Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

3. Dezember 2014

Logik in der Informatik

Wintersemester 2014/2015

Übungsblatt 6

Abgabe: *bis 10. Dezember 2014, 9.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))*

Aufgabe 1: **(25 Punkte)**

Betrachten Sie die folgenden Substitutionen

$$
\begin{aligned}
S_1 &:= \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{f(a,\ X)},\ \mathtt{Y} \mapsto \mathtt{b},\ \mathtt{Z} \mapsto \mathtt{g(X,\ b,\ Z)} \,\} \\
S_2 &:= \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{f(a,\ X)},\ \mathtt{Y} \mapsto \mathtt{g(X,\ Y,\ f(Z,Z))},\ \mathtt{Z} \mapsto \mathtt{c} \,\} \\
T_1 &:= \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{f(a,\ b)},\ \mathtt{Z} \mapsto \mathtt{g(b,\ b,\ Y)} \,\} \\
T_2 &:= \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{X},\ \mathtt{Y} \mapsto \mathtt{g(U,\ V,\ W)} \,\}
\end{aligned}
$$

(a) Berechnen Sie die Verkettung $S := S_1 S_2$.

(b) Betrachten Sie die Paare von Substitutionen S_i und T_i für $i \in \{1, 2\}$. Ist eine Substitution allgemeiner als die andere? Falls dies der Fall ist so begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie eine Substitution S angeben, so dass $S_i S = T_i$ beziehungsweise $T_i S = S_i$.

Aufgabe 2: **(25 Punkte)**

(Für die Vorgeschichte sei auf die Blätter 2 und 5 verwiesen.) Wir erinnern uns: In der letzten Woche führte ein schnuckliger Zombie-Hamster Alice auf die Fährte des zombifizierten Wissenschaftlers John, der beim Ausbruch des Zombie-Virus als erster mit dem Virus infiziert wurde und deshalb auch als *Patient Zero* bezeichnet wird. Unter Aufbietung einiger Raffinesse (und eines rostigen Rasenmähers) ist es Alice inzwischen gelungen, John einige DNA-Proben zu "entnehmen". Um das Genom des Zombie-Virus anhand dieser Proben zu bestimmen, stehen Alice leider nur die Mittel der weihnachtlichen Bastelecke des verwüsteten Einkaufszentrums von Hamster City zur Verfügung. Alice notiert sich ihre lückenhaften Ergebnisse als Terme, in denen sie die drei im Zombie-Virus vorkommenden Aminosäuren *Methionin*, *Tryptophan* und *Valin* durch Funktoren `m/3`, `t/2` und `v/1`, sowie das erstaunlicherweise ebenso vorkommende seltene Element *Promethium* durch `p` abkürzt. Um Lücken in den von ihr gefundenen Genom-Fragmenten zu markieren, die von ihrer Untersuchungsmethodik (oder auch dem Rasenmäher) hinterlassen wurden, setzt Alice Variablen ein.

$$
\begin{aligned}
\theta_1 &:= \mathtt{m(v(X),\ v(Y),\ t(p,\ X))} &\qquad \theta_2 &:= \mathtt{m(v(Y),\ X,\ t(X,\ p))} \\
\theta_3 &:= \mathtt{m(Z,\ p,\ t(Z,\ Z))} &\qquad \theta_4 &:= \mathtt{m(Z,\ v(Z),\ t(X,\ p))}
\end{aligned}
$$

(a) Alice will ausschließen, dass sich in ihre Genom-Fragmente Messfehler eingeschlichen haben. Dazu will sie jeden der gefundenen Terme nur noch dann weiter untersuchen, wenn er mit mindestens einem anderen der Terme unifizierbar ist. Geben Sie deshalb für jedes $i \in \{2, 3, 4\}$ an, ob θ_1 und θ_i unifizierbar sind. Wenn ja, so geben Sie zusätzlich einen Unifikator für θ_1 und θ_i an.

