

Versuch E 30: Mechanische Beanspruchung im Kurzschlussfall

06/2023

Prof. Dr.-Ing. Ralf-Dieter Rogler
Dipl.-Ing. K. Schellenberger

1 Einleitung

Ein wichtiges Ziel bei der Projektierung von Schaltanlagen ist, diese so an die zu erwartenden Belastungen anzupassen, dass sie während der üblichen Lebensdauer fehlerfrei arbeiten und auch bei absehbaren Fehlern keine Schäden an Personen oder Anlagen entstehen.

Besonders in Schaltanlagen spielt neben der Spannungsfestigkeit und der thermischen Belastbarkeit die mechanische Stabilität eine große Rolle, da in Schaltanlagen aus Platzgründen mehrere Stromschienen auf engem Raum untergebracht werden müssen.

In Abhängigkeit von der Entfernung des Generators und vom Aufbau des angeschlossenen Netzes und dessen Sicherheitskonzept führen Kurzschlüsse zu kurzzeitigen hohen mechanischen Beanspruchungen an Stromschienen und in der Folge auch an deren Befestigungen. Mit Hilfe von Experimenten und Berechnungen wurden und werden die Auswirkungen auf bestimmte Anordnungen und Materialien untersucht und stehen in Form von umfangreichen Tabellen und Formeln zur Berechnung der Widerstandsfähigkeit von Anlagen zur Verfügung.

2 Versuchsziel

Der Versuch soll Kenntnisse zur Höhe der mechanischen Beanspruchung von Stromleitungsanordnungen bei Kurzschlussbelastung anschaulich vermitteln. Zur parallel dazu erfolgenden Berechnung ist es notwendig, die maximale Höhe des Kurzschlussstromes mit seinen stationären und dynamischen Anteilen an sich zu berechnen. Zur Überprüfung der mechanischen Belastbarkeit der Anordnungen sind Grundkenntnisse der technischen Mechanik erforderlich, die im Anleitungstext, im Anhang und in den Literaturquellen aufgezeigt werden.

Zudem werden im Versuch die Möglichkeiten und Grenzen der messtechnischen Erfassung solcher dynamischen Vorgänge sichtbar.

Im Versuch wird kurzzeitig ein hoher Stromstoß auf eine Stromschienenanordnung gegeben, die Auslenkung gemessen und danach berechnet. An einer Testschiene kann der Einfluss verschiedener Lagerungen experimentell bestimmt und zusätzlich berechnet werden. Durch den Vergleich der berechneten Werte mit den Messwerten können Mess- oder Rechenfehler festgestellt und korrigiert werden.

3 Grundlagen

3.1 Allgemeine Gesichtspunkte

Ein System wird mit elektrischen, mechanischen oder thermischen Größen belastet. Aus den Reaktionen des Systems auf diese Belastungen ergeben sich entsprechende Beanspruchungen. Die mechanische Beanspruchung z. B. von Leitern bei Belastung mit einem Kurzschlussstrom ist abhängig von der Höhe des Stromes und der Geometrie der Anordnung (Querschnitt der Leiter, Anordnung der Leiter, Leitermittenabstand).

Der Kurzschlussstrom ruft unter Vermittlung durch das elektromagnetische Feld eine auf die Leiter wirkende Streckenlast hervor. Diese wiederum erzeugt eine Belastung der Stützer. Zur Ermittlung der daraus resultierenden Beanspruchung sind Kenntnisse aus der Werkstoffkunde und der Festigkeitslehre notwendig. Da die Belastung, die sich bei Wechselstrom ergibt, eine zeitlich veränderliche Größe ist, und jede Leiteranordnung eine bestimmte Eigenfrequenz hat, sind auch Kenntnisse aus der Schwingungslehre bei der Berechnung der Beanspruchung notwendig.

Durch eine zu hohe Beanspruchung können Stromleiteranordnungen versagen (Bild 1):

- Das Material wird über seine Festigkeit hinaus beansprucht und bricht.
- Bleibende Verformungen können die Abstände zwischen den Leitern bzw. zwischen den Leitern und geerdeten Teilen so weit verkürzen, dass es zu einem elektrischen Durchschlag und damit zu einem Störlichtbogen kommt.

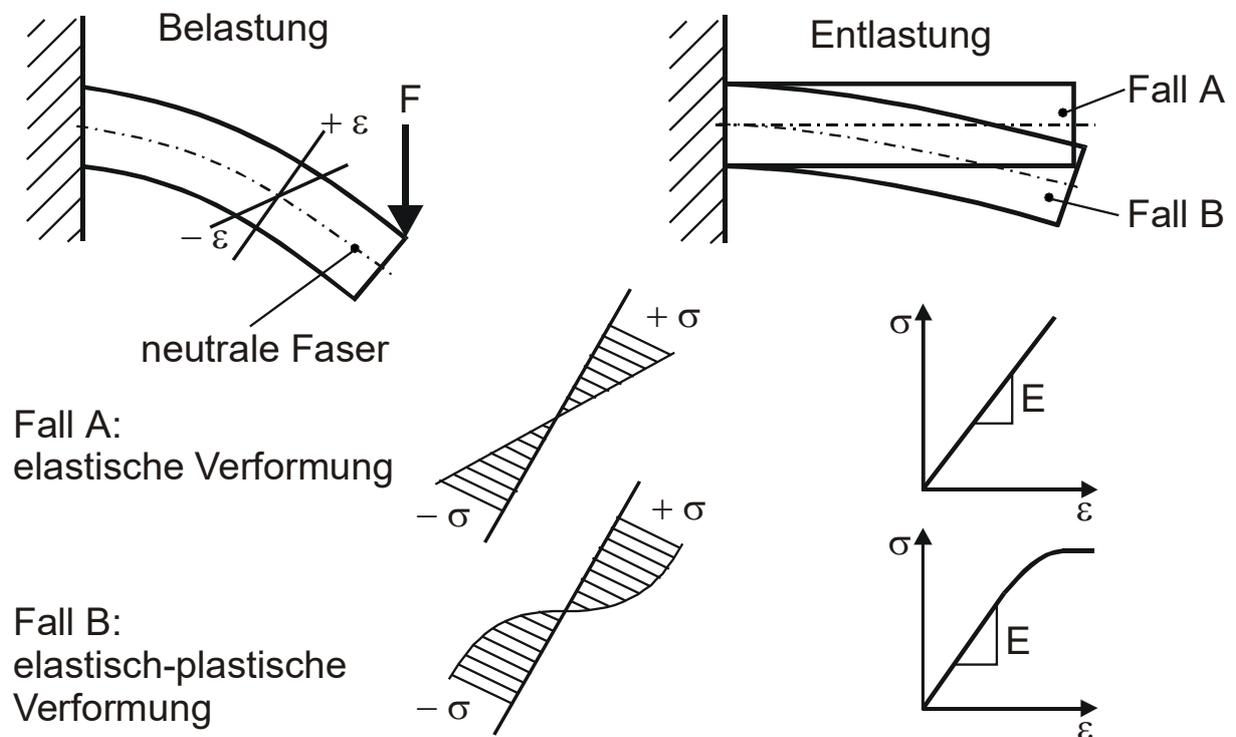


Bild 1: Verformung eines Balkens/Leiters bei mechanischer Beanspruchung

3.2 Anordnung der Leiter

Man unterscheidet: - biegesteife Leiter
- nicht biegesteife Leiter

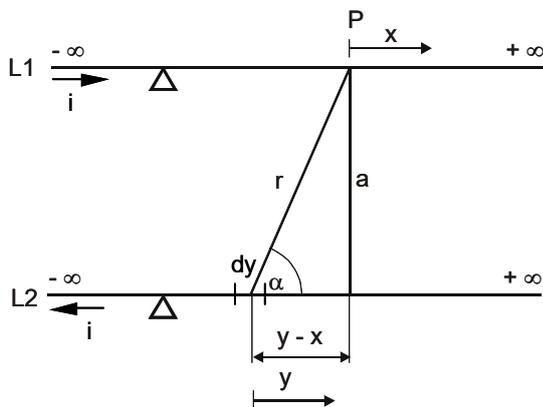
sowie - Hauptleiter
- Teilleiter.

Biegesteife Leiter haben die Fähigkeit, Querkräfte aufzunehmen. Sie werden durch die Belastung nur geringfügig ausgelenkt. Biegesteife Leiter können nach dem Prinzip der Balkenbiegung berechnet werden (Bild 1). Die im Versuch zu untersuchenden Stromschiene gehören zu den biegesteifen Leitern.

Nichtbiegesteife Leiter sind nicht in der Lage Querkräfte aufzunehmen. Die Auslenkung durch die Belastung ist deshalb größer als bei biegesteifen Leitern. Nichtbiegesteife Leiter werden auf Zug beansprucht (z. B. Freileitungsseile).

Als Hauptleiter bezeichnet man einen einzelnen Leiter, der den gesamten Strom führt, oder die die Anordnung mehrerer paralleler Teilleiter. Ein Teilleiter führt einen bestimmten Teil vom Gesamtstrom des Hauptleiters und ist damit Teil des Hauptleiters [1].

3.3 Streckenlast auf zwei parallel verlegte biegesteife Leiter



Mit Hilfe des *Biot-Savartschen* Gesetzes Gl. (1.1) kann für jeden beliebigen Punkt im Raum der Betrag einer Teilfeldstärke $d\mathbf{H}$ bestimmt werden, die durch ein Stromelement $i dy$ hervorgerufen wird.

Hier soll der Betrag der Feldstärke $d\mathbf{H}$ bestimmt werden, die herrührend vom Stromelement $i dy$ (Leiter 2) auf den Punkt P (Leiter 1) wirkt. Dabei wird von einem 2-poligen Kurzschluss ausgegangen, d. h. die Ströme in den Leitern 1 und 2 fließen in entgegengesetzter Richtung. Die Leiter werden als unendlich lang und linienförmig (Linienleiter) angenommen.

Bild 2: Leiteranordnung

$$d\mathbf{H} = \frac{i dy \times \mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad \text{Biot-Savartsches Gesetz} \quad (1.1)$$

Aus Gl. (1.1) ergibt sich der Betrag der Teilfeldstärke $d\mathbf{H}$ zu:

$$dH = \frac{i \sin \alpha}{4\pi r^2} dy. \quad (1.2)$$

Mit $B = \mu H$ und $\mu = \mu_0 \mu_r$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$; $\mu_r = 1$ (Luft);

erhält man für die magnetische Induktion B im Punkt P :

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \alpha}{r^2} dy \quad (2)$$

Die Streckenlast ergibt sich aus

$$q = \frac{dF}{dy}. \quad (3.1)$$

Mit $d\mathbf{F} = i (dy \times \mathbf{B})$ für $dy \perp \mathbf{B}$ (3.2)

gilt $dF = i B dy$ (3.3)

und $q = i B.$ (3.4)

Aus den Gl. (2) und (3.3) folgt:

$$q = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \alpha}{r^2} dy \quad (4)$$

Mit $\sin \alpha = \frac{a}{r}$ und $r = \sqrt{a^2 + (y-x)^2}$

ergibt sich $q = \frac{\mu_0 i^2 a}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{[a^2 + (y-x)^2]^3}}.$

Grundintegral: $\int \frac{du}{\sqrt{(a^2 + u^2)^3}} = \frac{dy}{\sqrt{[a^2 + (y-x)^2]^3}}$ [2]

$$q = \frac{\mu_0 i^2 a}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{\sqrt{[a^2 + u^2]^3}}$$

Substitution

$$y - x = u$$

$$dy = du$$

$$q = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a} \left. \frac{y-x}{\sqrt{a^2 + (y-x)^2}} \right|_{-\infty}^{+\infty}$$

Die Streckenlast für den unendlich langen linienhaften Leiter kann nach

$$q = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a} \quad (5)$$

berechnet werden.

