Prof. Dr. S. Zacher

Zeitprozentkennwert-Verfahren

Hinweise zur Streckenidentifikation und Reglereinstellung nach *Schwarze* / *Latzel*

„Das von *Schwarze* entwickelte Zeit-Prozentkennlinien-Verfahren lässt die Regelstrecke identifizieren und den Regler nach der Methode der *Betragsanpassung* einstellen...

Nach diesem Verfahren werden die aus der Sprungantwort der Regelstrecke gemessenen Zeitpunkte t_{10}, t_{50} und t_{90} bestimmt, bei denen die Regelgröße 10%, 50% und 90% ihres stationären Wertes $x(\infty)$ erreicht.

S. Zacher, M. Reuter: ***Regelungstechnik für Ingenieure*.**
Seiten 229-231. Springer Vieweg Verlag, 15. Auflage, 2017

Abstract, Urheberrechts- und Haftungshinweis

Nachfolgend wird gezeigt, wie eine beliebige P-Tn-Strecke mit der Streckenübertragungsfunktion der *n*. Ordnung mit unterschiedlichen Zeitkonstanten T_1, T_2, … , T_n

$$G_S(s) = \frac{K_{PS}}{(1+sT_1)(1+sT_2)\ldots(1+sT_n)}$$

durch eine Übertragungsfunktion der gleichen *n*. Ordnung jedoch mit *n* gleichen Zeitkonstanten *T*

$$G_S(s) = \frac{K_{PS}}{(1+sT)^n}$$

angenähert wird. Der Regelkreis mit einer 10%-Überschwingung kann nach *Latzel* wie folgt eingestellt werden:

Kennwerte	PI	PID	PI	PID	PI	PID
$K_{PR}K_{PS}$	0,877	2,543	0,543	1,109	0,328	0,559
T_n / T	1,96	2,47	2,59	3,31	3,73	4,80
T_v / T	-	0,66	-	0,99	-	1,57

INHALT

1 Geschichte

Das Zeitprozentkennwert-Verfahren wurde von *Gunter Schwarze* zu Anfang der 1960er Jahre entwickelt. Es vermeidet die *Unsicherheiten der Tangentenverfahren*.

Prof. Dr. rer. nat. habil. Gunter Schwarze

Quelle: https://www2.informatik.hu-berlin.de/sam/schwarze/ (besichtigt am 14.05.2018)

1928
in Pirna geboren
1946
Abitur in Pirna
1946 – 1949
Studium der Mathematik an der Universität Rostock
1949 – 1951
Studium der Mathematik an der Humboldt-Universität
1951
Diplom-Mathematiker; Diplomthema: Über die Klassenzahlformel der einfach reellen nicht abelschen kubischen Zahlkörper
1952 – 1958
Assistent und Oberassistent an der Sektion Mathematik mit anschließender Industrietätigkeit am Institut für Regelungstechnik (IfR) als Wissenschaftlicher Mitarbeite
1959 – 1963
Leiter der Theoretischen Gruppe mit Rechenzentrum am IfR
1963
Promotion zum Dr. rer. nat.; Dissertationsthema: Über die 1., 2. und 3. äußere Randwertaufgabe der Schwingungsgleichung $F + K^2 F = 0$
1964 – 1968
Leiter des Rechenzentrums der HU Berlin
1967
Habilitation zum Dr. rer. nat. habil. an der TH Magdeburg. Algorithmische Ermittlung der Übertragungsfunktion linearer Modelle mit konstanten konzentrierten Param einem Eingang und einem Ausgang durch Analyse der zu charakteristischen Testsignalen gehörigen Ausgangssignale im Zeitbereich
1967
Berufung zum Dozent für Numerische Mathematik und Rechentechnik an der Sektion Mathematik
1969
Berufung zum ordentlichen Professor für Mathematische Kybernetik und Rechentechnik an der HU Berlin
ab 1990
Neugründung des Fachbereichs Informatik an der HU Berlin
1992
Neuberufung zum Universitätsprofessor für das Fachgebiet Systemanalyse am Institut für Informatik an der HU Berlin
1994
Ausscheiden aus der Universität aus Altersgründen

In einer weiteren Tabelle (nach Latzel) kann man für die ermittelte Modellübertragungsfunktion zugleich die *Reglerparameter* für verschiedene Standard
Parallelstruktur ablesen.

Die Tabellen dieses Verfahrens sind in jedem guten Fachbuch der Regelungstechnik enthalten, z. B.:

- Gerd Schulz: *Regelungstechnik 1*. Oldenbourg Verlag, München, 3. Auflage 2004.
- Manfred Reuter, Serge Zacher: *Regelungstechnik für Ingenieure*. Vieweg Verlag, Braunschweig, 11. Auflage 2003.

Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Regelstrecke/ (besichtigt am 14.05.2018)

Prof. em. Dr.-Ing. Wolfgang Latzel († 2015)

Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik

Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Professor für Prozessautomatisierung von 1975 bis 1995.

