

Inhalt

- Theoretische Grundlagen
- Reguläre Sprachen und Ausdrücke
- Nichtdeterministische endliche Automaten (NEA)
- Reguläre Ausdrücke und NEAs
- Deterministische endliche Automaten (DEA)
- Spezifikation der lexikalischen Analyse
 - Zeichenklassen
 - Folgen regulärer Definitionen
 - Allbut-Konstrukt
- Generierung eines Scanners
- Implementierung eines Scanners

Lernziele

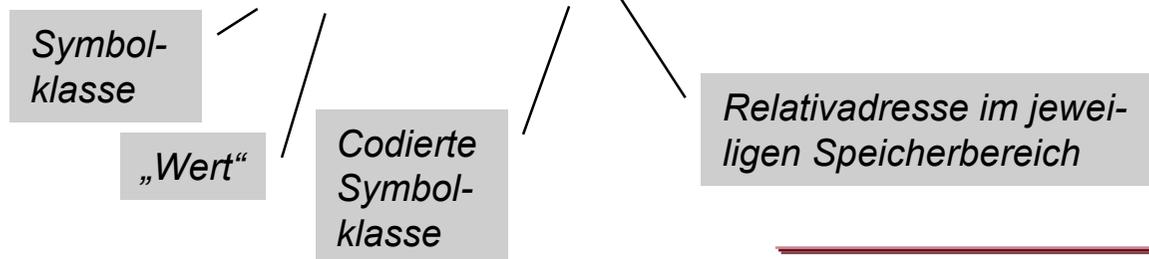
- Die theoretischen Grundbegriffe der lexikalischen Analyse (reguläre Ausdrücke, (nicht-)deterministische endliche Automaten) und ihre Zusammenhänge erklären können
- Aus regulären Ausdrücken minimale, deterministische endliche Automaten konstruieren können
- Typische Beispiele von (syntaktischen) Erweiterungen für reguläre Ausdrücke benennen und erklären können, wie man diese in den Scanner-Generierungsprozess integriert
- Verschiedene (effiziente) Implementierungsmöglichkeiten für Scanner beschreiben können

Aufgabe der lexikalischen Analyse

- Zerlegung einer Zeichenfolge in eine Folge von lexikalischen Einheiten (*Symbole* 🐼), die endlich vielen Klassen (*Symbolklassen* 🐼) zugeordnet werden

Begriffe

- **Symbole**
 - Worte über einem Alphabet
 - z.B. xyz12, 123, **begin**, :=
- **Symbolklassen**
 - Mengen gleichartiger Symbole
 - z.B. Identifier (id), Integer-Konstanten (intconst), Zeichenketten (string)
- Darstellung von Symbolen
 - Geeignete Repräsentation der Symbole für die Weiterverarbeitung
 - z.B. (id, xyz12) oder (1,17) für xyz12





Worte und Sprachen

- Sei Σ beliebiges (endliches) Alphabet
- **Worte** über Σ (= endliche Folgen von Zeichen aus Σ)
 - $x_1x_2\dots x_n$ Wort der Länge n ($n \geq 1, x_i \in \Sigma$)
 - ε leeres Wort (mit Länge 0)
- Mengen von Worten über Σ
 - $\Sigma^n =_{\text{def}} \{x_1x_2\dots x_n \mid x_i \in \Sigma\}$ Menge aller Worte der Länge n
 - $\Sigma^0 =_{\text{def}} \{\varepsilon\}$ Menge, die nur das leere Wort enthält
 - $\Sigma^* =_{\text{def}} \bigcup_{n \geq 0} \Sigma^n$ Menge aller Worte über Σ
 - $\Sigma^+ =_{\text{def}} \bigcup_{n \geq 1} \Sigma^n$ Menge aller nicht-leeren Worte über Σ

- **Konkatenation** von Worten x und y

- $xy =_{\text{def}} x_1 x_2 \dots x_n y_1 y_2 \dots y_m$
wenn $x = x_1 x_2 \dots x_n$ und $y = y_1 y_2 \dots y_m$

Σ^* bildet mit Konkatenation ein Monoid
– ε ist neutrales Element
– Konkatenation ist assoziativ

- Sei $w = xyz$

- x **Präfix** von w (**echtes Präfix** $\Leftrightarrow x \neq \varepsilon \wedge x \neq w$)
 - z **Suffix** von w (**echtes Suffix** $\Leftrightarrow z \neq \varepsilon \wedge z \neq w$)
 - y **Teilwort** von w (**echtes Teilwort** $\Leftrightarrow y \neq \varepsilon \wedge y \neq w$)



Formale Sprache (über Σ)

- Teilmenge von Σ^*
- Operationen auf formalen Sprachen L, L_1, L_2
 - $L_1 \cup L_2$ **Vereinigung** von Sprachen
 - $\mathbf{C}(L) =_{\text{def}} \Sigma^* \setminus L$ **Komplement** einer Sprache
 - $L_1 L_2 =_{\text{def}} \{xy \mid x \in L_1, y \in L_2\}$ **Konkatenation** von Sprachen
 - $L^n =_{\text{def}} \{x_1 x_2 \dots x_n \mid x_i \in L, 1 \leq i \leq n\}$
 - $L^* =_{\text{def}} \bigcup_{n \geq 0} L^n$ **Abschluss** einer Sprache (mit $L^0 =_{\text{def}} \{\varepsilon\}$)

Reguläre Sprache, regulärer Ausdruck (RA)

• Reguläre Sprachen über Σ

- \emptyset , $\{\varepsilon\}$ und $\{a\}$ (für alle $a \in \Sigma$) sind reguläre Sprachen
- Sind R , R_1 und R_2 reguläre Sprachen, dann auch $R_1 \cup R_2$, $R_1 R_2$, und R^*
- Nichts sonst ist eine reguläre Sprache über Σ

• Reguläre Ausdrücke über Σ

- \emptyset , ε und a (für $a \in \Sigma$) sind reguläre Ausdrücke und beschreiben die regulären Sprachen \emptyset , $\{\varepsilon\}$ und $\{a\}$
- Sind r , r_1 und r_2 reguläre Ausdrücke, die die regulären Sprachen R , R_1 und R_2 beschreiben, dann auch $(r_1 \mid r_2)$, $(r_1 r_2)$ und (r^*) , die die regulären Sprachen $R_1 \cup R_2$, $R_1 R_2$, und R^* beschreiben
- Nichts sonst ist ein regulärer Ausdruck über Σ

Äquivalente Beschreibungsformalismen: (links-/rechts-)reguläre bzw. Typ-3-Grammatiken



Bemerkungen zur Notation

- Zeichen der Beschreibungssprache (d.h. \emptyset , \downarrow , $($, $)$, $*$) sind unterstrichen (entfällt, wenn keine Mehrdeutigkeiten möglich sind)
- Präzedenzen zur Klammereinsparung:
Stern vor Konkatenation vor Alternativzeichen
- Alle Operatoren sind links-assoziativ (d.h. „Abarbeitung von links“)

