

Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion flüssigkeitsgefüllter Tankbauwerke auf nachgiebigen, vielfach geschichteten Böden unter seismischer Einwirkung

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Philipp Michel
aus Friedberg

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. habil. Sven Klinkel
Universitätsprofessor Dr.-Ing. habil. Carsten Könke
Professor Dr.-Ing. Christoph Butenweg

Tag der mündlichen Prüfung: 09. April 2021

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Veröffentlicht als Heft 11 (2021) in der Schriftenreihe
des Lehrstuhls für Baustatik und Baudynamik
der RWTH Aachen

Herausgeber:

Universitätsprofessor Dr.-Ing. habil. Sven Klinkel

Organisation und Verwaltung:

Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Fakultät für Bauingenieurwesen
Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik
Mies-van-der-Rohe-Str. 1
52074 Aachen

Telefon: +49 241 80 25088

Telefax: +49 241 80 22303

E-mail: sekretariat@lbb.rwth-aachen.de

© 2021 Philipp Michel

D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2021)

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Ohne Genehmigung des Autors ist es nicht gestattet, dieses Heft ganz oder teilweise auf fotomechanischem Wege (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen oder in elektronischen Medien zu speichern.

ISSN 1437-0840

ISBN 978-3-946090-10-6

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik an der RWTH Aachen University in den Jahren von 2015 bis 2021. Die Finanzierung in den Jahren 2015 bis 2017 erfolgte durch das Forschungsprojekt *Boden-Bauwerk-Triebstrang-Interaktionen von Onshore-WEA*, gefördert durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Sven Klinkel für das Ermöglichen dieser Tätigkeit und der anschließenden Weiterbeschäftigung als Lehrassistent, sowie für die Promotionsbetreuung und die Übernahme des Hauptreferates. Die Zusammenarbeit war geprägt von einer konstruktiven und motivierenden Arbeitsatmosphäre, welche regelmäßig durch diverse sportliche Aktivitäten aufgelockert wurde.

Der gleiche Danke gilt Herrn Prof. Dr.-Ing Christoph Butenweg, insbesondere für die Inspiration zum vorliegenden Thema und der Zusammenarbeit, dem Vertrauen und den Freiheiten bei der Projektdurchführung und Forschung.

Für das Zweitgutachten möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Carsten Könke und für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes Herrn Prof. Feldmann meinen Dank aussprechen,.

Außerdem möchte ich mich bei allen Kollegen am Lehrstuhl für die schöne gemeinsame Zeit am LBB bedanken. Diese umfasst die Begeisterung für die Forschung, die Aufnahme ins Team sowie die gegenseitige Unterstützung. Neben der Forschung hatte ich viel Spaß an der Zusammenarbeit mit den Studenten im Rahmen meiner Lehrtätigkeit. Hervorzuheben sind hier die Hiwis, meine Bacheloranden und Masteranden die dieser Arbeit tatkräftig zugearbeitet haben.

Der abschließende und persönlichste Dank gilt Freunden, meiner Familie und meiner Frau für die moralische Unterstützung. Diese Arbeit profitierte sowohl von dem für sie gewährten Freiraum, als auch von der teils notwendigen Ablenkung und Erholung.

Aachen, im Juli 2021

Philipp Michel

Kurzfassung

Ziel dieser Thesis ist die seismische Analyse der Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion (BBFI) von flüssigkeitsgefüllten Tankbauwerken, gegründet auf nachgiebigen, vielfach geschichteten Böden. Die Flüssigkeitsbewegung im Erdbebenfall unterteilt sich in eine konvektive Schwappbewegung und eine gemeinsame impulsive Biegeschwingung von Fluid und Tankschale. Infolge der Fluidbewegung stellen sich dynamische Flüssigkeitsdrücke ein. Aus diesen folgt die Spannungsverteilung in der Tankschale, welche zur Bemessung der Struktur dient. Die Lagerung der Struktur auf nachgiebigen Böden hat einen deutlichen Einfluss auf die Gesamtdynamik der Tankschale. Ein leistungsfähiges Modell ist erforderlich, um alle dynamischen Interaktionseffekte gemeinsam darzustellen und Spannungsverläufe im Erdbebenfall zu berechnen.

Ein Ingenieurmodell zur zielgerichteten und effektiven ganzheitlichen Berechnungen der BBFI wird vorgestellt. Mit einem praxistauglichen Ein-Schritt-Verfahren werden dynamische Flüssigkeitsdrücke und Spannungsverteilungen in der Tankschale berechnet. Im Sinne der Substrukturmethode wird das Gesamtmodell in Bodenmodell und Bauwerk-Fluid-System unterteilt. Diese werden zunächst einzeln betrachtet und zur finalen Analyse gekoppelt. Die Routine SSI-SALT nutzt die Precise-Stiffness-Matrix-Method als Bodenmodell und das Added-Mass-Verfahren zur Simulation der Tankschale, um die BBFI-Effekte möglichst genau abzubilden, aber in praxisorientierten Untersuchungen anwendbar zu bleiben. Die Tankschale wird mit den Impedanzfunktionen des Fundament-Boden-Systems gekoppelt. Als Einwirkung auf die Tankschale werden sowohl normative Antwortspektren, als auch dem Bodenaufbau entsprechend amplifizierte Erdbebenspektren eingesetzt. Am Gesamtsystem können ohne weitere Zwischenschritte die Spannungsverläufe infolge Erdbebeneinwirkung berechnet werden.

Im Vergleich zur starren Lagerung erlauben nachgiebige Böden eine größere Starrkörperrotation von Fundament und Tankschale. Dementsprechend wird die Schale weniger stark verformt, was einen geringeren impulsiven Druck nach sich zieht. Eine stärkere Anregung führt zwangsläufig zu größeren Fluiddrücken. Der tatsächliche dynamische Druck folgt aus der Kombination von Lagerungsbedingung und Einwirkung. Der Einfluss der BBFI überträgt sich von den Drücken auf die Spannungsverteilung. Als maßgebliche Einflussgrößen auf die Gesamtdynamik werden die Tankparameter Schlankheit und das Verhältnis von Wandstärke zu Tankradius identifiziert. Aus dem Tankradius folgt der Radius des Fundamentes, der gemeinsam mit der Bodenschichtung den führenden Einfluss auf den Impedanzverlauf hat. Dieser wird, ebenso wie die Bodenbewegung, von dem Schubmodul und der Mächtigkeit der Bodenschichten beherrscht. Die komplexe Wechselwirkung zwischen den einzelnen Größen erlaubt keine pauschale Abschätzung der Spannungsverteilung für Tanks auf nachgiebigen Böden. Vielmehr muss für jeden Standort und Tank eine BBFI-Analyse durchgeführt werden, was mit SSI-SALT mit vertretbarem Aufwand möglich ist.

Abstract

The aim of this thesis is the seismic analysis of the soil-structure-fluid interaction (SSFI) of liquid-filled tank structures, based on compliant, multi-layered soils. The fluid movement in case of an earthquake is divided into a convective sloshing movement and a common impulsive bending vibration of fluid and tank shell. Following the fluid movement, dynamic fluid pressures are generated. These result in the stress distribution in the tank shell, which is used to design the structure. The support of the structure on compliant soils has a significant influence on the overall dynamics of the tank shell. A powerful model is required to represent all dynamic interaction effects together and to calculate stress distributions in case of earthquakes.

An engineering model for the targeted and effective holistic calculations of SSFI is presented. Dynamic fluid pressures and stress distributions in the tank shell are calculated using a practical one-step procedure. In terms of the substructure method, the overall model is divided into a soil model and a structure-fluid system. These are first considered individually and coupled for final analysis. The routine SSI-SALT uses the Precise-Stiffness-Matrix-Method as soil model and the Added-Mass-Method for the simulation of the tank shell in order to represent the SSFI effects as accurately as possible, but to remain applicable in practice-oriented investigations. The tank shell is coupled with the impedance functions of the foundation-base system. Normative response spectra as well as earthquake spectra amplified according to the soil structuring are used to affect the tank shell. The stress curves due to earthquake action can be calculated for the entire system without any further intermediate steps.

Compared to rigid support, compliant soils allow a greater rigid body rotation of the foundation and tank shell. Accordingly, the shell is less strongly deformed, which results in a lower impulsive pressure. Stronger excitation inevitably leads to greater fluid pressures. The actual dynamic pressure therefore follows from the combination of storage condition and action. The influence of the SSFI is transferred from the pressures to the stress distribution. The tank parameters slenderness and ratio of wall thickness to tank radius are identified as the decisive influencing variables on the overall dynamics. From the tank radius follows the radius of the foundation, which, together with the ground stratification, has the leading influence on the impedance. Like the ground movement, this is dominated by the shear modulus and the thickness of the ground layers. The complex interaction between the individual variables does not allow a general estimate of the stress distribution for tanks on compliant soils. Rather, a SSFI analysis must be carried out for each location and tank, which is possible with SSI-SALT at reasonable cost.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Technik und Literaturübersicht	2
1.2.1	Fluid-Bauwerk-Interaktion	2
1.2.2	Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion	4
1.2.3	Boden-Bauwerk-Interaktion	5
1.3	Zielsetzung, Vorgehen und Gliederung	6
2	Flexibilität geschichteter Halbräume	11
2.1	Bodendynamik	11
2.1.1	Bewegungsgleichung in der Substrukturmethode	11
2.1.2	Kopplung von Bauwerk und Baugrund	12
2.1.3	Analytische Federn und Dämpfer	12
2.1.4	Green'sche Funktionen	14
2.2	Wertebereiche der Boden- und Fundamentparameter	16
2.3	Grundlagen der Stiffness-Matrix-Method	17
2.4	Bodenmodell - Precise-Stiffness-Matrix-Method	20
2.4.1	Dualvektor-Darstellung	25
2.4.2	Der Dualvektor für eine beliebige Bodenschicht	26
2.4.3	Ermittlung der Korrelationsmatrizen für ein Intervall/ Mini-Layer	28
2.4.4	Kombination von benachbarten Intervallen/ Schichten normaler Dicke	30
2.4.5	Kombination von benachbarten sehr dünnen Intervallen/ Schichten	31
2.4.6	Precise-Integration-Method	32
2.4.7	Steifigkeitsmatrix für einen homogenen transversal-isotropen Halb- raum	33
2.4.8	Green'sche Funktionen im Frequenz-Wellenzahl-Bereich	33
2.4.9	Transformation in den Frequenz-Raum-Bereich	37
2.4.10	Validierung der Berechnung der Green'schen Funktionen	39

3	Impedanz und Komplianz starrer Fundamente	43
3.1	Direkte Impedanzberechnung	43
3.1.1	Methodik	43
3.1.2	Validierung	45
3.2	Impedanzen zur bodendynamischen Anwendung	46
3.2.1	BBI Effekte	46
3.2.2	Impedanzkatalog	53
3.3	Fundament-Boden-Ersatzmodell	57
3.4	Bodenverschiebungen durch Erdbebenanregung	60
3.4.1	Normative Beschleunigungsspektren	60
3.4.2	Amplifikation eines Erdbebensignals	62
4	Impedanz und Komplianz flexibler Fundamente	69
4.1	Randelementeformulierung	69
4.2	FEM-REM-Kopplung	70
4.3	Berechnungsbeispiel	72
5	Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion	75
5.1	Grundlegende Gleichungen der Fluidodynamik	75
5.1.1	Gemeinsame Bewegung von Fluid und Struktur	75
5.1.2	Aufteilung der Potentialgleichung	78
5.1.3	Einfluss der flexiblen Lagerung auf die Potentialgleichung	78
5.1.4	Randbedingungen der Potentiale	79
5.1.5	Lösung der Potentialgleichung	81
5.2	Dynamische Druckkomponenten	81
5.2.1	Horizontale Erdbebeneinwirkung	82
5.2.2	Vertikale Erdbebeneinwirkung	87
5.2.3	Einfluss der flexiblen Lagerung auf die Druckkomponenten	88
5.3	Added-Mass-Verfahren	88
5.3.1	Zusatzdichten	88
5.3.2	Iterationsprinzip des Added-Mass-Verfahrens	89
5.3.3	Anwendungsgrenzen	91
5.4	Modalanalytische Druckberechnung	91
5.4.1	Frequenzabhängige Beschleunigungen	91

5.4.2	Überlagerung der Druckkomponenten	92
5.4.3	Überlagerung der Druckanteile infolge vertikaler und horizontaler Erdbebeneinwirkung	93
5.4.4	Umsturzmomente und Fundamentschub	94
6	Tankschalen in SSI-SALT	95
6.1	Grundlegende Funktionsweise der SALT-Routine	95
6.2	Flexible Lagerung in SSI-SALT	96
6.2.1	Problemstellung	96
6.2.2	Schrittweise Weiterentwicklung	97
6.2.3	Ankopplung des Bodenmodells und zugehörige Anpassung des Tank- modells	99
6.2.4	Iterative Druckbestimmung der impulsiv-flexiblen Druckbestimmung in SSI-SALT	102
6.3	Druckberechnung – Berechnungsbeispiel	104
6.3.1	Problembeschreibung	104
6.3.2	Vergleich mit der Literatur	106
6.3.3	Einfluss der nachgiebigen Lagerung	108
6.3.4	Bodenangepasste Anregung	112
6.3.5	Kippen des Tanks infolge horizontaler Bodenbewegung	114
6.3.6	Kombinierter impulsiver Druck	115
6.3.7	Auflagerreaktionen	117
6.4	Validierung	118
6.5	Fazit der Beispielrechnungen	120
6.6	Verwendung frequenzabhängiger, geschichteter Böden	121
6.6.1	Einbinden der Bodensteifigkeiten	121
6.6.2	Ankopplung der PSMM	122
6.6.3	Anpassung der Iteration	122
6.6.4	Beispiel zur Überprüfung der Umsetzung	123
6.7	Verwendung amplifizierter Erdbebenspektren	127
6.7.1	Einbindung	127
6.7.2	Auswertung	127
6.8	Verwendung realer Erdbebenverläufe	129
6.9	Vielfach geschichtete Böden	133

6.10	Lagerung auf flexiblen Fundamenten	133
6.11	Berücksichtigung höherer Eigenformen	136
6.11.1	Höhere Eigenformen flexibel gelagerter Tankschalen	137
6.11.2	Angepasste Überlagerung der Drücke	139
6.12	Fazit der SSI-SALT Implementierungen	142
7	Spannungen in der Tankschale	145
7.1	Vorgehen	145
7.2	Ergebnisse	146
7.2.1	Tanks auf homogenem Halbraum	146
7.2.2	Tanks auf geschichteten Böden	150
7.3	Bewertung und Zusammenfassung	152
8	Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion: Parameterstudie	155
8.1	Homogene Böden	156
8.2	Nachgiebige Bodenschicht über Fels	159
8.3	Vielfach geschichtete Böden	163
8.4	Zusammenfassung der BBFI-Berechnung	165
9	Zusammenfassung und Ausblick	169
9.1	Zusammenfassung	169
9.2	Ausblick	172
Anhang A	Boden-Bauwerk-Interaktion	175
A.1	Frequenz, Periode und Wellenzahl	175
A.2	Ableitungen der Korrelationsmatrizen	175
A.3	Herleitung der Kombinationsgleichungen	177
A.4	Steifigkeitsmatrizen für den homogenen Halbraum	178
Anhang B	Fluid-Struktur-Interaktion	180
Anhang C	SSI-SALT	182
C.1	Makros in SSI-SALT	182
C.2	Lastfälle in SSI-SALT	183
Anhang D	Parameterstudie	184
	Literaturverzeichnis	186

1 Einleitung

1.1 Motivation

Im Anlagenbau werden Flüssigkeitstanks für eine Vielzahl von Anwendungen eingesetzt; von Wassertanks und Behältern für Chemikalien bis hin zu Reaktorbehältern. Typischerweise werden die Flüssigkeitstanks als dünnwandige, kreisförmige und rotationsymmetrische Zylinderschalen ausgeführt, als Baustoff bietet sich Stahl an. Die Tanks ruhen auf Flach- oder Pfahlgründungen und verfügen über Anbauten wie Zu- und Ableitungen und Dächer. Die Beschädigung oder Zerstörung dieser Anlagen kann enorme ökonomische und ökologische Konsequenzen nach sich ziehen. Die Schäden reichen von Beschädigungen von Anbauteilen und Fundamenten über Schalenbeulen [1] bis hin zur Selbstentzündung von Treibstofftanks durch Funkenschlag aneinander reibender Stahlbauteile [2].

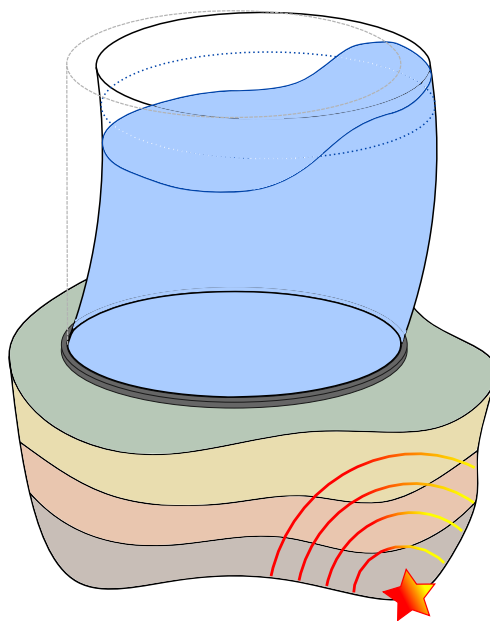


Abbildung 1.1: Gemeinsame Schwingung von Flüssigkeit und Struktur eines Tanks auf geschichtetem Boden unter seismischer Belastung.

Seismische Einwirkungen stellen einen extremen Lastfall dar, der die dünnwandigen Tankbauwerke insbesondere der kritischen Gefahr des Stabilitätsversagens aussetzt, was nach einer Vielzahl seismischer Ereignisse in aller Welt beobachtet wurde. Das Beulverhalten ist nicht allein von der Spannungsverteilung in der Tankschale abhängig, allerdings bieten sich die Spannungsverläufe an, um Tankbauwerke gegen Stabilitätsversagen nachzuweisen [3, 4]. Dazu ist ein leistungsfähiges Berechnungsmodell erforderlich, das alle dynamischen Interaktionseffekte beinhaltet und die Berechnung von Spannungsverläufen an Tankschalen im Erdbebenfall erlaubt.

Für die Gesamtdynamik sind das Verhalten und die gegenseitige Beeinflussung von Tankschale und Flüssigkeit und die Charakteristik der Erdbebeneinwirkung entscheidend. Eine

grundlegende Beobachtung zur Fluidodynamik in Tankschalen ist, dass die Flüssigkeitsbewegung sich in eine langperiodige Schwappbewegung und eine gemeinsame Interaktionsschwingung mit der Behälterwand aufteilt [5]. Die Schwappbewegung wird als konvektive Komponente bezeichnet, die Interaktionsschwingung als impulsive Komponente. Das Zusammenspiel von Flüssigkeit und Struktur wird als Bauwerk-Fluid-Interaktion (BFI) benannt. Die konvektive Schwappbewegung stellt sich nur unter horizontaler Anregung ein.

Das frequenzabhängige Verhalten nachgiebiger Böden unter zyklischer Belastung hat einen deutlichen Einfluss auf die Lagerungsbedingung der Tankschale [6]. Die Wechselwirkung von Fundament und Boden wird als Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI) bezeichnet und beeinflusst die gemeinsame Bewegung von Baugrund und Struktur. Diese ist außerdem von der Erdbebencharakteristik und den Bodeneigenschaften abhängig [7]. Die Abstrahlung von Schwingungsenergie in Richtung des unendlichen Baugrundes kann eine dämpfende Wirkung auf die Bauwerksbewegung haben. Die Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Boden, beziehungsweise einzelner Bodenschichten beeinflusst die Wellenbewegung, was zu signifikanter Verstärkung der Schwingungsamplitude führen kann. Die Herausforderung einer BBI-Analyse besteht darin, die Wechselwirkung einer finiten Struktur mit dem infiniten Baugrund zu koppeln. Neben der direkten Berechnung an einem ganzheitlichen Modell ist es möglich mithilfe der Substrukturmethode das Problem in Teilsysteme aufzuteilen. So lassen sich die Substruktur – der Baugrund, und die Superstruktur – das Bauwerk, zunächst getrennt voneinander modellieren und für die abschließende Analyse miteinander koppeln. Die frequenzabhängige dynamische Steifigkeit des Bodens, einer Bodenschicht oder der Struktur wird als Impedanz bezeichnet. Die Reziproke der Impedanz ist die Komplianz oder Flexibilität des Systems. Das Verschiebungsfeld eines nachgiebigen Mediums unter einer bekannten Belastung wird als Einflußfunktion oder Green'sche Funktion bezeichnet.

Für Flüssigkeitstanks auf nachgiebigen Böden ergibt sich so ein komplexes dynamisches Gesamtsystem, da alle genannten dynamischen Teilsysteme miteinander interagieren. Dies erfordert eine holistische Betrachtung der Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion (BBFI). Das Gesamtsystem und die Teilsysteme sind in Abbildung 1.1 dargestellt. Zu sehen ist eine flüssigkeitsgefüllte Kreiszyinderschale auf einem vielfach geschichteten Boden unter seismischer Einwirkung. Dabei zeigt die Fluidoberfläche die typische Schwappbewegung, während gleichzeitig die gemeinsame Biegeschwingung von Flüssigkeit und flexibler Tankschale sichtbar ist.

1.2 Stand der Technik und Literaturübersicht

1.2.1 Fluid-Bauwerk-Interaktion

Numerische Analysen von Flüssigkeitstanks sind zeit- und kostenaufwendig, weshalb sich vereinfachte analytische Lösungsverfahren anbieten. Ingenieurmodelle zur Darstellung der Bauwerk-Fluid-Interaktion werden in allen Schritten der Tankauslegung, von der Vorbe-

messung bis zur Fertigstellung, eingesetzt. Zu den ersten wichtigen analytischen Ansätzen gehört die von Housner vorgenommene Vereinfachung des Systems eines starren Tanks auf fester Lagerung [5]. Die Methode ist nach wie vor die Grundlage verschiedener Konstruktionscodes wie der API 650-Norm [8] und wird sowohl in der Praxis als auch in der Forschung genutzt [9]. Veletsos & Yang [6] und Haroun & Houser [10] erweitern die Untersuchung um nachgiebige Behälterwände. Die Flexibilität der Wände erhöht die Amplitude des dynamischen Drucks. Da sich die Perioden der Schwappbewegung und der impulsiven Bewegung deutlich unterscheiden, ist eine entkoppelte Berechnung möglich [11]. Darauf aufbauend präsentieren Malhotra et al. [12] ein vereinfachtes Verfahren zur Berechnung von Fundamentschub und Umsturzmoment, welches in den Eurocode 8 [13] aufgenommen wurde.

Ein Nachteil der beschriebenen Methoden ist der Mangel an Informationen über die Druckkurven und die Spannungsverteilung in der Tankwand, die für eine umfassende seismische Auslegung erforderlich sind. Abhilfe schafft das Added-Mass-Verfahren nach Fischer [14] und Fischer & Rammerstorfer [15] mit einer iterativen Berechnung der Tankeigenform an der Tankschale. Dabei werden dynamische Drücke durch zusätzlichen Massen auf der trockenen Tankschale dargestellt. Als Ergebnis der Iteration liegen statische Ersatzlasten für die hydrodynamischen Drücke unter Berücksichtigung der Interaktionseffekte vor. Dieses Vorgehen umgeht den Einsatz von Kragarmeigenformen für die Tankmoden früherer Methoden [11, 16] welcher beispielsweise von Nachtigall et al. [17] und Virella et al. [18] bemängelt wird, die Eigenformen der gesamten Schale berechnen. Ganzheitliche Tankeigenformen lassen sich analytisch [19] und numerisch [20] bestimmen sowie mit Experimenten vergleichen [21]. Das Added-Mass-Verfahren ist Bestandteil des Eurocode 8 [13], wo es in Verbindung mit dem Antwortspektrenverfahren vorgestellt wird. Nach der Berechnung der Druckverläufe können diese zur Ermittlung der Spannungsverteilung in der Tankschale genutzt werden. Dazu stellen Meskouris et al. [22] einen Finite-Elemente Code vor, der das Added-Mass-Verfahren nutzt, um eine ganzheitliche praxistaugliche Analyse an einer Tankschale unter verschiedenen Lastfällen, inklusive Erdbebeneinwirkung, durchzuführen. Der Name des Programms ist SALT (Seismic Analysis of Liquid-Filled Tanks), es dient als Ausgangspunkt für die in dieser Arbeit vorgestellten Entwicklungen. In vergleichbaren Ansätzen wird das Added-Mass-Verfahren von Virella et al. [18] eingesetzt, um den Einfluss der Tankschlankheit auf die Eigenperioden, Eigenformen und Druckverteilung verschiedener Tankformen zu untersuchen. Buratti & Tavano [23] nutzen das Verfahren, um das Beulverhalten und die seismische Fragilität fest verankerter Tanks zu betrachten. Für bestimmte Geometrien fest gehaltener Tanks präsentieren Meskouris et al. [24] tabellierte Druckfunktionen als praktische Auslegungshilfe. Einen Gegensatz dazu stellen numerische CFD (computational fluid dynamics) Analysen dar, bei denen die Fluidbewegung detailliert modelliert wird [4, 25, 26]. CFD-Analysen sind rechenintensiv, erlauben aber die Einbeziehung von nichtlinearem Fluidverhalten und BFI in die Berechnung von Tankschalen, wie von Matsui und Nagaya [27] und von Kang et al. [28] gezeigt wird. Eine Übersicht über Elementformulierungen zur Fluidsimulation in Tankbauwerken bietet Rosin [4].

Das Added-Mass-Verfahren stellt einen praxis- und forschungstauglichen Kompromiss aus Genauigkeit, Rechengeschwindigkeit und Bedienbarkeit dar [18, 23]. Während fortgeschrittene Methoden rechenintensiv sind, ist bei vereinfachten Verfahren oftmals die schrittweise Berechnung von Lagerungsbedingungen, seismischer Einwirkung, Druckverteilung und Spannungsverlauf nötig. Zur Berechnung der Teilprobleme kommen verschiedene Modelle zum Einsatz. Druckverteilung und Spannungsverlauf müssen mitunter aus globalen Größen wie dem Umsturzmoment errechnet werden.

1.2.2 Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion

In einer Vielzahl von BFI-Analysen wird der Tanks als fest gelagert angenommen, eine Annahme, die sich nicht durchgehend als richtig erweist. Dementsprechend vergleicht Malhotra [29] das seismische Verhalten von teilweise gehaltenen und unverankerten Tanks auf einem starren Fundament. Nicht verankerte Tanks führen eine Kippbewegung aus, die zu einem Abheben der Konstruktion führen kann. Dieses Abheben beeinflusst die Amplitude und Verteilung der Tankspannungen [30] und das Beulverhalten des Tanks [31]. Diese Effekte sind vergleichbar mit einer Lagerung auf nachgiebigem Boden. Wird der Tank auf nachgiebigem Boden gelagert und in vertikaler Richtung angeregt, führt die nachgiebige Lagerung zu einer Reduzierung der dynamischen Flüssigkeitsdrücke [32, 33]. Unter horizontaler Anregung lassen sich an nachgiebig gelagerten Tanks Kipp- und Horizontalbewegungen beobachten, die zu längeren impulsiven Bewegungen führen, was die impulsive Antwort des Systems verändert [34]. Während bei starrer Lagerung die Fundamentbewegung gleich der Bodenbewegung ist, beeinflusst die zusätzliche Kippbewegung auf nachgiebigem Boden das Gesamtverhalten der Struktur. Davon sind insbesondere schlanke Tanks und Tanks auf sehr weichen Böden betroffen [11]. Aus diesem Grund muss die Boden-Bauwerk-Interaktion zusätzlich zur Boden-Fluid-Interaktion in der Analyse der Tankbauwerke berücksichtigt werden. Die Summe der Effekte lässt sich als Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion (BBFI) bezeichnen. Veletsos & Tang [35] zeigen einen starken Einfluss der BBI auf das Verhalten eines Tanks auf nachgiebigem Boden. Sie benennen zwei grundlegende Unterschiede zwischen fest und nachgiebig gelagerten Tanks. Zum einen führt die Flexibilität des Bodens zu einer abnehmenden Steifigkeit der Tanklagerung, zum anderen erlaubt diese nachgiebige Lagerung das Abstrahlen von Schwingungsenergie in den unendlichen Baugrund [7, 11]. Die Untersuchungen zeigen einen deutlichen Einfluss der BBFI auf die Systemantworten wie den Fundamentalschub oder Umsturzmente.

Habenberger [36] entwickelt einen Berechnungsansatz, um die Eigenformen von flüssigkeitsgefüllten Zylinder zu berechnen. Der Autor stellt Mehrmassenschwinger vor, die die dynamische Steifigkeit der Interaktion von Flüssigkeit, Tank und flexiblem Untergrund berücksichtigen. BBFI-Analysen konzentrieren sich auf unterschiedliche Aspekte des Gesamtverhaltens. Amabili et al. [37] präsentieren die Eigenformberechnung für eine flexibel und frequenzabhängig gebettete Tankschale. Mykoniou et al. [38] untersuchen Tankgruppen auf nachgiebigem Boden inklusive der Bauwerk-Boden-Bauwerk-Interaktion unter Einsatz der Finite-Elemente-Methode (FEM) und Randelemente-Methode (REM). Die Tankbauwerke werden durch Mehrmassenschwinger abgebildet. In einer vergleichbaren Vorgehensweise

untersuchen Schatten et al. [39] Tanks, die auf Schüttgutfundamenten thermisch isoliert werden. Die direkte Methode eines aufwendigen Boden-Modells in Verbindung mit dem Added-Mass-Verfahren wird von Kim et al. [40] genutzt. Die Druckverteilung unter Erdbebeneinwirkung wird von der BBFI beeinflusst, was Kim et al. [41] in einer REM-FEM-REM-Analyse nutzen, um eine Basisisolierung des Tanks zu beurteilen. Park et al. [42] setzen ein vereinfachtes Tankmodell in Kombination mit einem aufwendigen Bodenmodell ein, welches mit Zentrifugentests kalibriert wird. Die Autoren beobachten eine starke Abhängigkeit der Flüssigkeitsdrücke im Tank vom Kippverhalten und den Tankeigenformen. Abschließend fordern sie eine genaue Berücksichtigung der BBFI in der baupraktischen Tankbemessung. Anspruchsvolle, ganzheitliche BBFI Analysen mit Methoden wie FEM-REM-Kopplung erfordern Expertise und Sorgfalt. Neuere BBFI-Untersuchungen begnügen sich oft mit vereinfachten Boden- und Tank-Fluid-Modellen und konzentrieren sich auf das Tankverhalten in Abhängigkeit der Fundamentsteifigkeit [9] oder der nichtlinearen Berechnung der Tankschale um das Beulverhalten zu untersuchen [43]. Außerdem werden zusätzliche dynamische Lastfälle wie Windeinwirkung berücksichtigt [44], die den Tank andersartig belasten.

1.2.3 Boden-Bauwerk-Interaktion

Voraussetzung für eine BBFI-Analyse ist ein leistungsfähiges Modell zur Beschreibung der Interaktionseffekte im Boden und von Bauwerk und Boden. Die aufwendigen mechanischen Hintergründe der Boden-Bauwerk-Interaktion werden beispielsweise von Wolf [45], Studer et al. [7], Chowdhury & Dasgupta [46] und Kausel [47] beschrieben. Eine historische Zusammenfassung der BBI stellt Kausel [48] vor, der die Arbeit von Reissner [49] als den Beginn der Untersuchung dynamischer Fundamentbewegung auf nachgiebigen Böden angibt. Die grundlegenden, teils deutlich älteren Untersuchungen zur Wellenausbreitung im Boden werden etwa von Kramer [50] oder Aki & Richards [51] zusammengefasst. Die Wechselwirkung starrer Fundamente auf homogenen Böden wird unter anderem von Lysmer [52] und Wong & Luco [53] untersucht. Durch Wong & Luco [54] wird das Problem auf geschichtete Böden erweitert. Eine Erweiterung auf nachgiebige Fundamente bieten Whittaker & Christiano [55] im Frequenzbereich und Karabalis & Beskos [56] im Zeitbereich.

Zur Berechnung der Impedanz von geschichteten Böden stellen Kausel & Roesset [57] die Stiffness-Matrix-Method vor. Dazu wird der Boden in eine Vielzahl horizontaler Schichten aufgeteilt. Die Beziehungen zwischen Lasten und Verschiebungen an den Schichtgrenzen sind eine Funktion von Frequenz und Wellenzahl. Verschiedene Methoden der Berechnung von Green'schen Funktionen zur Beschreibung dieser Beziehung aufbauend auf der Wellengleichung in einer sehr dünnen Schicht sind verfügbar [57, 58, 59, 60, 61, 62]. Aufbauend auf Lysmer [63] und Waas [64] stellt Kausel [65] die leistungsfähige Thin-Layer-Method vor, welche eine FE-ähnliche Diskretisierung des Bodens in Tiefenrichtung nutzt und die Bodenbewegung in der Ebene analytisch berechnet [66, 67]. Die Diskretisierung teilt den Boden in Sublayer ein. Deren ausgewählte Dicke beeinflusst die Stabilität und Genauigkeit der Berechnung.

Alternativ kann die Wellenausbreitung mit der Precise-Integration-Method (PIM) nach Zhong [68] genutzt werden, um Oberflächenwellen [69] und die Wellenausbreitung in vielfach geschichteten anisotropen Böden zu berechnen [70, 71]. Das PIM-Vorgehen wird von Lin et al. [72] zur Impedanzberechnung von Streifenfundamenten genutzt. Anschließend generalisieren Lin et al. [73] das Vorgehen, in dem Bauwerk und Bodenoberfläche gleichmäßig diskretisiert werden, was die Simulation beliebiger Fundamente erlaubt, die auf vielfach geschichteten, anisotropem Boden gegründet werden. Die Methode ist bedingungslos stabil, die Berechnung der Green'schen Funktionen ist robust und unabhängig von Diskretisierungsfehlern. In weiteren Anwendungen wird die PIM in der Berechnung von Bauwerk-Boden-Bauwerk-Interaktion [74] oder der Simulation von Fluiden in poroelastischen Böden genutzt [75]. Weitere Berechnungsmethoden der BBI reichen von analytischen Feder-Dämpfer-Modellen [52, 76, 77] und Kegelstumpfmodellen [45] bis hin zur Kopplung von Randelemente-Methode mit FEM [78] oder dem Einsatz der Scaled-Boundary-Finite-Element-Methode [79] oder von Bodenmodellen mit der Perfectly-Matched-Layer-Method [80, 81].

Die BBI hat eine Relevanz für eine Vielzahl schwingungsanfälliger Bauwerke. Dies umfasst schlanke Windenergieanlagen [82] und Schornsteine [83], sowie Brücken [84] oder Mauerwerksbauten unter seismischer Belastung [85] und Bauwerke von besonderer Bedeutung wie kerntechnische Anlagen [86]. Die dynamische BBI erfordert immer einen Spagat zwischen Genauigkeit und Anwendbarkeit der Modelle. Der natürliche Bodenaufbau birgt außerdem eine große Unsicherheit bezüglich der vorhandenen, breit streuenden, Materialparameter [7]. In baupraktischen Untersuchungen werden daher oftmals vereinfachte analytische Feder-Dämpfer-Modelle eingesetzt und nur im begründeten Einzelfall zur genauen Analyse gegriffen [87, 88].

1.3 Zielsetzung, Vorgehen und Gliederung

In dieser Arbeit sollen zielgerichtete und effektive ganzheitliche Berechnungen der BBFI anhand eines Ingenieurmodell durchgeführt werden. Für beliebige Tankgeometrien werden in einem praxistauglichen Ein-Schritt-Verfahren dynamische Flüssigkeitsdrücke und Spannungsverteilungen in der Tankschale berechnet. Dabei können nachgiebige, vielfach geschichtete Böden und die zugehörige seismische Einwirkung berücksichtigt werden.

Folgende Ziele sollen erreicht werden:

- (I) Erstellen eines leistungsfähigen holistischen Ingenieurmodells zur Berechnung dünnwandiger und flüssigkeitsgefüllter Tankschalen, gelagert auf nachgiebigen, vielfach geschichteten Böden unter seismischer Einwirkung.
- (II) Ein-Schritt-Spannungsberechnung am Gesamtmodell.
- (III) Identifikation der maßgeblichen Parameter der Teilmodelle und ihren Einfluss auf die Gesamtdynamik.

Die vorgestellte Methodik grenzt sich von aufwendigen CFD Analysen [4, 26, 27, 28], oder der direkten BBFI Analyse am Gesamtmodell ab [40]. Im Gegensatz zu früheren BBFI Analysen werden Druck- und die Spannungsverteilung an der Gesamtschale bestimmt und vielfach geschichtete Böden berücksichtigt [36, 38, 40]. Sowohl Bodenmodell als auch Bauwerksmodell werden gewählt um ein ganzheitliches Ingenieurmodell zu entwickeln, das die BBFI-Effekte möglichst genau abbildet aber in praxisorientierten Untersuchungen anwendbar bleibt. Daher wird versucht die Komplexität des Gesamtsystems möglichst gering zu halten.

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt weder auf der BBI noch auf der BFI sondern auf deren Zusammenwirken. Aus diesem Grund können Themen dieser umfassenden Forschungsfelder wie Nichtlinearitäten von Boden und Schale, wassergesättigte Böden, statistische und probabilistische Untersuchungen von Erdbebensignalen und Bauwerksantworten nicht diskutiert werden. Die Untersuchungen beschränken sich auf die Dynamik von Bauwerk, Flüssigkeit und Boden unter horizontaler seismischer Anregung. Der Fokus liegt auf der Druck- und Spannungsverteilung der Behälterwand. Mit den vorgestellten Formulierungen kann SSI-SALT auch den dynamischen Druck auf den Behälterboden, sowie in Folge vertikaler Bodenbewegung berechnen, was aus Gründen der Übersichtlichkeit in dieser Arbeit nicht dargestellt wird. Das iterative Added-Mass Verfahren liefert ungenaue Ergebnisse für Tankschlankheiten kleiner 0,6. Für Schlankheiten größer 2 sollen mehrere Eigenformen berücksichtigt werden [89]. Tanks mit einer Schlankheit kleiner gleich 1 werden in dieser Arbeit nicht betrachtet, die Verwendung höherer Eigenformen in der BBFI Analyse wird diskutiert. Die statische Bemessung von Fundament und Struktur wird als erfolgreich durchgeführt angenommen.