Quelle: https://www.uni-paderborn.de/alumni/angebote-fuer-emeriti/emeriti-galerie/ (besichtigt am 14.05.2018)

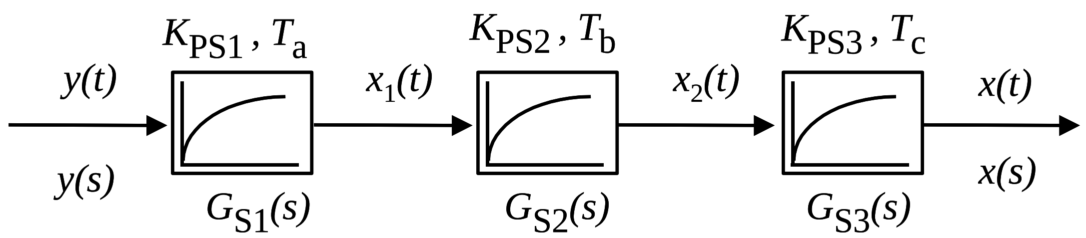
2 Einführung: P-Tn-Strecken

Regelstrecken, die durch die Hintereinanderschaltung von *n* P-Strecken 1. Ordnung entstehen, werden durch eine Differentialgleichung *n*-ter Ordnung beschrieben. Solche Strecken können nur aperiodische Sprungantworten ausführen.

Ein Beispiel des Systems 2. Ordnung, das aus zwei hintereinandergeschalteten Gleichstrom-generatoren besteht und als Verstärkermaschine bezeichnet wird, findet man in [1], Seiten 59-67.

Die Hintereinanderschaltung von drei P-T_1-Strecken für die Gesamtübertragungsfunktion ist in [1], Seiten 70-75 beschrieben

$$G_S(s) = G_{S1}(s) \cdot G_{S2}(s) \cdot G_{S3}(s) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{K_{PS1} K_{PS2} K_{PS3}}{(1+sT_a)(1+sT_b)(1+sT_c)}$$



„Nimmt man die Sprungantwort einer unbekannten Strecke experimentell auf, so kann die genaue Ordnung dieser Strecke nicht ohne weiteres aus dem Kurvenverlauf ermittelt werden, insbesondere, wenn die einzelnen Glieder unterschiedliche Zeitkonstanten aufweisen. Bereits bei einem System 2. Ordnung, das aus zwei P-T_1-Gliedern mit den Zeitkonstanten T_a und T_b besteht, ist die Bestimmung der Zeitkonstanten nicht ganz einfach. Durch Anlegen der Wendetangente lassen sich die Verzugs- und Ausgleichszeit T_u und T_g ermitteln. Mann kann zeigen, dass zwischen den Quotienten T_u/T_g und T_a/T_b eine eindeutige Funktion besteht."

Quelle: [1], Seite 72

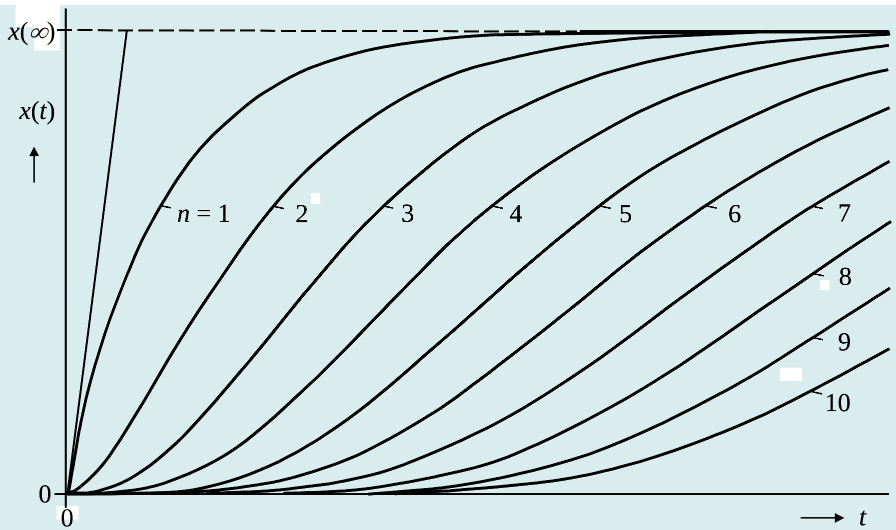
2 Zeitprozentkennwert-Verfahren

Die Zeitprozentkennwertmethode nach SCHWARZE wird, neben dem Wendetangentenverfahren, zur Identifikation der Zeitkonstanten von experimentell ermittelten Sprungantwortverläufen eingesetzt.