d.h., z.B.
 $a^*b|c = (((a^*)b)|c)$

Beispiele

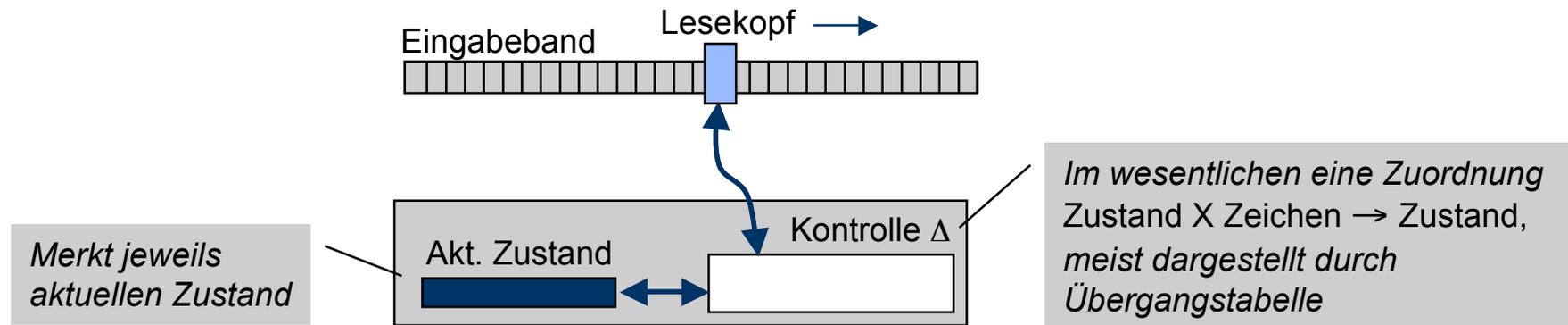
- | Regulärer Ausdruck | beschriebene reguläre Sprache | Elemente der regulären Sprache |
|--------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| $a b$ | $\{a, b\}$ | a, b |
| ab^*a | $\{a\}\{b\}^*\{a\}$ | $aa, aba, abba, abbba, \dots$ |
| $(ab)^*$ | $\{ab\}^*$ | $\epsilon, ab, abab, \dots$ |
| $abba$ | $\{abba\}$ | $abba$ |
| $a^*b c$ | $\{a\}^*\{b\} \cup \{c\}$ | $c, b, ab, aab, aaab, \dots$ |

Endlicher Automat

- (mathematische) Maschine zum Erkennen (*Akzeptor*) regulärer Sprachen
- Charakterisiert durch
 - Lesekopf zum zeichenweisen Lesen des Eingabebandes (von links nach rechts)
 - 1 Variable („Akt. Zustand“), die nur endlich viele Zustände annehmen kann
 - Übergangsrelation Δ zur Kontrolle
(legt neuen Zustand + Position Lesekopf fest)

Kein Rücksetzen

Beschränkte „Merkfähigkeit“



Nichtdeterministischer endlicher Automat (NEA)

- Tupel $M = (\Sigma, Q, \Delta, q_0, F)$, wobei
 - Σ (endliches) Eingabealphabet
 - Q endliche Menge von Zuständen
 - $q_0 \in Q$ Anfangszustand
 - $F \subseteq Q$ Menge der Endzustände
 - $\Delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times Q$ Übergangsrelation

Auch $(q, \varepsilon, p) \in \Delta$ möglich:
 \Rightarrow „spontaner Übergang“

Übliche Arbeitsweise eines NEA

- 1. Start im Anfangszustand;
Lesekopf am Anfang des Eingabebandes
- 2. Folge von Schritten, solange Übergänge möglich sind;
In jedem Schritt:
 - Einnehmen eines neuen Zustands („Folgezustand“)
 - Falls dabei Eingabezeichen gelesen, dann Lesekopf auf nächstes Zeichen, sonst nichts
- 3. Automat stoppt, wenn
 - die Eingabe erschöpft ist **oder**
 - kein weiterer Zustandsübergang möglich ist
- 4. Das Eingabewort ist *akzeptiert*, wenn
 - die Eingabe erschöpft ist **und**
 - der aktuelle Zustand ein Endzustand ist

Arbeitsweise eines NEA als Scanner

- 1. Start im Anfangszustand
Lesekopf auf dem ersten noch nicht „konsumierten“ Zeichen
- 2. Folge von Schritten, solange Übergänge möglich sind; In jedem Schritt:
 - Einnehmen eines neuen Zustands („Folgezustand“)
 - Falls dabei Eingabezeichen gelesen, dann Lesekopf auf nächstes Zeichen, sonst nichts
- 3. Scanner meldet
 - Das Finden eines Symbols
 - Wenn der aktuelle Zustand ein Endzustand ist und unter dem nächsten Eingabezeichen kein Übergang möglich ist
 - Wenn der aktuelle Zustand kein Endzustand ist, unter dem nächsten Eingabezeichen kein Übergang möglich ist, aber durch „Zurücksetzen“ ein Endzustand erreicht wird
 - Fehler, sonst

*Strategie:
Längstes Präfix erkennen*

Wesentlicher Unterschied

- Allgemeiner NEA: erkennt ganze Wörter
- NEA als Scanner: erkennt Teile von Zeichenreihen als Wörter

Verhalten eines NEA

- Sei $M = (\Sigma, Q, \Delta, q_0, F)$ ein NEA, $p, q \in Q$ und $v, w \in \Sigma^*$ mit v Suffix von w
- Konfigurationen von M
 - **Konfiguration:** Paar (q, v) ——— Zustand, „Resteingabe“
 - **Anfangskonfiguration:** (q_0, w)
 - **Endkonfiguration:** (q_f, ε) mit $q_f \in F$
- Schritt-Relationen (Übergang von einer Konfiguration zu einer Folgekonfiguration)
 - **Ein-Schritt-Relation:** $\vdash_M \subseteq (Q \times \Sigma^*) \times (Q \times \Sigma^*)$, wobei
 $(q, av) \vdash_M (p, v) \Leftrightarrow (q, a, p) \in \Delta \wedge a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
 - **Mehr-Schritt-Relation** \vdash_M^* : reflexiv-transitive Hülle von \vdash_M
- Von M **akzeptierte Sprache:** $L(M) =_{\text{def}} \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w) \vdash_M^* (q_f, \varepsilon) \text{ mit } q_f \in F\}$

Intuitiv

- Ein endlicher Automat akzeptiert solche Worte, die ihn von der jeweiligen Anfangskonfiguration in eine Endkonfiguration führen
- Ein Scanner akzeptiert alle Worte als Symbole, die ihn von seinem Anfangszustand in einen Endzustand bringen ——— Endkonfiguration nicht erforderlich

Beispiel (NEA zur Erkennung von Integer- und Real-Konstanten)

- Geg.: $M = (\{0, 1, 2, \dots, 9, \cdot, e\}, \{0, 1, 2, \dots, 7\}, \Delta, 0, \{1, 7\})$ mit

$\Delta =$

Zustand	0,1,...,9	.	e	ϵ
0	{1,2}	\emptyset	\emptyset	\emptyset
1	{1}	\emptyset	\emptyset	\emptyset
2	{2}	{3}	\emptyset	\emptyset
3	{4}	\emptyset	\emptyset	\emptyset
4	{4}	\emptyset	{5}	{7}
5	{6}	\emptyset	\emptyset	\emptyset
6	{7}	\emptyset	\emptyset	\emptyset
7	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

nächstes Eingabezeichen

entspricht Fehlerzustand (kein Übergang)

