

FYS 2150.ØVELSE 13

MAGNETISKE FENOMENER

Fysisk institutt, UiO

13.1 Avmagnetiseringsfaktoren

En rotasjonssymmetrisk ellipsoide av et homogent ferromagnetisk materiale anbringes i et opprinnelig uniformt magnetfelt med feltstyrke \vec{H}_0 . Rotasjonsaksen er parallell med \vec{H}_0 . Det dannes en uniform magnetisering \vec{M} parallell med \vec{H}_0 inne i ellipsoiden (vi har forutsatt at materialet i ellipsoiden er fullstendig avmagnetisert før ellipsoiden bringes inn i feltet). En nærmere undersøkelse viser at den magnetiske feltstyrken H inne i materialet er gitt ved uttrykket

$$H = H_0 - DM.$$

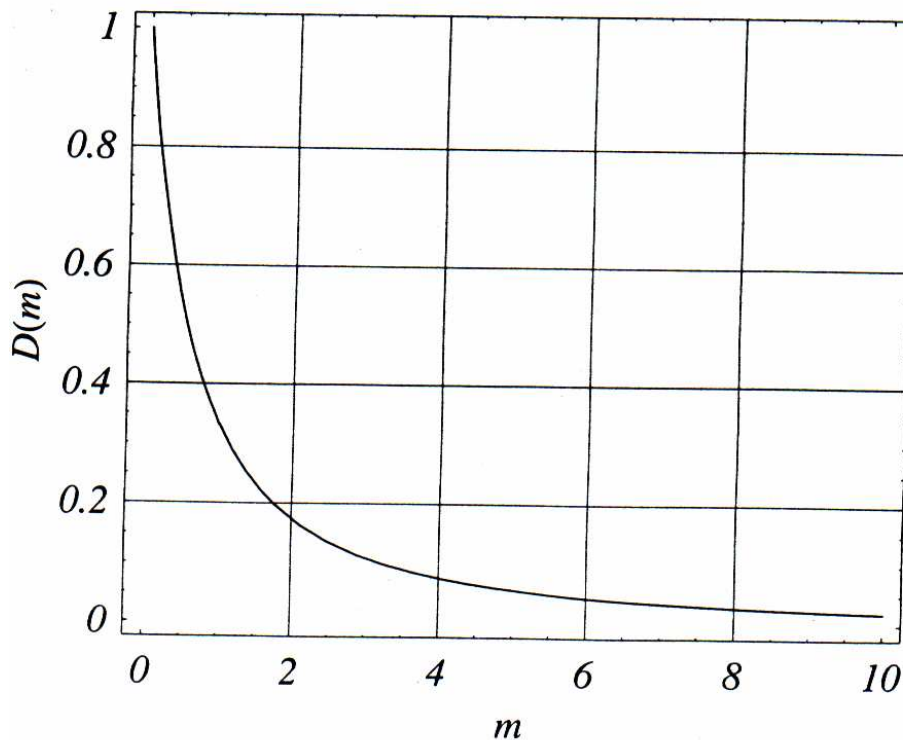
Den dimensjonsløse størrelsen D kalles avmagnetiseringsfaktoren. Verdien av D avhenger av forholdet m mellom ellipsoidens halvaksler a og b . Funksjonen $D(m)$ er gitt ved

$$D(m) = \begin{cases} \frac{1}{m^2-1} \left\{ \frac{m}{\sqrt{m^2-1}} \ln \left(m + \sqrt{m^2-1} \right) - 1 \right\} & , m > 1 \\ \frac{1}{3} & , m = 1 \\ \frac{1}{1-m^2} \left\{ 1 - \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \arccos m \right\} & , m < 1 \end{cases}$$

Den magnetiske feltstyrken \vec{H} , flukstettheten \vec{B} og magnetiseringen \vec{M} er knyttet sammen ved den generelle relasjon

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}),$$

der $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$. I ellipsoiden er \vec{H} , \vec{B} og \vec{M} parallelle. Materialets magnetiske susceptibilitet betegnes med χ . (Vi minner om at $M = \chi H$, der χ i alminnelighet vil være en funksjon av H).



Figur 13.1: Avmagnetiseringsfaktoren $D(m)$ der $m = a/b$.