Zum Erreichen der Ziele werden folgende Zwischenschritte festgelegt:

- (i) Auswahl und Implementierung eines leistungsfähigen Bodenmodells zur Ermittlung von dynamischen Bodenimpedanzen und zugehörigen Erdbebenverläufen.
- (ii) Erweiterung der Added-Mass Routine SALT um die Berechnung nachgiebig gelagerter Tankschalen.
- (iii) Kombination der Teilmodelle im Sinne der Substrukturmethode.
- (iv) Ermittlung dynamischer Flüssigkeitsdrücke am Gesamtmodell.
- (v) Spannungsberechnung am Gesamtmodell.
- (vi) Untersuchung der maßgebenden Parameter des Bodens und des Tanks und ihren Einfluss auf Druck- und Spannungsverläufe.

Aus dem Ausgangsproblem ergeben sich die zunächst die Themenfelder BBI und BFI, anschließend werden die Teilsysteme im Sinne der Substrukturmethode zusammengefasst, was in Abbildung 1.2 dargestellt ist. Die Zwischenschritte teilen sich auf die Themenfelder BBI, BFI und BBFI auf.

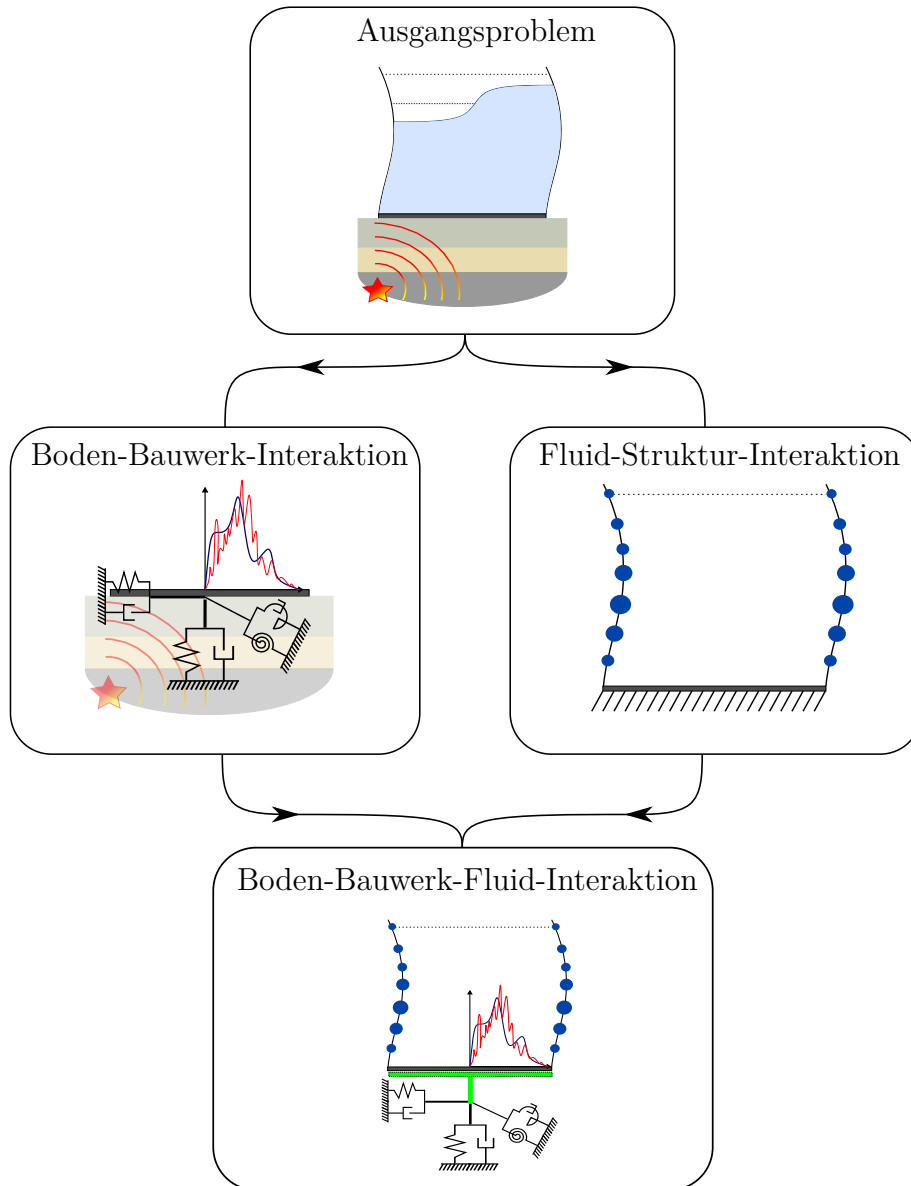


Abbildung 1.2: Im Sinne der Substrukturmethode, werden aufbauend auf dem Ausgangsproblem zuerst die Teilmodelle bearbeitet. Anschließend werden alle Interaktionseffekte im Gesamtmodell zusammengefasst.

Nach der Einleitung in Kapitel 1 wird in Kapitel 2 das Bodenmodell vorgestellt, die Precise-Stiffness-Matrix Method wird eingeführt. Es wird erläutert, wie die PIM genutzt wird, um das Verhalten von Spannungen und Verschiebungen in einzelnen Schichten zu beschreiben. So ergeben sich Green'sche Funktionen von homogenen und vielfach geschichteten Halbräumen im Frequenzbereich. Abschließend werden Konvergenzverbesserungen in der Berechnung der Green'schen Funktionen durchgeführt.

Auf Basis der Green'schen Funktionen wird in Abschnitt 3 zunächst die frequenzabhängige Impedanz starrer Oberflächenfundamente auf nachgiebigen Böden berechnet. Dem schließt sich die Betrachtung der Fundamentkomplianz und der Amplifikation der seismischen Einwirkung an. Die markanten Parameter der BBI werden identifiziert und über-

sichtlich dargestellt. Dazu wird ein Katalog von Impedanzen und Bodenbeschleunigungen für verschiedene Bodenverhältnisse vorgestellt, der den späteren Untersuchungen am Gesamtsystem zur Verfügung steht. Es folgt die Berechnung von Impedanzen biegeweicher Oberflächenfundamente mit einer Kopplung von FEM und REM in Kapitel 4.

Wie in Abbildung 1.2 dargestellt, erfolgt zunächst unabhängig davon in Kapitel 5 die Betrachtung der FSI Problematik. Das Added-Mass-Verfahren wird erläutert und auf seine prinzipielle Anwendbarkeit in der BBFI-Analyse überprüft. Im Zuge dessen werden die Schnittstellen zwischen BBI und BFI im Verfahren identifiziert.

Anschließend wird in Kapitel 6 das Gesamtmodell erstellt, welches die gesamte BBFI umfasst. Dazu wird die Added-Mass Routine SALT um die Berücksichtigung der BBI-Effekte erweitert, um die dynamischen Drücke infolge horizontaler Anregung zu betrachten. Dies schließt die Drücke infolge der Schwappbewegung, der gemeinsamen Biegeschwingung von Behälter und Fluid sowie der starren horizontalen Bewegung und der Kippbewegung des Fluid-Tank-Fundament-Systems mit ein. An die schrittweise Beschreibung der Implementierung schließen sich eine Validierung und eine Plausibilitätskontrolle an. Das neue BBFI-Gesamtverfahren wird als SSI-SALT bezeichnet. Aus der Literatur bekannte Tankbeispiele werden mit SSI-SALT berechnet, wobei verschiedene Bodenschichtungen und Erdbebenanregungen betrachtet werden. Die Bodenmodelle und Erdbebenverläufe werden aus Kapiteln der Impedanzberechnung herangezogen, es werden homogene und geschichtete Böden sowie starre und weiche Fundamente eingesetzt. Ausgewertet werden die Verläufe der dynamischen Druckkomponenten für Beispieltanks auf den verschiedenen Fundament-Boden-Systemen. Daran schließt sich die Untersuchung des Einsatzes höherer Tankeigenformen in der BBFI-Analyse an. Im nächsten Schritt wird diese Routine genutzt, um die Spannungen in der Tankschale zu bestimmen. Die Spannungen unter Berücksichtigung der BBFI-Effekte werden in Abschnitt 7 dargestellt und bewertet.

Aufbauend auf die Untersuchungen in den Kapiteln 6 und 7 wird in Abschnitt 8 eine Parameterstudie durchgeführt, um das Verhalten von Tankbauwerken auf nachgiebigen Böden umfassend zu untersuchen. Hierbei greifen die Modelle und Erkenntnisse der Kapitel 3 und 6 ineinander.

Abschließend wird in Kapitel 9 eine Zusammenfassung der Arbeit durchgeführt und die Thesis mit einem Ausblick auf weitere Forschungsthemen beendet.

2 Flexibilität geschichteter Halbräume

2.1 Bodendynamik

2.1.1 Bewegungsgleichung in der Substrukturmethode

Die allgemeine Bewegungsgleichung einer Struktur im Zeitbereich lautet

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (2.1)$$

mit den Verschiebungen \mathbf{u} , sowie den Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} , die die Masse, die Dämpfung und die Steifigkeit beschreiben, \mathbf{Q} ist der Vektor der externen Lasten. Da die beiden Systeme - Boden und Struktur - unterschiedliche Betrachtungsweisen erfordern, können sie zunächst getrennt analysiert und anschließend zur Gesamtbetrachtung wieder gekoppelt werden. Diese Aufteilung in Teilsysteme wird Substrukturmethode genannt, das Bauwerk wird als Superstruktur und der Baugrund als Substruktur bezeichnet. Zur Berechnung der Boden-Bauwerk-Interaktion werden Bauwerk und Boden in einem Interaktionshorizont I gekoppelt, zur Darstellung der Kopplung werden alle Freiheitsgrade der Struktur nach S kondensiert. Da, abgesehen von der konstanten Masse, alle Größen abhängig von der Zeit sind, wird im Folgenden der Suffix t unterschlagen.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{SS} & \mathbf{M}_{SI} \\ \mathbf{M}_{IS} & \mathbf{M}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_S \\ \ddot{\mathbf{u}}_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{SS} & \mathbf{C}_{SI} \\ \mathbf{C}_{IS} & \mathbf{C}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_S \\ \dot{\mathbf{u}}_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{K}_{SI} \\ \mathbf{K}_{IS} & \mathbf{K}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_S \\ \mathbf{u}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_S \\ \mathbf{Q}_I \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Die Bewegungsgleichung lässt sich auch in den Frequenzbereich transformieren, wobei alle Variablen von der Frequenz f abhängig sind.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}(f) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}}(f) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(f) = \mathbf{Q}(f) \quad (2.3)$$

Zusammenfassend können Steifigkeit, Masse und Dämpfung in die Dynamische Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_d kondensiert werden

$$\mathbf{K}_d = (\mathbf{K} - \mathbf{M} \cdot (2\pi f)^2 + i\mathbf{C} \cdot 2\pi f) \quad (2.4)$$

eine komplexe Matrix, es gilt $i = \sqrt{-1}$. Die dynamische Steifigkeit des Bodens wird auch als Impedanz bezeichnet, es handelt sich um eine frequenzabhängige Größe. Diese Bezeichnung ist im eigentlichen physikalischen Sinne nicht korrekt, da eine Impedanz das Verhältnis von Steifigkeit und Geschwindigkeit beschreibt, wird allerdings in der Bodendynamik gemeinhin so verwendet [7]. Hier wird die Impedanz als das Verhältnis einer frequenzabhängigen harmonischen Belastung und der daraus resultierenden Verschiebung definiert [77]. Beispielfhaft gilt für die vertikale Bewegungskomponente:

$$K_{d,v} = \frac{P_v}{u_v} \quad (2.5)$$

Die komplexe Impedanzmatrix \mathbf{K}_d beinhaltet alle Komponenten und setzt sich aus der Summe von Real- und Imaginärteil

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{K}_1 + i\mathbf{K}_2 \quad (2.6)$$

zusammen [77]. Während im Realteil Masse und Steifigkeit enthalten sind, korrespondiert der Imaginärteil mit den Dämpfungseigenschaften des Systems [7]. Die Amplitude der komplexen Impedanz ist demnach

$$|K_{d,ij}| = \sqrt{(K_{1,ij})^2 + (K_{2,ij})^2} \quad (2.7)$$

2.1.2 Kopplung von Bauwerk und Baugrund

Nach der Ermittlung der Bodensteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_{d,Soil}$ kann diese im Interaktionshorizont I an die Struktursteifigkeitsmatrix S angekoppelt werden. Was an dieser Stelle mit Hilfe der frequenzabhängigen kondensierten dynamischen Steifigkeitsmatrix beschrieben wird.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{d,SS} & \mathbf{K}_{d,SI} \\ \mathbf{K}_{d,IS} & \mathbf{K}_{d,II} + \mathbf{K}_{d,Soil} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_S \\ \mathbf{u}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_S \\ \mathbf{Q}_I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{P}_I \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Dazu muss die Bodensteifigkeit auf die Strukturfreiheitsgrade transformiert werden. \mathbf{P}_I beschreibt den Vektor der Bodenreaktionslasten, der ebenfalls in die Kopplungsgleichung aufgenommen werden muss. Im vorliegenden Anwendungsfall enthält er die auf die Struktur wirkenden Erdbebenlasten. Betrachtet man ein Fundament, kann die Steifigkeit der Fundamentstruktur $\mathbf{K}_{d,S}$ zusammen mit der Dynamischen Steifigkeit des Bodens zur ganzheitlichen Dynamischen Steifigkeit des Fundament-Boden-Systems zusammen gefasst werden

$$\mathbf{K}_d(f) = \mathbf{K}_{d,S}(f) + \mathbf{K}_{d,Soil}(f) \quad (2.9)$$

Zur finalen Berechnung der Gesamtstruktur müssen nun die Unbekannten aus dem Bodensystem im Vorlauf berechnet werden, womit sich dieses Kapitel befasst. Benötigt wird dazu ein leistungsfähiges Bodenmodell, was die effiziente Berechnung aller zu untersuchenden Bodenkonfigurationen erlaubt.

2.1.3 Analytische Federn und Dämpfer

Eine einfache aber zugängliche Methode die Steifigkeit des Fundament-Boden-Systems darzustellen sind analytische Feder-Dämpfer-Modelle. Grundlegend dafür ist Lysmers Analogon, das auf der Feststellung von Lysmer [52] aufbaut, dass sich jedes dynamisch vertikal belastete Fundament durch einen Einmassenschwinger mit Feder- und Dämpferkennwerten darstellen lässt. Whitman & Richart [76] erweiterten das Modell um die Freiheitsgrade der horizontalen Verschiebung, sowie der Rotation um die horizontale und vertikale Achse, die zugehörigen Gleichungen sind (2.10) bis (2.17). In Gazetas [77] und Studer

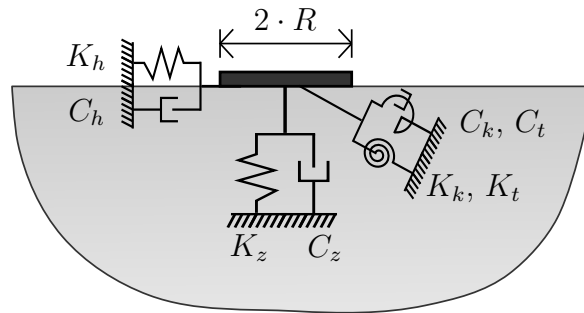


Abbildung 2.1: Federn und Dämpfer zur Darstellung der Lagerung eines steifen Fundamentes auf homogenem Halbraum.

et al. [7] sind die Randbedingungen übersichtlich zusammengefasst; der Boden wird als linear-elastischer, isotroper, homogener, unendlich ausgedehnter Halbraum angenommen. Auf ihm befindet sich ein massebehaftetes, starres Fundament. Das linear-elastische Materialverhalten des Halbraums wird durch die Feder modelliert. Die geometrische Dämpfung im Halbraum wird durch das viskose Verhalten des Dämpferelementes modelliert, Materialdämpfung wird vernachlässigt [52]. Zwischen Fundament und Boden herrscht stets Vollkontakt. Die Gleichungen sind abhängig vom Fundamentradius R , dem Schubmodul μ , der Dichte ρ und der Querkontraktionszahl ν des Bodens. Das Einmassenschwinger-Analogon stellt für hinreichend kleine Frequenzen eine gute Näherung zu einer exakten Halbraum-Lösung dar [7].

$$K_v = \frac{4\mu R}{1-\nu} \quad (2.10)$$

$$K_k = \frac{8\mu R^3}{3 \cdot (1-\nu)} \quad (2.12)$$

$$K_h = \frac{8\mu R}{2-\nu} \quad (2.11)$$

$$K_t = \frac{16\mu R^3}{3} \quad (2.13)$$

Um den Systemeigenschaften im Resonanzbereich gerecht zu werden, werden in den Dämpfergleichungen

$$C_v = \frac{3.4R^2}{1-\nu} \sqrt{\rho\mu} \quad (2.14)$$

$$C_k = \frac{0.8R^4}{(1-\nu)(1+B_r)} \sqrt{\rho\mu} \quad (2.16)$$

$$C_h = \frac{4.6R^2}{2-\nu} \sqrt{\rho\mu} \quad (2.15)$$

$$C_t = \frac{2.3R^4}{(1+2B_t)} \sqrt{B_z\rho\mu} \quad (2.17)$$

die fiktiven zusätzlichen Massen $B_r = \frac{3(1-\nu)\Theta_h}{8\rho R^5}$ und $B_z = \frac{\Theta_z}{\rho R^5}$ eingeführt. Θ_i beschreibt das Flächenträgheitsmoment des Fundamentes um die jeweilige Achse [76]. Von Gazetas [77] werden weitere Gleichungen für einfach geschichtete Böden sowie für die Berücksichtigung von Rechteckfundamenten vorgestellt. Trotz ihrer Einfachheit liefern diese

Gleichungen gute Ergebnisse für die beschriebenen Böden im Resonanzbereich der Systeme [7]. Auch in modernen Berechnungsvorschriften für schwingungsanfällige Bauwerke wie Windenergieanlagen finden sie daher noch Verwendung [87, 90].

2.1.4 Green'sche Funktionen

Um komplexere Bodenmodelle berechnen zu können, reichen die vorgestellten, rein analytischen Herangehensweisen nicht aus. Ein Weg die Steifigkeit des Bodensystems zu bestimmen ist zunächst die Nachgiebigkeit des Systems, also seine Antwort unter einer bekannten Belastung, zu betrachten. Die Impedanz des Bodens ist die Reziproke der frequenzabhängigen Bodenflexibilität

$$\mathbf{K}_d(f) = \mathbf{F}_d(f)^{-1} \quad (2.18)$$

Die Bodenflexibilität beschreibt die Verformung eines Bodens unter einer bestimmten Last. Ein weiterer Begriff für die Verformbarkeit ist Komplianz. Das Verschiebungsfeld ist die Fundamentallösung der Bewegungs-Differentialgleichung am Aufpunkt (\mathbf{x}) für ein unendlich ausgedehntes Gebiet, welches durch eine Volumenkraft als Dirac-Impuls im Lastpunkt $\boldsymbol{\xi}$ belastet wird [91]. Im mathematischen Sinne beschreiben die Green'sche Funktionen \mathbf{G} dieses Verschiebungsfeld [91]. Nach Wong & Luco [54] ergeben sich die Verschiebungen $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ im Aufpunkt (\mathbf{x}) infolge der im Lastpunkt $\boldsymbol{\xi}$ wirkenden Belastung nach

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \int_{A(\boldsymbol{\xi})} [\mathbf{G}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})] \bar{\mathbf{t}}(\boldsymbol{\xi}) dA(\boldsymbol{\xi}) \quad (2.19)$$

Dabei ist $\bar{\mathbf{t}}$ die auf der Fläche $A(\boldsymbol{\xi})$ wirkende Traktionsspannung. Infolge einer Punktlast $\mathbf{P}(\boldsymbol{\xi})$ auf der Oberfläche zeigt Abbildung 2.2 die Verschiebung $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ in einem beliebigen Halbraum im Bezug auf die Zylinderkoordinaten $[e_r \ e_\theta \ e_z]$. In diesen stellt $r = |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|$ den Abstand zwischen Last- und Aufpunkt dar.

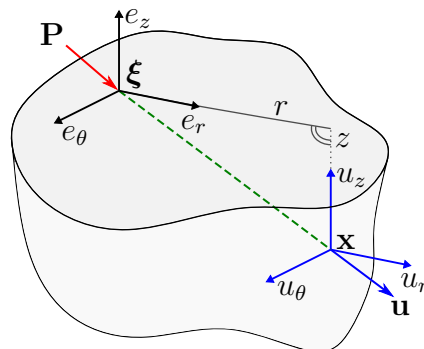


Abbildung 2.2: Beziehung zwischen einer Punktlast und der Verschiebung im Halbraum in Zylinderkoordinaten.

Für die Punktlast gilt also der Zusammenhang zwischen \mathbf{u} und \mathbf{P}

$$\mathbf{u} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{P} \quad (2.20)$$

welcher vom Green'schen Tensor \mathbf{G} beschrieben wird, der die Green'schen Funktionen beinhaltet. Im Zylinderkoordinatensystem handelt es sich um fünf Green'sche Funktionen

$$\mathbf{u}_{zyl} = \begin{bmatrix} G_{rr} & 0 & G_{rz} \\ 0 & G_{\theta\theta} & 0 \\ G_{zr} & 0 & G_{zz} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P}_{zyl} \quad (2.21)$$

Zur Ermittlung dieser Green'schen Funktionen muss das Wellenausbreitungsproblem im Boden gelöst werden [57, 78]. Dazu wird als Feldgleichung die Wellengleichung

$$-\rho \ddot{\mathbf{u}} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu \nabla \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.22)$$

unter Verwendung des Nabla-Operators $\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial}{\partial z}$ betrachtet, ($\ddot{}$) beschreibt eine zweifache Zeitableitung. Die Wellengleichung ist eine Differentialgleichung (DGL), mathematische Hintergrundinformationen finden sich beispielsweise in Kausel [92]. In der zeitabhängigen Gleichung beinhaltet \mathbf{u} die Verschiebungen und ρ die Dichte des elastischen Mediums. Weitere Materialeigenschaften des Bodens sind die beiden Lamé-Konstanten λ und μ , welche auch als Schubmodul oder Schermodul bezeichnet wird. Fasst man $\lambda + 2\mu$ zum Longitudinalmodul M zusammen, ergeben sich die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Longitudinalwelle v_p und Scherwelle v_s zu

$$v_p = \sqrt{\frac{M}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (2.23) \quad \text{und} \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.24)$$

Bei der Longitudinalwelle handelt es sich um eine Kompressionswelle. Die Wellengleichung beinhaltet die Abhängigkeit von Raum und Zeit. Zur besseren Interpretation ist es üblich die Green'schen Funktion zu normieren. Dazu wird die dimensionslose Frequenz [93] eingeführt

$$r_0 = \frac{\omega \cdot r}{v_s} \quad (2.25)$$

die auch als dimensionsloser Radius bezeichnet werden kann [78]. Mit dieser Normierung ist es möglich Bodenverschiebungen für eine Frequenz und verschiedene Radien genauso auszuwerten wie für einen Radius aber verschiedene Frequenzen. Mithilfe des Schubmoduls können die Green'schen Funktionen eines homogenen Halbraums auch als dimensionslose Größe \mathbf{g} aufgeschrieben werden

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_{rr} & 0 & g_{rz} \\ 0 & g_{\theta\theta} & 0 \\ g_{zr} & 0 & g_{zz} \end{bmatrix} = \mu r \begin{bmatrix} G_{rr} & 0 & G_{rz} \\ 0 & G_{\theta\theta} & 0 \\ G_{zr} & 0 & G_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Das Wellenausbreitungsproblem wird komplexer für geschichtete Böden. Unter der Be-

rücksichtigung der Randgleichungen an Ober- und Unterseite des Gesamtmodells sowie einzelner Bodenschichten ist die Lösung dieses Problems Bestandteil der folgenden Kapitel.

2.2 Wertebereiche der Boden- und Fundamentparameter

Natürlich gewachsene Böden stellen ein kompliziertes inhomogenes Material dar, die Berücksichtigung aller Parameter ist kaum möglich [7]. Für die vorliegende baodynamische Analyse sollen daher Parameter wie Zeiteffekte, Verwitterung oder Belastungsgeschichte im Vorhinein ausgeschlossen werden. Daher soll sich auf die im vorigen Kapitel eingeführten Größen Scherwellengeschwindigkeit, Dichte und Querkontraktionszahl konzentriert werden. Für verschiedene Bodenarten stellt Gercek [94] Querkontraktionszahlen von $\nu = 0,1$ für Kalkstein bis $\nu = 0,45$ für dicht gepackten Sand vor. Scherwellengeschwindigkeiten typischer Böden geben Studer et al. [7] mit 110 m/s für verwitterte oberflächennahe Böden und mit bis zu 3900 m/s für Granit an. Die Dichte von Böden reicht von 1 t/m³ bis deutlich über 2 t/m³ [95].

Dies macht für baodynamische Untersuchungen entsprechende Baugrunduntersuchungen notwendig [87]. Aufgrund des großen Streubereichs der Bodenparameter von bis zu $\pm 50\%$ werden bodendynamische Analysen oftmals so durchgeführt, dass sie einen weiten Wertebereich abdecken [87]. Es werden beispielsweise für jeden Standort ein weiches, ein durchschnittliches und ein steifes Bodenmodell angenommen. Eine Alternative stellen etwa baodynamische Analysen dar, während denen das Bodenmodell mithilfe einer Messung der Scherwellengeschwindigkeit kalibriert wird [87]. Beispiele dafür zeigen Taddei [96] und Michel et al. [97].

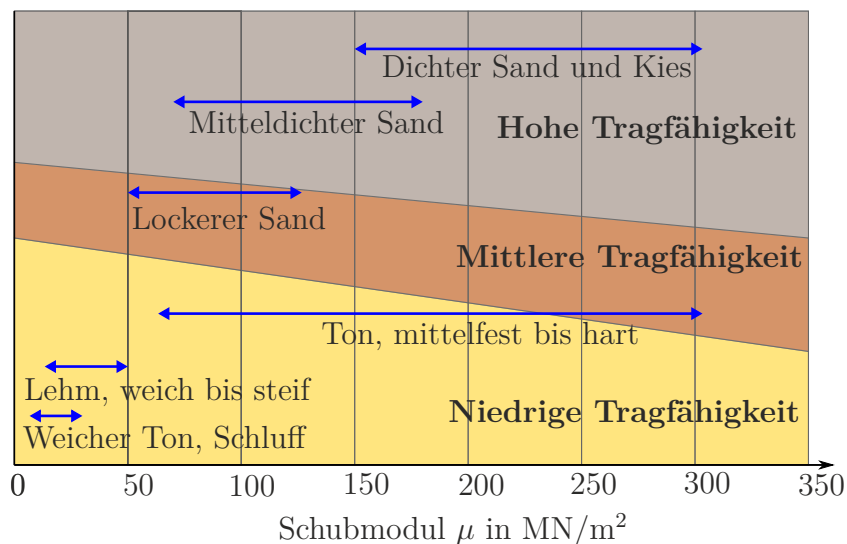


Abbildung 2.3: Zusammenhang zwischen dynamischem Schubmodul und statischer Tragfähigkeit verschiedener Bodenarten.

Die dynamischen Kennwerte von Steife- und Schubmodul unterscheiden sich deutlich von

den statischen Kennwerten [98, 99]. In Abbildung 2.3 sind nach Michel et al. [100] die Wertebereiche des dynamischen Schubmodul μ verschiedener Böden und die jeweilige Tragfähigkeit zusammengestellt. Die Angaben sind der einschlägigen Literatur entnommen [7, 87, 94, 98]. Es gibt Bodenarten, die auch bei relativ geringen Schubmodulen noch ausreichende Tragfähigkeiten aufweisen können und umgekehrt. Anhand der statischen Tragfähigkeit des Bodens ergibt sich die Auswahl der Gründung. Für tragfähige Böden werden in der Regel Flachgründungen eingesetzt, für nicht-tragfähige Böden Tiefgründungen. Diese zeigen ein deutlich voneinander abweichendes dynamisches Verhalten. Eine Gegenüberstellung im Erdbebenfall stellen Michel et al. [100] vor. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf den Einsatz von Flachgründungen.

2.3 Grundlagen der Stiffness-Matrix-Method

In diesem Kapitel werden die Beziehungen zwischen Spannung und Verzerrung betrachtet, wie sie für die bodendynamische Anwendung benötigt werden. Nach einer kurzen allgemeinen Einführung werden die Beziehungen abgeleitet, mit denen das Bodenmodell hergeleitet wird. Dabei folgt das Kapitel der Schreibweise von Kausel [92]. Abbildung 2.4 stellt ein Bauwerk \mathfrak{G} dar, das mit seiner Unterseite $\partial\mathfrak{G}$ auf der ebenen Oberfläche $\partial\mathfrak{B}$ eines beliebigen Halbraums \mathfrak{B} ruht. Der Halbraum simuliert das Verhalten des Baugrundes als infinites Boden-System. Die Normaleneinheitsvektoren \mathbf{n} stehen senkrecht auf beiden Oberflächen, in entgegengesetzten Richtungen. Die Traktionsspannung $\bar{\mathbf{t}}$ wirkt auf die Unterseite des Bauwerkes $\partial\mathfrak{G}$ sowie auf die Oberseite der den Baugrund abschließenden horizontalen Grenze $\partial\mathfrak{B}$.

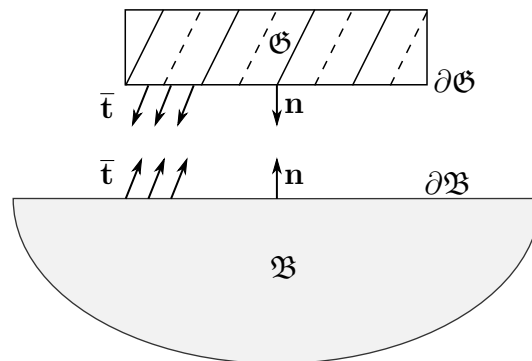


Abbildung 2.4: Traktionen an der Unterseite des Bauwerkes und der Oberseite des Baugrundes.

Das bedeutet, dass für die weiteren BBI-Berechnungen nur die Spannungskomponenten $\sigma_z, \tau_{\theta z}, \tau_{rz}$ der Traktion $\bar{\mathbf{t}}$ eine Rolle spielen. Der Normaleneinheitsvektor

$$\mathbf{n} = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (2.27)$$

bildet die Traktionsspannungen

$$\bar{\mathbf{t}} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \quad (2.28)$$

$$\bar{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \text{sym.} & & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

auf der Oberfläche $\partial\mathfrak{B}$ ab.

In Bezug auf die kartesische Basis \mathbf{e}_i kann Gleichung 2.28 als

$$\bar{\mathbf{t}} = (\sigma_{i3} \mathbf{e}_i) = \sigma_{13} \mathbf{e}_1 + \sigma_{23} \mathbf{e}_2 + \sigma_{33} \mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

geschrieben werden.

Aus der Verschiebung

$$\mathbf{u} = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T \quad (2.31)$$

und der Verzerrung

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{xy}]^T \quad (2.32)$$

lässt sich in Matrixschreibweise die Spannungs-Verzerrungs-Beziehung

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u} \quad (2.33)$$

aufstellen. Dabei kann

$$\mathbf{L}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

als

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{L}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{L}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.35)$$

geschrieben werden. Die Spannung in kartesischen Koordinaten ist

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{xy}]^T \quad (2.36)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.37)$$

Die symmetrische Materialmatrix für ein isotropes Medium mit den beiden Lamè-Konstanten λ und μ ist

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} = \mathbf{D}^T \quad (2.38)$$

Für die Traktion $\bar{\mathbf{t}}$ ergibt sich aus obigem nun folgender Zusammenhang

$$\bar{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}^T = \mathbf{L}_z^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}_z^T \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{u} = \mathbf{D}_{zx} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{D}_{zy} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} + \mathbf{D}_{zz} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \quad (2.39)$$

wobei \mathbf{D}_{ij} die 3 x 3 Materialmatrizen mit $i, j = x, y, z$ sind.

$$\mathbf{D}_{ij} = \mathbf{L}_i^T \mathbf{D} \mathbf{L}_j \quad (2.40)$$

Im Folgenden wird die Berechnung der Bodenflexibilität hauptsächlich im Zylinderkoordinatensystem durchgeführt. Die Herleitung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in diesem System erfolgt analog zur Herleitung im kartesischen System. So gilt für die Traktion mit $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_r = \mathbf{e}_x \cdot \cos(\theta) + \mathbf{e}_y \cdot \sin(\theta)$ und $\mathbf{e}_\theta = -\mathbf{e}_x \cdot \sin(\theta) + \mathbf{e}_y \cdot \cos(\theta)$

$$\bar{\mathbf{t}} = (\sigma_{iz} \mathbf{e}_i) = \sigma_{rz} \mathbf{e}_r + \sigma_{\theta z} \mathbf{e}_\theta + \sigma_{zz} \mathbf{e}_z = \begin{bmatrix} \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Der Verschiebungsvektor ist

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_r & u_\theta & u_z \end{bmatrix}^T \quad (2.42)$$

und die Verzerrung lautet

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & \varepsilon_\theta & \varepsilon_z & \gamma_{\theta z} & \gamma_{rz} & \gamma_{r\theta} \end{bmatrix}^T \quad (2.43)$$

Aus der Beziehung von Spannung und Dehnung

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}_\varepsilon \mathbf{u} \quad (2.44)$$

folgt

$$\mathbf{L}_\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial r} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

welche Matrix abgekürzt werden kann zu

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{L}_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{L}_z \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{L}_1 \frac{1}{r} \quad (2.46)$$

Mit dem Lastvektor $\mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} b_r & b_\theta & b_z \end{bmatrix}^T$ folgt aus dem dynamischen Gleichgewicht

$$\mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{L}_\sigma^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \quad (2.47)$$

die Matrix

$$\mathbf{L}_\sigma^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Diese kann in Kurzschreibweise als

$$\mathbf{L}_\sigma = \mathbf{L}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{L}_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{L}_z \frac{\partial}{\partial z} + (\mathbf{L}_r - \mathbf{L}_1) \frac{1}{r} \quad (2.49)$$

geschrieben werden und dient zur Berechnung der Traktionen an der horizontalen Oberfläche des Boden-Systems.

$$\bar{\mathbf{t}} = [\sigma_{rz} \quad \sigma_{\theta z} \quad \sigma_{zz}]^T = \mathbf{L}_z^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{zr} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial r} + \mathbf{D}_{z\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta} + \mathbf{D}_{zz} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + \mathbf{D}_{z1} \frac{\mathbf{u}}{r} \quad (2.50)$$

Dementsprechend lassen sich an dieser Stelle die Matrizen \mathbf{D}_{ij} definieren zu

$$\mathbf{D}_{zr} = \mathbf{D}_{rz}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.51) \quad \mathbf{D}_{zz} = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 2\mu \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{D}_{z\theta} = \mathbf{D}_{\theta z}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \\ 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix} \quad (2.52) \quad \mathbf{D}_{z1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

In Komponentenschreibweise gilt für die Traktion nun

$$\sigma_{rz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} + \mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (2.55)$$

$$\sigma_{\theta z} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad (2.56)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \cdot \frac{1}{r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{u_r}{r} \quad (2.57)$$

Für die Wellengleichung (2.22) gilt in gleicher Notation

$$-\rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{L}_\sigma^T \mathbf{D} \mathbf{L}_\sigma \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.58)$$

für die ausführliche Wellengleichung in Abhängigkeit von \mathbf{D}_{ij} sei an dieser Stelle auf Kausel [92] verwiesen.

2.4 Bodenmodell - Precise-Stiffness-Matrix-Method

In diesem Kapitel wird die Flexibilität eines vielfach geschichteten Bodens unter dynamischer Belastung berechnet. Das Vorgehen im Bodenmodell gliedert sich grob in die folgenden Schritte. Dabei wird die in jedem Schritt angewandte Berechnungsmethode mit zugehöriger Quelle angegeben:

1. Aufteilung des Bodens in Schichten mit einem nachgiebigem Halbraum oder Fels am unteren Rand. Aufstellen der Beziehung von Spannung, Dehnung und Steifigkeit in jeder Schicht (Stiffness-Matrix-Method [57, 92]).
2. In jeder Schicht muss das Wellenausbreitungsproblem gelöst werden \Rightarrow Wechsel in den Wellenzahl-Bereich (Integraltransformation [92])
3. Dazu Reduktion der Wellengleichung auf eine gewöhnliche DGL mithilfe der Dual-Vektor-Darstellung in jeder Schicht [45].
4. Lösen des Zusammenhang von Spannung und Verschiebung an den Schichtgrenzen mit der Precise-Integration-Method (PIM) [68].
5. Rekursive Kombination aller Schichten zur Gesamtflexibilität
6. Rücktransformation nach Frequenz und Raum.

Diese prinzipielle Vorgehen wird in sinngemäßer Reihenfolge von Zhong et al. [69], Zhong et al. [71] und Lin et al. [73] angewandt. In der vorliegenden bodendynamischen Anwendung kann das mechanische Model sowie die allgemeine Spannungs-Dehnungs-Beziehung auf jeder betrachteten Schichtgrenze vereinfacht werden. Das grundlegende Bodenmodell ist ein horizontal geschichteter Halbraum, der durch ebene seismische Wellen angeregt wird. Das System ist zylindersymmetrisch, in der Ebene sind Spannung und Dehnungen konstant [45]. Das bedeutet, dass diese unabhängig vom Winkel θ sind und dementsprechend jede Ableitung $\partial/\partial\theta$ nach θ gleich Null wird [101]. Zusammengefasst gelten für den Bodenaufbau folgende Randbedingungen

- Geschichteter Boden
- Isotropie und Homogenität in jeder Schicht
- Zylindersymmetrie in jeder Schicht
- Anregung durch eine ebene harmonische Wellenfront

Homogene Böden lassen sich als Sonderfall eines geschichteten Bodens berechnen, indem man jeder Bodenschicht die gleichen Kennwerte zuweist. Der Zusammenhang von Frequenz und Wellenzahl wird in Anhang A.1 illustriert.

