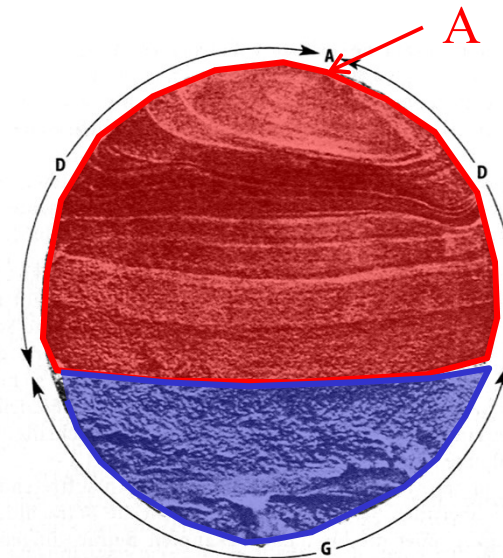


# 7. Experimentelle Grundlagen

Dynamisch beanspruchte Bauteile können durch einen Schwing- oder Ermüdungsbruch versagen. Die typische Ausbildung einer Schwingbruchfläche umfasst drei Zonen:

- Submikroskopische Anrissbildung an der Bruchausgangsstelle A,
- durch Rissfortschritt erzeugte Schwingbruchfläche D mit Rastlinien und
- durch Gewaltbruch entstandene Restbruchfläche G

aus Haibach, Erwin: Betriebsfestigkeit

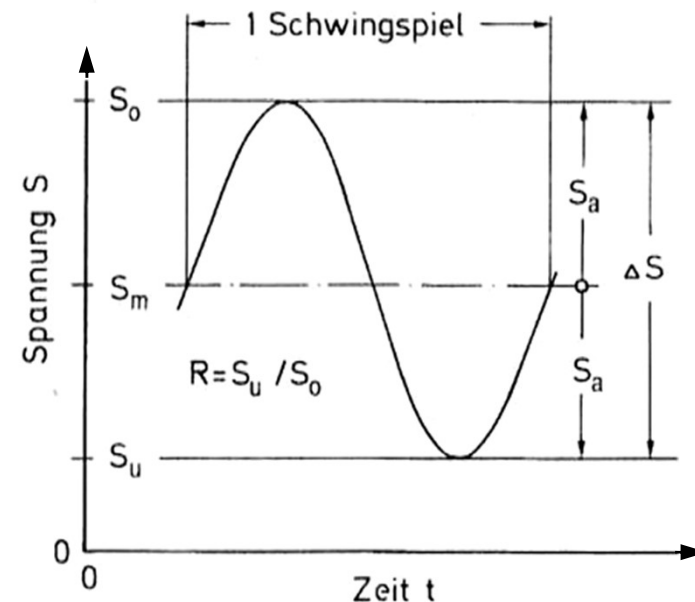


Kennzeichen eines Schwingungsbruches ist, dass er nicht durch einmalige Überlast, sondern im Verlauf der Zeit bei schwingender Beanspruchung weit unterhalb der statisch zulässigen Belastung auftritt.

## 7.1 Kennzeichen der Schwingbeanspruchung

Der einfachste Fall einer dynamischen Beanspruchung stellt eine zwischen festen Grenzwerten mit der Zeit sinusförmig veränderliche Spannungs-Zeitfunktion  $S(t)$  dar. Zur Kennzeichnung eines Schwingspiels gelten nach DIN 50100 folgende Begriffe:

- $S_o$  – Oberspannung
- $S_u$  – Unterspannung
- $S_m$  – Mittelspannung
- $S_a$  – Spannungsamplitude
- $\Delta S$  – Spannungsausschlag
- $R$  – Spannungsverhältnis



Die Begriffe können auch auf Schubspannungen, Kraftgrößen oder Dehnungen als Beanspruchungsmaß übertragen werden.

Es gelten folgende Beziehungen:

$$S_o = S_m + S_a$$

$$S_m = (S_o + S_u) / 2$$

$$S_m = S_o \cdot (1 + R) / 2$$

$$S_u = S_m - S_a$$

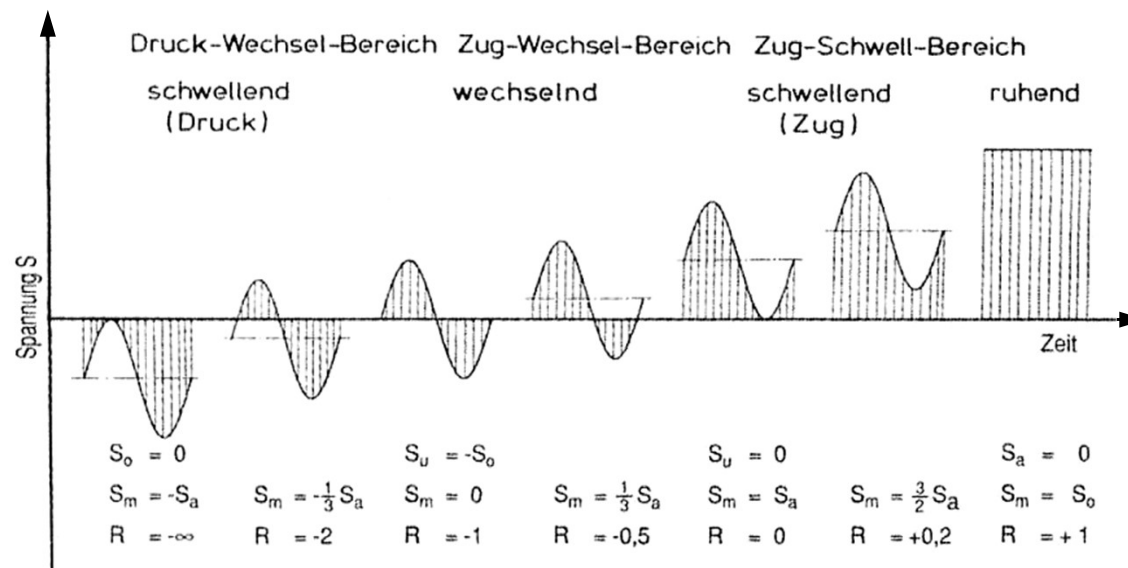
$$R = S_u / S_o$$

$$S_m = S_a \cdot (1 + R) / (1 - R)$$

$$S_a = (S_o - S_u) / 2$$

$$S_a = S_o \cdot (1 - R) / 2$$

$$\Delta S = S_o - S_u = 2 \cdot S_a$$



Abhängig von der Mittelspannung und dem Spannungsverhältnis ergeben sich unterschiedliche Beanspruchungsfälle.

