

Musik und Sprache: Baumbasierte Musikgenerierung

Maximilian Marx

TU Dresden

2010-07-01

Inhalt

Linguistik

- Phrasenstrukturgrammatiken
- Transformationsgrammatiken

Baumsprachen

- Bäume
- Baumgrammatiken
- Baumtransduktoren

Modellierung von Musikstücken: Musikalgebra M

- Sorten
- Operationen

Ein Musikgenerator

- Generator
- Anwendung

Motivation

- ▶ Musik als formale Sprache?

Motivation

- ▶ Musik als formale Sprache?
- ▶ Erzeugbare Strukturen?

Phrasenstrukturgrammatik

Definition (Phrasenstrukturgrammatik)

$G = (N, \Sigma, P, S)$ Phrasenstrukturgrammatik:

N Nichtterminalsymbole

Phrasenstrukturgrammatik

Definition (Phrasenstrukturgrammatik)

$G = (N, \Sigma, P, S)$ Phrasenstrukturgrammatik:

N Nichtterminalsymbole

Σ Terminalsymbole

Phrasenstrukturgrammatik

Definition (Phrasenstrukturgrammatik)

$G = (N, \Sigma, P, S)$ Phrasenstrukturgrammatik:

N Nichtterminalsymbole

Σ Terminalsymbole

P Produktionen

$$P \subseteq \{(N \cup \Sigma)^* N (N \cup \Sigma)^* \rightarrow (N \cup \Sigma)^*\}$$



Phrasenstrukturgrammatik

Definition (Phrasenstrukturgrammatik)

$G = (N, \Sigma, P, S)$ Phrasenstrukturgrammatik:

N Nichtterminalsymbole

Σ Terminalsymbole

P Produktionen

$$P \subseteq \{(N \cup \Sigma)^* N (N \cup \Sigma)^* \rightarrow (N \cup \Sigma)^*\}$$

S Startsymbol

Motivation für Transformationsgrammatiken

- ▶ Nur lokale Kontextabhängigkeit in Produktionen:



Motivation für Transformationsgrammatiken

- ▶ Nur lokale Kontextabhängigkeit in Produktionen:
Regeln für Inversion?

Motivation für Transformationsgrammatiken

- ▶ Nur lokale Kontextabhängigkeit in Produktionen:
Regeln für Inversion?
- ▶ Tiefenstruktur

Motivation für Transformationsgrammatiken

- ▶ Nur lokale Kontextabhängigkeit in Produktionen:
Regeln für Inversion?
- ▶ Tiefenstruktur
- ▶ Oberflächenstruktur

Transformationsgrammatik

Definition (Transformationsgrammatik)

$TG = (G, T)$ Transformationsgrammatik:

G Phrasenstrukturgrammatik

Transformationsgrammatik

Definition (Transformationsgrammatik)

$TG = (G, T)$ Transformationsgrammatik:

G Phrasenstrukturgrammatik

T Transformationsregeln

Inhalt

Linguistik

Phrasenstrukturgrammatiken

Transformationsgrammatiken

Baumsprachen

Bäume

Baumgrammatiken

Baumtransduktoren

Modellierung von Musikstücken: Musikalgebra M

Sorten

Operationen

Ein Musikgenerator

Generator

Anwendung

Rangbehaftete Alphabete

Definition (Rangbehaftetes Alphabet)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet:

S Symbole

Rangbehaftete Alphabete

Definition (Rangbehaftetes Alphabet)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet:

S Symbole

ar Aritätsfunktion:

$$ar : S \rightarrow \mathbb{N}$$



Rangbehaftete Alphabete

Definition (Rangbehaftetes Alphabet)

$\Sigma = (S, \text{ar})$ rangbehaftetes Alphabet:

S Symbole

ar Aritätsfunktion:

$$\text{ar} : S \rightarrow \mathbb{N}$$

Schreibweise:

$$\Sigma_n := \{s \in S; \text{ar}(s) = n\}$$

Terme

Definition (Term)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet,
 X mit $X \cap S = \emptyset$ Menge.