Im Zuge dieser Vereinfachungen kann die Traktion $\bar{\mathbf{t}}$ im geltenden Bodenmodell unter Verwendung der Matrizen \mathbf{D}_{ij} analog zu Gleichung (2.50) wie folgt geschrieben werden

$$\bar{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \sigma_{rz} & \sigma_{\theta z} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}^T = \mathbf{L}_z^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{zr} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial r} + \mathbf{D}_{zz} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \quad (2.59)$$

$$\sigma_{rz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} + \mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (2.60)$$

$$\sigma_{\theta z} = \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad (2.61)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.62)$$

Wendet man diese Systemvereinfachungen auf die Wellengleichung an, lässt sich diese analog aufschreiben als

$$-\rho \ddot{\mathbf{u}} + \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial r^2} + \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 2\mu \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu + \lambda \\ 0 & 0 & 0 \\ \lambda + \mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial r \partial z} = \mathbf{0} \quad (2.63)$$

beziehungsweise

$$-\rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}_{rr} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial r^2} + \mathbf{D}_{zz} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} + (\mathbf{D}_{zr} + \mathbf{D}_{rz}) \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial r \partial z} = \mathbf{0} \quad (2.64)$$

Um die Wellengleichung auf eine gewöhnliche Differentialgleichung zu reduzieren, wird nun der Zustandsvektor eingeführt [45]. Die Verschiebungen \mathbf{u} und Spannungen $\bar{\mathbf{t}}$ sind Funktionen von z und beschreiben eine ebene harmonische Welle. Aufgrund dieser Wellenausbreitung sind alle Variationen von Verschiebung und Spannung in der horizontalen Ebene harmonisch und zeitabhängig [57]. Da \mathbf{u} und $\bar{\mathbf{t}}$ in dieser Ebene konstant sind, herrscht zylindrische Symmetrie. Im Wellenzahl-Frequenz-Bereich lassen sich die Funktionen der Verschiebung \mathbf{u} und der Spannung $\bar{\mathbf{t}}$ nach Wolf [45] als Exponentialfunktion aufschreiben und im Zustandsvektor \mathbf{Z} zusammen fassen

$$\mathbf{Z} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \bar{\mathbf{t}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_0 \\ \bar{\mathbf{t}}_0 \end{Bmatrix} e^{ikr+i\omega t} = \mathbf{Z}_0 \cdot e^{ikr+i\omega t} \quad (2.65)$$

wobei k die horizontale Wellenzahl ist und die Zeitabhängigkeit durch t dargestellt wird. Dementsprechend gilt

$$\mathbf{u}(k, \omega, t) = \mathbf{u}_0 e^{ikr+i\omega t} \quad \text{bzw.} \quad \bar{\mathbf{t}}(k, \omega, t) = \bar{\mathbf{t}}_0 e^{ikr+i\omega t} \quad (2.66)$$

Im kartesischen, nicht-symmetrischen System existiert darüber hinaus die Wellenzahl ly , siehe Wolf [45].

Die Berechnung der Wellenausbreitung erfolgt im Wellenzahl-Frequenz-Bereich. Der Wechsel in den Wellenzahl-Bereich erfolgt mit den folgenden Fourier-Bessel-Transformationen. Für zugehörige mechanische Hintergründe sei an dieser Stelle auf Kausel [92] verwiesen, Herleitungen aus mathematischer Sicht finden sich in Burg & Haf [102].

$$\mathfrak{F}(k, z, n) = a_n \int_{r=0}^{\infty} r \mathbf{C}_n(kr) \int_{2\pi}^{\theta=0} \mathbf{T}(n\theta) \mathbf{f}(r, \theta, z) dr d\theta \quad (2.67)$$

Dabei können \mathbf{f} und \mathfrak{F} sowohl Verschiebungen, als auch Verzerrungen oder Spannungen beinhalten und sind im Zylinder-Koordinaten-System definiert. Während k die Wellenzahl

ist, beschreibt der Parameter n die Abhängigkeit vom Azimut. Diese Abhängigkeit beruht auf der Laststellung, im Folgenden werden nur die Fälle $n = 1$ für antimetrische Belastung und $n = 0$ für symmetrische Belastung benötigt. a_n beschreibt die Orthogonalität der Wellenfront, für a_n und die Diagonalmatrix $\mathbf{T}(n\theta)$ gilt für $n = 0$

$$a_n = 1/2\pi \quad \text{und} \quad \mathbf{T}(n\theta) = \text{diag}[\cos n\theta, -\sin n\theta, \cos n\theta] \quad (2.68)$$

Für die antimetrische Belastung mit $n \neq 0$ gilt

$$a_n = 1/\pi \quad \text{und} \quad \mathbf{T}(n\theta) = \text{diag}[\sin n\theta, \cos n\theta, \sin n\theta] \quad (2.69)$$

Die Matrix $\mathbf{C}_n(kr)$ beinhaltet die Besselfunktionen

$$\mathbf{C}_n(kr) = \begin{bmatrix} \frac{d(J_n(kr))}{d(kr)} & \frac{n(J_n(kr))}{kr} & 0 \\ \frac{n(J_n(kr))}{kr} & \frac{d(J_n(kr))}{d(kr)} & 0 \\ 0 & 0 & -J_n(kr) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

wobei $J_n(kr)$ die Besselfunktion 1. Art der n -ten Ordnung ist, zu finden in Bronstein et al. [103]. Die Rücktransformation kann mithilfe von Gleichung

$$\mathfrak{F}(r, \theta, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{T}(n\theta) \int_{k=0}^{\infty} k \mathbf{C}_n(kr) \mathfrak{f}(k, z, n) dk \quad (2.71)$$

durchgeführt werden. Die Transformation wird zunächst auf die Wellengleichung angewandt, so dass sich nach [92]

$$\begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 2\mu \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}'' + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu + \lambda \\ 0 & 0 & 0 \\ \lambda + \mu & 0 & 0 \end{bmatrix} (ik \cdot \mathbf{u}') - \left(\begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \cdot k^2 - \rho\omega^2 \cdot \mathbf{1} \right) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.72)$$

ergibt. In Abhängigkeit der Wellenzahl k werden Ableitungen nach $\partial(r)$ eingeführt:

$$\mathbf{u}(k, \omega, t) = \mathbf{u}_0 e^{ikr + i\omega t} \quad (2.73a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial r} = ik \cdot \mathbf{u}_0 e^{ikr + i\omega t} = ik \cdot \mathbf{u}(k, \omega, t) \quad (2.73b)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial r^2} = -k^2 \cdot \mathbf{u}_0 e^{ikr + i\omega t} = -k^2 \cdot \mathbf{u}(k, \omega, t) \quad (2.73c)$$

Die Wellengleichung im Wellenzahlbereich kann in Anlehnung an Gleichung (2.64) in Abhängigkeit von \mathbf{D}_{ij} zusammengefasst werden als

$$-\rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}_{zz} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} + (\mathbf{D}_{zr} + \mathbf{D}_{rz})(ik \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z}) - \mathbf{D}_{rr}(k^2 \cdot \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (2.74)$$

Der Ausdruck $\frac{\partial(\dots)}{\partial(z)}$ wird durch $(\dots)'$ ersetzt. Für die in der Wellengleichung benö-

tigten zeitabhängigen Ableitungen nach t gilt

$$\mathbf{u}(k, \omega, t) = \mathbf{u}_0 e^{ikr + i\omega t} \quad (2.75a)$$

$$\dot{\mathbf{u}}(k, \omega, t) = \frac{d\mathbf{u}(k, \omega, t)}{dt} = i\omega \cdot \mathbf{u}_0 e^{ikr + i\omega t} = i\omega \cdot \mathbf{u}(k, \omega, t) \quad (2.75b)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(k, \omega, t) = \frac{d\dot{\mathbf{u}}(k, \omega, t)}{dt} = -\omega^2 \cdot \mathbf{u}_0 e^{ikr + i\omega t} = -\omega^2 \cdot \mathbf{u}(k, \omega, t) \quad (2.75c)$$

Diese Wellengleichung, eine Differentialgleichung 2. Ordnung, wird in Abhängigkeit der Matrizen \mathbf{K}_{ji} formuliert, um die Reduktion der Ordnung der DGL durchführen zu können.

$$\mathbf{K}_{22}\mathbf{u}'' + (\mathbf{K}_{21} + \mathbf{K}_{12})\mathbf{u}' - (\mathbf{K}_{11} - \rho\omega^2\mathbf{I})\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.76)$$

Folgende Matrizen werden darin zusammengefasst

$$\mathbf{K}_{11} = k^2 \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu) & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.77) \quad \mathbf{K}_{21} = ik \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\mathbf{K}_{22} = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda + 2\mu) \end{bmatrix} \quad (2.78) \quad \mathbf{K}_{12} = ik \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

wobei $\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21}^T$ gilt. Diese Aufteilung erfolgt, um die Matrix \mathbf{K}_{21} in gleicher Formulierung in der Spannungs-Dehnungs-Betrachtung verwenden zu können und um während der folgenden Reduktion einen Teil der Summanden verschwinden zu lassen.

Unter der analogen Verwendung der Matrizen \mathbf{D}_{ij} wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus (2.50) und (2.59) in den Wellenzahl-Frequenz-Bereich transformiert

$$\bar{\mathbf{t}} = ik \cdot \mathbf{D}_{zr} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{D}_{zz} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \quad (2.81)$$

für welche in Abhängigkeit von \mathbf{K}_{ij} gilt

$$\bar{\mathbf{t}} = \mathbf{K}_{21} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{K}_{22} \cdot \mathbf{u}' \quad (2.82)$$

eine Differentialgleichung 1. Ordnung. In Komponentenschreibweise gilt für die Traktion $\bar{\mathbf{t}}$ nun

$$\sigma_{rz}(k) = ik \mu u_z + \mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (2.83)$$

$$\sigma_{\theta z}(k) = \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \quad (2.84)$$

$$\sigma_{zz}(k) = ik \lambda u_r + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.85)$$

2.4.1 Dualvektor-Darstellung

Der Zustandsvektor \mathbf{Z} ist eine Exponentialfunktion und lässt sich demnach in der Dualvektor-Darstellung aufschreiben

$$\mathbf{Z}' = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}' \\ \bar{\mathbf{t}}' \end{Bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \bar{\mathbf{t}} \end{Bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \quad (2.86)$$

Nach Wolf [45], bzw. Zhong [104] ergibt sich so der Zusammenhang zwischen \mathbf{Z} und \mathbf{Z}' . In Bronstein et al. [105] wird diese Schreibweise allgemein für die Wellengleichung eingeführt. Um den genannten Zusammenhang zu beschreiben, muss also der Dualoperator \mathbf{H} gefunden werden [106]. Dazu wird zunächst eine Schichtgrenze, also ein Rand im geschichteten Boden betrachtet. Unter einer äußeren Spannung $\bar{\mathbf{t}}$ ergibt sich die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen an einem Rand zu

$$\bar{\mathbf{t}} = \mathbf{K}_{21} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{K}_{22} \cdot \mathbf{u}' \quad (2.87)$$

Mit dem Ziel, die gewöhnliche Differentialgleichung, die der Dualvektor darstellt, aufschreiben zu können, wird diese Gleichung zunächst nach \mathbf{u}' umgestellt

$$\mathbf{u}' = -\mathbf{K}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{21} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{K}_{22}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{t}} \quad (2.88)$$

Diese gewöhnliche Differentialgleichung enthält \mathbf{u}' , \mathbf{u} und $\bar{\mathbf{t}}$. Für die Dual-Vektor-Darstellung fehlt nun noch eine Beschreibung für $\bar{\mathbf{t}}'$. Daher wird (2.88) nach z abgeleitet und in die Wellengleichung (2.76) eingesetzt. Umordnen der Gleichung ergibt dann

$$\bar{\mathbf{t}}' = (\mathbf{K}_{11} + \mathbf{K}_{12} \cdot \mathbf{K}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{21} - \rho \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{I}) \cdot \mathbf{u} - \mathbf{K}_{12} \cdot \mathbf{K}_{22}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{t}} \quad (2.89)$$

Offensichtlich lassen sich nun (2.88) and (2.89) in der Dualvektorform aufschreiben

$$\mathbf{Z}' = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}' \\ \bar{\mathbf{t}}' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D} \\ \mathbf{B} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \bar{\mathbf{t}} \end{Bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \quad (2.90)$$

womit das eingangs gesetzte Ziel erreicht wird. \mathbf{H} beinhaltet die Matrizen

$$\mathbf{A} = -\mathbf{K}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{21} \quad \mathbf{D} = \mathbf{K}_{22}^{-1}$$

$$\mathbf{B} = (\mathbf{K}_{11} - \rho \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{I}) + \mathbf{K}_{12} \cdot \mathbf{K}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{21} \quad \mathbf{C} = -\mathbf{K}_{12} \cdot \mathbf{K}_{22}^{-1}$$

deren Einträge \mathbf{K} in der Wellengleichung (2.76) eingeführt werden. Sie sind Funktionen der Lamè Parameter, der horizontalen Wellenzahl, der Dichte sowie der Kreisfrequenz und i und sollen im Folgenden gelöst werden.

Dazu wirken gemäß Kausel [58] auf jede Schicht die äußeren Anregungen \mathbf{P} , wodurch sich für die obere Grenze a und die untere Grenze b einer Schicht die Zusammenhänge

$$\mathbf{Z}_a = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \bar{\mathbf{t}}_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{P}_a \end{Bmatrix} \quad (2.91) \quad \mathbf{Z}_b = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \bar{\mathbf{t}}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ -\mathbf{P}_b \end{Bmatrix} \quad (2.92)$$

ergeben.

2.4.2 Der Dualvektor für eine beliebige Bodenschicht

Um das Verhalten des (geschichteten) Bodens beschreiben zu können, werden zunächst die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen einer beliebigen Schicht betrachtet. Diese ist durch das Intervall $[z_a, z_b]$ mit $z_a < z_b$ definiert und auf sie wirken die externen Spannungen \mathbf{P}_a und \mathbf{P}_b infolge zeitabhängiger Belastungen an ihrem oberen, beziehungsweise unterem Rand gemäß Abbildung 2.5. Ziel ist es, eine Beschreibung der Spannung \mathbf{P}_a infolge der Spannung \mathbf{P}_b , sowie eine Beziehung zwischen den Verschiebungen \mathbf{u}_b und \mathbf{u}_a zu finden.

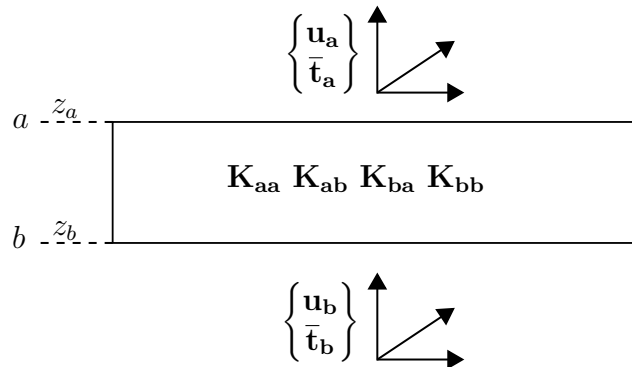


Abbildung 2.5: Eine einzelne Schicht im Bodenmodell.

Zusammenfassend für beide Ränder ergibt sich

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{t}}_a \\ \bar{\mathbf{t}}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \end{Bmatrix} \quad (2.93)$$

Der Zusammenhang zwischen äußerer Belastung und den inneren Spannungen ist in den Gleichungen (2.91) und (2.92) beschrieben. Dementsprechend lässt sich (2.93) als

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{P}_a \\ -\mathbf{P}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \end{Bmatrix} \quad (2.94)$$

schreiben, was die Gleichungen

$$\mathbf{P}_a = \mathbf{K}_{aa} \cdot \mathbf{u}_a + \mathbf{K}_{ab} \cdot \mathbf{u}_b \quad (2.95a)$$

$$-\mathbf{P}_b = \mathbf{K}_{ba} \cdot \mathbf{u}_a + \mathbf{K}_{bb} \cdot \mathbf{u}_b \quad (2.95b)$$

enthält.

Durch Umformen ergibt sich

$$\mathbf{u}_b = (-\mathbf{K}_{bb}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{ba}) \cdot \mathbf{u}_a - \mathbf{K}_{bb}^{-1} \cdot \mathbf{P}_b \quad (2.96)$$

Einsetzen und Umsortieren ergibt dann

$$\mathbf{P}_a = (\mathbf{K}_{aa} - \mathbf{K}_{ab} \cdot \mathbf{K}_{bb}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{ba}) \cdot \mathbf{u}_a - (\mathbf{K}_{ab} \cdot \mathbf{K}_{bb}^{-1}) \cdot \mathbf{P}_b \quad (2.97)$$

Das Zusammenfassen von (2.96) und (2.97) in Matrixschreibweise ergibt den Zustandsvektor

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{P}_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{P}_b \end{Bmatrix} \quad (2.98)$$

mit den Matrizen

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= -\mathbf{K}_{bb}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{ba} & -\mathbf{G} &= -\mathbf{K}_{bb}^{-1} \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{K}_{aa} - \mathbf{K}_{ab} \cdot \mathbf{K}_{bb}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{E} &= \mathbf{K}_{ab} \cdot \mathbf{K}_{bb}^{-1} \end{aligned}$$

An diesem Punkt sind die Matrizen \mathbf{K}_{ij} zunächst unbekannt. \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{Q} und \mathbf{E} werden als Korrelationsmatrizen der Schicht bezeichnet. Sie beschreiben das Verhältnis von Spannungen und Verschiebungen an der Ober- und Unterseite einer beliebigen Schicht. Die Zusammenhänge sind in Abbildung 2.6 dargestellt, alle diese Matrizen besitzen die Dimension 3×3 . Die Berechnung der Korrelationsmatrizen orientiert sich an Vorarbeiten von beispielsweise Zhong et al. [69] oder Lin et al. [73], welche allerdings ein anderes Koordinatensystem nutzen.

Nimmt man an, dass der obere und der untere Rand genau aufeinander liegen, ist die Dicke der Schicht gleich Null und es gilt $z_b = z_a$. In diesem Fall liegen die Verschiebungsvektoren \mathbf{u}_a und \mathbf{u}_b genau aufeinander, ebenso wie Spannungsvektoren \mathbf{P}_a und \mathbf{P}_b , wodurch $\mathbf{u}_a = \mathbf{u}_b$ und $\mathbf{P}_b = -\mathbf{P}_a$ gilt. Unter Betrachtung von (2.98) führt uns das zur Annahme, dass für eine extrem dünne Schicht/ ein sehr kleines Intervall der Dicke $\varsigma = (z_b - z_a)$ die Grenzwertbetrachtungen

$$\lim_{z_b \rightarrow z_a} \varsigma = 0, \quad \lim_{z_b \rightarrow z_a} \mathbf{G} = \lim_{z_b \rightarrow z_a} \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad \text{and} \quad \lim_{z_b \rightarrow z_a} \mathbf{E} = \lim_{z_b \rightarrow z_a} \mathbf{F} = \mathbf{I} \quad (2.99)$$

gelten [69]. An dieser Stelle soll nun eine Taylor-Reihenentwicklung durchgeführt werden, um die Funktionen der Korrelationsmatrizen für sehr kleine Intervalle ungleich 0 zu ermitteln [73]. Die Taylor-Entwicklung setzt sich aus der unendlichen Summe von Termen zusammen, die aus den Ableitungen der zu entwickelnden Funktion f an einem einzelnen Punkt $z_b = z_a$ bestehen.

$$f(z_b) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(z_b = z_a)}{n!} (z_b - z_a)^n \quad (2.100)$$

Dabei ist $n!$ die Fakultät der Laufvariabel n und $f^{(n)}(z_b = z_a)$ beschreibt die n -te Ableitung der Funktion f , ausgewertet für den Punkt z_a .

Diese Reihenentwicklung wird ausschließlich für sehr kleine Schichten (Mini-Layer) eingesetzt, wobei das Intervall die Größe $0 < (z_b - z_a) \ll 0,01$ nicht überschreitet. Dies bedeutet, dass sich die Reihe mit steigender Ordnung Richtung $\mathbf{0}$ entwickelt. Aus diesem Grund wird die Reihenentwicklung vereinfachend nach dem vierten Schritt abgebrochen, was eine ausreichende Genauigkeit darstellt, aber den Rechenaufwand beschränkt [73]. Dementsprechend wird die vereinfachte Taylor-Reihenentwicklung für \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{Q} und \mathbf{E} für Mini-Layer wie folgt durchgeführt

$$f(z_b) \approx \mathfrak{F}_4(z_b) = \sum_{n=0}^4 \frac{f^{(n)}(z_b = z_a)}{n!} (z_b - z_a)^n \quad (2.101)$$

2.4.3 Ermittlung der Korrelationsmatrizen für ein Intervall/ Mini-Layer

Um die Taylor-Reihenentwicklung erfolgreich zu bewerkstelligen, müssen die erforderlichen Ableitungen der Korrelationsmatrizen \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{Q} und \mathbf{E} gefunden werden. Dazu werden die Dual-Vektor-Darstellung (2.90) aus Abschnitt 2.4.1 und der Zustandsvektor in Gleichung 2.98 kombiniert.

Aus der Dual-Vektor-Darstellung sind die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} und \mathbf{D} bekannt. Die Grenzwertbetrachtungen in Gleichung (2.99) werden eingesetzt, um die zugehörigen Funktionen mittels Taylorentwicklung anzunähern [69, 73]. Begonnen wird damit, den Zustandsvektor (2.98), der den Zusammenhang beider Schichtgrenzen herstellt, nach z_b abzuleiten

$$\mathbf{u}'_b = \mathbf{F}' \cdot \mathbf{u}_a - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{P}_b - \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}'_b \quad (2.102a)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{Q}' \cdot \mathbf{u}_a + \mathbf{E}' \cdot \mathbf{P}_b + \mathbf{E} \cdot \mathbf{P}'_b \quad (2.102b)$$

Der Dual-Vektor-Gleichung (2.90) entnehmen wir eine weitere Gleichung für \mathbf{u}'_b in welcher \mathbf{u}'_b als Funktion von \mathbf{u}_b , \mathbf{P}_b , \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} und \mathbf{D} enthalten ist. Im Gegensatz zu (2.102) betrachtet diese Gleichung nur eine Grenze, in diesem Falle b

$$\mathbf{u}'_b = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}_b - \mathbf{D} \cdot \mathbf{P}_b \quad (2.103a)$$

$$-\mathbf{P}'_b = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_b - \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}_b \quad (2.103b)$$

Nun werden Zustandsvektor und Dual-Vektor kombiniert, indem man \mathbf{P}'_b in (2.102a) und (2.102b) durch \mathbf{P}'_b aus (2.103b) ersetzt

$$\mathbf{u}'_b = \mathbf{F}' \cdot \mathbf{u}_a - (\mathbf{G}' + \mathbf{G} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}_b + \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_b \quad (2.104a)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{Q}' \cdot \mathbf{u}_a + (\mathbf{E}' + \mathbf{E} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}_b - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_b \quad (2.104b)$$

Durch weitere Umformungen ergeben sich Ausdrücke für die 1. Ableitungen der Korrelationsmatrizen. Durch weiteres Ableiten nach z_b erhält man dann die zusätzlichen benötigten

Ableitungen der Korrelationsmatrizen.

Für den Fall, dass sich z_b an z_a annähert, lassen sich für die Randbedingungen aus (2.99) die Korrelationsmatrizen und ihre Ableitungen in Abhängigkeit der bereits bekannten Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} und \mathbf{D} bestimmen. Dies geschieht in Anlehnung an Zhong et al. [69] im hier gültigen Koordinatensystem. Der detaillierte Ablauf der Differentiation wird in Anhang A.2 dargestellt. Für einen Mini-Layer $\lim_{z_b \rightarrow z_a} \zeta = z_b - z_a = 0$ ergeben sich

$$\begin{aligned}
\mathbf{F} &= \mathbf{E} = \mathbf{I}, & \mathbf{G} &= \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \\
\mathbf{F}' &= \mathbf{A}, & \mathbf{G}' &= \mathbf{D}, & \mathbf{Q}' &= \mathbf{B}, & \mathbf{E}' &= -\mathbf{C} \\
\mathbf{F}'' &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}' - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B}, & \mathbf{G}'' &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{C}, \\
\mathbf{Q}'' &= \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}', & \mathbf{E}'' &= -\mathbf{E}' \cdot \mathbf{C} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}', \\
\\
\mathbf{F}''' &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}'' - \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} - 2 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' \\
\mathbf{G}''' &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}'' - \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{C} - 2 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' \\
\mathbf{Q}''' &= \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} + 2 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' + \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' \\
\mathbf{E}''' &= -\mathbf{E}'' \cdot \mathbf{C} - 2 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}''
\end{aligned} \tag{2.105}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}'''' &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}''' - \mathbf{G}''' \cdot \mathbf{B} - 3 \cdot \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' - 3 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' \\
\mathbf{G}'''' &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}''' - \mathbf{G}''' \cdot \mathbf{C} - 3 \cdot \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - 3 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'' \\
\mathbf{Q}'''' &= \mathbf{E}''' \cdot \mathbf{B} + 3 \cdot \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' + 3 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' + \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}''' \\
\mathbf{E}'''' &= -\mathbf{E}''' \cdot \mathbf{C} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}''' - 3 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'' - 3 \cdot \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'
\end{aligned}$$

Das Einsetzen von (2.105) in (2.101) unter gleichzeitigem Ersetzen von $(z_b - z_a)^n$ mit ζ^n ergibt die finalen Versionen der Korrelationsmatrizen.

$$\mathbf{F}(\zeta) \approx \mathbf{I} + \mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\zeta) \quad \text{und} \quad \mathbf{E}(\zeta) \approx \mathbf{I} + \mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\zeta)$$

$$\mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\zeta) \approx \mathbf{F}' \cdot \zeta + \frac{\mathbf{F}''}{2} \cdot \zeta^2 + \frac{\mathbf{F}'''}{6} \cdot \zeta^3 + \frac{\mathbf{F}''''}{24} \cdot \zeta^4 \tag{2.106a}$$

$$\mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\zeta) \approx \mathbf{E}' \cdot \zeta + \frac{\mathbf{E}''}{2} \cdot \zeta^2 + \frac{\mathbf{E}'''}{6} \cdot \zeta^3 + \frac{\mathbf{E}''''}{24} \cdot \zeta^4 \tag{2.106b}$$

$$\mathbf{G}(\zeta) \approx \mathbf{G}' \cdot \zeta + \frac{\mathbf{G}''}{2} \cdot \zeta^2 + \frac{\mathbf{G}'''}{6} \cdot \zeta^3 + \frac{\mathbf{G}''''}{24} \cdot \zeta^4 \tag{2.106c}$$

$$\mathbf{Q}(\zeta) \approx \mathbf{Q}' \cdot \zeta + \frac{\mathbf{Q}''}{2} \cdot \zeta^2 + \frac{\mathbf{Q}'''}{6} \cdot \zeta^3 + \frac{\mathbf{Q}''''}{24} \cdot \zeta^4 \tag{2.106d}$$

$\mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\zeta)$ und $\mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\zeta)$ nehmen für eine sehr dünne Schicht sehr kleine Werte an. Addiert man sie während der Reihenentwicklung und der Berechnung von $\mathbf{F}(\zeta)$ und $\mathbf{E}(\zeta)$ zu der Einheitsmatrix \mathbf{I} werden sie aufgrund von Rundungen während der Rechenoperation fallen gelassen, was dann zu $\mathbf{F}(\zeta) = \mathbf{I}$ und $\mathbf{E}(\zeta) = \mathbf{I}$ führt. Aus diesem Grund wird es vermieden

die Summen $(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\zeta))$ und $(\mathbf{I} + \mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\zeta))$ zu berechnen, solange die Schichten als sehr dünn angesehen werden [69, 73].

2.4.4 Kombination von benachbarten Intervallen/ Schichten normaler Dicke

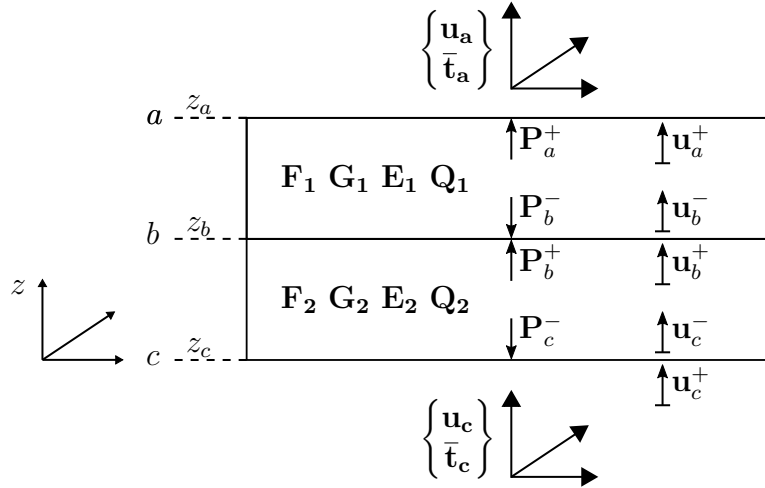


Abbildung 2.6: Spannungen und Verschiebungen an den Grenzen benachbarter Schichten.

Der Berechnungsalgorithmus der PIM beginnt mit der Berechnung der sehr dünnen Schichten gemäß Abschnitt 2.4.5, anschließend werden diese in Abschnitt 2.4.4 zu größeren Intervallen/ Schichten zusammengefasst. Die Herleitung der Schritte geht aber aus Gründen der Verständlichkeit den entgegengesetzten Weg und beginnt mit der Kombination der größeren Intervalle. Die Kombination der dünnen Schichten folgt dem Vorgehen von Zhong et al. [69], Zhong et al. [71] und Lin et al. [73].

Dazu betrachten wir zwei benachbarte Intervalle/ Schichten $[z_a^+, z_b^+]$ und $[z_b^+, z_c^+]$ gemäß Abbildung 2.6 und unterstellen, dass die Verschiebungen und Spannungen in den Intervallen $[z_a^+, z_b^-]$ und $[z_b^+, z_c^-]$ konstant sind, aber nicht in z_b und z_c .

Diese beiden Schichten lassen sich in den zugehörigen Intervallen $[z_a^+, z_b^-]$ und $[z_b^+, z_c^-]$ durch den Zustandsvektor (2.98) beschreiben, was die folgenden Gleichungen liefert.

$$\mathbf{u}_b^- = \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{u}_a^+ - \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{P}_b^- \quad (2.107a) \quad \mathbf{u}_c^- = \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{u}_b^+ - \mathbf{G}_2 \cdot \mathbf{P}_c^- \quad (2.108a)$$

$$\mathbf{P}_a^+ = \mathbf{Q}_1 \cdot \mathbf{u}_a^+ + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{P}_b^- \quad (2.107b) \quad \mathbf{P}_b^+ = \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{u}_b^+ + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{P}_c^- \quad (2.108b)$$

Die an den Schichtgrenzen z_b und z_c möglichen Diskontinuitäten $\Delta \mathbf{u}_b$, $\Delta \mathbf{P}_b$ und $\Delta \mathbf{u}_c$, $\Delta \mathbf{P}_c$ werden aufgrund der harmonischen Wellenausbreitung und Vollkontakt unter den Schichten vernachlässigt. Dementsprechend lassen sich die Zusammenhänge formulieren

$$\mathbf{u}_b^- = \mathbf{u}_b^+ \quad (2.109a) \qquad \mathbf{u}_c^- = \mathbf{u}_c^+ \quad (2.110a)$$

$$\mathbf{P}_b^- = \mathbf{P}_b^+ \quad (2.109b) \qquad \mathbf{P}_c^- = \mathbf{P}_c^+ \quad (2.110b)$$

und die Gleichungen

$$\mathbf{u}_b^+ = \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{u}_a^+ - \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{P}_b^+ \quad (2.111a) \qquad \mathbf{u}_c^+ = \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{u}_b^+ - \mathbf{G}_2 \cdot \mathbf{P}_c^+ \quad (2.112a)$$

$$\mathbf{P}_a^+ = \mathbf{Q}_1 \cdot \mathbf{u}_a^+ + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{P}_b^+ \quad (2.111b) \qquad \mathbf{P}_b^+ = \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{u}_b^+ + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{P}_c^+ \quad (2.112b)$$

zusammenfassen.

Die Intervalle $[z_a^+, z_b^+]$ und $[z_b^+, z_c^+]$ zu einem Intervall $[z_a^+, z_c^+]$ zusammenzufassen bedeutet das gleiche, wie die Kombination von zwei benachbarten Schichten zu einer Schicht. Dementsprechend ergibt sich die Kombinationsformulierung für zwei benachbarte Schichten

$$\mathbf{u}_c^+ = \mathbf{F}_{12} \cdot \mathbf{u}_a^+ - \mathbf{G}_{12} \cdot \mathbf{P}_c^+ \quad (2.113)$$

$$\mathbf{P}_a^+ = \mathbf{Q}_{12} \cdot \mathbf{u}_a^+ + \mathbf{E}_{12} \cdot \mathbf{P}_c^+ \quad (2.114)$$

für welche es erforderlich ist, die Kombinationsmatrizen $\mathbf{F}_{12}, \mathbf{G}_{12}, \mathbf{Q}_{12}, \mathbf{E}_{12}$ zu bestimmen. Dies geschieht durch geschicktes Gleichsetzen der in diesem Kapitel vorgestellten Gleichungen.

Zusammengefasst ergibt dieser Ablauf die Kombinationsmatrizen

$$\mathbf{F}_{\text{Comb}} = \mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_2 \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{F}_1 \quad (2.115a)$$

$$\mathbf{G}_{\text{Comb}} = \mathbf{G}_{12} = \mathbf{G}_2 + \mathbf{F}_2 \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (2.115b)$$

$$\mathbf{Q}_{\text{Comb}} = \mathbf{Q}_{12} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{E}_1 \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{F}_1 \quad (2.115c)$$

$$\mathbf{E}_{\text{Comb}} = \mathbf{E}_{12} = \mathbf{E}_1 \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{E}_2 \quad (2.115d)$$

2.4.5 Kombination von benachbarten sehr dünnen Intervallen/ Schichten

Um die Kombination sehr dünner Schichten richtig durchführen zu können, müssen die Gleichungen aus (2.115) abgeändert werden, um den Verlust von Genauigkeit aufgrund der Berechnung von \mathbf{F} und \mathbf{E} zu vermeiden (siehe Abschnitt 2.4.3). Darüber hinaus müssen die Formulierungen \mathbf{G}^{-1} und \mathbf{Q}^{-1} vermieden werden, da hier Singularitäten entstehen, da \mathbf{G} und \mathbf{Q} für sehr dünne Schichten sehr nahe an $\mathbf{0}$ liegen [69, 73].

An dieser Stelle wird mit der Änderung von \mathbf{F}_{Comb} aus (2.115a) begonnen. Das Vorgehen für \mathbf{E}_{Comb} ist analog. \mathbf{F}_1 und \mathbf{F}_2 werden im Zuge dessen durch $\mathbf{F}_1 = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{1-I})$ und $\mathbf{F}_2 = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{2-I})$ ersetzt.

$$\mathbf{F}_{12} = \mathbf{I} + \mathbf{F}_{12-I} = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{2-I}) \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{1-I}) \quad (2.116)$$

Ausmultiplizieren und Umformen ergibt die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{Comb-I}} = \mathbf{F}_{12-I} &= (\mathbf{F}_{2-I} - \frac{\mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2}{2}) \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} + (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \\ &\cdot (\mathbf{F}_{1-I} - \frac{\mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2}{2}) + \mathbf{F}_{2-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{F}_{1-I} \end{aligned} \quad (2.117)$$

$\mathbf{E}_{\text{Comb-I}}$ wird analog zu $\mathbf{F}_{\text{Comb-I}}$ ermittelt. Für \mathbf{G}_{Comb} werden \mathbf{F}_2 und \mathbf{E}_2 durch $(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{2-I})$ und $(\mathbf{I} + \mathbf{E}_{2-I})$ ersetzt. Gleichermaßen wird \mathbf{Q}_{Comb} ermittelt. Die Ergebnisse dieser Umformungen werden in Anhang A.3 dargestellt.

2.4.6 Precise-Integration-Method

Wie im Vorhergehenden bereits angesprochen, besteht die Aufgabe der PIM darin, die Korrelationsmatrizen einer Bodenschicht zu berechnen [69, 71]. Dazu wird diese Schicht in sehr kleine Intervalle, also sehr dünne Schichten, sogenannte Mini-Layer unterteilt. In diesen dünnen Schichten ist es möglich die dortigen Korrelationsmatrizen per Taylorreihen-Entwicklung zu ermitteln. Anschließend werden die Korrelationsmatrizen der Mini-Layer miteinander kombiniert, bis die dadurch entstehenden Intervalle die Größe der Ausgangsschicht erreicht haben. Für diese sind dann die Matrizen $\mathbf{F}(h)$, $\mathbf{G}(h)$, $\mathbf{Q}(h)$ und $\mathbf{E}(h)$ bekannt. An dieser Stelle soll mithilfe von Abbildung 2.7 der Algorithmus zusammenfassend erläutert werden. Die Arbeitsschritte sind:

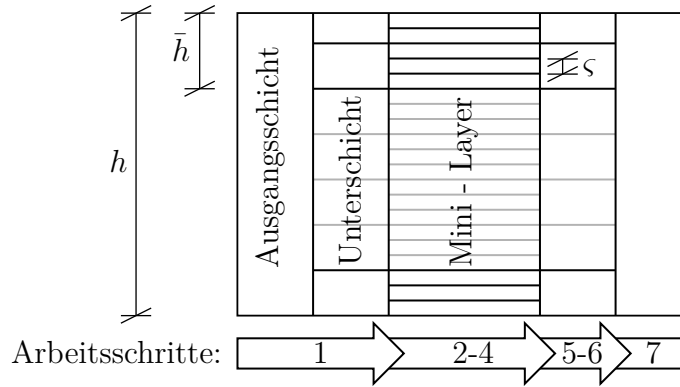


Abbildung 2.7: Ablauf des PIM-Algorithmus inklusive der Schichteinteilung und der nummerierten Arbeitsschritte.