Weitere Begriffe, die in der Betriebsfestigkeit eine Rolle spielen:

Die **Lebensdauer** ist die bis zum Bruch oder Versagen des Bauteils ertragene Einwirkungszeit der Schwingbeanspruchung.

Die **Dauerfestigkeit** (Dauerschwingfestigkeit) ist die um eine Mittelspannung schwingende größte Spannungsamplitude, die ein Bauteil ohne Schädigung beliebig oft aushält. Ein Sonderfall der Dauerfestigkeit ist die **Wechselfestigkeit** bei der Mittelspannung  $S_m = 0$ .

Die **Schwellfestigkeit** ist der Spannungsausschlag der Dauerfestigkeit bei der Mittelspannung  $S_m = S_o/2$ . Sie entspricht dem Betrag der Oberspannung.

Die **Zeitfestigkeit** (Zeitschwingfestigkeit) ist die um eine Mittelspannung schwingende Spannungsamplitude, die ein Bauteil bis zu einer vorgegebenen Anzahl von Schwingspielen erträgt.

Die **Lastspielzahl** ist die auf das Bauteil aufgebrauchte Anzahl von Schwingspielen.

Die **Grenz- oder Bruchlastspielzahl** ist die bis zum Versagen oder Bruch erreichte Anzahl von Schwingspielen.

## 7.1 Einstufenversuch (Wöhlerversuch)

Der Wöhler-Versuch ist die elementarste Form eines Betriebsfestigkeitsversuchs zur Ermittlung der Dauerfestigkeit eines Werkstoffs und ist nach August Wöhler benannt, der zwischen 1858 und 1870 die ersten methodischen Schwingfestigkeitsversuche durchführte.

Hierfür werden Proben in Prüfmaschinen (Pulsatoren) bei einem vorgegebenen Mittelwert  $S_m$  mit konstanter Lastamplitude  $S_a$  zyklisch belastet.

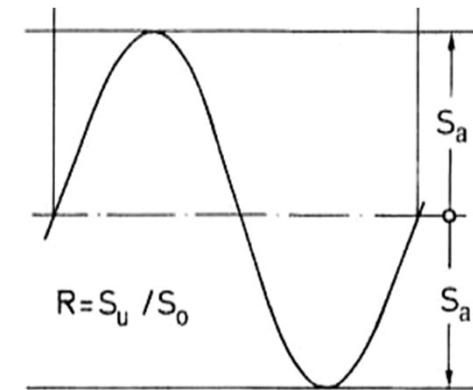
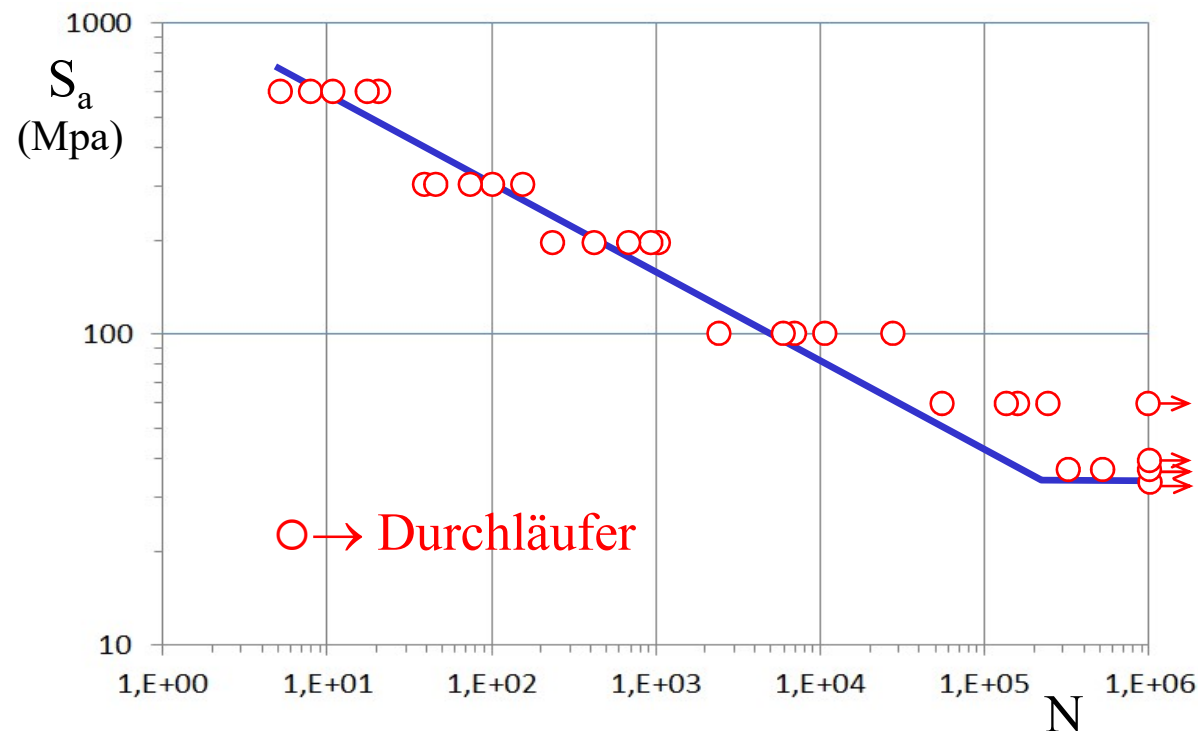
Der Versuch läuft, bis ein definiertes Versagen (Bruch, Anriss) eintritt oder eine festgelegte Grenzschwingspielzahl erreicht wird.

Zur Ermittlung des Dauerfestigkeitsverhaltens werden die Proben auf mehreren Lasthorizonten geprüft.