Inne i ellipsoiden er

$$B = \frac{1 + \chi}{1 + D\chi} \cdot \mu_0 H_0.$$

For et ferromagnetisk materiale er $\chi > 0$. Derfor er B inne i ellipsoiden alltid større enn $\mu_0 H_0$. I praksis frembringes feltet H_0 ved hjelp av en tilstrekkelig lang spole. Hvis spolen har N vindinger og lengde L , er verdien av H_0 i spolens sentrum tilnærmet lik

$$\frac{NI}{L},$$

der I er strømmen gjennom spolen.

Vi betrakter tre spesialtilfeller, en langstrakt ellipsoide, en kule og en flattrøkt ellipsoide.

13.1.1 En langstrakt ellipsoide

Når akseforholdet $m \gg 1$, er $D \ll 1$, slik at

$$B \simeq (1 + \chi)\mu_0 H_0.$$

For jern er $\chi \gg 1$, når H er større enn 10^3 A/m. Vi venter derfor at flukstettheten B inne i en langstrakt ellipsoide av jern blir mye større enn $\mu_0 H_0$ for tilstrekkelig store verdier av H_0 .

13.1.2 En kule

For en kule er $D = 1/3$ slik at

$$B = \frac{1 + \chi}{3 + \chi} \cdot 3\mu_0 H_0.$$

Inne i en kule av jern er derfor flukstettheten større enn $\mu_0 H_0$, men alltid mindre enn $3\mu_0 H_0$.

13.1.3 En flattrøkt ellipsoide

Når $m \ll 1$, er $D \simeq 1$. Inne i en flattrøkt ellipsoide av jern vil B være ubetydelig større enn $\mu_0 H_0$.

Oppgave 1.

Undersøk om ovennevnte påstander gjelder for de fremlagte materialprøvene. Bruk $I = 5$ A i spoolene.

13.2 Zeeman-effekten

Formålet med denne delen av øvelsen er å belyse virkemåten til et Fabry-Perot-interferometer og å påvise eksperimentelt at spektrallinjer blir splittet i magnetfelt (Zeeman-effekten). Vi vil bruke interferometeret som høyoppløsningspektrometer til å studere Zeeman-effekten og derigjennom bestemme det magnetiske moment μ_B , Bohr-magnetonet.

Den normale Zeeman-effekten kan behandles klassisk eller kvantemekanisk, se læreboka i FYS2140. I denne øvelsen studerer vi oppsplittingen av den røde linja med $\lambda_0 = 643,8$ nm fra ei kadmiumlampe. Lampa er plassert i et magnetfelt med flukstetthet B av størrelsesorden 1 tesla. Magnetfeltet resulterer i to linjer i tillegg til den opprinnelige. En av linjene har bølgelengde λ_a (litt mindre enn λ_0) og den andre λ_b (litt større enn λ_0). Frekvensen er gitt ved $\nu = c/\lambda$. Differansen i frekvens mellom de to linjene er

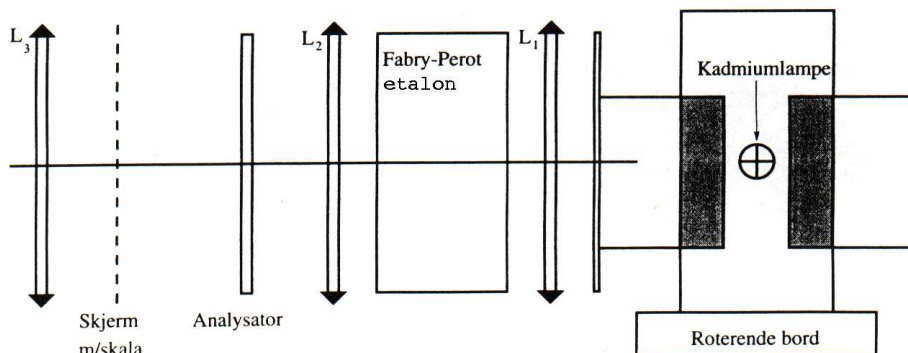
$$\nu_a - \nu_b = \Delta\nu = \frac{2\mu_B B}{h},$$

hvor h er Planck-konstanten. Vi studerer det tilfellet at magnetfeltet står normalt på lysretningen. Lyset er da planpolarisert og E -vektor til de to nye linjene står normalt på E -vektor til linja med bølgelengde λ_0 . Ved hjelp av en analysator

filtrerer vi bort linja med bølglengde λ_0 og betrakter i det som følger bare linjene med frekvens ν_a og ν_b .

