

Funktionen

Diskrete Strukturen

Uta Priss
ZeLL, Ostfalia

Sommersemester 2016

Agenda

Ihre Fragen

Funktionen

SetIX Funktionen

Verkettung und Mehrstelligkeit

Ihre Fragen

- ▶ bijektiv, injektiv, surjektiv (heute)
- ▶ Definitionsbereich/Wertebereich, Bildmenge/Urbildmenge (heute)
- ▶ Erkennen von Eigenschaften an Graphen (heute)
- ▶ Funktionen mit mehreren Variablen (morgen)
- ▶ Verkettung (morgen)
- ▶ Z_5 , Z_{11} usw. (in 2 Wochen)

Was ist eine Urbildmenge?

$$f : D \rightarrow M$$

$$x \mapsto f(x)$$

Die Urbildmenge für $B \subseteq M$ ist $\{x \in D \mid f(x) \in B\}$.

$$f : D \rightarrow M$$

$$x \mapsto x + 1$$

Ist die Funktion surjektiv, falls der Definitions- und Wertebereich das Intervall $[-5, 5]$ ist?

Implizieren Surjektivität und Injektivität, dass der Graph einer Funktion streng monoton fallend, bzw. steigend ist?

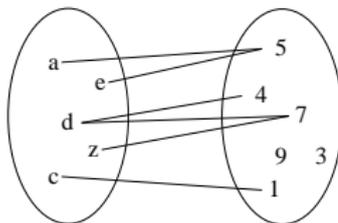
Klausur

In der Klausur wird mindestens eine SetIX-Aufgabe vorkommen.

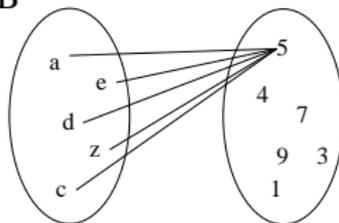
Die Syntax muss dabei nicht korrekt sein. Also, wenn Sie z.B. „or“ statt „||“ schreiben, Klammern oder Semikolon fehlen, ist das nicht schlimm.

Welche von diesen sind Funktionen, Bijektionen, Relationen?

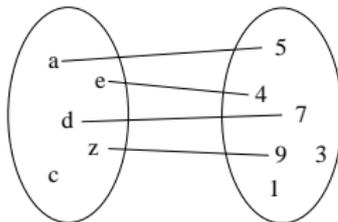
A



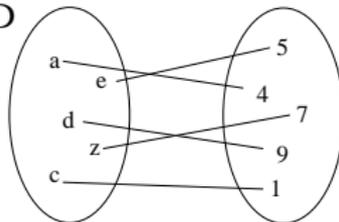
B



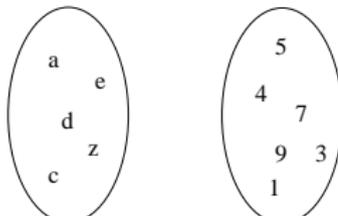
C



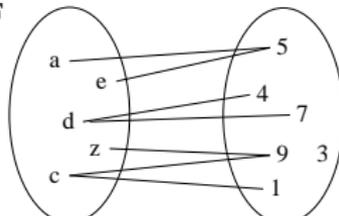
D



E



F



Welche Aussagen treffen zu?

- ▶ Jede Funktion ist eine Relation.
- ▶ Die Bildmenge einer Funktion ist Teilmenge des Wertebereichs.
- ▶ Für surjektive Funktionen sind Bildmenge und Wertebereich gleich.
- ▶ Rechtseindeutige Relationen sind Funktionen.
- ▶ „Injektiv“ ist das Gleiche wie „linkseindeutig“.
- ▶ Eine Funktion ist bijektiv, wenn sie „injektiv“ und „rechtseindeutig“ ist.
- ▶ Eine injektive Funktion ist auf der Bildmenge umkehrbar.

