Stochastik und Zufall

PETER J. HUBER, SCHWEIZ

Zusammenfassung: *Kürzlich hat mich jemand gefragt, was das Wort „Stochastik" eigentlich bedeute. Als Antwort drückte ich der Fragerin einen alten, unpublizierten Essay in die Hand, und sie hat mich daraufhin ausgescholten, weil ich versäumt hatte, das Manuskript zu publizieren. Dieses Versäumnis soll nun nachgeholt werden. Der Essay hat ein offenes Ende – eine Herausforderung an den Leser!*

> *„When* I *use a word," Humpty Dumpty said, in rather a scornful tone, „it means just what I choose it to mean – neither more nor less."*
>
> *„The question is," said Alice, „whether you* can *make words to mean so many different things."*
>
> *„The question is," said Humpty Dumpty, „which is to be master – that's all."* (Lewis Carroll, *Through the Looking-Glass.*)

1 Vorbemerkung.

Anstoss für diesen Essay war ein Versuch, den Titel der Vorlesung „Stochastik I" meinen Hörern in Bayreuth zu erklären. Zu diesem Zweck suchte ich zuerst Hilfe in einigen neueren Lexika und in Lehrbüchern über Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Prozesse. Was folgt, ist eine vereinfachte Darstellung eines in Wahrheit sehr gewundenen, diskontinuierlichen und recht überraschenden Suchprozesses.

Nur etwa die Hälfte der konsultierten Lexika enthielten das Wort. Die Lexika betrachten in der Regel „stochastisch" als synonym zu „zufällig", und „Stochastik" wird indirekt erklärt als das Teilgebiet der Statistik, das sich mit der Analyse stochastischer Prozesse befasst. Von den eigentlichen Fachleuten drücken sich nur wenige deutlich aus; viele scheinen leider anzunehmen, der Leser wisse bereits, was „stochastisch" heisst. Eine Ausnahme ist Paul Halmos (1985, p. 236), der klipp und klar schreibt: ‚„Stochastic" is a learnedly elegant way of saying „random".' Man wundert sich allerdings, von wem, wann und warum der sonderbare Ausdruck „stochastisch" eingeführt worden ist, wenn er nichts anderes als ein Synonym zum allgemein verständlichen „zufällig" sein soll.

Eine zweite Ausnahme ist Bruno de Finetti, der in seinem Wahrscheinlichkeitslehrbuch (ital. 1970, engl. 1974) eine klare, aber abweichende Definition gibt. Er schreibt, sein Gebrauch der Worte vermeide Promiskuität und unterstütze die Konsolidierung einer bestehenden, aber seines Wissens nicht ausdrücklich festgehaltenen Tendenz. Er unterscheidet nämlich scharf zwischen „aleatorio" („random") einerseits und „stocastico" („stochastic") anderseits: ersteres beziehe sich auf das, was das Objekt der Wahrscheinlichkeitstheorie ist, letzteres, auf das, was im Sinne der Wahrscheinlichkeitstheorie gilt. Er sage deshalb „random process", nicht „stochastic process". Der Fall von Matrizen illustriere den Unterschied gut: eine zufällige Matrix hat Elemente, deren Werte zufällig sind, eine stochastische Matrix ist eine Matrix von Übergangswahrscheinlichkeiten (das heisst, eine Matrix mit nicht-negativen Elementen, deren Reihen auf 1 summieren).

In den Fachwissenschaften ist gang und gäbe, vorhandenen Worten präzise neue Bedeutungen zu unterlegen, oft in willkürlicher Weise (z. B. Gruppe, Ring, Körper in der Algebra). Der Fokus ist auf „präzise"! Es irritierte mich sehr, dass hier zwei führende Autoritäten zwar präzise, aber sich widersprechende Definitionen gegeben hatten, und ich begab mich auf eine literarische Jagd.

2 Altgriechisches

Was bedeutet aber das griechische Wort ursprünglich? Ein kleines altgriechisches Wörterbuch gibt als einzige Bedeutung: στοχαστικός „scharfsinnig". Wie kommt man von „scharfsinnig" zu „wahrscheinlichkeitstheoretisch" oder gar zu „zufällig"?