Die maximale Streckenlast q_{\max} tritt bei maximaler Strombelastung (Stosskurzschlussstrom i_p) auf.

$$q_{\max} = \frac{\mu_0 i_p^2}{2\pi a} \quad \text{mit} \quad i_p = \kappa \sqrt{2} I_k'' \quad (6)$$

Die Streckenlast wird mit Gl. (6) für den linienhaften Leiter berechnet. In der Praxis treten jedoch Effekte auf, die die Streckenlast beeinflussen. Das sind im Einzelnen:

- inhomogene Stromdichte in den Leitern L1 und L2 (Skin- und Proximityeffekt)
- Feldverzerrung aufgrund der Geometrie der Leiter

Abhängig von der Geometrie der Leiter selbst und abhängig vom tatsächlichen Leitermittenabstand a_m wie folgt berechnet werden (Siehe auch [3]):

$$\frac{a_m}{a} = \frac{b}{a \left[\varphi\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{d}{a}\right)^2 \eta\left(\frac{b}{a}\right) \right]} \quad (7)$$

mit
$$\varphi\left(\frac{b}{a}\right) = 2 \arctan \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \ln \left[1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right] \quad (8.1)$$

und
$$\eta\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{b}{6a \left[1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right]} \quad (8.2)$$

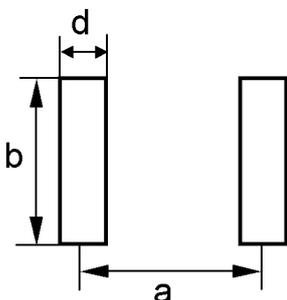


Bild 3: Geometrie der Leiteranordnung

Ab einem Verhältnis des Leitermittenabstandes a zur Leiterdicke d von $a/d \geq 10$ kann $a_m \approx a$ gesetzt werden (Bild 11).

Geht man von einem generatorfernen Kurzschluss aus, so kann der transiente und subtransiente Anteil des Stromes (Abklingvorgänge im Generator) vernachlässigt werden ($I_K = I_K' = I_K''$). Der Kurzschlussstrom setzt sich aus einem exponentiell abklingenden Gleichstrom i_+ und einem Kurzschlusswechselstrom i_- zusammen.

$$i(t) = i_+(t) + i_-(t) \quad (9.1)$$

$$i_+ = \sqrt{2} I_K'' e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \alpha \quad (9.2)$$

$$i_- = \sqrt{2} I_K'' \sin(\omega t - \alpha) \quad (9.3)$$

mit $\tau = X/R$ und $\alpha = \varphi_z - \varphi_u$

φ_z – Impedanzwinkel

φ_u – Phasenwinkel der Spannung im Kurzschlusseintritt

Für die Dimensionierung elektrotechnischer Anlagen sind zwei Verläufe des Kurzschlussstromes von Interesse (Bild 4):

- der Kurzschlussstromverlauf bei Fehlereintritt im Spannungsmaximum und
- der Kurzschlussstromverlauf bei Fehlereintritt im Nulldurchgang der Spannung.

Im Fall des Fehlereintrittes im Nulldurchgang der Spannung tritt ein zusätzliches Glied auf, welches exponentiell abklingt. Durch die fast ausschließlich induktive Belastung des Kurzschlussstromkreises im Hochspannungsnetz kann der Stromverlauf um bis zu -90° gegenüber der Spannung verschoben sein (R/X nahe „0“). Ist die Spannung bei Eintritt des Kurzschlusses $u = 0$, so ist der Strom maximal. Um den Kurzschlussstrom auf den Startwert von $i_K = 0$ zu ergänzen, muss ein Gleichstromanteil vorhanden sein. Die Höhe der Ströme (Gleich- und Wechselstrom) ist abhängig vom R/X -Verhältnis des Netzes. Bei Niederspannungsnetzen ist diese zumeist nahe „1“.

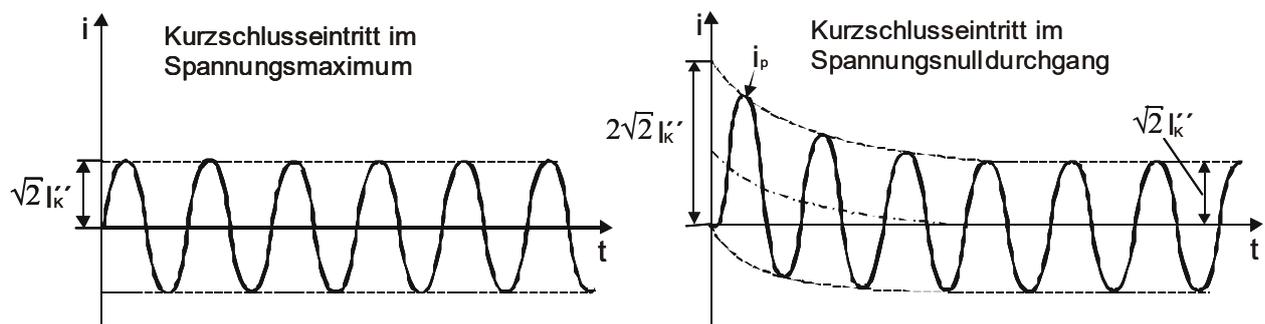


Bild 4: Verlauf des Kurzschlussstromes (generatorferner Kurzschluss bei R/X nahe „0“) [4]

Da der größte Strom bei Kurzschlusseintritt im Spannungsnulldurchgang auftritt (Kurzschlusseintrittswinkel $\varphi_u = 0$), ist dieser Fall maßgebend für die Bemessung der Anlagen auf ihre mechanische Beanspruchbarkeit.

Die durch den Kurzschlussstrom

$$i(t) = \hat{I} \sin \omega t \quad (10.1)$$

auf die Leiter hervorgerufene Streckenlast

$$q(t) = \frac{\mu_0 i(t)^2}{2\pi a} = \frac{\mu_0 \hat{I}^2 \sin^2 \omega t}{2\pi a} \quad (10.2)$$

setzt sich, resultierend aus

$$\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}[1 - \cos(2\omega t)] \quad \text{bei } \alpha = 0, \quad (10.3)$$

aus einem Gleichglied

$$q_{sta} = \frac{\mu_0 I_K^2}{2\pi a} \quad (10.4)$$

und einem Wechselglied, das mit der doppelten Frequenz des Kurzschlussstromes wirkt,

$$q_{dyn} = \frac{\mu_0 I_K^2}{2\pi a} \cos(2\omega t) \quad (10.5)$$

zusammen.

Das Verhältnis von maximaler Streckenlast q_{max} zur statischen Streckenlast q_{sta} kann nach Gl. (6) und (10.4) bestimmt werden mit (generatorferner Kurzschluss):

$$\frac{q_{max}}{q_{sta}} = \frac{(\sqrt{2} \kappa I_K'')^2}{I_K''^2} \leq 8 \quad (11)$$

Die Werte für den Stoßfaktor κ liegen im Bereich von 1 bis 2 (siehe Bild 5).

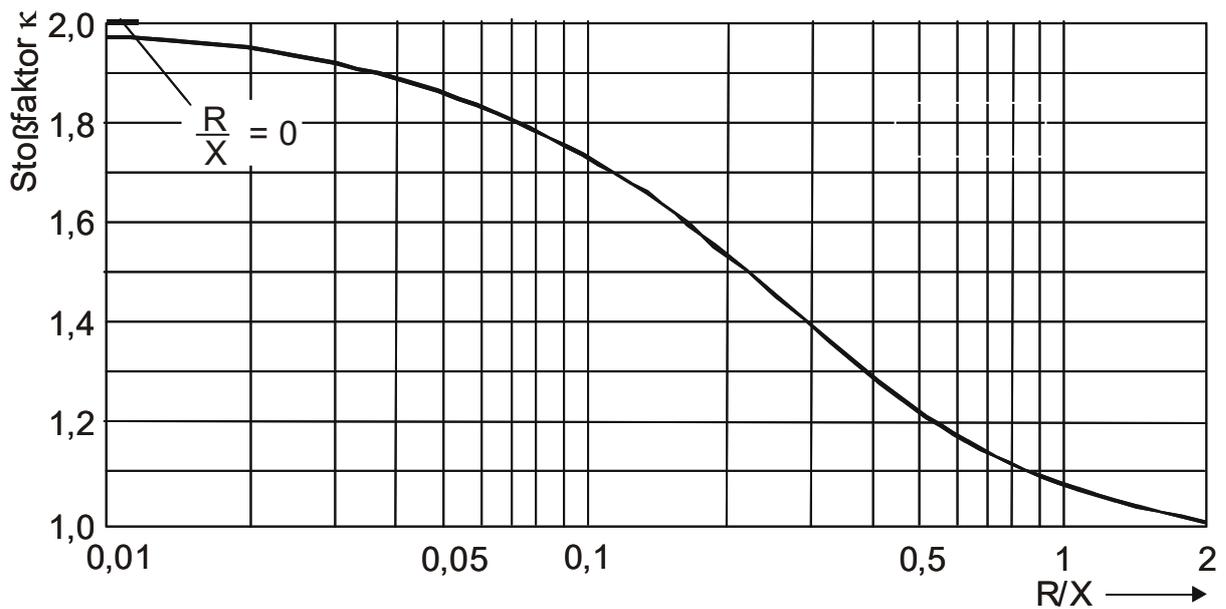


Bild 5: Stoßfaktor κ für generatorfernen Kurzschluss abhängig vom R/X des Netzes [4]

3.4 Dynamische Beanspruchung

Die dynamische Beanspruchung der Leiter wird durch die sich zeitlich ändernde Streckenlast hervorgerufen. Da die Schwingung der Leiter (Balkenschwingung) durch eine Erregung erzwungen wird, hat die Schwingungsgleichung die folgende vereinfachte Form:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \frac{q(x,t)}{\rho A} \quad \text{Bernoulli-Euler-Wellengleichung} \quad (12.1)$$

Dabei wird angenommen, dass der Querschnitt A über der betrachteten Länge ebenso wie die Biegesteifigkeit EI konstant sind. Da die Streckenlast q nicht ortsabhängig ist, vereinfacht sich die Differentialgleichung zu:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \frac{q(t)}{\rho A} \quad (12.2)$$

Gl. (12.2) kann unter Beachtung der Randbedingungen (Tabelle 3) gelöst werden (siehe auch Abschnitt 3.5).

3.4.1 Eigenfrequenzen der Leiter im elastischen Bereich

Wird in Gl. (12.2) $q = 0$ gesetzt, ergeben sich die Eigenfrequenzen der Leiter. Es wird dabei vom idealen Fall ausgegangen, d. h. der Unterbau (Stützer, Befestigung) der Leiter wird als starr angenommen. Die Gleichung zur Berechnung der Eigenfrequenzen lautet [5]:

$$f_n = \frac{\lambda_n^2}{2\pi I^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (13)$$

Die Eigenwerte „ λ_n “ sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Mit „ l “ ist Länge des Leiterstückes zwischen zwei Befestigungen gemeint. „ A “ ist der Querschnitt des Leiters, „ ρ “ dessen Materialdichte, „ E “ dessen Elastizitätsmodul. „ J “ ist das Flächenträgheitsmoment (siehe Tabelle 2). Gl. (13) ist nur für Hauptleiter anwendbar, die aus einem Einzelleiter bestehen. Für Hauptleiter, die aus Teilleitern bestehen, sind die zur Berechnung der Eigenfrequenz notwendigen Gleichungen in [1] angegeben.