Terme

Definition (Term)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet,
 X mit $X \cap S = \emptyset$ Menge.

- ▶ $x \in X$ ist Term



Terme

Definition (Term)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet,
 X mit $X \cap S = \emptyset$ Menge.

- ▶ $x \in X$ ist Term
- ▶ $s[] := s \in \Sigma_0$ ist Term



Terme

Definition (Term)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet,
 X mit $X \cap S = \emptyset$ Menge.

- ▶ $x \in X$ ist Term
- ▶ $s[] := s \in \Sigma_0$ ist Term
- ▶ $s \in \Sigma_n, n \geq 1, t_1, \dots, t_n$ Terme:
 $s[t_1 \cdots t_n]$ Term



Terme

Definition (Term)

$\Sigma = (S, ar)$ rangbehaftetes Alphabet,
 X mit $X \cap S = \emptyset$ Menge.

- ▶ $x \in X$ ist Term
- ▶ $s[] := s \in \Sigma_0$ ist Term
- ▶ $s \in \Sigma_n, n \geq 1, t_1, \dots, t_n$ Terme:
 $s[t_1 \cdots t_n]$ Term

Definition (Termalgebra)

$T_\Sigma(X) := \{t; t \text{ Term}\}$ Termalgebra (Signatur Σ)



Bäume

Definition (Baum)

Darstellung von Termen:

$$s[t_1 \cdots t_n]$$

Term



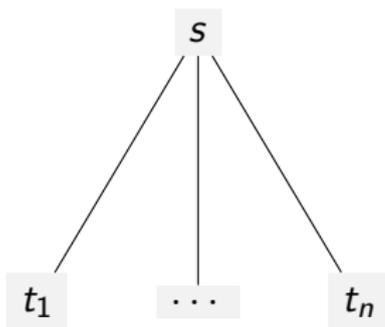
Bäume

Definition (Baum)

Darstellung von Termen:

$$s[t_1 \cdots t_n]$$

Term



Reguläre Baumgrammatiken

Definition (Reguläre Baumgrammatik)

$G = (N, \Sigma', P, S)$ reguläre Baumgrammatik (über Σ), falls:

- ▶ G Phrasenstrukturgrammatik



Reguläre Baumgrammatiken

Definition (Reguläre Baumgrammatik)

$G = (N, \Sigma', P, S)$ reguläre Baumgrammatik (über Σ), falls:

- ▶ G Phrasenstrukturgrammatik
- ▶ $\Sigma = (\Sigma', ar)$ rangbehaftetes Alphabet



Reguläre Baumgrammatiken

Definition (Reguläre Baumgrammatik)

$G = (N, \Sigma', P, S)$ reguläre Baumgrammatik (über Σ), falls:

- ▶ G Phrasenstrukturgrammatik
- ▶ $\Sigma = (\Sigma', ar)$ rangbehaftetes Alphabet
- ▶ $N \cap \Sigma' = \emptyset$



Reguläre Baumgrammatiken

Definition (Reguläre Baumgrammatik)

$G = (N, \Sigma', P, S)$ reguläre Baumgrammatik (über Σ), falls:

- ▶ G Phrasenstrukturgrammatik
- ▶ $\Sigma = (\Sigma', ar)$ rangbehaftetes Alphabet
- ▶ $N \cap \Sigma' = \emptyset$
- ▶ $S \in N$



Reguläre Baumgrammatiken

Definition (Reguläre Baumgrammatik)

$G = (N, \Sigma', P, S)$ reguläre Baumgrammatik (über Σ), falls:

- ▶ G Phrasenstrukturgrammatik
- ▶ $\Sigma = (\Sigma', ar)$ rangbehaftetes Alphabet
- ▶ $N \cap \Sigma' = \emptyset$
- ▶ $S \in N$
- ▶ $P \subseteq \{N \rightarrow T_{\Sigma}(N)\}$