Ein wesentlicher Nachteil des Wendetangentenverfahrens liegt in der Fehleranfälligkeit, bedingt durch die Ungenauigkeit der graphischen Ermittlung und dem Anlegen der Wendetangente begründet. Dabei kommt es besonders bei experimentell ermittelten Sprungantwortverläufen, durch messtechnisch bedingte Fehler und Ungenauigkeiten, in der Regel zu keinen eindeutigen Schnittpunkten mit der Zeitachse.

Die Zeitprozentkennwertmethode soll diesen Nachteil des Wendetangentenverfahrens, durch die Ermittlung sogenannter Zeitprozentwerte aus der gemessenen Sprungantwort, vermeiden. Eine Entstehung weiterer Ablesefehler entfällt durch die Ermittlung der Zeitprozentkennwerte.

Die Zeitprozentkennwertmethode kann auf Übertragungselemente höherer Ordnung, die kein Überschwingen im Sprungantwortverlauf aufweisen, angewendet werden. Dabei werden diese Übertragungselemente durch Übertragungsfunktionen mit n gleichen Zeitkonstanten angenähert.



Sprungantworten zu P-Strecken 1. bis 10. Ordnung mit gleicher Zeitkonstante *T*.

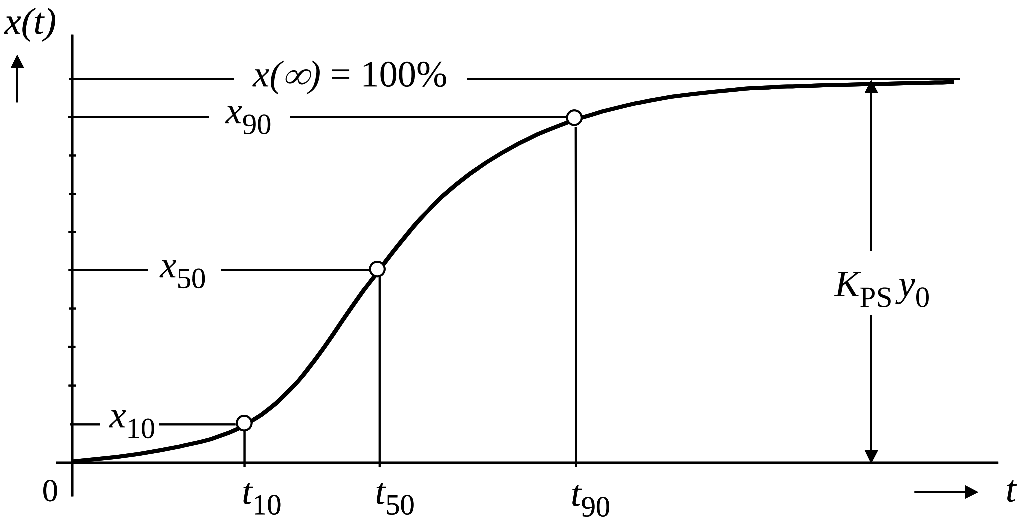
Quelle [1], Seite 73

2 Zeitprozentkennwert-Verfahren

Die Sprungantwort der Regelstrecke ist im Bild unten gegeben. Bestimmen wir daraus die Zeitpunkte t_{10}, t_{50} und t_{90}, bei denen die Regelgröße 10%, 50% und 90% ihres stationären Wertes $x(\infty)$ erreicht.

Die Regelstrecke wird als P-T_n-Glied mit n gleichen Zeitkonstanten approximiert. Die Ordnungszahl n der Regelstrecke wird aufgrund der Kennzahl μ bestimmt:

$$\mu = \frac{t_{10}}{t_{90}}$$



Danach wendet man sich an die Tabelle unten.

μ	n	$\alpha 10$	$\alpha 50$	$\alpha 90$
0,137	2	1,880	0,596	0,257
0,174	2,5	1,245	0,460	0,216
0,207	3	0,907	0,374	0,188
0,261	4	0,573	0,272	0,150
0,304	5	0,411	0,214	0,125
0,340	6	0,317	0,176	0,108
0,370	7	0,257	0,150	0,095
0,396	8	0,215	0,130	0,085
0,418	9	0,184	0,115	0,077
0,438	10	0,161	0,103	0,070

Mit Hilfe der drei weiteren Kennzahlen α_{10}, α_{50} und α_{90} für bereits bestimmten μ oder n wird die Zeitkonstante T der Regelstrecke ermittelt:

$$T = \frac{\alpha_{10} t_{10} + \alpha_{50} t_{50} + \alpha_{90} t_{90}}{3}$$

Die Übertragungsfunktion der Strecke ist: $G_S(s) = \dfrac{K_{PS}}{(1+sT)^n}$

Anwendung der Zeitprozentkennwertmethode

Zur Anwendung der Zeitprozentkennwertmethode wird zunächst durch das Aufschalten einer Sprungfunktion $x_e(t) = x_{e0} \cdot E(t)$ die Sprungantwort des zu identifizierenden Übertragungselements ermittelt. Aus dem Endwert $x_a(t \to \infty)$ der ermittelten Sprungantwort und der Eingangssprunghöhe x_{e0} lässt sich anschließend die Streckenverstärkung K_S nach Gleichung (4.1) bestimmen.