- Arbeitsweise von M

q	w
0	0.53e02
1	.53e02

q	w
0	0.53e02
2	.53e02
3	53e02
4	3e02
4	e02
5	02
6	2
7	

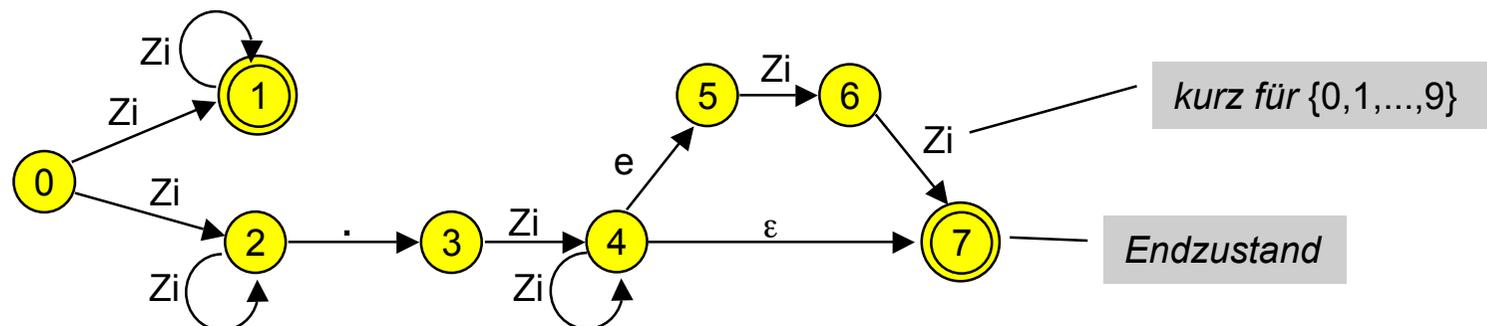
Übergangsdigramm ÜD

- Endlicher, gerichteter, kantenmarkierter Graph $\text{ÜD} = (V, E, T, v_0, V_f)$ mit
 - V : endliche Menge von Knoten
 - E : endliche Menge von Kanten, mit Elementen aus $T \cup \{\varepsilon\}$ markiert
 - $v_0 \in V$: Startknoten
 - $V_f \subseteq V$: Menge der Endknoten
- **Akzeptierte Sprache** $L(\text{ÜD}) =_{\text{def}} \{w \in T^* \mid \text{es gibt } w\text{-Weg von } v_0 \text{ zu } v_f \in V_f \text{ in ÜD}\}$
- Zu NEA äquivalenter, alternativer Formalismus

■ Zustand	Knoten
■ Anfangszustand	Anfangsknoten
■ Endzustand	Endknoten
■ Übergang $(q, a, p) \in \Delta$	Kante von q nach p mit Markierung a

Weg im Graphen, so dass die Konkatenation der Kantenmarkierungen = $w \in T^*$

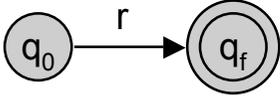
Beispiel (ÜD zur Erkennung von Integer- und Real-Konstanten)

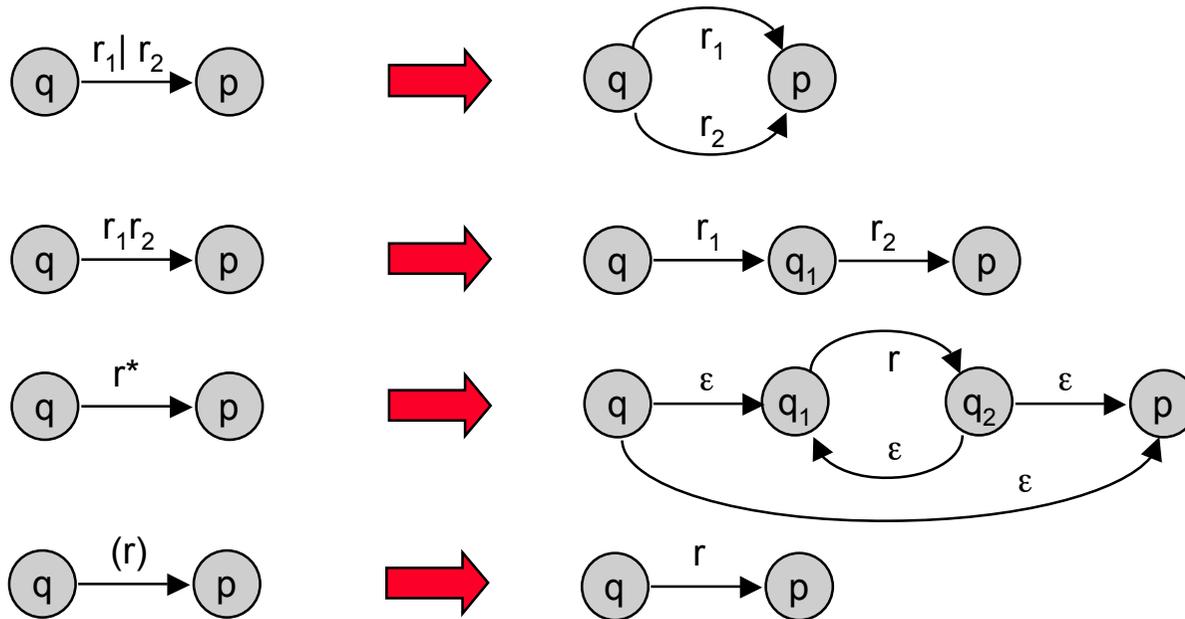


Satz

- Zu jedem RA r gibt es NEA, der die von r beschriebene reguläre Menge akzeptiert

Beweis (konstruktiv)

- Start mit 
- Anwendung der folgenden Regeln (bis alle Kanten mit Einzelzeichen oder ϵ markiert sind)

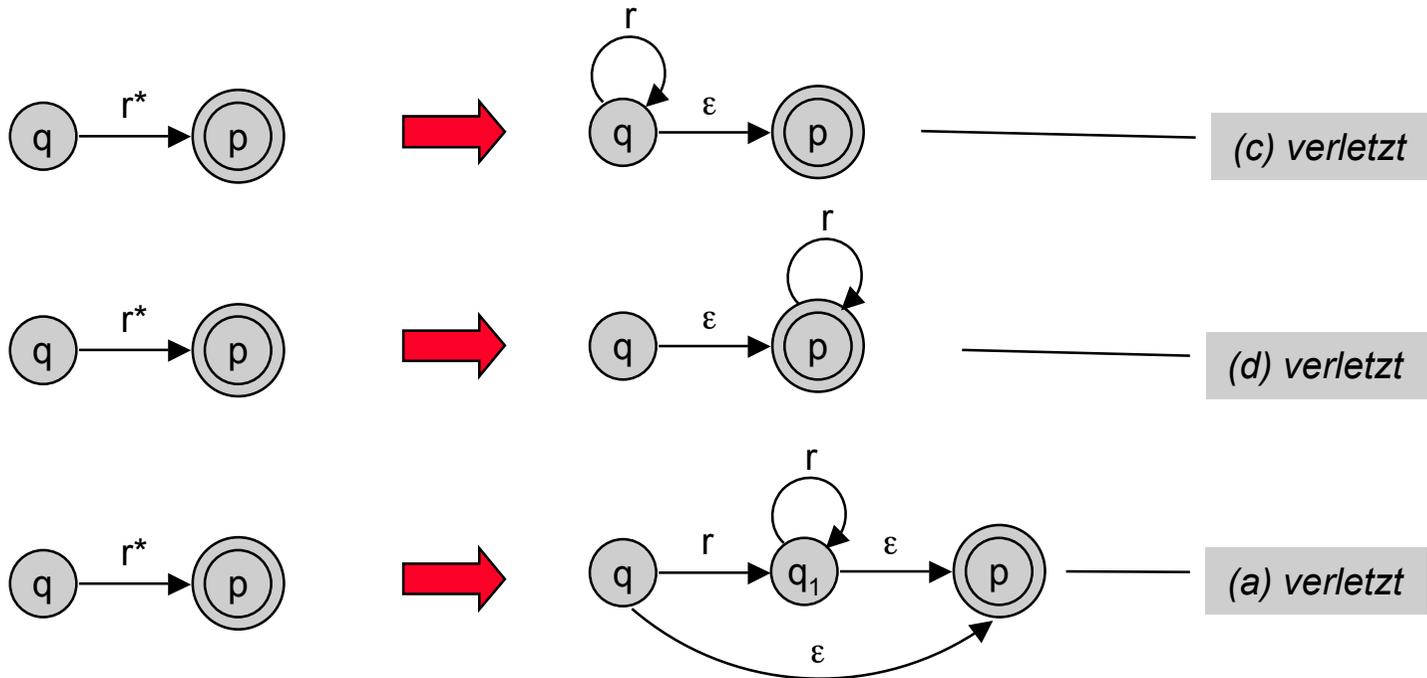


Auch möglich
(vgl. Aho, Sethi, Ullman)