Reguläre Baumgrammatiken

Definition (Reguläre Baumgrammatik)

$G = (N, \Sigma', P, S)$ reguläre Baumgrammatik (über Σ), falls:

- ▶ G Phrasenstrukturgrammatik
- ▶ $\Sigma = (\Sigma', ar)$ rangbehaftetes Alphabet
- ▶ $N \cap \Sigma' = \emptyset$
- ▶ $S \in N$
- ▶ $P \subseteq \{N \rightarrow T_{\Sigma}(N)\}$

$L(G)$ Menge von G erzeugter Bäume

Motivation für Baumtransduktoren

- ▶ Realisierung von Transformationen

Motivation für Baumtransduktoren

- ▶ Realisierung von Transformationen
- ▶ Zustandsautomaten

Motivation für Baumtransduktoren

- ▶ Realisierung von Transformationen
- ▶ Zustandsautomaten
- ▶ Benutzereingaben erfordern Toleranz



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet

Q rangbehaftetes Zustandsalphabet:



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet

Q rangbehaftetes Zustandsalphabet:

▶ $Q_0 = \emptyset$



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet

Q rangbehaftetes Zustandsalphabet:

▶ $Q_0 = \emptyset$

▶ $Q \cap \Sigma = \emptyset = Q \cap \Omega$

Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet

Q rangbehaftetes Zustandsalphabet:

▶ $Q_0 = \emptyset$

▶ $Q \cap \Sigma = \emptyset = Q \cap \Omega$

Q_t tolerante Zustände: $Q_t \subseteq Q$



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet

Q rangbehaftetes Zustandsalphabet:

▶ $Q_0 = \emptyset$

▶ $Q \cap \Sigma = \emptyset = Q \cap \Omega$

Q_t tolerante Zustände: $Q_t \subseteq Q$

R Transformationsregeln



Baumtransduktoren

Definition (Toleranter Makro-Baumtransduktor)

$T = (\Sigma, \Omega, Q, Q_t, R, q_0)$ toleranter Makro-Baumtransduktor:

Σ endliches rangbehaftetes Eingabealphabet

Ω endliches rangbehaftetes Ausgabealphabet

Q rangbehaftetes Zustandsalphabet:

▶ $Q_0 = \emptyset$

▶ $Q \cap \Sigma = \emptyset = Q \cap \Omega$

Q_t tolerante Zustände: $Q_t \subseteq Q$

R Transformationsregeln

q_0 Initialzustand



Toleranter Makro-Baumtransduktor II

Definition

$$R \subseteq \{q[f[x_1, \dots, x_k], y_1, \dots, y_m] \rightarrow t; q \in Q_{m+1}, f \in \Sigma_k, \\ x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_m \in X, \\ k, m \in \mathbb{N}, t \in T\}$$



Toleranter Makro-Baumtransduktor II

Definition

$$R \subseteq \{q[f[x_1, \dots, x_k], y_1, \dots, y_m] \rightarrow t; q \in Q_{m+1}, f \in \Sigma_k, \\ x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_m \in X, \\ k, m \in \mathbb{N}, t \in T\}$$

- ▶ $y_i \in T$ ($i \in \{1, \dots, m\}$)



Toleranter Makro-Baumtransduktor II

Definition

$$R \subseteq \{q[f[x_1, \dots, x_k], y_1, \dots, y_m] \rightarrow t; q \in Q_{m+1}, f \in \Sigma_k, \\ x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_m \in X, \\ k, m \in \mathbb{N}, t \in T\}$$

- ▶ $y_i \in T$ ($i \in \{1, \dots, m\}$)
- ▶ $g \in \Omega_l$, $t_1, \dots, t_l \in T$:
 $g[t_1, \dots, t_l] \in T$



Toleranter Makro-Baumtransduktor II

Definition

$$R \subseteq \{q[f[x_1, \dots, x_k], y_1, \dots, y_m] \rightarrow t; q \in Q_{m+1}, f \in \Sigma_k, \\ x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_m \in X, \\ k, m \in \mathbb{N}, t \in T\}$$

