

Zauberhafte Invarianten

Ehrhard Behrends

Wenn man ein rechtwinkliges Dreieck verschiebt oder spiegelt, so bleibt es rechtwinklig. Mathematisch ausgedrückt: Rechtwinkligkeit ist eine *Invariante* bei Verschiebungen und Spiegelungen. Invarianten sind in vielen Bereichen der Wissenschaft interessant, hier geht es um die *Zauberei*.

Zur Illustration soll eine berühmte Invariante beim Kartenmischen vorgestellt werden, die von dem amerikanischen Zauberer Bob Hummer gefunden wurde.

Man bereitet einige Karten so vor, dass sich rote und schwarze Karten abwechseln:



Dann lässt man sie durch einen Zuschauer chaotisch durcheinander bringen. Erlaubt sind folgende Mischoperationen: zwei Karten von oben als „Paket“ umdrehen und wieder drauflegen; irgendwo abheben. Das kann beliebig oft passieren, die Karten werden dann recht chaotisch durchmischst aussehen. Wenn man dann aber die Karten einzeln links und rechts austeilt und einen der Stapel umgedreht auf den anderen legt, ist das Chaos wie durch Zauberei verschwunden: die roten Karten zeigen in die eine, die schwarzen in die andere Richtung:



Hintergrund ist eine gut versteckte Invariante bezüglich der hier erlaubten „Mischoperationen“. Interessierte finden mehr zum Thema in Kapitel 2 meines Buches „Der Mathematische Zauberstab“. (Rowohlt 2015).

Und hier noch ein kleines *Problem zum Knobeln*: Zwei Zuschauer nehmen die obersten Karten eines mehrfach abgehobenen bildunten gehaltenen Spiels. Sie schauen sich ihre Karten heimlich an, legen sie wieder zurück und es wird noch einmal abgehoben. Es folgen die eben beschriebenen Mischoperationen. Wie muss man das Spiel vorbereiten, damit man die Zuschauerkarten identifizieren kann?

(BITTE um 180 Grad gedreht drucken.)

Die Lösung: Lege die Karten wieder abwechselnd rot schwarz (es wird also eine gerade Anzahl sein). Wenn Zuschauer 1 und Zuschauer 2 die Karten nehmen, sollen sie sie in umgekehrter Reihenfolge zurücklegen. Nun folgen die erlaubten Mischoperationen und das oben beschriebene Sortieren. Die

Zuschauerkarten sind dann die einzigen, die falsch liegen: in der einen Richtung die einzige rote unter schwarzen, und in der anderen Richtung die einzige schwarze unter roten.

Neuer gedrehter Text: Hintergrund ist eine gut versteckte Invariante bezüglich der hier erlaubten „Mischoperationen“. Die Invariante lautet: Die Karten liegen so, dass nach „Karten einzeln nach links und nach rechts, dann einen Stapel als Ganzes gedreht auf den anderen legen“ rote und schwarze Karten in verschiedene Richtungen zeigen. Das ist am Anfang - wenn sich rote und schwarze Karten abwechseln – offensichtlich erfüllt. Und diese Eigenschaft des Stapels bleibt erhalten, wenn man auf erlaubte Weise „mischt“ (zwei Karten als Paket umdrehen, irgendwo abheben).