1. Die Ausgangsschicht mit der Dicke h wird in kleinere Unterschichten mit der Dicke $\bar{h} = h/2^{N_1}$ und $N_1 = 20$ unterteilt. Diese Unterschichten werden anschließend in noch kleinere, sehr dünne Mini-Layer mit der Dicke $\varsigma = \bar{h}/2^{N_2} = h/2^{(N_1+N_2)}$ und $N_2 = 20$ zerlegt.
2. Für jeden Mini-Layer werden \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} und \mathbf{D} mithilfe von Gleichung (2.90) ermittelt.
3. Die Ableitungen der Korrelationsmatrizen eines Mini-Layers werden erstellt (Gleichung (2.105)).

4. Die Korrelationsmatrizen $\mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\varsigma)$, $\mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\varsigma)$, $\mathbf{G}(\varsigma)$ und $\mathbf{Q}(\varsigma)$ für jeden Mini-Layer ς werden mit der Taylorreihen-Entwicklung (2.106) ermittelt.
5. Die Korrelationsmatrizen $\mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\bar{h})$, $\mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\bar{h})$, $\mathbf{G}(\bar{h})$ und $\mathbf{Q}(\bar{h})$ in einem rekursiven Algorithmus durch Kombination der Mini-Layer bestimmt.
6. Um Rundungsfehlern aufgrund der Maschinengenauigkeit vorzubeugen, muss an dieser Stelle die Aufteilung $\mathbf{F}(\bar{h}) = \mathbf{I} + \mathbf{F}_{-\mathbf{I}}(\bar{h})$, $\mathbf{E}(\bar{h}) = \mathbf{I} + \mathbf{E}_{-\mathbf{I}}(\bar{h})$ getroffen werden.
7. Abschließend werden die Korrelationsmatrizen $\mathbf{F}(h)$, $\mathbf{E}(h)$, $\mathbf{G}(h)$ und $\mathbf{Q}(h)$ für die Ausgangsschicht h anhand der Gleichungen (2.115a) bis (2.115d) in einem rekursiven Algorithmus berechnet, welcher mit der Kombination zweier benachbarter Unterschichten beginnt.

Dieser Algorithmus lässt sich für eine beliebige Anzahl von Ausgangsschichten wiederholen. Diese lassen sich mit den gleichen Kombinationsgleichungen zu einem Schichtpaket zusammenfassen, das den gesamten Boden beschreibt.

2.4.7 Steifigkeitsmatrix für einen homogenen transversal-isotropen Halbraum

Homogene - nicht geschichtete Böden - lassen sich durch einfache analytische Formeln beschreiben. Auch für vielfach geschichtete Böden kann im Ingenieurmodell angenommen werden, dass die Bodenschichten ab einer gewissen Tiefe auf einem als homogen anzusehenden Halbraum oder auf Fels ruhen. Daher werden die Formeln zur Berechnung der Halbräume nicht nur für homogene Böden benötigt, sondern auch zur Beschreibung der Randbedingungen vielfach geschichteter Böden. Die im folgenden beschriebene Berechnung der dynamischen Steifigkeit \mathbf{K}_∞ ist aus Kausel & Seale [107] und Seale et al. [108] entnommen. Bei isotropem Material gemäß Gleichung (2.38) ist die Steifigkeit abhängig vom Schubmodul μ und vom Longitudinalmodul $M = \lambda + 2\mu$. In Abhängigkeit von untersuchter Wellenzahl k und Kreisfrequenz ω wird gemäß Kausel [58] eine Fallunterscheidung vorgenommen. Die Berechnungen sind in den Gleichungen in Tabelle A.1 in Anhang A.4 beschrieben. Für den Zusammenhang zwischen äußerer Belastung \mathbf{P} und Bodenverschiebung an der Oberkante des Halbraums \mathbf{u} und der Steifigkeit \mathbf{K}_∞ gilt anschließend

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}_\infty \cdot \mathbf{u} \quad (2.118)$$

2.4.8 Green'sche Funktionen im Frequenz-Wellenzahl-Bereich

Entsprechend dem Zusammenhang $\mathbf{u} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}$ in Gleichung (2.20) wird das vorgestellte Bodenmodell zur Berechnung der Green'schen Funktionen im Wellenzahlbereich eingesetzt. Dazu wird der Zusammenhang zwischen Spannungen und Verschiebungen im Boden ermittelt. Dazu werden unterschiedliche Positionen des Lastpunktes des Spannungsvektors \mathbf{P}_S und des Auswertungspunkt (Calculation Point - CP) betrachtet. Maßgebliche Positionen in einem vielfach geschichteten Bodenmodell, das auf einem Halbraum ruht, sind in

Abbildung 2.8 dargestellt. Begonnen wird mit dem allgemeinen Fall, aus dem sich als Sonderfälle alle weiteren Positionen ableiten lassen. Diese Arbeit beschränkt sich neben dem allgemeinen Fall darauf, die für die nachfolgenden Erdbebenberechnungen nötigen Positionen darzustellen. Die Auswahl der richtigen Funktionen ist von den anwendungsspezifischen Problemstellungen abhängig. Dies wird in den Kapiteln zur Impedanzberechnung beziehungsweise der Berechnung der Erdbebeneinwirkungen thematisiert.

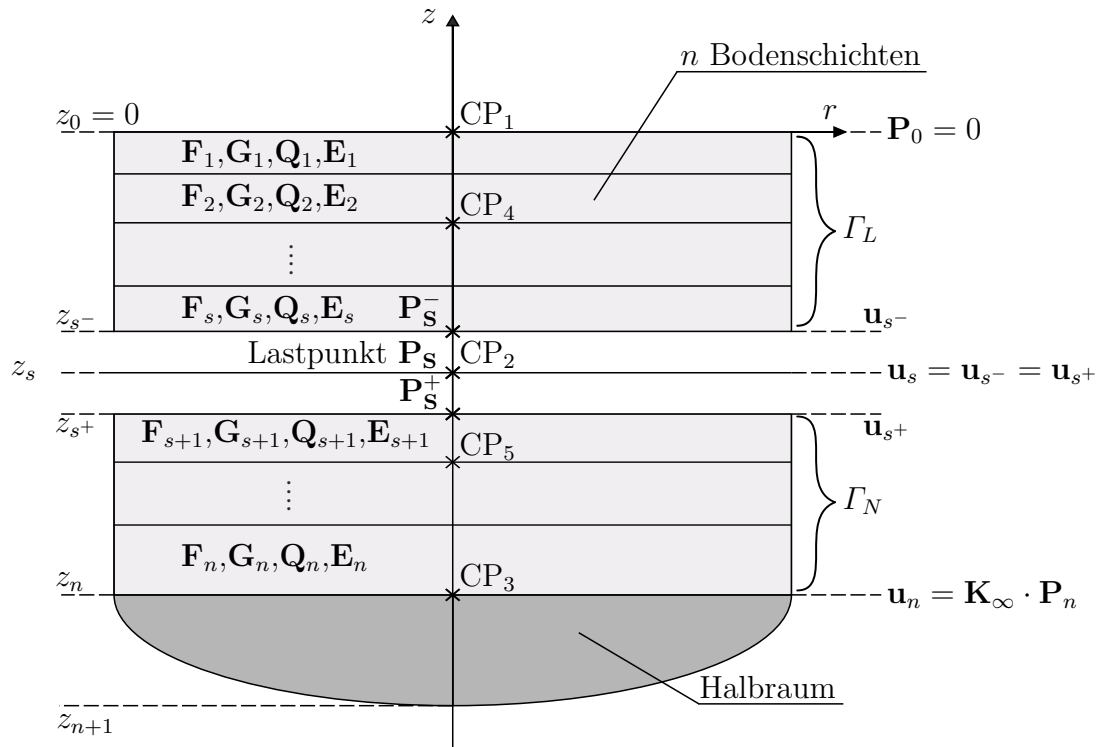


Abbildung 2.8: Übersicht über den Lastpunkt und die einzelnen Kontrollpunkte sowie eine beliebige Anzahl Bodenschichten.

Als allgemeiner Fall wird zunächst unterstellt, dass sich der Lastpunkt \mathbf{P}_S zwischen zwei Schichten an einer beliebigen Stelle im Bodenmodell befindet. Die Schicht, beziehungsweise das Schichtpaket oberhalb des Lastpunkts wird als Γ_L bezeichnet, das Schichtpaket unterhalb von \mathbf{P}_S als Γ_N . Zu den jeweiligen Schichten zugehörige Variablen werden mit den Indizes L und N gekennzeichnet. Der Auswertepunkt CP_2 befindet sich an der selben Stelle wie der Lastpunkt. An CP_2 lassen sich folgende Gleichgewichte formulieren

$$\mathbf{P}_{S-} = -\mathbf{K}_L \cdot \mathbf{u}_{S-} \quad (2.119a)$$

$$\mathbf{P}_{S+} = \mathbf{K}_N \cdot \mathbf{u}_{S+} \quad (2.119b)$$

$$\mathbf{P}_S = \mathbf{P}_{S^+} + \mathbf{P}_{S^-} \quad (2.120a)$$

$$\mathbf{u}_S = \mathbf{u}_{S^+} = \mathbf{u}_{S^-} \quad (2.120b)$$

welche die Beziehungen von Spannungen und Dehnungen am CP, sowie den Einfluss der zusammengefassten Schichten oberhalb $\Gamma_L = [z_0; z_S[$ und unterhalb \mathbf{P}_S des Lastpunktes beinhalten.

$$\mathbf{P}_S = \mathbf{K}_N \cdot \mathbf{u}_{S^+} - \mathbf{K}_L \cdot \mathbf{u}_{S^-} = (\mathbf{K}_N - \mathbf{K}_L) \mathbf{u}_S \quad (2.121)$$

$$\mathbf{u}_S = (\mathbf{K}_N - \mathbf{K}_L)^{-1} \mathbf{P}_S \quad (2.122)$$

Um den Zusammenhang zwischen Spannung und Verschiebung unter Einfluss von (Γ_L und Γ_N) zu bestimmen müssen nun \mathbf{K}_N und \mathbf{K}_L berechnet werden, wie in Abbildung 2.8 dargestellt. Dazu wird Gleichung (2.98) auf Γ_L und Γ_N angewandt, was folgende Ausdrücke liefert:

$$\mathbf{u}_{S^-} = \mathbf{F}_L \cdot \mathbf{u}_0 - \mathbf{G}_L \cdot \mathbf{P}_{S^-} \quad (2.123a)$$

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{0} = \mathbf{Q}_L \cdot \mathbf{u}_0 + \mathbf{E}_L \cdot \mathbf{P}_{S^-} \quad (2.123b)$$

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{F}_N \cdot \mathbf{u}_{S^+} - \mathbf{G}_N \cdot \mathbf{P}_n \quad (2.124a)$$

$$\mathbf{P}_{S^+} = \mathbf{Q}_N \cdot \mathbf{u}_{S^+} + \mathbf{E}_N \cdot \mathbf{P}_n \quad (2.124b)$$

Umformen nach \mathbf{u}_0 ergibt

$$\mathbf{u}_0 = -\mathbf{Q}_L^{-1} \cdot \mathbf{E}_L \cdot \mathbf{P}_{S^-} \quad (2.125)$$

und anschließend

$$\mathbf{P}_{S^-} = -(\mathbf{G}_L + \mathbf{F}_L \cdot \mathbf{Q}_L^{-1} \cdot \mathbf{E}_L)^{-1} \cdot \mathbf{u}_{S^-} = -\mathbf{K}_L \cdot \mathbf{u}_{S^-} \quad (2.126)$$

Gemäß Abbildung 2.8 wird das Schichtmodell am unteren Ende durch einen unendlichen Halbraum begrenzt. Dieser wird mit dem Zusammenhang $\mathbf{P}_n = \mathbf{K}_\infty \cdot \mathbf{u}_n$ in das Bodenmodell aufgenommen. Dazu wird das \mathbf{u}_n in (2.124a) mit \mathbf{u}_n aus (2.118) ersetzt und die Gleichung umgeformt

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{K}_\infty \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_N \cdot \mathbf{K}_\infty)^{-1} \cdot \mathbf{F}_N \cdot \mathbf{u}_{S^+} \quad (2.127)$$

$$\mathbf{P}_{S^+} = (\mathbf{Q}_N + \mathbf{E}_N \cdot \mathbf{K}_\infty \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_N \cdot \mathbf{K}_\infty)^{-1} \cdot \mathbf{F}_N) \cdot \mathbf{u}_{S^+} = \mathbf{K}_N \cdot \mathbf{u}_{S^+} \quad (2.128)$$

Für den betrachteten allgemeinen Fall - also Last- und Verschiebungspunkt liegen auf der

selben Ebene zwischen zwei beliebigen Bodenschichten - lassen sich die Verschiebungen anhand von Gleichung (2.122) bestimmen. Dazu werden \mathbf{K}_N und \mathbf{K}_L in Gleichung (2.122) eingesetzt, so dass sich

$$\mathbf{u}_S = (\mathbf{Q}_N + \mathbf{E}_N \cdot \mathbf{K}_\infty \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_N \cdot \mathbf{K}_\infty)^{-1} \cdot \mathbf{F}_N - \mathbf{G}_L + \mathbf{F}_L \cdot \mathbf{Q}_L^{-1} \cdot \mathbf{E}_L)^{-1} \mathbf{P}_S \quad (2.129)$$

als allgemeine Formulierung ergibt. Dabei stellt der Klammerausdruck $(\dots)^{-1}$ die Flexibilität \mathbf{F}_d des Bodens gemäß Kapitel Abschnitt 2.1.4 dar. Die Lage von Kontrollpunkt und Aufpunkt kann sich beliebig absolut und relativ zueinander verschieben. Die Zusammenhänge sind dementsprechend anzupassen. Wird der Lastpunkt an der Stelle z_s belassen, ergibt sich an der Oberfläche z_0 die Verschiebung

$$\mathbf{u}_0 = \mathbf{Q}_L^{-1} \cdot \mathbf{E}_L \cdot \mathbf{K}_L \cdot (\mathbf{K}_N - \mathbf{K}_L)^{-1} \cdot \mathbf{P}_S \quad (2.130)$$

und an der unteren Grenze z_n die Verschiebung

$$\mathbf{u}_n = (\mathbf{I} + \mathbf{G}_N \cdot \mathbf{K}_\infty)^{-1} \cdot \mathbf{F}_N \cdot (\mathbf{K}_N - \mathbf{K}_L)^{-1} \cdot \mathbf{P}_S \quad (2.131)$$

unter Berücksichtigung eines darunter liegenden Halbraums. Einen weiteren Fall, stellt die Konfiguration dar, bei der Auf- und Lastpunkt beide an der Oberfläche liegen. Da sich keine Schicht mehr über dem Lastvektor befindet, bedeutet da, dass die Schichtdicke oberhalb gleich 0 ist, siehe . Es gilt $z_S = z_0 = 0$. Es gilt $\mathbf{G}_L = \mathbf{Q}_L = \mathbf{0}$ und $\mathbf{F}_L = \mathbf{E}_L = \mathbf{I}$ für die Schichtdicke $(z_S - z_0) = 0$, woraus $\mathbf{K}_L = \mathbf{0}$ folgt.

$$\begin{aligned} \lim_{z_P \rightarrow z_0} \mathbf{K}_L &= \lim_{z_P \rightarrow z_0} (\mathbf{G}_L + \mathbf{F}_L \cdot \mathbf{Q}_L^{-1} \cdot \mathbf{E}_L)^{-1} \\ &= \lim_{z_P \rightarrow z_0} \mathbf{E}_L^{-1} \cdot \mathbf{Q}_L \cdot (\mathbf{G}_L \cdot \mathbf{E}_L^{-1} \cdot \mathbf{Q}_L + \mathbf{F}_L)^{-1} = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Also gilt

$$\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_S = (\mathbf{K}_N)^{-1} \cdot \mathbf{P}_S \quad (2.132)$$

woraus sich - in Kombination mit dem tieferliegenden Halbraum -

$$\mathbf{u}_0 = (\mathbf{Q}_N + \mathbf{E}_N \cdot \mathbf{K}_\infty \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_N \cdot \mathbf{K}_\infty)^{-1} \cdot \mathbf{F}_N)^{-1} \cdot \mathbf{P}_S = \mathbf{K}_N^{-1} \cdot \mathbf{P}_S \quad (2.133)$$

ergibt. \mathbf{K}_N^{-1} entspricht der Flexibilität \mathbf{F}_d des Bodens gemäß Kapitel Abschnitt 2.1.4 für Last- und Aufpunkt an der Oberfläche. Wird lediglich ein homogener Halbraum betrachtet, gilt $\mathbf{K}_L = \mathbf{0}$ und $\mathbf{K}_N = \mathbf{K}_\infty$.

Ein weiterer Sonderfall entsteht wenn das Bodenmodell am unteren Rand nicht durch einen Halbraum, sondern durch gewachsenen Fels begrenzt wird. Am starren Fels sind keine Verschiebungen möglich, es gilt $\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$. Während \mathbf{K}_L unverändert bleibt, ergibt sich für \mathbf{K}_N

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_S^+ &= (\mathbf{Q}_N + \mathbf{E}_N \cdot \mathbf{G}_N^{-1} \cdot \mathbf{F}_N) \mathbf{u}_S^+ \\ \mathbf{P}_S^+ &= \mathbf{K}_N \cdot \mathbf{u}_S^+ \end{aligned} \quad (2.134a)$$

2.4.9 Transformation in den Frequenz-Raum-Bereich

Im vorigen Kapitel wurden in Gleichung (2.133) die Flexibilität des Bodenmodells als Zusammenhang zwischen Last und Verschiebung bestimmt. Dabei handelt es sich um die Green'schen Funktionen im Sinne von Gleichung (2.20). Die Berechnung der Green'schen Funktionen gemäß Kapitel 2.4.8 erfolgt im Wellenzahl-Frequenz-Bereich in Zylinderkoordinaten. Gleichung (2.133) lässt sich in der eingangs von Gleichung (2.20) geforderten Form schreiben

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{G}(k) \cdot \mathbf{P} = \begin{bmatrix} G_{rr}(k) & 0 & G_{rz}(k) \\ 0 & G_{\theta\theta}(k) & 0 \\ G_{zr}(k) & 0 & G_{zz}(k) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P} \quad (2.135)$$

wobei $\mathbf{G}(k)$ von der Wellenzahl (k) abhängig ist und \mathbf{P} eine Einheitslast in einem Punkt darstellt. Der Zusammenhang zwischen Verschiebung \mathbf{u} und Einzellast \mathbf{P} ist in Abbildung 2.9 dargestellt, wobei der Radius r die Entfernung zwischen Lastpunkt ξ und Auswertepunkt \mathbf{x} darstellt. Zusätzlich ist in der Abbildung eine Scheibenlast \mathbf{q} mit dem Scheibenradius Δr dargestellt.

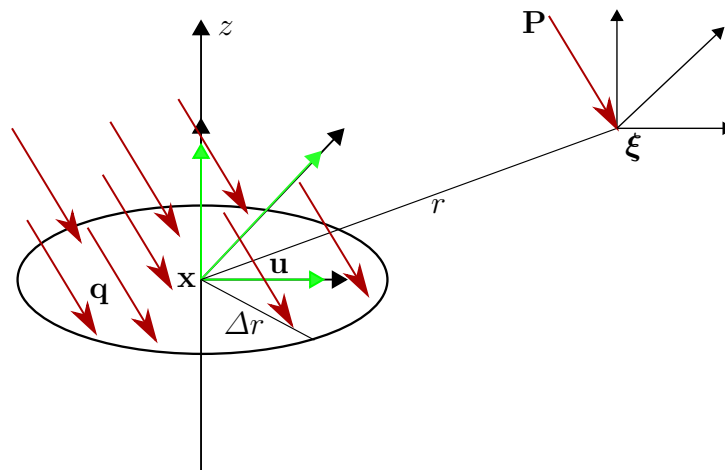


Abbildung 2.9: Verschiebungen \mathbf{u} infolge einer Punktlast \mathbf{P} und einer Flächenlast \mathbf{q} .

Zur weiteren Nutzung in BBI-Analysen werden alle Größen in der Frequenz-Raum-Domäne benötigt, die Transformation erfolgt mit der Hankel-Transformation (2.71) [92]. Nach Kausel & Roesset [57] ergeben sich unter Anwendung der Rekursionsformel für Bessel-

Funktionen erster Art $\frac{2n}{\pi}J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)$ [45] die Einträge für $\mathbf{G}(r)$

$$G_{rr}(r) = \frac{1}{4\pi} \left(\int_0^\infty J_0(kr)(G_{rr}(k) + G_{\theta\theta}(k))kdk \right. \\ \left. + \int_0^\infty J_2(kr)(G_{\theta\theta}(k) - G_{rr}(k))kdk \right) \quad (2.136a)$$

$$G_{\theta\theta}(r) = \frac{1}{4\pi} \left(\int_0^\infty J_0(kr)(G_{rr}(k) + G_{\theta\theta}(k))kdk \right. \\ \left. - \int_0^\infty J_2(kr)(G_{\theta\theta}(k) - G_{rr}(k))kdk \right) \quad (2.136b)$$

$$G_{rz}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty iJ_1(kr)G_{rz}(k)kdk = -G_{zr}(r) \quad (2.136c)$$

$$G_{zz}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty J_0(kr)G_{zz}(k)kdk \quad (2.136d)$$

für jede Frequenz in Abhängigkeit von r . Für den Fall $r \rightarrow 0$ nähert man sich einer Singularität in der Green'schen Funktion [78], weswegen die Punktlast an dieser Stelle durch die Scheibenlast \mathbf{q} ersetzt wird. Die Zusammenhänge zwischen Green'schen Funktionen infolge Punkt-, Scheiben- oder Ringlasten werden beispielsweise von Kausel & Roesset [57] beschrieben. Im vorliegenden Fall wird \mathbf{P} zu $\mathbf{1}$ gesetzt und durch die Fläche der zu untersuchenden Scheibe mit dem Radius Δr geteilt, es gilt

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{P}}{\pi \cdot \Delta r^2} = \frac{\mathbf{1}}{\pi \cdot \Delta r^2} \quad (2.137)$$

Die Transformation der Green'schen Funktionen infolge Flächenbelastung [45, 58] ergibt für $\mathbf{G}(r)$ unter einer Scheibenlast schlussendlich

$$G_{rr}(r) = \frac{1}{2\pi\Delta r} \left(\int_0^\infty J_0(kr)(G_{rr}(k) + G_{\theta\theta}(k))J_1(k\Delta r)dk \right. \\ \left. + \int_0^\infty J_2(kr)(G_{\theta\theta}(k) - G_{rr}(k))J_1(k\Delta r)dk \right) \quad (2.138a)$$

$$G_{\theta\theta}(r) = \frac{1}{2\pi\Delta r} \left(\int_0^\infty J_0(kr)(G_{rr}(k) + G_{\theta\theta}(k))J_1(k\Delta r)dk \right. \\ \left. - \int_0^\infty J_2(kr)(G_{\theta\theta}(k) - G_{rr}(k))J_1(k\Delta r)dk \right) \quad (2.138b)$$

$$G_{rz}(r) = \frac{1}{\pi\Delta r} \int_0^\infty iJ_1(kr)G_{rz}(k)J_1(k\Delta r)dk = -G_{zr}(r) \quad (2.138c)$$

$$G_{zz}(r) = \frac{1}{\pi\Delta r} \int_0^\infty J_0(kr)G_{zz}(k)J_1(k\Delta r)dk \quad (2.138d)$$

Im Sinne der Herleitungen nach Kausel & Roesset [57] und Wolf [45] stellt die Punktbelastung einen vereinfachten Sonderfall der Flächenlast dar.

Fourier-Bessel-Transformationen der Form $\int_0^\infty J_\nu(kr)\mathbf{f}(k)dk$ lassen sich numerisch unter anderem mit der Fast-Hankel-Transformation lösen [109]. Eine Alternative stellt die numerische Quadratur und anschließende Summation von Teilintegralen dar [110, 111], eine als Integration, Summation, Extrapolation (ISE) bezeichnete Methode. ISE ermöglicht eine Fehlerkontrolle, es wird diskutiert, ob sie höhere Geschwindigkeiten aufweist [111].

Chen [112] setzt einen Algorithmus nach Chave [110] und Lucas [113] ein, um die Fourier-Bessel-Transformation der PIM durch eine adaptive Gauß-Quadratur auszuwerten. Zur Lösung der Teilintegrale muss der Integrationsbereich $(0, \infty)$ an den Punkten x_i in Teilbereiche aufgeteilt werden. Die Lösung und Summation von unendlich vielen Teilintegralen ist nicht möglich, weshalb bei ausreichender Genauigkeit abgebrochen wird.

$$\mathfrak{F}(r) \approx \mathfrak{F}_n(r) = \sum_{i=0}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} J_v(kr) f(k) dk \quad (2.139)$$

Zur Erhöhung der Rechengeschwindigkeit bietet es sich an, bereits berechnete Funktionsauswertungen wieder zu nutzen. Da dies bei der adaptiven Gauß-Quadratur nicht bedingungslos möglich ist, wird zur Lösung der Teilintegrale eine Variation der Gauß-Kronrod-Quadratur genutzt. Für n Gauß-Kronrod-Punkte ergibt sich

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (2.140)$$

mit den Gewichten w_i an den Punkten x_i . Die einzelnen Teilintegrale benötigen eine unterschiedliche Gauß-Kronrod-Ordnung, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen. Anders als in der PIM-Version von Chen [112] wird hier aus diesem Grund die Anzahl der nötigen Auswertungen nicht global auf den Maximalwert gesetzt. Vielmehr werden die benötigten Auswertungen pro Teilintegral neu bestimmt, was die Gesamtanzahl der Auswertungen deutlich reduziert. Aus einer Gruppe von Integralen benötigt oftmals ein einziges Teilintegral die volle Anzahl Genauigkeit, wodurch durch die individuellen Festlegung mehr als 75 % der Auswertungen eingespart werden können [114]. Zur Auswertung der Integrale wird der ϵ -Algorithmus nach Wynn [115] eingesetzt.

Werden Green'sche Funktionen, wie in den Kapiteln 3 und 4 beschrieben, zur Berechnung der Fundamentimpedanz genutzt, werden Lösungen für eine Vielzahl von Radien benötigt. Im Wellenzahlbereich sind die Green'schen Funktionen laut Gleichung (2.135) nicht vom Radius abhängig. Daher werden in der Fourier-Bessel-Transformationen die vom Radius unabhängigen Zwischenlösungen getrennt gespeichert und erst in der Auswertung mit den jeweiligen Besselfunktionen kombiniert. Dies minimiert die erforderlichen Berechnungen erheblich.

2.4.10 Validierung der Berechnung der Green'schen Funktionen

Zur Validierung der Methode und der einhergehenden Überprüfung der Richtigkeit der berechneten Green'schen Funktionen werden diese mit einem verlässlichen Programm nach dem Stand der Technik verglichen. Dazu wird PUNCH eingesetzt, das auf der Thin-Layer-Method basiert [57, 116]. Im Folgenden werden zwei Beispiele vorgestellt, in beiden liegen Lastpunkt und Kontrollpunkt an der Bodenoberfläche, also gilt $z_0 = 0$. Im 1. Beispiel wird eine nachgiebige Bodenschicht auf einem Halbraum betrachtet, Beispiel 2 zeigt ein vielschichtiges Bodenmodell, das an der Unterseite durch gewachsenen Fels abgeschlossen wird. Die Materialparameter werden als Vielfache von Schubmodul μ , Querkontraktions-

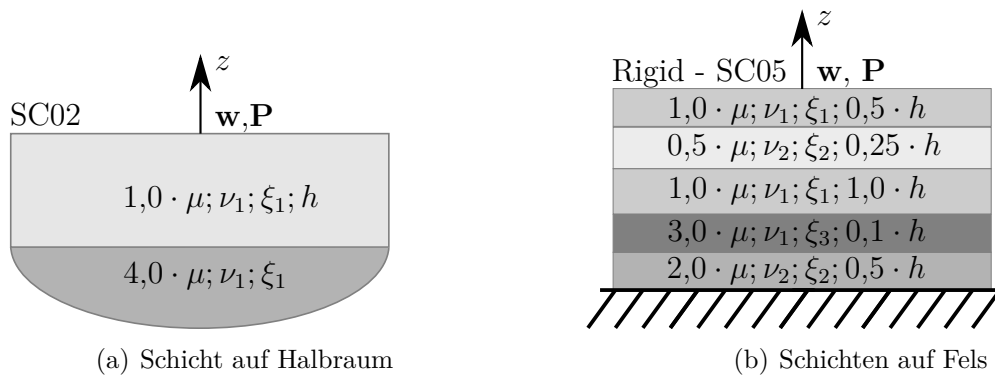


Abbildung 2.10: Vergleichsmodelle zur Berechnung der Green'schen Funktionen. (a) zeigt eine Bodenschicht auf einem homogenen Halbraum, (b) einen vielfach geschichteten Boden auf gewachsenem Fels. Die Bodeneigenschaften sind in Tabelle 2.1 und Tabelle 2.2 angegeben. In den Abbildungen sind Schubmodul und Schichthöhe als Vielfache von $\mu = 20 \text{ [MN/m}^2\text{]}$ und $h = 1 \text{ [m]}$ eingetragen.

zahl, Dämpfung und Schichtdicke variiert. Bodenaufbau und Bodenparameter werden in Tabelle 2.1 und Tabelle 2.2, sowie in Abbildung 2.10 vorgestellt.

Tabelle 2.1: Bodenkennwerte für das Modell SC02 - Schicht auf Halbraum.

	μ [MN/m ²]	ρ [t/m ³]	ξ [-]	ν [-]	h [m]
Schicht 1	20	2	0,05	0,40	1
Halbraum	80	2	0,05	0,40	∞

Abbildung 2.11 und Abbildung 2.12 zeigen die Ergebnisse der Berechnungen mit der PSMM und mit PUNCH für die Green'schen Funktionen im frequenzabhängigen Raumbereich in Zylinderkoordinaten und vergleichen sie. Dabei werden für einen bestimmten Radius r die radiale Komponente $r \cdot G_{rr}$ und die vertikale $r \cdot G_{zz}$ dargestellt, ebenso wie die azimutale Komponente $r \cdot G_{\theta\theta}$ und der Kopplungsausdruck $r \cdot G_{rz} = -r \cdot G_{zr}$. Auf der Abszisse sind die dimensionslosen Frequenzen r_0 entsprechend Gleichung (2.25) aufgetragen. Für die vorliegende Darstellung werden die Green'schen Funktionen für eine Anregungsfrequenz von 5 Hz ausgewertet, das heißt der Radius als Abstand zwischen Last- und Aufpunkt variiert auf der Abszisse.

Abbildung 2.11 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung von PUNCH und PSMM für eine Bodenschicht auf einem Halbraum. Auch für den vielfach geschichteten Boden in Abbildung 2.12 sind die Ergebnisse deckungsgleich. Dementsprechend kann die PSMM als funktionsfähig bezeichnet werden. Der Vergleich der Ergebnisse beider Modelle lässt sich zur Interpretation der Bodenbewegung heranziehen. Für den geschichteten Boden wird eine deutlich größere Flexibilität erzielt als für den einfach geschichteten. Auch der unterschiedliche Einfluss sowohl der Materialdämpfung als auch der geometrischen Dämpfung

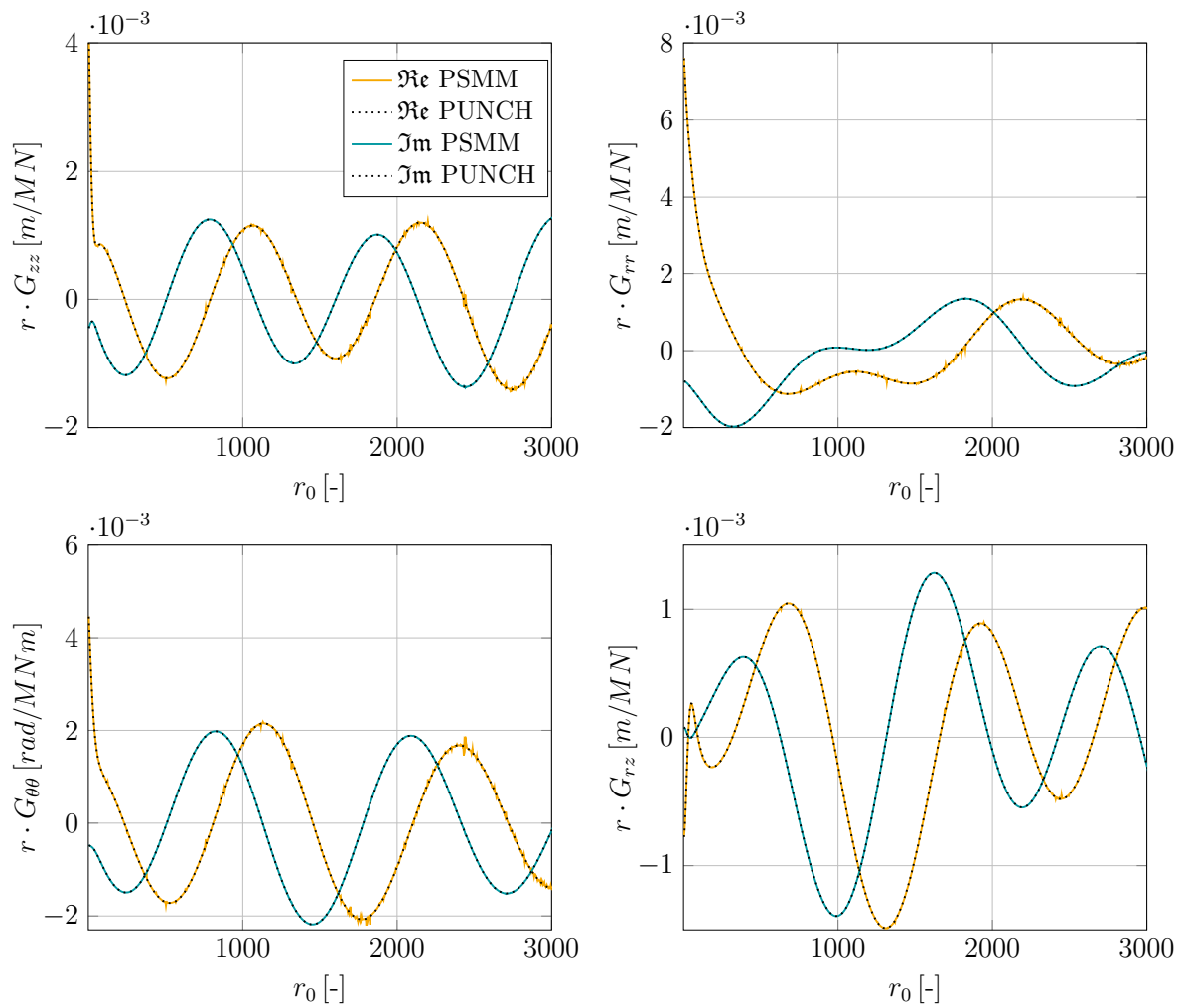


Abbildung 2.11: Vergleich der Green'schen Funktionen von PSMM mit PUNCH für eine Schicht auf einem Halbraum.

ist gut zu erkennen.

Zur der Überprüfung der PSMM wurden außerdem noch folgende Beispiele untersucht und erfolgreich mit der Literatur bzw. Vergleichsrechnungen mit PUNCH verglichen:

- Halbraum ohne Deckschicht
- viele Einzelschichten auf Halbraum
 - geringer Materialunterschied zwischen den Schichten
 - großer Materialunterschied zwischen den Schichten
- Sehr dünne Schichten mit verschiedenen Materialparametern
- Sehr dicke Schichten mit verschiedenen Materialparametern
- Frequenzbereiche von 0,1 Hz bis 100 Hz

Tabelle 2.2: Bodenkennwerte für das Modell Rigid-SC05 - fünf nachgiebige Schichten auf steifem Felsuntergrund.

	μ [MN/m ²]	ρ [t/m ³]	ξ [-]	ν [-]	h [m]
Schicht 1	20	2	0,05	0,40	5
Schicht 2	10	2	0,03	0,33	2,5
Schicht 3	20	2	0,05	0,40	10
Schicht 4	60	2	0,01	0,40	1
Schicht 5	40	2	0,05	0,33	5
Fels					

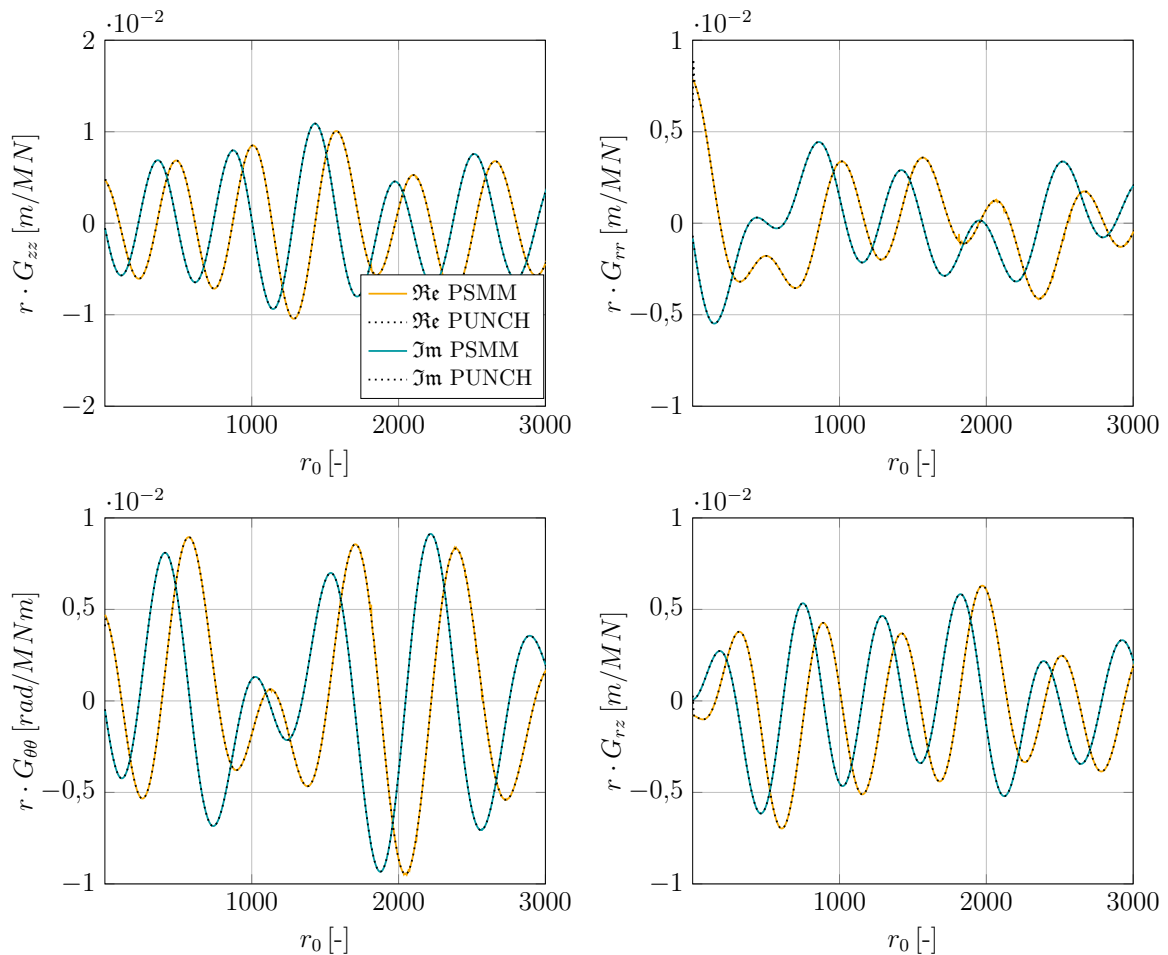


Abbildung 2.12: Vergleich der Green'schen Funktionen von PSMM mit PUNCH für viele Schichten auf einem Felsen.