Ein von mir auf das Wort angesprochener Altphilologe (mein ehemaliger Lateinlehrer) sagte aus dem Stegreif, es gehöre in den philosophischen Bereich und habe mit Mutmassen zu tun; Belegstellen würde er bei Plato und Aristoteles suchen. In der Tat steht zum Beispiel in Platos Gorgias (463a), dass ein Redner eine „stochastische Psyche" haben müsse. Diese Stelle wird in den gängigen Übersetzungen ganz unterschiedlich wiedergegeben (Croiset: „une âme douée d'imagination"; Deuschle: „eine gewandte Seele", ähnlich Rufener; Schleiermacher: „eine Seele, die richtig zu treffen weiss"). Was aber meinte Plato?

Ein griechisches etymologisches Wörterbuch (Frisk 1973) gibt: „στόχος ‚aufgerichteter Pfeiler, Pfosten, Mal, aufgestelltes Ziel', auch ‚Vermutung' (nach στοχάζομαι?) … Ohne sichere aussergriechische Entsprechung.“ Frisk weist aber angesichts des ähnlichen Bedeutungsfelds auf eine mögliche Verwandschaft mit Stange, Stock hin.

Die grösseren altgriechischen Wörterbücher (Liddell & Scott 1968, Passow 1983) geben für στόχος ‚alles Aufgestellte, gewöhnlich das aufgestellte Ziel‘, und für στοχαστικός ‚im Zielen geschickt, treffsicher‘. Das Verb στοχάζομαι bedeutet ‚nach etwas zielen oder schiessen‘, im übertragenen Sinn ‚etwas zu erkennen oder erraten suchen‘.

Schleiermachers klassische Plato-Übersetzung erweist sich also (einmal mehr) als sehr präzis.

3 Jakob Bernoulli

Jakob Bernoulli (1655–1705) ist der Verfasser des ersten Wahrscheinlichkeitslehrbuchs, der *Ars Conjectandi*, die posthum 1713 gedruckt wurde. Im zweiten Kapitel des vierten Teils dieses Buches findet sich die für uns entscheidende Stelle (zunächst im lateinischen Originaltext, dann in der Übersetzung in Ostwalds Klassiker):

> *Conjicere* rem aliquam est metiri illius probabilitatem: ideoque *Ars conjectandi* sive *Stochastice* nobis definitur ars metiendi quàm fieri potest exactissimè probabilitates rerum, eo fine, ut in judiciis & actionibus nostris semper eligere vel sequi possimus id, quod melius, satius, tutius aut consultius fuerit deprehensum; in quo solo omnis Philosophi sapientia & Politici prudentia versatur.
>
> „Irgend ein Ding vermuthen heisst soviel als seine Wahrscheinlichkeit messen. Deshalb bezeichnen wir als Vermuthungs- oder Muthmaassungskunst (ars conjectandi sive stochastice) die Kunst, so genau als möglich die Wahrscheinlichkeiten der Dinge zu messen und zwar zu dem Zwecke, dass wir bei unseren Urtheilen und Handlungen stets das auswählen und befolgen können, was uns besser, trefflicher, sicherer oder rathsamer erscheint. Darin allein beruht die ganze Weisheit des Philosophen und die ganze Klugheit des Staatsmannes.“

Das Wort „stochastice“ scheint übrigens im ganzen Buch nur an dieser einzigen Stelle vorzukommen.

Wegen Späterem, und zur Vermeidung von Missverständnissen ist es notwendig, einige Bemerkungen zur Bernoullischen Wahrscheinlichkeitsauffassung hinzuzufügen. Unmittelbar nach dem soeben zitierten Abschnitt schreibt er:

> Die Wahrscheinlichkeiten werden sowohl nach der Anzahl wie auch nach dem Gewichte der Beweisgründe geschätzt, welche auf irgend eine Weise darthun oder anzeigen, dass ein Ding ist, sein wird oder gewesen ist. Unter dem Gewichte aber verstehen wir die Beweiskraft.