Die Eigenfrequenz f_1 wird nach [1] als maßgebliche Kennfrequenz f_c bezeichnet. Man unterscheidet drei Frequenzbereiche:

- $f_c \gg 2 f_{\text{Netz}}$: Leiter folgt der Belastung unverzögert
(Beanspruchung kann mit der elastostatischen Methode ermittelt werden)
- $f_c \approx 2 f_{\text{Netz}}$: Resonanz bei Beanspruchung im elastischen Bereich
- $f_c \ll 2 f_{\text{Netz}}$: Leiter kann durch seine Trägheit der Belastung nicht folgen
(Bei Berechnung frequenzabhängigen Faktor beachten, Bild 10)

Beträgt die maßgebliche Kennfrequenz einer Leiteranordnung $f_c = 100$ Hz, so führt das nicht zwangsläufig zur Resonanz. Wird die Elastizitätsgrenze $R_{p0,2}$ des Materials in den Randbereichen der Leiter überschritten, so ändert sich das resultierende Elastizitätsmodul (plastische Verformung), und der „Schwingkreis“ wird verstimmt.

3.4.2 Zulässige Materialspannung

Die auf die Leiter wirkende zeitabhängige Streckenlast führt zu einer Auslenkung der Leiter, d. h. es tritt eine Dehnung ε auf, die der Spannung σ proportional ist. Diesen Zusammenhang beschreibt das *Hookesche Gesetz*:

$$\sigma = \varepsilon E \quad (14)$$

Wird die zulässige Spannung σ_{zul} überschritten, kommt es zu plastischen Verformungen und bei weiterer Erhöhung der Beanspruchung zum Bruch. Dabei treten bei fest eingespannten Schienen die größten Spannungen an den Einspannstellen auf, und dort in den Randbereichen der Leiter (Randdehnung, $\sigma \sim \varepsilon$). Verformt sich ein Leiter bei Beanspruchung durch den Kurzschlussstrom über einen zulässigen Wert plastisch oder kommt es zum Bruch, so hat das kostenintensive Reparaturen zur Folge. Deshalb müssen alle Leiteranordnungen kurzschlussfest dimensioniert werden. Ein Leiter wird nach [1] als kurzschlussfest betrachtet, wenn für σ_m gilt:

$$\sigma_m \leq \sigma_{\text{zul}} = q \sigma_{0,2} \quad (15)$$

Der Plastizitätsfaktor q (Tabelle 6) und die Streckgrenze $R_{p0,2}$ ($= \sigma_{0,2}$) werden für gebräuchliche Materialien (Tabellen 7 und 8) angegeben.

Bei σ_{zul} können bleibende Durchbiegungen von bis zu 1 % des Stützabstandes entstehen. Mindestabstände zwischen den Hauptleitern bzw. den Hauptleitern und geerdeten Teilen dürfen dabei nicht unterschritten werden [1]. Für einen Leiter kann die maximale Spannung σ_m nach

$$\sigma = \frac{M_b}{W} \quad (16.1)$$

ermittelt werden.

Unter Einbeziehung des frequenzabhängigen Sicherheitsfaktors V_σ (Bild 10) nach [1] ergibt sich für Gl. (16.1):

$$\sigma_m = V_\sigma \frac{M_{bmax}}{W} \quad (16.2)$$

Eine Möglichkeit zur überschläglichen Ermittlung der maximalen Spannung bietet Gl. (16.3) [1], die ein Spezialfall von Gleichung (16.2) ist:

$$\sigma_m = V_\sigma \frac{q_m I^2}{12W} \quad (16.3)$$

Nach Gl. (16.3) ergibt sich für den dreipoligen Kurzschluss

$$q_{m3} = \frac{\mu_0}{2\pi a} \frac{\sqrt{3}}{2} I_{p3}^2 \quad \text{mit} \quad I_{p3} = \kappa \sqrt{2} I_{k3}'' \quad (17.1)$$

und für den zweipoligen Kurzschluss

$$q_{m2} = \frac{\mu_0}{2\pi a} I_{p2}^2 \quad \text{mit} \quad I_{p2} = \kappa \sqrt{2} I_{k2}'' \quad (17.2)$$

3.4.3 Stützerbeanspruchung

Für die Beanspruchung der Stützer ist nach [1] die dynamische Kraft F_d maßgebend. F_d kann berechnet werden mit:

$$F_d = V_F F_m \quad (18)$$

$$\begin{array}{ll} \text{für den dreipoligen Kurzschluss mit} & F_{m3} = q_{m3} l \\ \text{für den zweipoligen Kurzschluss mit} & F_{m2} = q_{m2} l \end{array}$$

Der frequenzabhängige Faktor V_F ist Bild 10 zu entnehmen.

3.5 Die elastostatische Berechnung

Wird ein Balken mit einer sich langsam ändernden Streckenlast im Vergleich zur Kennfrequenz f_c belastet, können die Reibungs- und Trägheitskräfte vernachlässigt werden. Dieser Fall ist gegeben, wenn die maßgebliche Kennfrequenz f_c größer ist als die Frequenz der Streckenlast. Man erhält dann aus der Schwingungsgleichung des Balkens Gl. (12.2) als Sonderfall die Gleichung für die elastostatische Belastung des Balkens:

$$\text{Streckenlast} \quad EI \frac{d^4 v}{dx^4} = q \quad (19.1)$$

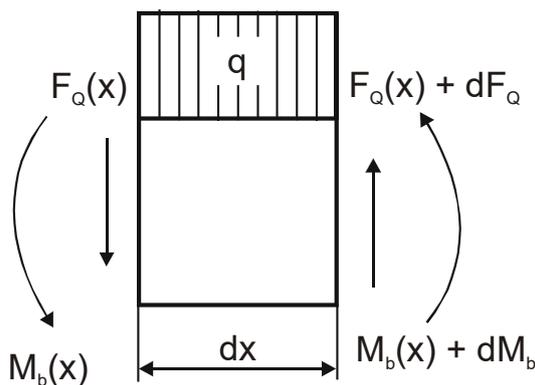
Aus Gl. (19.1) erhält man durch viermalige Integration die Gl. (19.1) der elastischen Biegelinie $v(x)$ sowie als Zwischenergebnisse die folgenden Größen: [6]

$$\text{Querkraft} \quad F_Q(x) = EI \frac{d^3 v}{dx^3} \quad (19.2)$$

$$\text{Moment} \quad M(x) = EI \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (19.3)$$

$$\text{Biegewinkel} \quad \frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI} \int M \, dx = v' \quad (19.4)$$

$$\text{Durchbiegung} \quad v(x) = \frac{1}{EI} \iint M \, dx \, dx \quad (19.5)$$



Zur Ermittlung der elastischen Biegelinie stellt man die Momentengleichung $M(x)$ nach Bild 6 auf, setzt $M(x)$ in Gl. (19.3) ein und integriert diese zweimal. Unter Beachtung der Randbedingungen nach Tabelle 3 erhält man die Momente an den Einspannstellen sowie die Gleichung der Biegelinie $v(x)$. Für typische Anordnungen sind die Gleichungen der Biegelinie, der Momente an den Einspannstellen und für einige spezielle Verformungen in Tabelle 5 angegeben.

Bild 6: Balkenelement

Es ist zu beachten, dass die Berechnung der elastischen Biegelinie $v(x)$ nach Gl. (19.5) nur im Bereich der rein elastischen Verformung möglich ist. Aluminium gilt als rein elastisch verformbar bis zu einer Dehnung von $\varepsilon \approx 1 \text{ ‰}$.

4 Messung der dynamischen Beanspruchung

4.1 Versuchsordnung

Die Versuchsanordnung besteht aus einer durch einen Hochstromtransformator gespeisten Leiterschleife (Durchlaufbiegeträger mit fester Einspannung), die einen zweipoligen Kurzschluss ohne Erdberührung nachbildet. In einem Stützfeld sind an einem Leiter sowie an einem Stützer Dehnungsmessstreifen angebracht (Bild 7). Die Modellabmessungen (Leitermittendenabstand, Stützerabstand, Stromschienequerschnitt) sind mit den in der Realität verwendeten Abmessungen vergleichbar. Für das betrachtete Stützfeld kann die Leiterschleife im Modell als beidseitig fest eingespannter Balken angesehen werden.

4.2 Messprinzipien

4.2.1 Messung der Materialdehnung

Als Geber werden Dehnungsmessstreifen genutzt. Diese wandeln eine Längenänderung Δl der Messschiene in eine Widerstandsänderung ΔR um, d. h., es wird eine der Dehnung proportionale Widerstandsänderung gemessen. Das Verhältnis von relativer Widerstandsänderung zu relativer Längenänderung heißt k-Faktor. Er wird für jeden Dehnungsmessstreifen vom Hersteller angegeben und ist z.B. für den Werkstoff Konstantan

$$k = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta l}{l}} = 2,05 \quad (20 \text{ a})$$

Ein Dehnungsmessstreifen besteht aus einer Trägerschicht aus Papier, auf die ein mäanderförmiger Drahtwiderstand aus einer Sonderlegierung aufgebracht ist. Zur Messung der Dehnung wird der Dehnungsmessstreifen auf das Messobjekt mit einem speziellen Klebstoff (hier der kalthärtende Kleber KALLOPLAST) aufgeklebt.

Die Messschaltung besteht aus vier Dehnungsmessstreifen je Messpunkt. Zwei gegensinnige DMS (1,2) werden durch 2 quer angeordnete DMS (3,4) zur Vollbrücke ergänzt. Dadurch erhöht sich die Empfindlichkeit der Messanordnung um den Faktor 2. Der Querkontraktionsfaktor μ beträgt 0,3, deshalb ergibt sich ein Brückenfaktor $B=2*(1+\mu) = 2,6$. Eine Spannungsänderung von 1 mV/V entspricht deshalb einer Dehnung $\varepsilon = 0,77 \text{ mm/m}$. Dieser Wert ist bereits in der Messsoftware (DAQ) hinterlegt.

$$\varepsilon = \frac{\Delta U_b * 4}{U_s * B * k} \quad (20 \text{ b})$$

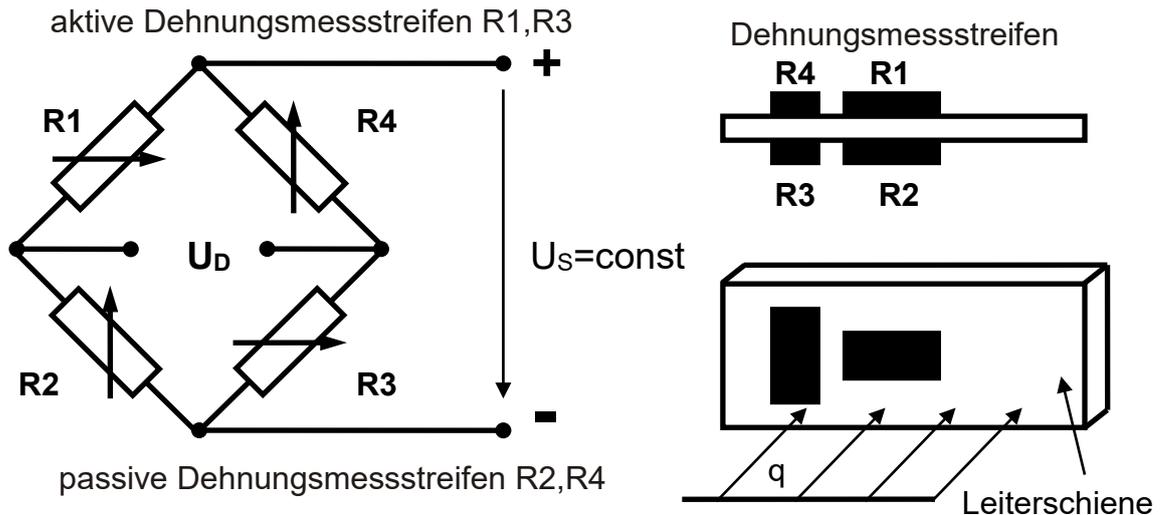


Bild 7: Prinzipielle Schaltung und Anordnung der Dehnungsmessstreifen (Vollbrücke)

Zur punktuellen Erfassung der Messgrößen ist es notwendig, eine möglichst kleine Bauform der Dehnungsmessstreifen zu wählen.