Hochfrequenzpulsator der Fa. Zwick/Roell

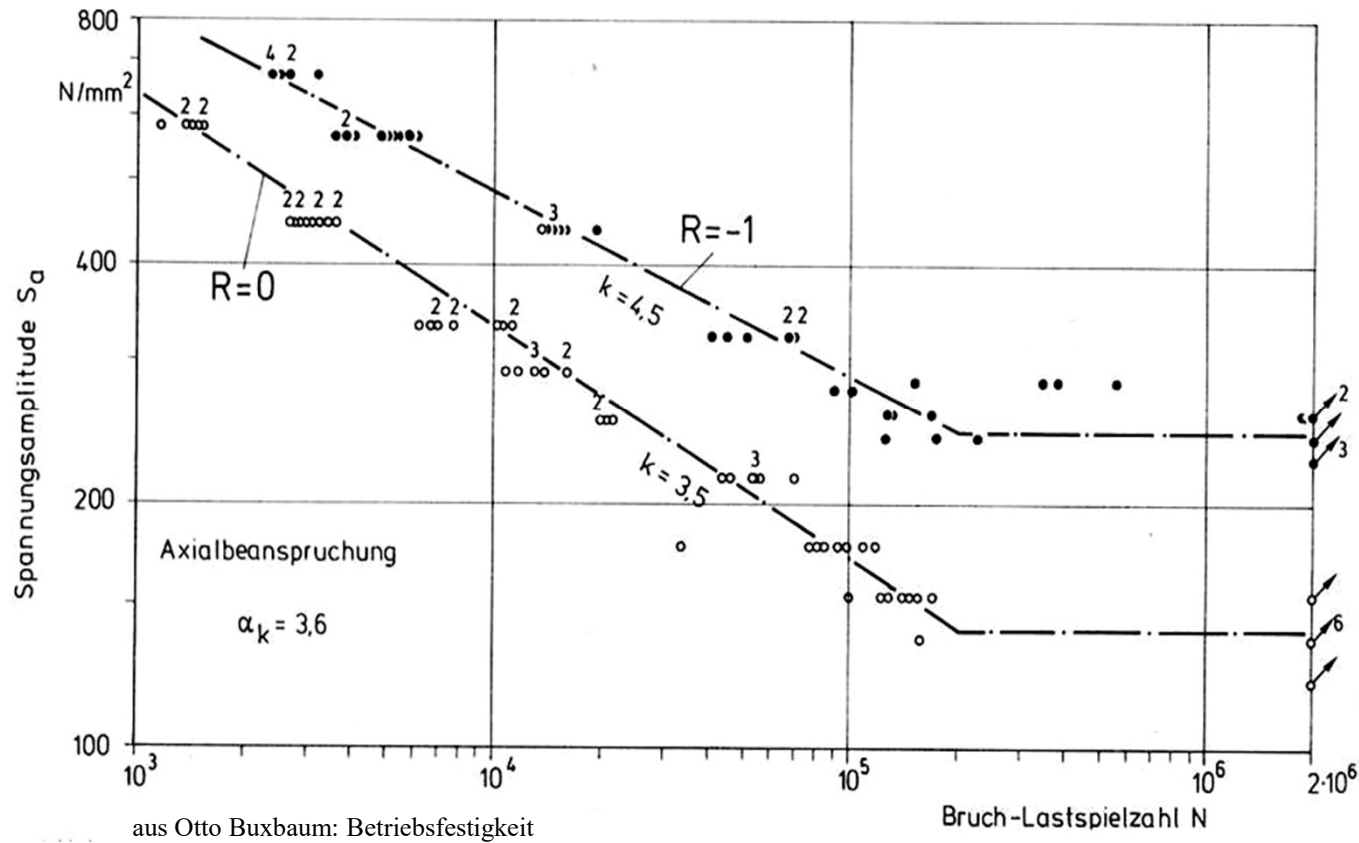
Zur Versuchsauswertung werden die Spannungsamplituden  $S_a$  über der erreichten Schwingspielzahl  $N$  im logarithmischen Maßstab aufgetragen und durch eine Kurve (Wöhlerlinie) verbunden.



Aufgrund der Versuchsstreuung sind auf jedem Lasthorizont 6 - 10 Versuche zur statistischen Absicherung der Ergebnisse erforderlich.



Dauerschwingversuche an Proben aus dem Material NiCoMo 18 7 5 bei schwel-  
lender ( $R=0$ ) und wechselnder ( $R=-1$ ) Beanspruchung. Durchläufer sind mit  
einem Pfeil gekennzeichnet.

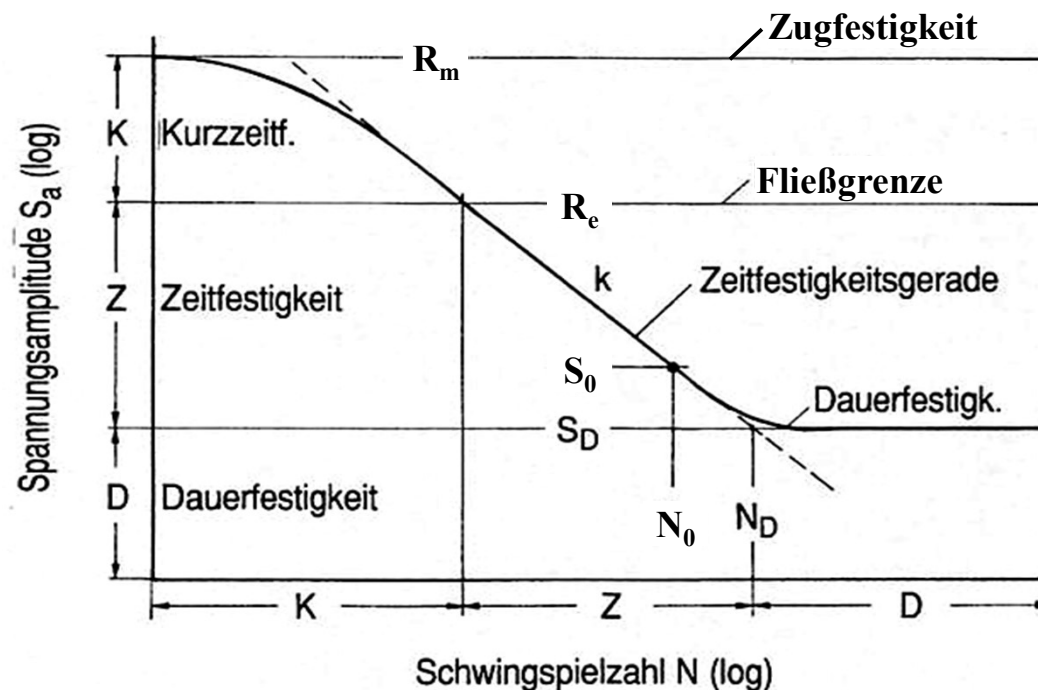


## 7.1.1 Wöhler-Schaubild

Aus dem Verlauf der Wöhlerlinie lassen sich schematisch verschiedene Bereiche im Wöhlerschaubild identifizieren.