Zur Erläuterung zieht er ein juristisches Beispiel heran (Indizien in einem Mordfall) und erläutert einige sehr allgemeine Prinzipien, so etwa, dass man nicht nur alle Gründe, die für eine Sache sprechen, beachten muss, sondern auch alle, die dagegen sprechen. Weil es aber nur selten volle Gewissheit geben könne, so wollen es die Notwendigkeit und das Herkommen, dass das, was nur moralisch gewiss ist (das heisst, 99/100 oder 999/1000 der vollen Gewissheit hat) für unbedingt gewiss gehalten wird.

In einigen Anwendungen, so in Glücksspielen, wo man Fälle auszählen kann, könne man *a priori* exakte Wahrscheinlichkeiten ermitteln, in vielen anderen könne man Wahrscheinlichkeiten wenigstens *a posteriori* schätzen, das heisst aus dem Erfolge, welcher bei ähnlichen Beispielen in zahlreichen Fällen beobachtet wurde. Bernoulli begründet dies dann mathematisch durch sein berühmtes Gesetz der grossen Zahlen. Mit anderen Worten: für Bernoulli gründet sich die Wahrscheinlichkeitstheorie nicht auf dem Gesetz der grossen Zahlen, letzteres ist aber ein wichtiges Hilfsmittel zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten.

In den grösseren altgriechischen Wörterbüchern (siehe auch Ammann 1953) wird στοχαστική (sc. τέχνη) erklärt als ‚die Kunst (ohne genaue Berechnung) gleich das Richtige zu treffen‘, unter Verweis auf die folgende Stelle bei Plato (Philebos, 55e), hier wiedergegeben in Schleiermachers Übersetzung:

> SOKRATES: Zum Beispiel, wenn jemand aus allen Künsten die Rechenkunst und die Messkunst und die Waagekunst ausscheidet, so ist es, geradeheraus zu sagen, nur etwas Geringfügiges, was von einer jeden dann noch übrig bleibt.
>
> PROTARCHOS: Geringfügiges freilich.
>
> SOKRATES: Es bleibt wenigstens nach diesem nichts übrig als Abschätzen nach Gutdünken und Einübung der Sinne durch Erfahrung und Gewöhnung, indem man dazu nimmt, was nur die glückliche Mutmassung (στοχαστική) vermag, welche viele auch eine Kunst nennen, die durch Anstrengung und Sorgfalt ihre Stärke erreicht.

Jakob Bernoulli war klassisch gebildet. Der Titel seines Buches *Ars Conjectandi* ist eine wörtliche Übersetzung des griechischen Ausdrucks τέχνη στοχαστική, ‚Kunst der Mutmassung‘. Wir können annehmen, dass Bernoulli die eben zitierte Stelle bei Plato kannte und dass sie ihn bei der Wahl des Titels beeinflusst hat, auch wenn er dies nicht ausdrücklich sagt.

4 Bortkiewicz

Im Jahre 1917 verfasste L. von Bortkiewicz (bekannt für die Poissonverteilung der Zahl der durch Pferdetritt getöteten preussischen Soldaten) ein Buch mit dem Titel: *Die Iterationen. Ein Beitrag zur Wahrscheinlichkeitstheorie.* In seiner Vorrede führt er drei Ausdrücke „Sylleptik", „Syntagmatik" und „Stochastik" ein, die, wie er sagt, ‚etwas ungewöhnlich klingen mögen'. Er erklärt die Bedeutung der beiden erstgenannten (die nie Anklang fanden und heute völlig vergessen sind) und fährt fort: ‚Was aber den Ausdruck „Stochastik" anlangt, so bedarf er keiner Rechtfertigung. Denn er findet sich – und zwar in dem von mir ihm beigelegten Sinne – schon in Jakob Bernoullis „Ars conjectandi".'

