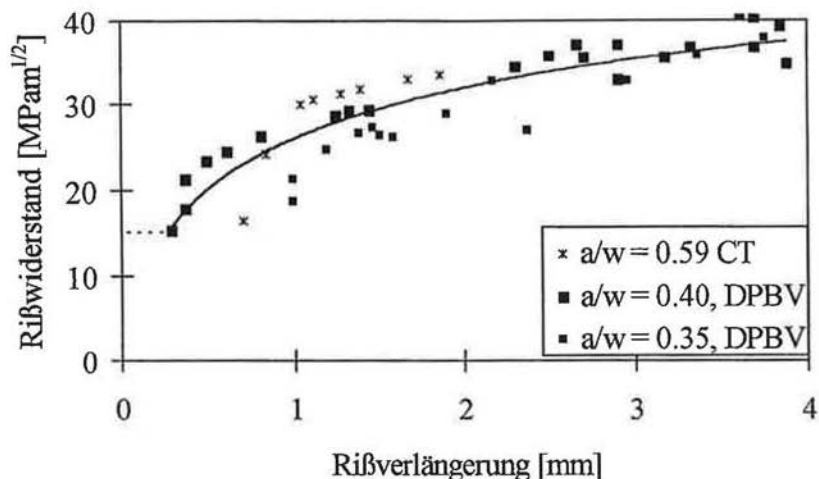


Abbildung 55: Rißwiderstand des keramikfaserverstärkten Aluminiums gemessen an Dreipunktbiegeproben und CT-Proben ( $a$ : Anfangsrißlänge,  $w$ : Probenbreite nach ASTM 399).

Unter der Annahme, daß das Cluster kreisförmig ist und daß um jede gebrochene Faser auch der dem Faseranteil  $f$  entsprechende Teil der Matrix bricht, hat der größte Defekt einen Durchmesser von:

$$a_c = \sqrt{\frac{d^2 k^*}{4f}} \quad (43)$$

Nach der Griffith-Beziehung gilt für eine unendlich ausgedehnte Platte mit einem querliegenden Defekt der Größe  $2a_c$ , an der eine Spannung  $\sigma_\infty$  anliegt:

$$\sigma_\infty = \frac{K_{Ic}}{Y\sqrt{\pi a_c}} \quad (44)$$

wobei  $Y$  ein Geometriefaktor ist und  $\sigma_\infty$  in erster Näherung  $\sigma_{0,MMC}$  entspricht. Bei an der Oberfläche liegenden Rissen verdoppelt sich die Rißlänge, und aus Gl. (43) und Gl. (44) ergibt sich für die Werkstofffestigkeit:

$$\sigma_\infty = \frac{K_{Ic}}{Y\sqrt{\pi d}} 4\sqrt{\frac{f}{k^*}} \quad (45)$$

Die Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  und der Weibullmodul des MMC  $\rho_{MMC}$  sind direkt korreliert, und Gl. (42) in Gl. (45) eingesetzt ergibt:

$$\rho_{\text{MMC}} = \rho_f \left( \frac{K_{Ic}}{Y \sigma_{\infty}} \right)^4 \frac{f}{\pi^2 d^2} \quad (46)$$

Beim MMC ergibt sich bei  $K_{Ic} = 15 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ,  $f = 0.55$ ,  $d = 15 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_0 \approx \sigma_{\infty} = 1020 \text{ MPa}$  und  $\rho_{\text{MMC}} = 23$  (vgl. Kap. 7.1) und  $\rho_f = 3.5$  (vgl. Kap. 6.1.4) aus Gl. (42) eine kritische Clustergröße von  $k^* \approx 7$ . Der Geometriefaktor ist bei Rissen, die im Verhältnis zur Probenbreite klein sind, ungefähr 1. Aus Gleichung (45) läßt sich eine Bruchfestigkeit von  $\sigma_{0,\text{MMC}} = 1160 \text{ MPa}$  berechnen. Der Geometriefaktor steigt bei Rissen, die in der Nähe der Probenoberfläche liegen, an<sup>139</sup>, so daß eine Verteilung der Werte für den Geometriefaktor vorliegt. Ebenso haben die kritischen Clustergrößen eine Verteilung. Bei großen Clustern ( $k^* = 14$ ) wird somit nach Gl. (45) folgende Bruchfestigkeit berechnet:

$$\sigma_{0,\text{MMC}} = \frac{15 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{\sqrt[4]{\frac{\pi^2 (15 \mu\text{m})^2 14}{0.55}}} = 970 \text{ MPa} \quad (47)$$

### Bündelversagen

Beim Bündelversagen beträgt der Festigkeitsbeitrag der Fasern ( $\rho = 3.5$  und  $\sigma_0(l_c) = 5145 \text{ MPa}$ ) nach Gl. 14 und Anwendung der linearen Mischungsregel

$$\begin{aligned} \sigma_{0,\text{MMC}} &= (1-f) \sigma_{m,\text{max}} + f \sigma_{0,f} \rho \frac{1}{\rho} e^{-\frac{1}{\rho}} = \\ &0.45 \cdot 60 \text{ MPa} + 0.55 \cdot 5145 \text{ MPa} 3.5 \frac{1}{3.5} e^{-\frac{1}{3.5}} = 1520 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (48)$$

Diese Festigkeit streut bei großer Faseranzahl nur schwach, und ist deshalb kaum größenabhängig.

### Lineare Mischungsregel

Nach Herstellerangaben beträgt die Festigkeit der Fasern bei einem in einer Kunststoffmatrix eingebetteten Bündel  $\sigma_{f,\text{max}} = 1800 \text{ MPa}$ . Bei Anwendung der linearen Mischungsregel wird eine Werkstofffestigkeit von  $1020 \text{ MPa}$  berechnet. Diese Festigkeit weist der Annahme der Mischungsregel entsprechend keine Streuung auf.

### Weibullverteilung

Eine Extrapolation der Werkstofffestigkeit mit der Weibullverteilung unter Verwendung der an dem keramikfaserverstärkten Aluminium gemessenen Festigkeitsverteilung ( $\sigma_{0,\text{MMC}} = 1020 \text{ MPa}$ ,  $\rho = 23$ ,  $V_0 = 10^{-6} \text{ m}^3$ ) ergibt nach

Gl. (2) für eine Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 10^{-6}$  und ein Probenvolumen von  $V = 1 \text{ m}^3$ :

$$\sigma = \sigma_0 \left( -\frac{V_0}{V} \ln(1-P) \right)^{\frac{1}{p}} =$$

$$1020 \text{ MPa} \left( -\frac{10^{-6}}{1} \ln(1-10^{-6}) \right)^{\frac{1}{23}} = 305 \text{ MPa} \quad (49)$$

Die Ergebnisse bei Verwendung der oben beschriebenen Modelle sind zusammenfassend in Abbildung 56 dargestellt. Die Annahme von Bündelversagen, der linearen Mischungsregel und die Anwendung der Bruchmechanik sagen zu hohe Festigkeitswerte voraus. Die Festigkeitsberechnung mit der Weibullverteilung liegt auf der sicheren Seite.

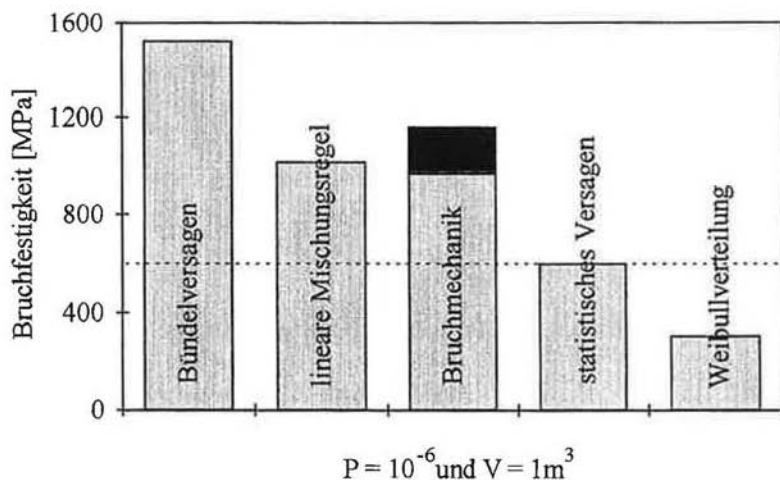


Abbildung 56: Mit verschiedenen Modellen vorausgesagte Bruchfestigkeit für Zugproben bei einem Probenvolumen von  $V = 1 \text{ m}^3$  und einer Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 10^{-6}$  im Vergleich zu der Voraussage mit dem statistischen Modell (Kap. 7.2.1).

### 7.2.3 Verbesserung der Bruchfestigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums

Die Festigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums kann durch eine festere Faser gesteigert werden, da die Festigkeit proportional zur Faserfestigkeit bei der

## 7 Diskussion

ineffektiven kritischen Länge ist (Tabelle 5). Dabei ist zu erwarten, daß auch die Bruchzähigkeit etwa linear ansteigt, so daß kein sprödes Versagen auftritt.

	Festigkeit bei statistischem Versagen: $\sigma_{0,MMC}$	Bruchzähigkeit $K_{Ic}$	kritische Clustergröße $a_c$	Festigkeit bei sprödem Versagen: $\sigma_{\infty}$
hohe Faserfestigkeit $\sigma_{0,f}$	++	++	0	++
hoher Weibullmodul der Fasern $\rho_f$	+	-	+	-
hohe Grenzflächenschubfestigkeit $\tau$	+	-	+	-
kleiner Faserdurchmesser $d$	-	+ (?)	++	++
hoher Faseranteil $f$	-	+ (?)	+	+
gleichmäßige Faseranordnung	+	+ (?)	+	+
große Probenoberfläche	-	0	-- (verdoppelt)	--

Tabelle 5: *Einfluß verschiedener Faser-, Matrix- und Grenzflächeneigenschaften auf Festigkeit (auf Faseranteil normiert), Bruchzähigkeit und Festigkeitsstreuung des keramikfaserverstärkten Aluminiums.*  
(+ positiver Einfluß, - negativer Einfluß, 0 kein Einfluß)

Eine gleichmäßige Faseranordnung führt gegenüber der unregelmäßigen zu einer um 6 % höheren Festigkeit (vgl. Kap. 6.4.1) und ist damit immer erstrebenswert. Auch eine Verkürzung der kritischen Länge führt zur Erhöhung der mittleren Festigkeit. Die Festigkeitserhöhung erfolgt gemäß

$$\frac{\sigma_{01}}{\sigma_{02}} = \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{1}{\rho_f}} \quad (50)$$

Gleichzeitig nimmt aber die Festigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums dadurch ab, daß bei kürzerer ineffektiver kritischer Länge mehr Faserelemente (mn) vorhanden sind und so die Wahrscheinlichkeit, daß die Probe eine Schwachstelle enthält, steigt:

$$\frac{\sigma_{01}}{\sigma_{02}} = \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{-\frac{1}{\rho_{MMC}}} \quad (51)$$

Mit  $\rho_{MMC} \approx k^* \rho_f$  ergibt sich:

$$\frac{\sigma_{01}}{\sigma_{02}} = \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{1 - \frac{1}{k^*}}{\rho_f}} \quad (52)$$

Bei einer kritischen Clustergröße  $k^*$  von etwa 8 (vgl. Kap. 6.4.1) ergibt sich durch Verkürzen der kritischen Länge eine wesentliche Festigkeitssteigerung. Dies kann durch eine steifere Matrix und eine verbesserte Grenzflächenhaftung erreicht werden.