$$K_P = \frac{x_a(t \to \infty)}{x_{e0}} \tag{4.1}$$

Zur Bestimmung der Ordnung n und der Zeitkonstanten T_1 wird bei der Zeitprozentkennwertmethode von den Zeitprozentwerten $t_m, m = 10, 50, 90$ bei denen die ermittelte Sprungantwort 10%, 50% und 90% des Endwertes erreicht, ausgegangen. Ausgehend von diesen Werten wird anschließend das Verhältnis $\mu = t_{10}/t_{90}$ berechnet. Das berechnete Verhältnis μ wird dann mit den Werten μ_n verglichen, die sich für die Übertragungsfunktion in Gleichung (4.2) ergeben.

$$G(s) = \frac{x_a(s)}{x_e(s)} = \frac{K_P}{(1 + T_1 \cdot s)^n} \tag{4.2}$$

Die kleinste Differenz $|\mu_n - \mu|$ dieses Vergleichs ergibt dabei die Ordnung n. Die Zeitkonstante T_1 wird aus den Zeitprozentwerten t_{10}, t_{50}, t_{90} der gemessenen Sprungantwort und den zur jeweils ermittelten Ordnung n in der Tabelle (4.1) aufgelisteten Zeitprozentkennwerten $\tau_{10}, \tau_{50}, \tau_{90}$ nach der Gleichung (4.3) gemittelt.

$$T_1 = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{t_{10}}{\tau_{10}} + \frac{t_{50}}{\tau_{50}} + \frac{t_{90}}{\tau_{90}} \right] \tag{4.3}$$

Tabelle 4.1: Zeitprozentkennwerte bis zur Ordnung n = 6

Ordnung n	$\mu_n = \tau_{10}/\tau_{90}$	τ_{10}	τ_{50}	τ_{90}
1	0,045757	0.105361	0.693147	2.302585
2	0,136722	0.531812	1.678347	3.889720
3	0,207065	1.102065	2.674060	5.322320
4	0,261162	1.744770	3.672061	6.680783
5	0,304318	2.432591	4.670909	7.993590
6	0,339839	3.151898	5.670171	9.274674

Aufnahme und Simulation der Regelstrecken

Für die Höhe des Stellwertsprungs wurde ein Wert x_e von 40 auf 45 Hz angenommen. Der Arbeitspunkt befindet sich bei einem Volumenstrom von 19.2 l/s. Die Streckenparameter werden für dieses Pumpwerk zunächst in Einzelaufnahme dargestellt und ermittelt.