Kennwerte einer Wöhlerlinie und schematische Abgrenzung der Bereiche

aus Haibach: Betriebsfestigkeit



Die Wöhlerlinie wird in Spannungsrichtung nach oben durch die Zugfestigkeit  $R_m$  und nach unten durch die Dauerfestigkeit  $S_D$  begrenzt.





Der Bereich der Kurzzeitfestigkeit bzw. Kurzzeitschwingfestigkeit (auch LCF = Low-Cycle-Fatigue) tritt unterhalb von ca.  $10^4$  bis  $10^5$  Schwingspielen auf. Diese Art der Ermüdung ist verbunden mit hohen plastischen Dehnungsamplituden, die zu frühem Versagen führen.

Der Bereich der Zeitfestigkeit bzw. Zeitschwingfestigkeit liegt materialabhängig zwischen  $10^4$  und etwa  $2 \cdot 10^6$  Schwingspielen, in dem die Wöhlerlinie bei doppellogarithmischer Darstellung nahezu gerade verläuft.

Der anschließende Bereich ist die so genannten Dauerfestigkeit. Bei ferritisch-perlitischen Stählen beginnt der Bereich der Dauerfestigkeit bei zirka  $1 - 5 \cdot 10^6$  Schwingspielen. Bei austenitischen Stählen und kubisch-flächenzentrierten Werkstoffen (z. B. Aluminium, Gold, Kupfer) fällt die ertragbare Amplitude weiter ab. Eine „echte“ Dauerfestigkeit existiert hier nicht. Daher wird hier meist die ertragbare Amplitude bei  $10^7$  Lastwechseln als Dauerfestigkeit bezeichnet.

Unterliegt ein Bauteil ständiger Korrosion oder stark erhöhter Temperaturen, so kann nicht mehr mit einer Dauerfestigkeit gerechnet werden.

## 7.1.2 Analytische Beschreibung der Wöhlerlinie

Es existieren eine Reihe von Vorschlägen zu formelmäßigen Beschreibung der Wöhlerlinie, die in der folgenden Tabelle aufgeführt sind

1870 Wöhler	$\lg N$	$= a - b \cdot S$
1910 Basquin	$\lg N$	$= a - b \cdot \lg S$
1914 Stromeyer	$\lg N$	$= a - b \cdot \lg (S - S_D)$
1924 Palmgren	$\lg (N + B)$	$= a - b \cdot \lg (S - S_D)$
1949 Weibull	$\lg (N + B)$	$= a - b \cdot \lg [(S - S_D) / (R_m - S_D)]$
1955 Stüssi	$\lg N$	$= a - b \cdot \lg [(S - S_D) / (R_m - S)]$
1963 Bastenaire	$\lg N$	$= a - \lg (S - S_D) - b \cdot (S - S_D)^c$

Hierbei ist  $N$  die Schwingspielzahl,  $S$  die Spannung,  $S_D$  die Dauerfestigkeit,  $R_m$  die Zugfestigkeit sowie die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $B$ , die bestmöglich (durch Regression) an die Versuchswerte anzupassen sind.

Nach der Basquin-Gleichung lässt sich die Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich beschreiben durch

$$N_a = N_D \cdot (S_D / S_a)^k \quad \text{für} \quad S_D \leq S_a \leq R_e$$

Hierbei ist  $N_D$  die Schwingspielzahl am Übergang zur Dauerschwingfestigkeit  $S_D$ ,  $S_a$  die Spannungsamplitude und  $k$  die Neigung der Zeitfestigkeitslinie, die ein wichtiger Kennwert der Wöhlerlinie darstellt.

Gleichwertig zur o. g. Gleichung ist die Formulierung mit kennzeichnenden Spannungsamplituden  $S_0$  und der zugehörigen Schwingspielzahl  $N_0$

$$N_a = N_0 \cdot (S_0 / S_a)^k$$

Daraus ergibt sich im Zeitfestigkeitsbereich mit

$$S_a = S_0 \cdot (N_0 / N_a)^{1/k}$$

die ertragbare Spannungsamplitude  $S_a$  bei vorgegebener Lastspielzahl  $N_a$ . Je kleiner der Exponent  $k$  ist, umso steiler verläuft die Zeitfestigkeitslinie.

Der Exponent  $k$  der Wöhlerlinie lässt sich am einfachsten als logarithmische Steigung aus zwei gegebenen Wertepaaren bestimmen

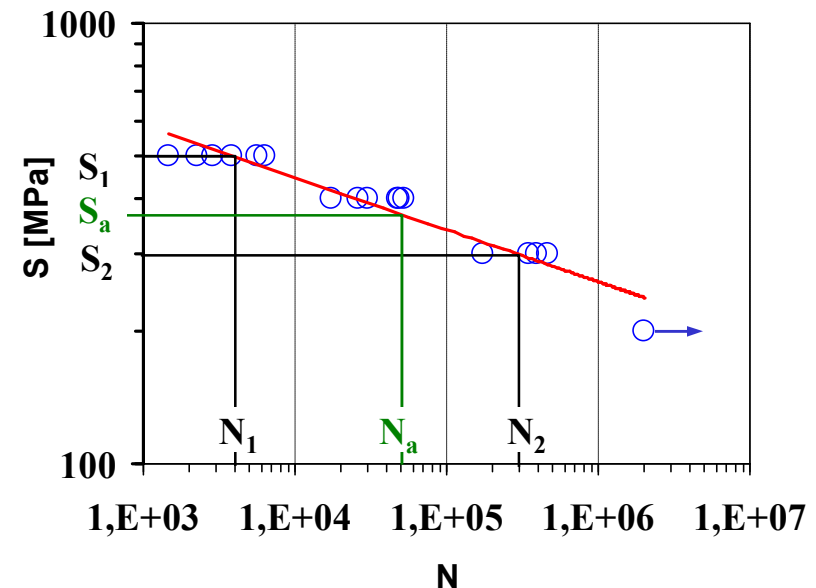
$$k = \frac{\Delta \lg N}{\Delta \lg S} = \frac{\lg N_2 - \lg N_1}{\lg S_1 - \lg S_2}$$

Hierbei ist darauf zu achten, dass der Spannungsexponenten üblicherweise als positiver Wert definiert wird!