Einige Seiten später (p. 2f.) präzisiert er:

> Empirische Vielheiten, sofern sie Gegenstand der Statistik und der Sylleptik sind, brauchen nicht unbedingt aus grossen Zahlen von Elementen zu bestehen oder selbst in grösserer Zahl aufzutreten. Wohl aber ist beides oder mindestens eines von beiden erforderlich, wenn es gilt, über das Verhalten irgendwelcher empirischer Vielheiten vom Standpunkte der Wahrscheinlichkeitstheorie aus etwas auszusagen. Diesem Standpunkte zufolge werden nämlich die Elemente, aus denen sich die betreffenden empirischen Vielheiten zusammensetzen, unter die Herrschaft des „Zufalls" gestellt und wird die dadurch bedingte Unbestimmtheit und Unberechenbarkeit des Verhaltens der empirischen Vielheiten auf die Weise überwunden, dass man sie aus hinreichend zahlreichen Elementen bestehen oder in hinreichend grosser Zahl auftreten lässt.
>
> Die an der Wahrscheinlichkeitstheorie orientierte, somit auf „das Gesetz der grossen Zahlen" sich gründende Betrachtung empirischer Vielheiten möge als Stochastik (von στοχάζεσθαι = zielen, mutmassen) bezeichnet werden. Die Stochastik ist nicht sowohl Wahrscheinlichkeitstheorie schlechthin, als vielmehr Wahrscheinlichkeitstheorie in ihrer Anwendung, sei es auf empirische Vielheiten überhaupt, sei es auf empirische Vielheiten einer bestimmten Art.

Er zitiert die entscheidende Bernoulli-Stelle im lateinischen Urtext (siehe oben) als Fussnote, scheint sich aber nicht bewusst zu sein, dass er durch die Einschiebung *‚somit auf „das Gesetz der grossen Zahlen" sich gründende Betrachtung'* die Bedeutung des Wortes gegenüber der von Bernoulli verwendeten subtil verschiebt.

Man muss daran erinnern, dass damals eine rein frequentistische Betrachtung der Wahrscheinlichkeitstheorie höchst aktuell war. Richard von Mises versuchte in einer um eben diese Zeit (1919) publizierten Arbeit, den Wahrscheinlichkeitbegriff selber durch sogenannte „Kollektive", das heisst durch eine Formalisierung des Begriffs der zufälligen Folge, zu begründen.

5 Tschuprow und Slutsky

Der Gebrauch des Ausdrucks „stochastisch" wurde daraufhin propagiert zunächst von A. Tschuprow (1923), der sowohl Bernoulli wie Bortkiewicz zitiert und ausdrücklich sagt: ‚I use the word „stochastical" as synonymous to „based on the theory of probability".' E. Slutsky (1925) beruft sich auf Bernoulli, Bortkiewicz und Tschuprow, und hält ebenfalls ausdrücklich fest, dass er den Terminus „stochastisch" im Sinne von „wahrscheinlichkeitstheoretisch" gebraucht. Er fügt jedoch hinzu: ‚Auf die wichtige aber ziemlich subtile Frage über verschiedene Nuancierungen, die mit diesem Terminus in der neueren Literatur sich verbinden, kann ich hier nicht eingehen.'

6 Wie kam die Stochastik zum Zufall?

Für Jakob Bernoulli war „Stochastik" die Kunst des Mutmassens, das heisst, sie befasste sich in Anwendung von Wahrscheinlichkeitstheorie mit der Ermittlung von möglichst genauen Wahrscheinlichkeiten. Das Gesetz der grossen Zahlen war ein wichtiges Hilfsmittel (aber nicht das einzige).

Bortkiewicz, Tschuprow und Slutsky drücken sich ebenfalls klar aus: „stochastisch" heisst für sie „im Sinne der Wahrscheinlichkeitstheorie". Das deckt sich durchaus mit de Finettis Auffassung. Ein kleiner, aber wesentlicher Unterschied ist, dass von den drei erstgenannten Autoren Wahrscheinlichkeit frequentistisch aufgefasst wird und sich auf „das Gesetz der grossen Zahlen" gründet, das heisst, auf von Mises'sche Kollektive, während für de Finetti Wahrscheinlichkeiten subjektiv sind. Bernoullis Auffassung von Wahrscheinlichkeit ist im Grunde neutraler und liegt sehr nahe bei Kolmogoroffs (1933) Interpretation des Begriffs.