Quelle: [5], Seiten 26-29

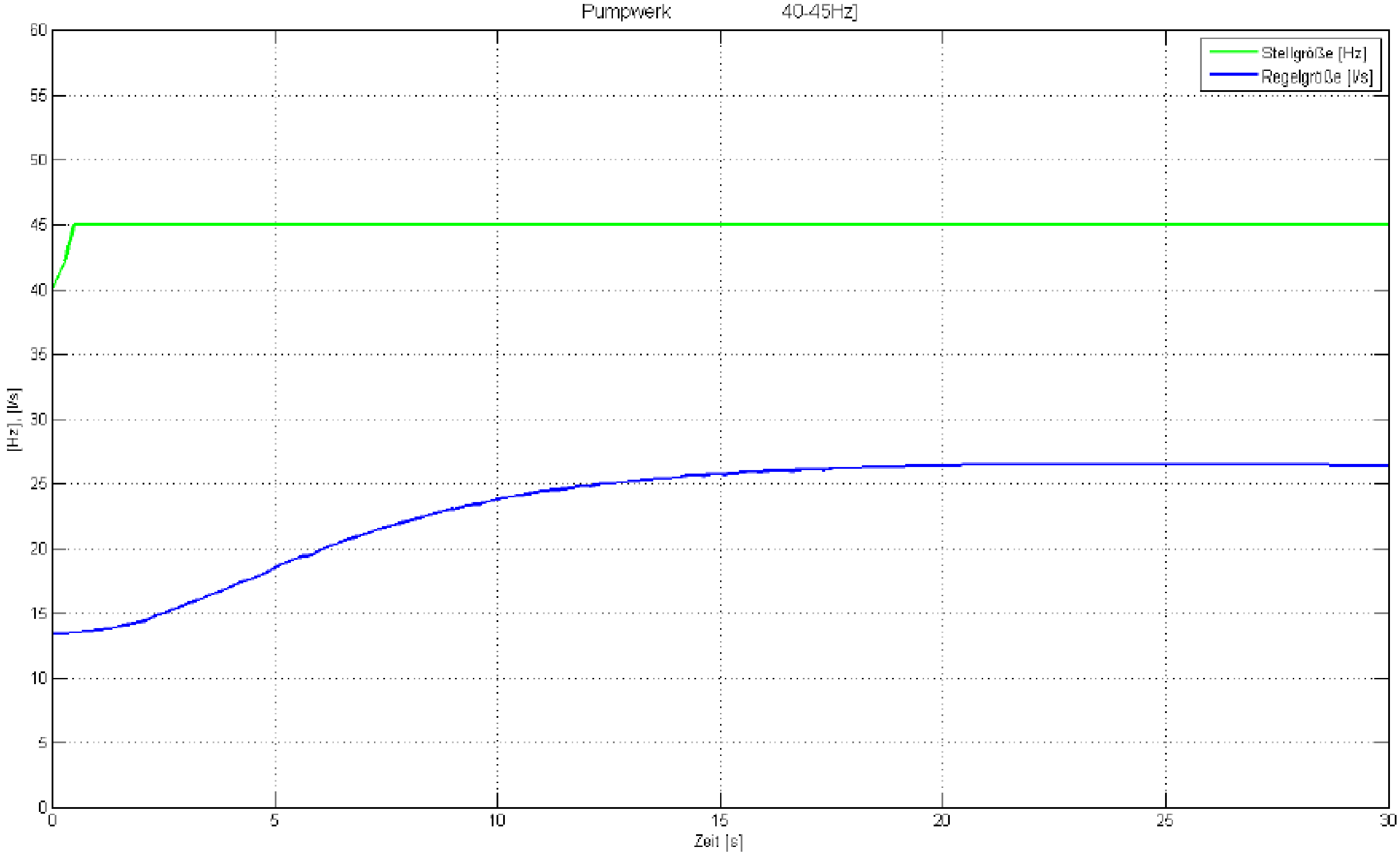


Abbildung 4.5: PW Streckenaufnahme 40-45 Hz (Einzelaufnahme)

Für Abbildung (4.5) lässt sich die Streckenverstärkung K_P nach der Formel (4.1) auf Seite 20 wie folgt berechnen:

$$K_P = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \frac{26.4 - 13.4}{45 - 40} \cdot \frac{l/s}{Hz} = 2.6$$

Die folgenden Werte wurden aus der Datenquelle der Aufzeichnungsdaten ermittelt:

$$\begin{aligned} T_t &= 0.5s \\ t_{10} &= 1.8s \\ t_{50} &= 5.5s \\ t_{90} &= 12.3s \end{aligned}$$

Ausgehend von diesen Werten beträgt das Verhältnis:

$$\mu = \frac{t_{10}}{t_{90}} = \frac{1.8s}{12.3s} = 0.146$$

Für dieses Verhältnis liegt der Wert $\mu_n = \mu_2 = 0.136722$ der Tabelle (4.1) auf Seite 21 am nächsten. Die Ordnung der näherungsweise ermittelten Übertragungsfunktion ist $n = 2$. Nach der Formel (4.3) auf Seite 20 ergibt sich folgende Zeitkonstante:

$$T_1 = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{t_{10}}{\tau_{10}} + \frac{t_{50}}{\tau_{50}} + \frac{t_{90}}{\tau_{90}} \right]$$

$$T_1 = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1.8}{0.531812} + \frac{5.5}{1.678347} + \frac{12.3}{3.889720} \right] s$$

$$T_1 = 3.27 s$$

Die Übertragungsfunktion ist damit näherungsweise

$$G(s) = \frac{x_a(s)}{x_e(s)} = \frac{K_P}{(1 + T_1 \cdot s)^2} \cdot e^{-sT_t}$$

$$G(s) = \frac{2.6}{(1 + s \cdot 3.27)^2} \cdot e^{-s \cdot 0.5}$$

Die Sprungantwort mit Simulation in SIMULINK ist in Abbildung 4.6 dargestellt.