Über Messleitungen sind die Dehnungsmessstreifen mit einem schnellen Messverstärker verbunden, der die geringen relativen Widerstandsänderungen erfasst, auswertet und als Spannungsänderung im Messzweig der Vollbrücke anzeigt. Die Messwerte im unbelasteten Zustand müssen vor jeder Messung kalibriert werden. Zur Aufzeichnung und Auswertung der Messsignale wird ein PC mit einer Kalibrier- und Auswertesoftware (DA /DAQ-Soft) verwendet.

Über das *Hooke'sche* Gesetz kann aus den Messwerten für den Leiter und für den Stützer eine punktuelle Spannungs- und Momentenverteilung ermittelt werden. Die Widerstandsmomente W für gebräuchliche Leiterquerschnitte sind in den Tabellen 9 bis 11 zusammengestellt. Bei der Berechnung des Widerstandsmomentes ist die Wirkungsrichtung der Belastung (Flächenlast q) zu beachten.

4.2.2 Messung des Kurzschlussstromes

Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse ist es notwendig, den genauen zeitlichen Verlauf des Kurzschlussstromes zu kennen. Da sich aus dem Kurzschlussstrom der Verlauf der Streckenlast ergibt, müssen:

- der Stosskurzschlussstrom i_p
- der Dauerkurzschlussstrom I_K und
- der Anteil des Gleichgliedes

gemessen werden.

Aus dem Verlauf des Stoßkurzschlussstromes kann eine Einschätzung der Generatornähe und des R/X -Verhältnisses des speisenden Netztes erfolgen.

Die Messung des Kurzschlussstromes erfolgt über eine Rogowski-Spule (induktivitätsarm).

Der angeschlossene Messsensor liefert eine dem Strom proportionale Spannung

(bei Einstellung auf den Bereich 10.000 A: $0,2 \text{ mV} = 1 \text{ A}$, d.h. $1 \text{ V} = 5000 \text{ A}$)

welche mit dem Messverstärkersystem im Transientenrekorder und einem PC mit Auswertesoftware aufgezeichnet wird.

4.2.3 Abmessungen der Modelle

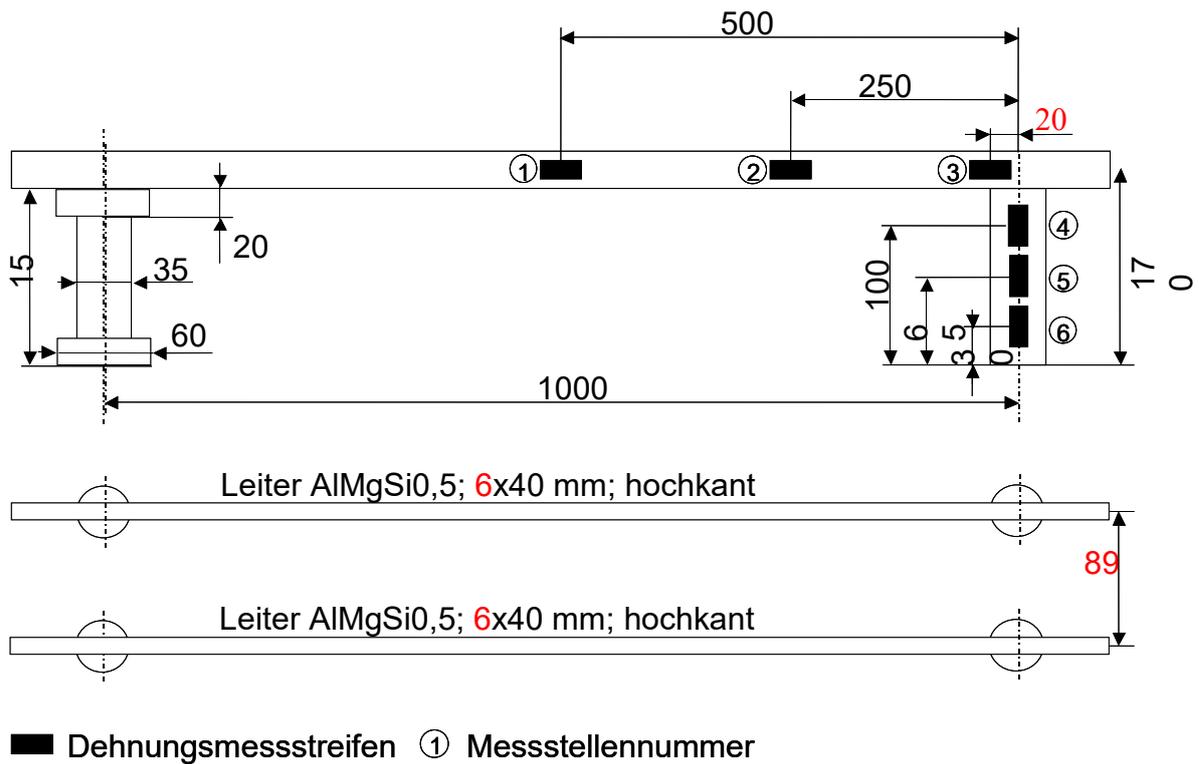


Bild 8: Abmessungen der Leiteranordnung (Stromschiene und Stützer), die mit dem Kurzschlussstrom (Schiene: Streckenlast, Stützer: Punktlast) belastet wird

Hinweis: Notieren Sie sich, welche Messstellen-Nummer welchem DMS entspricht! Beachten Sie vor allem bei der Berechnung des Stützers, welchen Abstand der Angriffspunkt der Kraft von den Messstellen hat.

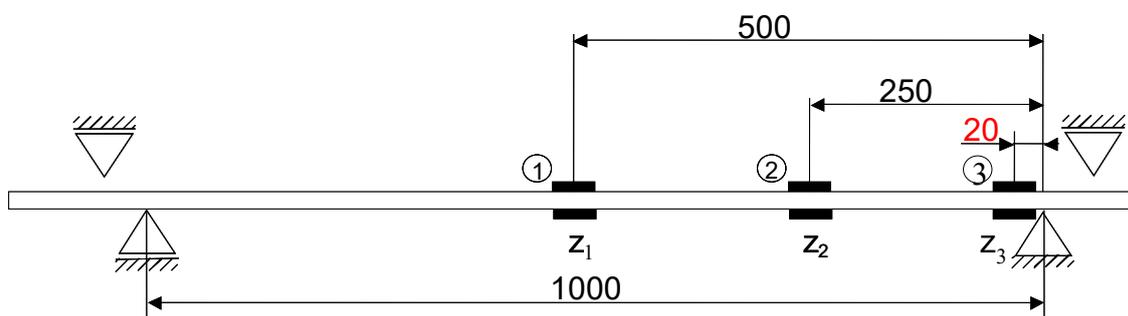


Bild 9: Abmessungen der Demonstrationsanordnung (Testschiene) die mit einer punktförmig wirkenden Kraft bei z_1 belastet wird

5 Vorbereitungsaufgaben

- 1 Definieren Sie die Begriffe Belastung, Beanspruchung und Festigkeit.
- 2 Wodurch können mechanische Beanspruchungen von Stromschienenanordnungen in einer Schaltanlage entstehen?
- 3 Welche Möglichkeiten gibt es, einzelne (oder mehrere) parallele Stromschienen anzuordnen?
- 4 Wovon hängen die Kräfte ab, die auf zwei unendlich lange stromdurchflossene parallele Leiter wirken? Bestimmen Sie Betrag und Richtung der Streckenlast (q_{\max}) bei einem dauerhaften Stromfluss über beide Leiter in entgegengesetzter Richtung (ähnlich einem zweipoligen Kurzschluss, $I_K = 1000 \text{ A}$ (Effektivwert, sinusförmig) bei den im Experiment verwendeten Stromschienen (generatorfern, $\kappa=1,1$)!
- 5 Wie unterscheidet sich der Verlauf der Streckenlast bei rein sinusförmigem Kurzschlussstrom ($\kappa = 1$) von dem bei verlagertem Kurzschlussstrom ($\kappa > 1$)?
- 6 Unter welchen Bedingungen können Sie die mechanische Beanspruchung mit der elastostatischen Methode ermitteln?
- 7 Welches Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der mechanischen Spannung und der Dehnung? Welche Art von Abhängigkeit besteht? Notieren Sie die Formel und die Bedeutung der Bestandteile. Unter welchen Bedingungen gilt dieses Gesetz?
- 8 Skizzieren Sie den Verlauf der Querkraft $F(x)$, des Biegemoments $M(x)$, und der Auslenkung $v(x)$ eines mit einer konstanten Streckenlast belasteten Balkens bei zwei Auflagerepunkten, einmal bei beidseitig loser Lagerung und einmal bei einem beidseitig fest eingespannten Balken! Welcher Balken hat vermutlich eine höhere Bruchfestigkeit gegen die gleiche Flächenlast? Welcher Balken wird vermutlich an welcher Stelle zuerst brechen oder dauerhaft verformt werden? Begründen Sie beides!
- 9 Notieren Sie die Berechnungsgleichungen zur Berechnung der Momentenverteilung $M(x)$ und die der Biegelinie $v(x)$ eines mit konstanter Streckenlast belasteten, beidseitig fest eingespannten Balkens. Wie groß ist das größte Biegemoment (Formel)?
- 10 Beschreiben Sie kurz, wie die Messung der Verformung mittels einer Messbrücke aus Dehnmessstreifen funktioniert.

Zusatzaufgabe:

- 11 Notieren Sie die Gleichungen zur Berechnung der Momentenverteilung $M(x)$ und der Biegelinie $v(x)$ eines einseitig fest eingespannten Balkens (z.B. eines Stützers), welcher am freien Ende mit einer punktförmigen Kraft belastet wird (Bild 1). Skizzieren Sie den Verlauf von $F(x)$, $M(x)$, $v(x)$. An welcher Stelle tritt das größte Biegemoment auf?

6 Literatur

- [1] DIN VDE 0103 – Kurzschlussströme – Berechnung der Wirkung,
Teil 1: 2012-09, Teil 2: 2017-03
- [2] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K.A., G. Musiol, H.Mühlig:
Taschenbuch der Mathematik (Zentralbibliothek der HTW DD)
9., korr. Auflage, 2013; Haan-Gruiten Europa-Lehrmittel Verlag
- [3] Duschek, A.:
Stromkräfte zwischen parallelen Leitern von rechteckigem Querschnitt
Archiv Elektrotechnik, 37 (1943) 6, S. 293 – 301 (Volltext über Bibl. der HTW DD)
- [4] Pundt, H.: Elektroenergiesysteme Lehrbrief 6
4. Ausgabe, 2. Auflage, 1990 (Zentralbibliothek der HTW)
und Wissenspeicher Elektroenergiesysteme, 1992
Zentralstelle für das Hochschulfernstudium Dresden
- [5] Fronius, S.: Taschenbuch Maschinenbau 2 – Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung,
Mechanik und Festigkeitslehre, Strömungstechnik, Technische Thermodynamik
1.Auflage, 1985, Verlag Technik, Berlin; (Zentralbibliothek der HTW DD)
- [6] Böhme, H.: Beanspruchung elektrotechnischer Betriebsmittel in Elektroenergiean-
lagen 2, Mechanische Beanspruchung und Festigkeit von Stromleiteranordnungen
Lehrbrief 2, (Zentralbibliothek der HTW DD)
1. Ausgabe, 1982, Zentralstelle für das Hochschulfernstudium Dresden
- [7] Böhme, H.: Mittelspannungstechnik Schaltanlagen berechnen und entwerfen
2., stark bearb. Auflage, 2005 (Zentralbibliothek der HTW DD)
Huss Medien, Verlag Technik, Berlin
- [8] Gremmel, H.:
Schaltanlagen Handbuch, 11. Auflage, 2008 (Zentralbibliothek der HTW DD)
Schaltanlagen, (Ausschnitte online über HTW Intranet)
8. Auflage, ABB, Verlag Cornelsen Scriptor Berlin
- [9] Oeding, H.; Oswald, B.R.:
Elektrische Kraftwerke und Netze (Volltext online über Bibl. der HTW DD)
Kapitel 15: Kurzschlussströme und Kurzschlussbeanspruchungen
8. Auflage, 2016, Springer Verlag Berlin Heidelberg
- [10] Balke, H.:
Einführung in die technische Mechanik,
Bände Statik, Festigkeitslehre, Kinetik (Volltext online über Bibl. der HTW)
3. Auflage, 2010, Springer Verlag, Berlin u.a.