Auch durch Einsatz von Fasern mit einem hohen Weibullmodul ließe sich die Werkstofffestigkeit noch weiter steigern. So führt eine Faser mit einem Weibullmodul von  $\rho = 10$  zu einer um 60 % höheren Festigkeit gegenüber einer Faser mit  $\rho = 3.5$ . Diese Abschätzung ergibt sich aus der analytischen Näherungslösung. Abbildung 57 zeigt für eine Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 0.63$  und  $10^{-6}$  die auf die charakteristische Faserfestigkeit bei der ineffektiven kritischen Länge normierte Probenfestigkeit im Zugversuch (Probengröße wie im Experiment).

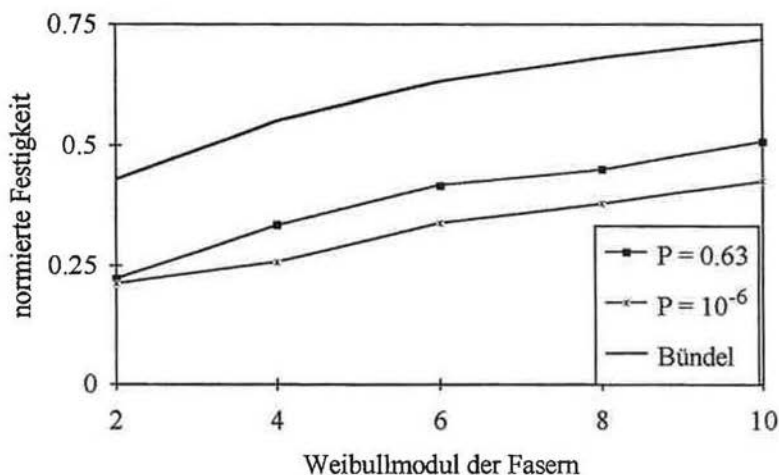


Abbildung 57: Probenfestigkeit im Zugversuch in Abhängigkeit vom Weibullmodul der Fasern für ein Faserbündel und keramikfaserverstärktes Aluminium bei verschiedenen Bruchwahrscheinlichkeiten.

Die Bündelfestigkeit wird erreicht, wenn globale Lastverteilung herrscht (loses Bündel), der Werkstoff jedoch weiterhin in Segmente der Länge  $l_c$  aufgeteilt wird, und stellt die Obergrenze der erreichbaren Festigkeit dar. Im Realfall ist es nicht möglich, einen Werkstoff so zu gestalten, daß sich die Last nach sehr kurzer



Länge (Größenordnung  $l_c$ ) wieder aufbaut und gleichzeitig globale Lastverteilung vorliegt. Gegenüber dem losen Bündel senkt im Verbundwerkstoff die Matrix die kritische Länge und führt gleichzeitig zu lokaler Lastverteilung. Es zeigt sich, daß bei lokaler Lastverteilung nur etwa die Hälfte der Festigkeit bei globaler Lastverteilung erreicht wird.

Der Weibullmodul des MMC steigt mit steigendem Weibullmodul der Fasern. Da ein höherer Weibullmodul gleichzeitig zu einer kleineren kritischen Clustergröße führt, steigt der Weibullmodul des keramikfaserverstärkten Aluminiums nur schwach an. Der Anstieg der Festigkeit und des E-Moduls des Verbundwerkstoffs mit steigendem Weibullmodul der Fasern steht im Gegensatz zu Berechnungen für langfaserverstärkte Keramiken<sup>80,140</sup>. Für Keramikmatrizes wird für einen höheren Weibullmodul der Fasern vorausgesagt, daß der Reißwiderstand des Verbundwerkstoffs - durch Brechen und Herausziehen der Fasern beeinflusst - bei geringerer Reißlänge den Grenzwert erreicht. Dadurch wird das R-Kurven-Verhalten ungünstiger, was zu geringerer Probenfestigkeit führt.

Die Abschätzung des Einflusses verschiedener Parameter auf Festigkeit und Streuung der Festigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums bei sprödem Versagen erfolgte mit Gln. (45) und (46). Eine Einschätzung des Einflusses der Parameter auf die Bruchzähigkeit erfolgte nach Berechnungen für faserverstärkte Keramikmatrizes<sup>40,80,108</sup>.

In Tabelle 5 wird der Einfluß von verschiedenen Kennwerten auf die Festigkeit bei sprödem und statistischem Versagen qualitativ gezeigt. Die Festigkeit bei statistischem Versagen läßt sich durch eine hohe (in situ) Faserfestigkeit, hohen Weibullmodul und hohe Grenzflächenschubfestigkeit erhöhen. Bei sprödem Versagen kann die Festigkeit durch hohe Faserfestigkeit, niedrige Grenzflächenschubfestigkeit und kleinen Faserdurchmesser erhöht werden.

Der Faserverbundwerkstoff ist dann optimal ausgelegt, wenn das statistische Versagen gerade noch nicht in sprödes Versagen übergeht.

### 7.3 Prüfverfahren

Der verwendete Bündeltest ist ein zeitsparendes Verfahren, das eine genaue Messung der Faserfestigkeitsverteilung ermöglicht. Im Vergleich zum Einzelfaserzugversuch werden höhere Werte für die charakteristische Festigkeit gemessen. Da die Extrapolation von Festigkeitswerten auf kurze Prüflängen zu falschen Ergebnissen führen kann<sup>11,130</sup>, wurde über die Messung von BHD-Verteilungen und die Berechnung von Spannungsprofilen die charakteristische Faserfestigkeit in situ, also bei sehr kurzen Längen, bestimmt. Die BHD-Analyse ist aber nur dann für die Bestimmung der charakteristischen Faserfestigkeit bei der kritischen Länge geeignet, wenn der Weibullmodul bekannt ist. Ein Problem stellt die nicht genau der Weibullverteilung folgende Festigkeitsverteilung der Fasern dar. Zur Verbesserung der Aussagesicherheit wäre es erforderlich, entweder eine geeig-

nete Verteilungsfunktion zur Beschreibung der wirklichen Festigkeitsverteilung der Fasern zu finden oder die Verteilungsfunktion bei der kritischen Länge zu messen.

Die Messung der BHD der Bruchfläche des keramikfaserverstärkten Aluminiums liefert in kurzer Zeit eine quantitative Beschreibung der Bruchfläche. Durch Berechnung des Spannungsprofils mit dem Weibullmodul der Fasern und der BHD-Verteilung als einzigen Eingangsparametern kann die Grenzflächenschubfestigkeit und die kritische Länge *in situ* berechnet werden. Als wesentliche Verbesserung gegenüber herkömmlichen Verfahren wie Ausziehtests oder Ausdrückversuche an Fasern ist keine Annahme über den Aufbau der Spannung entlang der Fasern erforderlich.

Die Berechnung der Spannungsprofile aus der BHD-Verteilung wurde bisher in der Literatur nicht beschrieben. Die Spannungsprofile eignen sich gut zum Vergleich des Versagensverhaltens unterschiedlicher Faserverbundwerkstoffe und zur Identifizierung von Versagensmechanismen.

Das hier entwickelte stereometrische Auswerteverfahren zur Digitalisierung der Bruchfläche kann nur von Personen durchgeführt werden, die gut räumlich sehen können. Falls sich der hier entwickelte Vorschlag der Charakterisierung von Langfaserverbundwerkstoffen durch die BHD-Verteilung durchsetzt, sollte die Vollautomatisierung der Messung erwogen werden. Der heutige Stand der Gerätetechnik läßt einen solchen Versuch durchaus aussichtsreich erscheinen.

### 8 Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, das Bruchverhalten verschiedener Langfaserverbundwerkstoffe zu beschreiben und quantitativ zu erfassen. Für einen exemplarisch ausgewählten Werkstoff wird die Bruchfestigkeitsverteilung aus den Eigenschaften von Fasern, Matrix und Grenzfläche besonders auch für große Bauteile vorausgesagt. Da in der Literatur nur unzureichende Verfahren zur Bestimmung der Festigkeitseigenschaften von Fasern und Grenzfläche beschrieben sind, werden Verfahren entwickelt, die für das betrachtete keramikfaserverstärkte Aluminium eine genaue Bestimmung dieser Größen ermöglichen.

Die Faserfestigkeitsverteilung wird im Bündelzugversuch direkt gemessen und über Berechnung von Spannungsprofilen aus der Messung von Bruchhöhendifferenzen indirekt berechnet. Die kritische Länge und die ineffektive kritische Länge, die vom Lastaufbau entlang der Faser und der Faserfestigkeitsverteilung abhängt, werden durch Messung der Bruchhöhendifferenzenverteilung und die Auswertung der daraus berechneten Überlastprofile bestimmt.

Das Bruchverhalten der Langfaserverbundwerkstoffe kohlefaserverstärkter Kunststoff, kohlefaserverstärkter Kohlenstoff, kohlefaserverstärktes Siliziumkarbid und keramikfaserverstärktes Aluminium wird durch Beobachtung des Reißfortschritts im Dreipunktbiegeversuch und anschließende Fraktographie untersucht. Es zeigt sich, daß kohlefaserverstärkter Kunststoff und kohlefaserverstärkter Kohlenstoff bei geringen Spannungen durch Mode II-Risse versagen und sich in viele Faserbündel aufspalten. Bei höheren Spannungen knicken die Proben auf der Druckseite aus und die Faserbündel versagen teilweise in Mode I. Die Bruchfläche wird von Faserbüscheln und einzelnen Fasern gebildet. Das kohlefaserverstärkte Siliziumkarbid versagt abwechselnd in Mode II und Mode I. Die Mode II-Risse spalten die Probe in einzelne Bänder auf, die dann schlagartig in Mode I versagen. Bei dem keramikfaserverstärkten Aluminium läuft der Reiß in Mode I langsam durch die Probe hindurch. Die verschiedenen Mode I Versagensarten werden als Bündelversagen beim kohlefaserverstärkter Kunststoff und kohlefaserverstärkter Kohlenstoff, als sprödes Versagen beim kohlefaserverstärkten Siliziumkarbid und als statistisches Versagen beim keramikfaserverstärkten Aluminium identifiziert.

