

## Aufgaben zum Vorkurs für Mathematiker und Physiker 2015

Prof. Dr. H. Dette/ Prof. Dr. G. Röhrle  
Blatt 1

7. September 2015

Die Abgabe kann grundsätzlich zu jeder beliebigen Zeit bei Ihrem jeweiligen Übungsgruppenleiter erfolgen. Es ist dennoch ratsam, die Aufgaben im Wochenrhythmus zu bearbeiten.

---

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass  $\sqrt{3}$  eine irrationale Zahl ist.

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

- (a) Wie sieht die Wahrheitstabelle für das umgangssprachliche “entweder – oder” aus?
- (b) Geben Sie die Wahrheitstabelle der Aussage  $\neg A \vee B$  an. Wozu ist diese Aussage demnach äquivalent?

**Aufgabe 3:** (7 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen Tautologien sind:

- (a) das De Morgan’sche Gesetz  $\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$ .
- (b) die Abtrennungsregel  $(A \wedge (A \implies B)) \implies B$ .
- (c) das Distributivgesetz  $A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .

**Aufgabe 4:** (6 Punkte)

Es seien  $M$ ,  $N$  und  $P$  beliebige Mengen. Ist die Teilmengenrelation

- (a) reflexiv, d.h.: Gilt  $M \subset M$ ?
- (b) symmetrisch, d.h.: Gilt  $(M \subset N) \implies (N \subset M)$ ?
- (c) transitiv, d.h.: Gilt  $((M \subset N) \wedge (N \subset P)) \implies (M \subset P)$ ?

Geben Sie Gegenbeispiele an, falls die Eigenschaften nicht erfüllt sind.

**Aufgabe 5:** (4 Punkte)

Das Lügner-Paradoxon lautet: *Epimenides der Kreter sagte: Alle Kreter sind Lügner.*

Sagt Epimenides die Wahrheit? Warum führt dieses Paradoxon nicht zu den Problemen der Russell’schen Antinomie?

**Aufgabe 6:**

(6 Punkte)

- (a) Geben Sie die Potenzmenge  $\mathcal{P}(M)$  der Menge  $M = \{1, 2, 3\}$  an.
- (b) Es sei  $M$  eine Menge mit  $n$  Elementen und  $a \notin M$ . Um wie viele Elemente ist  $\mathcal{P}(M \cup \{a\})$  größer als  $\mathcal{P}(M)$ ?

**Aufgabe 7:**

(4 Punkte)

Beweisen Sie das De Morgan'sche Gesetz  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  einmal formal und einmal mit Hilfe der Venn-Diagramme.

**Aufgabe 8:**

(4 Punkte)

Übersetzen Sie die folgenden beiden Sätze mit Hilfe von Quantoren in die Sprache der Mathematik.

- (a) Nicht alle Kühe stehen im Stall.
- (b) Keine Kuh steht im Stall.

Bedeutend beide Aussagen dasselbe (sprich: sind sie äquivalent)?

**Aufgabe 9:**

(3 Punkte)

Verneinen Sie umgangssprachlich die folgenden Sätze.

- (a) Die Quadrate aller reellen Zahlen sind positiv.
- (b) Es gibt eine reelle Zahl größer als 10.
- (c) Am Dienstag oder am Mittwoch scheint die Sonne.

**Aufgabe 10:**

(6 Punkte)

Beweisen Sie den folgenden Satz aus der Vorlesung:  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 0$  ist die Gleichung

$$a \cdot x = b$$

eindeutig lösbar.