- ▶ $y_i \in T$ ($i \in \{1, \dots, m\}$)
- ▶ $g \in \Omega_l$, $t_1, \dots, t_l \in T$:
 $g[t_1, \dots, t_l] \in T$
- ▶ $q' \in Q_{l+1}$, $i \in \{1, \dots, k\}$, $t_1, \dots, t_l \in T$:
 $q'[x_i, t_1, \dots, t_l] \in T$

Inhalt

Linguistik

Phrasenstrukturgrammatiken

Transformationsgrammatiken

Baumsprachen

Bäume

Baumgrammatiken

Baumtransduktoren

Modellierung von Musikstücken: Musikalgebra M

Sorten

Operationen

Ein Musikgenerator

Generator

Anwendung

Musikstücke

Definition (Note)

$n = (t, l) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^+$ Note:

t Ton

Musikstücke

Definition (Note)

$n = (t, l) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^+$ Note:

t Ton

l Länge

Musikstücke

Definition (Note)

$n = (t, l) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^+$ Note:

t Ton

l Länge

\mathcal{N} Menge aller Noten

Musikstücke

Definition (Note)

$n = (t, l) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^+$ Note:

t Ton

l Länge

\mathcal{N} Menge aller Noten

Definition (Musikstück)

(N, L) Musikstück:

N Gespielte Noten: $N \subseteq \mathcal{N} \times \mathbb{R}_0^+$

Musikstücke

Definition (Note)

$n = (t, l) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^+$ Note:

t Ton

l Länge

\mathcal{N} Menge aller Noten

Definition (Musikstück)

(N, L) Musikstück:

N Gespielte Noten: $N \subseteq \mathcal{N} \times \mathbb{R}_0^+$

L Länge $L \in \mathbb{R}^+$

Musikstücke

Definition (Note)

$n = (t, l) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^+$ Note:

t Ton

l Länge

\mathcal{N} Menge aller Noten

Definition (Musikstück)

(N, L) Musikstück:

N Gespielte Noten: $N \subseteq \mathcal{N} \times \mathbb{R}_0^+$

L Länge $L \in \mathbb{R}^+$

$$\forall ((t, l), s) \in N : L \geq l + s$$

Musik-Algebra M

Musikalgebra M : Mehrsortige universelle Algebra mit Sorten:

\mathcal{P} Menge aller Musikstücke

Musik-Algebra M

Musikalgebra M : Mehrsortige universelle Algebra mit Sorten:

\mathcal{P} Menge aller Musikstücke

\mathbb{Z} Töne

Musik-Algebra M

Musikalgebra M : Mehrsortige universelle Algebra mit Sorten:

\mathcal{P} Menge aller Musikstücke

\mathbb{Z} Töne

\mathbb{R}^+ Zeit

Operationen

Operationen auf M :

▶ $+, - : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$

Operationen

Operationen auf M :

- ▶ $+, - : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
- ▶ $+, \cdot, \max, \min : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

Operationen

Operationen auf M :

- ▶ $+, - : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
- ▶ $+, \cdot, \max, \min : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

Schreibweise: $t_1 \circ t_2 := \circ[t_1, t_2]$



Operationen

Operationen auf M :

- ▶ $+, - : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
- ▶ $+, \cdot, \max, \min : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

Schreibweise: $t_1 \circ t_2 := \circ[t_1, t_2]$

N Menge gespielter Noten

- ▶ $N[(n, s) \mapsto f(n, s)] := \{f(n, s); (n, s) \in N\}$

Operationen

Operationen auf M :

- ▶ $+, - : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
- ▶ $+, \cdot, \max, \min : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

Schreibweise: $t_1 \circ t_2 := \circ[t_1, t_2]$

N Menge gespielter Noten

- ▶ $N[(n, s) \mapsto f(n, s)] := \{f(n, s); (n, s) \in N\}$
- ▶ $N[n \mapsto f(n)] := \{(f(n), s); (n, s) \in N\}$