Exemplarisch wird die Bruchfestigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums über ein theoretisches Modell vorhergesagt. Ein Einfluß des Faseranteils, der Faserverteilung und der Grenzflächeneigenschaften auf die Streuung der Faserverbundwerkstofffestigkeit auf die Festigkeitsstreuung wird ausgeschlossen. Als Eingangsparameter für das Festigkeitsmodell werden die in situ Faserfestigkeitsverteilung, die kritische Länge, die Probengeometrie, die Lastverteilung bei Faserbrüchen und die Faseranordnung verwendet. Die Lösung über eine Monte Carlo-Simulationstechnik ermöglicht die Berechnung der zu erwartenden Festigkeitsverteilung von Laborproben. Es werden unregelmäßige Faserverteilungen,

Kanteneffekte und verschiedene Belastungsfälle erfaßt. Die analytische Näherungslösung vernachlässigt die unregelmäßige Faserverteilungen und die Kanteneffekte, ist aber im Gegensatz zu der Monte Carlo-Simulationstechnik geeignet, die Festigkeit von großen Proben mit beliebig großer Faseranzahl vorherzusagen. Die analytische Näherungslösung und die Ergebnisse der Monte Carlo-Simulation führen zu etwa gleichen Festigkeitsverteilungen, die gut mit den experimentellen Werten übereinstimmen.

Die Berechnungen zeigen, wie die Akkumulation von Faserbrüchen zu einem kritischen Cluster gebrochener Fasern führt, das das Versagen des Werkstoffs auslöst. Da schwache Fasern in einer Probe zufällig verteilt sind, variiert die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer bestimmten Spannung ein kritisches Cluster auftritt. Das führt zu der experimentell nachgewiesenen Streuung der Probenfestigkeit. Für das keramikfaserverstärkte Aluminium, für die im Dreipunktbiegeversuch an Laborproben Festigkeitswerte von etwa 1000 MPa ermittelt wurden, wird durch Festigkeitsvorhersage für große Bauteile bei einer Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 10^{-6}$  eine zulässige Festigkeit von 600 MPa berechnet. Eine Extrapolation der experimentell ermittelten Festigkeitsverteilung des keramikfaserverstärkten Aluminiums mittels Weibullstatistik führt auf eine zulässige Spannung von etwa 300 MPa, die Anwendung einer linearen Mischungsregel und der linear elastischen Bruchmechanik auf eine zulässige Spannung von etwa 1000 MPa und die Annahme eines Bündelversagens zu Werten von 1500 MPa. Diese Festigkeitsschätzungen sind deshalb für die Praxis ungeeignet.

Das erarbeitete Rechenverfahren wird ausgenutzt, durch Parametervariation die Effektivität von Maßnahmen zur Steigerung der Festigkeit des keramikfaserverstärkten Aluminiums abzuschätzen. Eine höhere Faserfestigkeit erhöht die Verbundwerkstofffestigkeit linear. Eine Erhöhung des Weibullmoduls der Fasern von  $\rho = 3.5$  auf  $\rho = 10$  kann die Festigkeit um 60 %, eine Verkürzung der kritischen Länge auf die Hälfte um 20 % erhöhen. Eine gleichmäßige Faserverteilung kann zu einem Anstieg Festigkeit von 6 % führen. Die vorgeschlagenen Verbesserungen sind nur wirkungsvoll, solange die Bruchzähigkeit ausreichend hoch bleibt und der Werkstoff nicht schon vor Erreichen des statistischen Versagens spröde versagt.

In der vorliegenden Arbeit werden Methoden für die Charakterisierung von Langfaserverbundwerkstoffen ausgearbeitet, die eine genaue Beschreibung der Eigenschaften von Fasern, Matrix und Grenzfläche erlauben. Mit einem statistischen Festigkeitsmodell wird die Festigkeitsverteilung von keramikfaserverstärktem Aluminium vorausgesagt und die zulässige Spannung für große Bauteile berechnet.

### 9 Literaturverzeichnis

- 1 Weibull, W., A Statistical distribution function of wide application, *J. Appl. Mech.* (1951) **18**, 293-296.
- 2 Weibull, W., *Ing. Vetenskaps. Akad. Handl.*, Stockholm (1939) 151.
- 3 Cohen, D., Application of reliability and fiber probability strength distribution concepts to composite vessel burst strength design, *J. Comp. Mater.* (1992) **26**, 1984-2014.
- 4 Phoenix, S.L., Schwartz, P., Robinson IV, H.H., Statistics for the strength and lifetime in creep-rupture of model carbon/epoxy composites, *Comp. Sci. Techn.* (1988) **32**, 81-120.
- 5 Bullock, R.E., Strength ratios of composite materials in flexure and in tension, *J. Comp. Mater.* (1974) **8**, 200-236.
- 6 Schulte, K., Stinchcomb, W.W., Damage mechanisms - including edge effects - in carbon fibre-reinforced composite materials, *Application of Fracture Mechanics to Composite Materials*, ed. K. Friedrich (1989) Chapter 8, 273-325.
- 7 Griffith, A.A., The phenomena of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. R. Soc., London* (1921) **221**, 163-198.
- 8 Kamiya, N., Kamigaito, O., Estimation of Weibull parameters by omission of some data in a sample, *J. Mater. Sci.* (1984) **19**, 4021-4025.
- 9 Khalili, A., Kromp, K., Statistical properties of Weibull estimators, *J. Mater. Sci.* (1991) **26**, 6741-6752.
- 10 Harlow, D.G., The effect of proof-testing on the Weibull distribution, *J. Mater. Sci.* (1989) **24**, 1467-1473.
- 11 Knoff, W.F., A modified weakest-link model for describing strength variability of Kevlar aramid fibres, *J. Mater. Sci.* (1987) **22**, 1024-1030.
- 12 Watson, A.S., Smith, R.L., An examination of statistical theories for fibrous materials in the light of experimental data, *J. Mater. Sci.* (1985) **20**, 3260-3270.
- 13 Sigl, L.S., Effects of the flaw distribution function on the failure probability of brittle materials, *Z. Metallkd.* (1992) **83**, 518-523.
- 14 Fukuda, H., Kawata, K., On the strength distribution of unidirectional fibre composites, *Fibr. Sci. Techn.* (1977) **10**, 53-63.
- 15 Bourgain, E., Masson, J.J., Deterministic method of describing rupture probability application to the analysis of high-modulus fibres, *J. Mater. Sci.* (1992) **27**, 1811-1817.
- 16 Cunningham, M.E., Schoultz, S.V., Toth, J.M., Effect of end-tab design on tension specimen stress concentrations, in *Recent Advances in Composites in the U.S. and Japan*, STP 864, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 253-262.
- 17 Masson, J.-J., *Festigkeitsoptimierung aus Prepregs hergestellter kohlenstoffaserverstärkter Aluminiummatrix-Verbundwerkstoffe*, DLR-Forschungsbericht 92-39 (1992) Institut für Werkstofforschung der DLR, Köln (1992).
- 18 Wisnom, M.R., The relationship between tensile and flexural strength of unidirectional composites, *J. Comp. Mater.* (1992) **26**, 1173-1180.
- 19 Hull, D., *An Introduction to Composite Materials*, Cambridge University Press (1992) Cambridge Solid State Science Series, eds. Chan, R.W., Davis, E.A., Ward, I.M.
- 20 Whitney, J.M., Knight, M., The relationship between tensile strength and flexure strength in fiber-reinforced composites, *Exper. Mech.*, (1980) **37**, 211-216.
- 21 Danzer, R., *Bruch spröder Werkstoffe - Grenzen und Möglichkeiten der Bruchstatistik*, Vortrag PlanseeSeminar (1989).

- 22 Danzer, R., A general strength distribution function for brittle materials, *J. Europ. Ceram. Soc.* (1992) **10**, 461-472.
- 23 ASTM 3379, Tensile strength and Young's modulus for high-modulus single-filament materials, *Annual Book of ASTM Standards*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1984).
- 24 ASTM, Fiber properties analysis, *Annual book of ASTM Standards: Textiles*, American Society for Testing and Materials (1989) Vol. 7, 731-735.
- 25 Masson, J.J., Schulte, K., Girod, F., Petitcorps, Y., L., Characterisation of a C-Al metal matrix composite precursor, *Mater. Sci. Eng.* (1991) **A135**, 59-63.
- 26 Lundgren, C.A., Schmitz, P.H., Tensile testing of single filament ceramic fibers, *Proc. Int. Conf. Ottawa*, ed. M. W. King, Publ. The Inst. of Textile Sci. (1990) 105-110.
- 27 Raith, A., Bruchphänomene und Festigkeitsverhalten keramischer Einzelfasern, *Dissertation RWTH Aachen* (1990).
- 28 Dai, S.-R., Pigott, M.R., The strengths of carbon and Kevlar fibres as a function of their lengths, *Comp. Sci. Techn.* (1993) **49**, 81-87.
- 29 Hughes, J.D.H., A review of techniques for evaluating stiff fibres, *Br. Ceram. Trans. J.* (1988) **87**, 181-188.
- 30 Gulino, R., Phoenix, S.L., Weibull strength statistics for graphite fibres measured from the break progression in a model graphite/glass/epoxy microcomposite, *J. Mater. Sci.* (1991) **26**, 3107-3118.
- 31 Phoenix, S.L., Sexsmith, R.G., Clamp effects in fiber testing, *J. Comp. Mater.* (1972) **6**, 322-337.
- 32 Sinclair, D., A bending method for measurement of tensile strength and Young's Modulus of glass fiber, *J. Appl. Physics* (1950) **21**, 380-386.
- 33 Krucinska, I., Evaluation of intrinsic mechanical properties of carbon fibres, *Proc. Int. Conf. Ottawa*, ed. M. W. King, Publ. The Inst. of Textile Sci., Ottawa, (1990) 99-104.
- 34 Daniels, H.E., The statistical theory of the strength of bundles of threads, *Proc. R. Soc. London* (1945) **183A**, 405-435.
- 35 Manor, A., Clough, R.B., In-situ determination of fiber strength and segment length in composites by means of acoustic emission, *Comp. Sci. Techn.* (1992) **45**, 73-81.
- 36 Curtin, W.A., Exact theory of fibre fragmentation in a single-filament composite, *J. Mater. Sci.* (1991) **26**, 5239-5253.
- 37 Baxevanakis, C., Jeulin, D., Valentin, D., Fracture statistics of single fibre composite specimens, presented at: *Microphenomena in Advanced Composites*, Herzlia, Israel, 28.6-1.7.1992, *Comp. Sci. Techn.* (1992).
- 38 Thouless, M.D., Sbaizero, O., Sigl, L.S., Evans, A.G., Effect of interface mechanical properties on pullout in a SiC-fiber-reinforced lithium aluminum silicate glass-ceramic, *J. Am. Ceram. Soc.* (1989) **72**, 525-532.
- 39 Cao, H.C., Bischof, E., Sbaizero, O., Rühle, M., Evans, A.G., Marshall, D.B., Brennan, J.J., Effects of interface on the properties of fiber-reinforced ceramics, *J. Am. Ceram. Soc.* (1990) **73**, 1691-1699.
- 40 He, M.Y., Hutchinson, J.W., Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials, *Int. J. Sol. Struct.* (1989) **25**, 1053-1068.
- 41 Kelly, A., Tyson, W.R., *J. Mech. Phys. Solids* (1965) **13**, 329-350. Zitiert in Ref. 43.
- 42 Cox, H.L., The elasticity and strength of paper and other fibrous materials, *Brit. J. Appl. Phys.* (1952) **3**, 72-79.