Invarianten des Übersetzungsverfahrens

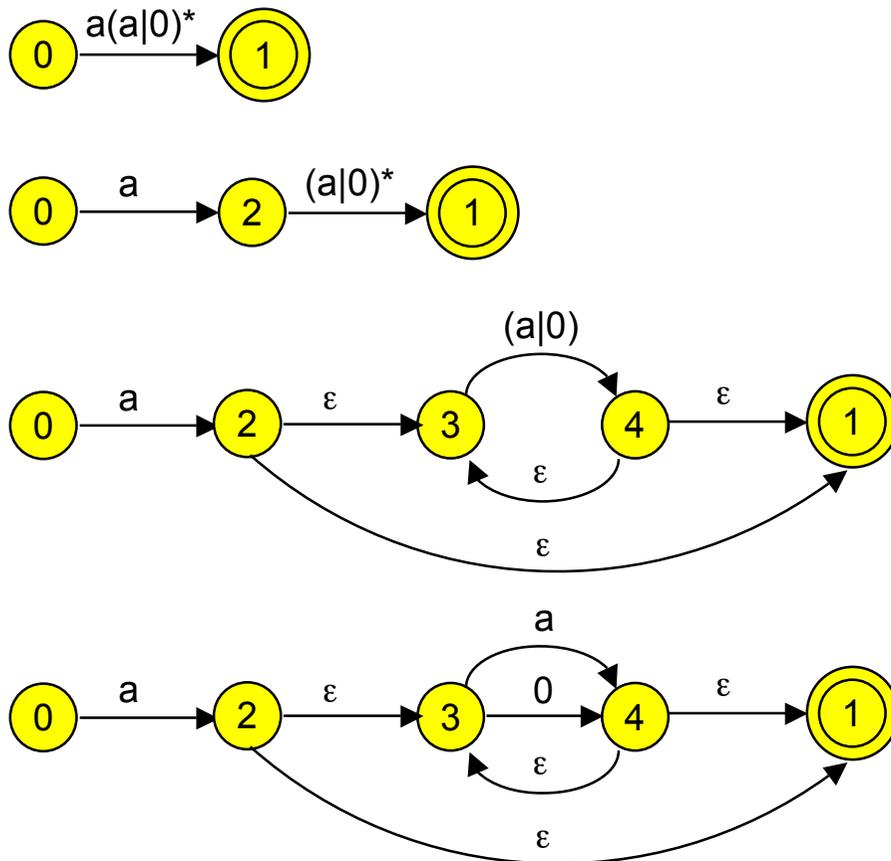
- (a) Höchstens doppelt so viele Zustände wie Zeichen in r
- (b) Genau ein Anfangs- und Endzustand
- (c) Anfangszustand hat keine eingehenden Kanten
- (d) Endzustand hat keine ausgehenden Kanten

Varianten für den *-Operator

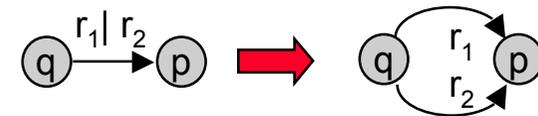
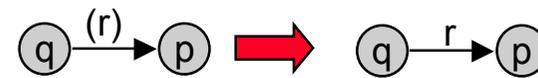
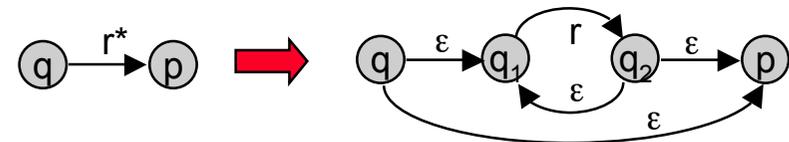
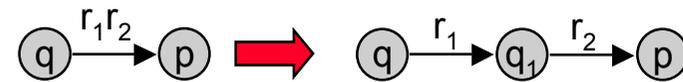


Beispiel

- Geg.: regulärer Ausdruck $a(a|0)^*$
- Konstruktion des Automaten



Angewandte Regel



Deterministischer endlicher Automat (DEA)

- Sei $M = (\Sigma, Q, \Delta, q_0, F)$ ein NEA.
M heißt **DEA** $\Leftrightarrow \Delta$ ist (partielle) Funktion $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ (d.h. rechts-eindeutige Relation)

Unterschied von DEA zu NEA

- Keine Übergänge unter ε
- Für jedes Paar (q, a) mit $q \in Q$ und $a \in \Sigma$ höchstens ein Nachfolgezustand

Übergang NEA \rightarrow DEA

- Sei $M = (\Sigma, Q, \Delta, q_0, F)$ ein NEA
- **ε -Folgezustände** $\varepsilon\text{-FZ}(q)$, $q \in Q$, $S \subseteq Q$
 - $\varepsilon\text{-FZ}(q) =_{\text{def}} \{p \mid (q, \varepsilon) \vdash_M^* (p, \varepsilon)\}$
 - $\varepsilon\text{-FZ}(S) =_{\text{def}} \bigcup_{q \in S} \varepsilon\text{-FZ}(q)$
- Zu M gehöriger DEA $M' =_{\text{def}} (\Sigma, Q', \delta, q_0', F')$ mit
 - $Q' \subseteq_{\text{def}} \mathbb{P}(Q)$ Potenzmenge von Q
 - $q_0' =_{\text{def}} \varepsilon\text{-FZ}(q_0)$
 - $F' =_{\text{def}} \{S \in Q' \mid S \cap F \neq \emptyset\}$
 - $\delta(S, a) =_{\text{def}} \varepsilon\text{-FZ}(\{p \mid (q, a, p) \in \Delta \text{ für } q \in S\})$ für $a \in \Sigma$

Grundidee:
„Teilmengenkonstruktion“
(Myhill/Büchi)

Satz

- Zu jedem NEA gibt es einen DEA, der dieselbe Sprache akzeptiert

Beweis (konstruktiv)

Algorithmus NEA \rightarrow DEA

Eingabe: NEA $M = (\Sigma, Q, \Delta, q_0, F)$

Ausgabe: DEA $M' = (\Sigma, Q', \delta, q_0', F')$ gemäß Definition

$q_0' := \varepsilon\text{-FZ}(q_0)$; $Q' := \{q_0'\}$; $\text{marked}(q_0') := \text{false}$; $\delta := \emptyset$;

while exists $S \in Q'$ **and** $\text{marked}(S) = \text{false}$ **do**

$\text{marked}(S) := \text{true}$;

foreach $a \in \Sigma$ **do**

$T := \varepsilon\text{-FZ}(\{p \in Q \mid (q,a,p) \in \Delta \text{ and } q \in S\})$;

if $T \notin Q'$

then $Q' := Q' \cup \{T\}$; (* neuer Zustand *)