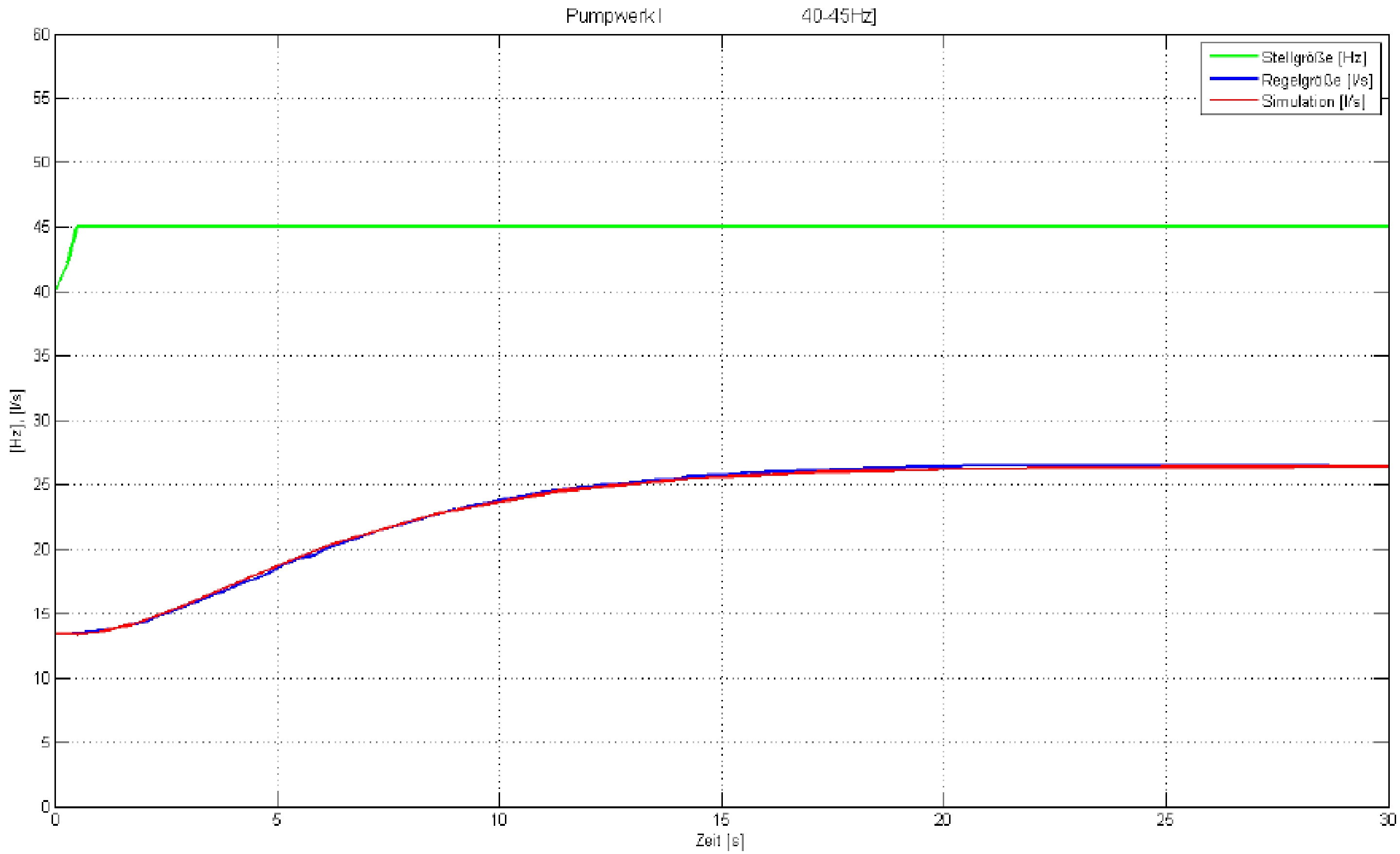


Abbildung 4.6: PW Streckenaufnahme und Simulation 40-45 Hz (Einzelaufnahme)

Für die Höhe des nächsten Stellwertsprungs wurde ein Wert x_e von 48 auf 50 Hz angenommen und liegt damit um den Arbeitspunkt von 19.2 l/s. Bei der Streckenaufnahme wurden die anderen Pumpwerke in Betrieb genommen um die Abhängigkeiten darzustellen. Man kann sehen, dass eine Änderung der Regelgröße in einem sehr kleinen Bereich des Stellwertsprunges und bereits an der oberen Grenze des Stellwertes stattfindet. Die Totzeit hat sich wesentlich vergrößert.

