

Berechnung mehrlagiger Schallabsorber unter Verwendung der Vierpolmethode

Christian Thomas, Uwe Weltin

Arbeitsbereich Mechanik I, TU Hamburg-Harburg; Email: c.thomas@tuhh.de

1 Einleitung

Dieser Beitrag befasst sich mit einer Möglichkeit der Berechnung von Absorptionssystemen, die aus einer Kombination verschiedenartiger Absorbentypen aufgebaut sind. Betrachtet wird insbesondere die Absorptionsgradberechnung bei Anordnung eines mikroperforierten Absorbers (MPA) vor Glaswolle. Dieser mehrlagige Absorberraufbau ist beim Einsatz von MPA zur Steigerung des akustischen Komforts in Flugzeugkabinen denkbar, da die gesamte Rumpfstuktur des Flugzeugs mit Glaswolle ausgekleidet ist.

In Kapitel 2 wird dafür ein Berechnungsschema vorgeschlagen bei dem die unterschiedlichen Absorbentypen einer solchen Anordnung durch Vierpole abgebildet und durch eine Kettenschaltung zu einem Netzwerk verknüpft werden. Weiterhin wird in Kapitel 3 eine neuartige Möglichkeit aufgezeigt die benötigten Vierpolparameter für die Modellierung von porösen Absorbentypen in einem hybriden Verfahren durch eine numerische Parameteroptimierung aus Messungen am Impedanzrohr zu erzeugen.

2 Mehrlagiger Absorber als Vierpol-Netzwerk

2.1 Vierpolbeschreibung einzelner Lagen

Akustische Lagen, wie z.B. Glaswollschichten, können durch symmetrische Vierpole in Π -Form (wie in Abbildung 1 dargestellt) beschrieben werden, deren Impedanzen Z und Admittanzen G sich aus den Kennwerten dieser Lagen berechnen lassen.

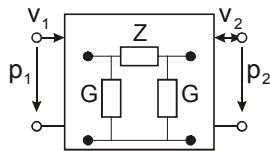


Abbildung 1: Akustischer Vierpol in Π -Form

Für die Berechnung mehrlagiger Systeme wird die sogenannte Kettenform verwendet, bei der die Eingangsgrößen in Abhängigkeit von den Ausgangsgrößen dargestellt werden. Für mehrere in Reihe geschaltete Vierpole ergibt sich die Gesamtmatrix \mathbf{A}_{ges} des Systems aus dem Produkt der Matrizen der einzelnen Lagen \mathbf{A}_i [2].

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{A}_{ges} = \prod_{i=1}^n \mathbf{A}_i$$

2.2 Vierpolbeschreibung von Luft- und Absorbenschicht

Zur Beschreibung von Absorbentypen wird die in Abbildung 1 dargestellte Π -Schaltung verwendet. In der Kettenform erhält man für diesen Vierpol die folgende Matrixdarstellung:

$$\mathbf{A}_{abs} = \begin{bmatrix} Z_a G_a + 1 & Z_a \\ 2G_a + G_a^2 Z_a & Z_a G_a + 1 \end{bmatrix}$$

Die Längsimpedanz Z_a und die Queradmittanz G_a einer Absorbenschicht der Dicke D sind dabei für senkrechten Schalleinfall in [3] wie folgt definiert:

$$Z_a = Z_{abs} \cdot \sinh(\Gamma_{abs} \cdot D); \quad G_a = \frac{\cosh(\Gamma_{abs} \cdot D) - 1}{Z_{abs} \cdot \sinh(\Gamma_{abs} \cdot D)}$$

Darin sind Γ_{abs} und Z_{abs} die charakteristischen Kennwerte Ausbreitungskonstante bzw. Wellenwiderstand des Absorbentypen, für deren Ermittlung in Kapitel 3 ein neuartiges Verfahren beschrieben wird.

Die Luftschicht kann als Sonderfall der Absorbentypen aufgefasst werden und es gilt:

$$Z_{abs(luft)} = Z_0; \quad \Gamma_{abs(luft)} = -jk_0$$

2.3 Vierpolbeschreibung des MPA

Ein MPA wird charakterisiert durch die Resistanz Z_r und die Massenreaktanz Z_{om} der mikroperforierten MPA-Platte, sowie durch die Impedanz der dahinter liegenden Luftschicht. In der Vierpoldarstellung wird der Aufbau des MPA durch verschiedene Vierpole repräsentiert, von denen einer die Eigenschaften der perforierten Platte wiedergibt, und ein weiterer das Verhalten der Luftschicht entsprechend Kapitel 2.2 beschreibt [1].

