8. Tutorium **für 16.12.2011**

8.1 Greensche Funktion 1

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\left(\frac{d}{dt}+1\right)y(t)=e^t.$$

a) Finde eine zugehörige Greensche Funktion mit Hilfe des Residuensatzes.
b) Löse die Differentialgleichung auf $t \in [0,\infty)$ unter der Randbedingung $y(0)=0$ mit Hilfe der Greensfunktionen.
c) Überprüfe durch Einsetzen, dass die Lösung die Differentialgleichung und die Randbedingungen erfüllt.

8.2 Greensche Funktion 2

Folgende Differentialgleichung sei gegeben:

$$\left(-\frac{d^2}{dx^2}-\omega\frac{d}{dx}+2\omega^2\right)y(x)=e^{\omega x}.$$

a) Berechne eine zugehörige Greensche Funktion.
b) Löse die Differentialgleichung auf $x \in [0,\infty)$ und für $\omega > 0$ unter den Randbedingungen $y(0)=y'(0)=0$ mit Hilfe der Greenschen Funktionen. Hinweis: die homogenen Greenschen Funktionen lauten $\{e^{-2\omega(x-x')}, e^{\omega(x-x')}\}$.

8.3 Sturm-Liouville-Problem

a) Bringe, für $x \in [a,b]$ mit $0 < a < b < \infty$,

$$\mathcal{L}_x y(x) = -x^2 y'' + xy' + y$$

auf die Gestalt des Sturm-Liouville-Differentialoperators.
b) Transformiere die Differentialgleichung $\mathcal{L}_x y(x) = \lambda y$ durch die Sturm-Liouville'sche Transformation in die Liouvillesche Normalform.

Ankreuzbar: 1a, 1bc, 2a, 2b, 3a, 3b