Interferometeret

Fabry-Perot-interferometeret er basert på interferens ved mange gangers refleksjon av lys mellom to semitransparente eller delvis reflekterende tynne parallelle plater (se Fig. 13.2).



Figur 13.2: En skisse av et Fabry-Perot-interferometer.

I vårt Fabry-Perot-interferometer er avstanden mellom platene $t = 3,00$ mm. Noe lys går direkte gjennom platene, mens resten blir reflektert en eller flere ganger fra hver overflate før det fortsetter i retning forover, se Fig. 13.3.

En linse bak de halvgjennomtrengelige platene samler parallelle stråler slik at de blir fokusert på en skjerm plassert bak linsa som illustrert i Fig 13.4.

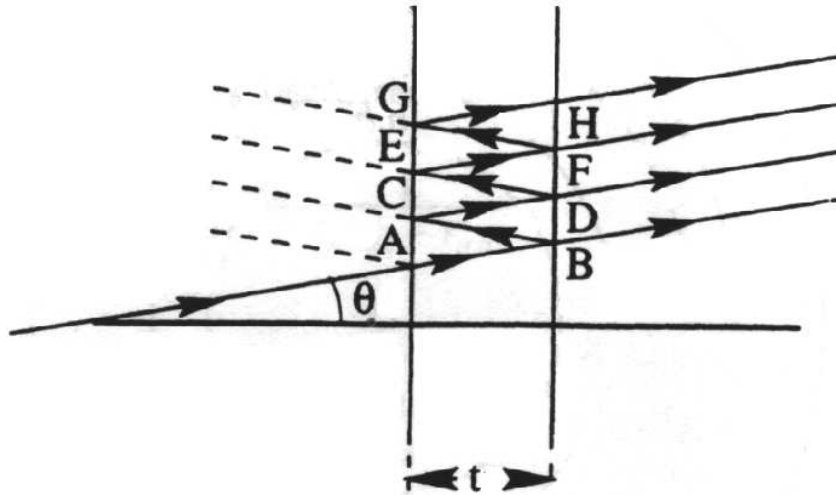
Konstruktiv interferens oppstår når gangforskjellen som følge av refleksjon er et helt antall bølglengder n , dvs. når

$$n\lambda = 2t \cos \theta.$$

Denne likninga er basert på antagelsen at brytningsindeksen til mediet mellom de to delvis reflekterende platene er lik 1, noe som er en god tilnærming da det er luft mellom platene. Av Fig. 13.4 ser vi at radien r til ringen på skjermen kan skrives som

$$r = f \tan \theta$$

der f er brennvidden til linsa. Mange ringe er synlige på skjermen, hver enkelt assosiert med en bestemt bølglengde og orden (se Fig. 13.5).



Figur 13.3: Refleksjon av lys mellom to tynne plater i en Fabry-Perot interferometer.