weiterführende Literatur:

- [11] DIN EN 13600, 13601, 13605 – Kupfer und Kupferlegierungen
Nahtlose Rohre, Stangen, Profile ... für die Anwendung in der Elektrotechnik
Ausgabe 2013-09, (Ersatz für die Norm DIN 40500 Teil 2 und 3)

- [12] DIN 40 501 -2– Aluminium für die Elektrotechnik
Teil 2 – Rohre, Stangen und Profile, Technische Lieferbedingungen,
Ausgabe 2005-3, (ersetzt DIN 40501-2 und 40501-3 von 1985)
- [13] DIN 43 670 – Stromschienen aus Aluminium; Bemessung für Dauerstrom
Ausgabe 1975-12
- [14] DIN 43 671 – Stromschienen aus Kupfer; Bemessung für Dauerstrom
Ausgabe 1975-12
- [15] Holzweißig, F.:
Einführung in die Berechnung mechanischer Schwingungen (Serie)
Einführung in die Messung mechanischer Schwingungen
1963, Hochschulschrift TU Dresden (Zentralbibliothek der HTW DD)
- [16] Göldner, H.; Holzweißig, F.:
Leitfaden der Technischen Mechanik: Statik, Festigkeitslehre, Kinematik, Dynamik
9. Auflage, 1986, Fachbuchverlag Leipzig
- [17] Crastan, V.: Elektrische Energieversorgung 1, Netzelemente, ... , Bemessung, ...
Kapitel 12: Kurzschlussbeanspruchung (Volltext online über Bibl. der HTW DD)
3. Auflage, 2012, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
- [18] Warttmann, B.:
Beitrag zum dynamischen Verhalten von Stützern in Schaltanlagen bis 36 kV bei
Kurzschlussbelastung
Dissertation, 1981, TU Dresden
- [19] Stauch, G.:
Zur mechanisch dynamischen Beanspruchung kompakter Schaltanlagen bei Kurz-
schlussbelastung
Dissertation, 1985, TU Dresden
- [20] Keller, W.; Schumann, P.:
Die Ermittlung der mechanischen Kurzschlussbeanspruchungen von Leiterschienen-
anordnungen in Schaltanlagen
Dissertation, 1974, TU Dresden

7 Versuchsaufgaben

1 Demonstrationsanordnung mit Punktbelastung

- 1.1** Bestimmen Sie experimentell die Randdehnung der Testschiene an den Stellen
 $z_1 = 0,5 \text{ l}$; $z_2 = 0,25 \text{ l}$; $z_3 = 0,02 \text{ l}$, wenn bei z_1 eine punktförmige Kraft angreift (Bild
9)! Der Abstand der Auflagerpunkte beträgt $l = 1000 \text{ mm}$. Der Leiter kann entweder fest
eingespannt oder lose gelagert werden.
- a)** Ermitteln Sie das Gewicht der Last und daraus die angreifende Kraft.
b) Kalibrieren Sie die Messanordnung unmittelbar vor jedem Versuch.

- c) Hängen Sie das Gewicht an die Schiene. Starten Sie die Messung. Messen Sie den Verlauf der mechanischen Schwingungen bei plötzlicher Entlastung der Schiene. Bearbeiten Sie die Messdiagramme so, dass der maßgebliche Bereich der Entlastung deutlich sichtbar ist. Speichern Sie die Messwerte und Messdiagramme in einer Excel-Datei.
- d) Wiederholen Sie das bei der jeweils anderen Einspannart.
- e) Übernehmen Sie die grafischen Darstellungen später in ihr Protokoll.
- 1.2** Ermitteln Sie aus den Messwerten der DMS (in mV/V) die maximalen Randdehnungen (in mm/m) bei
- a) loser und b) fester Einspannung an jedem der drei Messpunkte.
- 1.3** Stellen Sie alle Randdehnungen in Abhängigkeit vom Messort grafisch dar und erweitern Sie die Ansicht auf die andere Hälfte der Testschiene!
- a) für lose und b) für feste Einspannung
- 1.4** Untersuchen Sie die Unterschiede zwischen beiden Einspannarten.
- a) Nennen Sie Merkmale, nach denen mit Hilfe der festgestellten Randdehnungen an den 3 Messpunkten die Einspannart beurteilt werden kann!
- b) Welche der beiden Anordnungen hält eine größere Belastung aus?
- 1.5** Bestimmen Sie grafisch (aus dem Ausschwingverhalten) die maßgebliche Kennfrequenz f_{cDa} a) bei loser Lagerung und b) fester Einspannung an der Testschiene!
- c) Bestimmen Sie die Kennfrequenzen der Schiene bei beiden Lagerungen rechnerisch
- d) Vergleichen Sie die Ergebnisse.
- 2 Kurzschlussstromanordnung – Belastung der Stromschiene mit Streckenlast**
- 2.1** Bestimmen Sie experimentell die Randdehnung eines Leiters sowie eines Stützers an den je 3 Messstellen, wenn diese infolge eines Kurzschlussstromes einer Belastung ausgesetzt sind (Bild 8).
- a) Schließen Sie dazu die DMS und die Strommesseinrichtung an den Transientenrecorder und den PC an. Kalibrieren Sie die Messanordnung vor jeder Messung. Beobachten Sie die Stromschiene während des Kurzschlusses, um deren maximale Auslenkung abzuschätzen.
- b) Starten Sie die Messung. Schalten Sie den Kurzschluss ein und sofort (nach 1 s) wieder aus. Stoppen Sie die Messung.
- 2.2** Bearbeiten Sie die Messdiagramme. a) Speichern Sie in Excel die Messwerte und die Grafik einmal für die gesamte Messung ab. b) Zoomen Sie dann für den Strom die ersten 20 Schwingungen des Kurzschlusses und speichern die Grafik. c) Zoomen Sie für die DMS am Leiter je 6 Pulse vor und 6 nach dem Abschalten, speichern. d) desgleichen für den Stützer. e) Fügen Sie später die Messdiagramme in Ihr Protokoll ein.
- 2.3** Ermitteln Sie die Kennfrequenz f_{cKa} a) grafisch aus dem Ausschwingverhalten der Messkurven nach dem Kurzschluss am Leiter. b) Ermitteln Sie die Kennfrequenz rechnerisch. c) Vergleichen Sie beide Ergebnisse mit denen aus 1.5 (feste Einspannung)! Unter welchen Bedingungen vergrößert / verkleinert sich die Kennfrequenz stark oder weniger stark?
- c) Kann der Leiter der Belastung unverzögert folgen? Begründen Sie!
- d) Ermitteln Sie grafisch die Kennfrequenz am Stützer f_{cSt} !
- e) Vergleichen Sie diese mit der Kennfrequenz am Leiter!

- 2.4** Ermitteln Sie aus den Messwerten bzw. aus den Messkurven **a**) die statische und **b**) die dynamische Randdehnung ε jedes Messpunktes an der Schiene (während des Kurzschlusses). Beachten Sie dabei die Richtung der Dehnung!
c) Berechnen Sie daraus die Werte der Biegemomente M .
d) Stellen Sie $M(x)$ (statisch sowie dynamisch) für den Leiter grafisch über die gesamte Schienenlänge dar.
e) Vergleichen Sie die Kennlinien mit den idealisierten aus der Vorbereitungsaufg. 7. Bei größeren Unterschieden suchen sie die Ursachen und begründen Sie diese ggf..
- 2.5** Berechnen Sie mit dem im Versuch gemessenen Kurzschlussstrom **a**) die Belastungsgröße statische Streckenlast (q_{stat}). **b**) Berechnen Sie daraus die entsprechenden Beanspruchungen ε und M am Leiter.
c) Vergleichen Sie die Werte mit denen von 2.4. Worauf sind die Abweichungen möglicherweise zurückzuführen?
- 2.6** Berechnen Sie die zulässige Materialspannung für den Leiter (Seite 10/11) aus den gemessenen Werten. Ist der betrachtete Leiter kurzschlussfest?
- 2.7** Berechnen Sie mit Hilfe des gemessenen Kurzschlussstromes **a**) die Biegelinie $v(x)$ des Leiters für statische Beanspruchung und stellen Sie diese grafisch dar. **b**) Wie groß ist die maximale Durchbiegung, und an welcher Stelle tritt sie auf?

Hinweis 1: bei allen Berechnungen ist der vollständige Rechenweg mit allen verwendeten Formeln und Konstanten, deren Wert und Herkunft sowie wichtige Zwischenergebnisse anzugeben! Verwenden Sie bitte ausschließlich Ihre eigenen Messwerte! Bei richtiger Auswertung der Messergebnisse und richtiger Berechnung sollte eine ungefähre Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Ergebnissen erkennbar sein!

Hinweis 2:

$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs (Am)}^{-1}$	$\rho_{\text{AlMgSi0,5}} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
$E_{\text{St}} = 5000 \text{ N/mm}^2$	$m_{\text{St}} = 1,114 \text{ kg}$
$C_{\text{Ub}} = 1,769 \cdot 10^4 \text{ Nm}$	$h_{\text{Sp}} = 170 \text{ mm}, h_{\text{St}} = 170 \text{ mm}$

Zusatzaufgabe:

- 2.8** Als maximal zulässige Biegekraft für den Stützer wird vom Hersteller $F_{\text{St zul}} = 3,75 \text{ kN}$ angegeben. Ist der Stützer und damit die gesamte Anordnung kurzschlussfest?

Der Stützer besteht aus Hartpapier und kann als Zylinder betrachtet werden. (Berücksichtigung der Geometrie des Stützers!).