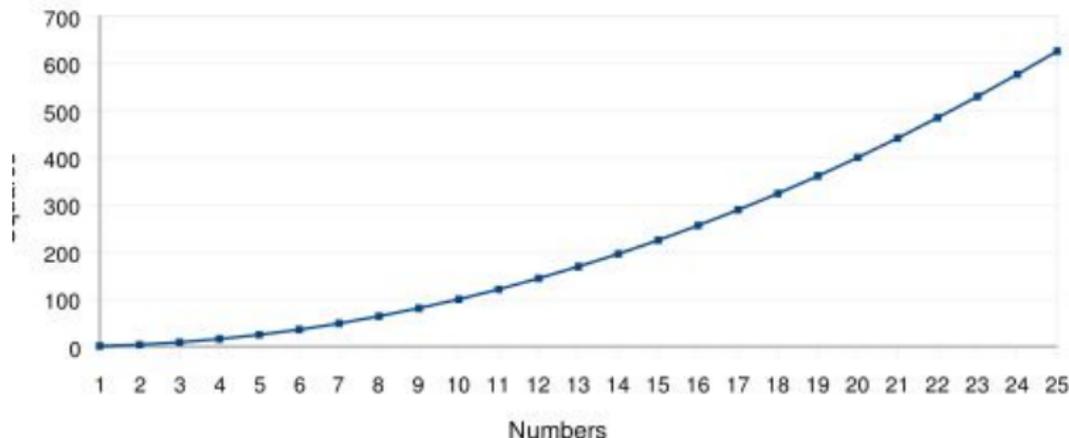
Bestimmen Sie Definitionsmenge, Bildmenge und Wertebereich

$$f : D \rightarrow M$$
$$x \mapsto x^2$$

$$f : D \rightarrow M$$
$$x \mapsto x^2 = 1$$

Beispiel: $f(x) = x^2$

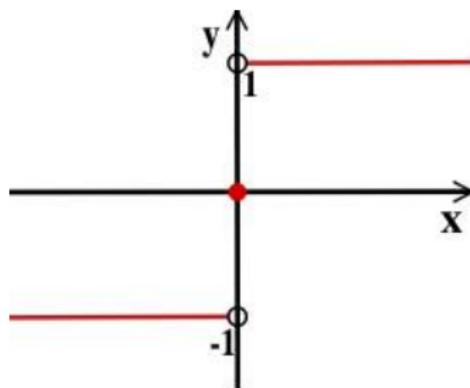
Numbers and their squares



Bestimmen Sie die Eigenschaften dieser Funktion (Definitionsbereich, umkehrbar etc).

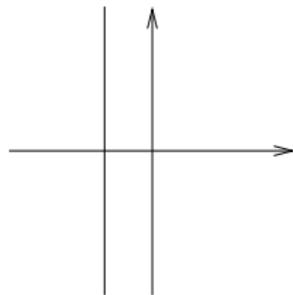
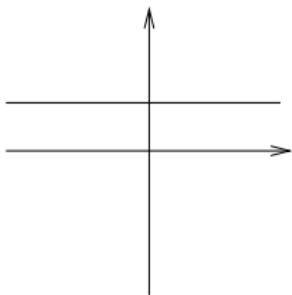
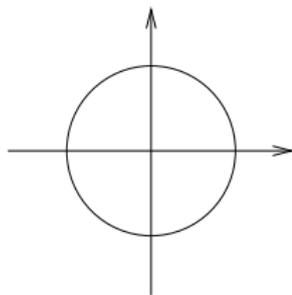
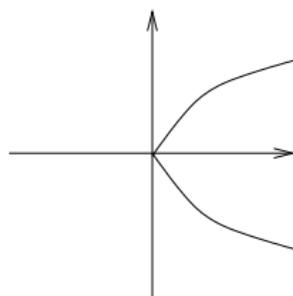
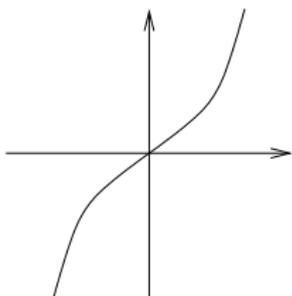
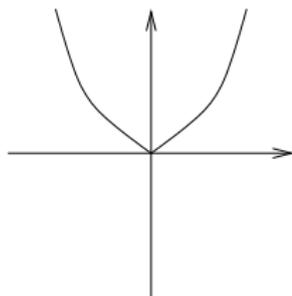
Beispiel: Vorzeichenfunktion

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x < 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ 1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$



Bestimmen Sie die Eigenschaften dieser Funktion (Definitionsbereich, umkehrbar etc).