- 43 Asloun, E.M., Nardin, M., Schultz, J., Stress transfer in single-fibre composites: effect of adhesion, elastic modulus of fibre and matrix, and polymer chain mobility, *J. Mater. Sci.* (1989) **24**, 1835-1844.
- 44 Clyne, T.W., A simple development of the shear lag theorie appropriate for composites with a relatively small modulus mismatch, *Mater. Sci. Eng.* (1989) **A122**, 183-192.
- 45 Hsueh, C.-H., Interfacial debonding and fiber pull-out stresses of fiber-reinforced composites, *Mater. Sci. Eng.* (1990) **A123**, 1-11.
- 46 Hsueh, C.-H., Interfacial debonding and fiber pull-out stresses of fiber-reinforced composites II: Non-constant interfacial bond strength, *Mater. Sci. Eng.* (1990) **A125**, 67-73.
- 47 Chou, T.W., Interfaces in Composites, in *Structure and Properties of Composites. Materials Science and Technology*, Vol. 13, Chapter 6, eds. Cahn, R.W., Haasen, P., Kramer, E.J., VCH, Weinheim (1993), 239-289.
- 48 Herrera-Franco, P.J., Drzal, L.T., Comparison of methods for the measurement of fibre/matrix adhesion in composites, *Composites* (1992) **23**, 2-27.
- 49 Broutman, L.J., Measurement of the fiber-polymer matrix interfacial strength, *Interface in Composites*, ASTM STP 452, American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1969) 27-41.
- 50 Mandell, J.F., Chen, J.H., McGarry, F.J., *Int. J. Adhesion Adhes.* (1980) **1**, 40-44.
- 51 Miller, B., Muri, P., Rebenfeld, L., A microbond method for determining of the shear strength of a fiber/resin interface, *Comp. Sci. Techn.* (1987) **28**, 17-32.
- 52 Qiu, Y., Schwartz, P., A new method for studies of fiber/matrix interface in composites: Single fiber pull-out from a microcomposite, *Proc. Int. Conf. Ottawa*, ed. M. W. King, Publ. The Inst. of Textile Sci., (1990), 63-66.
- 53 Kerans, R.J., Theoretical analysis of the fiber pullout and pushout tests, *J. Am. Ceram. Soc.* (1991) **74**, 1585-1596.
- 54 Hsueh, C.-H., Theoretical comparison of two loading methods in fiber pull-out tests, *Mater. Sci. Eng.* (1990) **A130**, L11-L15.
- 55 Hsueh, C.-H., Interfacial debonding and fiber pull-out stresses of fiber-reinforced composites VII: Improved analyses for bonded interfaces, *Mater. Sci. Eng.* (1992) **A124**, 125-132.
- 56 Hsueh, C.-H., Analytical evaluation of interfacial shear strength for fiber-reinforced ceramic composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1988) **71**, 490-493.
- 57 Kim, J.-K., Baillie, C., Mai, Y., W., Interfacial debonding and fibre pull-out stresses, *J. Mater. Sci.* (1991) **27**, 3143-3154.
- 58 Watson, M.C., Clyne, T.W., The use of single fibre pushout testing to explore interfacial mechanics in SiC monofilament-reinforced Ti - I. A photoelastic study of the test, *Acta metall. mater.* (1992) **40**, 131-139.
- 59 Warren, P.D., Mecking, T.J., Evans, A.G., Design, analysis and application of an improved push-through test for the measurement of interface properties in composites, *Acta metall. mater.* (1992) **40**, 1243-1249.
- 60 Shetty, D.K., Shear-lag analysis of fiber push-out (indentation) tests for estimating interfacial friction stress in ceramic-matrix composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1988) **71**, C-107-C-109.
- 61 Marshall, D.B., An indentation method for measuring matrix-fiber frictional stresses in ceramic composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1984) **67**, C-259-C-260.

- 62 Watson, M.C., Clyne, T.W., The tensioned push-out test for fibre-matrix interface characterisation under mixed mode loading, *Mater. Sci. Eng.* (1993) **A160**, 1-5.
- 63 Netravali, A.N., Li, Z.-F., Sachse, W., Determination of fibre/matrix interfacial shear strength by an acoustic emission technique, *J. Mater. Sci.* (1992) **26**, 6631-6638.
- 64 Netravali, A.N., Schwartz, P., Study of interfaces of high-performance glass fibers and DGEBA-based epoxy resins using single-fiber-composite test, *Polymer Comp.* (1989) **10**, 385-388.
- 65 Netravali, A.N., Henstenburg, R.B., Phoenix, S.L., Schwartz, P., Interfacial shear strength studies using the single-filament-composite test. I: Experiments on graphite fibers in epoxy, *Polymer Comp.* (1989) **10**, 226-241.
- 66 Wells, J.K., Beaumont, P.W.R., Debonding and pull-out processes in fibrous composites, *J. Mater. Sci.* (1985) **20**, 1275-1284.
- 67 Favre, J.-P., Bruzek, C.E., Molliex, L., Post-fracture pull-out of unidirectional composites - An insight into the fibre/matrix interface micromechanics, 2nd Europ. Conf. on Advanced Materials and Processing, Univ. of Cambridge, Cambridge (1991) 141-142.
- 68 Benoit, M., Brenet, P., Rouby, D., Interface effects in silicon carbide fibre reinforced glass-ceramics, Proc. European Conf. Advanced Composite Materials, HT-CMC, eds. Naslain, R., Lamon, J., Doumeingts, D., Woodhead Publ. (1993) 337-344.
- 69 Rouby, D., Navarre, G., Benoit, M., Pull-out mechanism in brittle ceramic matrix reinforced with continuous ceramic fibres, Proc. European Conf. Composite Materials 4, eds. Füller, J., Gründinger, Schulte, K., Bunsell, A.R., Massiah, A., Elsevier Appl. Sci. (1990) 441-446.
- 70 Martin, B., Benoit, M., Rouby, D., Interfacial sliding strength in fibre reinforced ceramic matrix composites involving positive radial thermal misfit strain, *Scripta metall. mater.* (1993) **28**, 1429-1433.
- 71 Iosipescu, N., *J. Mater.* (1967) **2**, 537-566. Zitiert in Ref. 47.
- 72 Nuismer, R.J., Static Strength, Composites, *Engineered Materials Handbook*, ASM International, Metals Park (1989) 432-434.
- 73 Hill, R., Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials: I Elastic behaviour, *J. Mech. Phys. Solids* (1964) **12**, 199-212.
- 74 Hill, R., Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials: II Inelastic behaviour, *J. Mech. Phys. Solids* (1964) **12**, 213-218.
- 75 Hill, R., Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials: III Self-consistent model, *J. Mech. Phys. Solids* (1965) **13**, 189-198.
- 76 Tsai, S. W., Hahn, H.T., *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publ. Comp., Lancaster, USA (1980).
- 77 Davidge, R.W., The mechanical properties and fracture behaviour of ceramic-matrix composites (CMC) reinforced with continuous fibres, in *Application of Fracture Mechanics to Composite Materials*, ed. Friedrich, K., Elsevier, Chapter 13, 547-569 (1989).
- 78 Evans, A.G., Marshall, D.B., The mechanical behaviour of ceramic matrix composites, *Acta metall.* (1989) **37**, 2567-2583.
- 79 Curtin, W.A., Multiple matrix cracking in brittle matrix composites, *Acta metall. mater.* (1993) **41**, 1369-1377.
- 80 Evans, A.G., Marshall, D.B., The mechanical behavior of ceramic matrix composites, *Acta metall.* (1989) **37**, 2567-2583.
- 81 Curtin, W.A., Theory of mechanical properties of ceramic-matrix composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1991) **74**, 2837-2845.



