

# Wörterbuch für “Logic in Computer Science” \*

Christian Sternagel

7. März 2006

Die Begriffe sind in der Reihenfolge des Erscheinens in den Vorlesungsfolien gereiht.

## 1 Propositional Logic - “Aussagenlogik”

**propositional formulas** - “Aussagenlogische Ausdrücke” , “Aussagenlogische Formeln”

**Definition:**  $\phi ::= p \mid (\neg\phi) \mid (\phi \wedge \phi) \mid (\phi \vee \phi) \mid (\phi \rightarrow \phi)$

**Syntax:**  $\phi, \chi, \psi, \phi_1, \phi', \dots$

**atoms** - “Atomare Aussagen” , “Aussagenlogische Variablen”

**Syntax:**  $p, q, r, p_1, p', \dots$

**Semantik:**  $\models p \iff p$  ist wahr

**Beispiel:** “Es regnet. Die Straße ist nass.”

**negation** - “Negation” , “Komplement”

**Syntax:**  $\neg$

**Semantik:**  $\models (\neg\phi) \iff$  nicht  $\models \phi$

**Beispiel:** “Es regnet *nicht*.”

**conjunction** - “Konjunktion” , “Und-Verknüpfung”

**Syntax:**  $\wedge$

**Semantik:**  $\models (\phi \wedge \psi) \iff \models \phi$  und  $\models \psi$

**Beispiel:** “Es regnet *und* die Straße ist nass.”

**disjunction** - “Disjunktion” , “Oder-Verknüpfung”

**Syntax:**  $\vee$

---

\*bis Woche 5

**Semantik:**  $\models (\phi \vee \psi) \iff \models \phi$  oder  $\models \psi$

**Beispiel:** “Es regnet *oder* die Straße ist nass (*oder beides*).”

**implication** - “Implikation” , “Subjunktion”

**Syntax:**  $\rightarrow$

**Semantik:**  $\models (\phi \rightarrow \psi) \iff$  nicht  $\models \phi$  oder  $\models \psi$

**Beispiel:** “*Wenn* es regnet, *dann* ist die Straße nass (regnet es nicht, muss die Straße deshalb aber nicht trocken sein).”

**binding precedence** - “Vorrangstufe” , “Priorität”

**Definition:**  $\neg$  vor  $\wedge, \vee$  vor  $\rightarrow$

**Beispiel:**  $\phi \wedge \psi \rightarrow \chi \equiv (\phi \wedge \psi) \rightarrow \chi$

**truth assignment** - “Variablenbelegung”

**Definition:** Funktion  $v : \text{atoms} \rightarrow \{\text{T}, \text{F}\}$

**Syntax:**  $v(\cdot)$

**Beispiel:**  $p \rightarrow \text{T}, q \rightarrow \text{F}, \dots$

**valuation** - “Variablenbelegung”

**Beispiel:** siehe **truth assignment**

**truth tables** - “Wahrheitstabellen”

**Beispiel:** Tabelle 1

$\phi$	$\neg\phi$
T	F
F	T

Tabelle 1: Truth table

**semantic entailment** - “Folgerungsbeziehung” , “Semantische Folgerungsbeziehung”

**Definition:** Wenn  $\bar{v}(\phi_1) = \dots = \bar{v}(\phi_n) = \text{T}$  dann  $\bar{v}(\psi) = \text{T}$

**Syntax:**  $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$

**Beispiel:** “Wenn  $p$  wahr ist und  $q$  wahr ist, dann ist auch die zusammengesetzte Aussage ‘ $p$  oder  $q$ ’ wahr, i.e.  $p, q \models p \vee q$ ”

**tautology** - “Tautologie” , “Allgemein gültige Aussage”

**Definition:** Eine Formel  $\phi$  die immer wahr ist.

**Syntax:**  $\models \phi$

**Beispiel:** “ $p$  ist wahr oder  $p$  ist falsch (Tertium non datur), i.e.  $q \vee \neg q$ ”

**natural deduction** - “Natürliche Deduktion” , “Narürliches Schließen”

**Definition:** Ein formaler Kalkül um mit logischen Aussagen zu argumentieren

**sequent** - “Sequenz”

**Definition:** Eine Folge von Aussagen  $\phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi$ , wobei  $\phi_1, \dots, \phi_n$  *Voraussetzungen* bzw. *Prämissen* heißen und  $\psi$  als *Folgerung* bzw. *Konklusion* bezeichnet wird.  $\vdash$  ist das Symbol für die Ableitbarkeitsbeziehung, d.h. obige Sequenz sagt aus, dass  $\psi$  von  $\phi_1, \dots, \phi_n$  formal ableitbar ist.