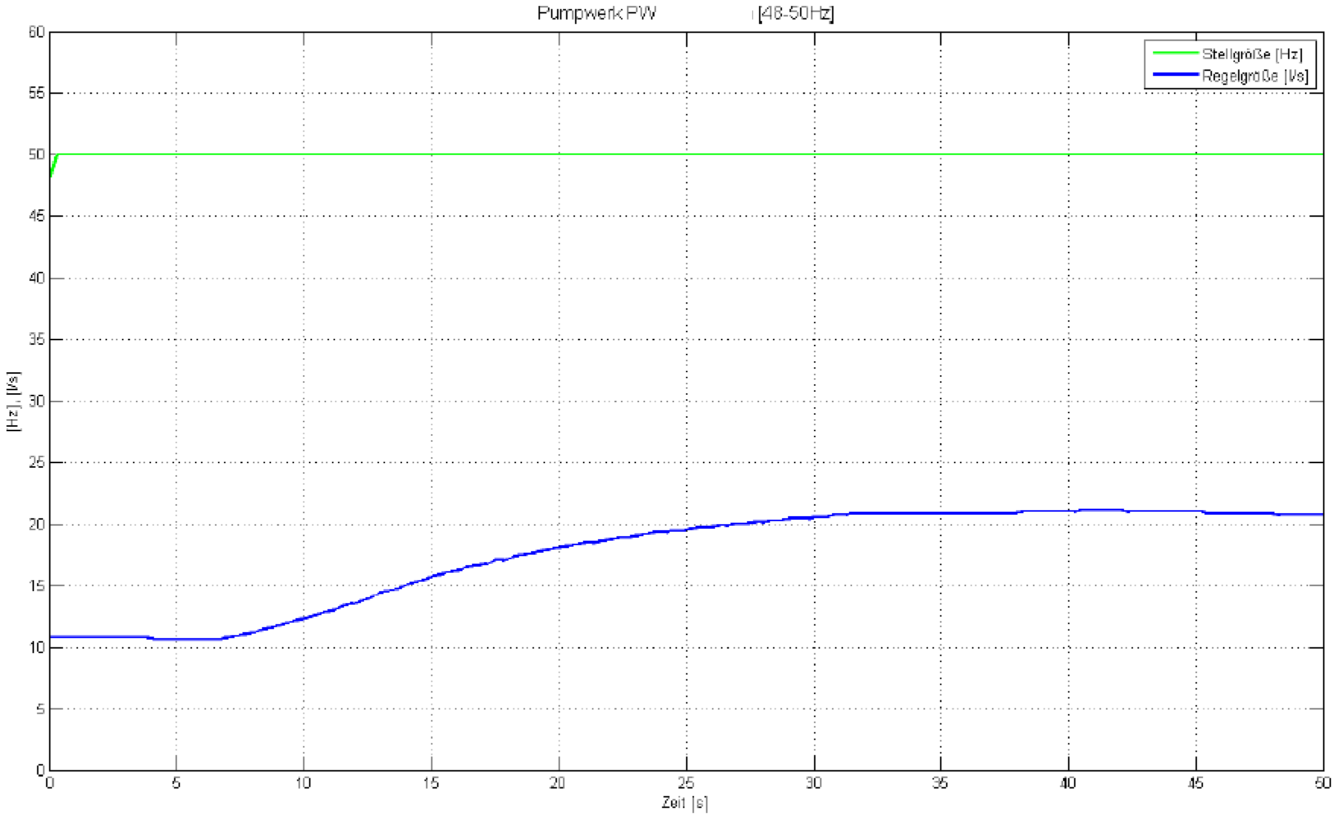


Abbildung 4.7: PW Streckenaufnahme 48-50 Hz

Zur weiteren Betrachtung wird die Sprungantwort einer PT_2-Strecke mit Totzeit approximiert.

Die Streckenverstärkung K_P lässt sich nach der Formel (4.1) auf Seite 20 wie folgt berechnen:

$$K_P = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \frac{21.14 - 10.78}{50 - 48} \cdot \frac{l/s}{Hz} = 5.18$$

Die folgenden Werte wurden aus der Datenquelle der Aufzeichnungsdaten ermittelt:

$$T_t = 6.3s$$
$$t_{10} = 2.7s$$
$$t_{50} = 9.2s$$
$$t_{90} = 21.2s$$

Ausgehend von diesen Werten beträgt das Verhältnis:

$$\mu = \frac{t_{10}}{t_{90}} = \frac{2.7s}{21.2s} = 0.127$$

Für dieses Verhältnis liegt der Wert $\mu_n = \mu_2 = 0.136722$ der Tabelle (4.1) auf Seite 21 am nächsten. Die Ordnung der näherungsweise ermittelten Übertragungsfunktion ist $n = 2$. Nach der Formel (4.3) auf Seite 20 ergibt sich folgende Zeitkonstante:

$$T_1 = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{t_{10}}{\tau_{10}} + \frac{t_{50}}{\tau_{50}} + \frac{t_{90}}{\tau_{90}}\right]$$

$$T_1 = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{2.7}{0.531812} + \frac{9.2}{1.678347} + \frac{21.2}{3.889720}\right] s$$

$$T_1 = 5.33s$$

Die Übertragungsfunktion ist damit näherungsweise

$$G(s) = \frac{x_a(s)}{x_e(s)} = \frac{K_P}{(1 + T_1 \cdot s)^2} \cdot e^{-sT_t}$$

$$G(s) = \frac{5.18}{(1 + s \cdot 5.33)^2} \cdot e^{-s \cdot 6.3}$$

Die Sprungantwort mit Simulation in SIMULINK ist in Abbildung 4.8 dargestellt.

