Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Clemens Ballarin

Vorlesung Gleichungslogik
Wintersemester 2004/05
Übungsblatt 9
Besprechung am 7. Januar 2005

Aufgabe 1 (H) (*Vervollständigung*)

Vervollständigen Sie

$$\{f(g(f(x))) \approx x\}$$

zu einem konvergenten Termersetzungssystem!

Aufgabe 2 (H) (*Lineare Termersetzungssysteme*)

Eine Regel $l \longrightarrow r$ heisst *linkslinear*, wenn jede Variable höchstens einmal in l vorkommt. Analog dazu heisst $l \longrightarrow r$ *rechtslinear*, wenn jede Variable höchstens einmal in r vorkommt. Eine Regel ist *linear*, wenn sie sowohl rechts- als auch linkslinear ist. Man nennt ein Termersetzungssystem *linear*, wenn es nur lineare Regeln enthält.

Zeigen Sie:

a) Jedes lineare Termersetzungssystem R, das keine kritischen Paare besitzt, ist konfluent. *Hinweis:* Zeigen Sie, dass R stark konfluent ist.

b) Wenn es in einem linearen Termersetzungssystem R zu jedem kritischen Paar (t_1, t_2) ein t_0 gibt, so dass $t_1 \xrightarrow{=} t_0 \xleftarrow{=} t_2$, dann ist R konfluent.

Aufgabe 3 (Ü) (*Konfluenz*)

Sei R das folgende Termersetzungssystem:

$$\{f(x,x) \longrightarrow a,\ c \longrightarrow g(c),\ g(x) \longrightarrow f(x, g(x))\}$$

Ist R konfluent? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (Ü) (*Vervollständigung*)

Vervollständigen Sie

$$\{f(g(f(x))) \approx f(g(x))\}$$

zu einem konvergenten Termersetzungssystem!

Aufgabe 5 (Ü) (*Vervollständigung*)

Es seien die folgenden Gleichungen gegeben:

$$E = \{1 \cdot x \approx x,\ x \cdot 1 \approx x,\ i(x) \cdot (x \cdot y) \approx y\}$$

Konstruieren Sie ein Termersetzungsystem, das die Gleichheit bezüglich E entscheidet.