Mittleres geometrisches Widerstandsmoment des Stützers (Zylinder):

$$D_1 = 60 \text{ mm}, D_2 = 35 \text{ mm (Bild 8)}$$

$$W_{\text{St}} = \frac{40 W_1 + 110 W_2}{150}$$

8 Formelzeichen und Indizes

A	Fläche	α	Winkel
B; \mathbf{B}	magnetische Induktion; Vektor	Δ	Differenz
E	Elastizitätsmodul	ε	Dehnung, Randdehnung
F; \mathbf{F}	Kraft; Vektor	φ	Korrekturfaktor
H; \mathbf{H}	magnetische Feldstärke; Vektor	κ	Stoßfaktor
i	Wechselstrom	λ_n	Eigenwerte
$I_{xx}; I_{yy}$	Flächenträgheitsmoment	μ_0	magnetische Feldkonstante
I_K “	Anfangskurzschlusswechselstrom	μ_r	relative Permeabilität
L	Leiter	ρ	Dichte
M	Moment, Biegemoment	$\rho_{20^\circ\text{C}}$	spezifischer elektrischer Widerstand
R	elektrischer Widerstand	σ	mechanische Spannung
R_m	Zugfestigkeit	$\sigma_{0,2}$	0,2 %-Grenze, Streckgrenze
$R_{p0,2}$	0,2 %-Grenze, Streckgrenze	ω	Kreisfrequenz
V_σ	Faktor nach DIN VDE 0103	ψ	Korrekturfaktor
V_F	Faktor nach DIN VDE 0103 (Resonanzüberhöhungsfaktor)		
W	Widerstandsmoment		
a	Leitermittenabstand		<u>Indizes</u>
a_m	wirksamer Leitermittenabstand	Da	Demonstrationsleiteranordnung
c_{Ub}	Drehfederkonstante	dyn	dynamisch
d	Schienenenddicke	k2	Kurzschluss, zweipolig
f_c	Kennfrequenz	k3	Kurzschluss, dreipolig
b	Schienenhöhe	Ka	Kurzschlussleiteranordnung
i_p	Stosskurzschlussstrom	zul	zulässig
i_x, i_y	Trägheitshalbmesser	max	maximal
l	Länge		
q	Streckenlast	n	Laufindex
q	Plastizitätsfaktor	Sp	Stützpunkt
r	Radius, Abstand	sta	statisch
s	Weg	St	Stützer
t	Zeit	Sys	System
v	Auslenkung		
x, y, z	Koordinaten		

9 Anhang

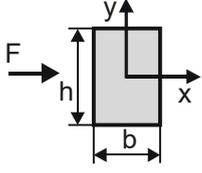
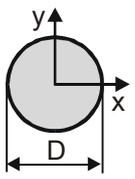
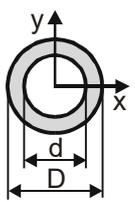
Querschnitt	Flächenträgheitsmoment	Widerstandsmoment
<p>Rechteck</p> 	$I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{yy} = \frac{b^3h}{12}$	$W_{xx} = \frac{bh^2}{6}$ $W_{yy} = \frac{b^2h}{6}$
<p>Kreis</p> 	$I_{xx} = \frac{\pi}{64} D^4$ $I_{yy} = I_x$	$W_{xx} = \frac{\pi}{32} D^3$ $W_{yy} = W_x$
<p>Kreisring</p> 	$I_{xx} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $I_{yy} = I_{xx}$	$W_{xx} = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$ $W_{yy} = W_{xx}$

Tabelle 2: Flächenträgheits- und Widerstandsmomente ausgewählter Querschnitte [5]

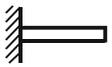
Auflager	Randbedingungen	Auflager	Randbedingungen
<p>Einspannung</p> 	$v = 0$ $v' = 0$	<p>Gelenk</p> 	$v_1 = v_2$
<p>festes Lager</p> 	$v = 0$	<p>stetiger Übergang</p> 	$v_1 = v_2$ $-v'_1 = v'_2$
<p>loses Lager</p> 	$v = 0$	<p>Winklung</p> <p>bei nicht ineinander drehbaren Koordinatensystemen</p> 	$-v'_1 = v'_2$

Tabelle 3: Randbedingungen verschiedener Auflager

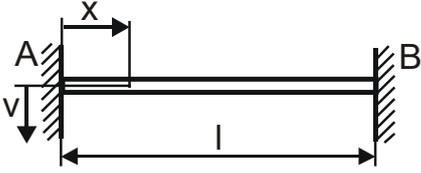
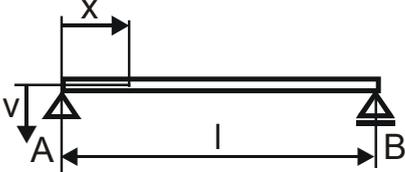
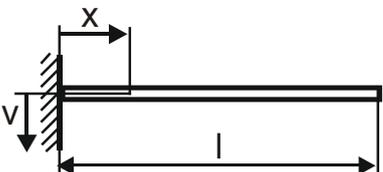
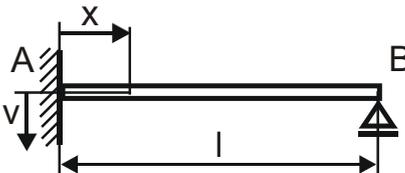
Auflagerung	Eigenwerte	
	n	λ_n
	1	4,730
	2	7,853
	3	10,996
	4	14,137
	1	π
	2	2π
	3	3π
	4	4π
	1	1,875
	2	4,694
	3	7,855
	4	10,996
	1	3,926
	2	7,069
	3	10,210
	4	13,351
Eigenfrequenzen: $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$ $\omega_n = \frac{\lambda_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$		A - Querschnittsfläche ρ - Materialdichte EI - Biegesteifigkeit n - Nummer des Eigenwertes λ_n - n-ter Eigenwert

Tabelle 4: Eigen- bzw. Kennfrequenzen dünner prismatischer Stäbe bei Biegeschwingungen [1] [5]

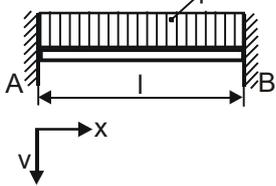
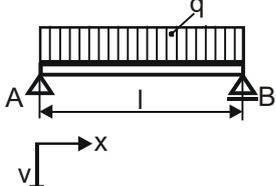
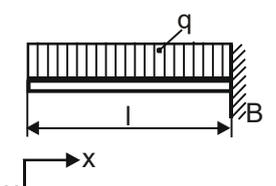
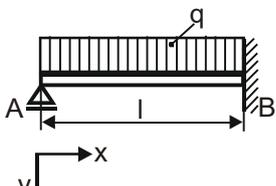
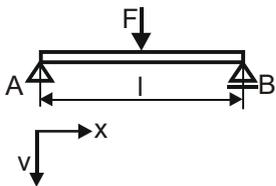
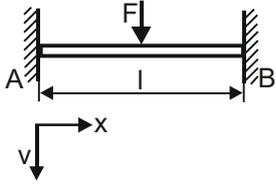
Auflagerung	Schnittgrößen	Gleichung der Biegelinie	Spezielle Verformungen
	$F_A = F_B = \frac{ql}{2}$ $M_b = \frac{ql^2}{12} \left[1 - 6\frac{x}{l} + 6\left(\frac{x}{l}\right)^2 \right]$ $M_A = M_B = \frac{ql^2}{12}$ $M_{b \max} = \frac{ql^2}{12}$	$v = \frac{ql^4}{24 EI} \left[\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$ $v' = \frac{ql^3}{12 EI} \left[\frac{x}{l} - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$v_{\max} = \frac{ql^4}{384 EI}$
	$F_A = F_B = \frac{ql}{2}$ $M_b = \frac{ql}{2} x \left[1 - \frac{x}{l} \right]$ $M_{b \max} = \frac{ql^2}{8}$	$v = \frac{ql^4}{24 EI} \left[\frac{x}{l} - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$ $v' = \frac{ql^3}{24 EI} \left[1 - 6\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$v_{\max} = \frac{5ql^4}{384 EI}$ $v'_A = -v'_B = \frac{ql^3}{24 EI}$
	$F_Q = qx \quad F_B = ql$ $M_a = \frac{ql^2}{2} \quad M_b = \frac{qx^2}{2}$ $M_{b \max} = \frac{ql^2}{2}$	$v = \frac{ql^4}{24 EI} \left[3 - 4\left(\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$ $v' = \frac{ql^3}{6 EI} \left[\left(\frac{x}{l}\right)^3 - 1 \right]$	$v_0 = v_{\max} = \frac{ql^4}{8 EI}$ $\varphi_0 = v'_0 l = -\frac{ql^3}{6 EI}$
	$F_A = \frac{3ql}{8} \quad F_B = \frac{5ql}{8}$ $M_b = \frac{ql^2}{8} \left[3\frac{x}{l} - 4\left(\frac{x}{l}\right)^2 \right]$ $M_{b \max} = \frac{ql^2}{8} = M_B$	$v = \frac{ql^4}{48 EI} \left[\frac{x}{l} - 3\left(\frac{x}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$ $v' = \frac{ql^3}{48 EI} \left[1 - 9\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 8\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$v_{\max} \approx \frac{ql^4}{184,6 EI}$ <p>bei $x \approx 0,422 l$</p> $v\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{ql^4}{48 EI}$ $v'_A = \frac{ql^3}{48 EI}$
	<p>Angriffspunkt der Kraft F bei $\frac{1}{2}$</p> $M_{b \max} = \frac{Fl}{4}$	$v_1 = \frac{Fl^3}{48 EI} \left[3\left(\frac{x_1}{l}\right) - 4\left(\frac{x_1}{l}\right)^3 \right]$ $0 \leq x_1 \leq \frac{1}{2}$	$v_{\max} = v_F = \frac{Fl^3}{48 EI}$ $v'_A = \frac{Fl^2}{16 EI}$
	<p>Angriffspunkt der Kraft F bei $\frac{1}{2}$</p> $F_A = F_B = \frac{F}{2}$ $M_A = \frac{Fl}{8}$ $M_F = \frac{Fl}{8}$	$v = \frac{F}{24 EI} \left[\frac{3x^2 l}{2} - 2x^3 \right]$ $v' = \frac{F}{24 EI} [3xl - 6x^2]$ $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$	$v_F = \frac{Fl^3}{192 EI}$

Tabelle 5: Auflagerkräfte, Biegemomente und Verformungen an ausgewählten geraden Trägern konstanter Biegesteifigkeit EI [5] für elastostatische Verformungen

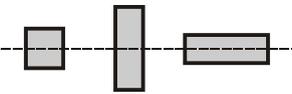
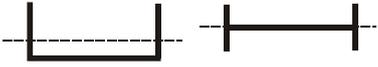
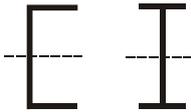
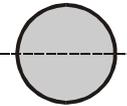
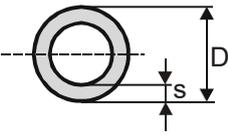
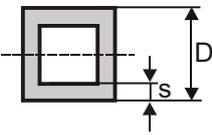
Leiterprofil	Faktor q
	$q = 1,5$
	$q = 1,83$
	$q = 1,19$
	$q = 1,7$
	$q = 1,7 \frac{1 - \left(1 - \frac{2s}{D}\right)^3}{1 - \left(1 - \frac{2s}{D}\right)^4}$
	$q = 1,5 \frac{1 - \left(1 - \frac{2s}{D}\right)^3}{1 - \left(1 - \frac{2s}{D}\right)^4}$
q gilt für die gestrichelt gezeichnete Biegeachse, auf der die Kräfte senkrecht stehen	

Tabelle 6: Plastizitätsfaktor q [1]

Werkstoff-								Mechanische Eigenschaften				Elektrische Eigenschaften		Wärmeausdehnungskoeffizient	
Kurzzeichen	Nummer	Rohre		Rund, Vierkant, Sechskant	Rechteck		Profile	Zugfestigkeit	Streckgrenze	Brinellhärte	Elastizitätsmodul	Spezifischer Widerstand bei 20 °C	Leitfähigkeit bei 20 °C		
		Außendurchmesser	Wanddicke	Durchmesser oder Schlüsselweite	Dicke	Breite	Dicke	R _m	σ _{0,2} (R _{p0,2})	HB	E	ρ	κ		
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	N/mm ²	N/mm ²		(Richtwert) N/mm ²	$\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$	$\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$		
												max.	min.	K ⁻¹	
<i>E-Al</i>	F7	3.0257.08	--	--	max. 63	max. 50	max. 200	max. 15	min. 65 (bis 100)	mind. 25 (bis 80)	20 bis 30	6,5·10 ⁴	0,02825	35,4	24·10 ⁻⁶
		bis 250	bis 12	--	--	--	--	min. 60 (bis 100)	min. 20 (bis 80)						
			über 12	--	--	--	--								
	über 250	über 4	--	--	--	--									
	F8	3.0257.09	--	--	--	über 5	über 120	über 5	min. 80	min. 50 (bis 100)	22 bis 32		0,02841	35,2	
F10	3.0257.26	bis 120	bis 6	max. 20	max. 10	max. 80	--	min. 100 (bis 140)	min. 70 (bis 120)	28 bis 38		0,02874	34,8		
F13	3.0257.30	--	--	max. 10	max. 3	max. 12	--	min. 130	min. 110 (bis 160)	min. 32		0,02898	34,5		
E-AlMg Si0,5	F17	3.3207.79	--	--	--	max. 12	max. 180	max. 15	170 bis 220	min. 120 (bis 180)	45 bis 65	7·10 ⁴	0,03125	32	23·10 ⁻⁶
	F22	3.3207.71	bis 250	bis 12	--	max. 12	max. 180	max. 12	min. 215 (bis 280)	min. 160 (bis 240)	65 bis 90				
			über 12												
über 250															