- 82 Masson, J.J., Bourgain, E., Weber, K., Weinem, D., Schulte, K., Ein neues Modell zur Vorhersage der Festigkeit von unidirektionalen Faserverbundwerkstoffen, Vortrag Symposium Verbundwerkstoffe und Werkstoffverbunde, Chemnitz, 17.-19.6.1992.
- 83 Coleman, B.D., On the strength of classical fibres and fibre bundles, *J. Mech. Phys. Sol.* (1958) **7**, 60-70.
- 84 Rosen, B.W., Tensile failure of fibrous composites, *J. American Institute of Aeronautics and Aerospace* (1964) **2**, 1985-1991.
- 85 Hedgepeth, J.M., van Dyke, P., Local stress concentrations in imperfect filamentary composite materials, *J. Comp. Mater.* (1967) **1**, 294-309.
- 86 He, M.Y., Evans, A.G., Curtin, W.A., The ultimate strength of metal and ceramic-matrix composites, *Acta metall. mater.* (1993) **41**, 871-878.
- 87 Zweben, C., Tensile failure analysis of fibrous composites, *J. American Institute of Aeronautics and Aerospace* (1968) **6**, 2325-2331.
- 88 Schulte, K., Faserverbundwerkstoffe mit Polymermatrix - Aufbau und mechanische Eigenschaften, DLR-Forschungsbericht 92-28 (1992) Institut für Werkstoffforschung der DLR, Köln (1992).
- 89 Harlow, D.G., Phoenix, S.L., The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials: I Analysis and conjectures, II A numerical study of convergence, *J. Compos. Mater.* (1978) **12**, 195-214, 300-313.
- 90 Smith, R.L., Phoenix, S.L., Greenfield, M.R., Henstenburg, R.B., Pitt, R.E., Lower-tail approximations for the probability of failure of three-dimensional composites with hexagonal geometry, *Proc. R. Soc. London* (1983) **A388**, 353-391.
- 91 Bader, M.G., Modelling fibre and composite failure, *Proc. European Conf. on Damage Development and Failure Processes in Composite Materials*, eds.: I. Vepoest, M. Wevers, Leuven (1987) 8-19.
- 92 Boyce, M. C., Palmer, M. L., Seo, M. H., Schwartz, P., Backer, S., Model of the tensile failure process in woven fabrics. *J. Appl. Polymer Sci.*, (1991) **47**, 383-402.
- 93 Smith, R.L., A Probability model for fibrous composites with local load sharing, *Proc. R. Soc. London* (1980) **A372**, 539-553.
- 94 Fukuda, H., Monte Carlo simulation of the strength of hybrid composites, *J. Comp. Mater.* (1982) **16**, 371-385.
- 95 Phoenix, S.L., Smith, R.L., A comparison of probabilistic techniques for the strength of fibrous materials under local load-sharing among fibres, *Int. J. Solids Struct.* (1983) **19**, 479-496.
- 96 Ochiai, S., Osamura, K., Abe, K., A study on tensile behaviour of boron fibre-reinforced aluminium sheet in terms of computer simulation, *Z. Metallkd.* (1985) **76**, 402-408.
- 97 Fabriziorz, S.J., Yang, C.L., Harlow, D.G., The tensile behavior of intraply hybrid composites. I: model and simulation, *J. Comp. Mater.* (1985) **19**, 334-354.
- 98 Manders, P.W., Bader, G., Chou, T.-W., Monte Carlo simulation of the strength of composite fibre bundles, *Fibre Sci. Techn.* (1982) **17**, 183-204.
- 99 Lienkamp, M. Schwartz, P., A Monte Carlo simulation of the failure of a 7-fiber microcomposite. *Comp. Sci. Techn.* **46** (1993) 139-146.
- 100 Schwartz, P., Stumpf, H., Lienkamp, M., Monte Carlo simulations for strength and stress-rupture of seven-fiber graphite/epoxy microcomposites, in *Computational Stochastic Mechanics*, eds. Cheng, A.H.-D., Yang, C.Y., Computational Mechanics Publications, Boston, Elsevier Applied Science, New York (1993), 395-423.

- 101 Stumpf, H., Schwartz, P., Lienkamp, M., Schulte, K., S-glass/Kevlar-149 microcomposites in stress-rupture: A Monte Carlo simulation, *Comp. Sci. Techn.*, (1994) eingereicht.
- 102 Hedgepeth, J.M., Stress concentrations in filamentary structures, NASA Report TN-D-882, Langley Research Center (1961) 1-30.
- 103 Ochiai, S., Schulte, K., Strain concentration factors for fibres and matrix in unidirectional composites, *Comp. Sci. Techn.* (1991) **41**, 237-256.
- 104 Ochiai, S., Osamura, K., A computer simulation of strength of metal matrix composites with a reaction layer at the interface, *Metall. Trans. A* (1987) **18A**, 673-679.
- 105 Batdorf, S.B., Ghaffarian, R., Size effect and strength variability of unidirectional composites, *Int. J. Fract.* (1984) **26**, 113-123.
- 106 Michalske, T.A., Hellmann, J.R., Strength and toughness of continuous-alumina fiber-reinforced glass-matrix composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1988) **71**, 725-731.
- 107 Hu, M.-S., Yang, J., Cao, H.C., Evans, A.G., Mehrabian, R., The mechanical properties of Al alloys reinforced with continuous  $Al_2O_3$  fibers, *Acta metall. mater.* (1992) **40**, 2315-2326.
- 108 Evans, A.G., Perspective on the development of high-toughness ceramics, *J. Am. Ceram. Soc.* (1990) **73**, 187-206.
- 109 Giannakopoulos, A.E., Breder, K., Synergism of toughening mechanisms in whisker-reinforced ceramic-matrix composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1991) **74**, 194-202.
- 110 Thouless, M.D., A re-examination of the analysis of toughening in brittle-matrix composites, *Acta metall.* (1989) **37**, 2297-2304.
- 111 Zok, F., Hom, C.L., Large scale bridging in brittle matrix composites, *Acta metall. mater.* (1990) **38**, 1895-1904.
- 112 Evans, A.G., He, M.Y., Interface debonding and fiber cracking in brittle matrix composites, *J. Am. Ceram. Soc.* (1989) **72**, 2300-2303.
- 113 Ashby, M.F., Criteria for selecting the components of composites, *Acta metall. mater.* (1993) **41**, 1313-1335.
- 114 Everett, R.K., Analysis and modeling of fiber clustering in composites using N-tuples, *Scripta metall. mater.* (1993) **28**, 663-668.
- 115 Neumeister, J.M., Bundle pullout - a failure mechanism limiting the tensile strength of continuous fiber reinforced brittle matrix composites and its implications for strength dependence on volume and type of loading, *J. Am. Ceram. Soc.* (1994) eingereicht.
- 116 Degischer, H.P., Schmitt, T., Leitner, H., Mundl, A., Faserverstärkte Aluminiummatrix-Proben hergestellt mittels Druckinfiltration, *Moderne Aluminiumlegierungen Bd. 3*, eds.: Speidel, M.O., Uggowitzer, P.J., Schweizer Akademie der Wissenschaften, Zürich (1990) 205-215.
- 117 Kaufmann, H., Schmitt, T., Degischer, H.P., Wetting - dewetting phenomena in pressure infiltrated Al-composites, *Proc. 12th Intern. Symp. on Materials Science, RISØ Denmark* (1991) 44-51.
- 118 Helmer, T., Einfluß einer Faserbeschichtung auf die mechanischen Eigenschaften von Endlosfasern und C/SiC-Verbundwerkstoffen, *Dissertation Universität Stuttgart, Max-Planck-Institut für Metallforschung, Institut für Werkstoffwissenschaft* (1992).
- 119 Interner Bericht, AMAG, Ranshofen, (1993).
- 120 Boyde, A., Howell, P.G.T., Taking, presenting and treating stereo data from the SEM, *Scanning Electron Microsc.* (1977) 571-579.
- 121 Chi, Z., Chou, T.-W., Shen, G., Determination of single fibre strength distribution from fibre bundle testings, *J. Mater. Sci.* (1984) **19**, 3319-3324.

- 122 Helmer, T., Wanner, A., Kromp, K., Zugversuche an Faserbündeln und deren statistische Auswertung, Fortschrittsberichte Deutsche Keram. Ges. (1990) 5, 219-239.
- 123 Helmer, T., Wanner, A., Kromp, K., Prüfmethode für faserverstärkte Keramiken, in Bauteil '90: Prüfen neuer Werkstoffe, Prüfmethode - Anwendungen und Aussagefähigkeit, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung (1990) 297-312.
- 124 Helmer, T., Peterlik, H., Kromp, K., Einfluß der Beschichtung auf die Festigkeit von Kohlenstofffasern für keramische Verbundwerkstoffe, Fortschrittsberichte Deutsche Keram. Ges. (1992) 3, 11-25.
- 125 Zhenhai, X., Zhiying, M., Yaohe, Z., Effect of fibre distribution on infiltrating processing and fracture behaviour of carbon fibre-reinforced aluminium composites, Z. Metallkde. (1991) 8, 766-768.
- 126 Cahn, K.S., Failure diagram for unidirectional fiber metal-matrix composites, Metall. Trans. (1993) 24A, 1531-1542.
- 127 Leng, Y., Courtney, T.H., Ineffective lengths in metal matrix composites, Mater. Sci. Eng. (1990) A124, 141-149.
- 128 Lagoudas, D.C., Hui, C.-Y., Phoenix, S.L., Time evolution of overstress profiles near broken fibers in a composite with a viscoelastic matrix, Int. J. Sol. Struct. (1989) 25, 45-66.
- 129 Cappleman, G.R., Watts, J.F., Clyne, T.W., The interface region in squeeze-infiltrated composites containing  $\delta$ -alumina fibre in an aluminium matrix, J. Mater. Sci. (1985) 20, 2159-2168.
- 130 Wagner, H.D., Statistical concepts in the study of fracture properties of fibres and composites, in Application of Fracture Mechanics to Composite Materials, Chapter 2, ed. Friedrich, K., Elsevier, (1989) 39-77.
- 131 Phoenix, S.L., Schwartz, P., Robinson IV, H.H., Statistics for the strength and lifetime in creep-rupture of model carbon/epoxy composites, Comp. Sci. Techn. (1988) 32, 81-120.
- 132 Farquhar, D.S., Muttrick, F.M., Phoenix, S.L., Smith, R.L., Lifetime statistics for single graphite fibres in creep rupture, J. Mater. Sci. Letters (1989) 24, 2151-2164.
- 133 Stumpf, H., A Monte Carlo simulation of seven-fiber hybrid microcomposites in creep rupture, Master Thesis, Cornell University (1992).
- 134 Otani, H., Phoenix, S.L., Petrino, P., Matrix effects on lifetime statistics for carbon fibre-epoxy microcomposites, J. Mater. Sci. (1991) 26, 1955-1970.
- 135 Goto, S., McLean, M., Role of interfaces in creep of fibre-reinforced metal-matrix composites. I Continuous fibres, Acta metall. mater. (1991) 39, 153-164.
- 136 Evans, J.T., Ningyun, W., Chandler, H.W., Creep of fibre composite beams in bending, Acta metall. mater. (1990) 38, 1565-1572.
- 137 Ochiai, S., Osamura, K., Influences of matrix ductility, interfacial bonding strength, and fiber volume fraction on tensile strength of unidirectional metal matrix composite, Metall. Trans. A (1990) 21A, 971-977.
- 138 Ochiai, S., Hojo, M., Osamura, K., General expression for the shear lag analysis for unidirectional elastic fiber - elastic matrix composites, Z. Metallkde. (1993) 84, 796-801.
- 139 Bowen, H.K., Moderne keramische Werkstoffe, Spektrum der Wissenschaft, Sonderheft Moderne Werkstoffe (1987) 112-120.
- 140 Thouless, M.D., Evans, A.G., Effects of pull-out on the mechanical properties of ceramic-matrix composites, Acta metall. (1988) 36, 517-522.
- 141 Göldner, H., Lehrbuch Höhere Festigkeitslehre, Band 2, VEB Fachbuchverlag Leipzig (1989).

