

GEOMETRIE VON BLÄTTERUNGEN BLATT 7

- (1) Sei (M, \mathcal{F}) eine Blätterung, g eine Riemannsche Metrik auf $N\mathcal{F}$, ∇ ein Zusammenhang auf $N\mathcal{F}$ und $h : M \rightarrow M$ ein Diffeomorphismus, so dass $f_i \circ h = f_i$ (wenn \mathcal{F} durch die Daten (U_i, f_i, τ_{ij}) gegeben ist; das heisst also, dass jedes Blatt auf sich selbst abgebildet wird, “ h ist ein longitudinaler Diffeomorphismus”).

Zeigen Sie, dass für alle $s \in \Gamma(N\mathcal{F})$

$$h_*s := \pi(h_*Y_s)$$

unabhängig von der Wahl von $Y_s \in \Gamma(TM)$ mit $\pi(Y_s) = s$ ist.

Wie in der Vorlesung sei $h_*\nabla$ der Zusammenhang, der durch

$$(h_*\nabla)_Y s := (h^{-1})_*\nabla_{h_*Y}h_*s$$

definiert wird. Zeigen Sie:

- (a) Ist ∇ adaptiert, so auch $h_*\nabla$.
 - (b) Ist ∇ torsions-frei, so auch $h_*\nabla$.
 - (c) Ist ∇ metrisch bezüglich g , so ist $h_*\nabla$ metrisch bezüglich h^*g .
- (2) Beweisen Sie: Ist \mathcal{F} eine (starke) $O(n-k)$ -Blätterung, so existiert eine Riemannsche Metrik auf $N\mathcal{F}$, so dass (\mathcal{F}, g) eine flache Riemannsche Blätterung ist.
- (3) Zeigen Sie: Eine Riemannsche transversal orientierbare Kodimension-1-Blätterung \mathcal{F} ist durch eine geschlossene 1-Form induziert; insbesondere ist $\text{gv}(\mathcal{F}) = 0$.
- (4) Zeigen Sie, dass die Reebblätterung nicht Riemannsch ist.
- (5) Sei \mathcal{F} die Hopfblätterung auf S^3 . Geben Sie eine Riemannsche Metrik g auf $N\mathcal{F}$ an, so dass (\mathcal{F}, g) eine Riemannsche Blätterung wird.
- (6) Sei (M, \tilde{g}) eine Riemannsche Mannigfaltigkeit und X ein nirgends verschwindendes Killing-Vektorfeld, d.h.

$$\mathcal{L}_X \tilde{g} = 0.$$

(Das heißt, dass der Fluss von X aus Isometrien besteht.) Sei \mathcal{F} die 1-dimensionale Blätterung, die aus den Flusslinien von X besteht. Zeigen Sie, dass $(\mathcal{F}, \tilde{g}_N)$ eine Riemannsche Blätterung ist.