**premise** - “Prämisse” , “Voraussetzung”

**conclusion** - “Konklusion” , “Folgerung”

**valid** - “ableitbar” , “beweisbar”

**proof rules** - “Beweisregeln”

**and introduction** - “Und-Einführung” , “ $\wedge$ -Einführung”

**Definition:** siehe Tabelle 2

$$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge i$$

Tabelle 2: Und-Einführung

**and elimination** - “Und-Elimination” , “ $\wedge$ -Elimination”

**Definition:** siehe Tabelle 3

$$\frac{\phi_1 \wedge \phi_2}{\phi_i} \wedge e_i$$

Tabelle 3: Und-Elimination

**double negation elimination** - “Doppelnegationselimination” , “ $\neg\neg$ -Elimination”

**Definition:** siehe Tabelle 4

**double negation introduction** - “Doppelnegationseinführung” , “ $\neg\neg$ -Einführung”

$$\frac{\neg\neg\phi}{\phi} \neg\neg\text{e}$$

Tabelle 4: Doppelnegationselimination

$$\frac{\phi}{\neg\neg\phi} \neg\neg\text{i}$$

Tabelle 5: Doppelnegationseinführung

**Definition:** siehe Tabelle 5

**implication elimination** - “Implikationselimination” , “ $\rightarrow$ -Elimination”  
, “*Modus ponens*”

**Definition:** siehe Tabelle 6

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow\text{e}$$

Tabelle 6: *Modus ponens*

**modus tollens** - “*Modus tollens*”

**Definition:** siehe Tabelle 7

**implication introduction** - “Implikationseinführung” , “ $\rightarrow$ -Einführung”

**Definition:** siehe Tabelle 8

**or introduction** - “Oder-Einführung” , “ $\vee$ -Einführung”

**Definition:** siehe Tabelle 9 und Tabelle 10

**or elimination** - “Oder-Elimination” , “ $\vee$ -Elimination”

**Definition:** siehe Tabelle 11

**theorem** - “Theorem”

**Definition:** Eine logische Formel  $\phi$  so dass die Sequenz  $\vdash \phi$  beweisbar bzw. ableitbar ist.

**Beispiel:** Zum Beispiel ist  $\vdash p \rightarrow p \vee \phi$  immer ableitbar und damit ein Theorem.

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg\psi}{\neg\phi} \text{MT}$$

Tabelle 7: *Modus tollens*

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \psi \end{array}}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow i$$

Tabelle 8: Implikationseinführung

**contradiction** - “Widerspruch”

**Definition:** Alle aussagenlogischen Formeln der Form:  $\phi \wedge \neg\phi$  oder  $\neg\phi \wedge \phi$ . Wobei  $\phi$  eine beliebige Formel ist.

**Syntax:** Das Symbol  $\perp$  steht für alle Widersprüche.

**bottom elimination** - “ $\perp$ -Elimination”, “Widerspruchselimination”

**Definition:** siehe Tabelle 12

**negation elimination** - “ $\neg$ -Elimination”, “Negationselimination”

**Definition:** siehe Tabelle 13

**negation introduction** - “ $\neg$ -Einführung”, “Negationseinführung”

**Definition:** siehe Tabelle 14

**proof by contradiction** - “Widerspruchsbeweis”

**Definition:** siehe Tabelle 15

**law of excluded middle** - “*Tertium non datur*”

**Definition:** siehe Tabelle 16

**provably equivalent** - “Beweisbar Äquivalent”

**Definition:** Die Formeln  $\phi$  und  $\psi$  sind beweisbar äquivalent genau dann wenn sowohl  $\phi \vdash \psi$  als auch  $\psi \vdash \phi$  gilt.

**Syntax:**  $\dashv\vdash$

**sound** - “korrekt”

$$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee i_1$$

Tabelle 9: Oder-Einführung

$$\frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee i_2$$

Tabelle 10: Oder-Einführung

**Definition:**  $\phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \implies \phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$

**Semantik:** Nur wahre Aussagen können bewiesen werden.

**complete** - “vollständig”

**Definition:**  $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi \implies \phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi$

**Semantik:** Jede wahre Aussage kann bewiesen werden.

**semantically equivalent** - “semantisch äquivalent”, “logisch äquivalent”

**Definition:** Zwei Formeln  $\phi$  und  $\psi$  sind semantisch äquivalent genau dann wenn sowohl  $\phi \models \psi$  als auch  $\psi \models \phi$  gilt.