Tabelle 7: Ausgewählte mechanische und elektrische Eigenschaften von Aluminiumwerkstoffen in der Elektrotechnik nach [12]

Kurzzeichen	Werkstoffnummer	Festigkeitszustand ¹⁾		Abmessungen entsprechend den Maßnormen					Profile	Festigkeitseigenschaften				Elektr. Eigenschaften		
		Kurzzeichen	Anhängenzahl zur Werkstoffnummer	Rohre		Stangen				Stegdick	Zugfestigkeit	Streckgrenze	Brinellhärte	Elastizitätsmodul	Spezif. Widerstand bei 20 °C	Leitfähigkeit bei 20 °C
				Außendurchmesser	Wanddicke	Rund, Vierkant, Sechskant Durchmesser oder Schlüsselweite	Dicke	Breite								
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	(Richtwert)	$\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$	$\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$			
E-Cu 57	2.0060	p	.08	--	--	alle			--	ohne vorgeschriebene Festigkeitswerte (Vormaterial für Gesenkschmiedestücke)				0,01818	55	
E-Cu 57 SE-Cu	2.0060 2.0070	F20	.10	jeder	jede	10 bis 100	2 bis 40	10 bis 100	2 bis 20	200 bis 250	max. 120	45 bis 70	11·10 ⁴	0,01754	57	
							4 bis 30	über 100 bis 200								
CuAg 0,1 CuAg 0,1 P	2.1203 2.1191	w	.19	--	--	alle			--	ohne vorgeschriebene Festigkeitswerte (Vormaterial für Ziehereien)				0,01754	57	
E-Cu 57 SE-Cu	2.0060 2.0070	zh	.20	--	--	alle			--	ohne vorgeschriebene Festigkeitswerte				0,01818	55	
E-Cu 57 SE-Cu CuAg 0,1 CuAg 0,1 P	2.0060 2.0070 2.1203 2.1191	F25	.26	jeder	bis 10	--	--	--	--	250 bis 300	min. 190 (bis 290)	70 bis 95	11·10 ⁴	0,01786	56	
				--	--	6 bis 70	2 bis 30	10 bis 100	2 bis 14							min. 200 (bis 280)
		F30	.30	bis 160	bis 5	4 bis 40	2 bis 12	10 bis 100		2 bis 8	300 bis 360	min. 250 (bis 350)		80 bis 105		
							5 bis 10	über 100 bis 200								
		F37	.32	bis 50	bis 3	2 bis 10	2 bis 3	10 bis 100	--	min. 360	min. 320 (bis 390)	95 bis 115				
							über 3 bis 6	10 bis 50								

¹⁾ Diese Kurzzeichen oder Anhängenzahlen können dem Kurzzeichen oder der Werkstoffnummer jeder angegebenen Kupferlegierung zugeordnet werden, z. B.: E-Cu 57 F37 oder 2.0060.32

Tabelle 8: Ausgewählte mechanische und elektrische Eigenschaften von Kupferwerkstoffen in der Elektrotechnik nach [11]

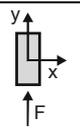
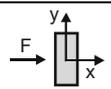
Breite x Dicke mm	Quer- schnitt mm ²	Werkstoff		Statische Werte für eine Schiene					
									
				I_{xx} cm ⁴	W_{xx} cm ³	i_x cm	I_{yy} cm ⁴	W_{yy} cm ³	i_y cm
12 x 2	23,5	E-Al F13	E-Cu F30	0,0288	0,048	0,346	0,0008	0,008	0,0577
15 x 2	29,5			0,0563	0,0750	0,433	0,00100	0,0100	0,0577
15 x 3	44,5	0,0844		0,113		0,00338	0,0225	0,0866	
20 x 2	39,5	E-Al F10		0,133	0,133	0,577	0,00133	0,0133	0,0577
20 x 3	59,5			0,200	0,200		0,00450	0,0300	0,0866
20 x 5	99,1			0,333	0,333		0,02080	0,0833	0,144
20 x 10	199,0			0,667	0,667		0,16700	0,333	0,289
25 x 3	74,5			0,391	0,313		0,722	0,00563	0,0375
25 x 5	124,0	0,651		0,521		0,02600	0,104	0,144	
30 x 3	89,5	E-Al F10		0,675	0,450	0,866	0,00675	0,045	0,0866
30 x 5	149,0			1,13	0,750		0,03130	0,125	0,144
30 x 10	299,0			2,25	1,500		0,25000	0,500	0,289
40 x 3	119,0	E-Al F10		1,60	0,800	1,15	0,0090	0,0600	0,0866
40 x 5	199,0			2,67	1,33		0,0417	0,167	0,144
40 x 10	399,0			5,33	2,67		0,3330	0,667	0,289
50 x 5	249,0	E-Al F10		5,21	2,08	1,44	0,0521	0,208	0,144
50 x 10	499,0			10,40	4,17		0,4170	0,833	0,289
60 x 5	299,0	E-Al F10		9,00	3,00	1,73	0,0625	0,250	0,144
60 x 10	599,0			18,00	6,00		0,5000	1,00	0,289
80 x 5	399,0	E-Al F10		21,30	5,33	2,31	0,0833	0,333	0,144
80 x 10	799,0		42,70	10,70	0,6670		1,33	0,289	
100 x 5	499,0	E-Al F6,5	41,70	8,33	2,89	0,104	0,417	0,144	
100 x 10	999,0		83,30	16,70		0,833	1,67	0,289	
100 x 15	1500,0		125,00	25,00		1,81	3,75	0,433	
120 x 10	1200,0		144,00	24,00		3,46	1,00	2,00	0,289
120 x 15	1800,0	216,00	36,00		3,38	4,50	0,433		
160 x 10	1600,0	E-Al F6,5	341,00	42,70	4,62	1,33	2,67	0,289	
160 x 15	2400,0		512,00	64,00		4,50	6,00	0,433	
200 x 10	2000,0	E-Al F6,5	667,00	66,70	5,77	1,67	3,33	0,289	
200 x 15	3000,0		1000,00	100,00		5,63	7,50	0,433	

Tabelle 9: Statische Werte für Stromschiene aus E-Al oder E-Cu mit Rechteck-Querschnitt (nach DIN 43 670 bzw. DIN 43 671) [13] [14]

Durch- messer mm	Quer- schnitt mm ²	Werkstoff		Statische Werte einer Schiene		
				I cm ⁴	W cm ³	i cm
5	19,6	E-Al F11	E-Cu F37	0,00306	0,0123	0,125
8	50,3			0,0201	0,0503	0,200
10	78,5			0,0491	0,0982	0,250
16	201	E-Al F9	E-Cu F30	0,322	0,402	0,400
20	314			0,785	0,785	0,500
32	804	E-Al F6,5		5,15	3,22	0,800
50	1960			30,7	12,3	1,25

Tabelle 10:

Statische Werte für Stromschiene aus E-Al oder E-Cu mit Kreis-Querschnitt (nach DIN 43 670 bzw. DIN 43 671) [13] [14]

Außen- durch- messer mm	Wanddicke mm	Querschnitt mm ²	Werkstoff		Statische Werte einer Schiene		
					I cm ⁴	W cm ³	i cm
20	2	113	E-Al F10	E-Cu F37	0,464	0,464	0,640
	3	160			0,597	0,597	0,610
	4	201			0,684	0,684	0,583
	5	236		E-Cu F30	0,736	0,736	0,559
	6	264			0,765	0,765	0,539
32	2	188		E-Cu F37	2,13	1,33	1,06
	3	273			2,90	1,82	1,03
	4	352			3,52	2,20	1,00
	5	424		E-Cu F30	4,00	2,50	0,97
	6	490			4,36	2,73	0,94
40	2	239		E-Cu F37	4,32	2,16	1,35
	3	349			6,01	3,00	1,31
	4	452			7,42	3,71	1,28
	5	550		E-Cu F30	8,59	4,30	1,25
	6	641			9,55	7,78	1,22
50	3	443	E-Cu F37	12,3	4,91	1,67	
	4	578		15,4	6,16	1,63	
	5	707		18,1	7,25	1,60	
	6	829	E-Cu F30	20,4	8,18	1,57	
	8	1060		24,1	9,65	1,51	
10	1260	E-Al F7	26,7	10,70	1,46		
63	3	565	E-Al F10	E-Cu F30	25,5	8,10	2,12
	4	741			32,4	10,3	2,09
	5	911			38,6	12,3	2,06
	6	1070	E-Al F7	44,1	14,0	2,03	
	8	1380		53,4	16,9	1,97	
80	3	726	E-Al F10	E-Cu F30	53,9	13,5	2,72
	4	955			69,1	17,3	2,69
	5	1180			83,2	20,8	2,66
	6	1400	E-Al F7	96,1	24,0	2,62	
	8	1810		119	29,7	2,56	
10	2200	137	34,4	2,50			
100	3	914	E-Al F10	E-Cu F30	108	21,5	3,43
	4	1210			139	27,8	3,40
	5	1490			169	33,8	3,36
	6	1770	E-Al F7	196	39,3	3,33	
	8	2310		246	49,3	3,26	
120	4	1460	E-Al F10	E-Cu F30	245	40,9	4,10
	5	1810			299	49,9	4,07
	6	2150			350	58,3	4,04
	8	2820	E-Al F7	444	73,9	3,97	
	10	3460		527	87,8	3,91	
160	4	1960	E-Al F10	E-Cu F30	597	74,6	5,52
	5	2440			732	91,5	5,48
	6	2900			862	108	5,45
	8	3820	E-Al F7	1110	138	5,38	
	10	4710		1330	166	5,32	
200	5	3060	E-Al F10	E-Cu F25	1460	146	6,90
	6	3660			1720	172	6,86
	8	4830			2230	223	6,79
	10	5970	E-Al F7	2700	270	6,73	
	12	7090		3140	314	6,66	
250	5	3850	E-Al F10	E-Cu F25	2890	231	8,66
	6	4600			3420	274	8,63
	8	6080			4460	357	8,56
	10	7540	E-Al F7	5440	435	8,49	
	12	8970		6370	510	8,43	

Tabelle 11: Statische Werte für Stromschienen aus E-Al oder E-Cu mit Kreisring-Querschnitt
(nach DIN 43 670 bzw. DIN 43 671) [13] [14]

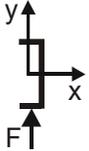
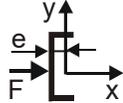
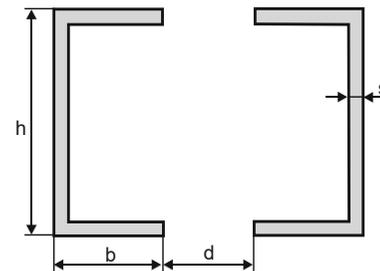
Maße				Querschnitt		Werkstoff	Statische Werte für eine Schiene							
h	b	s	d						I_x	W_x	i_x	e	I_y	W_y
mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ²			cm ⁴	cm ³	cm	mm	cm ⁴	cm ³	cm
60	30	4	25	448	896	E-Al F6,5		23,5	7,83	2,29	8,96	3,71	1,76	0,91
80	37,5	6	25	858	1720			77,5	19,4	3,01	11,3	10,7	4,08	1,12
100	37,5	8	25	1270	2540	E-Al F8		167	33,4	3,62	11,0	14,3	5,38	1,06
120	45	10	30	1900	3800			356	59,3	4,34	13,3	30,5	9,63	1,27
140	52,5	11	35	2450	4900			632	90,3	5,09	15,3	54,2	14,5	1,49
160	60	12	40	3070	6140			1040	130	5,82	17,3	89,2	20,9	1,71
180	67,5	13	45	3760	7520			1620	180	6,56	19,2	139	28,8	1,92
200	75	14	50	4510	9020			2410	241	7,31	21,2	207	38,4	2,14

