INF3170 – Logikk

Ukeoppgaver – oppgavesett 9

I forelesning 10 så vi på en unifiseringsalgoritme som finner en mest generell unifikator for *to* termer. I automatisk bevissøk har vi imidlertid bruk for å sjekke om *flere* par av termer er unifiserbare *samtidig*. Se på sekventen

$$P(k(x,z), f(y, q(v,a))) \vdash P(k(g(y), j(v)), f(h(z,a), w)),$$

der x, y, z, v, w er variable, f, g, h, j, k, q er funksjonssymboler og P er et relasjonssymbol. For å gjøre de to atomære formlene like, må vi finne en substitusjon σ slik at

$$k(x,z) =_\sigma k(g(y), j(v)) \quad og \quad f(y, q(v,a)) =_\sigma f(h(z,a), w)$$

samtidig. (Notasjon: $s =_\sigma t$ betyr $s\sigma = t\sigma$.) Vi kan bruke unifiseringsalgoritmen fra forelesningen til også å løse slike problemer. Hvis vi betrakter relasjonssymbolet P som et funksjonssymbol, kan vi la de to atomære formlene være de to termene som skal unifiseres. Generelt kan vi bruke algoritmen til å løse unifiseringsproblemer på formen

$$s_1 =^? t_1, \ldots, s_n =^? t_n$$

ved å unifisere termene $\circ(s_1, \ldots, s_n)$ og $\circ(t_1, \ldots, t_n)$, der $\circ$ er et vilkårlig funksjomssymbol med aritet n. (Notasjon: $s =^? t$ uttrykker at vi ønsker å unifisere termene s og t.) Vi sier at en *unifikator* for et slikt unifiseringsproblem er en substitusjon σ slik at

$$s_1 =_\sigma t_1, \ldots, s_n =_\sigma t_n.$$

Oppgave 1 Finn en mest generell unifikator (hvis noen finnes) for følgende unifiseringsproblemer.

a. $k(x,z) =^? k(g(y), j(v))$ og $f(y, q(v,a)) =^? f(h(z,a), w)$

b. $x =^? f(y)$ og $y =^? g(x)$

Oppgave 2 Vis at for alle substitusjoner σ og τ, og for alle førsteordens formler φ så er $\varphi(\sigma\tau) = (\varphi\sigma)\tau$. (Hint: strukturell induksjon.)