## 10 Anhang

## 10.1 Verwendeten Symbole und Abkürzungen

A, B, C	Flächen
C/C	kohlefaserverstärkter Kohlenstoff
CFK	kohlefaserverstärkter Kunststoff
CMC	kohlefaserverstärktes Siliziumkarbid
DPBV	Index für Dreipunktbiegeversuch
D	Versagenshäufigkeit
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft
$F_0$	fiktive Kraft
I	Flächenträgheitsmoment
MCS	Monte Carlo-Simulation
MMC	keramikfaserverstärktes Aluminium
$K_{Ic}$	Bruchzähigkeit
K	Überlastfaktor für Fasern
$M_x$	Biegemoment
$M_{x_{el}}$	elastisches Biegemoment
N	Probenanzahl
$N_g$	Anzahl der gebrochenen Fasern
$N_i$	Anzahl der intakten Fasern
$N_k$	Anzahl der überlasteten Fasern bei einer Clustergröße k
$N_0$	Faseranzahl im Originalbündel
P	Bruchwahrscheinlichkeit
Q	Anzahl der überlasteten Fasern
R	Radius
S	Überlebenswahrscheinlichkeit
V	Probenvolumen
$V_0$	Bezugsvolumen
VGA	Grafikstandard
VPBV	Index für Vierpunktbiegeversuch
Y	Geometriefaktor

"1"	Einheitsverschiebung
a	Rißlänge
$a_c$	kritische Defektgröße
$q_{1min}$	minimale Entfernung der Mittelpunkte von direkten Nachbarfasern

## 10 Anhang

$Q_{2min}$	minimale Entfernung der Mittelpunkte von zweitnächsten Nachbarfasern
b	Probenbreite
c	Federsteifigkeit
d	Faserdurchmesser
f	Faseranteil
f	Index für die Fasern
h	Probenhöhe
i, j	Laufindizes
k	Clustergröße
$k^*$	kritische Clustergröße
l	Probenlänge
$l_0$	Bezugslänge
$l_c$	kritische Länge
$l_{cm}$	mittlere kritische Länge
$l_e$	ineffektive kritische Länge
m	Index für die Matrix
max	Index für die Bruchfestigkeit
mn	Anzahl der Fasersegmente
p	Parallaxe
$s^2$	Varianz
u	Durchbiegung
$u_{max}$	maximale Absenkung in der Probenmitte
w	Probenbreite nach ASTM 399
x, y, z	Koordinatenrichtungen

$\alpha$	Kippwinkel
$\beta$	Auftreffwinkel eines Risses auf eine Faser
$\varepsilon$	Dehnung
$\gamma$	Anpaßparameter
$\eta$	Anpaßfaktor
$\kappa$	Kopplung
$\lambda$	Einflußlänge eines Defekts
$\mu$	Steifigkeitsverhältnis
$\rho$	Weibullmodul
$\sigma$	Normalspannung
$\bar{\sigma}$	mittlere Festigkeit
$\sigma_0$	charakteristische Spannung der Weibullverteilung
$\sigma_u$	unterer Festigkeitswert
$\sigma_n$	auf die charakteristische Festigkeit bei der ineffektiven Länge bezogene Bruchspannung

$\sigma_y$	Streckgrenze (0.2 % plastische Dehnung)
$\sigma_\infty$	Normalspannung im Unendlichen
$\tau$	Schubspannung
$\tau_{\max}$	Grenzflächenschubfestigkeit
$\Gamma$	Gammafunktion
$\Delta l$	Verlängerung

## 10.2 Berechnung von Überlastfaktoren

Im ersten Teil wird anschaulich gezeigt, wie die Überlastfaktoren von Nachbarfasern gebrochener Fasern berechnet werden. Im zweiten Teil werden die in dieser Arbeit verwendeten Überlastfaktoren bei hexagonaler Faseranordnung angegeben.

Die von Hedgepeth<sup>102</sup> vorgeschlagene Berechnung der Überlastfaktoren auf der Basis der von ihm vorgeschlagenen shear-lag analysis (Scherverzögerungsanalyse) ist relativ kompliziert und soll hier nicht dargestellt werden. Statt dessen wird im folgenden eine anschauliche Vorstellung für die Modellabbildung und Berechnung angegeben. Die getroffenen Annahmen sind denen der Scherverzögerungsanalyse identisch:

Zur Vereinfachung der Darstellung wird eine endliche Anzahl von Fasern betrachtet. Die Erweiterung auf eine beliebig große Anzahl von Fasern folgt demselben Prinzip. Hier wird nur der statische Zustand betrachtet, so daß die Massen von Fasern und Matrix nicht beachtet werden müssen. Die Steifigkeit aller Fasern, die in Abbildung 58 als Federn dargestellt sind, beträgt jeweils  $c$ . Die Steifigkeit der Fasern und die Kopplung zwischen den Fasern sind identisch (actio = reactio). Der Fall mit einer gebrochenen Faser ist in Abbildung 58 dargestellt.

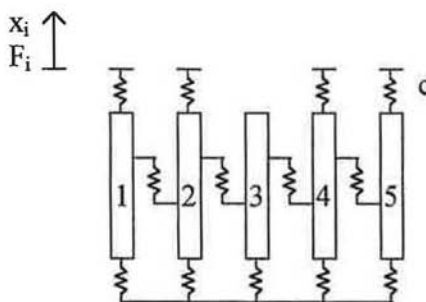


Abbildung 58: Modellabbildung für eine gebrochene Faser, die auf jeder Seite von zwei intakten Fasern umgeben ist.

Die Kraft-Verschiebungsbeziehung für die Modellabbildung lautet:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{11} c \begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 8 & -3 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 27 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Bei Zugbeanspruchung der Anordnung (vorgegebene Dehnung) lauten die Randbedingungen weit entfernt in Längsrichtung vom Bruch

$$x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = "1"$$

$$F_3 = 0$$

wobei "1" eine Einheitsverschiebung ist. Als daraus resultierende Kräfte ergeben sich:

$$F_{1,5} = \frac{158}{297} c$$

$$F_{2,4} = \frac{59}{99} c$$

Ohne den Bruch wäre bei einer Verschiebung von "1" eine Kraft von  $F_g = 2.5 c "1"$  aufgetreten. Da die Kraft, die am Bündel anliegt, mit und ohne gebrochene Fasern gleich ist, gilt:

$$\sum_{i=1}^5 F_i = F_g = 2.5 c "1"$$

Um diese Kraft mit den verbleibenden vier Fasern zu erzeugen, ist eine größere Verschiebung gegenüber der Anordnung ohne gebrochene Fasern notwendig. Für die Überlastfaktoren ergibt sich daraus in Übereinstimmung mit der von Hedgpeith<sup>102</sup> durchgeführten Shear-lag Analyse:

$$K_{1,5} = 79/67 \cong 1.18$$

$$K_{2,4} = 177/134 \cong 1.32$$

Die Berechnung der Überlastfaktoren bei hexagonaler Faseranordnung wird in Hedgpeith und van Dyke<sup>85</sup> durchgeführt. Durch Vereinfachung der Verteilung der Überlasten und deren lineare Superposition<sup>90</sup> erhält man die in Tabelle 6 aufgeführten Überlastfaktoren.

Zahl der gebrochenen Fasern in einem Cluster k	Überlastfaktor $K_{k1}$	Anzahl der überlasteten Fasern $N_{k1}$	Überlastfaktor $K_{k2}$	Anzahl der überlasteten Fasern $N_{k2}$	Gesamtzahl der überlasteten Fasern $N_{kG}$
1	1.1667	6			6
2	1.4	2	1.2	6	8
3	1.5	3	1.25	6	9
4	1.583	4	1.333	2	10
5	1.750	2	1.667	1	11
6	2.5	1	1.667	2	12
7	1.75	6	1.4166	6	12
8	1.924	2	1.841	2	13
9	2.6	1	1.933	2	14
10	2.056	4	1.778	4	14
11	2.833	1	2.417	2	15
12	2.119	6	1.810	3	15
13	2.917	1	2.143	3	16
14	2.176	8	1.810	2	16
15	3	1	2.226	4	17
16	2.619	1	2.310	4	17
17	3.560	1	2.476	1	18
18	4.033	1	2.233	8	18
19	2.289	12	1.589	6	18

Tabelle 6: Überlastfaktoren für lokale Lastverteilung nach Smith et al.<sup>90</sup>.

Die Überlastfaktoren für die Gruppe der am dritthöchsten überlasteten Fasern ergibt sich aus:

$$N_{k3} = N_{kG} - N_{k1} - N_{k2} \quad (54)$$

$$K_{k3} = 1 + (k - (K_{k1} - 1) N_{k1} - (K_{k2} - 1) N_{k2}) / N_{k3} \quad (55)$$

### 10.3 Berechnung der Kraft-Durchbiegungsfunktion im Dreipunktbiegeversuch

Im folgenden wird berechnet, welcher Kraft-Durchbiegungsverlauf sich für den Langfaserverbundwerkstoff bei bekannten mechanischen Eigenschaften von Faser und Matrix ergibt. Davon kann abgeleitet werden, welchen Festigkeitsbeitrag die Matrix im Biegeversuch zur Verbundwerkstofffestigkeit leistet (vgl. Kap. 6.1.1).

Zur Vereinfachung der analytischen Rechnung wird angenommen, daß sich die Fasern linear-elastisch und die Matrix linear-elastisch/ideal plastisch verhalten. Die E-Moduli sind  $E_f = 210$  GPa und  $E_m = 70$  GPa. Als Fließspannung wird die Zugfestigkeit der Matrix mit  $\sigma_{m,max} = 60$  MPa verwendet.



Zur Vereinfachung der Rechnung wird angenommen, daß Matrix und Fasern getrennt voneinander vorliegen, d.h. daß die aufgrund der unterschiedlichen Dehnungen und Poissonmoduli auftretenden Kräfte gegenüber der angelegten Kraft vernachlässigt werden können. Die Kraft  $F$  der Verbundwerkstoffprobe setzt sich aus der Kraft der Matrix und der Fasern bei einer bestimmten Durchbiegung  $u$  ihren Anteilen entsprechend zusammen.

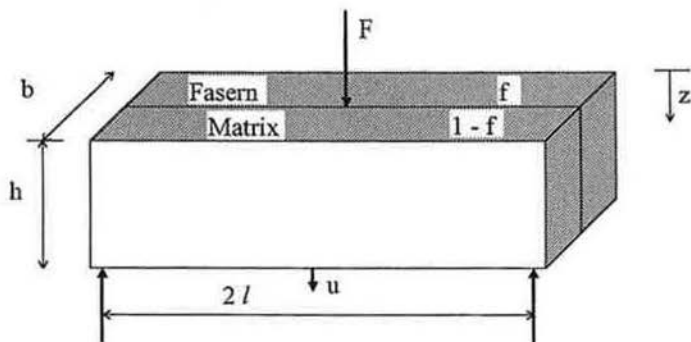


Abbildung 59: Geometrische Anordnung der Fasern und Matrix im Dreipunktbiegeversuch.