(b) Alice überlegt, ob sie sich die Suche nach Unifikatoren für ihre Genom-Fragmente auch hätte einfacher machen können. Insbesondere fragt sie sich (und Sie!): Ist die Relation $U := \{(\theta, \eta) \colon \theta, \eta \in \mathsf{PT}, \theta$ und η sind unifizierbar$\}$ eine Äquivalenzrelation, d.h. ist U reflexiv, transitiv und symmetrisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Betrachten Sie die folgenden Terme und Substitutionen:

$$\begin{array}{lll}
\theta_1 := \mathtt{m(X, t(p, X), p)} & \eta_1 := \mathtt{m(p, t(p, Y), Y)} & S_1 := \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{v(p)}, \mathtt{Y} \mapsto \mathtt{p} \,\} \\
\theta_2 := \mathtt{t(t(p, X), Y)} & \eta_2 := \mathtt{t(Y, t(p, X))} & S_2 := \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{p}, \mathtt{Y} \mapsto \mathtt{t(p,\ p)} \,\} \\
\theta_3 := \mathtt{m(m(p, X, Y), p, X)} & \eta_3 := \mathtt{m(m(p, Y, X), Y, p)} & S_3 := \{\, \mathtt{X} \mapsto \mathtt{p}, \mathtt{Y} \mapsto \mathtt{p} \,\}
\end{array}$$

Geben Sie für jedes $i \in [3]$ an, ob S_i ein allgemeinster Unifikator von θ_i und η_i ist. Ist S_i kein allgemeinster Unifikator von θ_i und η_i, so geben Sie einen allgemeinsten Unifikator für θ_i und η_i an.

Aufgabe 3: (25 Punkte)

Gegeben sei das folgende Logikprogramm $\Pi \in \mathsf{PP}$:

```
add(null, Y, Y).
add(s(X), Y, s(Z)) :- add(X, Y, Z).
mul(null, Y, null).
mul(s(X), Y, Z) :- mul(X, Y, U), add(Y, U, Z).
```

Berechnen Sie $\text{UA}\textsc{ntwort}(\Pi, \alpha)$ für die Anfrage $\alpha :=$ `mul(X, Y, s(null))`, wobei $\text{UA}\textsc{ntwort}$ der Interpreter für Logikprogramme mit allgemeinsten Unifikatoren aus der Vorlesung ist.

Erklären Sie Schritt für Schritt, wie der Algorithmus bei Eingabe von Π und α vorgeht: Geben Sie für jeden rekursiven Aufruf von $\text{UA}\textsc{ntwort}(\Pi, \beta)$ die Anfrage β, die in Zeile 2 gewählte Regel, sowie die Umbenennung U und den Unifikator $\tilde{T}$ an. Geben Sie zudem die Rückgabe des jeweiligen rekursiven Aufrufs an. Das Vorgehen des Algorithmus MGU zur Berechnung des Unifikators $\tilde{T}$ müssen Sie nicht dokumentieren.

Bitte beachten Sie: Wählen Sie in Zeile 1 des Algorithmus immer das erste Ziel der Anfrage und in Zeile 2 die erste Regel, für die die Unifikation in Zeile 4 erfolgreich ist.

Aufgabe 4: (25 Punkte)

Lesen Sie Kapitel 6 aus dem Buch "Learn Prolog Now!".

Achtung: *Die Bearbeitung der folgenden Aufgabe ist digital über das GOYA-System abzugeben!* ***Außerdem gilt:*** *Lösungsansätze, die von SWI-Prolog nicht geladen werden können, werden mit 0 Punkten bewertet!*

Schreiben Sie ein Prolog-Prädikat `nnf2knf(NNF, KNF)`, das zu einer aussagenlogischen Formel `NNF` in Negationsnormalform eine äquivalente Formel `KNF` in konjunktiver Normalform erzeugt.

Um dies zu überprüfen, können Sie das im Folgenden definierte Prädikat `al_knf/1` nutzen:

```
1  al_dklausel(L) :- al_lit(L).
2  al_dklausel(F1 \/ F2) :- al_dklausel(F1), al_dklausel(F2).
3  al_knf(K) :- al_dklausel(K).
4  al_knf(F1 /\ F2) :- al_knf(F1), al_knf(F2).
```

Hinweis: Sie dürfen das in der Vorlesung definierte Prädikat `al_lit/1` sowie das in den Zeilen 1 und 2 des Listings definierte Prädikat `al_dklausel/1` nutzen. Schreiben Sie gegebenenfalls zuerst ein Prädikat `distribute/2`, welches das Distributivgesetz für die Aussagenlogik in geeigneter Form auf eine aussagenlogische Formel anwendet.