

Theoretische Übungen (6)
zur Vorlesung „Numerik I“
im

Wintersemester 2011/12

(Abgabetermin: Donnerstag, 24.11.11, 12 Uhr)

14. (6 Punkte; Matrizenorm)

Zeigen Sie, dass für eine $m \times n$ -Matrix A zu gegebenen Normen $\|\cdot\|_{\mathbb{K}^n}$, $\|\cdot\|_{\mathbb{K}^m}$ die „natürliche Matrizenorm“

$$\|A\|_{nat} = \sup_{0 \neq x \in \mathbb{K}^n} \frac{\|Ax\|_{\mathbb{K}^m}}{\|x\|_{\mathbb{K}^n}}$$

die Normeigenschaften erfüllt.

15. (3 Punkte; Hilbertsche Matrix)

Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens die Inverse der folgenden 3×3 -Hilbertschen Matrix,

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

Hinweis: Durch die Lösung $x^{(k)}$ von $Ax^{(k)} = e^{(k)}$, $e^{(k)} = k$ -ter Einheitsvektor, erhält man die k -te Spalte der Inversen A^{-1} .