Allerdings wird aus Gründen der Übersichtlichkeit auf die Darstellung aller Vergleiche an dieser Stelle verzichtet. Ein homogener vielfach geschichteter Boden verhält sich genauso wie ein homogener Halbraum.

3 Impedanz und Komplianz starrer Fundamente

3.1 Direkte Impedanzberechnung

3.1.1 Methodik

Aus der Flexibilität des Bodens lässt sich direkt die dynamische Steifigkeit, also die frequenzabhängige Impedanz bestimmen. In diesem Kapitel wird das Vorgehen nach Wong & Luco [54] genutzt, um die Impedanz starrer, masseloser Oberflächenfundamente beliebiger Geometrie zu berechnen. Die harmonische Belastung $\mathbf{P} = \{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z\}^T$ am Fundamentmittelpunkt erzeugt den korrespondierenden generalisierten Verschiebungsvektor $\mathbf{u} = \{u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z\}^T$ am Fundamentmittelpunkt. Gemäß Abschnitt 2.1 beschreibt

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}_d \cdot \mathbf{u} \quad (3.1)$$

den Zusammenhang zwischen Last und Verschiebung des Fundament-Boden-Systems. Dabei hat die frequenzabhängige Impedanzmatrix \mathbf{K}_d die Form

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} K_{d\ 11} & 0 & 0 & 0 & -K_{d\ 24} & 0 \\ 0 & K_{d\ 22} & 0 & K_{d\ 24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{d\ 33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{d\ 24} & 0 & K_{d\ 44} & 0 & 0 \\ -K_{d\ 24} & 0 & 0 & 0 & K_{d\ 55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{d\ 66} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

und resultiert entsprechend Kapitel 2.1 als Reziproke aus der Flexibilität des Bodens. Unter einer Einslast ergibt sich also

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{1} \cdot \mathbf{G}^{-1} \quad (3.3)$$

Für symmetrische Fundamente vereinfacht sich Gleichung 3.2 mit $K_{d,hh} = K_{d\ 11} = K_{d\ 22}$ für die horizontale und $K_{d,zz} = K_{d\ 33}$ für die vertikale Steifigkeit. Für die Kippsteifigkeit gilt $K_{d,kk} = K_{d\ 44} = K_{d\ 55}$, sowie $K_{d,tt} = K_{d\ 66}$ für die Torsionssteifigkeit. Neben den Bodeneigenschaften hat die Grundfläche des Fundamentes einen bestimmenden Einfluss auf die Impedanz des Fundament-Boden-Systems. Die Fundamentfläche wird in N Elemente geteilt, wobei davon ausgegangen wird, dass für jedes Element die Sohlspannungen und Verschiebungen konstant sind [54]. Die $3N \times 6N$ Kopplungsmatrix \mathbf{A} koppelt die Bewegungen und Belastungen von N Punkten in der Mitte der Elemente auf die Freiheitsgrade

im Fundamentmittelpunkt ab.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -y_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 0 & 1 & y_1 & -x_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -y_N \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & x_N \\ 0 & 0 & 1 & y_N & -x_N & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Dabei entsprechen (x_i, y_i) mit $(i = 1, 2, \dots, N)$ den Koordinaten des i ten Punktes auf dem Fundament. Die Diskretisierung erfolgt, um den Wellendurchgang unter dem Fundament richtig abbilden zu können. Wong und Luco [54] setzen 64 Elemente ein, in [53] werden die Anzahl der Elemente in Abhängigkeit von a_0 diskutiert. In Abhängigkeit der kürzesten Wellenlänge λ_{min} im System hat sich die maximale Elementkantenlänge l_e von

$$l_e = \frac{\lambda_{min}}{5} \quad (3.5)$$

als zielführend herausgestellt [57, 86, 100]. Für kerntechnische Anlagen wird oftmals $l_e = \lambda_{min}/6$ gefordert [86]. Die eingesetzte Wellenlänge

$$\lambda_{min} = \frac{v_{s,min}}{f_{max}} \quad (3.6)$$

beschreibt das Verhältnis der minimalen Scherwellengeschwindigkeit im Bodenmodell und der maximalen Untersuchungsfrequenz. Für die Impedanzmatrix des Gesamtsystems in kartesischen Koordinaten gilt

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{G}_{kart}^{-1} \cdot \mathbf{A} \quad (3.7)$$

wozu im Vorfeld die Green'schen Funktionen in kartesische Koordinaten transformiert werden müssen. Die Rotationsmatrix $\mathbf{R}(\theta)$ für den Wechsel von zylindrischen zu kartesischen Koordinaten lautet

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Der Wechsel ins kartesische Koordinatensystem mit

$$\mathbf{G}_{kart} = \mathbf{R}(\theta)^T \cdot \mathbf{G}_{zyl} \cdot \mathbf{R}(\theta) \quad (3.9)$$

erfolgt bei der Impedanzberechnung, da sich während der weiteren Nutzung der Impedanzfunktionen an den Koordinaten der Bauwerke orientiert wird. Somit ergibt sich in

kartesischen Koordinaten der Zusammenhang

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_{kart} \cdot \mathbf{P} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P} \quad (3.10)$$

3.1.2 Validierung

Wong und Luco [54] stellen Impedanztabellen von starren, masselosen Quadratfundamenten auf einfach geschichteten Böden vor.

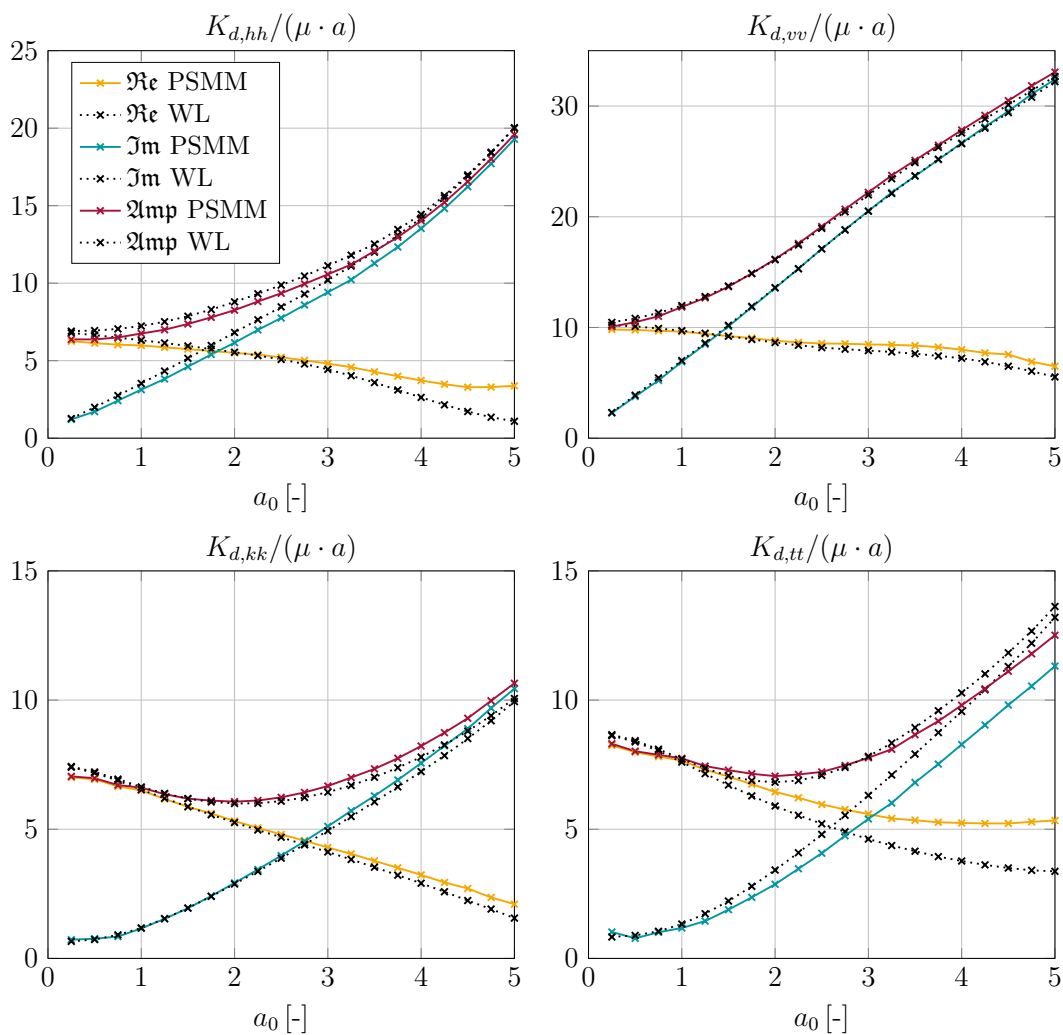


Abbildung 3.1: Impedanzen des untersuchtes Bodenmodell nach Wong & Luco [54] mit $h/a = 5$ und $a = 0,5$ [m].

Die Impedanztabellen enthalten für verschiedene Verhältnisse der Schichtdicke zur Fundamentkantenlänge h/a die normierten Impedanzfunktionen abhängig von der dimensionslosen Frequenz a_0 nach (3.11). Der Bodenaufbau besteht aus einer Schicht auf einem

Halbraum, entsprechend Skizze 2.10. Für die Parameter von Schicht und Halbraum gelten die Verhältnisse

- $\nu_1 = \nu_2 = 0.33$
- $\xi_1 = 0.05$ $\xi_2 = 0.03$
- $v_{s1}/v_{s2} = 0.8$
- $\rho_2 = \rho_1 = 1.13$

In der vorliegende Berechnung mit PSMM wurde für den Halbraum $v_{s2} = 293 [m/s]$ und $\rho_2 = 2000 [kg/m^3]$ gewählt. Die Ergebnisse aus der PSMM müssen gemäß der Wong-Luco Vorgaben normiert werden, um zum Vergleich zur Verfügung zu stehen. Die dimensionslose Frequenz a_0 ist unter Berücksichtigung von Gleichung (2.25) definiert als

$$a_0 = \frac{\omega \cdot a}{v_{s,Deckschicht}} \quad (3.11)$$

wobei a die Kantenlänge des Fundamentes beschreibt und die Scherwellengeschwindigkeit der oberen Schicht genutzt wird. Abbildung 3.1 enthält Real- und Imaginärteil sowie die Amplitude der Impedanz für das beschriebene Beispiel von Wong & Luco [54]. Der Vergleich der Impedanzberechnung mit der PSMM und den Referenzwerten zeigt eine gute Übereinstimmung insbesondere im tiefen Frequenzbereich. Dies gilt vor allem für die in der späteren Anwendung relevanten Freiheitsgrade der Vertikal- und Kippbewegung.

3.2 Impedanzen zur bodendynamischen Anwendung

3.2.1 BBI Effekte

In diesem Kapitel werden zusammenfassend diejenigen BBI Effekte dargestellt, die die anschließende Betrachtung der Fluid-Bauwerk-Interaktion an Tankbauwerken maßgeblich beeinflussen. Teilweise lassen sich diese Effekte bereits in der Validierung erkennen, wie etwa der Einfluss von Radius und Schubmodul, sie werden auch bereits in einschlägiger Literatur besprochen (vgl. [53, 77, 96, 117]). Die übersichtliche Zusammenfassung und Beschreibung ermöglicht jedoch eine effektive und zielgerichtete Beurteilung des Einflusses des Boden-Systems auf die Tankbewegung in späteren Kapiteln.

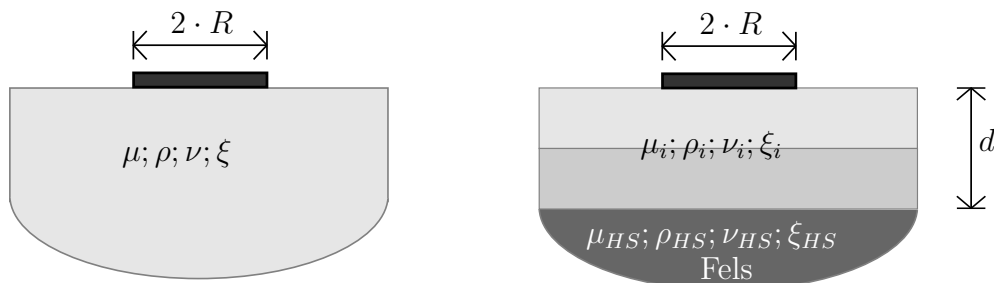


Abbildung 3.2: Grundlegende Fundament-Bodenkennwerte zur Impedanzstudie für homogene Halbräume und geschichtete Böden.

Tabelle 3.1: Grundlegende Fundament-Bodenkennwerte zur Impedanzstudie.

	μ [MN/m ²]	ρ [t/m ³]	ξ [-]	ν [-]	R [m]
Halbraum	100	2,00	0,05	0,40	10,00

In diesem Sinne werden verschiedene Fundament-Bodenmodelle untersucht, in denen jeweils ein Parameter variiert wird. Soweit nicht anders angegeben gilt für alle Böden der Aufbau gemäß Tabelle 3.1 in Verbindung mit Abbildung 3.2, der variierte Parameter wird für jedes Beispiel explizit genannt. Die Wertebereiche der Kenngrößen orientieren sich an realistischen Bodenkenngößen aus der Literatur (u.a. [118]). Das Fundament ist eine kreisförmige, masselose Flachgründung und unendlich steif, die Elementgrößen richten sich nach Abschnitt 3.1.1. Für die gewählte maximale Untersuchungsfrequenz ergibt sich für den weichsten untersuchten Boden mit $\mu = 25 \text{ MN/m}^2$ ($v_s = 112 \text{ m/s}$) eine maximale Elementlänge von $l_{e,max} = \frac{v_{s,min}}{f_{max}} \cdot \frac{1}{5} = \frac{112}{20 \cdot 5} = 1,12 \text{ m}$. Auf der sicheren Seite liegend, wird die Elementlänge zu $l_e = 1,00 \text{ m}$ gewählt. Für alle Modelle werden die Freiheitsgrade Horizontalverschiebung und Kippen betrachtet, welche die Bauwerksbewegung im Erdbebenfall maßgeblich beeinflussen.

Abbildung 3.3 zeigt Realteil $\Re\mathbf{K}_d$, Imaginärteil $\Im\mathbf{K}_d$ und Amplitude $|\mathbf{K}_d|$ der Impedanzfunktion des Fundaments auf homogenem Halbraum mit unterschiedlichem Schubmodul μ . Böden mit größerem Schermodul erzeugen eine größere Impedanz in allen Frequenzbereichen, die Verläufe sind annähernd parallel. Der horizontale Freiheitsgrad $K_{d,hh}$ zeigt einen monotonen Anstieg im Real- und Imaginärteil. Die Steifigkeitszunahme im Realteil nimmt mit größeren Frequenzen zu, was den Verlauf der Amplitudenkurve dominiert. Für die Kippbewegung nimmt der Realteil mit steigenden Frequenzen ab, der Imaginärteil wird mit höheren Frequenzen größer. $\Re K_{d,kk}$ nimmt zum Teil negative Werte an, der Imaginärteil bleibt positiv. Dies resultiert aus der Phasenverschiebung zwischen Anregung und Antwort. An der Stelle des Nulldurchgangs des Realteil wird Resonanz erreicht, der Imaginärteil der Impedanz weist naturgemäß nur positive Werte auf. In der Amplitude gleichen sich beide Effekte nahezu aus. Insgesamt ist allerdings eine klare Frequenzabhängigkeit zu beobachten. Für den weichsten Boden mit $\mu = 25 \text{ MN/m}^2$ schließt sich nach dem lokalen Impedanzminimum eine starke Versteifung im Realteil an. In diesem Frequenzbereich ist die Impedanz des Bodens größer als die der Böden mit größerem Schubmodul.

Setzt man die zugehörigen Bodenparameter in die analytischen, frequenzunabhängigen Formeln (2.10) ff. des Lysmer-Analogons (Abschnitt 2.1.3) ein, erhält man im tiefen Frequenzbereich gut vergleichbare Ergebnisse für die Federkennwerte. Dies wird in Tabelle 3.2 exemplarisch dargestellt. Die starke Frequenzabhängigkeit geht im analytischen Modell verloren. Die Dämpfung im Lysmer-Analogon beinhaltet lediglich die geometrische Dämpfung, weshalb ein Vergleich mit den Modellen mit einer zusätzlichen Materialdämpfung von $\xi = 0,05$ an dieser Stelle nur bedingt zielführend erscheint. Ein direkter Vergleich

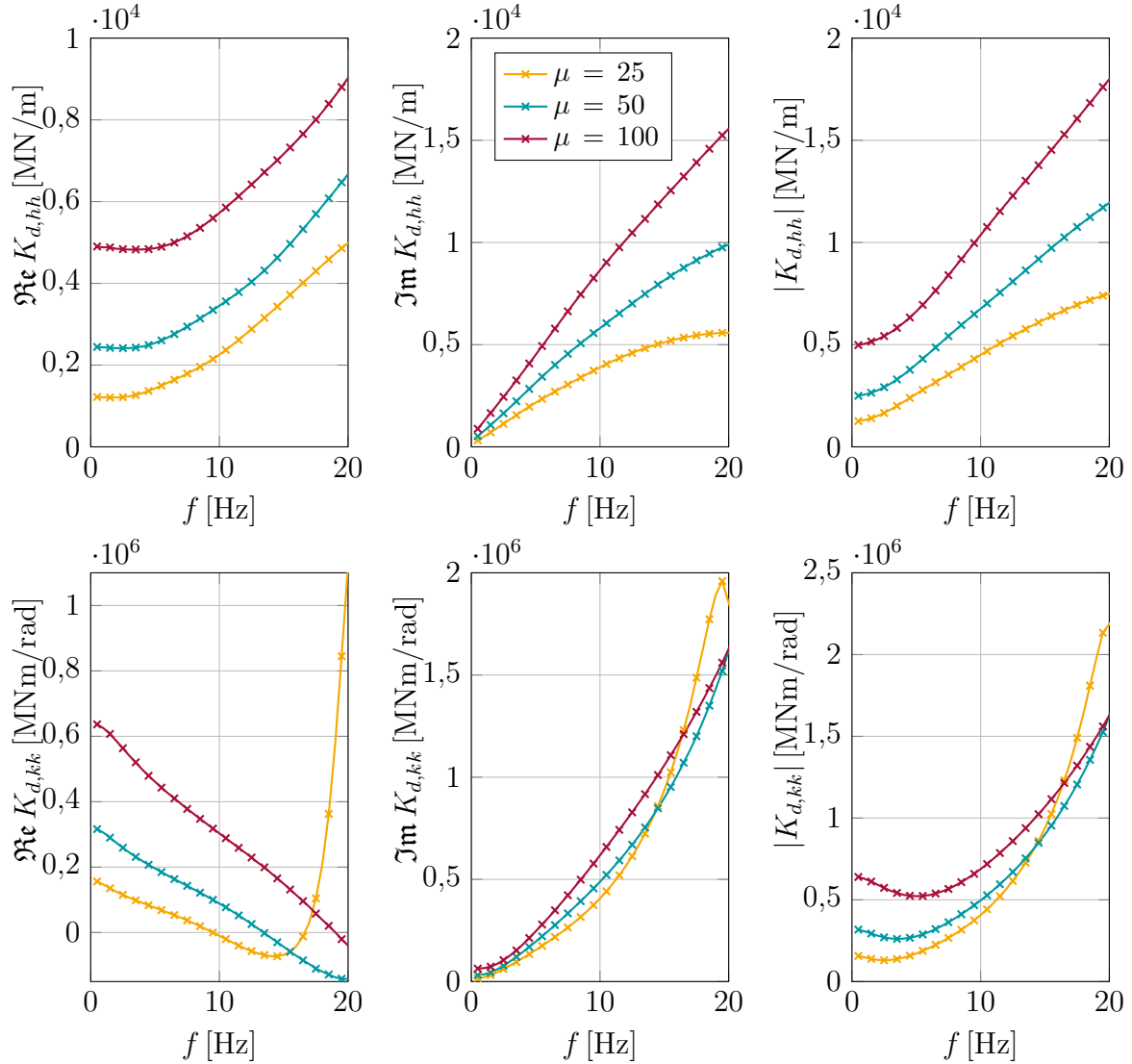


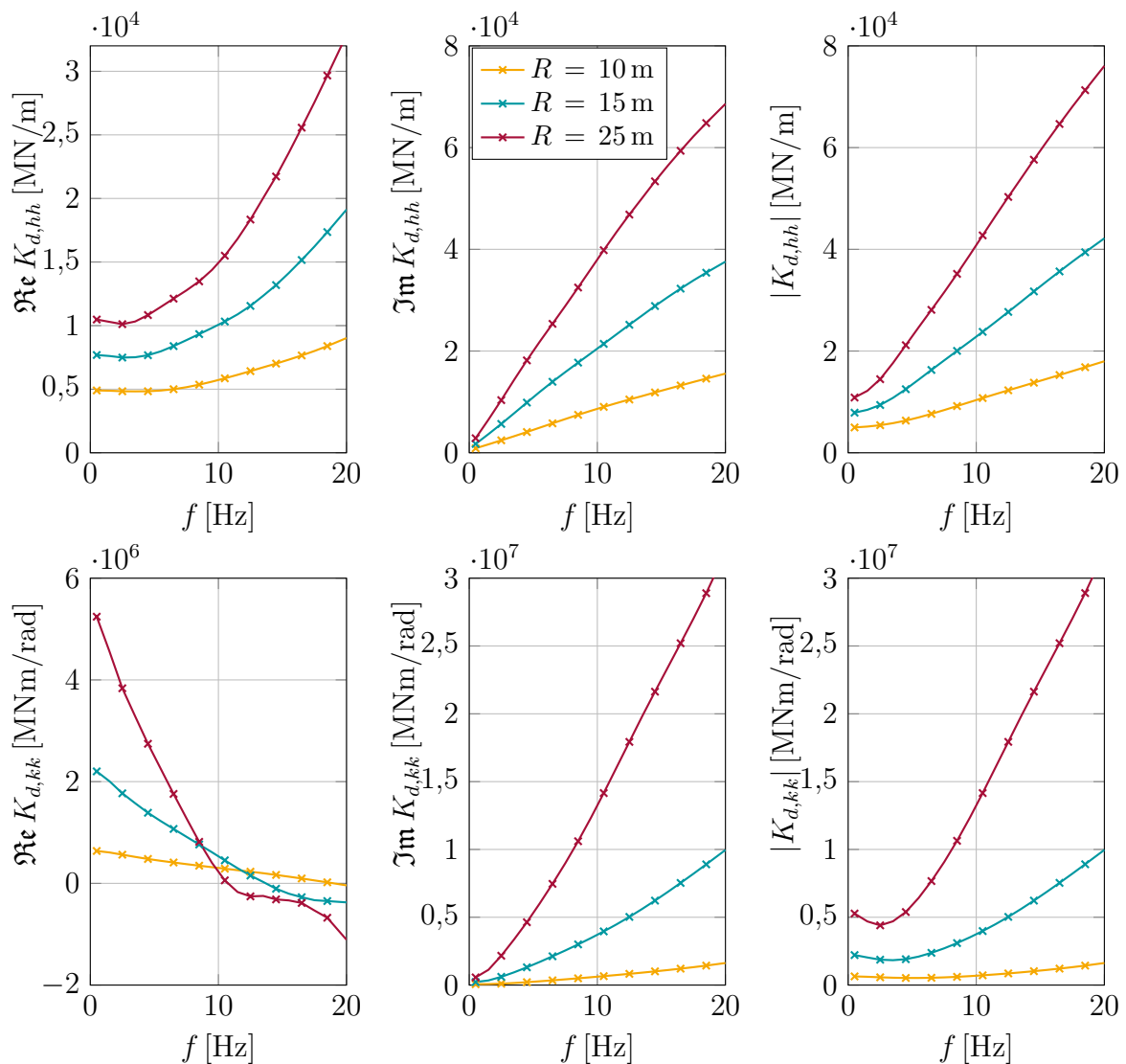
Abbildung 3.3: Einfluss des Schubmoduls μ in $[\text{MN}/\text{m}^2]$ auf die Impedanzen des starren Fundamentes.

des Imaginärteils und des Dämpferkennwertes ist aufgrund der Frequenzabhängigkeit von $iC \cdot 2\pi f$ in der Impedanzfunktion nicht ohne weitere Rechenoperationen möglich. Diese werden erstmals in Abschnitt 3.3 eingeführt, vorwegnehmend angewandt, sollen mit ihrer Hilfe an dieser Stelle exemplarisch Dämpferkennwert C_h und $\Im K_{d,hh}$ für einen Boden mit $\mu = 100 \text{ MN}/\text{m}^2$ und $\xi = 0,00$ verglichen werden. Es ergeben sich $C_h \cdot (f \cdot 2\pi) = 80,8 \text{ MN}/\text{m}$ und $\Im K_{d,hh} = 73,1 \text{ MN}/\text{m}$ für eine Frequenz von $f = 0,1 \text{ Hz}$, was eine ausreichende Übereinstimmung darstellt.

Abbildung 3.4 zeigt die komplexen Impedanzen $K_{d,hh}$ und $K_{d,kk}$ in Abhängigkeit des Fundamentradius R . Alle anderen Parameter entsprechen Tabelle 3.1, der Fundamentradius wird variiert. Alle Impedanzen zeigen eine klare Frequenzabhängigkeit. Für die horizontale Impedanz lässt sich zusammenfassen, dass ein größerer Fundamentradius zu einer Steigerung aller komplexen Werte und der Amplitude führt. Die Kurven sind nicht linear, aber monoton steigend. Die Kippsteifigkeit zeigt ebenfalls einen dynamischen Verlauf.

Tabelle 3.2: Vergleich der analytischen Lysmer-Federn mit den Steifigkeiten des Bodenmodells.

	$\mu = 25$ [MN/m ²]	$\mu = 50$ [MN/m ²]	$\mu = 100$ [MN/m ²]
K_h [MN/m]	1250	2500	5000
$\Re K_{d,hh}$ [MN/m]	1220	2445	4902
K_k [MNm/rad]	$1,11 \cdot 10^5$	$2,22 \cdot 10^5$	$4,44 \cdot 10^5$
$\Re K_{d,kk}$ [MNm/rad]	$1,56 \cdot 10^5$	$3,16 \cdot 10^5$	$6,37 \cdot 10^5$

**Abbildung 3.4:** Einfluss des Fundamentradius R in [m] auf die Impedanzen des starren Fundamentes.

Das größte masselose Fundament erreicht den Nulldurchgang des Realteils im tiefsten Frequenzbereich. Kippeigenformen werden hier in Frequenzen von 10 - 20 Hz erreicht. Für alle Fundamentradien sind Kippeigenformen sichtbar, horizontale Eigenformen wer-

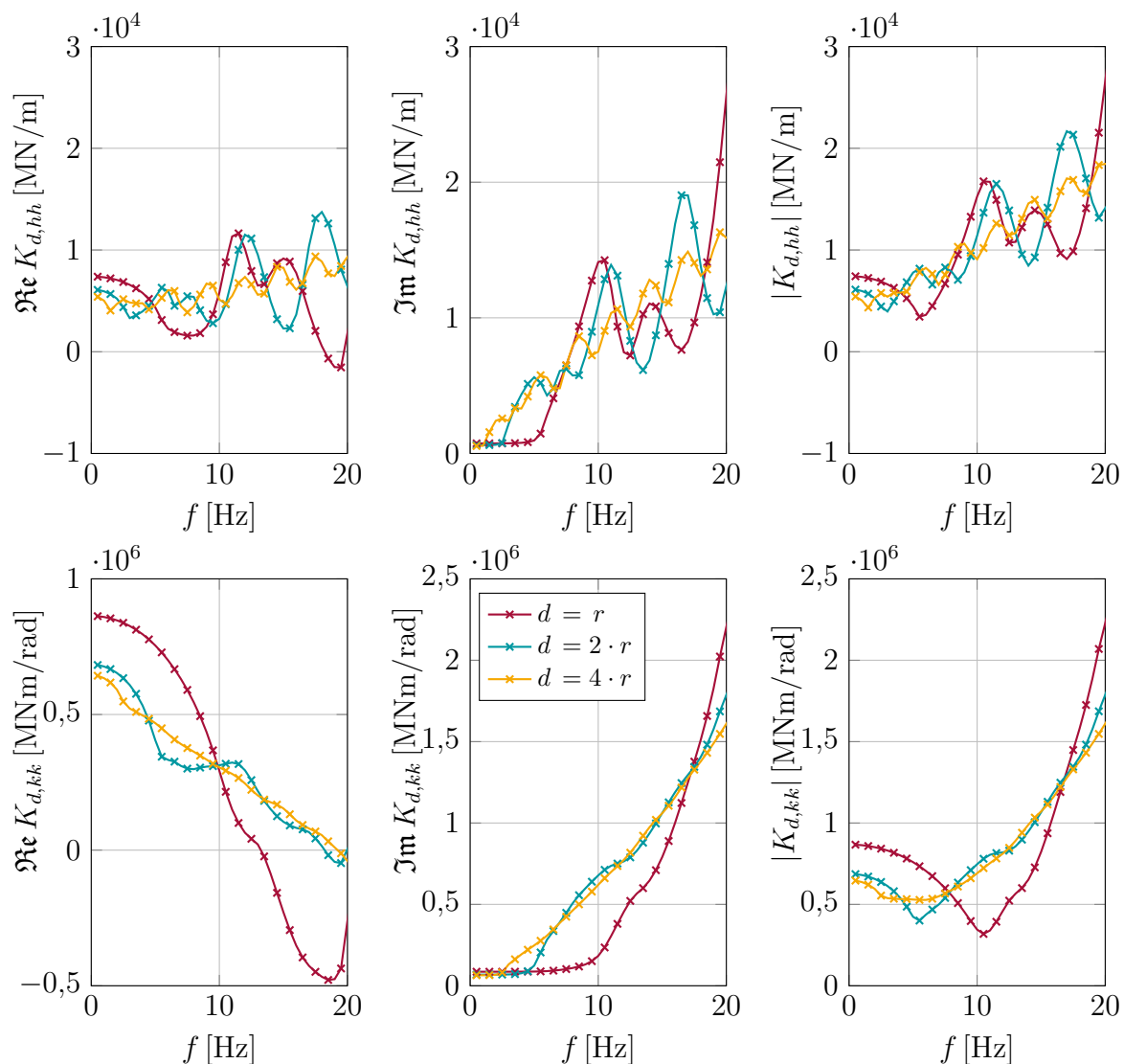


Abbildung 3.5: Nachgiebige Schicht mit Mächtigkeit d [m] in Abhängigkeit des Radius R [m] über einem Felsen.

den in diesem Frequenzbereich hingegen nicht erwartet. Mit größerem Radius nimmt die Frequenzabhängigkeit des Systems zu.

In Abbildung 3.5 werden Bodenschichten über einem Felsen dargestellt, wobei die Mächtigkeit d der nachgiebigen Schicht als Vielfaches des Fundamentradius R variiert werden. Die übrigen Parameter entsprechen Tabelle 3.1. Zunächst kann pauschal festgestellt werden, dass für niedrige Frequenzen die Impedanz mit zunehmender Schichtmächtigkeit abnimmt. Für keinen Freiheitsgrad lässt sich ein monotoner Verlauf feststellen, vielmehr zeigen die Impedanzkurven ein stark dynamisches Verhalten. In Abhängigkeit der Mächtigkeit und der Frequenz bilden sich lokale Minima und Maxima heraus. Die Abfolge der Extrema nimmt mit steigender Schichtdicke zu, die Amplitude der Extrema wird kleiner. Für eine sehr große Mächtigkeit nähert sich das Verhalten des Systems dem Halbraumverhalten an. Dieses Verhalten ist bei der Kippsteifigkeit deutlicher sichtbar. Hier ist insbesondere für $d = R = 10$ m ein Resonanzfall bei 11 Hz sichtbar. Dieser wird an

dieser Stelle eine deutliche Fundamentantwort nach sich ziehen, wobei sich anschließend eine Versteifung des Systems einstellt. Die dynamischen Verläufe sind Folge der starken Steifigkeitsunterschiede zwischen nachgiebiger Schicht und Fels, was an deren Grenze zu starken Refraktionen und Reflexionen der Wellenausbreitung führt [7, 45].

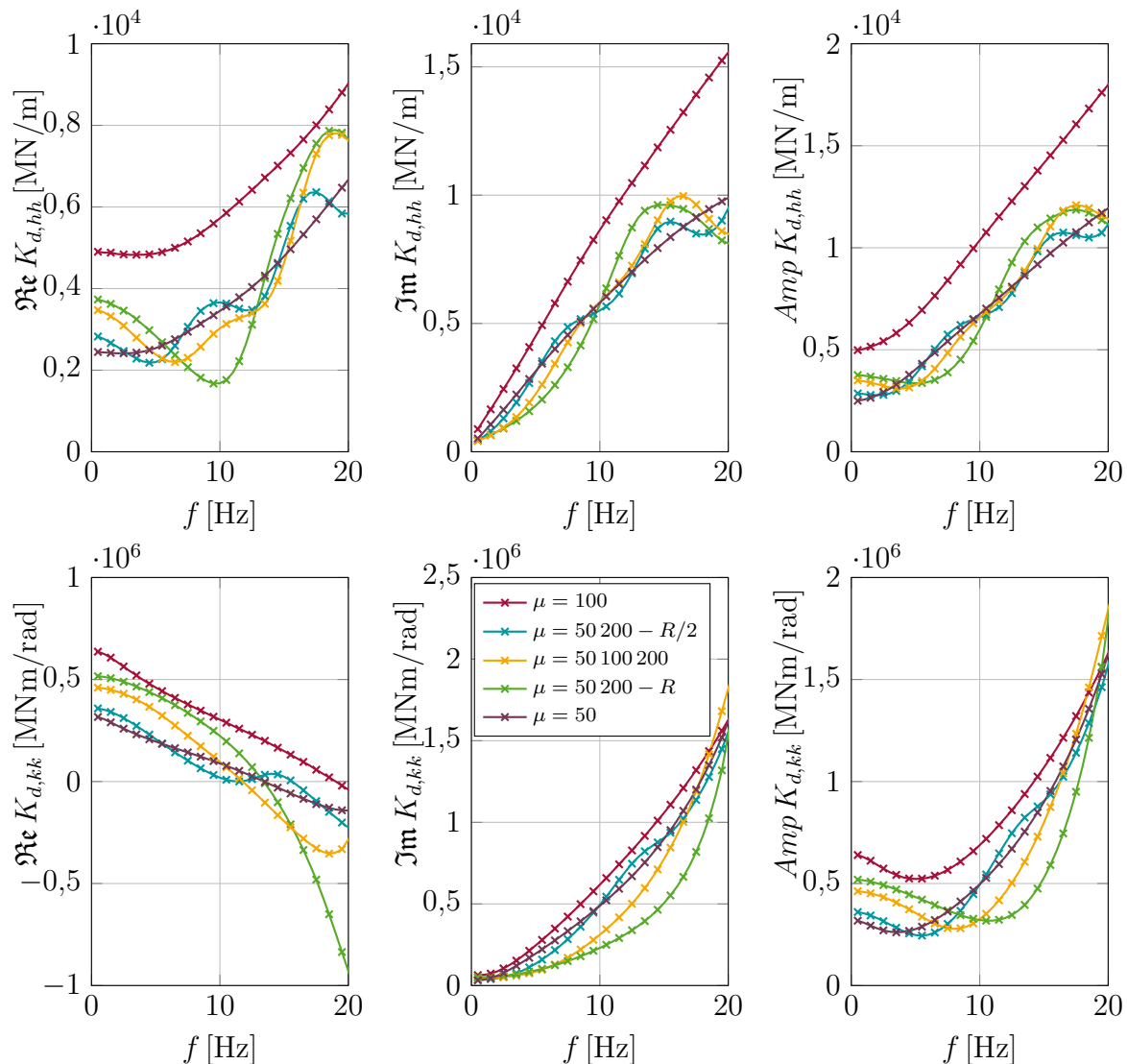


Abbildung 3.6: Einfluss der Schichtung mit dem Schubmodul μ in $[\text{MN}/\text{m}^2]$ auf das Impedanz des starren Fundaments. Die Schichtdicken d_i variieren gemäß Abbildung 3.2 in Abhängigkeit des Fundamentradius R in $[\text{m}]$.