$\text{marked}(T) := \text{false}$ **fi**

$\delta := \delta \cup \{(S,a) \mapsto T\}$ (* neuer Übergang *)

od

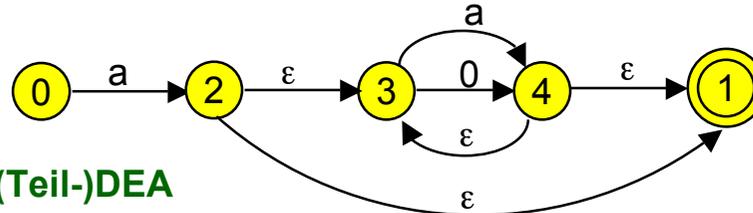
od

Initialisierung

Abbruch:
Alle Zustände markiert

Beispiel

Geg.: $\Sigma = \{0,a\}$; $0' = \{0\}$; $Q' = \{0'\}$

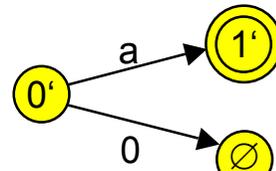


Ausgewählter Zustand

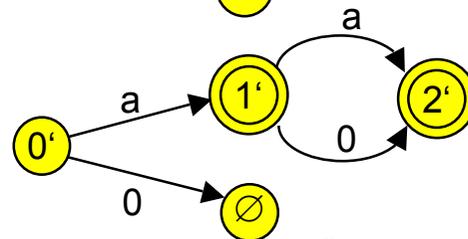
neues Q'

neuer (Teil-)DEA

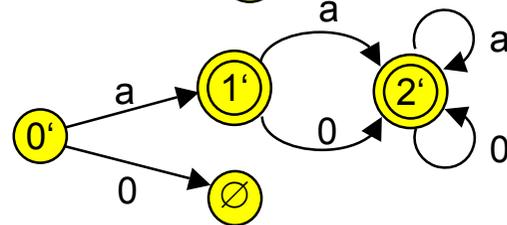
$0'$ $\{0', 1', \emptyset\}$ mit
/ $1' = \{1,2,3\}$
erledigter Zustand



$1'$ $\{0', \underline{1}', 2', \emptyset\}$ mit
 $2' = \{1,3,4\}$

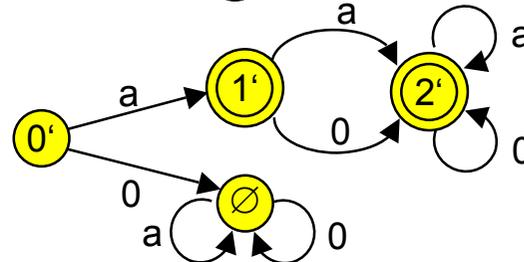


$2'$ $\{0', \underline{1}', \underline{2}', \emptyset\}$



\emptyset $\{0', \underline{1}', \underline{2}', \underline{\emptyset}\}$

Fehlerzustand



Algorithmus NEA → DEA

```

 $q_0' := \epsilon\text{-FZ}(q_0)$ ;  $Q' := \{q_0'\}$ ;
marked( $q_0'$ ) := false;  $\delta := \emptyset$ ;
while exists  $S \in Q'$  and marked( $S$ ) = false do
  marked( $S$ ) := true;
  foreach  $a \in \Sigma$  do
     $T := \epsilon\text{-FZ}(\{p \in Q \mid (q,a,p) \in \Delta \text{ and } q \in S\})$ ;
    if  $T \notin Q'$ 
      then  $Q' := Q' \cup \{T\}$ ;
      marked( $T$ ) := false fi
     $\delta := \delta \cup \{(S,a) \mapsto T\}$ 
  od
od

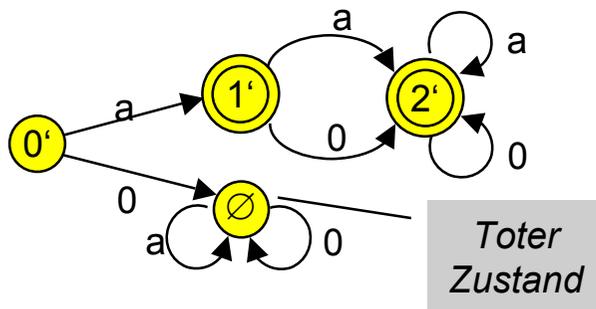
```

Satz

- Zu jedem DEA gibt es einen DEA mit minimaler Zustandsmenge (MinDEA), der dieselbe Sprache akzeptiert

Konstruktionsidee

- Zustandsmenge in Partition von Klassen von Zuständen mit „unterschiedlichem Akzeptanzverhalten“ (d.h. für mindestens 1 Wort wird aus einem der Zustände einer Klasse ein Endzustand erreicht und aus einem anderen nicht) aufteilen, die solange schrittweise verfeinert wird, bis keine Aufteilung mehr erforderlich ist
- Tote und unerreichbare Zustände eliminieren



Ursprünglicher Automat

Start-Partition: $\{0', \emptyset\}, \{1', 2'\}$
 $\{0', \emptyset\}$ muss aufgespalten werden, da

$$0' \xrightarrow{a} \{1', 2'\}$$

$$\emptyset \xrightarrow{a} \{0', \emptyset\}$$

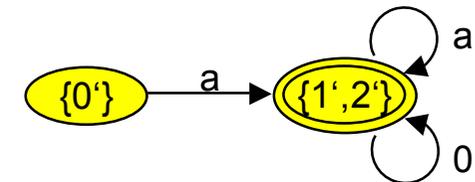
$\{1', 2'\}$ nicht, da

$$\{1', 2'\} \xrightarrow{a,0} \{1', 2'\}$$

End-Partition: $\{\{0'\}, \{\emptyset\}, \{1', 2'\}\}$

Nicht-Endzustände

Endzustände



Minimaler Automat



Reguläre Ausdrücke mit „syntactic sugar“

- Zeichenklassen
- Sequenzen regulärer Definitionen
- Nichtrekursive Klammerung

Zeichenklassen

- Mengen von Zeichen, die in Symbolen ausgetauscht werden können, ohne die (zugehörige) Symbolklasse zu verändern

Beispiel: eine ganze Zahl bleibt eine ganze Zahl, auch wenn man eine Ziffer ändert

- Beispiel

Zeichenklassen

$bu = a..z A..Z$

$zi = 0..9$

Damit

$zi\ zi^* (\epsilon \mid .zi\ zi^* (\epsilon \mid e\ zi\ zi))$

Anstelle von

$(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9) (0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*$

$(\epsilon \mid .(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9) (0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*$

$(\epsilon \mid e (0|1|2|3|4|5|6|7|8|9) (0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)))$

*Offensichtlich:
bessere Lesbarkeit*

Sequenzen regulärer Definitionen (über Σ)

- Folge von Definitionen

- $A_1 = R_1 \quad A_2 = R_2 \quad \dots \quad A_n = R_n$
- wobei
 - A_1, \dots, A_n paarweise verschiedene Bezeichner
 - R_i reguläre Ausdrücke über $\Sigma \cup \{A_1, \dots, A_{i-1}\}$ ($1 \leq i \leq n$)

wesentlich für azyklische Definition;
Alternative Forderung:
alle A_i lassen sich aus den R_j durch
Einsetzen eliminieren

- Zu R_i korrespondierender regulärer Ausdruck

- $R_i' =_{\text{def}} [R_1/A_1] [[R_2'/A_2] [\dots [R_{i-1}'/A_{i-1}] R_i \dots]]$ wobei
- $[R_j/A_j] R$: Ersetzung aller Vorkommen von A_j durch R_j in R

Beispiel

- A_1
 - $\text{intconst} = \text{zi zi}^*$
- A_2
 - $\text{realconst} = \text{intconst} \cdot \text{intconst} \text{ (e zi zi} \mid \epsilon \text{)}$
 - $\text{realconst}' = [\text{zi zi}^* / \text{intconst}] \text{realconst} =$
 $[\text{zi zi}^* / \text{intconst}] \text{intconst} \cdot \text{intconst} \text{ (e zi zi} \mid \epsilon \text{)} =$
 $\text{zi zi}^* \cdot \text{zi zi}^* \text{ (e zi zi} \mid \epsilon \text{)}$

