BIERI SS 09

LA und Geometrie für L2/5

Serie 5

1. Es sei $E_{p,q} \in M_n(K)$ die Matrix mit Einträgen $e_{i,j} = 0$ ausser für $(i,j) = (p,q)$, wobei $e_{p,q} = 1$. Man bestimme
   a) Die Matrizen $A \in M_n(K)$, die mit $E_{p,q}$ kommutieren
   b) Die Matrizen $B \in M_n(K)$, die mit überhaupt allen Matrizen $X \in M_n(K)$ kommutieren.

2. Für jede reelle Zahl $a \in \mathbb{R}$ suche man die Matrix $S_a \in M_2(\mathbb{R})$, die die Spiegelung $\sigma_a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ an der Geraden $y = ax$ beschreibt. Unter welcher Bedingung an a, b gilt $\sigma_a \sigma_b = \sigma_b \sigma_a$?

3. $\rho_{A,\alpha} : E^2 \to E^2$ sei die Rotation mit Zentrum A und Drehwinkel $\alpha \in [$. Man beschreibe durch Angabe von Zentrum/Drehwinkel bzw. Richtung/Translationslänge die Isometrien
   a) $\rho_{A,\alpha} \circ \rho_{B,-\alpha}$
   b) $\rho_{A,\alpha} \circ \rho_{B,\beta} \circ \rho_{A,\alpha}^{-1}$
   c) $\rho_{A,\alpha} \circ \rho_{B,\beta} \circ \rho_{A,\alpha}^{-1} \circ \rho_{B,\beta}^{-1}$

4. Gegeben sind die Ecken A, B, C eines gleichseitigen rechtwinkligen sphärischen Dreiecks. $\rho_X : S^2 \to S^2$ bezeichne die Rotation mit Zentrum X und Drehwinkel $+90°$. Bestimme Zentrum und Drehwinkel der 6 Verkettungen $\rho_A \rho_B \rho_C$, $\rho_B \rho_C \rho_A$, $\rho_C \rho_A \rho_B$, $\rho_B \rho_A \rho_C$, $\rho_A \rho_C \rho_B$, $\rho_C \rho_B \rho_A$.