Im nächsten Beispiel in Abbildung 3.5 werden erneut Bodenschichtungen betrachtet. Zum Vergleich sind zwei homogene Halbräume mit $\mu = 50 \text{ MN}/\text{m}^2$ und $\mu = 100 \text{ MN}/\text{m}^2$ dargestellt. Dazu kommen zwei Böden mit einer nachgiebigen Schicht $\mu_L = 50 \text{ MN}/\text{m}^2$ auf einem Halbraum $\mu_{HS} = 200 \text{ MN}/\text{m}^2$, wobei die Schichtmächtigkeit einmal $d = R = 10 \text{ m}$ und einmal $d = R/2 = 5 \text{ m}$ beträgt. Zusätzlich wird ein System aus zwei Schichten ($\mu_{L1} = 50 \text{ MN}/\text{m}^2$ und $\mu_{L2} = 100 \text{ MN}/\text{m}^2$) über einem Halbraum mit $\mu_{HS} = 200 \text{ MN}/\text{m}^2$ gezeigt. Die Mächtigkeit dieser Schichten beträgt jeweils $d_i = R/2 = 5 \text{ m}$. Ziel ist es, den

Einfluss der unterschiedlichen Schichtungen und Materialunterschiede zu untersuchen. Im tiefen Frequenzbereich sind alle geschichteten Böden steifer als der weiche Halbraum, aber weicher als der steife Halbraum. Während die Halbräume monotone Verläufe aufweisen, zeigen die Schichtungen eine starke Frequenzabhängigkeit und insbesondere in der Amplitude einen s-förmigen Verlauf. Dies führt stellenweise zu geringeren Steifigkeiten der geschichteten Böden im Vergleich zum Halbraum mit $\mu = 50 \text{ MN/m}^2$. Für andere Frequenzen sind die geschichteten Böden deutlich steifer. Interaktionseffekte zwischen allen Schichten sind sichtbar, welche von der Mächtigkeit der Schichten und den Sprüngen im Schubmodul abhängig sind. Je größer der Impedanzunterschied der einzelnen Schichten, desto dynamischer der Gesamtverlauf. Die Abhängigkeit von der Frequenz lässt eine pauschale Aussage über den Einfluss der Schichtung auf die Amplitude der Impedanz nicht zu. Keine der dargestellten Schichtungen ließe sich in einer dynamischen Berechnung durch einen homogenen Halbraum für alle Frequenzen ausreichend gut ersetzen.

Die Dämpfung wird zwischen den Werten $\xi = [0,01 \ 0,05 \ 0,1]$ variiert. Eine Änderung der Dämpfung führt nicht zu einer nennenswerten Änderung des Realteils. Der Einfluss auf den Imaginärteil ist jedoch sehr stark, was eingangs in Abschnitt 2.1.1 begründet wird. Insgesamt wird die Amplitude der Impedanz geringfügig verändert. Die Variation der Dämpfung hat also keinen maßgeblichen Einfluss auf die Impedanzverläufe. Eine anschließende Studie zur Querkontraktionszahl im Wertebereich $\nu = [0,3 \ 0,35 \ 0,4]$ zeigt einen eindeutigen, aber im Vergleich zur Änderung von Schubmodul und Radius geringen, Einfluss von ν auf die Impedanz. Insbesondere im Realteil führt eine größere Querkontraktionszahl zu einer größeren Impedanz. Diese Aussage gilt auch für den Imaginärteil, allerdings für $K_{d,kk}$ deutlicher als für den horizontalen Anteil. Insgesamt ist der Einfluss auf die Kippsteifigkeit größer als auf $K_{d,hh}$. Auf eine Darstellung der Impedanzverläufe bei veränderter Dämpfung und Querkontraktionszahl wird an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Tief eingebundene Fundamente und Pfahlgründungen zeigen ein in vielen Punkten abweichendes Verhalten. Die Interaktionsfläche zwischen Fundament und Boden ist größer, die Kinematik ist eine andere und die Masse, insbesondere von Pfahlgründungen ist wesentlich größer als bei Flachgründungen. Grundlegende Ergebnisse präsentieren Kaynia [119] und Kaynia & Kausel [120]. Weitere Parameter verkomplizieren die Systeme, aktuelle Studien beschäftigen sich mit Einbindetiefen, Anzahl der Pfähle und Pfahlneigung [121, 122]. Ein Vergleich zur Dynamik von Flach- und Pfahlgründungen im Erdbebenfall findet sich in Michel et al. [100]. In Michel et al. [117] werden die Impedanzen von Flach- und Pfahlgründungen verglichen. Ein Beispiel für den Einsatz von Pfahlgründung bei Tankbauwerken zeigen Michel et al. [123]. Dabei wird ein FEM-REM Modell für die Gründung eingesetzt, aber ein vereinfachtes Modell für die Tanks.

In den Abbildungen 3.3 bis 3.6 werden einzelne Parameter des Fundament-Boden-Systems variiert und die daraus folgenden Einflüsse auf das System diskutiert. Eine gleichzeitige Veränderung mehrerer Kenngrößen führt zu einer Überlagerung der jeweiligen Effekte. Pauschale Aussagen sind zu diesem Zeitpunkt nur mehr schwer möglich. So ist es in jedem Einzelfall nötig, sich aus normierten Systemen wie in Abschnitt 3.1.2 die vorliegende

Problemstellung zu entwickeln und anschließend zu diskutieren. Dabei wird deutlich, dass eine Aussage über Einfluss des Schubmoduls auf die Impedanz durch eine Veränderung der Radien maßgeblich beeinflusst wird. Das ist in der baulastdynamischen Praxis dahingehend problematisch, dass auch in frühen Projektzeitpunkten die BBI beachtet werden muss, dies aber aufwendige Berechnungen erfordern kann.

Dennoch ist es zum Kapitelabschluss möglich die wichtigsten Einflussgrößen auf die BBI Effekte zu identifizieren:

- Art des Fundamentes (Flach- oder Pfahlgründung)
- Fundamentradius
- zu untersuchender Frequenzbereich
- Randbedingung Unterseite (Halbraum oder Fels)
- Bodenschichtung (Anzahl Schichten, Impedanzsprünge)
- Schubmodul der Schichten (als Funktion von Scherwellengeschwindigkeit und Dichte)

Der zu untersuchende Frequenzbereich wird beispielsweise bei bestimmten schwingungsanfälligen Problemstellungen normativ festgelegt (z.B. [124]), resultiert aus dominanten Bauwerkseigenfrequenzen oder ergibt sich aus dem maßgebenden Einfluss der dynamischen Einwirkung, wie Erdbeben oder Wind.

3.2.2 Impedanzkatalog

Da die Wertebereiche für alle Bodenparameter weit streuen können, wird in einer bodendynamischen Analyse oftmals eine Parameterstudie mit einer Variation von Böden durchgeführt. Dementsprechend werden in den späteren Untersuchungen eine Vielzahl von Bodenimpedanzen benötigt.

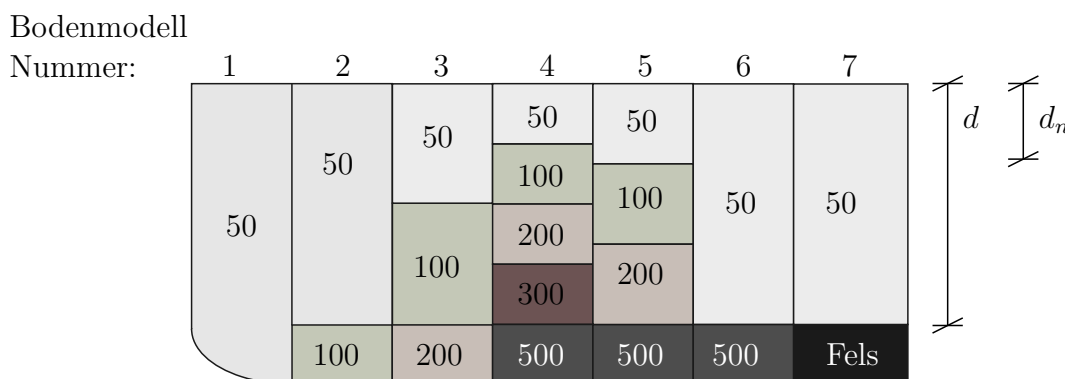


Abbildung 3.7: Aufbau der Bodenmodelle 1 - 7 mit der Angabe der Schubmoduln μ der einzelnen Schichten in MN/m^2 .

In diesem Kapitel werden Fundament-Boden-Impedanzen im Vorfeld berechnet und in einem Katalog vergleichbar zusammen gestellt. Dieser Katalog dient als Grundlage für spätere Diskussionen in der Tank-Analyse, um den Einfluss der Bodensteifigkeit auf die Tankbewegung qualitativ und quantitativ beurteilen zu können. Beispielhaft wird ein Fundament mit dem Radius $R = 10$ m untersucht, das auf verschiedenen Böden ruht. Betrachtet werde homogene Böden, mehrere Böden mit bis zu fünf Bodenschichten und ein Boden mit einer nachgiebigen Bodenschicht auf gewachsenem Fels. Die Mächtigkeit d des Schichtpakets wird als Vielfaches des Fundamentdurchmessers R der eingesetzten Tanks gewählt. Für die Dicke der Einzelschichten gilt $d_n = d/n$ also eine gleichmäßige Unterteilung der Mächtigkeit in Abhängigkeit der Anzahl der Schichten n .

Die frequenzabhängige Fundamentimpedanz für rotationssymmetrische Fundamente setzt sich aus

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} K_{d,hh} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{d,vv} & 0 & K_{d,hk} \\ 0 & 0 & K_{d,kk} & 0 \\ 0 & K_{d,hk} & 0 & K_{d,tt} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

zusammen. Für die Tankanalyse sind vor allem die horizontale und die Kippbewegung entscheidend, weshalb sich auf deren Darstellung konzentriert wird. Die Impedanzfunktionen sind komplexe Größen, im Vorfeld wurde über den Zusammenhang von Realteil, Imaginärteil und Amplitude gesprochen. An dieser Stelle wird die Amplitude zur Gesamtbetrachtung abgebildet.

In Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9 wird das Fundament auf homogenen Böden untersucht, dabei wird der Schubmodul des Bodens zwischen $\mu = 10$ MN/m² und 2000 MN/m² variiert. Die prinzipiellen Beobachtungen aus dem vorigen Kapitel werden bestätigt: für steigende Frequenzen und Bodensteifigkeiten nimmt die Impedanz in allen Freiheitsgrade stetig zu. Bei einer Frequenz von 0,5 Hz ist die Impedanz eines Fundamentes auf einem Boden mit $\mu = 500$ MN/m² 10-mal höher als auf einem Boden mit $\mu = 50$ MN/m². Die Impedanz für den Boden mit $\mu = 2000$ MN/m² ist 200-mal höher als die der weichen Böden und weist felsartiges Verhalten auf. Der Frequenzeinfluss ist deutlich stärker bei weichen Böden, hier weist die Impedanzkurve einen s-förmigen Verlauf auf. Dieser Effekt tritt bei $K_{d,kk}$ besonders deutlich hervor. Die Impedanzzunahme für höhere Schubmodule ist weniger stark, die Verläufe im felsartigen Bereich sind nahezu konstant.

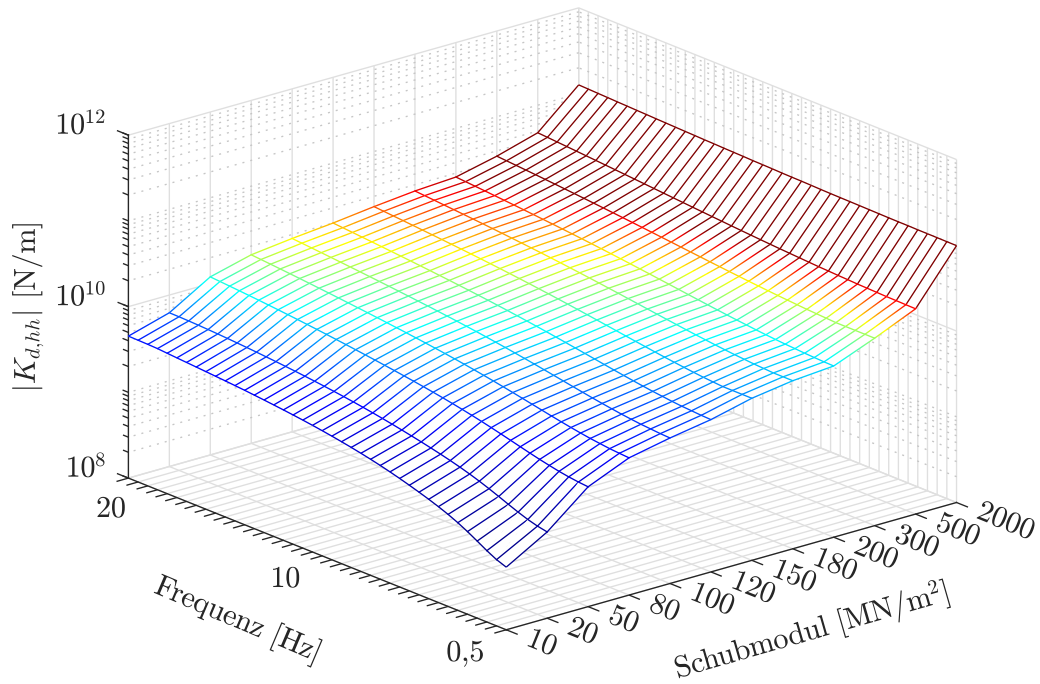


Abbildung 3.8: Amplitude der horizontalen Impedanz des starren Fundamentes mit $R = 10$ m auf homogenen Böden in Abhängigkeit von Schubmodul und Frequenz.

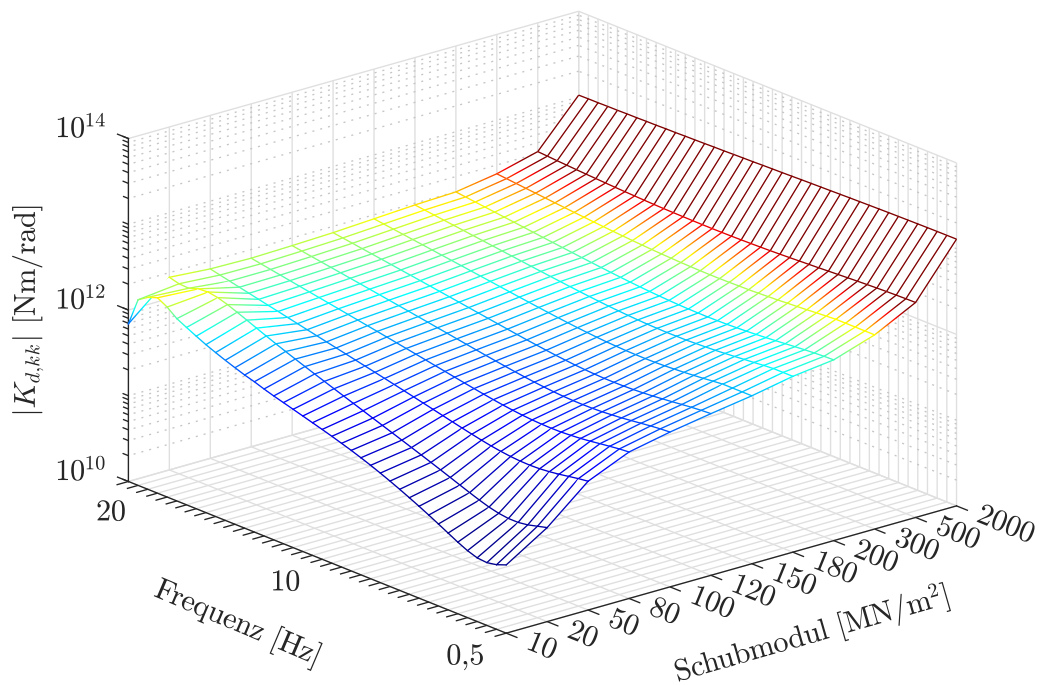


Abbildung 3.9: Amplitude der Kipp-Impedanz des starren Fundamentes mit $R = 10$ m auf homogenen Böden in Abhängigkeit von Schubmodul und Frequenz.

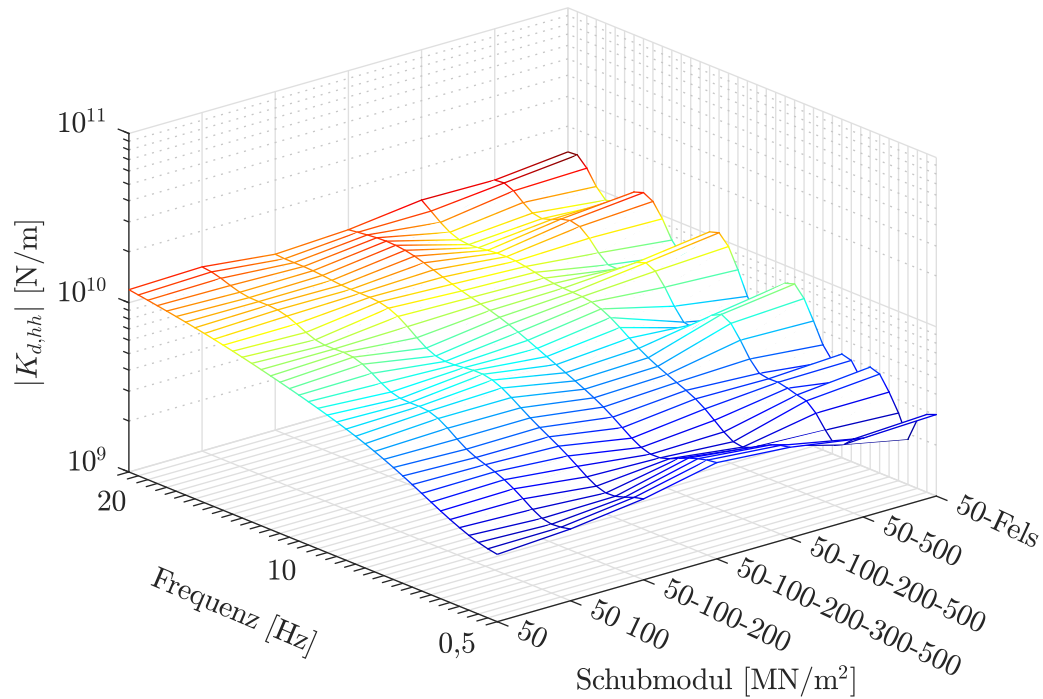


Abbildung 3.10: Amplitude der horizontalen Impedanz des starren Fundamentes mit $R = 10$ m auf geschichteten Böden in Abhängigkeit von Schubmodul und Frequenz.

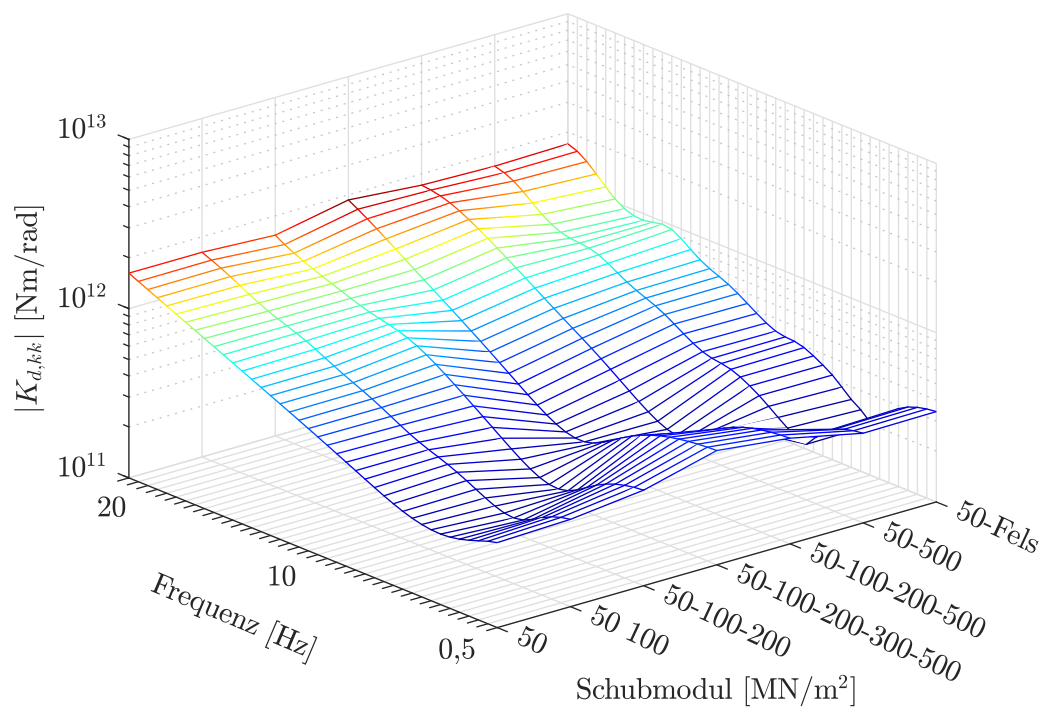


Abbildung 3.11: Amplitude der Kipp-Impedanz des starren Fundamentes mit $R = 10$ m auf geschichteten Böden in Abhängigkeit von Schubmodul und Frequenz.

In Abbildung 3.10 und Abbildung 3.11 sind die Impedanzen $K_{d,hh}$ und $K_{d,kk}$ für verschiedene geschichtete Böden dargestellt. Abbildung 3.7 zeigt die verwendeten Bodensysteme. Das Grundsystem besteht aus einer oder mehreren nachgiebigen Schichten auf einem Halbraum mit einem Schubmodul μ_{HS} . Die Gesamtmächtigkeit der Schichten beträgt immer $d_{ges} = 2 \cdot R$ und erteilt sich entsprechend der Anzahl der Schichten in Unterschichten mit Dicken von 20 m bis 5 m auf. Die tendenzielle Zunahme der Impedanz mit steigenden Frequenzen und Schubmodulen zeigt sich auch hier. Allerdings zeigt das System ein komplexeres Verhalten als die Fundamente auf homogenem Boden und weist mehrere lokale Maxima und Minima auf. Die in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Einflüsse von Schichtdicke und Steifigkeitsunterschieden des Schubmoduls sind deutlich sichtbar. Der Steifigkeitssprung des Materials ist im System $\mu = 50 - Fels$ am größten, der zugehörige Verlauf von $K_{d,hh}$ weist eine Vielzahl von Extrema auf. Wird das Impedanzverhältnis der Materialien kleiner, steigt die Impedanz insbesondere im niedrigen Frequenzbereich an und der Verlauf wird glatter. $K_{d,kk}$ weist insgesamt einen glatteren Verlauf als, allerdings ist die Dominanz der globalen Extrema größer. Für beide Freiheitsgrade ist bei allen Systemen der Frequenzeinfluss deutlich sichtbar.

Im vorigen Kapitel wurden der Fundamentradius, der Schubmodul und die Schichtung des Bodens als maßgebliche Einflussgrößen identifiziert. Die übersichtliche Darstellung unterstreicht diese Untersuchungen aus Kapitel 3.2.1. Ein vergleichbarer Katalog, der ebenfalls ausgewählte Pfahlgründungen umfasst wurde in [125] erstellt und wird von Michel et al. [126] präsentiert. Für alle Böden zeigen die Pfahlgründungen abweichende Verläufe, die weitere Interaktionseffekte aufweisen.

3.3 Fundament-Boden-Ersatzmodell

Die direkte Impedanzberechnung mithilfe der PSMM ergibt dynamische Steifigkeiten von starren masselosen Fundamenten. Um diese Fundamentimpedanzen in der dynamischen Berechnungen sinnvoll einsetzen zu können, müssen sie mit FE-Modellen von Fundamenten gekoppelt werden. Dazu werden gemäß Abschnitt 3.1.1 die Impedanzen in Abhängigkeit des zu untersuchenden Bodens berechnet und in einem zweiten Schritt als Feder- und Dämpferelemente in das FE Modell eingeführt. Diese FE-Modelle werden in dieser Arbeit in ANSYS erstellt [127]. Alle Kennwerte können frequenzabhängig eingegeben werden. Für die Federkennwerte können die Realteile der Impedanzfunktion eingesetzt werden, dabei werden die Freiheitsgrade hh, vv, kk und tt berücksichtigt. Um den Imaginärteil der Impedanzfunktionen in Dämpfer-Elemente in ANSYS überführen zu können, müssen die Werte der Impedanzfunktion durch die zugehörige Kreisfrequenz geteilt werden.

$$\mathbf{K}_{Feder}(f) = \Re \mathbf{K}_d(f) \quad \text{und} \quad \mathbf{C}_{Dämpfer}(f) = \frac{\Im \mathbf{K}_d(f)}{f \cdot 2 \cdot \pi} \quad (3.13)$$

Um alle Freiheitsgrade zu berücksichtigen werden MATRIX27 Elemente eingesetzt, wobei ein Element die frequenzabhängigen Federkennwerte aller Freiheitsgrade enthält. Ein zusätzliches Element beinhaltet alle frequenzabhängigen Dämpferkennwerte, wie in Abbil-

dung 3.12 dargestellt. Die MATRIX27 Elemente werden am Fußpunkt fest eingespannt. Das Fundament wird aus SOLID-Elementen mit acht Knoten hergestellt, welche drei Translationsfreiheitsgrade aufweisen. Um alle Freiheitsgrade der MATRIX-Elemente mit den Volumenelementen zu koppeln, werden Kopplungsgleichungen (sog. Constraint Equations (CE)) eingesetzt. Diese koppeln die Rotationsfreiheitsgrade der Federn und Dämpfer mit den Translationen des Fundamentes. Die CE sind ebenfalls in Abbildung 3.12 dargestellt.

Die Solids werden zum direkten Vergleich mit der FEM-REM-Rechnung eingesetzt in der diese benötigt werden. Anschließend lassen sich die alle weiteren ANSYS Operationen durchführen, wobei das Bodenmodell durch die Federn und Dämpfer berücksichtigt wird. In einer harmonischen Analyse müssen die MATRIX27 Einträge für jeden Frequenzschritt upgedatet werden. Die Modellerstellung in ANSYS erfolgt im Preprocessor PREP7, das Update der Impedanzmatrizen in der harmonischen Analyse muss allerdings während der Lösung im Processor SOLU mithilfe des Befehls RMODIF erfolgen. Dabei werden der Matrix in jedem Frequenzschritt die jeweiligen Feder- und Dämpferkennwerte zugeordnet. Die gleiche Vorgehensweise ist in Modalen Analysen möglich.

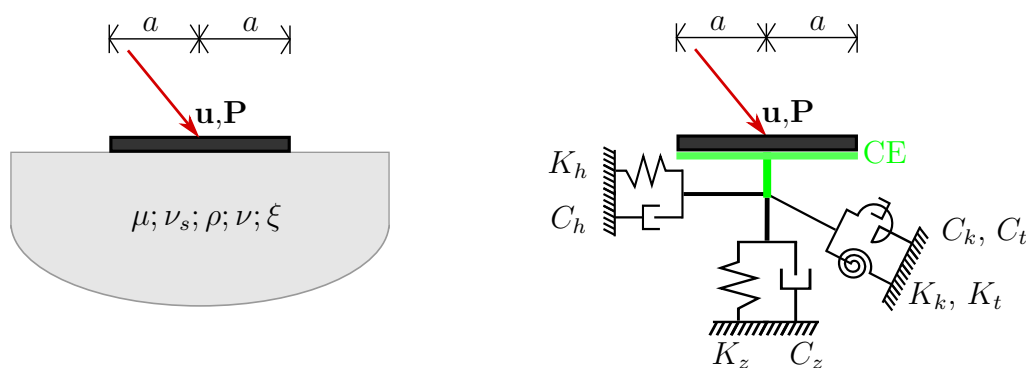


Abbildung 3.12: Verschiebungsberechnung an einem starren Fundament mit Feder-Dämpfer-Lagerung und an einem starren Fundament auf einem Halbraum, welcher mit Randelementen berechnet wird.

Die vorliegende Beispielrechnung vergleicht dieses Vorgehen sowohl mit der Berechnung am FEM-REM Gesamtmodell gemäß Taddei [96] und Hirschauer [78] als auch mit der Literatur [53]. Wong und Luco beschreiben die normierte Komplianz eines masselosen, starren Rechteckfundamentes [53]. In Abbildung 3.13 werden die Ergebnisse beispielhaft für die Freiheitsgrade Vertikal- und Kippbewegung vorgestellt. Im Feder-Dämpfer-Modell und im FEM-REM-Modell wird zunächst die vertikale Verschiebung u_z infolge einer gleichgerichteten, zentrisch auf der Fundamentoberseite wirkenden harmonischen Einzellast P_z berechnet. $u_{z,norm}$ wird durch Normalisierung infolge Schubmodul μ , halber Fundamentkantenlänge a und der angreifenden Last P_z aus der berechneten Vertikalverschiebung u_z gewonnen. Aufgetragen wird $u_{z,norm}$ über die dimensionslose Frequenz a_0 gemäß Formel (3.11). Außerdem ist die Kippbewegung φ_r infolge eines gleichartig wirkenden Kippmomentes M_r dargestellt. Deren Berechnung und die Normierung von φ_r zu $\varphi_{r,norm}$ erfolgt

analog zur Vertikalkomponente. Die verwendeten Bodenparameter werden in Tabelle 6.7 beschrieben. Es ist wichtig zu beachten, dass Wong und Luco keine Dämpfung in ihrem Bodenmodell berücksichtigen, es gilt dort $\xi = 0$. Mit der genutzten FEM-REM Formulierung, in welcher Fundamentallösungen aus PUNCH [57, 116] genutzt werden, ist es nicht möglich, eine Dämpfung von Null zu berücksichtigen, weshalb eine möglichst kleine Dämpfung eingesetzt wird. Aus diesem Grund wird der gleiche Dämpfungswert gemäß Tabelle 6.7 angesetzt. Die Fundamentkantenlänge beträgt $2 \cdot a = 1$ m.

Tabelle 3.3: Bodenkennwerte für den homogenen Halbraum.

	μ [MN/m ²]	ρ [t/m ³]	v_s [m/s]	ξ [-]	ν [-]
Halbraum	17	1,7	100	0,01	0,34

Sowohl Real- und Imaginärteil der normierten Verschiebung aller drei Modelle zeigen eine sehr gute Übereinstimmung für beide Freiheitsgrade. Im Imaginärteil steigt die Abweichung vom Literaturbeispiel mit größerem a_0 , was mit der unterschiedlichen angesetzten Bodendämpfung zusammenhängt und so zu erwarten war. Das Feder-Dämpfer Modell und das Gesamtmodell zeigen in diesen Fällen und außerdem für die Amplitude eine sehr gute Übereinstimmung. Dies spricht dafür, dass die Berechnung mithilfe von Feder-Dämpfer-Elementen für diese Problemstellung die Gesamtmodellierung mit FEM-REM ausreichend ersetzen kann.

Die Komplianz ist die Reziproke der Impedanz (siehe Abschnitt 2.1.4). Dementsprechend ist eine gegenseitige Umrechnung der beiden Größen möglich, es gilt nach komplex konjugierter Erweiterung

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{K}_d^{-1} = \frac{\Re \mathbf{K}_d - \Im \mathbf{K}_d}{(\Re \mathbf{K}_d)^2 + (\Im \mathbf{K}_d)^2} \quad (3.14)$$

Die komplexen Anteile lassen sich demnach durch eine komplex konjugierte Erweiterung einzeln bestimmen.

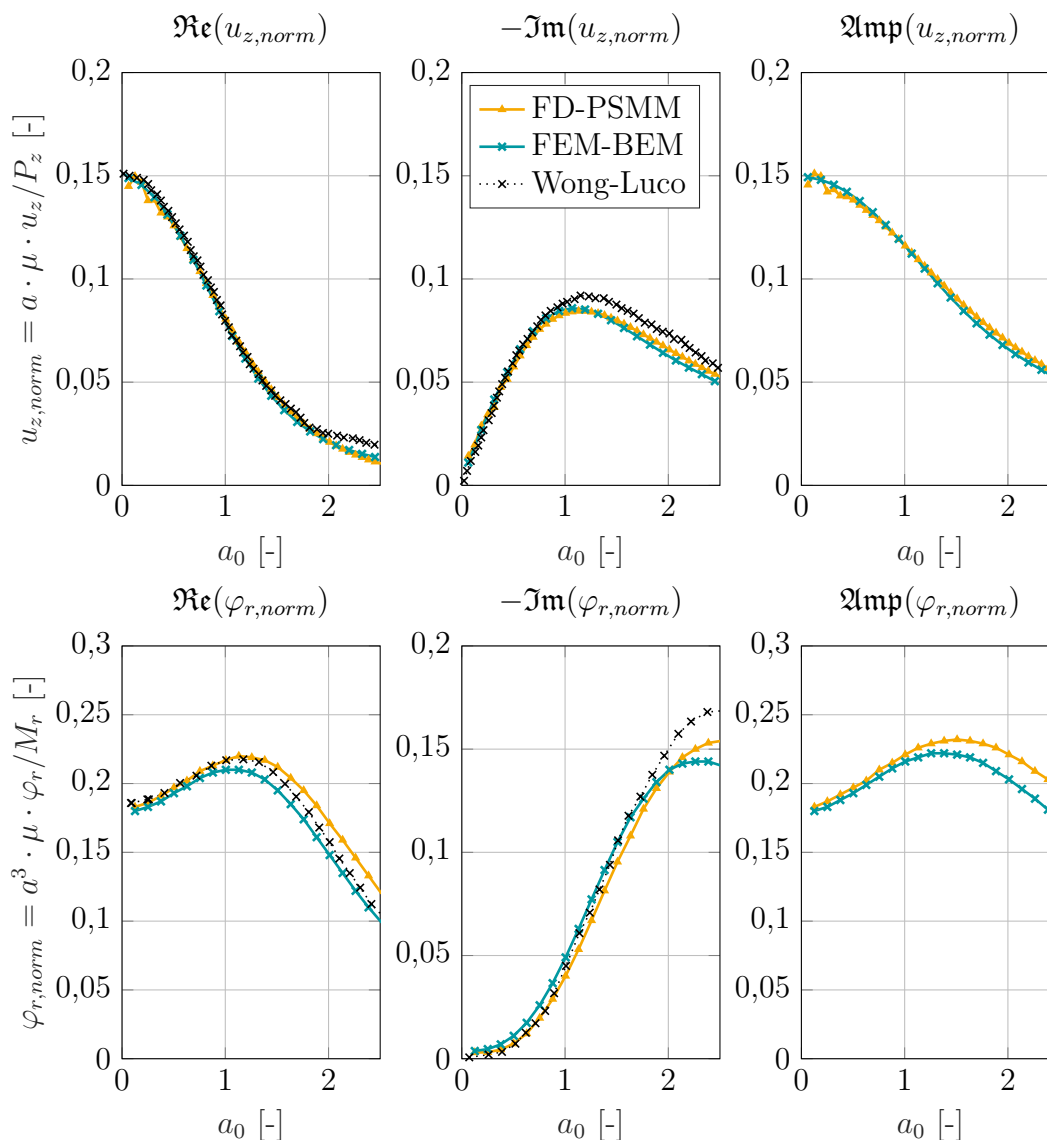


Abbildung 3.13: Vergleich der normierten Vertikal- und Kippbewegung aus dem Feder-Dämpfer mit der Gesamtberechnung aus der FEM-REM-Kopplung [78] und der Literatur [53].

3.4 Bodenverschiebungen durch Erdbebenanregung

3.4.1 Normative Beschleunigungsspektren

DIN EN 1998 [128] stellt im Nationalen Anhang [129] elastische Bodenbeschleunigungs-Antwortspektren für verschiedene Baugrundklassen vor, aus denen die Bodenbeschleunigung an der Oberfläche in Abhängigkeit der Periode abgelesen werden kann. Jedes Spektrum besteht aus einem linearen tiefperiodischen Teil, gefolgt von einem Plateau mit konstanter Spektralbeschleunigung an das sich zwei unterschiedlich stark quadratisch abfallende Bereiche anschließen. Die in Abbildung 3.14 gezeigten elastischen Spektralbeschleunigungen wurden anhand der Gleichungen aus NA DIN EN 1998-1 [129] berechnet.

Dabei wurden die Klassen des tiefliegenden Untergrund R, T, S variiert, sowie die Baugrundklassen A, B, C. Den unterschiedlich steifen Baugrundklassen können Intervalle der Scherwellengeschwindigkeit zugeordnet werden:

- Baugrundklasse A: $v_s > 800$ m/s, $\mu > 1280$ MN/m²
- Baugrundklasse B: $360 \leq v_s \leq 800$ m/s, $259 \leq \mu \leq 1280$ MN/m²
- Baugrundklasse C: $v_s < 360$ m/s, $\mu < 259$ MN/m²

Für eine Baugrunddichte $\rho = 2000$ kg/m³ ist hier der zugehörige Schubmodul μ mit angegeben.

Vergleicht man die Kurven A-R und B-R mit C-R stellt man deutliche Unterschiede in der Bodenbeschleunigung in Abhängigkeit der Baugrundklasse fest. Für weichere Böden entstehen höhere Bodenbeschleunigungen. Diese Unterschiede treten sprunghaft an den Grenzen der Baugrundklassen auf. Diese klare Abgrenzung anhand der Baugrundklasse stellt dabei eine deutliche Vereinfachung da, die Amplifikation der Bewegung in direkter Abhängigkeit zur Scherwellengeschwindigkeit steht, wie in Abschnitt 3.4.2 beschrieben wird. Für C-S entsteht aufgrund der abweichenden, weicheren Untergrund ein anderes Spektrum ein, das einen breiten Plateubereich und andere Amplituden zeigt.

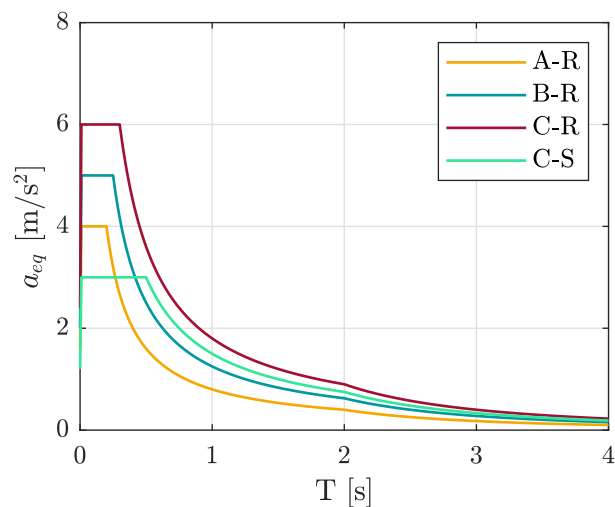


Abbildung 3.14: Erdbeben-Antwortspektren nach Norm [129].