Operationen

Operationen auf M :

- ▶ $+, - : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
- ▶ $+, \cdot, \max, \min : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

Schreibweise: $t_1 \circ t_2 := \circ[t_1, t_2]$

N Menge gespielter Noten

- ▶ $N[(n, s) \mapsto f(n, s)] := \{f(n, s); (n, s) \in N\}$
- ▶ $N[n \mapsto f(n)] := \{(f(n), s); (n, s) \in N\}$

Erinnerung: $n = (t_n, l_n)$

Operationen II

$P = (N, L)$, $P' = (N', L')$ Musikstücke:

LENGTH(P) Länge



Operationen II

$P = (N, L)$, $P' = (N', L')$ Musikstücke:

$\text{LENGTH}(P)$ Länge

$\text{HIGHEST}(P)$ Höchster Ton am Ende von P :



Operationen II

$P = (N, L)$, $P' = (N', L')$ Musikstücke:

$\text{LENGTH}(P)$ Länge

$\text{HIGHEST}(P)$ Höchster Ton am Ende von P :

$$\text{HIGHEST}(P) = \begin{cases} \max \{t_n; (n, s) \in N, s + l_n = q\} & N \neq \emptyset \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$q := \max \{s + l_n; (n, s) \in N\}$$



Operationen II

$P = (N, L)$, $P' = (N', L')$ Musikstücke:

$\text{LENGTH}(P)$ Länge

$\text{HIGHEST}(P)$ Höchster Ton am Ende von P :

$$\text{HIGHEST}(P) = \begin{cases} \max \{t_n; (n, s) \in N, s + l_n = q\} & N \neq \emptyset \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$q := \max \{s + l_n; (n, s) \in N\}$$

$\text{SCALE}(P, a)$ Skalierung um $a \in \mathbb{R}^+$:



Operationen II

$P = (N, L)$, $P' = (N', L')$ Musikstücke:

$\text{LENGTH}(P)$ Länge

$\text{HIGHEST}(P)$ Höchster Ton am Ende von P :

$$\text{HIGHEST}(P) = \begin{cases} \max \{t_n; (n, s) \in N, s + l_n = q\} & N \neq \emptyset \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$q := \max \{s + l_n; (n, s) \in N\}$$

$\text{SCALE}(P, a)$ Skalierung um $a \in \mathbb{R}^+$:

$$\text{SCALE}(P, a) := (N \llbracket (n, s) \mapsto ((t_n, a \cdot l_n), a \cdot s) \rrbracket, a \cdot L)$$

Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

$RAISE(P, t)$ Transposition:



Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

$RAISE(P, t)$ Transposition:

$$RAISE(P, t) := (N[[n \mapsto (t_n + t, l_n)], L)$$



Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

$RAISE(P, t)$ Transposition:

$$RAISE(P, t) := (N[[n \mapsto (t_n + t, l_n)], L)$$

$BACK(P)$ Krebs:



Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

$RAISE(P, t)$ Transposition:

$$RAISE(P, t) := (N[[n \mapsto (t_n + t, l_n)], L)$$

$BACK(P)$ Krebs:

$$BACK(P) := (N[[n, s) \mapsto (n, L - s - l_n)], L)$$



Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

$RAISE(P, t)$ Transposition:

$$RAISE(P, t) := (N[[n \mapsto (t_n + t, l_n)], L)$$

$BACK(P)$ Krebs:

$$BACK(P) := (N[[n, s] \mapsto (n, L - s - l_n)], L)$$

$MUTE(P)$ Stille:



Operationen III

$INV(P)$ Inversion:

$$INV(P) := (N[[n \mapsto (-t_n, l_n)], L)$$

$RAISE(P, t)$ Transposition:

$$RAISE(P, t) := (N[[n \mapsto (t_n + t, l_n)], L)$$

$BACK(P)$ Krebs:

$$BACK(P) := (N[[n, s) \mapsto (n, L - s - l_n)], L)$$

$MUTE(P)$ Stille:

$$MUTE(P) := (\emptyset, L)$$

Operationen IV

$\text{OVERLAY}(P, P')$ Überlagerung:



Operationen IV

OVERLAY(P, P') Überlagerung:

$$\text{OVERLAY}(P, P') := (N \cup N', \max(L, L'))$$

$$\text{OVERLAY}(P_1, \dots, P_k) := \left(\bigcup_{i \in \{1, \dots, k\}} N_i, \max_{i \in \{1, \dots, k\}} L_i \right)$$



Operationen IV

OVERLAY(P, P') Überlagerung:

$$\text{OVERLAY}(P, P') := (N \cup N', \max(L, L'))$$

$$\text{OVERLAY}(P_1, \dots, P_k) := \left(\bigcup_{i \in \{1, \dots, k\}} N_i, \max_{i \in \{1, \dots, k\}} L_i \right)$$

CONCAT(P, P') Konkatenation:



Operationen IV

OVERLAY(P, P') Überlagerung:

$$\text{OVERLAY}(P, P') := (N \cup N', \max(L, L'))$$

$$\text{OVERLAY}(P_1, \dots, P_k) := \left(\bigcup_{i \in \{1, \dots, k\}} N_i, \max_{i \in \{1, \dots, k\}} L_i \right)$$

CONCAT(P, P') Konkatenation:

$$\text{CONCAT}(P, P') := (N \cup N' \llbracket (n, s) \mapsto (n, L + s) \rrbracket, L + L')$$

$$\text{CONCAT}(P_1, \dots, P_n) := \text{CONCAT}(P_1, \dots, \text{CONCAT}(P_{k-1}, P_k) \dots)$$

Operationen V

$S \subseteq \mathbb{Z}$ endliche, nichtleere Menge von Tönen:

$\text{SNAP}_S(P)$ Ausrichtung von P am nächsten Ton von S :

Operationen V

$S \subseteq \mathbb{Z}$ endliche, nichtleere Menge von Tönen:

$\text{SNAP}_S(P)$ Ausrichtung von P am nächsten Ton von S :

$t \in \mathbb{Z}$ Ton:

▶ $\Delta(t) := \min_{s \in S} |t - s|$

Operationen V

$S \subseteq \mathbb{Z}$ endliche, nichtleere Menge von Tönen:

$\text{SNAP}_S(P)$ Ausrichtung von P am nächsten Ton von S :

$t \in \mathbb{Z}$ Ton:

- ▶ $\Delta(t) := \min_{s \in S} |t - s|$
- ▶ $\alpha(t) := \begin{cases} t + \Delta(t) & t + \Delta(t) \in S \\ t - \Delta(t) & \text{sonst} \end{cases}$



Operationen V

$S \subseteq \mathbb{Z}$ endliche, nichtleere Menge von Tönen:

$\text{SNAP}_S(P)$ Ausrichtung von P am nächsten Ton von S :

$t \in \mathbb{Z}$ Ton:

- ▶ $\Delta(t) := \min_{s \in S} |t - s|$
- ▶ $\alpha(t) := \begin{cases} t + \Delta(t) & t + \Delta(t) \in S \\ t - \Delta(t) & \text{sonst} \end{cases}$

$$\text{SNAP}_S(P) := (N \llbracket n \mapsto (\alpha(t_n), l_n) \rrbracket, L)$$



Operationen V

$S \subseteq \mathbb{Z}$ endliche, nichtleere Menge von Tönen:

$\text{SNAP}_S(P)$ Ausrichtung von P am nächsten Ton von S :

$t \in \mathbb{Z}$ Ton:

- ▶ $\Delta(t) := \min_{s \in S} |t - s|$
- ▶ $\alpha(t) := \begin{cases} t + \Delta(t) & t + \Delta(t) \in S \\ t - \Delta(t) & \text{sonst} \end{cases}$

$$\text{SNAP}_S(P) := (N \llbracket n \mapsto (\alpha(t_n), l_n) \rrbracket, L)$$

$\llbracket \cdot \rrbracket_M$ Termauswertung in M

Inhalt

Linguistik

Phrasenstrukturgrammatiken

Transformationsgrammatiken

Baumsprachen

Bäume

Baumgrammatiken

Baumtransduktoren

Modellierung von Musikstücken: Musikalgebra M

Sorten

Operationen

Ein Musikgenerator

Generator

Anwendung

Generator

Definition (Baumbasierter Musikgenerator)

$G = (\Gamma, M)$ baumbasierter Musikgenerator:

┌ Baumgenerator:



Generator

Definition (Baumbasierter Musikgenerator)

$G = (\Gamma, M)$ baumbasierter Musikgenerator:

Γ Baumgenerator:

$\Gamma = (g, td_1, \dots, td_k)$:

g reguläre Baumgrammatik



Generator

Definition (Baumbasierter Musikgenerator)

$G = (\Gamma, M)$ baumbasierter Musikgenerator:

Γ Baumgenerator:

$\Gamma = (g, td_1, \dots, td_k)$:

g reguläre Baumgrammatik

td_j toleranter Makro-Baumtransduktor



Generator

Definition (Baumbasierter Musikgenerator)

$G = (\Gamma, M)$ baumbasierter Musikgenerator:

Γ Baumgenerator:

$\Gamma = (g, td_1, \dots, td_k)$:

g reguläre Baumgrammatik

td_j toleranter Makro-Baumtransduktor

M Musikalgebra M



Generator

Definition (Baumbasierter Musikgenerator)

$G = (\Gamma, M)$ baumbasierter Musikgenerator:

Γ Baumgenerator:

$$\Gamma = (g, td_1, \dots, td_k):$$

g reguläre Baumgrammatik

td_j toleranter Makro-Baumtransduktor

M Musikalgebra M

$L(G) = \{ \llbracket t \rrbracket_M; t \in td_k(\dots(td_1(L(g)))\dots) \}$ erzeugte Musikstücke

Benutzereingaben

- ▶ Problem: Toleranz

Benutzereingaben

- ▶ Problem: Toleranz
- ▶ Lösung: $\Sigma = \{\text{CONCAT}_2, \text{OVERLAY}_2, \text{MUTE}_1\}$

Benutzereingaben

- ▶ Problem: Toleranz
- ▶ Lösung: $\Sigma = \{\text{CONCAT}_2, \text{OVERLAY}_2, \text{MUTE}_1\}$
 $\Omega = \Sigma \cup \{\text{NOTE}_1\}$

Benutzereingaben

- ▶ Problem: Toleranz
- ▶ Lösung: $\Sigma = \{\text{CONCAT}_2, \text{OVERLAY}_2, \text{MUTE}_1\}$
 $\Omega = \Sigma \cup \{\text{NOTE}_1\}$

$$R = \{qf[x_1, \dots, x_k] \rightarrow f[t_1, \dots, t_k]; f \in \Sigma_k, \\ \forall i \in \{1, \dots, k\} : t_i \in \{q[x_i], \text{NOTE}[q'[x_i]]\}\}$$

Benutzereingaben

- ▶ Problem: Toleranz
- ▶ Lösung: $\Sigma = \{\text{CONCAT}_2, \text{OVERLAY}_2, \text{MUTE}_1\}$
 $\Omega = \Sigma \cup \{\text{NOTE}_1\}$

$$R = \{qf[x_1, \dots, x_k] \rightarrow f[t_1, \dots, t_k]; f \in \Sigma_k, \\ \forall i \in \{1, \dots, k\} : t_i \in \{q[x_i], \text{NOTE}[q'[x_i]]\}\}$$