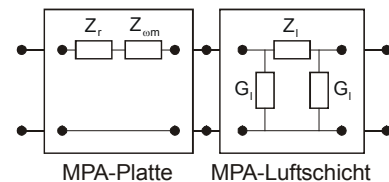


Abbildung 2: MPA in Vierpoldarstellung

In der Kettenform erhält man für die MPA-Platte die folgende Matrixdarstellung des in Abbildung 2 gezeigten Vierpols:

$$\mathbf{A}_{MPA-Platte} = \begin{bmatrix} 1 & Z_r + Z_{om} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Für die Ermittlung von Z_r und Z_{om} sei auf die Literaturstellen [4] und [1] verwiesen, in denen auch die gute Übereinstimmung von Messung und Rechnung bei verschiedenen MPA gezeigt wird.

2.4 Vierpolnetzwerk eines mehrlagigen Absorbers

Zur Berechnung des Reflexionsgrads R und des Absorptionsgrads α von Absorbentypen wird die Eingangsimpedanz Z des Systems benötigt. Für senkrechten Schalleinfall gilt:

$$R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}; \quad \alpha = 1 - |R|^2$$

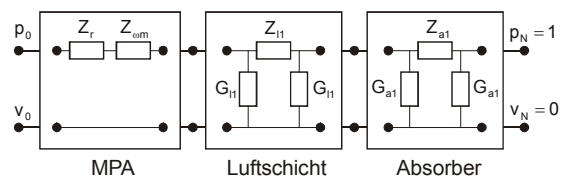


Abbildung 3: Vierpolnetzwerk eines mehrlagigen Absorbers

Zur Ermittlung der Eingangsimpedanz kann ein mehrlagiger Aufbau eines Absorbers mathematisch durch eine Reihenschaltung der Vierpole der einzelnen Lagen abgebildet werden, wie in Abbildung 3 beispielhaft dargestellt. Die Matrix zur Beschreibung des Gesamtsystems wird dann aus dem Produkt der in Kettenform aufgestellten Einzelmatrizen berechnet. Die Berechnung der Ein-

gangs impedanz des Gesamtsystems ist dann bei Kenntnis der Ausgangsgrößen p_N , v_N und der Gesamtmatrix möglich. Für die Absorptionsberechnung wird nach [3] ein schallharter Abschluss der mehrlagigen Anordnung unmittelbar durch $p_N = 1$ und $v_N = 0$ beschrieben.

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ v_0 \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{MPA-Platte} \cdot \mathbf{A}_{Luft} \cdot \mathbf{A}_{abs} \cdot \begin{pmatrix} p_N \\ v_N \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^N \mathbf{A}_i \cdot \begin{pmatrix} p_N \\ v_N \end{pmatrix}$$

$$Z = \frac{p_0}{v_0}$$

3 Numerische Vierpolparameter-Optimierung

Um die charakteristischen Kennwerte Γ_{abs} und Z_{abs} einer Vierpol-Darstellung für die in der Flugzeugindustrie verwendete Glaswolle zu ermitteln, wird hier ein neuartiges Verfahren vorgeschlagen. Die Kennwerte des Absorbers werden dabei numerisch durch Anpassung einer Rechnung an die Messung des Reflexionsgrads R_{mess} einer Materialprobe im Impedanzrohr generiert. Zur Berechnung des Reflexionsgrads R_{rech} dieses Materials werden die dafür benötigten Kennwerte Γ_{abs} und Z_{abs} nach [3] aus verschiedenen Anpasskoeffizienten a_i gebildet, die zunächst beliebig gewählt werden. Aus Messwert und Rechnung wird nun ein Kostenfunktional F_{kost} gebildet, bei dem die Anpasskoeffizienten als Variable für eine numerische Minimierung dieses Kostenfunktionals in der Optimierung Toolbox von *MATLAB* definiert werden.

$$F_{kost} = R_{mess} - R_{rech}(a_i)$$

Nach Abschluss des Optimierungsvorgangs erhält man die Koeffizienten $a_{i,opt}$ mit denen es möglich ist, einen Vierpol des untersuchten Glaswollmaterials zu bilden. Wie im folgenden gezeigt wird, muss dieser Vorgang für das betrachtete Material nur ein einziges Mal durchgeführt werden. Die Anpassung der Koeffizienten $a_{i,opt}$ erfolgt mit der Messung einer 3" dicken Probe der Glaswolle.

4 Vergleich Rechnung-Messung

Die folgenden Abbildungen 4, 5 und 6 zeigen jeweils berechnete (rote Kurve, gestrichelt) und im Impedanzrohr gemessene (blaue Kurve) Verläufe des Absorptionsgrads. Weiterhin ist dort jeweils das der Rechnung zugrunde liegende Vierpolnetzwerk skizziert.

Zunächst wird in Abbildung 4 gezeigt, dass es möglich ist mit dem aus einer 3" Messung erzeugten Absorber Vierpol auch Absorptionsgrade für einlagige 1" und 2" Glaswollanordnungen zu berechnen. Gleiches gilt auch für die in Abbildung 5 gezeigte Berechnung einer dreilagigen Glaswolle-Luft-Glaswolle Anordnung. In Abbildung 6 ist der Vergleich von Messung und Rechnung für die Anordnung von MPA vor einer Glaswollschicht dargestellt.