Nichtrekursive Klammerung

- Abkürzende Schreibweise für lexikalische Einheiten, die zwischen den regulären Ausdrücken R_1 und R_2 beliebige R_2 nicht enthaltende Zeichenfolgen haben dürfen
- Dadurch definierte reguläre Sprache (zwischen R_1 und R_2 alles aus Σ^* was R_2 nicht enthält)

$$R_1 \text{ allbut}(R_2)$$

$$R_1 \text{ allbut}(R_2) =_{\text{def}} R_1 \mathbf{C}(\Sigma^* R_2 \Sigma^*) R_2 = R_1 (\Sigma^* \setminus \Sigma^* R_2 \Sigma^*) R_2$$

Beispiel

$$\text{comment} = \underline{(_ \text{allbut}(_))}$$

Kernstück

- Erzeugung eines minimalen deterministischen endlichen Automaten aus einem regulären Ausdruck
 - In 3 (evtl. verschränkten) Schritten wie oben
 - Direkt aus dem der regulären Struktur entsprechenden „Syntaxbaum“
(Details siehe z.B. „Drachenbuch“)

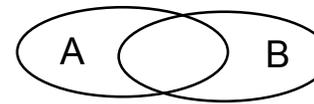
Nun zu ergänzen

- Behandlung der syntaktischen Erweiterungen
 - Zeichenklassen
 - Folgen regulärer Definitionen
 - Nichtrekursive Klammerung

Implementierung

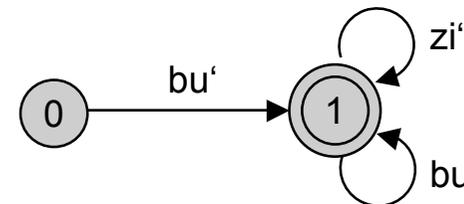
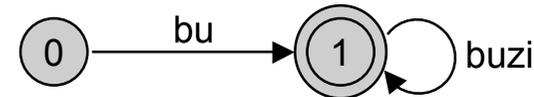
Eindeutige Zuordnung der Zeichen zu ihren Klassen

- Alphabet als Feld mit (Maschinendarstellungen der) Zeichen als Indices und Zeichenklassencodes als Komponentenwerte
- Problem: Nicht disjunkte Klassen A und B
- Lösung: Aufspaltung in $A \setminus B$, $B \setminus A$ und $A \cap B$



Beispiel

- MinDEA für Symbolklasse $id = bu\ buzi^*$
- Zeichenklassen
 - $bu = a..z$
 - $buzi = a..z\ 0..9$
- Aufspaltung in
 - $zi' = buzi \setminus bu = 0..9$
 - $bu' = bu \cap buzi = bu$
- Verwendung der neuen Symbolklassen



Vorgehensweise

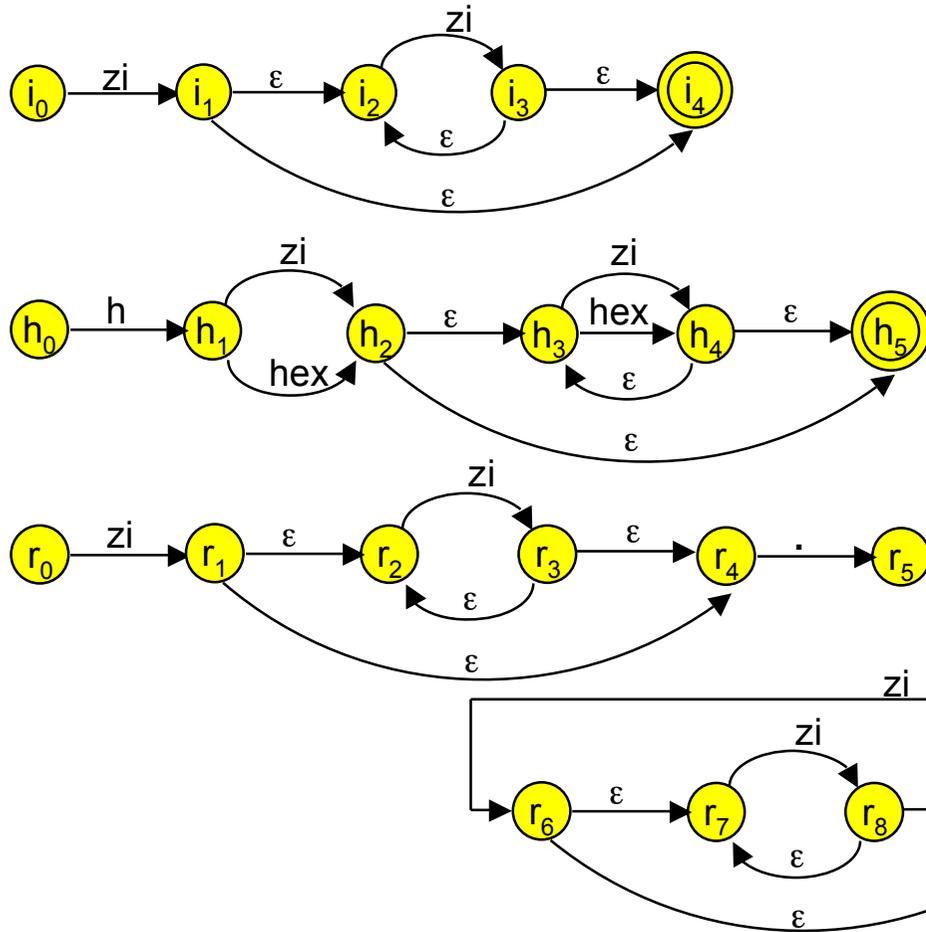
- Geg.: $A_1 = R_1 \quad A_2 = R_2 \quad \dots \quad A_n = R_n$
- Scannergenerierung
 - 0. Umwandlung der R_i in jeweilige R'_i durch sukzessives Einsetzen
 - 1. Erzeugung von NEAs für die RAs R'_i (mit jeweils disjunkten Zustandsmengen)
 - 2. Zusammenfügen dieser NEAs über neuen Anfangszustand und ε -Übergängen zu einem NEA
 - 3. Algorithmus NEA \rightarrow DEA
 - 4. Minimierung, falls nötig

Beispiel

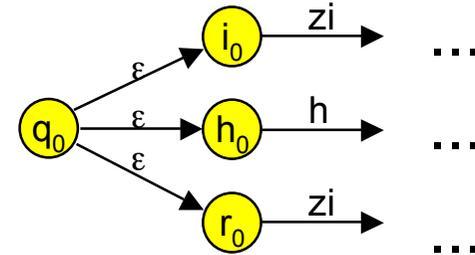
- Geg.:
 - $z_i = 0..9$
 - $hex = A..F$
 - $intconst = z_i z_i^*$
 - $hexconst = h(z_i | hex) (z_i | hex)^*$
 - $realconst = intconst . intconst (e z_i z_i | \varepsilon)$
- Schritt 0: Ersetzung der Symbolklassennamen (rechts von =) durch ihre Definition
 - $intconst = z_i z_i^*$
 - $hexconst = h(z_i | hex) (z_i | hex)^*$
 - $realconst = z_i z_i^* . z_i z_i^* (e z_i z_i | \varepsilon)$

Beispiel (Fortsetzung)

- Schritt 1: Erzeugung von NEAs (mit Algorithmus RA \rightarrow NEA)