Tabelle 12: Statische Werte für Stromschienen aus E-Al mit U-Querschnitt (nach DIN 43 670) [14]



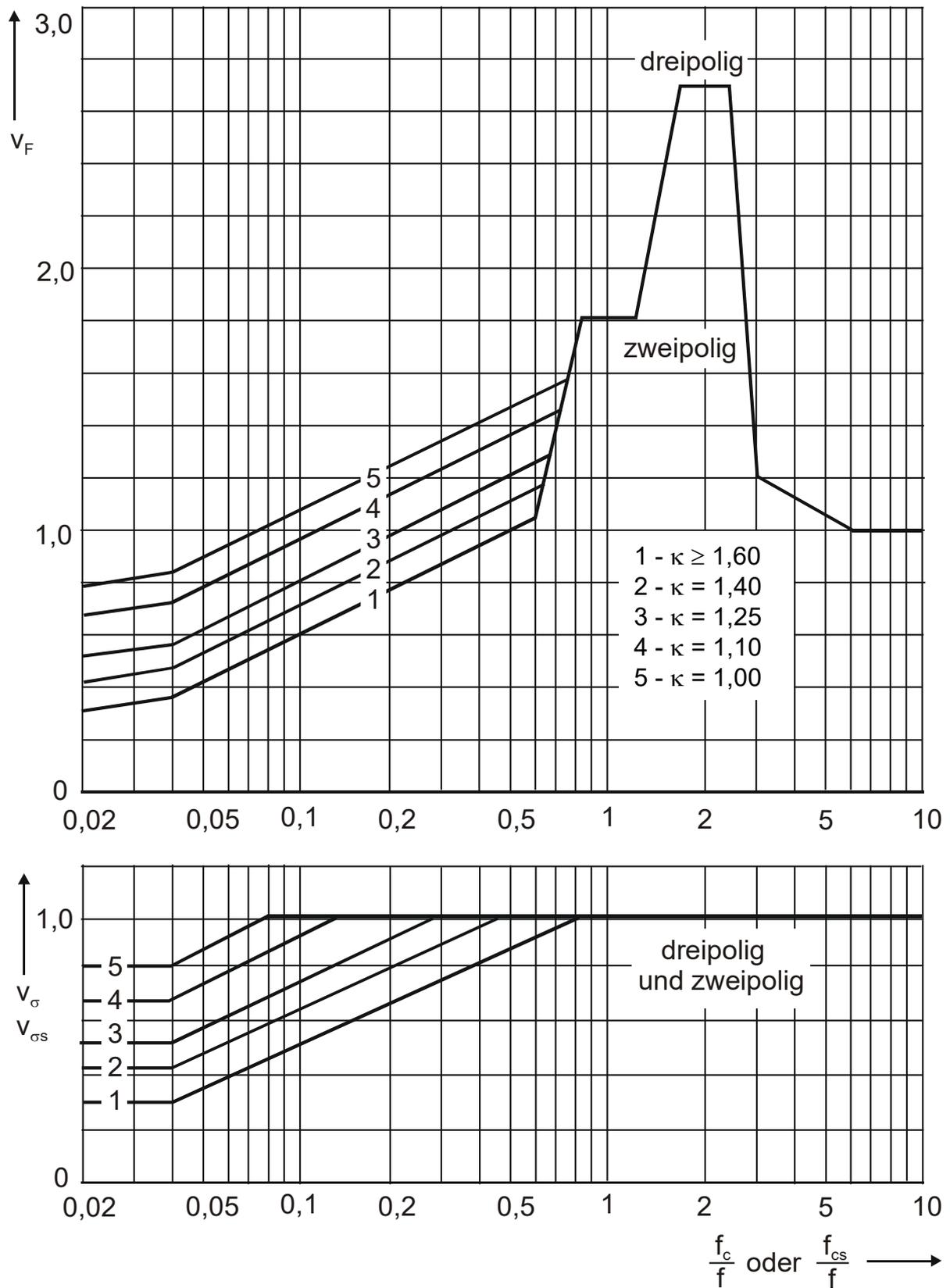


Bild 10: Faktoren V_F und V_σ , abhängig von der auf die Erregerfrequenz (50 Hz) bezogene maßgebliche Kennfrequenz [1] [19]

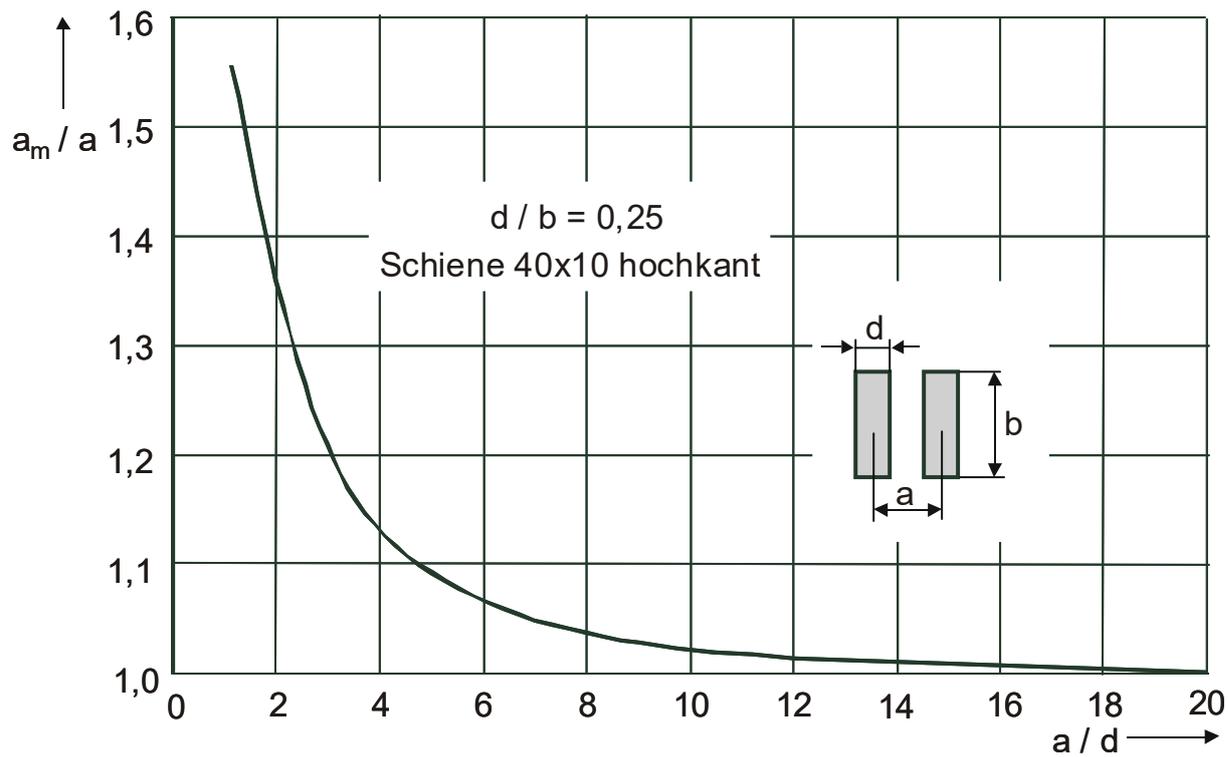


Bild 11: Feldverzerrungseffekt – a_m / a abhängig von a / d

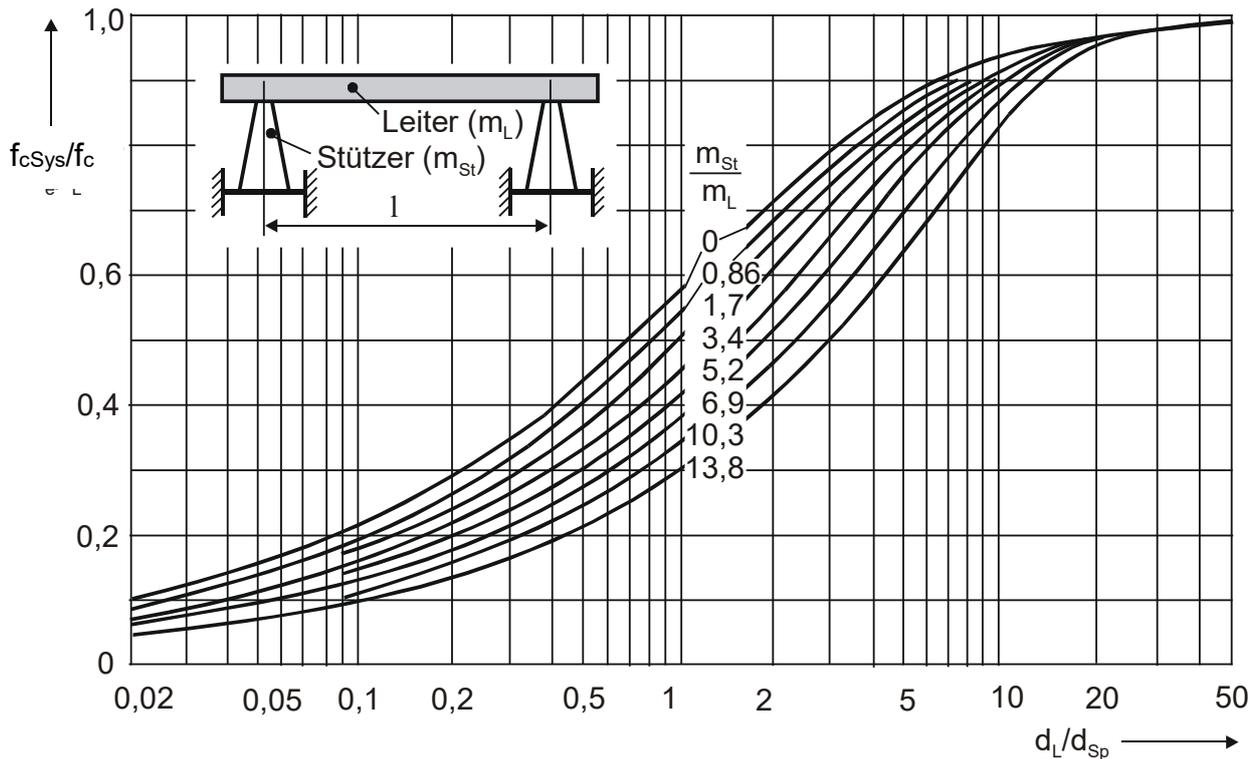


Bild 12: Verhältnis der Eigen- bzw. Kennfrequenz der Stromleitungsanordnung f_{cSys} (System) zur Kennfrequenz des Leiters f_c abhängig vom Verhältnis der Nachgiebigkeit des Leiters d_L zu der des Stützpunktes d_{Sp}

$$d_L = \frac{l_L^3}{192 (EI)_L} \quad d_{Sp} = \frac{h_{Sp}^3}{3 (EI)_{Sp}} + \frac{h_{Sp}^2}{c_{Ub}}$$

l_L - Stützpunktastand

h_{Sp} - Höhe des Stützpunktes

c_{Ub} -Drehfederkonstante des Unterbaus

Bemerkung: Die Nachgiebigkeit des Leiters d_L ist das Verhältnis der maximalen Verschiebung des Leiters zu der Kraft, die an gleicher Stelle in Richtung der Streckenlast wirkend dieses Verschieben hervorruft.