$PRE = (\Sigma, \Omega, \{q, q'\}, \{q'\}, R, q)$ toleranter Baumtransduktor



Verzierungen

Beispiel

MORDENT toleranter Baumtransduktor mit Regel

$$S[\text{NOTE}[x_1]] \rightarrow \text{SCALE}[\text{CONCAT}[S[x_1], \\ \text{RAISE}[S[x_1], -1], \\ S[x_1]], \\ \frac{1}{3} \cdot \text{LENGTH}[S[x_1]]]$$

Progressionen

► Progression G

Progressionen

- ▶ Progression G
- ▶ Status: (c, c') , c, c' Akkorde

Progressionen

- ▶ Progression G
- ▶ Status: (c, c') , c, c' Akkorde
- ▶ Initialstatus (c_s, c_e) : Progression $c_s \rightarrow c_e$

Progressionen

- ▶ Progression G
- ▶ Status: (c, c') , c, c' Akkorde
- ▶ Initialstatus (c_s, c_e) : Progression $c_s \rightarrow c_e$
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{CONCAT}[(c, c'')[x_1], (c'', c')[x_2]]$,
falls $c \rightarrow c'$ via c'' in G



Progressionen

- ▶ Progression G
- ▶ Status: (c, c') , c, c' Akkorde
- ▶ Initialstatus (c_s, c_e) : Progression $c_s \rightarrow c_e$
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{CONCAT}[(c, c'')[x_1], (c'', c')[x_2]]$,
falls $c \rightarrow c'$ via c'' in G
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{SNAP}_{\hat{c}}[\text{CONCAT}[P[x_1], P[x_2]]]$,
falls $\delta(c, c') \leq 1$ in G

Progressionen

- ▶ Progression G
- ▶ Status: (c, c') , c, c' Akkorde
- ▶ Initialstatus (c_s, c_e) : Progression $c_s \rightarrow c_e$
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{CONCAT}[(c, c'')[x_1], (c'', c')[x_2]]$,
falls $c \rightarrow c'$ via c'' in G
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{SNAP}_{\hat{c}}[\text{CONCAT}[P[x_1], P[x_2]]]$,
falls $\delta(c, c') \leq 1$ in G
- ▶ P tolerant

Progressionen

- ▶ Progression G
- ▶ Status: (c, c') , c, c' Akkorde
- ▶ Initialstatus (c_s, c_e) : Progression $c_s \rightarrow c_e$
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{CONCAT}[(c, c'')[x_1], (c'', c')[x_2]]$,
falls $c \rightarrow c'$ via c'' in G
- ▶ $(c, c')[\text{CONCAT}[x_1, x_2]] \rightarrow \text{SNAP}_{\hat{c}}[\text{CONCAT}[P[x_1], P[x_2]]]$,
falls $\delta(c, c') \leq 1$ in G
- ▶ P tolerant
- ▶ \hat{c} Abschluss von c unter Transposition

Weitere Anwendungen

▶ Kanons

Weitere Anwendungen

- ▶ Kanons
- ▶ Fugenartige Strukturen



Weitere Anwendungen

- ▶ Kanons
- ▶ Fugenartige Strukturen
- ▶ ...

Literaturhinweise

- ▶ Högberg, J.: Wind in the willows – generating music by means of tree transducers. In: Farré, J., Litovsky, I., Schmitz, S. (eds.) CIAA 20055. LNCS, vol. 3845, pp. 153—162. Springer, Heidelberg (2006)

Literaturhinweise

- ▶ Högberg, J.: Wind in the willows – generating music by means of tree transducers. In: Farré, J., Litovsky, I., Schmitz, S. (eds.) CIAA 20055. LNCS, vol. 3845, pp. 153—162. Springer, Heidelberg (2006)
- ▶ Drewes, F., Högberg, J.: An Algebra for tree-based music generation. In: Bozapadilis, S., Rahonis, G. (eds.) CAI 2007. LNCS, vol. 4728, pp. 172—188. Springer, Heidelberg (2007)