Irgendwann und irgendwie müssen die von Bortkiewicz herangezogenen, von ihm aber noch getrennt gehaltenen Zufallsfolgen irrtümlicherweise in den Begriff „stochastisch" hineingerutscht und diesen im lexikalischen Sprachverständnis von „wahrscheinlichkeitstheoretisch" auf „zufällig" umgebogen haben. Mindestens seit dem klassischen Buch von Doob (1953) über Stochastische Prozesse hat sich der Zufall in der Stochastik fest eingenistet, und das in der Vorbemerkung erwähnte Votum von De Finetti (1970) für den korrekteren Begriff „Zufallsprozesse" ist nie wirklich zum Tragen gekommen.

Ich vermute aber, dass das Eindringen des Zufalls in die Stochastik bereits viel früher, noch vor der axiomatisch-masstheoretischen Begründung der Wahrscheinlichkeit durch Kolmogoroff (1933) geschehen ist; Slutskys Bemerkung über die „Nuancierungen“ ist möglicherweise relevant. Ich habe aber noch nicht herausfinden können, wie sich das im einzelnen abgespielt hat. Es scheint, dass die Stochastik auf den Zufall gekommen ist wie die Jungfrau zum Kind! Ich hoffe aber, dass dieser Essay den einen oder anderen Leser anregt herauszufinden, wann und wie dies genau geschehen ist.

7 Verdankungen

Ich danke den Herren E. Tabakis und M. Meier-Brügger für ihre Hilfe mit den griechischen Belegen.

Literatur

Ammann, Adolf (1953). –ΙΚΟΣ *bei Platon*. Diss. Bern. Paulusdruckerei Freiburg, Schweiz.

Bernoulli, Jakob (1713). *Ars Conjectandi*. Basel. Zitiert nach: *Die Werke von Jakob Bernoulli*, Band 3 (1975), Birkhäuser Verlag, Basel, und nach der deutschen Übersetzung in Ostwalds Klassiker der Exakten Wissenschaften, Bd. 107,108, Engelmann, Leipzig.

Von Bortkiewicz, L. (1917). *Die Iterationen. Ein Beitrag zur Wahrscheinlichkeitstheorie.* Berlin: Springer.

Doob, J. L. (1953). *Stochastic Processes.* New York: Wiley.

De Finetti, B. (1970). *Teoria delle Probabilità*, Torino. Engl. Übersetzung (1974), *Theory of Probability.* New York: Wiley.

Frisk, Hjalmar (1973). *Griechisches Etymologisches Wörterbuch.* Heidelberg: Winter.

Halmos, P. R. (1985). *I want to be a mathematician.* New York: Springer.

Kolmogoroff, A. N. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Berlin: Springer.

Liddell & Scott (1968). *Greek-English Lexicon.* Oxford.

Von Mises, R. (1919). Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie. *Math. Zeitschrift* 5, 52–99.

Passow, Franz (1983). *Handwörterbuch der Griechischen Sprache.* Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft.

Plato. Zitiert nach den Übersetzungen von: Schleiermacher in Rowohlts Klassiker (1959), Croiset in den *Oeuvres Complètes, Collection des Universités de France* (1974), Deuschle, Verlag Lambert Schneider (1982), und Rufener, Artemis Verlag (1948).

Slutsky, E. (1925). Über stochastische Asymptoten und Grenzwerte. *Metron*, 5(3), 3–89.

Tschuprow, A. A. (1923). On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron*, 2(3), 461–493.

Anschrift des Verfassers

Peter J. Huber
Zürcherstrasse 37f
CH-8852 Altendorf
Schweiz
peterj.huber@bluewin.ch