5 Zusammenfassung

Wenn Vierpole existieren die das Verhalten der einzelnen Lagen hinreichend genau wiedergeben, dann können Absorptionsgrade beliebiger mehrlagiger Absorbersysteme exakt mit der Vierpolmethode berechnet werden. Mit der numerischen Parameteroptimierung aus Kapitel 3 ist es möglich die benötigten Vierpole von porösen Absorbieren ausschließlich aus Messungen am Impedanzrohr zu generieren.

Wie in Abbildung 6 deutlich wird, kann mit dem vorgestellten Verfahren eine rechnerische Auslegung der Absorptionseigenschaften von MPA vor porösen Absorbieren durchgeführt werden.

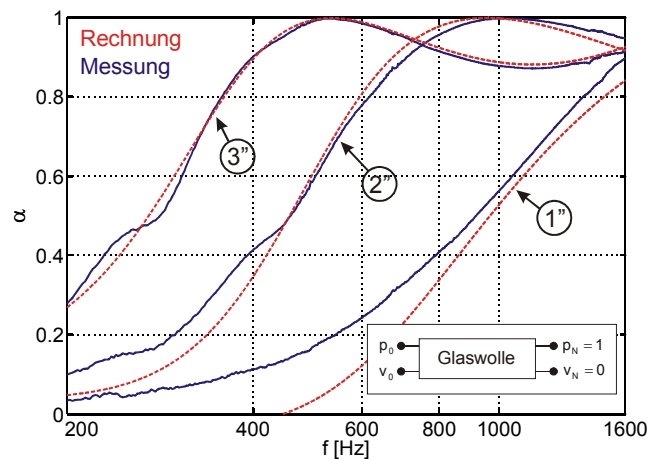


Abbildung 4: Einlagige Anordnung von 3"-, 2" und 1" Glaswolle

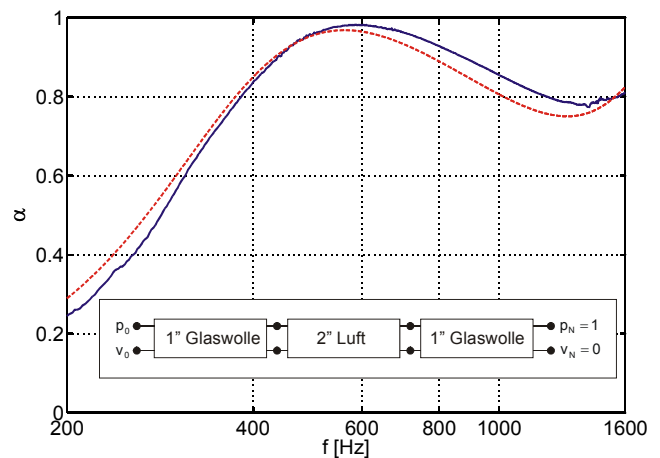


Abbildung 5: Dreilagige Anordnung: Glaswolle - Luft - Glaswolle

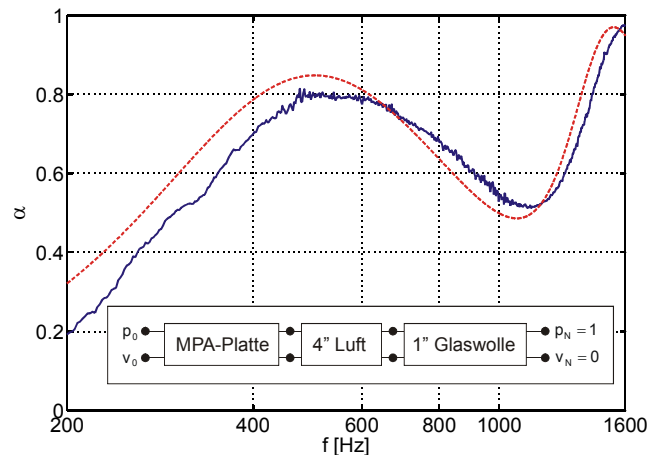


Abbildung 6: Dreilagige Anordnung: MPA-Microsorber® - Luft - Glaswolle

6 Literatur

- [1] Pfaffelhuber, K., Patsouras, D.: "Absorptionsgradberechnung mehrschichtiger Anordnungen mikroperforierter Platten", DAGA 2001
- [2] Sell, H.: "Geräuschpfadanalyse für hochfrequenten Körperschall", DAGA 2001
- [3] Mechel, F. P.: "Schallabsorber Band I-III", S. Hirzel Verlag
- [4] Maa, D.-Y.: "Potential of microperforated panel absorber", JASA 104 (5), S. 2861-2866, 1998