### Beispiel: Zeitfestigkeitsversuchen an GFK

Gegeben: Wöhlerlinie

Gesucht:  $S_a$  bei  $N_a = 5 \cdot 10^4$



## 7.1.3 Statistische Absicherung der Wöhlerlinie

Zur Auslegung von Bauteilen müssen untere und obere Streubandgrenzen der Messwerte definiert werden. Als Maß für die Streuung wird die auf den Logarithmus der Schwingspielzahl  $N$  bezogene Standardabweichung verwendet.

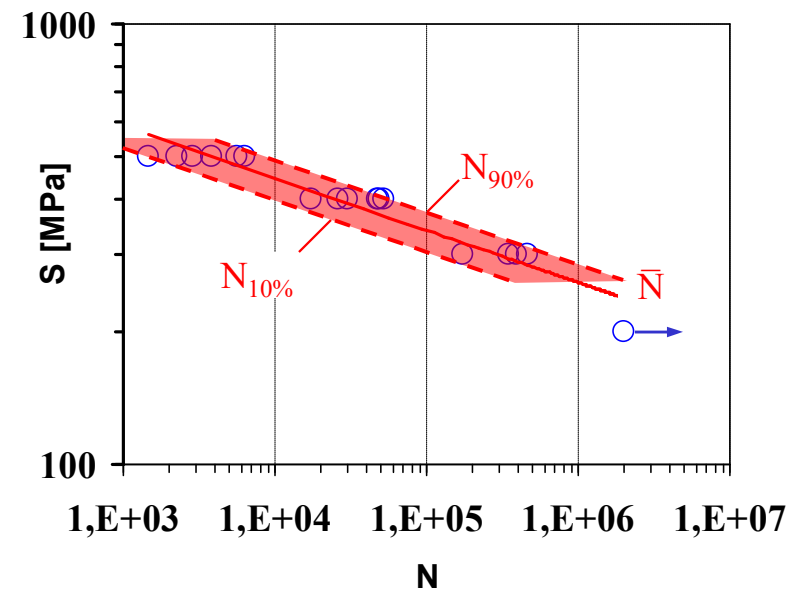
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lg N_i - \lg \bar{N}_i)^2}$$

Für ein 80%-Vertrauensintervall  $1,28 \cdot s$  lassen sich Streubandfaktoren

$$f_{10\%} = 10^{-1,28 \cdot s} \quad \text{und} \quad f_{90\%} = 10^{1,28 \cdot s}$$

bilden, bei denen je 10% der Messwerte  $N_i$  unterhalb und oberhalb des Streubandes zu erwarten sind.

Für das Beispiel ergibt sich ein Faktor  $f = 1,95$ , d. h. mehr als 80% aller Messwerte befinden sich im Bereich  $N_{10\%} = 1/f \cdot \bar{N} \approx 0,5 \cdot \bar{N} \leq N \leq f \cdot \bar{N} \approx 2 \cdot \bar{N} = N_{90\%}$ .

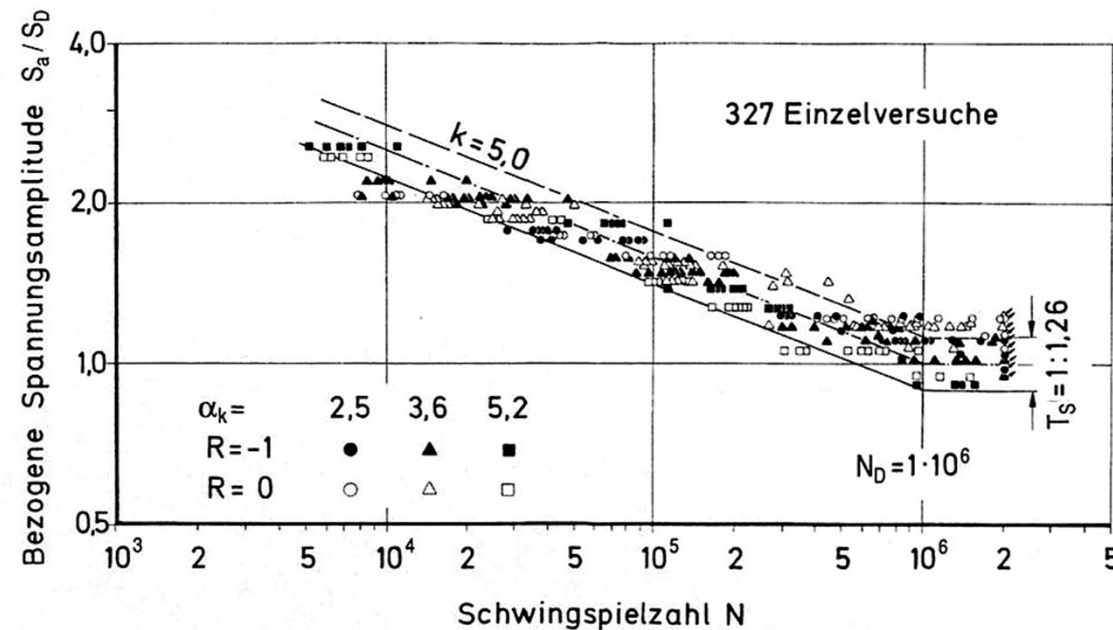


## 7.1.4 Normierte Wöhlerlinie

Die Ergebnisse von Wöhlerversuchen an geschweißten Formelementen sowie glatten und gekerbten Probestäben bei unterschiedliche Spannungsverhältnisse  $R$  können für unterschiedliche Stähle und Aluminiumlegierungen oft in ein gemeinsames Streuband eingetragen werden, wenn auf der Ordinate die Spannungsamplitude  $S_a$  auf die jeweilige Dauerfestigkeit  $S_D$  bezogen wird.

Normiertes Wöhlerstreuband von Vergütungsstählen mit unterschiedlichen Kerbfaktoren und Spannungsverhältnissen

aus Haibach: Betriebsfestigkeit



## 7.2 Dauerfestigkeits-Schaubilder

Zur Auslegung schwingbeanspruchter Bauteile sind Wöhlerlinien nicht geeignet, da i. allg. die Zeit- bzw. Dauerfestigkeit von Werkstoffen nur für die Spannungsverhältnisse  $R = -1$  (wechselnde Beanspruchung) und  $R = 0$  (schwellende Beanspruchung) ermittelt werden.

