

Arbeitsblatt 7

Beispiel 7.1 (Zahlenmengen)

Sind die folgenden Ausdrücke in den reellen Zahlen definiert? Wenn ja, was ist der kleinste Zahlenbereich $(\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R})$ dem die Zahl angehört?

- | | | | |
|--------------------|-------------|---------------------|-------------------|
| a) $-\sqrt{81}$ | c) 0^{-1} | e) $-\sqrt[3]{-27}$ | g) e^0 |
| b) $\frac{\pi}{4}$ | d) $17 : 9$ | f) $\sqrt[4]{-16}$ | h) $\sqrt{2, 25}$ |

Beispiel 7.2 (Rechnen mit Potenzen)

Vereinfache die Terme so weit wie möglich:

- | | |
|---|---|
| a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} =$ | e) $\left(\left(\frac{2a^6}{3b^3} \right)^4 \cdot \left(\frac{9b}{-4a^2} \right)^2 \right) : \left(\frac{3a^2}{2b^3} \right)^2$ |
| b) $\sqrt{18} \cdot \sqrt[3]{8a^2} =$ | |
| c) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{3x} \cdot x^{-\frac{1}{6}} =$ | f) $\sqrt{\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \right)^2}$ |
| d) $\sqrt{4b^2 - 24b + 36} =$ | |

Beispiel 7.3 (Verkettung bzw. Hintereinanderausführung von Funktionen)

a) Gegeben seien die Funktionen $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Hierbei ist f beliebig und für g und h gilt:

$$g(X) = X + A \quad \text{und} \quad h(X) = B \cdot X$$

Hierbei sind A und B feste, reelle Zahlen. Für X kann man reelle Zahlen, aber auch reellwertige Funktionen einsetzen. Nun soll untersucht werden, wie sich (verglichen mit f) die untenstehenden Verkettungen ('Hintereinanderausführungen') der Funktionen f, g und h verhalten:

- | | |
|---------------|----------------|
| i. $g(f(x))$ | iii. $f(g(x))$ |
| ii. $h(f(x))$ | iv. $f(h(x))$ |

b) Skizziere nun die folgenden Funktionen (qualitativ und der Reihe nach; pro Aufgabe, also bei i., ii. usw. soll immer dasselbe Koordinatensystem verwendet werden):

i. $a_0(x) = x$, $a_1(x) = x - 4$, $a_2(x) = \frac{1}{2} \cdot (x - 4)$ und $a_3(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x - 4)$

ii. $b_0(x) = x^2$, $b_1(x) = (x + 2)^2$, $b_2(x) = \frac{1}{2} \cdot (x + 2)^2$ und $b_3(x) = \frac{1}{2} \cdot (x + 2)^2 - 3$

iii. $c_0(x) = \frac{1}{x}$, $c_1(x) = \frac{1}{x - 1}$, $c_2(x) = -\frac{2}{x - 1}$ und $c_3(x) = -\frac{2}{x - 1} - 3$

iv. $d_0(x) = \sqrt{x}$, $d_1(x) = \sqrt{x + 4}$, $d_2(x) = 2\sqrt{x + 4}$ und $d_3(x) = 2\sqrt{x + 4} + 1$

c) Bestimme die Funktionsgleichung aller Parabeln, die nach unten offen sind und ihren Scheitelpunkt in (x_S, y_S) haben. Fertige zuerst eine Skizze mit einem beliebigen Scheitelpunkt an.