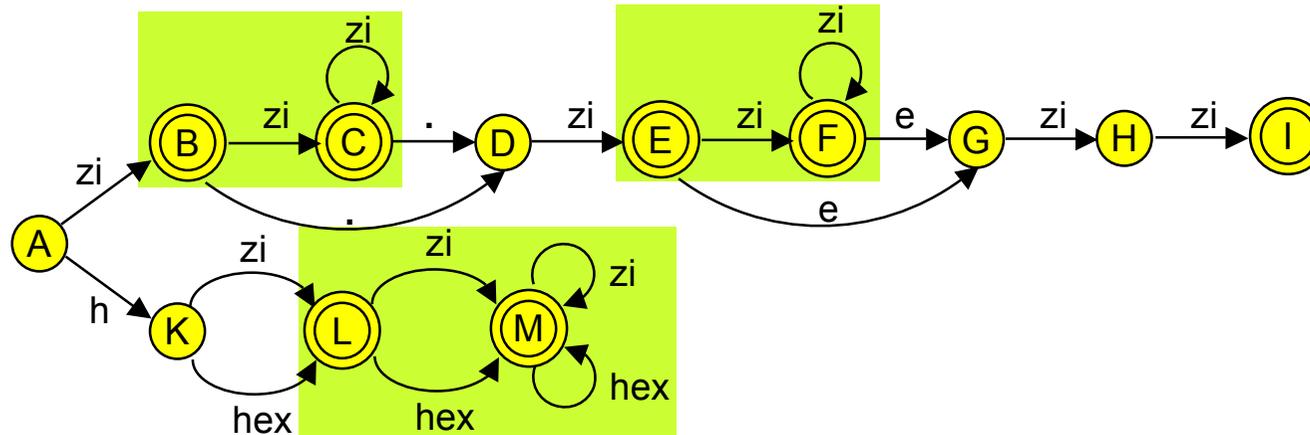


- Schritt 2: Zusammenfügen der drei NEAs



Beispiel (Fortsetzung)

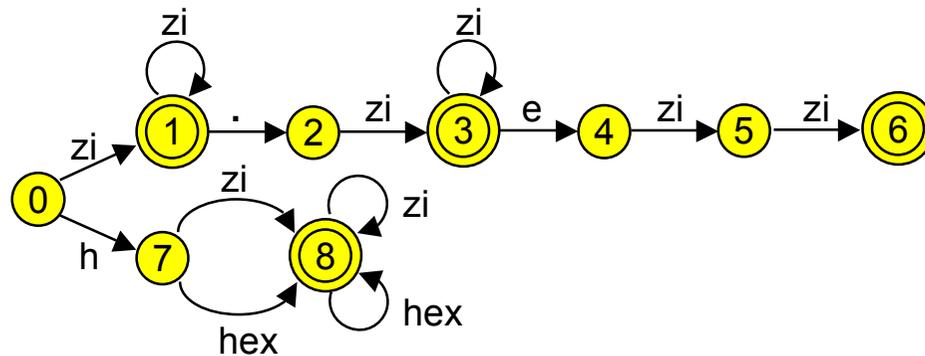
- Schritt 3: Deterministisch machen dieses NEA (mit Algorithmus NEA → DEA)



Zustände

- A = {q₀, i₀, h₀, r₀}
- B = {i₁, i₂, i₄, r₁, r₂, r₄}
- C = {i₂, i₃, i₄, r₂, r₃, r₄}
- D = {r₅}
- E = {r₆, r₇, r₉, r₁₂}
- F = {r₇, r₈, r₉, r₁₂}
- G = {r₁₀}
- H = {r₁₁}
- I = {r₁₂}
- K = {h₁}
- L = {h₂, h₃, h₅}
- M = {h₃, h₄, h₅}

- Schritt 4: Minimierung



Zustände

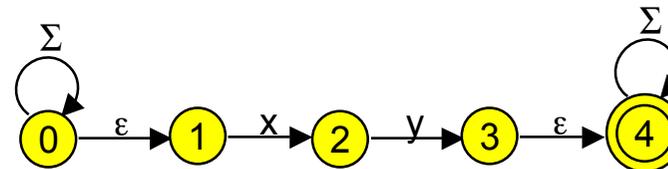
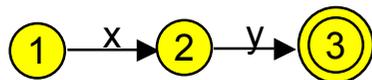
- 0 = {A}
- 1 = {B, C}
- 2 = {D}
- 3 = {E, F}
- 4 = {G}
- 5 = {H}
- 6 = {I}
- 7 = {K}
- 8 = {L, M}

Vorgehensweise

- Entsprechend der Definition: $R_1 \text{ allbut}(R_2) =_{\text{def}} R_1 \mathbf{C}(\Sigma^*R_2 \Sigma^*) R_2$
- Konstruktion des Mustererkennungsautomaten
 - 1. Konstruktion eines NEA für R_2
 - 2. Konstruktion eines NEA für $\Sigma^*R_2 \Sigma^*$
 - 3. Umwandlung in einen DEA
 - 4. Konstruktion des DEA der $\mathbf{C}(\Sigma^*R_2 \Sigma^*)$ akzeptiert
(Vertauschung von Endzuständen und Nicht-Endzuständen)
 - 5. Minimierung
 - 6. Konstruktion eines NEA für $R_1 \mathbf{C}(\Sigma^*R_2 \Sigma^*) R_2$
 - 7. Umwandlung in einen DEA

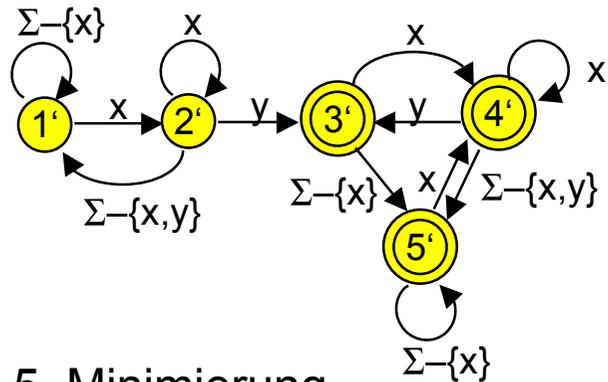
Beispiel

- Geg.: $z \text{ allbut}(xy)$ mit $x, y, z \in \Sigma$
- 1. NEA für xy
- 2. NEA für $\Sigma^*xy \Sigma^*$

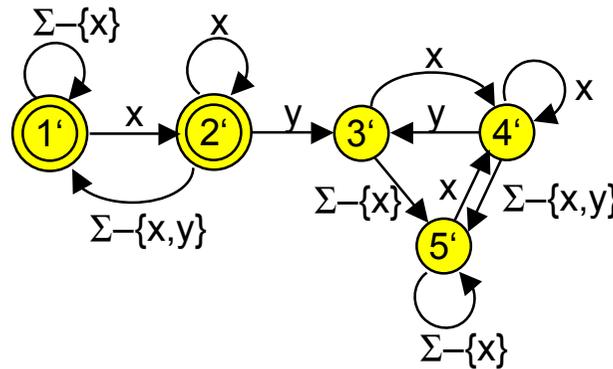


Beispiel (Fortsetzung)

- 3. DEA für $\Sigma^*xy\Sigma^*$



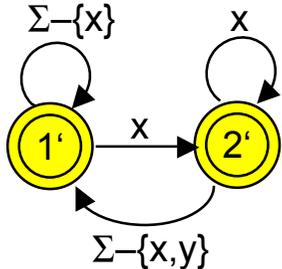
- 4. DEA für $C(\Sigma^*xy\Sigma^*)$



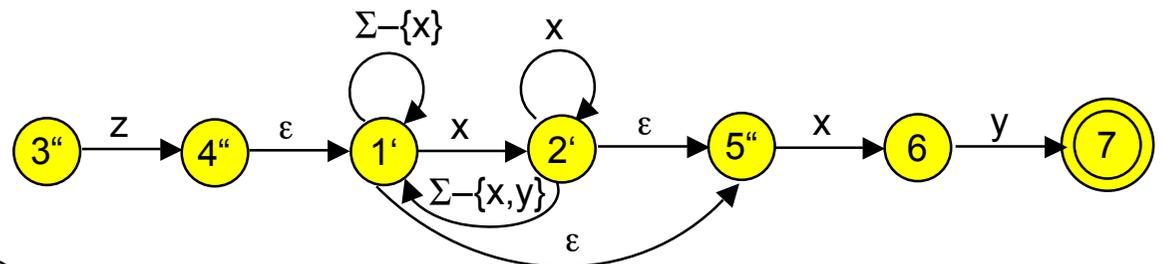
Neue Zustände

$1' = \{0, 1\}$
 $2' = \{0, 1, 2\}$
 $3' = \{0, 1, 3, 4\}$
 $4' = \{0, 1, 2, 4\}$
 $5' = \{0, 1, 4\}$