**Syntax:**  $\equiv$

**valid** - “allgemeingültig”

**Definition:** Eine Formel ist allgemeingültig wenn sie unter *jeder* Variablenbelegung wahr ist.

**satisfiable** - “erfüllbar”

**Definition:** Eine Formel ist erfüllbar wenn es eine Variablenbelegung *gibt* unter der sie wahr ist.

**literal** - “Literal”

**Definition:** Eine atomare Aussage  $p$  oder deren Negation  $\neg p$ .

**conjunctive normal form** - “Konjunktive Normalform”, “KNF”

**Definition:**  $L ::= p \mid \neg p; D ::= L \mid L \vee D; C ::= D \mid D \wedge C$

**Semantik:** Konjunktion von Disjunktionen von Literalen.

**horn clause** - “Hornausdruck”

**Definition:** Eine aussagenlogische Formel der Form:  $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow Q$  mit  $n \geq 1$ , wobei  $P_1, \dots, P_n, Q$  atomare Aussagen,  $\top$  oder  $\perp$  sind.

$$\frac{\phi \vee \psi \quad \boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \chi \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} \psi \\ \vdots \\ \chi \end{array}}}{\chi} \vee e$$

Tabelle 11: Oder-Elimination

$$\frac{\perp}{\phi} \perp e$$

Tabelle 12: Widerspruchselimination

**horn formula** - “Hornformel”

**Definition:** Konjunktion von Hornausdrücken

**resolution** - “Resolution”

**Definition:** Eine Methode um die Erfüllbarkeit von konjunktiven Normalformen zu bestimmen.

**clause** - “Klausel”

**Definition:** Eine Menge von Literalen  $\{l_1, \dots, l_n\}$  die für die Formel  $l_1 \vee \dots \vee l_n$  steht.

**clausal form** - “Klauselmenge”

**Definition:** Eine Menge von Klauseln  $\{C_1, \dots, C_m\}$  die für die Formel  $C_1 \wedge \dots \wedge C_m$  steht.

**resolvent** - “Resolvente”

**boolean function** - “Boolsche Funktionen”

**Definition:** Eine Funktion  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ .

**complement** - “Komplement” , “Negation”

**Syntax:**  $\neg$

**product** - “Produkt” , “Konjunktion”

**Syntax:**  $\cdot$

**sum** - “Summe” , “Disjunktion”

**Syntax:**  $+$

$$\frac{\phi \quad \neg\phi}{\perp} \neg e$$

Tabelle 13: Negationselimination

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \perp \end{array}}}{\neg\phi} \neg i$$

Tabelle 14: Negationseinführung

**exclusive or** - “Exklusives Oder” , “Xor”

**Syntax:**  $\oplus$

**binary decision diagrams** - “Binäre Entscheidungsdiagramme”

**BDD** - “Binäres Entscheidungsdiagramm”



$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \neg\phi \\ \vdots \\ \perp \end{array}}}{\phi} \text{ PBC}$$

Tabelle 15: Widerspruchsbeweis

$$\frac{}{\phi \vee \neg\phi} \text{ LEM}$$

Tabelle 16: *Tertium non datur*

## Englisch

and elimination, 3  
and introduction, 3  
atoms, 1  
BDD, 8  
binary decision diagrams, 8  
binding precedence, 2  
boolean function, 7  
bottom elimination, 5  
clausal form, 7  
clause, 7  
complement, 7  
complete, 6  
conclusion, 3  
conjunction, 1  
conjunctive normal form, 6  
contradiction, 5  
disjunction, 1  
double negation elimination, 3  
double negation introduction, 3  
exclusive or, 8  
horn clause, 6  
horn formula, 7  
implication, 2  
implication elimination, 4  
implication introduction, 4  
law of excluded middle, 5  
literal, 6  
modus tollens, 4  
natural deduction, 3  
negation, 1  
negation elimination, 5  
negation introduction, 5  
or elimination, 4  
or introduction, 4  
premise, 3  
product, 7  
proof by contradiction, 5  
proof rules, 3  
propositional formulas, 1  
provably equivalent, 5  
resolution, 7  
resolvent, 7  
satisfiable, 6  
semantic entailment, 2  
semantically equivalent, 6  
sequent, 3  
sound, 5  
sum, 7  
tautology, 2  
theorem, 4  
truth assignment, 2  
truth tables, 2  
valid, 3, 6  
valuation, 2