Für andere Spannungsverhältnisse  $R$  kann jedoch der Einfluss von Spannungsamplitude bzw. Mittelspannung in sog. Dauerfestigkeitsschaubildern dargestellt werden. Diese lassen sich ausgehend von den Wöhlerlinien mit wenigen Annahmen konstruieren

Die gebräuchlichsten Dauerfestigkeitsschaubilder sind das **Smith-Diagramm** und das **Haigh-Diagramm**. Andere Darstellungsarten nach Goodman bzw. Pohl, die in der DIN 50100 erwähnt werden, sind eher selten anzutreffen.

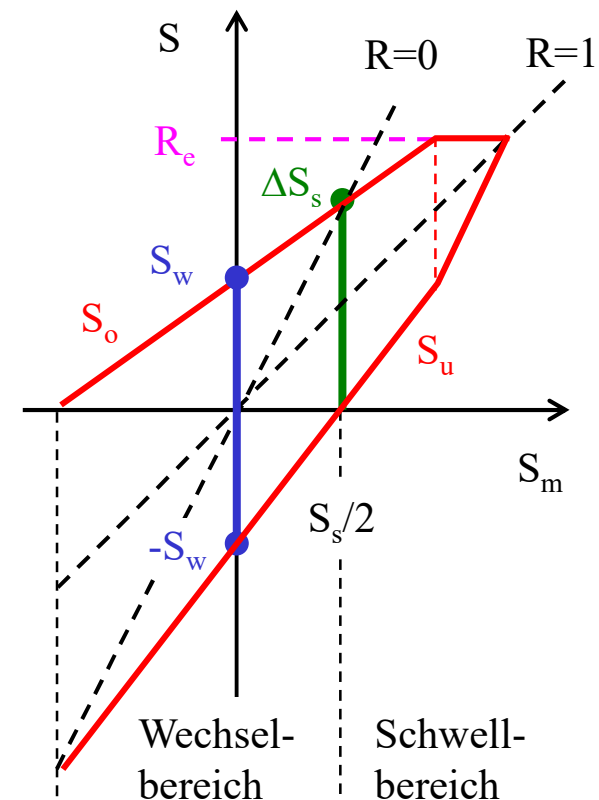
Zur Konstruktion der Dauerfestigkeitsschaubilder wird die Wechselfestigkeit  $S_w$  und die Schwellfestigkeit  $\Delta S_s$  aus dem Wöhlerversuch sowie die Streckgrenze  $R_e$  des Materials aus dem Zugversuch benötigt.

## 7.2.1 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

Im Smith-Diagramm wird die Oberspannung  $S_o$  bzw. die Unterspannung  $S_u$  über der Mittelspannung  $S_m$  aufgetragen.

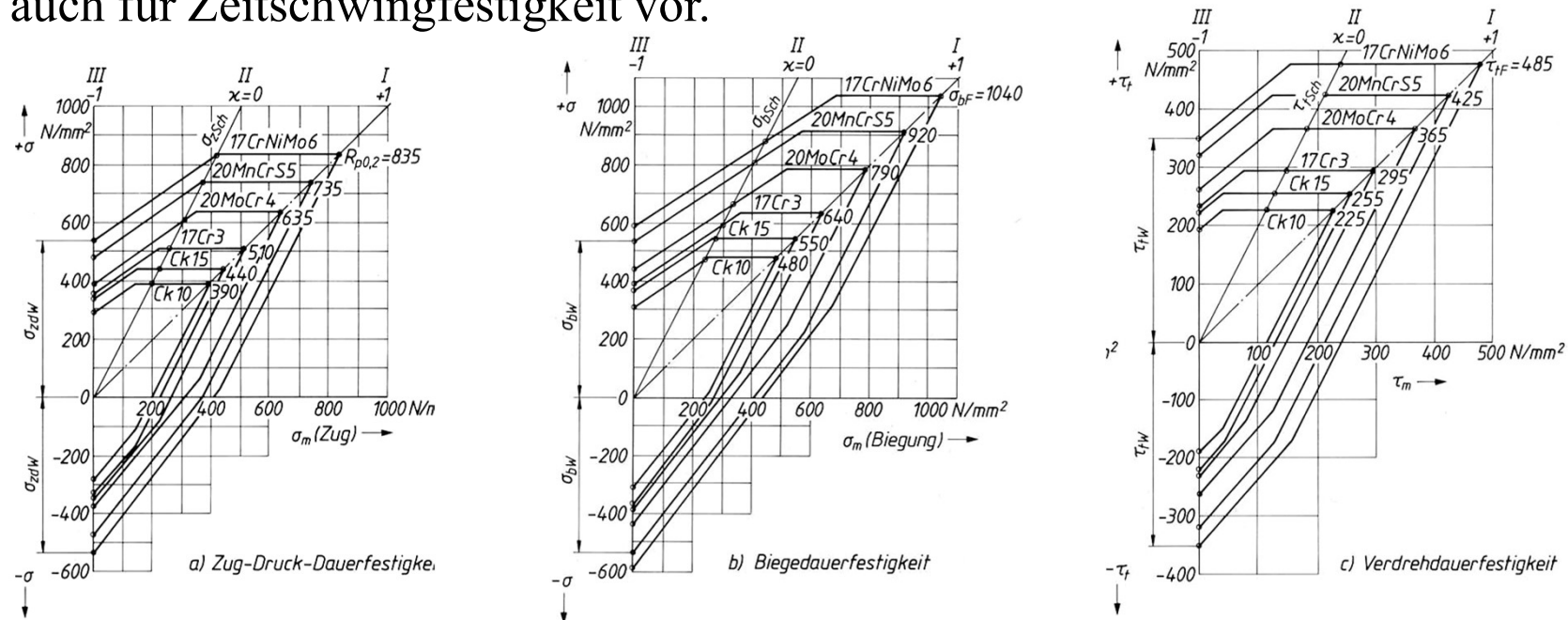
Zunächst werden die Amplituden der Wechsel-  
festigkeit  $S_w$  bei der Mittelspannung  $S_m = 0$  und  
die Schwellfestigkeit  $\Delta S_s$  bei  $S_m = \Delta S_s/2$  einge-  
tragen. Die Oberspannung  $S_o$  ergibt als Ver-  
längerung der Geraden durch die Spannungen  
 $S_w$  und  $\Delta S_s$  und wird durch die Streckgrenze  $R_e$   
begrenzt. Die Unterspannung  $S_u$  ergibt sich aus  
der Forderung, dass die Spannungsamplituden  
bezüglich der Winkelhalbierenden symmetrisch  
sind. Im Druckbereich können die Linien ab-  
knicken.