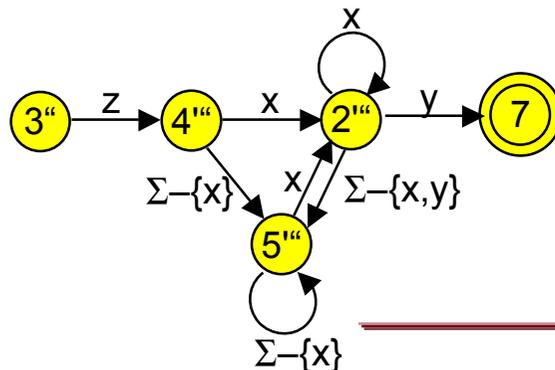
- 5. Minimierung



- 6. NEA für $zC(\Sigma^*xy\Sigma^*)xy$



- 7. DEA für $zC(\Sigma^*xy\Sigma^*)xy$



Neue Zustände

$2'' = \{2', 5'', 6\}$
 $4'' = \{4'', 1', 5''\}$
 $5'' = \{1', 5''\}$

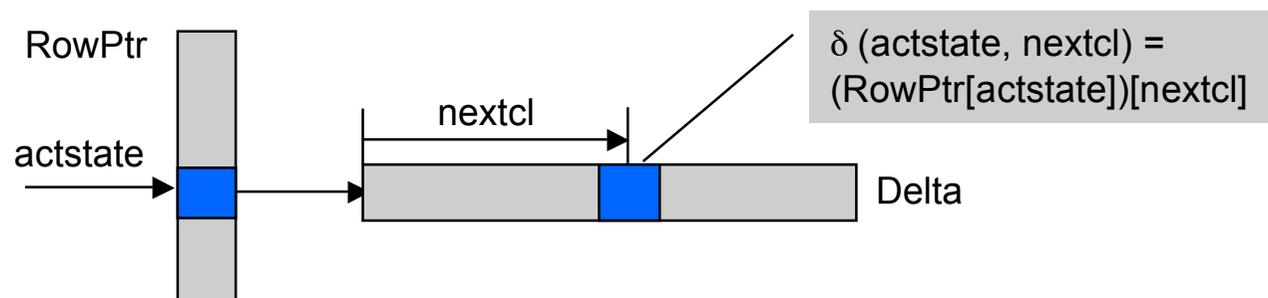


Prinzipielle Idee

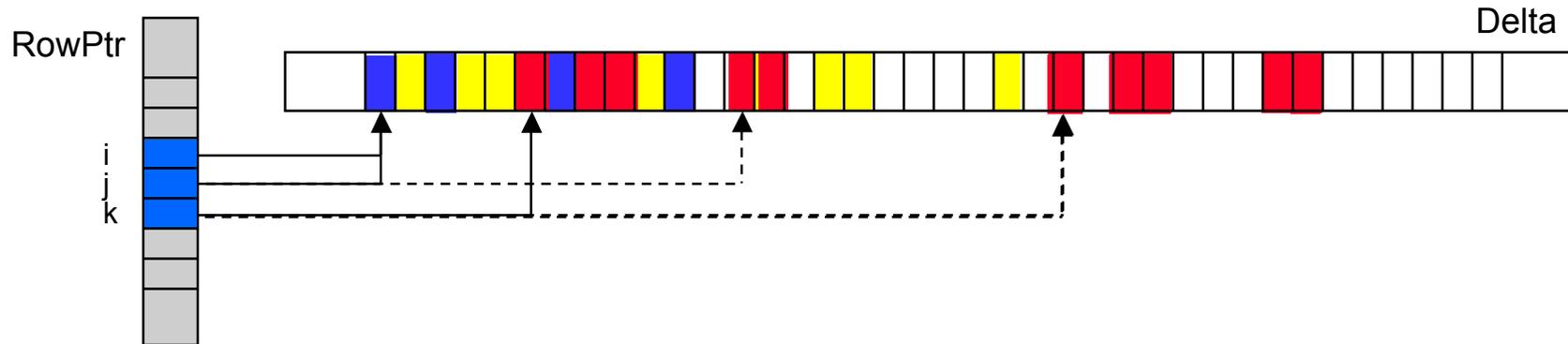
- Darstellung der Übergangsfunktion durch 2-dimensionale Matrix
 - Indiziert mit Zustand z und Zeichenklasse cl
 - Matrixelement $M[z, cl] =_{\text{def}} \delta(z, cl)$

Tatsächliche Implementierung

- „1-dimensionales Feld von 1-dimensionalen Feldern“:
 - 1-dimensionales Feld RowPtr (indiziert mit Zuständen)
 - Elemente von RowPtr = Verweise auf Feld Delta (indiziert mit Zeichenklassen)
- Komprimierung von Delta durch Übereinanderlegen von Zeilen

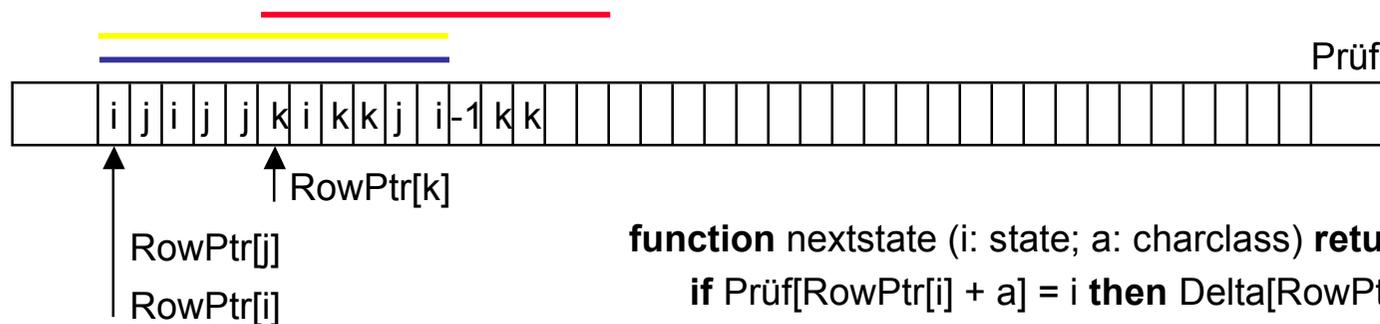


Komprimierung



Problem

- undefinierte Übergänge nicht mehr erkennbar
- Deshalb zusätzlich
 - Feld Prüf zur Erkennung definierter Übergänge: $\text{Prüf}[\text{RowPtr}[i] + a] = i \Leftrightarrow \text{delta}(i, a)$ definiert
 - Implementierung der Übergangsfunktion durch Funktion nextstate



```

function nextstate (i: state; a: charclass) returns state
if Prüf[RowPtr[i] + a] = i then Delta[RowPtr[i] + a]
else -1 (* steht für undefiniert *) fi
    
```



Weitere Möglichkeiten

- Alternative zur Matrix-Darstellung (bei manchen Anwendungen von Automaten effizienter):
„*lazy transition evaluation*“
 - Berechnung der Automatenübergänge zur Laufzeit (wenn benötigt)
 - Ablage der berechneten Übergänge in einem Cache
- Eingabepuffer für blockweises Lesen (anstelle von zeichenweisem Lesen)