Die Probe habe eine Auflagerlänge  $2l$ , Höhe  $h$ , Breite  $b$  und einen Faseranteil  $f$  (Abbildung 59).

Im Dehnungsbereich, in dem sich Fasern und Matrix elastisch verhalten tragen die Fasern bei einer vorgegebenen Durchbiegung der Probenmitte  $u$  die Kraft

$$F_f = u \frac{48 E_f I_f}{(2l)^3} \quad (56)$$

und die Matrix die Kraft

$$F_m = u \frac{48 E_m I_m}{(2l)^3} \quad (57)$$

Bei wachsender Durchbiegung  $u$  verformt sich die Matrix an der Außenseite der Probenmitte beginnend (Abbildung 60), während die Fasern weiterhin elastisch bleiben.

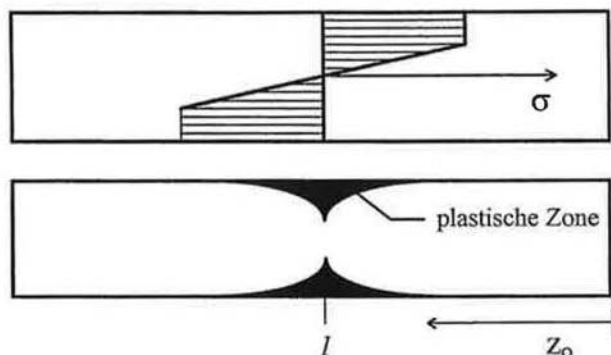


Abbildung 60: Spannungsverteilung in der Matrix im teilweise elastischem und teilplastischem Bereich.

Die Matrix fängt an zu fließen, wenn

$$-\frac{(1-f)bh^2}{6}\sigma_{m,\max} = -\frac{F_m}{2}z \quad (58)$$

Die Länge  $z_0$ , ab der die Matrix teilweise plastisch wird, ist

$$z_0 = \frac{(1-f)bh^2}{3} \frac{\sigma_{m,\max}}{F_m} \quad (59)$$

Die Durchbiegungsfunktion der Biegelinie  $u(z)$  ergibt sich aus der Differentialgleichung der elastischen Linie im elastischen Bereich der Probe und der Differentialgleichung der elastisch/plastischen Linie im elastisch/plastischen Bereich mit den notwendigen Übergangs- und Randbedingungen nach Göldner<sup>141</sup>

im linear-elastisch Bereich ( $0 \leq z \leq \frac{(1-f)bh^2}{3} \frac{\sigma_{m,\max}}{F_m}$ ) aus

$$\begin{aligned}
 u_1'' &= -\frac{M_m}{E_m I_m} \\
 E_m I_m u_1'' &= \frac{F_m}{2} z \\
 E_m I_m u_1'' &= \frac{F_m}{4} z^2 + e_1 \\
 E_m I_m u_1 &= \frac{F_m}{12} z^3 + e_1 z + e_2
 \end{aligned} \tag{60}$$

(I: Flächenträgheitsmoment,  $e_1, e_2$ : Integrationskonstanten)

und im linear-elastisch/ideal plastischen Bereich ( $\frac{(1-f)bh^2}{6} \sigma_{m,\max} = \xi$ ) aus

$$\begin{aligned}
 u_1'' &= -\frac{M_m}{E_m I_m} \\
 E_m I_m u_1'' &= \frac{F_m}{2} z \\
 E_m I_m u_1'' &= \frac{F_m}{4} z^2 + e_1 \\
 E_m I_m u_1 &= \frac{F_m}{12} z^3 + e_1 z + e_2
 \end{aligned} \tag{61}$$

mit folgenden Übergangs- und Randbedingungen:

$$\begin{aligned}
 u_1(z_0) &= u_2(z_0) \\
 u_1'(z_0) &= u_2'(z_0) \\
 u_2(l) &= 0 \\
 u_2'(l) &= 0
 \end{aligned} \tag{62}$$

Daraus ergibt sich die Durchbiegung der Probenmitte zu

$$u = \frac{\xi}{E_m I_m \psi^2} \left( \frac{5}{3} - \frac{1}{3} (3 - 2\psi l)^{\frac{3}{2}} - \psi l (3 - 2\psi l)^{\frac{1}{2}} \right), \quad \psi = F_m \frac{\xi}{2} \tag{63}$$

Im Bereich, in dem die Fasern elastisch und die Matrix vollplastisch verformt werden, ist Gl. (63) gültig, bis der gesamte Querschnitt vollplastisch wird. Dies tritt bei einer Kraft auf, die 50 % höher ist als die Kraft, bei der die Matrix

plastisch zu werden beginnt<sup>141</sup>. Im Bereich, in dem sich die Fasern elastisch, die Matrix aber vollständig plastisch verformen, trägt die Matrix zum Biegemoment bei steigender Durchbiegung folgenden konstanten Anteil:

$$M_m = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \sigma_{m,\max} y \, dy = \sigma_{m,\max} \frac{bh^2}{4} \quad (64)$$

Das Biegemoment der Matrix ist proportional zur anliegenden Kraft  $F_m$ . Die Addition der aufgrund von Durchbiegung der Fasern verursachten Kraft  $F_f$  und der durch die Matrix getragene Kraft  $F_m$  ergibt für die Gesamtkraft  $F_{MMC}$  der Probe:

$$F_{MMC} = u \frac{48 E_f I_f}{(2l)^3} + \sigma_{m,\max} \frac{(1-f) bh^2}{2l} \quad (65)$$

Beim Bruch der Probe tragen die Fasern folgendes Biegemoment:

$$M_f = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \sigma_{f,\max} \frac{2y}{h} y \, dy = \sigma_{f,\max} \frac{bh^2}{6} \quad (66)$$

Somit läßt sich Gl. (65) beim Bruch schreiben als

$$F_{MMC,\max} = \sigma_{f,\max} \frac{f bh^2}{3l} + \sigma_{m,\max} \frac{(1-f) bh^2}{2l} \quad (67)$$

und für die Biegebruchfestigkeit ergibt sich bei vollplastischer Matrix:

$$\sigma_{MMC,\max} = \frac{F_{MMC,\max} l h}{4I} = \sigma_{f,\max} f + \frac{3}{2} \sigma_{m,\max} (1-f) \quad (68)$$

#### 10.4 Verringerung der Rechenzeit der Monte Carlo-Festigkeitsimulation

Das Programm für die Monte Carlo-Simulation ist für IBM PC AT kompatible Rechner mit graphischer Darstellung in VGA Auflösung in "PASCAL" geschrieben. Die maximal simulierbare Gittergröße beträgt 1000×1000 Fasern. Die Rechenzeit für 10000 Simulationsdurchläufe bei einer Gittergröße von 320×133 beträgt 50 h auf einem Rechner mit einem INTEL DX 486/66 Prozessor. Eine programmtechnische Rechenzeitverkürzung ist wegen des hinreichend optimierten Programms nicht mehr zu erwarten. Durch das Verfahren der Monte Carlo-Simulation, also der voneinander unabhängigen Berechnung vieler einzelner

Bruchfestigkeitswerte, kann die Rechenzeit nur noch durch den Einsatz von Parallelrechnern (oder auch mehreren Personalcomputern) stark verkürzt werden.

Das in Kap. 6.3.1 geschilderte Vorgehen bei der Monte Carlo-Simulation ist sehr zeitintensiv und liefert in vertretbarer Zeit nur wenige Festigkeitswerte. Um die Rechenzeit zu verkürzen, wurde die vorgegebene Genauigkeit der Bruchfestigkeit auf 0.5 %  $\sigma_0(I_e)$  festgesetzt. Bei der Lasterhöhung ist die Schrittweite bei niedrigen Lasten höher als die vorgegebene Genauigkeit, um die Anzahl der Lasterhöhungsschritte zu verringern. Bei Erreichen von 90 % der in Probedurchläufen ermittelten mittleren Bruchspannung wird die Schrittweite auf die vorgegebene Genauigkeit gesenkt. Versagt das Segment, bevor die geforderte Genauigkeit erreicht ist, wird die Simulation mit identischer Faserfestigkeitsinitialisierung und niedrigerer Spannung wiederholt, wobei die Lasterhöhung mit der geforderten Genauigkeit schon bei 90 % des erzielten Festigkeitswertes einsetzt.

Das Segment gilt als gebrochen, wenn bei konstanter Last die Schleife "Lastverteilung-weitere Fasern brechen" mehr als 30 mal durchlaufen wird.

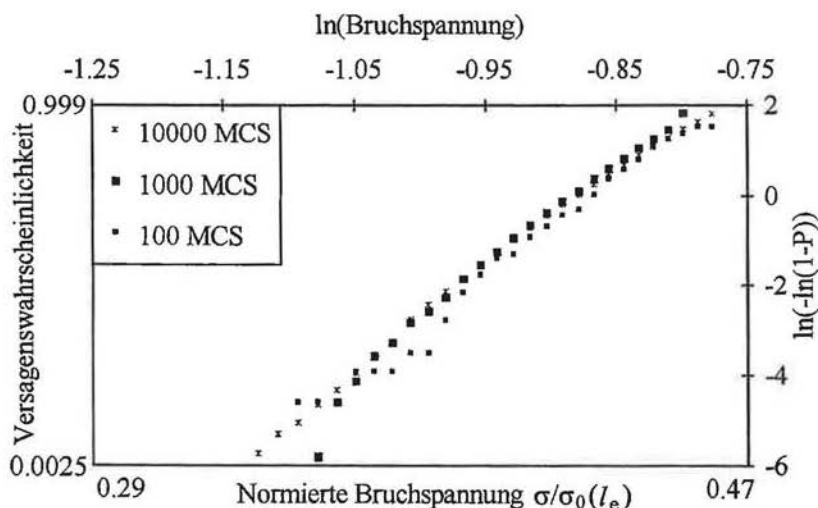


Abbildung 61: Vergleich von Festigkeitsverteilungen für ein Segment ermittelt mit 100, 1000 und 10000 Monte Carlo-Simulationsdurchläufen.