Spannungskombinationen innerhalb der roten  
Umrandung sind als dauerfest zu bewerten.





Smith-Diagramme existieren für viele Werkstoffe und liegen für die Grundbeanspruchungsarten Zug/Druck, Biegung und Torsion sowohl für Dauer- als auch für Zeitschwingfestigkeit vor.



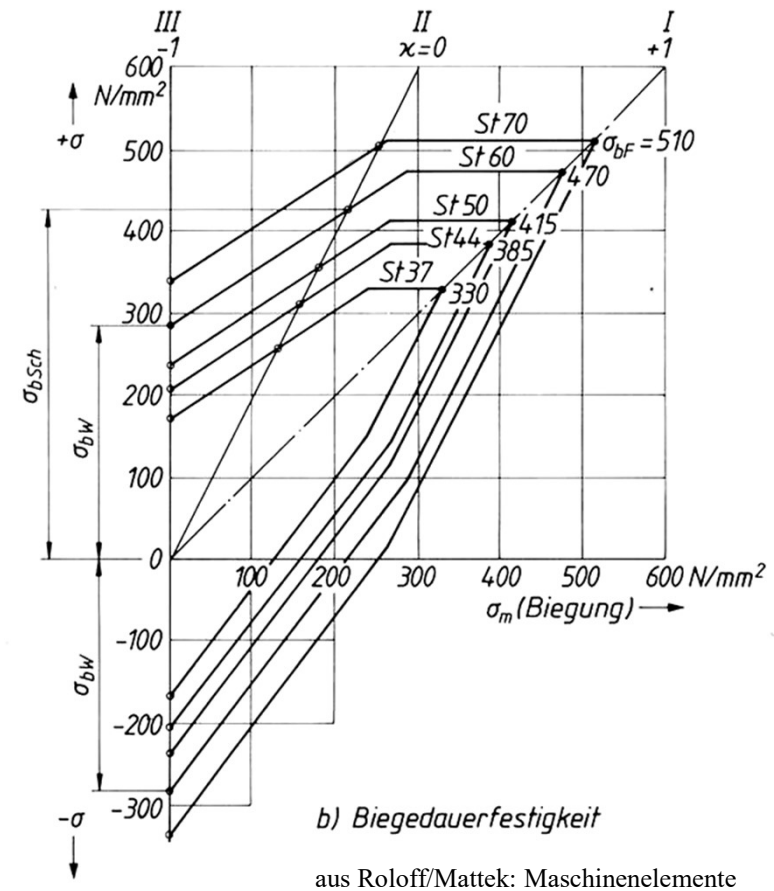
Der Steigung der Oberspannung ist ein Maß für die Mittelspannungsempfindlichkeit eines Werkstoffs. Je flacher die Gerade verläuft, umso stärker wird die Spannungsamplitude mit steigender Mittelspannung vermindert. Für viele Stähle beträgt der Winkel gegenüber der Horizontalen ca. 35° bis 40°.



**Beispiel:** Auslegung einer umlaufenden Welle aus Baustahl St50

**Gegeben:** Biegemoment  $M_b = 0,4 \text{ kNm}$ , Torsionsmoment  $T = 0,3 \text{ kNm}$ ,  $d = 30 \text{ mm}$

**Gesucht:** Dauerfestigkeitsnachweis



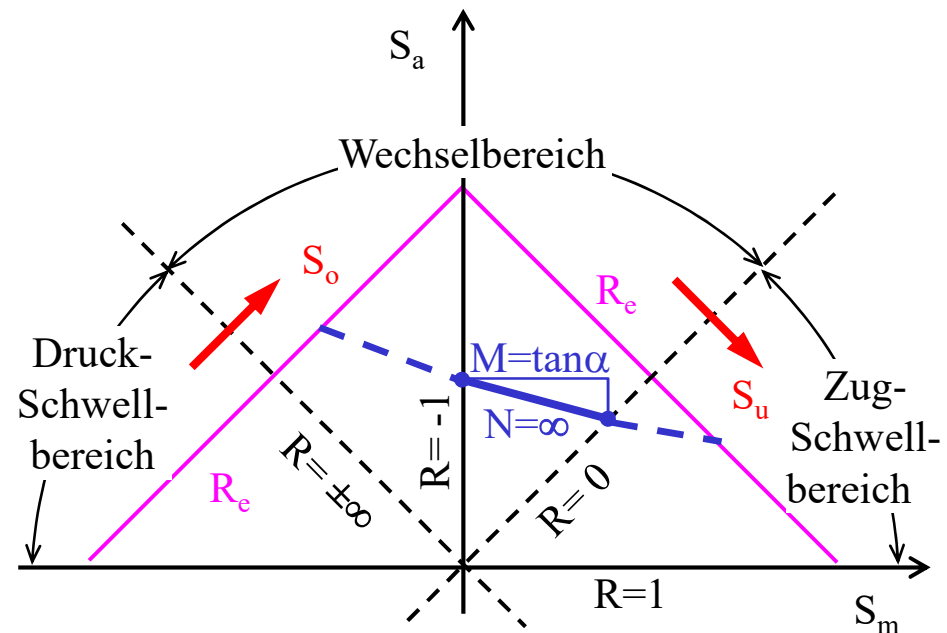
## 7.2.2 Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh

Im Haig-Diagramm wird die Spannungsamplitude  $S_a$  über der Mittelspannung  $S_m$  aufgetragen und durch die Streckgrenze  $R_e$  begrenzt, die in dieser Darstellung als Geraden unter  $45^\circ$  zu den Achsen auftritt.

Punkte mit gleichem Spannungsverhältnis liegen auf Geraden, die vom Nullpunkt ausgehen.

Die Ober- und Unterspannung  $S_o$  und  $S_u$  sind auf den Geraden unter  $45^\circ$  eingetragen.

Spannungskombinationen unterhalb der blauen Linie ( $N = \infty$ ) sind dauerfest.