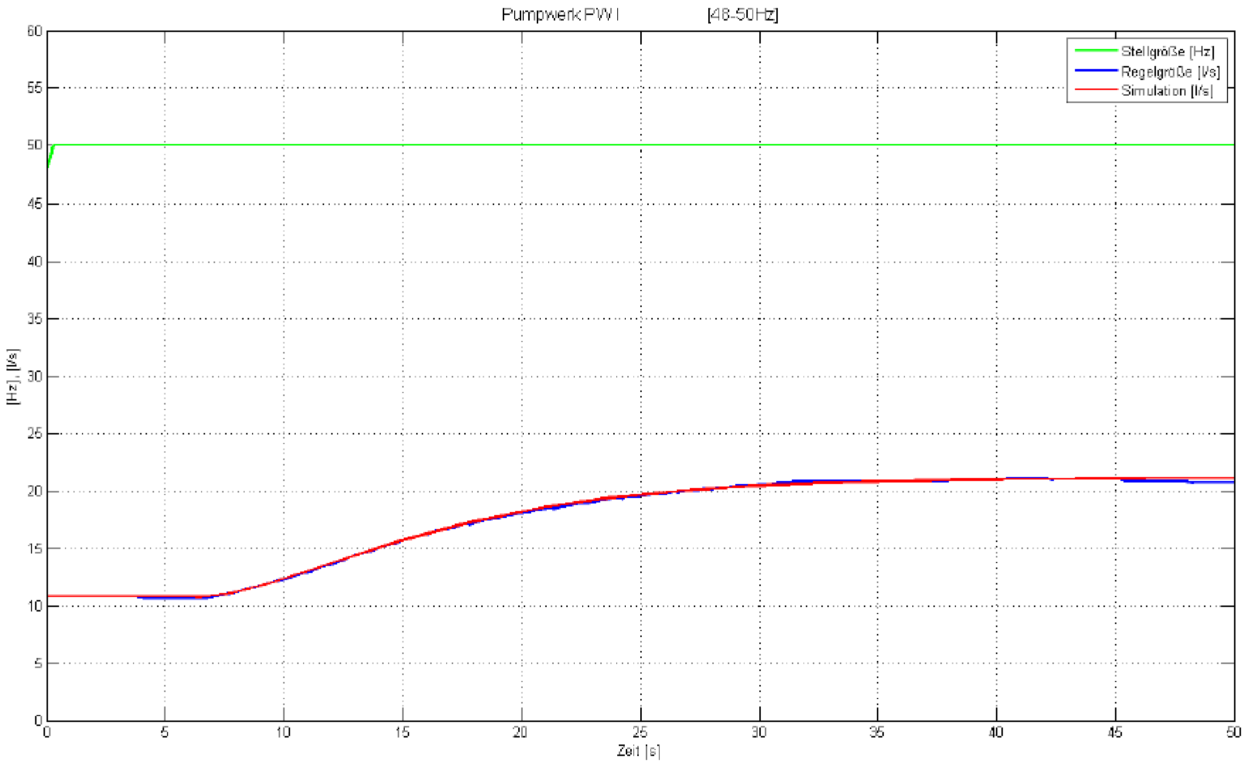


Abbildung 4.8: PW Streckenaufnahme und Simulation 48-50 Hz

4. Zusammenfassung

In der vorliegenden Publikation wurde das von *Schwarze* entwickelte Zeitprozentkennwert-Verfahren zur Identifikation einer Regelstrecken beschrieben.

Damit wird die Regelstrecke wie ein P-Tn-Glied der *n*-ten Ordnung mit gleichen Zeitkonstanten *T* simuliert.

Die Identifikation erfolgt anhand vorgegebener Sprungantwort der Strecke.

Nach der Identifikation kann ein Standard-Regler mit 10%-Überschwingung nach der von *Latzel* vorgeschlagenen Tabelle eingestellt werden.

Alternativ wird der Regelkreis mit gewünschter Dämpfung nach bekannten Verfahren wie Betragsoptimum, symmetrisches Optimum usw. entworfen werden.

Die theoretischen Grundlagen, die zur Entwicklung des o.g. Verfahrens geführt haben und weitere Informationen zum Zeitprozentkennwert-Verfahren, können formlos per Mail

info@szacher.de

angefragt werden.

5 Literaturverzeichnis

[1] S. Zacher, M. Reuter: *Regelungstechnik für Ingenieure*. 15.Auflage, Springer Vieweg Verlag, 2017

[2] W. Latzel: *Einführung in die digitalen Regelungen*, VDI Verlag, 1995

[3] G. Schwarze: *Bestimmung der regelunsgtechnischen Kennwerte von P-Gliedern aus der Übergangsfunktion ohne Wendetangentenkonstruktion*, In: - messen-steuern-regeln Heft 5, S. 447-449, 1962

[4] S. Zacher: *Identifikation von Regelstrecken*, Automation-Letter Nr. 03, 2011, www.zacher-automation.de/Automation-Letters

[5] A. Treffert: *Identifizierung der Regelstrecken einer Abwasserpumpenanlage und Simulation in MATLAB/SIMULINK*. Projektarbeit der Hochschule RheinMain, FB Ingenieurwissenschaften, Studienbereich IET, 2011

Prof. Dr. S. Zacher

Ende der Präsentation

Zeitprozentkennwert-Verfahrfen
für
Streckenidentifikation