Weitere europäische Nationale Anhänge sowie Internationale Normen, beispielsweise aus der Schweiz [130], den USA [131] oder Japan [132], stellen ähnliche Bodenbeschleunigungs-Antwortspektren vor, die sich quantitativ unterscheiden können, während die qualitative Aussage die gleiche bleibt.

3.4.2 Amplifikation eines Erdbebensignals

Die Anregung auf das Bauwerk muss an dem Fußpunkt der Struktur, also an der Oberseite des Bodens aufgebracht werden. In Ingenieursmodellen werden historische und künstliche Erdbebenverläufe typischerweise auf gewachsenem Fels gemessen bzw. berechnet. Allerdings haben darüber liegende nachgiebige Bodenschichten nicht nur einen Einfluss auf die Steifigkeit der Gründung sondern modulieren auch die Anregung, da die Wellenausbreitung beeinflusst wird. Dementsprechend muss die Erdbebenbewegung von der Oberseite \mathbf{u}_{HS} des gewachsenen Felsen (dem sogenannten engineering bedrock) oder des elastischen Halbraums auf die Oberfläche des Bodens transponiert werden. Dort spricht man von der Freifeldbewegung \mathbf{u}_{FF} . Abbildung 3.15 zeigt eine vertikal propagierende, horizontal oszillierende Scherwelle und die zugehörigen Bodenbewegungen. Die 'outcrop' Bewegung an der Oberseite des felsartigen Halbraums \mathbf{u}_{HS} unterscheidet sich dabei von der 'within' Bewegung \mathbf{u}_L .

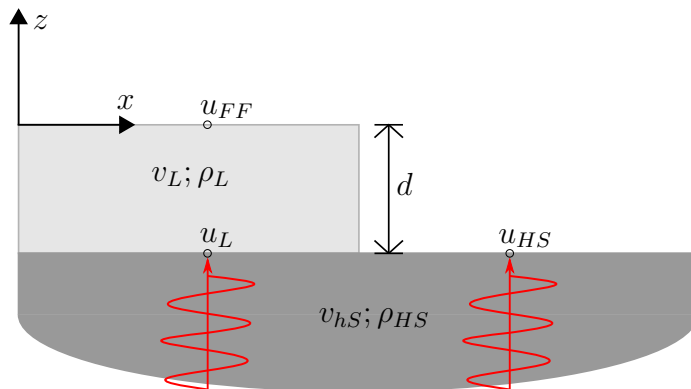


Abbildung 3.15: Ein Scherwelle greift an der Oberfläche des felsartigen Halbraums an und wird zur Freifeldbewegung transformiert.

Eine Möglichkeit der bodenabhängigen Amplifikation eines Erdbebensignals liefert die Stiffness-Matrix-Methode mit dem Zusammenhang $\mathbf{P} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}$. Dazu soll das Signal von der Oberseite des Halbraums an die Oberfläche eines geschichteten Bodens transformiert werden. Dies geschieht in Abhängigkeit der Anzahl der Schichten, von der Deckschicht mit dem hochgestellten Index 1, bis zur letzten Schicht l über dem abschließenden Halbraum.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{P}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa}^1 & \mathbf{K}_{ab}^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{ba}^1 & \mathbf{K}_{bb}^1 + \mathbf{K}_{aa}^2 & \mathbf{K}_{ab}^2 & \mathbf{0} & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{ba}^2 & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \mathbf{K}_{ab}^l \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{ba}^l & \mathbf{K}_{bb}^l + \mathbf{K}_{HS} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}^l \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

\mathbf{u}^1 ist die Verschiebung an der Oberseite und entspricht der gesuchten Freifeldbewegung \mathbf{u}_{FF} . \mathbf{u}^l ist die Verschiebung der untersten Schicht am Gesamtsystem und entspricht der

'within' Bewegung. \mathbf{K}_{ij} sind (3x3) Matrizen mit zwei horizontalen und einem vertikalen Freiheitsgrad.

Ziel ist es \mathbf{u}_{FF} in Abhängigkeit der freien Halbraumbewegung \mathbf{u}_{HS} auszudrücken. Unter Annahme der spannungsfreien Oberfläche gilt

$$\mathbf{P} = \left\{ \mathbf{0} \quad \cdots \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{K}_{HS} \cdot \mathbf{u}_{HS} \right\}^T \quad (3.16)$$

wobei die Belastung \mathbf{P}^l an der Oberseite des Halbraums durch die Halbraumsteifigkeit und die freie Halbraumbewegung ersetzt werden kann. Invertieren der Steifigkeitsmatrix und Umformen ergibt

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}^l \end{Bmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{K}_{HS} \cdot \mathbf{u}_{HS} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Diese Schreibweise erlaubt im Gegensatz zu Kausel & Roesset [57] oder Mykoniou [89] die Berücksichtigung beliebig vieler Bodenschichten. Die Amplitude der Freifeldbewegung \mathbf{u}_{FF} ergibt sich aus der Komponente \mathbf{u}^1 in Abhängigkeit von \mathbf{u}_{HS} als

$$\mathbf{u}_{FF} = |\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{HS}| \cdot \mathbf{u}_{HS} = FS \cdot \mathbf{u}_{HS} \quad (3.18)$$

wobei der frequenzabhängige Faktor FS als Amplitudenfunktion bezeichnet wird. In den Matrizen \mathbf{K}_{ij} sind die Materialkonstanten für die horizontalen und vertikalen Bewegungen enthalten. Für die vertikal propagierenden Scherwellen können nach Kramer [50] in [22] oder Mykoniou [89] vereinfacht die folgenden Formulierungen für \mathbf{K}_{ij} gefunden werden. So ergibt sich für jede Schicht

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} = \omega \cdot \rho_L v_{s,L,damp} \begin{bmatrix} \cot(\kappa_s d) & -\frac{1}{\sin(\kappa_s d)} \\ -\frac{1}{\sin(\kappa_s d)} & \cot(\kappa_s d) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Dabei ist ω die Untersuchungsfrequenz, die komplexe Scherwellengeschwindigkeit der Schicht beinhaltet die Dämpfung $v_{s,L,damp} = v_{s,L} \sqrt{1 + 2i\xi_{s,L}}$. ρ_L beschreibt die Dichte der Bodenschicht, $\xi_{s,L}$ den Dämpfungsbeiwert für Scherwellen in der Schicht, d die Dicke der Schicht. Es gilt das Verhältnis $\kappa_s = \omega / v_{s,L,damp}$. Unter Berücksichtigung der Materialien des Halbraums ist dessen Impedanz $K_{HS} = i\omega \cdot \rho_{HS} v_{s,hs,damp}$. Felsartiger Boden wird als elastischer Fels angesetzt [22], das heißt eine sehr hohe Scherwellengeschwindigkeit wird genutzt.

Die Amplitudenfunktion und dementsprechend die aus der Erdbebenanregung resultierende Freifeldbewegung für Kompressionswellen wird berechnet, indem v_s durch v_p ersetzt wird.

In Abbildung 3.16 sind Amplitudenfunktionen einer Schicht auf einem Halbraum gemäß

Abbildung 3.15 dargestellt. In Abbildung 3.16 (a) wird das Impedanzverhältnis

$$a_s = \frac{\rho_H v_{s,H,damp}}{\rho_L v_{s,L,damp}} \quad (3.20)$$

variiert. Bei $a_s = 0,5$ ist die Schicht doppelt so steif wie der Halbraum, bei $a_s = 1000$ wird ein sehr steifer, felsartiger Halbraum erstellt. Dies geschieht durch die Anpassung der jeweiligen Scherwellengeschwindigkeiten. In (b) wird die Schichtdicke als Vielfaches von $d = 100$ m variiert. Die Scherwellengeschwindigkeiten sind hier $v_{s,L} = 100$ m/s für die Schicht und $v_{s,HS} = 200$ m/s für den Halbraum. Für alle Modelle werden global die Dichte $\rho = 2000$ kg/m³ und die Dämpfung $\xi = 0,05$ angesetzt. Bei einer Frequenz von 1 Hz entspricht d der Wellenlänge λ in der Bodenschicht.

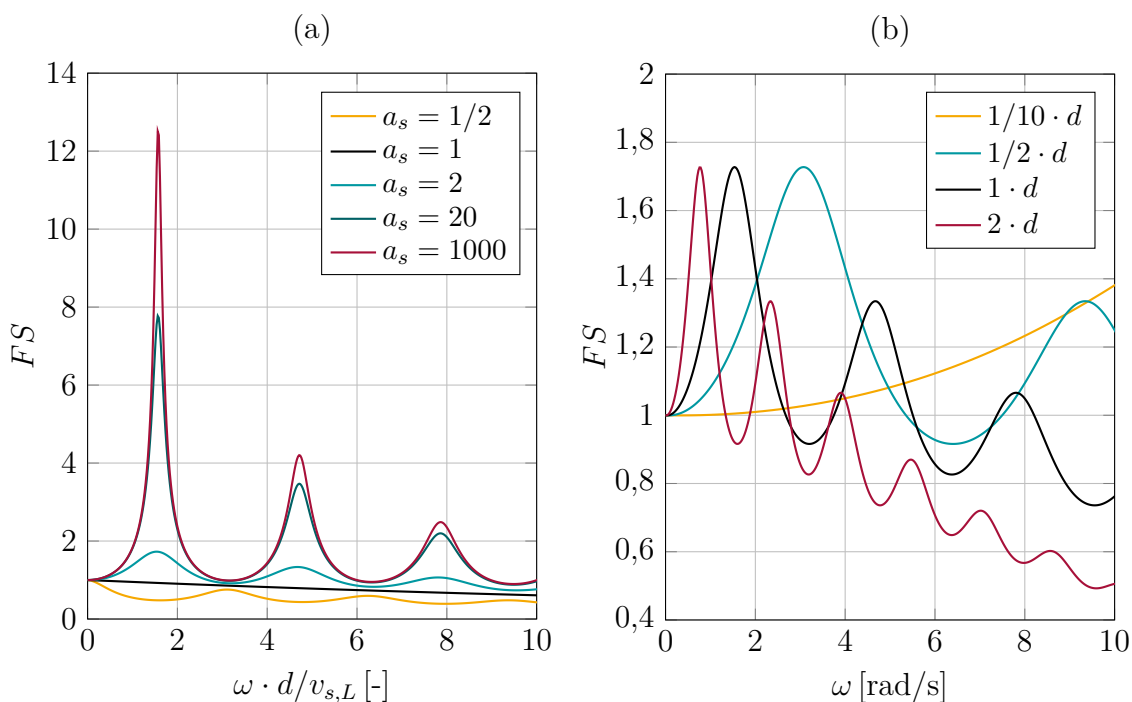


Abbildung 3.16: Amplitudenfaktor FS für eine nachgiebige Schicht auf einem felsartigen Halbraum. Es werden das Impedanzverhältnis a_s (a) und die Schichtdicke d (b) variiert.

Abbildung 3.16 (a) zeigt den Einfluss des Impedanzunterschiedes der beiden Bodenschichten. Die Amplituden werden über eine normierte Frequenz aufgetragen. Solange die Deckschicht weicher ist als der Halbraum findet eine Amplifikation der Bodenbewegung statt, solange $a > 1$ gilt, gilt auch $FS > 1$. Ist die Deckschicht steifer als der Halbraum findet eine Attenuation der Bewegung statt, hier zu sehen für $a_s = 1/2$. Die größte Amplitude erreicht FS für eine weiche Schicht auf einem Felsen, wobei FS ab $a_s = 1000$ schnell gegen einen Grenzwert strebt, dessen Maximum von der Dämpfung abhängig ist. Die normierte Frequenz der normierten Eigenmoden bleibt konstant, die Eigenfrequenz ist also abhängig vom Verhältnis von Dicke und Scherwellengeschwindigkeit. Abbildung 3.16 (b) zeigt den Einfluss der Schichtdicke auf die Vergrößerungsfunktion. Für die, von der Schichtdicke

abgesehen, gleichbleibenden Bodeneigenschaften ändert sich die Amplitude der Vergrößerungsfunktion nicht. Beeinflusst werden vor allem die Eigenfrequenzen der Bodenschicht. Sowohl die Lage der 1. Eigenfrequenz, als auch der Abstand der höheren Eigenfrequenzen verändert sich mit variierender Schichtdicke. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine größere Schichtdicke zu einer tieferen Eigenfrequenz führt. Die Abfolge der höheren Eigenfrequenzen erfolgt in einem kleineren Frequenzabstand im Vergleich zu dünneren Schichten. Die Größe der Wechselwirkung zwischen seismischer Welle und Boden hängt offensichtlich von dem Verhältnis von Wellenlänge und Mächtigkeit des Mediums ab. Je größer die Anzahl der Perioden im Medium, desto größer die Wechselwirkung. Eine Vergrößerung der Dämpfung ξ schwächt die Amplituden von FS ab. Außerdem werden die Verläufe steiler und die Maxima dominanter. Der Einfluss der Bodendämpfung auf die Übertragungsfunktionen ist im Gegensatz zum Einfluss auf die Bodenimpedanz deutlich sichtbar. Gleichung (3.21) zeigt die Berechnung der l -ten Eigenfrequenz einer Bodenschicht der Dicke d und der Scherwellengeschwindigkeit v_s

$$\omega_s = \frac{2l+1}{2d} \pi v_s \quad (3.21)$$

ohne Materialdämpfung über steifem Fels.

In Abbildung 3.17 wird das Vorgehen beschrieben um von einem beliebigen typischen Erdbebensignal $a_b(t)$ (Beschleunigungen im Zeitbereich auf Fels) unter Berechnung des Amplifikationsfaktors zur Freifeldbewegung an der Oberfläche zu gelangen. Das Eingangssignal wird zu einem Verschiebungsverlauf integriert und mithilfe einer Fast-Fourier-Transformation (FFT) in den Frequenzbereich transformiert. Anschließend wird, wie beschrieben, der Amplifikationsfaktor FS berechnet und auf das Signal multipliziert. Daraufhin kann eine beliebige Rückrechnung erfolgen, um das gewünschte Signal zu erhalten. Dies beinhaltet die Verläufe von Beschleunigung, Geschwindigkeit und Verschiebung der Freifeldbewegung im Frequenz- oder Zeitbereich. Der Wechsel von Frequenz- zu Zeitbereich erfolgt mit einer Inversen-Fast-Fourier-Transformation (IFFT). Das Vorgehen ist für gemessene und synthetische Erdbebenverläufe identisch. Dazu werden in Abbildung 3.18 Beispiele gezeigt. Zu sehen sind als Eingangssignal die Beschleunigungen des San Fernando Bebens von 1971 an der Station Pacoinda Dam im Frequenzbereich, gemessen auf Fels [133]. Diese Beschleunigungen werden auf eine Schicht mit der Dicke $d = 10$ m und dem Schubmodul $\mu = 50$ MN/m² übertragen. Das Eingangssignal, sowie das Ergebnis wird in Abbildung 3.18 (a) zusammen mit einer Referenzlösung aus DEEPSOIL [134] für den gleichen Bodenaufbau gezeigt. Zwischen der Referenzlösung und dem amplifizierten Signal herrscht gute Übereinstimmung. Während im Bereich bis 1 Hz die Kurven nahe deckungsgleich verlaufen, erfahren die beiden Oberflächensignale anschließend eine starke Amplifikation.

Es ergibt sich eine horizontale Bodenbeschleunigung von 3 g, während das Originalsignal maximal 0,41 g erreicht. Die Vergrößerung zeigt im Bereich von 2 Hz bis 8 Hz ihren größten Einfluss, für 2,5 Hz erreichen die Oberflächensignale ihre Maxima, es werden Werte von über 4 g erreicht. Anschließend nimmt der Einfluss der Vergrößerung zügig

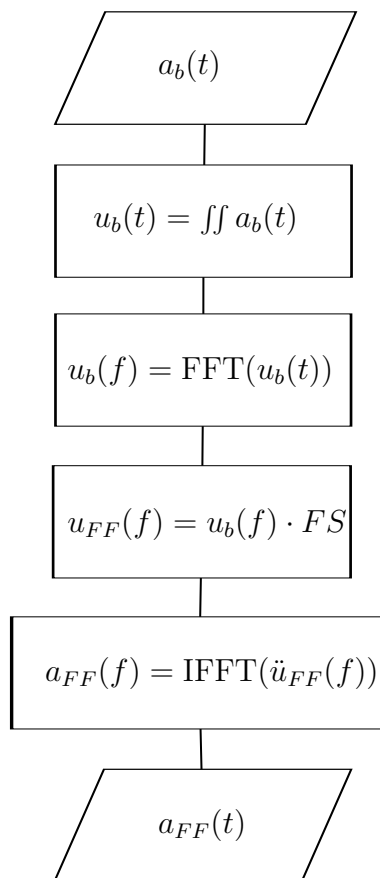


Abbildung 3.17: Vorgehensweise zur Transformation eines Erdbebensignals vom tiefliegenden Fels auf die Oberfläche einer nachgiebigen Schicht.

wieder ab, wobei im Bereich von 12 Hz eine weitere Erhöhung stattfindet. Für höhere Frequenzbereich ist keine Amplifikation zu beobachten. In diesem Sinne wurde sowohl die Funktionalität der vorgestellten Amplifikation verifiziert, als auch der direkte Einfluss einer Bodenschicht auf den Erdbebenverlauf gezeigt.

Abbildung 3.18 (b) vertieft diese Beobachtungen. Das gleiche Erdbebensignal wird auf einem Fels aufgebracht der von unterschiedlichen Bodenschichten bedeckt wird. Der Bodenaufbau entspricht dem aus Beispiel (a), allerdings wird der Schubmodul μ variiert. Diese Oberflächensignale werden zusammen mit dem Eingangssignal auf Fels dargestellt. Alle Oberflächensignale zeigen eindeutig den Einfluss der weichen Bodenschicht, es sind klare Amplifikationen sowie Verschiebungen der Schwingungsmaxima im Frequenzbereich sichtbar. Erwartungsgemäß zeigt der weichste Boden mit dem geringsten Schubmodul von $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ das größte globale Maximum. Dieses Maximum liegt bei 2,5 Hz und ist das tiefste der gezeigten Maxima. Für größere Schubmodule werden die Maxima kleiner und wandern in höhere Frequenzbereiche. Dies ist sowohl bei den dominanten globalen Maxima zu beobachten als auch bei kleineren lokalen Extrema. Das globale Maximum des Bodens mit $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ liegt im Bereich von 8 Hz.

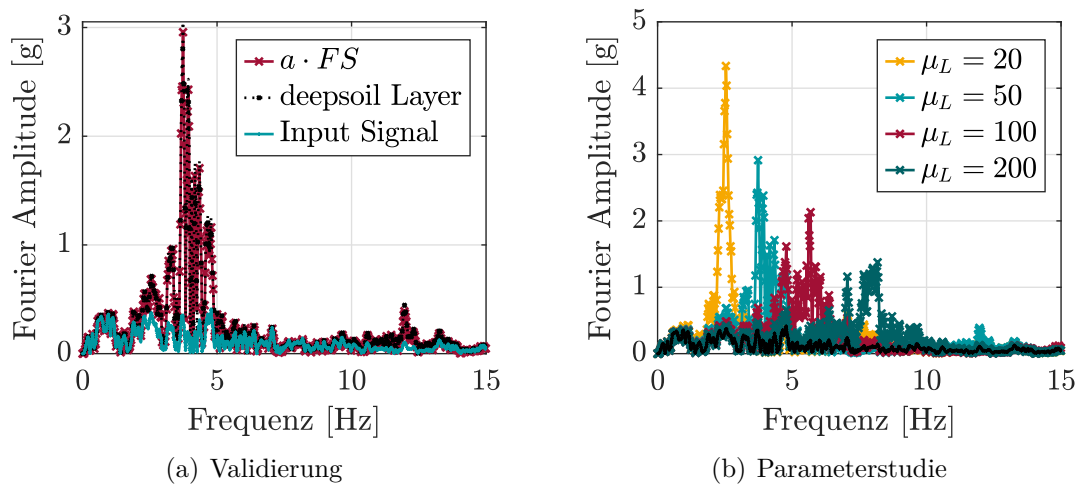


Abbildung 3.18: Transformation des Erdbebensignals vom tiefliegenden Fels auf die Oberfläche einer nachgiebigen Schicht. (a) Vergleich mit DEEPSOIL [134] für eine Schicht mit $\mu = 50 \text{ MN/m}^2$ im Frequenzbereich. (b) Auswirkung unterschiedlicher Böden mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 auf Transformation und Amplifikation des Erdbebensignals.

In den folgenden Untersuchungen sollen Erdbebenspektren aus dem Eurocode 8 [129] genutzt werden, welche an die vorliegenden Böden angepasst werden. Dazu wird das Spektrum auf gewachsenem Fels A-R als Eingangssignal genutzt und entsprechend der realen Erdbebenverläufe die Freifeldbewegung einer nachgiebigen Schicht berechnet. Abbildung 3.19 zeigt die amplifizierte Spektren in Abhängigkeit der Periode und des Schubmoduls und der Schichtdicke d . Neben dem Spektrum A-R wird zum Vergleich das Spektrum C-R gezeigt, was nach Eurocode 8 für weiche Bodenschichten auf Fels angesetzt wird. Erneut ist eine deutliche Amplifikation des Signals im Eigenfrequenzbereich der Schicht zu sehen. Die Lage der Extrema ist sowohl vom Schubmodul als auch von der Schichtdicke abhängig. Während Perioden von über einer Sekunde nicht vergrößert werden, entstehen im tieferen Bereich markante Amplifikationen die weit über dem Niveau des Spektrum C-R liegen. Für die Dicke $d = 10 \text{ m}$ und die Schubmodule $\mu = 100, 260$ und 500 MN/m^2 werden die Amplituden insbesondere im Plateaubereich vergrößert. Der Verlauf des Bodens $\mu = 50$ weist sein globales Maximum am Übergang zum nichtlinearen Verlauf auf. Für $\mu = 100$ stellt sich die größte Beschleunigung ein. Wird die Schichtdicke vergrößert, sind mehr Extrema zu erkennen, die sich über einen größeren Periodenbereich verteilen. So treten markante Amplifikationen auch außerhalb des Plateaubereichs auf. Allerdings wird insgesamt das Niveau der Maxima gesenkt, wobei das Spektrum C-R stellenweise noch deutlich übertroffen wird. In Abhängigkeit der Periode wird das Niveau des Spektrums allerdings auch unterschritten. Eine Abminderung des Signals stellt sich in Abhängigkeit der Dämpfungsbeiwerte der nachgiebigen Schichten dar, welche im vorliegenden Beispiel für alle Schichten $\xi = 0,05$ betragen.

Durch die Amplifikation des Signals in Abhängigkeit des Schubmoduls unterbleibt die starre Kategorisierung des Erdbebens in Abhängigkeit der Baugrundklasse A, B und C nach NA Eurocode 8 [129]. Die Normspektren stellen in diesem Zusammenhang geglättete

Umhüllende dar, die ein erhöhtes Beschleunigungsniveau für einen breiten Periodenbereich bieten. Dies stellt allerdings, wie in Abbildung 3.19 zu sehen ist, nicht die Realität von weichen Schichten über Fels mit den gezeigten Schichtdicken dar. Die Bodenbeschleunigung infolge eines Erdbebens wird als a_{eq} bezeichnet, unabhängig davon, ob es sich um eine normativ ermittelte, oder eine aus einem realen Verlauf amplifizierte Beschleunigung handelt. Diese Systeme weisen eine starke Abhängigkeit der Amplitude von der Periode auf, was die Komplexität der Gesamtdynamik eines Boden-Bauwerk-Systems deutlich erhöht. Die gezeigten Ergebnisse stimmen mit Werkle [135] überein, welcher umhüllende Ersatzfunktionen für ähnliche Problematiken vorstellt.

Mit dem vorgestellten Amplifikationsverfahren ist es außerdem möglich die Normspektren auf die Oberfläche vielfach geschichteter Böden zu transformieren. So lässt sich das Erdbebensignal, entsprechend der Impedanzberechnung, genau an den vorliegenden Bodenaufbau anpassen, wodurch ein realistisches Gesamtmodell entsteht. Im sich einstellenden Verlauf zeigen sich die Effekte der Wellenausbreitung im Boden. Während insbesondere die Impedanzunterschiede der Schichten lokale Maxima erzeugen, ist der Gesamtverlauf von einer Vielzahl, bereits in Abschnitt 3.2.1 diskutierten, Parameter abhängig. Auf die ausgiebige Darstellung wird an dieser Stelle verzichtet.

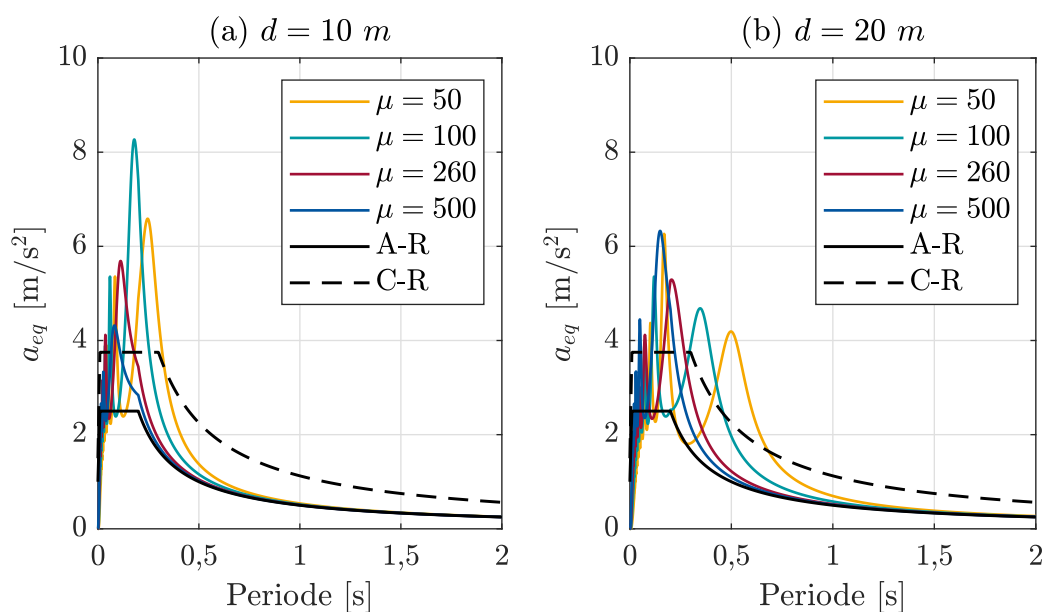


Abbildung 3.19: Amplifikation des Normspektrums A-R durch weiche Schichten mit der Dicke d in m und dem Schubmodul $\mu = 20$ in MN/m^2 über Felsgrund. Zum Vergleich ist das Normspektrum C-R angegeben.

4 Impedanz und Komplianz flexibler Fundamente

Die Annahme eines unverformbaren Fundamentes, dass sich auf einem nachgiebigem Boden abstützt, kann in Abhängigkeit des Verhältnisses von Fundament- und Bodensteifigkeit nicht für alle Fälle aufrecht gehalten werden. Während die Verformung massiver Maschinenfundamente mit Sicherheit vernachlässigbar klein ist, kann die Verformung großflächiger, relativ dünner Plattengründungen in der dynamischen Analyse eine Rolle spielen.

Sollen nicht nur Starrkörperverschiebungen des Fundamentes sondern auch seine Nachgiebigkeit berechnet werden, ist die direkte Impedanzberechnung nicht ausreichend. Für jedes Element des Fundamentkörpers müssen Lagerungsbedingungen zur Verfügung stehen. Um eine solche Bettung auch für dynamische Lastfälle zu bewerkstelligen, bietet sich die Rand-Elemente-Methode (REM) an. Diese erspart eine rechenintensive Modellierung des gesamten Bodenmodells. Lediglich der Rand des Halbraums, die Baugrundoberfläche wird diskretisiert. Für die Lösung des Gleichungssystems werden Fundamentallösungen benötigt, für die die im Vorfeld berechneten Green'schen Funktionen genutzt werden sollen.

4.1 Randelementeformulierung

Die Herleitung der REM-Formulierung basiert auf dem dynamischen Gleichgewicht in Gleichung 2.47 in Abschnitt 2.3 und folgt der Schreibweise von Gaul & Fiedler [91], sowie Hirschauer [78] und Schepers [136]. Die Bewegungsgleichung beinhaltet die Spannungen und Dehnungen sowie die Materialmatrix. Sie beschreibt den realen, gesuchten Zustand. Das Prinzip der virtuellen Arbeit wird genutzt, um die schwache Form der Gleichung zu bilden:

$$\int_{\Omega} \mathbf{u}^{*T} \mathbf{b} \, d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^{*T} \rho \ddot{\mathbf{u}} \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{u}^{*T} \mathbf{L}_{\sigma}^T \mathbf{D} \mathbf{L}_{\epsilon} \mathbf{u} \, d\Omega = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

Die virtuellen Größen werden als $\boldsymbol{\sigma}^*$, \mathbf{u}^* und \mathbf{b}^* im Gebiet Ω mit dem Rand $\partial\Omega$ bezeichnet. Die Integration nach dem Satz von Green ergibt Rand- und Gebietsintegrale. Für die virtuelle Volumenkraft wird ein Dirac-Impuls gewählt [91], der bereits in Abschnitt 2.1.4 vorgestellt wird. Dort werden ebenfalls der Quellpunkt im Gebiet Ω und der Aufpunkt \mathbf{x} , für den jeder Punkt im Gebiet Ω in Frage kommt, eingeführt. Für einen zeitharmonischen Ansatz $\mathbf{u}^{*T} \cdot \ddot{\mathbf{u}} = \ddot{\mathbf{u}}^{*T} \cdot \mathbf{u} = -\omega^2 \cdot \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{u}^*$ heben sich die Massenträgheitsterme auf. Reale Volumenkräfte \mathbf{b} werden vernachlässigt. Um die Randintegrale lösen zu können, muss der Einwirkungspunkt der Delta-Funktion auf den Rand verlegt werden, woraus singuläre Integranden folgen. Ausführliche Betrachtungen der Verlegung zeigen, dass die Integrale trotz singulärem Integranden endlich sind [91]. Als maßgebliche Gleichung verbleibt

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \int_{\partial\Omega} (\mathbf{u}^{*T} \mathbf{t} - \mathbf{t}^{*T} \mathbf{u}) \, d\partial\Omega \quad (4.2)$$

Unter Belastung mit einer virtuellen Volumenkraft \mathbf{b}^* in drei Raumrichtungen entstehen Verschiebungsfelder \mathbf{u}^* . Diese beinhalten die Komponenten \mathbf{u}_{lm}^* der Verschiebung am Punkt \mathbf{x} in l -Richtung aufgrund einer Belastung am Punkt $\boldsymbol{\xi}$ in m -Richtung. Zusammengefasst ergibt sich so die Randintegralgleichung

$$\mathbf{c} \cdot \mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) + \int_{\partial\Omega} \mathbf{t}^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) d(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{x}) d(\partial\Omega) \quad (4.3)$$

mit dem Verschiebungsvektor $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ und dem Lastvektor $\mathbf{t}(\mathbf{x})$ im Punkt \mathbf{x} . $\mathbf{u}^*(\mathbf{x})$ und $\mathbf{t}^*(\mathbf{x})$ beinhalten als 3×3 Matrix die Fundamentallösungen u_{lm}^* und t_{lm}^* . Die Randmatrix \mathbf{c} basiert auf der Randgeometrie, der Lage des Punktes $\boldsymbol{\xi}$ und der Art der eingesetzten Fundamentallösungen [91].

Um die Lösung der Randintegralgleichung zu approximieren, wird der Rand $\delta\Omega$ in eine endliche Anzahl N Elemente eingeteilt. Als Fundamentallösungen werden Halbraumlösungen eingesetzt. Diese beinhalten die Randbedingungen des geschichteten Bodens, wie die Spannungsfreiheit an der Oberfläche aus der $\mathbf{t}^* = \mathbf{0}$ resultiert. Wenn keine weiteren Verschiebungsrandbedingungen vorliegen gilt $\mathbf{c} = \mathbf{1}$. Für die gesuchten Fundamentallösungen können im Zuge dieser Randbedingungen die Green'schen Funktionen nach Abschnitt 2.1.4 eingesetzt werden. Analog zu Gleichung 2.19 in 2.1.4 ergibt sich für die Verschiebungen des Halbraums:

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \int_{\partial\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{x}) d(\partial\Omega) \quad (4.4)$$

4.2 FEM-REM-Kopplung

Zur Kopplung mit den Finiten-Elementen des Bauwerks müssen die Randelemente $k \in N$ als rechteckige Bodenelemente diskretisiert werden, wie in Abbildung 4.1 skizziert wird. Jedem Bodenelement steht ein gleichförmiges Element in der FE-Formulierung gegenüber. Im Mittelpunkt der Bodenelemente liegen die Interaktionsknoten $i = 1, \dots, N$ in denen die FEM-REM-Kopplung stattfindet. Die Fläche des Bodenelements ΔA wird als Kontaktfläche bezeichnet, die Summe der Flächen als Interaktionshorizont.

Die in jeder Kontaktfläche variable Spannung \mathbf{t}_k wird durch die konstante Sohlspannung \mathbf{q}_k angenähert. Infolge \mathbf{q}_k ergibt sich in jedem Interaktionspunkt aufbauend auf (4.3) die Bodenverschiebung:

$$\mathbf{u}^i = \sum_{k=1}^N \int_{\Delta A_k} \mathbf{G}_{ik} \cdot \mathbf{q}_k dA \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4.5)$$

Wird die konstante Sohlspannung aus dem Integral herausgezogen, ergibt sich mit

$$\mathbf{u}^i = \sum_{k=1}^N \int_{\Delta A_k} \mathbf{G}_{ik} dA \cdot \mathbf{q}_k = \sum_{k=1}^N \mathbf{F}_{ik} \cdot \mathbf{q}_k \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4.6)$$

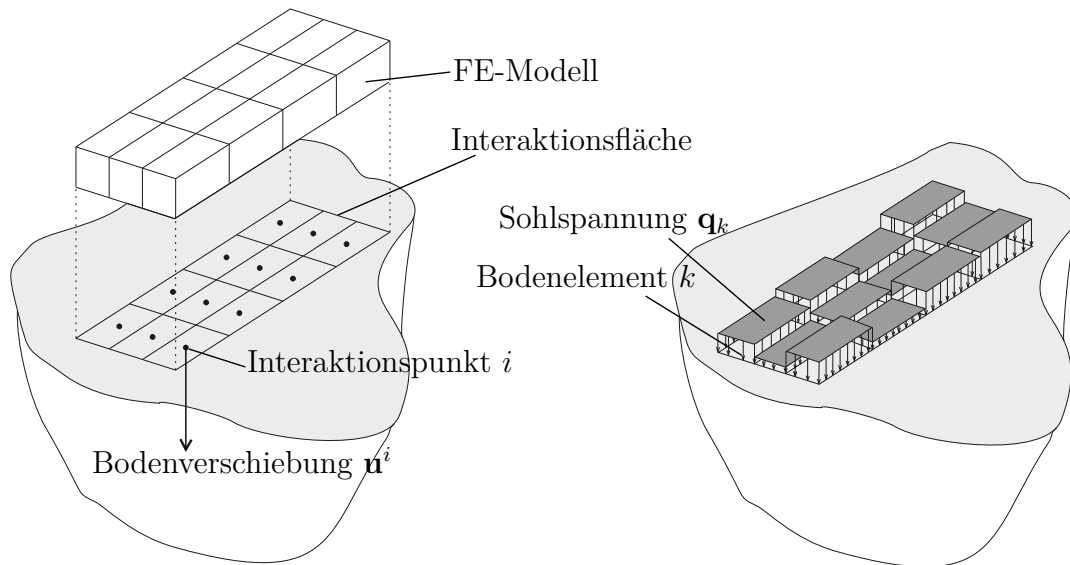


Abbildung 4.1: Sohlspannungsverteilung im Interaktionshorizont zur Kopplung von Finiten Elementen und Bodenelementen.

die Bodenflexibilitätsmatrix \mathbf{F} im Sinne von Gleichung 2.18 in Abschnitt 2.1.4. Hier beschreibt sie den Zusammenhang zwischen $3 \cdot N$ Bodenverschiebungen und $3 \cdot N$ Sohlspannungskomponenten [78]. \mathbf{F} ist per se weder quadratisch, noch symmetrisch, was aber zur Kopplung mit der FEM erforderlich ist [22]. Um eine quadratische und invertierbare Bodenflexibilitätsmatrix zu erhalten, werden in der Auswertung der Randintegrale konstante Ansatzfunktionen eingesetzt und für alle Randelemente die identische Geometrie und Ausrichtung gewählt [136]. Dementsprechend ergibt sich Gleichung (4.6) in Vektormatrix Schreibweise:

$$\mathbf{u} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{P} \quad (4.7)$$

Dabei ist die Flächenmatrix \mathbf{A} diagonal mit den Kontaktflächen ΔA der Bodenelemente besetzt [78]. Aus Gleichung 4.7 folgt für die Sohlspannungen

$$\mathbf{q} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{u} \quad (4.8)$$

Ziel der FEM-REM-Interaktion ist es, in der Bewegungsgleichung der FE-Struktur (6.3) die Bodenreaktionslasten \mathbf{P}_I in Abhängigkeit der Bodenverschiebung im Interaktionshorizont \mathbf{u}_I auszudrücken. Dazu werden mit der Transformationsmatrix \mathbf{T}_q die Sohlspannungen arbeitsäquivalent in Kontaktkräfte umgerechnet

$$\mathbf{P}_I = \mathbf{T}_q \cdot \mathbf{q} \quad (4.9)$$

Gleichzeitig wird die Gleichheit von Bodenverschiebungen \mathbf{u} und Strukturverschiebungen in den Interaktionspunkten \mathbf{u}_I unterstellt:

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{u}_I \quad (4.10)$$

Im Sinne der Energieerhaltung gilt das Gleichgewicht

$$\mathbf{u}_I^T \cdot \mathbf{P}_I = \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{p} \quad (4.11)$$

in dem die von den Kontaktkräften und der Strukturverschiebung verrichtete Arbeit der von den Sohlspannungen und Bodenverschiebung geleisteten Arbeit entsprechen muss. Unter Berücksichtigung des Koeffizientenvergleichs der Transformationsmatrizen $\mathbf{T}_q = \mathbf{T}_u^T \cdot \mathbf{A}$ ergibt sich durch Umformen

$$\mathbf{P}_I = \mathbf{T}_q \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{u}_I = \mathbf{T}_u^T \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{u}_I = \mathbf{K}_d \cdot \mathbf{u}_I \quad (4.12)$$

wobei \mathbf{K}_d die in Abschnitt 2.1.1 eingeführte Bodensteifigkeits- beziehungsweise Impedanzmatrix ist, die hier offensichtlich von den Green'schen Funktionen abhängt.