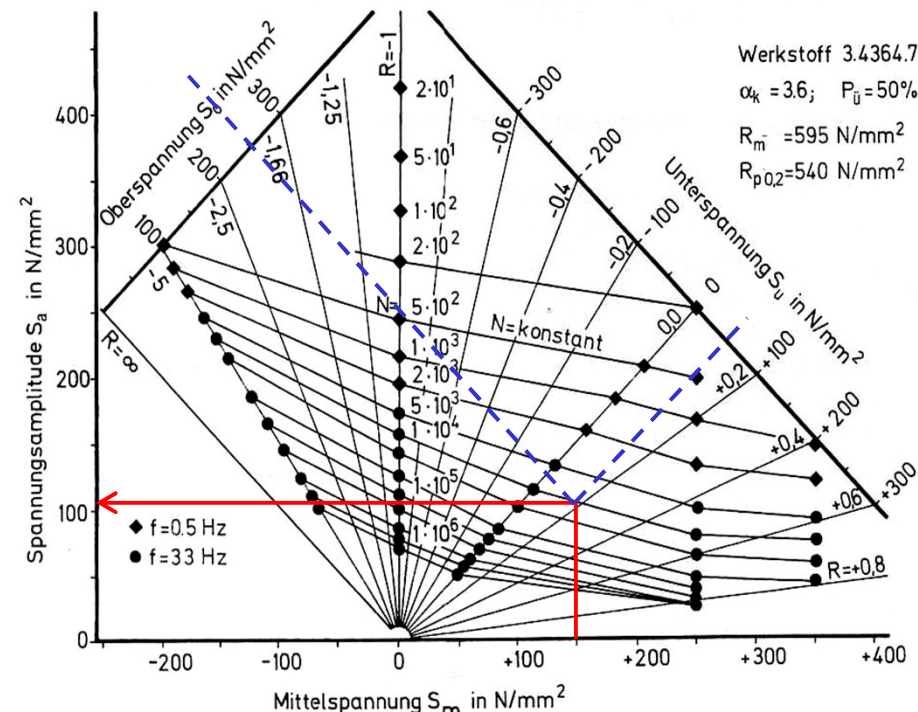


Die Steigung der Dauerfestigkeitslinie zwischen  $R = -1$  (wechselnd) und  $R = 0$  (schwellend) ist ein weiteres Maß für die Mittelspannungsempfindlichkeit.

Im Haigh-Diagramm lassen sich sowohl Dauer- als auch Zeitfestigkeitslinien für verschiedene Spannungsverhältnisse eintragen und die Ausschlagspannungen leicht ablesen. Daher wird in neuerer Zeit die Haigh-Darstellung dem Smith-Diagramm vorgezogen.

Für das Beispiel ergibt sich bei einer Mittelspannung von  $S_m = 150 \text{ N/mm}^2$  eine Spannungsamplitude von  $S_a \approx 100 \text{ N/mm}^2$  für  $10^4$  Schwingspiele.

Die Oberspannung lässt sich mit  $S_o = 250 \text{ N/mm}^2$  ablesen, die Unterspannung ergibt sich zu  $S_u \approx 50 \text{ N/mm}^2$ .



Haigh-Diagramm von Kerbstäben einer Aluminiumlegierung (aus Haibach: Betriebsfestigkeit)

Die im Haigh-Diagramm definierte Mittelspannungsempfindlichkeit lässt sich aus den Spannungsamplituden  $S_a$  bei den Spannungsverhältnissen  $R=-1$  und  $R = 0$  bestimmen. Es gilt:

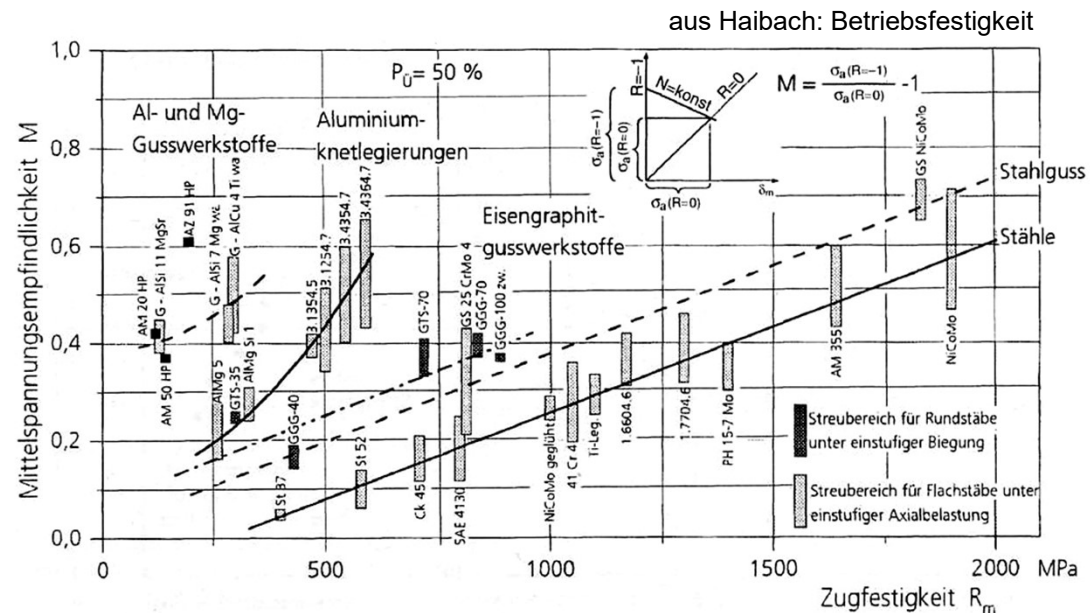
$$M = \frac{S_{a(R=-1)} - S_{a(R=0)}}{S_m(R=0)}$$

Mit

$$S_{a(R=0)} = S_m(R=0)$$

folgt

$$M = \frac{S_{a(R=-1)}}{S_m(R=0)} - 1$$



Für  $M=0$  ist verläuft die Grenzlinie horizontal, die Schwingspielzahl  $N$  ist allein von der Spannungsamplitude  $S_a$  abhängig. Ist  $M=1$ , verläuft die Gerade unter  $45^\circ$ ,  $N$  ist von der Oberspannung  $S_0 = S_m + S_a$  und somit in gleichem Maße von Spannungsamplitude- und Mittelspannung abhängig.