Mit dem beschriebenen Verfahren wurden 10000 Monte Carlo-Simulationsdurchläufe durchgeführt, um statistisch zuverlässige Daten zu erhalten. Die Rechenzeit für diese Anzahl von Simulationsdurchläufen liegt im Bereich von einigen Tagen. Es wurde deshalb geprüft, ob eine ausreichende Aussagefähigkeit der Monte Carlo-Simulation auch bei wesentlich geringerer Anzahl von Simulationsdurchläufen gegeben ist. Abbildung 61 zeigt einen Vergleich der Bruchfestigkeitsver-

teilungen eines Segments für 100, 1000 und 10000 Durchläufe. Bei geringen Bruchwahrscheinlichkeiten weichen die Daten für die geringere Anzahl von Simulationsdurchläufen erheblich von denen bei 10000 Durchläufen ab. Da gerade dieser Bereich für die Berechnung der Zugfestigkeit für den Drei- und Vierpunktbiegeversuch entscheidend ist, läßt sich die Schrittzahl nicht wesentlich verringern, wenn statistisch zuverlässige Daten erzielt werden sollen.

### 10.5 Vergleich verschiedener Lastverteilungsmodelle

In Kap. 6.3.2 wurden die zwei zur Festigkeitsberechnung verwendeten geometrischen Lastverteilungsregeln diskutiert. Vergleichend wird eine einfache Lastverteilungsregel betrachtet, bei der die Last eines Clusters gebrochener Fasern auf alle direkten Nachbarn gleichmäßig verteilt wird (Abbildung 62).

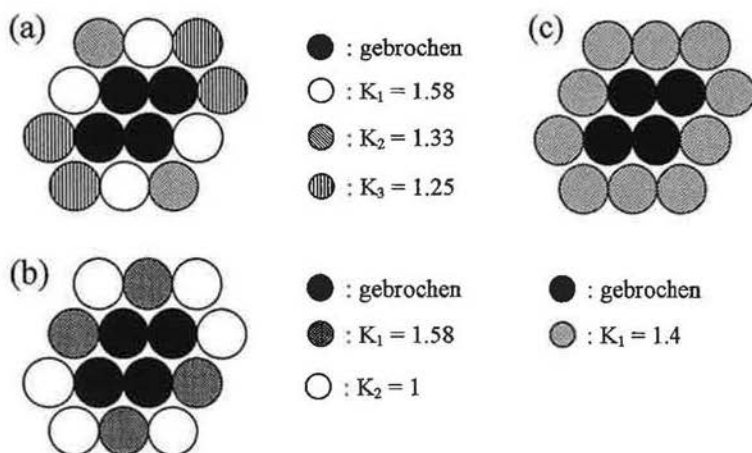


Abbildung 62: (a) geometrische Lastverteilungsregel (b) Hauptrißpfad (c) einfache Lastverteilungsregel für vier clusterförmig gebrochenen Fasern.

In Abbildung 63 sind die mit der analytischen Näherungslösung berechneten charakteristischen Zugfestigkeiten des keramikfaserverstärkten Aluminiums für ein Probenvolumen von  $10^{-6} \text{ m}^3$  dargestellt. Die mit der geometrischen Lastverteilungsregel berechnete charakteristische Bruchfestigkeit liegt 25 % unter Bruchfestigkeit, die bei Betrachtung des Hauptrißpfades der geometrischen Lastverteilungsregel berechnet wird. Eine Parametervariation zeigt, daß bei höherem Weibullmodul der Fasern die berechneten Festigkeitswerte sich einander annähern. Die einfache und die geometrische Regel liefern immer in etwa gleiche Ergebnisse. Eine globale Lastverteilung führt dagegen zu geringeren Überlastung und damit zur Vorhersage einer wesentlich höheren Festigkeit als die lokalen Lastverteilungsregeln.

Die Betrachtung ohne Berücksichtigung weiterer Faserbrüche (Hauptrißpfad) beschreibt die obere Festigkeitsgrenze, die geometrische Lastverteilung mit der Annahme, daß Cluster gebrochener Fasern bei Ausbreitung kompakt bleiben, die untere Festigkeitsgrenze. Das arithmetische Mittel aus beiden Regeln stimmt gut mit den Ergebnissen der Monte Carlo-Simulation überein und wird als der aus der analytischen Näherungslösung berechnete Festigkeitswert verwendet.

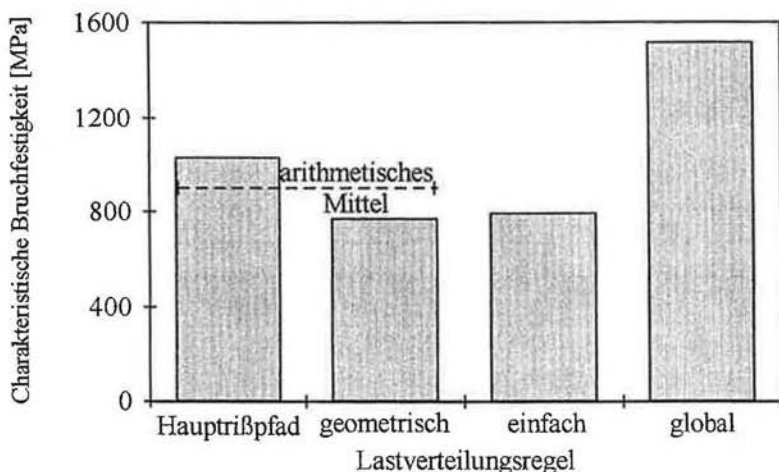


Abbildung 63: Berechnete charakteristische Zugfestigkeiten bei verschiedenen Lastverteilungsregeln.

### 10.6 Genauigkeit der experimentellen Ermittlung des Weibullmoduls

Die Bruchfestigkeitsverteilung des MMC wurde durch Messung von Festigkeitswerten an 40 Proben ermittelt. Da diese Probenanzahl nur eine Stichprobe der Gesamtmenge ist, weicht die im Experiment ermittelte Festigkeitsverteilung von der wahren Verteilung ab. Es wird hier überprüft, ob der experimentell ermittelte Weibullmodul von  $\rho = 18$  im Bereich der Streuung des vorhergesagten Weibullmodul von  $\rho = 24$  liegt, wenn dieser an einer Stichprobe von 40 Proben ermittelt wird.

Dazu werden 40 Zufallszahlen zwischen 0 und 1 generiert. Mit Hilfe der inversen Weibullverteilung werden daraus der Weibullverteilung folgende Festigkeitswerte (mit einem Weibullmodul von  $\rho = 24$ ) bestimmt. Durch lineare Regression wird der Weibullmodul aus dieser Stichprobe bestimmt. Abbildung 64 zeigt die Verteilung der so an 600 Stichproben ermittelten Weibullmoduli. Es ist durchaus möglich, daß bei einem Werkstoff, der einen Weibullmodul von  $\rho = 24$  hat, bei einem Experiment mit 40 Proben ein Weibullmodul von  $\rho = 12$  oder  $\rho = 35$

ermittelt wird. Der Schwerpunkt der Verteilung aus Abbildung 64 liegt bei etwa  $\rho = 22$ , also niedriger als der wahre Weibullmodul.

Der gemessene Weibullmodul von  $\rho = 18$  gegenüber  $\rho = 24$  der Vorhersage kann also durchaus durch die geringe Probenanzahl der Stichprobe erklärt werden.

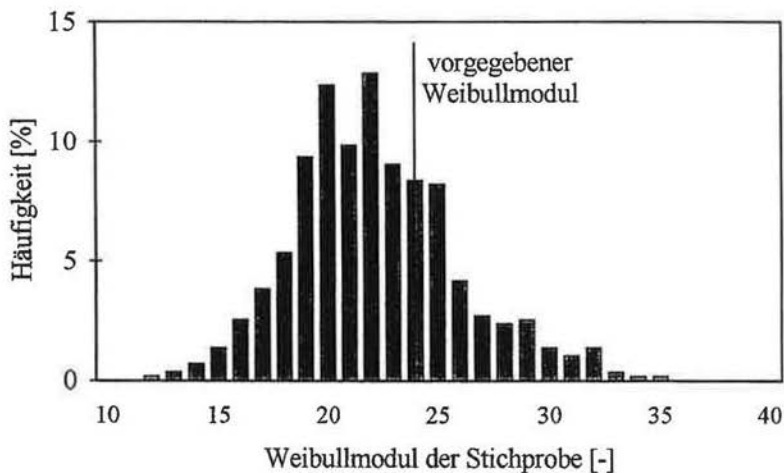


Abbildung 64: Durch lineare Regression aus einer Stichprobe von 40 Proben berechnete Weibullmodul. Der Weibullmodul der vorgegebenen Verteilung ist  $\rho = 24$ .



## **Bisherige Veröffentlichungen aus der vorliegenden Arbeit**

- (I) Lienkamp, M., Exner, H.E., Ermittlung der Festigkeitsverteilung und der Weibullparameter von Fasern aus einem Bündelzugtest. *Z. Metallkde.* (1993) **84**, 286-290.
- (II) Lienkamp, M., Exner, H.E., Prediction of the failure probability of large unidirectional fiber reinforced composites. *Proc. Euromat 93, Paris*, eds. Pichor, R., Costa, P., J. de Physique IV (1993) 1601-1606.
- (III) Lienkamp, M., Prediction of the strength distribution of unidirectional fibre composites from the strength distribution of fibres. (1993) *Proc. First Forum of Young European Researchers, Liege*, 151-156.
- (IV) Lienkamp, M., Exner, H.E., Assessment of overload profiles and interfacial shear strength in unidirectional fibre composites. *Mater. Sci. Techn.*, 1994, in Druck.
- (V) Lienkamp, M., Kunaver, U., Exner, H.E., Stereometric quantitative fractography of unidirectional composite materials. *J. Computer-Assisted Microscopy*, 1994, in Druck.
- (VI) Lienkamp, M., Comment on: He, M.Y., Evans, A.G., Curtin, W.A., The ultimate tensile strength of metal and ceramic-matrix composites. *Scripta metall. et mater.*, 1994, in Druck.



## Lebenslauf

1973 - 1977	Grundschule Bleidenstadt
1977 - 1978	Gesamtschule Bleidenstadt
1978 - 1983	Nikolaus August Otto Schule Bad Schwalbach
1983 - 1986	Gesamtschule Obere Aar, Abitur
1986 - 1987	Wehrdienst
1987 - 1990	TH Darmstadt: Maschinenbaustudium
1990 - 1991	Cornell University, USA: Mechanical Engineering
Mai 1991	Master of Engineering (mechanical)
März 1992	Diplom TH Darmstadt
April 1992 - 1994	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der TH Darmstadt Fachbereich Materialwissenschaft, FG Physikalische Metallkunde



Markus Lienkamp

Am Fuchsbau 18  
64319 Pfungstadt  
13. September 1994

**Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre hiermit an Eides Statt, daß ich meine Dissertation selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt habe.

Handwritten signature of Markus Lienkamp in black ink.

