

Aufgaben zum Vorkurs für Mathematiker und Physiker 2015

Prof. Dr. H. Dette/ Prof. Dr. G. Röhrle
Blatt 1

7. September 2015

Die Abgabe kann grundsätzlich zu jeder beliebigen Zeit bei Ihrem jeweiligen Übungsgruppenleiter erfolgen. Es ist dennoch ratsam, die Aufgaben im Wochenrhythmus zu bearbeiten.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass $\sqrt{3}$ eine irrationale Zahl ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- (a) Wie sieht die Wahrheitstabelle für das umgangssprachliche “entweder – oder” aus?
- (b) Geben Sie die Wahrheitstabelle der Aussage $\neg A \vee B$ an. Wozu ist diese Aussage demnach äquivalent?

Aufgabe 3: (7 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen Tautologien sind:

- (a) das De Morgan’sche Gesetz $\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$.
- (b) die Abtrennungsregel $(A \wedge (A \implies B)) \implies B$.
- (c) das Distributivgesetz $A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Es seien M , N und P beliebige Mengen. Ist die Teilmengenrelation

- (a) reflexiv, d.h.: Gilt $M \subset M$?
- (b) symmetrisch, d.h.: Gilt $(M \subset N) \implies (N \subset M)$?
- (c) transitiv, d.h.: Gilt $((M \subset N) \wedge (N \subset P)) \implies (M \subset P)$?

Geben Sie Gegenbeispiele an, falls die Eigenschaften nicht erfüllt sind.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Das Lügner-Paradoxon lautet: *Epimenides der Kreter sagte: Alle Kreter sind Lügner.*

Sagt Epimenides die Wahrheit? Warum führt dieses Paradoxon nicht zu den Problemen der Russell’schen Antinomie?

Aufgabe 6:

(6 Punkte)

- (a) Geben Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ der Menge $M = \{1, 2, 3\}$ an.
- (b) Es sei M eine Menge mit n Elementen und $a \notin M$. Um wie viele Elemente ist $\mathcal{P}(M \cup \{a\})$ größer als $\mathcal{P}(M)$?

Aufgabe 7:

(4 Punkte)

Beweisen Sie das De Morgan'sche Gesetz $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ einmal formal und einmal mit Hilfe der Venn-Diagramme.

Aufgabe 8:

(4 Punkte)

Übersetzen Sie die folgenden beiden Sätze mit Hilfe von Quantoren in die Sprache der Mathematik.

- (a) Nicht alle Kühe stehen im Stall.
- (b) Keine Kuh steht im Stall.

Bedeutend beide Aussagen dasselbe (sprich: sind sie äquivalent)?

Aufgabe 9:

(3 Punkte)

Verneinen Sie umgangssprachlich die folgenden Sätze.

- (a) Die Quadrate aller reellen Zahlen sind positiv.
- (b) Es gibt eine reelle Zahl größer als 10.
- (c) Am Dienstag oder am Mittwoch scheint die Sonne.

Aufgabe 10:

(6 Punkte)

Beweisen Sie den folgenden Satz aus der Vorlesung: $\forall a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$ ist die Gleichung

$$a \cdot x = b$$

eindeutig lösbar.