## Deutsch – Englisch

- $\perp$ -Elimination
  - bottom elimination, 5
- $\rightarrow$ -Einführung
  - implication introduction, 4
- $\rightarrow$ -Elimination
  - implication elimination, 4
- $\wedge$ -Einführung
  - and introduction, 3
- $\wedge$ -Elimination
  - and elimination, 3
- $\neg$ -Einführung
  - negation introduction, 5
- $\neg$ -Elimination
  - negation elimination, 5
- $\neg\neg$ -Einführung
  - double negation introduction, 3
- $\neg\neg$ -Elimination
  - double negation elimination, 3
- $\vee$ -Einführung
  - or introduction, 4
- $\vee$ -Elimination
  - or elimination, 4
- Modus ponens*
  - implication elimination, 4
- Modus tollens*
  - modus tollens, 4
- Tertium non datur*
  - law of excluded middle, 5
  
- ableitbar
  - valid, 3
- Allgemein gültige Aussage
  - tautology, 2
- allgemeingültig
  - valid, 6
- Atomare Aussagen
  - atoms, 1
- Aussagenlogische Ausdrücke
  - propositional formulas, 1
- Aussagenlogische Formeln
  - propositional formulas, 1
- Aussagenlogische Variablen
  - atoms, 1
  
- beweisbar
  - valid, 3
- Beweisbar Äquivalent
  - provably equivalent, 5
- Beweisregeln
  - proof rules, 3
- Binäre Entscheidungsdiagramme
  - binary decision diagrams, 8
- Binäres Entscheidungsdiagramm
  - BDD, 8
- Boolsche Funktionen
  - boolean function, 7
  
- Disjunktion
  - disjunction, 1
  - sum, 7
- Doppelnegationseinführung
  - double negation introduction, 3
- Doppelnegationselimination
  - double negation elimination, 3
  
- erfüllbar
  - satisfiable, 6
- Exklusives Oder
  - exclusive or, 8
  
- Folgerung
  - conclusion, 3
- Folgerungsbeziehung
  - semantic entailment, 2
  
- Hornausdruck
  - horn clause, 6
- Hornformel
  - horn formula, 7
  
- Implikation

- implication, 2
- Implikationseinführung
  - implication introduction, 4
- Implikationselimination
  - implication elimination, 4
- Klausel
  - clause, 7
- Klauselmenge
  - clausal form, 7
- KNF
  - conjunctive normal form, 6
- Komplement
  - complement, 7
  - negation, 1
- Konjunktion
  - conjunction, 1
  - product, 7
- Konjunktive Normalform
  - conjunctive normal form, 6
- Konklusion
  - conclusion, 3
- korrekt
  - sound, 5
- Literal
  - literal, 6
- logisch äquivalent
  - semantically equivalent, 6
- Natürliches Schließen
  - natural deduction, 3
- Natürliche Deduktion
  - natural deduction, 3
- Negation
  - complement, 7
  - negation, 1
- Negationseinführung
  - negation introduction, 5
- Negationselimination
  - negation elimination, 5
- Oder-Einführung
  - or introduction, 4
- Oder-Elimination
  - or elimination, 4
- Oder-Verknüpfung
  - disjunction, 1
- Prämisse
  - premise, 3
- Priorität
  - binding precedence, 2
- Produkt
  - product, 7
- Resolution
  - resolution, 7
- Resolvente
  - resolvent, 7
- semantisch äquivalent
  - semantically equivalent, 6
- Semantische Folgerungsbeziehung
  - semantic entailment, 2
- Sequenz
  - sequent, 3
- Subjunktion
  - implication, 2
- Summe
  - sum, 7
- Tautologie
  - tautology, 2
- Theorem
  - theorem, 4
- Und-Einführung
  - and introduction, 3
- Und-Elimination
  - and elimination, 3
- Und-Verknüpfung
  - conjunction, 1
- Variablenbelegung
  - truth assignment, 2
  - valuation, 2
- vollständig
  - complete, 6
- Voraussetzung

- premise, 3
- Vorrangstufe
  - binding precedence, 2
- Wahrheitstabellen
  - truth tables, 2
- Widerspruch
  - contradiction, 5
- Widerspruchsbeweis
  - proof by contradiction, 5
- Widerspruchselimination
  - bottom elimination, 5
- Xor
  - exclusive or, 8