Welche von diesen sind Funktionen, Bijektionen, Relationen?



Welche Aussagen treffen zu für $f : D \rightarrow M$ mit $x \mapsto f(x)$?

- ▶ $\forall x \in D \exists y \in M : f(x) = y$
- ▶ $\{f(x) \mid x \in D\} \subseteq M$
- ▶ $\forall y \in M : f^{-1}(y) = x$
- ▶ f bijektiv $\implies |D| = |M|$

Fehler in Ihren Hausaufgaben

- ▶ Syntaxfehler (zB. „if“ oder „|“ fehlt; „}“ zu viel)
- ▶ „return = true“
- ▶ „return { ...}“ wenn true/false gefordert war
- ▶ true/false zurückgegeben, wenn Menge gefordert war
- ▶ Verwechslungen: „in“ statt „<=“, „<=“ statt „in“, „==“ statt „<=“
- ▶ doubleRelation: Definitionsbereich zu klein oder keine Relation gebildet

SetIX Funktionen

- ★ Was sind die Definitions- und Wertemengen dieser Funktionen?
- ★ Was sind die Ergebnisse?

```
a:= "HelloWorld";  
toUpperCase(a);  
last(a);  
sort(a);
```

Was ist der Unterschied zwischen Methoden und Funktionen?

★ In Java

```
Hello = new String("HelloWorld");  
Hello2 = Hello.toLowerCase();
```

★ In SetIX:

```
hello := "HelloWorld";  
hello2 := toLowerCase(hello);
```

★ In mathematischer Notation:

$$f(x) = y$$

Vorzeichenfunktion

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x < 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ 1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

```
sign :=procedure(zahl){  
    if (zahl < 0) {  
        return -1;  
    }else if (zahl == 0) {  
        return 0;  
    }else {  
        return 1;  
    }  
};  
sign(8);
```

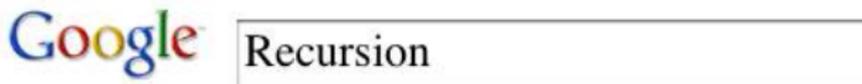
Rekursive Funktion: Fakultät

$$x! = 1 * 2 * \dots * x$$

$$f(x) = x!$$

$$f(x) = \begin{cases} \textit{false} & \text{if } x < 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \\ f(x - 1) * x & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

Ein Google Witz:



Web [+ Show options...](#)

Did you mean: [Recursion](#)

[Recursion](#) - Wikipedia, the free encyclopedia
A visual form of **recursion** known as the Dro...

Schreiben Sie ein SetIX-Programm, welches überprüft, ob eine gegebene Relation eine Funktion ist.

Welche Bedingung müssen Sie überprüfen?

Mehrstellige Funktionen

Was ist hier die Definitionsmenge und die Wertemenge:

```
istAssoziativ := procedure(set, operation) {  
};
```

Was tut diese Funktion? Was ist die Definitionsmenge und die Wertemenge:

```
fragezeichen := procedure(n) {  
    s := {2..n };  
    return s - {p*q : [p, q] in s >< s };  
};
```

Verkettung

```
a:= "HelloWorld";  
last(toUpperCase(a));  
last(sort(a));  
sort(last(a));  
(#(a))**2;
```

Was tun diese Funktionsaufrufe? Schreiben Sie das letzte Beispiel als Verkettung zweier Funktionen g und f und geben Sie die Definitions- und Wertebereiche dafür an.

Analysieren Sie dieses Beispiel:

```
grundmenge:= procedure(){return {1,2}};  
rest := procedure(a) {return grundmenge() - a; };
```