Bestemmelse av frekvensforskjellen $\Delta\nu$

For gitt bølgelengde har vi at

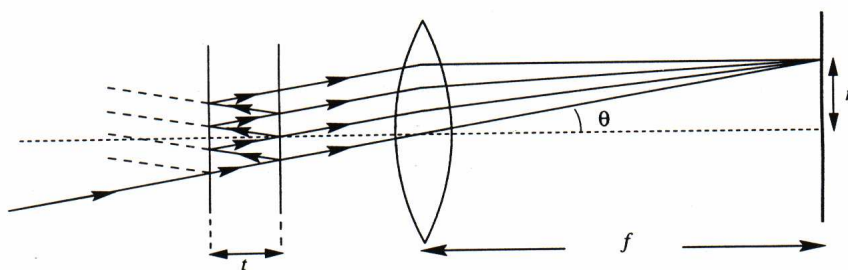
$$n\lambda = 2t \cos \theta_n$$

og

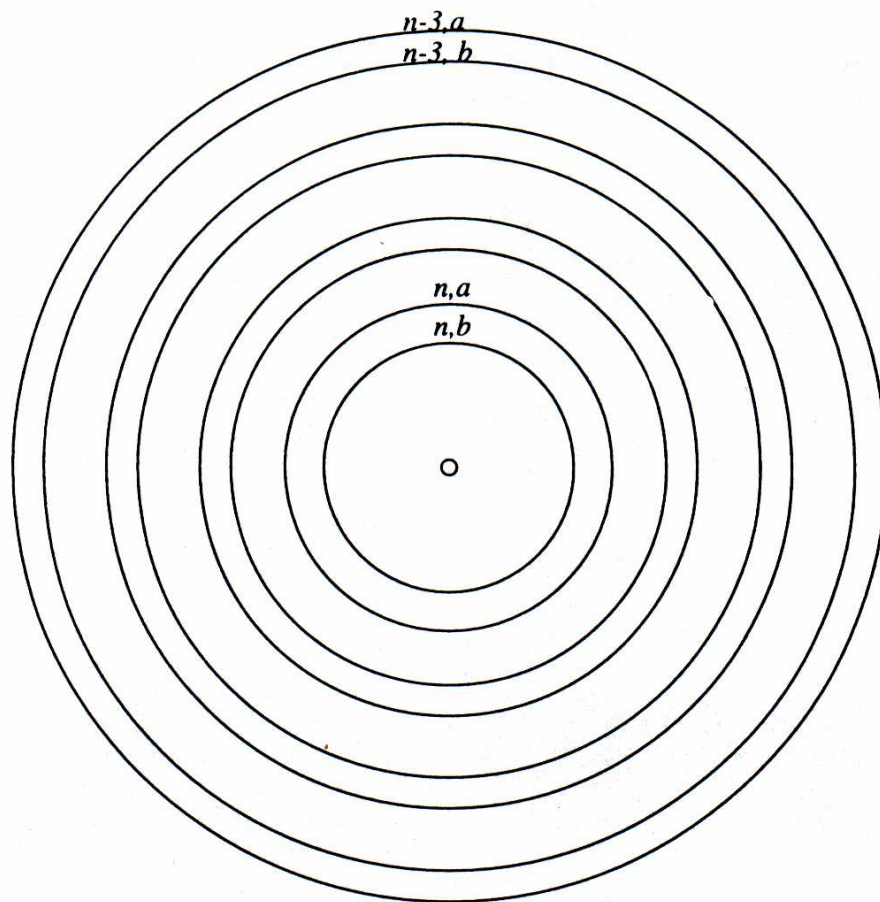
$$(n - 1)\lambda = 2t \cos \theta_{n-1}$$

som gir oss

$$\lambda = 2t(\cos \theta_n - \cos \theta_{n-1}).$$



Figur 13.4: Samling av lysstråler med linse i Fabry-Perot interferometer.



Figur 13.5: Ringer på skjermen til Fabry-Perot interferometer.

Vi ser her på små vinkler og det er en god tilnærming å sette

$$\frac{r}{f} = \tan \theta \simeq \theta$$

og

$$\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}.$$

Av dette følger at

$$\frac{c}{\nu} = \lambda = \frac{t}{f^2}(r_{n-1}^2 - r_n^2). \quad (13.1)$$

Vi merker oss at differansen mellom kvadratene av radiene for to hosliggende ringer er konstant.

Helt tilsvarende finner vi for to linjer av samme orden n , men forskjellige bølglengder λ_a og λ_b og frekvenser ν_a og ν_b at

$$\Delta\nu = \nu_a - \nu_b = \frac{\nu_a \nu_b t}{c f^2 n} (r_{n,a}^2 - r_{n,b}^2). \quad (13.2)$$

Vi benytter her likning 13.1 for ν_b og skriver

$$\frac{\nu_b t}{c f^2} = \frac{1}{r_{n-1,b}^2 - r_{n,b}^2}.$$

Da får vi

$$\Delta\nu = \frac{\nu_a}{n} \frac{r_{n,a}^2 - r_{n,b}^2}{r_{n-1,b}^2 - r_{n,b}^2}.$$

I dette uttrykket kan vi tillate oss å erstatte ν_a/n med $c/(2t)$. Vi får til slutt

$$\Delta\nu = \frac{c}{2t} \frac{r_{n,a}^2 - r_{n,b}^2}{r_{n-1,b}^2 - r_{n,b}^2}.$$

Oppgave 2.

1. Bestem flukstettheten i magnetfeltet.
2. Vis at lyset er planpolarisert.
3. Mål radiene til de tre innerste ringene, altså (n,b) , (n,a) og $(n-1,b)$.
4. Bestem $\Delta\nu$ og bølglengdeforandringen $\lambda_0 - \lambda_a$ basert på de målte radiene.
5. Bestem verdien av Bohr-magnetonet.