Die Impedanz des Bodens und die Bodenreaktionslasten können im Sinne der Substrukturmethode an die FE-Formulierung angekoppelt werden, was allgemein in Abschnitt 2.1.1 beschrieben wird. Mit der so gefundenen Formulierung der gemeinsamen Bewegungsgleichung ist die FEM-REM Kopplung abgeschlossen.

4.3 Berechnungsbeispiel

In einem ersten einfachen Schritt lässt sich die FEM-REM-Kopplung überprüfen, in dem man den Fundamentkörper äußerst steif ausbildet und so ein starres Fundament imitiert. Auf diese Weise lassen sich die Beispiele der direkten Impedanzberechnung starrer Fundamente aus Kapitel 3 nachbilden. Für Impedanz und Komplianz starrer Gründungen stellen sich nahezu deckungsgleiche Verläufe ein.

Ihre eigentliche Anwendung findet die FEM-REM-Kopplung in der Analyse weicher Fundamente auf nachgiebigen Böden. Aus diesem Grund werden die Ergebnisse der starren Fundamente an dieser Stelle nicht gezeigt werden. Sie werden in der Arbeit von Mundt [137] diskutiert. Vielmehr konzentriert sich dieser Abschnitt auf Vergleichsrechnungen nachgiebiger Systeme.

Whittaker & Christiano [55] betrachten weiche, masselose, quadratische Fundamentplatten auf der Oberfläche eines nachgiebigen homogenen Halbraums. Dabei ist a die Kantenlänge und h die Höhe, E_{Fund} der Elastizitätsmodul und ν_{Fund} die Querkontraktionszahl des Fundamentes. Whittaker & Christiano [55] führen mit

$$\hat{K} = \frac{E_{Fund} \cdot h^3(1 - \nu_B)}{12 \cdot \mu a^3(1 - \nu_{Fund})} \quad (4.13)$$

ein normiertes Steifigkeitsverhältnis zwischen Fundamentkörper und Boden ein. μ und ν_B sind der Schubmodul und die Querkontraktionszahl des Bodens. $\hat{K} > 1$ beschreibt ein starres Fundament, $\hat{K} < 0,005$ weiche, $\hat{K} > 0,05$ steife Fundamentplatten. Die Fundamente werden mittig durch eine vertikale harmonische Einzellast P_z belastet. Zur Validierung der FEM-REM Kopplung wird die Interaktionsfläche mit $16 \times 16 = 256$ Bodenelementen

abgebildet. Darauf ruht ein Fundament mit $16 \times 16 \times 2 = 512$ finiten Volumenelementen. Auf der Oberseite werden die vertikale Verschiebung im Mittelpunkt und einem Eckpunkt des Fundamentkörpers ausgewertet. Die Verschiebungen werden mit

$$\hat{u}_{zz} = \frac{u_z \cdot a}{P_z \cdot (1 - \nu_s)} \quad (4.14)$$

normiert und über die dimensionslosen Frequenz a_0 nach Gleichung (3.11) in Abbildung 4.2 aufgetragen. Dabei wurde ν_s gewählt. Es stellt sich eine gute Übereinstimmung ein, womit die FEM-REM-Kopplung als erfolgreich validiert betrachtet werden kann.

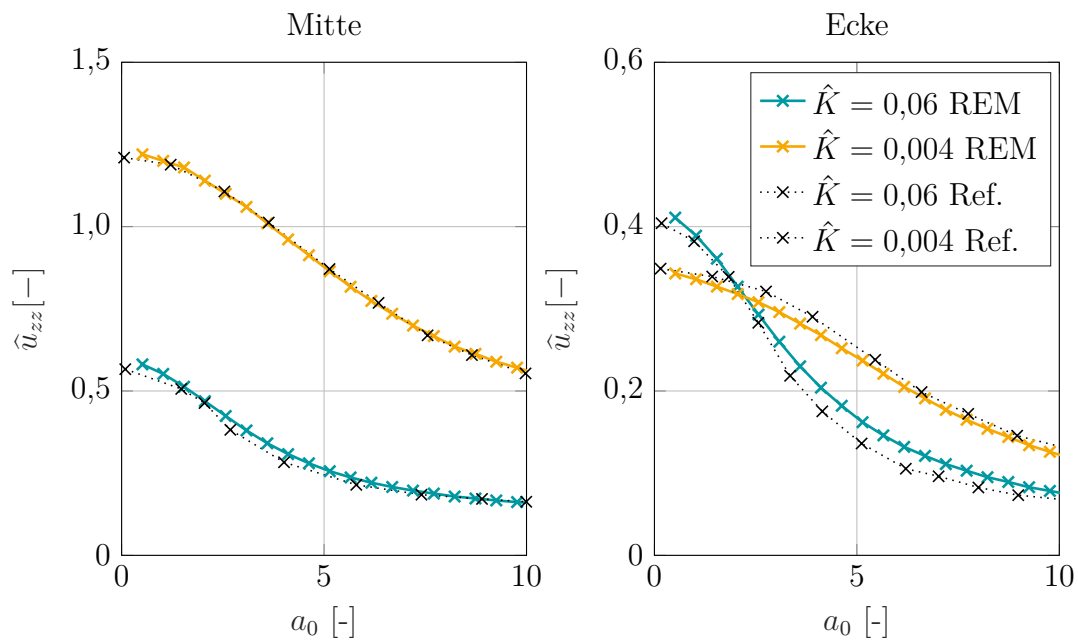


Abbildung 4.2: Normierte Vertikalverschiebung eines weichen Quadratfundamentes auf nachgiebigem Boden nach Whittaker & Christiano [55].

5 Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion

5.1 Grundlegende Gleichungen der Fluidodynamik

5.1.1 Gemeinsame Bewegung von Fluid und Struktur

In der Hydrostatik lassen sich in Folge von Flüssigkeitsdruck und Volumenkraft Kräftepotentiale aufstellen. Das Kräftepotential lässt sich nach Sigloch [138] als potentielle Energie interpretieren. Als Volumenkraft wirkt im Allgemeinen lediglich die Gewichtskraft, woraus das Potential U folgt. Zusammen mit der Druckfunktion Y lässt sich die allgemeine Gleichgewichtsbedingung für stationäre Fluide formulieren:

$$\Pi = Y + U = \text{konst} \quad (5.1)$$

Für die Hydrodynamik lassen sich analoge Potentialbetrachtungen anstellen [138]. Dazu wird die Strömungsbewegung der Flüssigkeit betrachtet, unter Berücksichtigung von Translation, Rotation und Deformation der Flüssigkeit wird das Geschwindigkeitspotential Ψ beschrieben:

$$\mathbf{v} = \text{grad } \Psi = \nabla \Psi = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial z} \end{array} \right\} \quad (5.2)$$

\mathbf{v} ist das Geschwindigkeitsfeld, der Nabla-Operator ∇ ist aus Kapitel 2.1.4 bekannt. Mit dem Laplace Operator $\Delta = \nabla(\nabla) = \nabla^2$ ergibt sich für wirbelfreie, inkompressible, dünnflüssige und reibungsfreie Liquide die Wellengleichung

$$\Delta \Psi - \frac{1}{c_L^2} \frac{d^2 \Psi}{dt^2} = 0 \quad \text{in } \Omega_L \quad (5.3)$$

im Liquid Ω_L unter Berücksichtigung der Orts- und Zeitabhängigkeit. c_L ist die Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit. Die Kontinuitätsbedingung muss erfüllt sein. Unter der Annahme von Wellen mit kleinen Amplituden [89] lässt sich das Potential für harmonische Wellen formulieren

$$\Psi(r, z, \theta, t) = \Phi(r, z, \theta) e^{i\omega t} \quad (5.4)$$

wobei ω die Eigenfrequenz der Schwingung ist. Die Potentiale in der Wellengleichung werden in Zylinderkoordinaten dargestellt. Zusammen mit Gleichung (5.3) ergibt sich so die Helmholtz-Gleichung [89]

$$\Delta \Phi - \frac{\omega^2}{c_L^2} \Phi = 0 \quad (5.5a)$$

$$\Delta \Phi - \frac{\omega^2}{c_L^2} \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c_L^2} \Phi = 0 \quad (5.5b)$$

als Potentialgleichung für die betrachtete Flüssigkeit [14]. Der Ausdruck $\Delta\Phi$ ist die Laplace-Gleichung und beschreibt die Kontinuität in der Flüssigkeit [138]. Zu den eingangs genannten erforderlichen Randbedingungen gehört zunächst die Wirbelfreiheit, das heißt die Fluidbewegung weist keine Rotation auf, es gilt

$$\text{rot } \mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{v} = 0 \quad (5.6)$$

Für fluidmechanische Hintergründe sei an dieser Stelle auf Sigloch [138] und Rieutord [139] verwiesen, für mathematische Erläuterungen zu Vektorfeldern auf Papula [140]. Die inkompressible Flüssigkeit ist nicht deformierbar, die Flüssigkeitsdichte bleibt konstant, wobei

$$\text{div } \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (5.7)$$

als Quellenfreiheit bezeichnet wird [140]. Gemäß Sigloch [138] lassen sich aus reibungsfreien, wirbellosen Flüssigkeiten die Geschwindigkeiten \mathbf{v} direkt aus dem Geschwindigkeitspotential ableiten, wie in Gleichung 5.2 zu sehen ist. Die Geschwindigkeiten sind die Zeitableitungen der Verschiebungen des Systems $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}$.

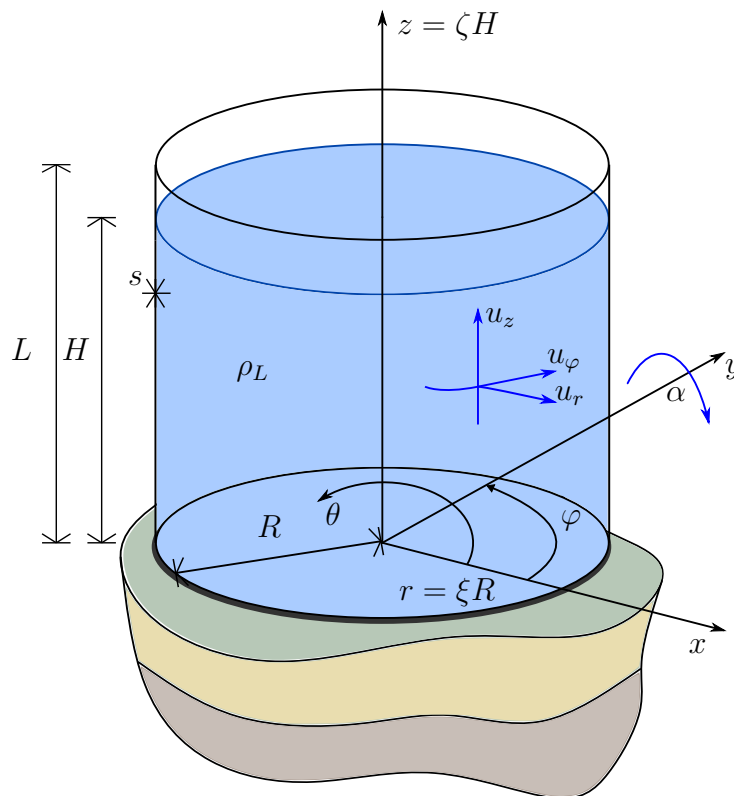


Abbildung 5.1: Koordinaten am Gesamtsystem des zylindrischen Tanks.

Nach der Einführung der Randbedingungen für die Fluidbewegung folgt nun die Beschreibung des verwendeten Gesamtsystems aus Fluid und Struktur gemäß Abbildung 5.1. Bei den Strukturen handelt es sich immer um oberirdische, stehende, rotationssymmetrische, zylindrische Tanks unter atmosphärischem Druck. r, z, φ sind die Zylinderkoordinaten in

diesem Tanksystem. Aufgrund der Symmetrie beschreiben die lokale Variabel im Tanksystem φ und die globale Zylinderkoordinate θ den gleichen Azimut. Da $\varphi = \theta$ gilt, wird im Folgenden allgemein die globale Zylinderkoordinate θ genutzt, um den Azimut im Gesamtsystem und im Teilsystem Tank zu beschreiben. Die Tankschale ist dünnwandig und nachgiebig, die Behälterwandstärke s ist in der Darstellung in Abbildung 5.1 konstant. Der Tank weist den Radius R und die Behälterhöhe L auf. Der Tank ist bis zur Höhe H mit oben beschriebener Flüssigkeit der Dichte ρ_L gefüllt. Die Verschiebungen des Behälters \mathbf{u} werden an der Schalenmittelfläche bestimmt. Auftretende Verformungen sind im Vergleich zur Tankgeometrie klein, daher können lineare Bewegungsgleichungen angesetzt werden [36]. Bei nachgiebiger Lagerung kann das Fundament-Tank-System kippen. Der Kippwinkel in Antriegsrichtung ist α . Der Tankboden ist flach und wird zunächst als steif angenommen. In grundlegender Literatur wie Fischer [14] und Meskouris et al. [22] wird der Tank als fest eingespannt angenommen. Veletsos & Tang [35] lagern den Tank auf einem nachgiebigem Halbraum, wie es in Abbildung 5.1 zu sehen ist. Ein nachgiebig gelagertes System nutzen sowohl Amabili et al. [37] als auch Habenberger [36] in ihren Potentialbetrachtungen. Zur zielgerichteten Beschreibung des Tanks wird zusätzlich das Verhältnis der Höhe des benetzten Tankmantels und des Radius

$$\gamma = \frac{H}{R} \quad (5.8)$$

des Tanks benötigt. Im Folgenden wird dieses Verhältnis vereinfachend als Schlankheit bezeichnet, wobei ein vollständig gefüllter Tank mit einem geringen Freibord angenommen wird, welches die Wechselwirkung zwischen Fluid und Tank nicht nennenswert beeinflusst. Das angesprochene Verhältnis ist nicht mit dem Schlankheitsgrad eines Bauteils zu verwechseln. Eine weitere geometrische Größe ist der bezogene Radius

$$\eta = \frac{R}{s} \quad (5.9)$$

als Verhältnis von Tankradius zu Behälterwandstärke s . Zur Beschreibung der Tankgeometrie bieten sich die dimensionslosen Größen

$$\xi = \frac{r}{R} \quad \text{und} \quad \zeta = \frac{z}{H} \quad (5.10)$$

sowie der Umfangswinkel θ an [22]. Unter Berücksichtigung der dimensionslosen Größen und der Inkompressibilität vereinfacht sich Gleichung (5.5) zur Laplace-Gleichung:

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\gamma^2} \cdot \frac{\partial^2\Phi}{\partial\zeta^2} = 0 \quad (5.11)$$

Aus dem Potential Φ lässt sich gemäß der Bernoulli-Gleichung der dynamische Druck

$$p = -\rho_L \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.12)$$

bestimmen.

5.1.2 Aufteilung der Potentialgleichung

Aufgrund der Linearität der Potentialgleichung (5.5) kann sie in eine Summe von Einzelpotentialen aufgeteilt werden [36?]. Habenberger [36] unterteilt das Potential

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \quad (5.13)$$

in die Teilpotentiale der Schwappbewegung Φ_1 , der Geschwindigkeit der gemeinsamen Schwingung von Behälterwand und Flüssigkeit Φ_2 und der Geschwindigkeitskompatibilität am Behälterboden Φ_3 , wie in Abbildung 5.2 dargestellt. Weitere Aufteilungen sind möglich, solange die Energieerhaltung am Gesamtsystem gewährleistet bleibt. Amabili et al. [37] berücksichtigt - bei leicht abnachgiebiger Aufteilung - zusätzlich die Flexibilität der Bodenplatte und des nachgiebigen Bodens in der aufsummierten Potentialgleichung (5.13). Nach Amabili et al. [37] gehen in das energetische Gleichgewicht des Gesamtsystems folgende Energien ein

- kinetische und potentielle Energie der Tankschale
- kinetische und potentielle Energie der Bodenplatte
- potentielle Energie der flexiblen Lagerung
- potentielle Energie eingesetzter Ringsteifen
- potentielle Energie der Kopplung von Tankschale und Bodenplatte, sowie Biegeeigenformen der Bodenplatte.

5.1.3 Einfluss der flexiblen Lagerung auf die Potentialgleichung

Eine flexible Lagerung auf nachgiebigem Boden, sowie die Berücksichtigung weicher Bodenplatten beeinflusst die Potentialfunktion des Fluid-Struktur-Systems. Energie wird im Teilpotential zur Verformung des Fundament-Boden-Systems eingesetzt und steht den Teilpotentialen nicht mehr zur Verfügung [37]. Im Sinne der Energieerhaltung verändert die nachgiebige Lagerung so die Gesamtenergiebilanz. Eine nachgiebige Lagerung führt der Struktur weitere Freiheitsgrade hinzu, am Fußpunkt treten horizontale, vertikale Bewegungen sowie Kippbewegungen auf. Anschaulich wird der Einfluss des nachgiebigen Bodens in der Kippbewegung der Struktur. Das Nachgeben des Bodens ermöglicht ein Eintauchen der Struktur in den Interaktionshorizont. Die zugehörige Kippbewegung ergänzt die horizontale Starrkörperverschiebung, die in den Potentialen betrachtet wird. Infolge horizontaler Erdbebenanregung wird die reine Horizontalbewegung von Fluid und Struktur durch den horizontalen Anteil der Kippbewegung ergänzt. Zusätzlich zur horizontalen Fusspunktbewegung erzeugt die Kippbewegung $\alpha(t)$ in Verbindung mit dem vertikalen Hebelarm z eine Horizontalbewegung der Tankschale [34, 141, 142]. Die Bodenbewegungen selbst sind von der Charakteristik des Erdbebens und den Bodenparametern abhängig, wie in Abschnitt 3.4 beschrieben. Die Seismik und der Bodenaufbau haben also auch auf der Anregungsseite einen Einfluss auf die Potentialgleichungen.

5.1.4 Randbedingungen der Potentiale

Zur Lösung der Potentialgleichung ist die Einhaltung bestimmter Randbedingungen erforderlich [14, 16, 37, 141, 142]. Alle Randbedingungen werden in Abbildung 5.2 zusammengefasst, dabei wird die räumliche Verteilung im System dargestellt. Der Zusammenhang zwischen den Potentialen und den Verschiebungen im System wird im Folgenden aufgezeigt. Abhängig von der räumlichen Verteilung der Teilpotentiale im Gesamtsystem sind die Randbedingungen.

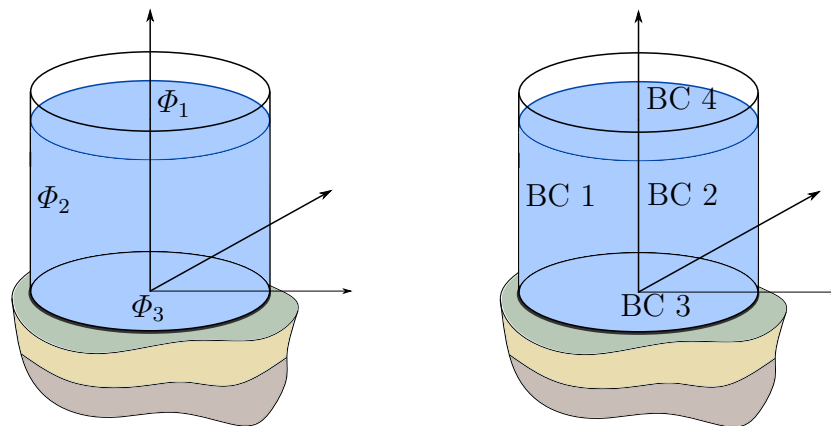


Abbildung 5.2: Teilpotentiale und Randbedingungen am Gesamtsystem.

Randbedingung 1: Kompatibilität zwischen Tankwand und Flüssigkeit (BC 1)

Im Interaktionshorizont zwischen Tankwand und Flüssigkeit $r = R$ müssen die Geschwindigkeiten beider Komponenten gleich sein:

$$\text{Für } \xi = 1 \text{ und } r = R: \quad v_r = \dot{u}_r = \frac{du_r}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad (5.14)$$

Dabei können die Zeitableitung der radialen Tankwandverformung u_r und die Variation des Geschwindigkeitspotentials Φ nach dem Radius r gleichgesetzt werden.

Randbedingung 2: Antimetrische Druckverteilung und Kontinuitätsbedingung (BC 2)

Diese Randbedingung bezieht sich auf die lotrechte Tankachse in $\xi = r = 0$, die gleichzeitig Symmetrieachse des unverformten Tanks und Antimetrieachse der Druckverteilung ist. Wenn m die Umfangswellenzahl der Eigenform beschreibt, muss

$$\text{für } \xi = r = 0: \quad p = \rho \frac{d\Phi}{dt} = 0 \quad (5.15)$$

gelten, um für $m = 1$ die antimetrische Druckverteilung und für $m > 1$ die Kontinuitätsbedingung zu erfüllen [14]. Dabei beschreibt m die Umfangsharmonischen, die in Abbildung 5.3 dargestellt werden. Diese werden an einer horizontalen Schnittebene im Tank betrachtet. Im Erdbebenfall ist für Tankbauwerke die erste Harmonische $m = 1$

entscheidend [14]. Höhere Harmonische haben einen geringen Einfluss auf die Beanspruchungen der Tankschale.

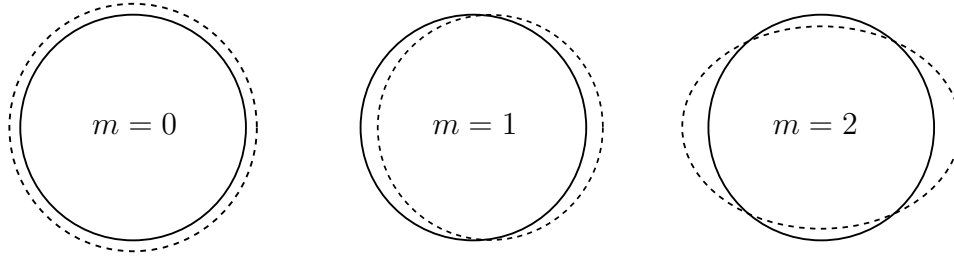


Abbildung 5.3: Die ersten drei Umfangsharmonischen der Zylinderschwingung.

Randbedingung 3: Vertikale Verschiebung am Tankboden (BC 3)

Laut Fischer [14] muss die Geschwindigkeit der Flüssigkeit in vertikaler Richtung v_z am Tankboden gleich 0 sein, so dass der Tank am Tankfuß als fest eingespannt definiert wird. Tang [142] verallgemeinert diese Randbedingung, wobei am Tankfuß gilt:

$$\text{Für } \zeta = z = 0: \quad v_z = \dot{u}_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{du_z}{dt} \quad (5.16)$$

Das bedeutet, dass die axialen Geschwindigkeiten von Flüssigkeit $v_{z,L}$ und Tankschalensboden $v_{z,S}$ übereinstimmen müssen. Bei Vollkontakt mit einem nachgiebigen Halbraum gilt zusammen mit der Bodenbewegung $v_{z,B}$:

$$\text{Für } \zeta = z = 0: \quad v_{z,L} = v_{z,S} = v_{z,B} = \frac{du_{z,S}}{dt} = \frac{du_{z,S}}{dt} = \frac{du_{z,B}}{dt} \quad (5.17)$$

Randbedingung 4: Freie Flüssigkeitsoberfläche (BC 4)

An der freien Flüssigkeitsoberfläche ($z = H$) können nach Fischer [14] zwei unterschiedliche Randbedingungen formuliert werden. Randbedingung BC 4b bezieht sich dabei auf die Schwappbewegung und ergibt sich nach Habenberger [36] aus der Bernoulli-Gleichung. BC 4a gilt für die anderen Schwingungskomponenten, bei denen der Fluiddruck an der Oberfläche Null ist.

BC 4a

$$\text{Für } \zeta = 1 \text{ und } z = H: \quad p = 0 \quad (5.18)$$

BC 4b

$$\text{Für } \zeta = 1 \text{ und } z = H: \quad \frac{d^2 \Phi}{dt^2} + g \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (5.19)$$

5.1.5 Lösung der Potentialgleichung

Zur Lösung der Helmholtz-Gleichung (5.5) wird ein Separationsansatz verwendet [102]

$$\Phi(r,z,\theta,t) = P(\xi R) \cdot S(\zeta z) \cdot Q(\theta) \cdot F(t) \quad (5.20)$$

in dem die unabhängigen Faktoren $P(\xi R)$, $S(\zeta z)$ und $Q(\theta)$ Funktionen der unterschiedlichen Zylinderkoordinaten sind. Habenberger [36] entwickelt den zeitabhängigen Faktor $F(t)$ aus den Randbedingungen BC 1 bis BC 4. Unter der Annahme eines symmetrischen Geschwindigkeitspotentials kann der vom Azimut abhängige Faktor $Q(\theta)$ durch eine Fourier-Reihe unter Berücksichtigung der Umfangswellen m ersetzt werden [22]. Unter der Verwendung der Fourier-Reihe wird anschließend (5.5) in die zwei entkoppelten gewöhnlichen Differentialgleichungen $P(\xi R)$, $S(\zeta z)$ umgeformt.

Unter der Berücksichtigung der Randbedingungen werden diese Differentialgleichungen von Habenberger [36] für alle drei Teilpotentiale gelöst. Die Vorgehensweise zur Darstellung der Helmholtz-Gleichung in Zylinderkoordinaten als Produkt von Bessel-, Hyperbel- und Winkelfunktionen wird in Kausel [92] vorgestellt.

Abschließend kann aus der Betrachtung der gemeinsamen Schwingung von Fluid und Struktur zusammengefasst werden, dass es möglich ist, gemeinsame Geschwindigkeitspotentiale aufzustellen. Es ist möglich die flexible Lagerung in das Gesamtmodell aufzunehmen, wodurch die Geschwindigkeitspotentiale beeinflusst werden.

5.2 Dynamische Druckkomponenten

In Abschnitt 5.1 wurden die Grundlagen der gemeinsamen Schwingung von Fluid und Schale beschrieben. Aus der Trägheit der Tankschale, der gelagerten Flüssigkeit und der Interaktion von Flüssigkeit und Tankschale ergibt sich hydrodynamischer Druck, der sich in einzelne Komponenten zerlegen lässt. Da die Eigenperioden der verschiedenen Schwingungsformen weit auseinander liegen (etwa Faktor 10) [22] können die zugehörigen Druckkomponenten entkoppelt betrachtet werden [22, 143]. Bei horizontaler Erdbebenanregung entstehen mehrere unabhängige Druckkomponenten j . Zum einen die konvektive Druckkomponente k , also das Schwappen der freien Flüssigkeitsoberfläche. Dazu die impulsivstarre Druckkomponente is,h aus gemeinsamer horizontaler Starrkörperbewegung von Tank und Untergrund. Bei nachgiebiger Lagerung kann der Tank ebenfalls eine Kippbewegung durchführen, wobei sich ein impulsiv-starrer Druck is,kh aus Starrkörperrotation infolge horizontaler Anregung einstellt. Aus der gemeinsamen Biegeschwingung von Fluid und flexibler Tankschale entsteht die impulsiv-flexible Druckkomponente if,h . So gilt $j \in \{k; is,h; is,hk; if,h\}$. Bei vertikaler Erdbebenanregung stellt sich weder Schwappbewegung noch Kippbewegung ein. Die Druckkomponenten infolge vertikaler Erdbebenanregung werden mit dem Index v versehen. Die strikte Aufteilung der Impulsivkomponenten in starr und flexibel wird beispielsweise von Veletsos & Tang [34], Scharf [144], Veletsos et al. [11] und Mykoniou [89] hinterfragt. In Abschnitt 5.4 fließt diese Diskussion ein, um die passende Umsetzung für die vorliegende BBFI Problemstellung auszuwählen.

An dieser Stelle sollen zunächst die grundlegenden Funktionen der Druckkomponenten vorgestellt und illustriert werden, bevor in Abschnitt 6 die darauf folgende Umsetzung in der Gesamtanalyse dargestellt wird. Die Entwicklung der Druckkomponenten aus der Bernoulli-Gleichung folgt dabei der grundlegenden [15, 145] und angewandten Darstellung [22, 24] in der Literatur. Abschließend zeigt der Abschnitt den Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die Druckkomponenten. Dabei ist nach (5.12) jede Komponente immer das Produkt der Beschleunigung, der Fluidichte und den hyperbolischen, trigonometrischen und Besselfunktionen aus der Lösung der Geschwindigkeitspotentiale. Die Beschleunigung drückt die zeitliche Abhängigkeit aus. Eine frequenzabhängige Berechnung ist mithilfe eines modalanalytischen Verfahrens möglich, welches in Abschnitt 5.4 beschrieben wird. Dort wird die Berücksichtigung von Beschleunigungen im Frequenzbereich beschrieben, alle anderen Größen und Vorgänge bleiben vom Wechsel in den Frequenzbereich unberührt und werden im Folgenden allgemeingültig beschrieben.

5.2.1 Horizontale Erdbebeneinwirkung

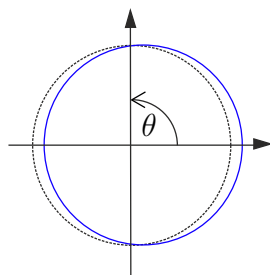


Abbildung 5.4: Kosinusförmige Druckverteilung über den Tankumfang infolge horizontaler Anregung.

Die Druckanteile infolge horizontaler Anregung können kosinusförmig über den Tankumfang verteilt werden, wie in Abhängigkeit von θ in Abbildung 5.4 dargestellt. Dabei entsteht in Anregungsrichtung der maximale Druck für $\cos(0) = 1$, normal dazu ist der Druck gleich Null und an der abgewandten Seite gilt $\cos(\pi) = -1$, was Sog bedeutet. Mit den folgenden Formeln können die Drücke an der Behälterwand und auf dem Behälterboden berechnet werden.

5.2.1.1 Konvektiver Druckanteil

In Tanks mit freier Flüssigkeitsoberfläche erzeugt eine horizontale Erdbebenanregung eine Schwappbewegung. Der konvektive Druck kann mit einer starren Behälterwand berechnet werden, die zugehörigen Eigenperioden liegen weit von den impulsiven Eigenperioden entfernt [22].

Zur konvektiven Druckberechnung muss die Randbedingung BC 4b eingehalten werden.

Der konvektive Druck ergibt sich in den dimensionslosen Zylinderkoordinaten ζ , ξ , θ nach

$$\begin{aligned} p_{k,n}(\zeta, \xi, \theta, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot R \cdot \rho_L}{(\lambda_n^2 - 1)} \cdot \left[\frac{J_1(\lambda_n \cdot \xi)}{J_1(\lambda_n)} \right] \cdot \left[\frac{\cosh(\lambda_n \cdot \gamma \cdot \zeta)}{\cosh(\lambda_n \cdot \gamma)} \right] \cdot [\cos\theta] \cdot [\Gamma_{k,n} \cdot a_{kn}(t)] \\ &= C_{k,n} \cdot R \cdot \rho_L \cdot [\cos\theta] \cdot [\Gamma_{k,n} \cdot a_{k,n}(t)] \\ &= \hat{p}_{k,n} \cdot [\cos\theta] \cdot [\Gamma_{k,n} \cdot a_{k,n}(t)] \end{aligned} \quad (5.21)$$

unter Berücksichtigung der Schwappschwingeigenformen n als Summationsindex und der Schlankheit γ . Der Druck setzt sich aus den dimensionslosen Funktionen des Potentials in $C_{k,n}$ und der Flüssigkeitsdichte ρ_L und dem Tankradius R zusammen. J_1 ist die Besselfunktion erster Ordnung, siehe [103], mit den Extremstellen λ_n . Diese stellen die Nullstellen der ersten Ableitung von J_1 dar [22].

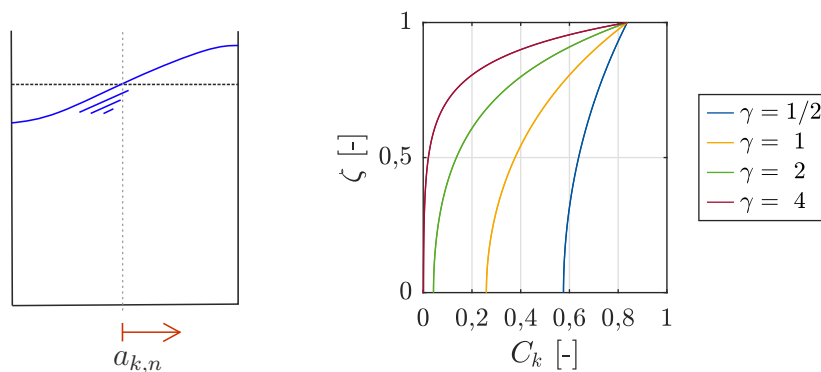


Abbildung 5.5: Schwingform und Druckverteilung der konvektiven Druckkomponente unter horizontaler Erdbewegungsanregung.

$\Gamma_{k,n} \cdot a_{k,n}(t)$ ist die Beschleunigung der Schwingmode n , die zur Anwendung des Antwortspektrenverfahrens aus dem horizontalen Antwortbeschleunigungsverlauf $a_{k,n}(t)$ des äquivalenten Einmassenschwingers berechnet werden kann [22]. Dazu wird der Partizipationsfaktor

$$\Gamma_{k,n} = \frac{2 \cdot \sinh(\lambda_i \cdot \gamma) \cdot [\cosh(\lambda_i \cdot \gamma) - 1]}{\sinh(\lambda_i \cdot \gamma) \cdot \cosh(\lambda_i \cdot \gamma) - \lambda_i \cdot \gamma} \quad (5.22)$$

der n -ten Schwingform eingesetzt. Die zugehörige Periode des Einmassenschwingers folgt in Abhängigkeit der Erdbeschleunigung g nach Fischer & Rammerstorfer [15] zu

$$T_{k,n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g\lambda_n \tanh(\lambda_n \gamma)}{R}}} \quad (5.23)$$

Abbildung 5.5 zeigt sowohl die Schwingungsform und die zugehörige Druckverteilung auf die Behälterwand für $\xi = 1$. Abbildung 5.5 enthält den dimensionslosen Faktor $C_{k,n}$ der den Verlauf der Druckkomponente der ersten Schwappform unabhängig von der Tankgeo-

metrie, der Flüssigkeitsdichte und der Anregung beschreibt. Dabei wird markant deutlich, dass der konvektive Druck am Tankfuß minimal ist und seinem Maximum an der Flüssigkeitsoberfläche nichtlinear entgegenstrebt. In Abhängigkeit der Schlankheit γ ergeben sich unterschiedliche Verläufe. Bei schlanken Tanks ist der Verlauf gekrümmter, für gedrungene Tanks stellen sich um Fußbereich größere Drücke ein.

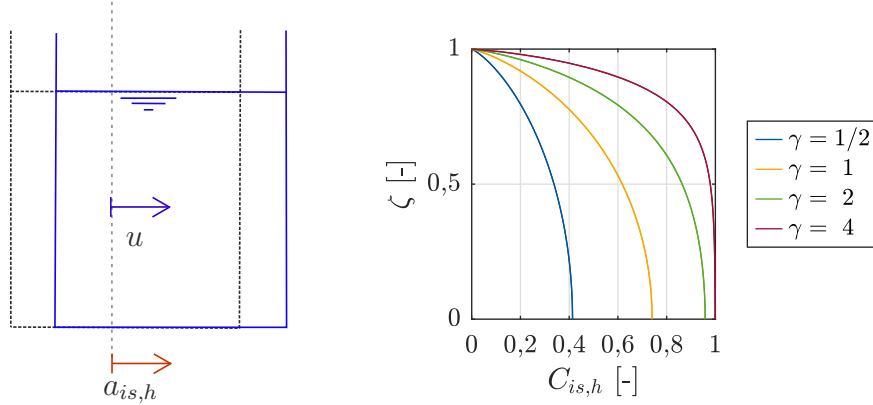


Abbildung 5.6: Schwingform und Druckverteilung der impulsiv-starren Druckkomponente unter horizontaler Erdbewegung.

5.2.1.2 Impulsiv-starrer Druckanteil infolge Horizontalbewegung

Der impulsiv-starre Druck wird anhand der horizontalen Starrkörperverschiebung berechnet. Diese und die zugehörige dimensionslose Druckverteilung $C_{is,h}$ sind in 5.6 in Abhängigkeit der Schlankheit dargestellt. Deutlich wird, dass der impulsiv-starre Druck am Behälterboden maximal ist und mit zunehmender Höhe abnimmt. Für gedrungene Tanks stellen sich größere Drücke ein. Zusätzlich zur Randbedingung BC 4a gilt aufgrund der rein horizontalen Bewegung die Randbedingung BC 3:

$$\text{Für } \zeta = z = 0: \quad v_z = \dot{u}_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (5.24)$$

Der horizontale Druckanteil

$$\begin{aligned} p_{is,h}(\zeta, \xi, \theta, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2R \cdot \rho_L \cdot \gamma \cdot (-1)^n}{\nu_n^2} \cdot \left[\frac{I_1\left(\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot \xi\right)}{I_1'\left(\frac{\nu_n}{\gamma}\right)} \right] \cdot [\cos(\nu_n \cdot \zeta)] \cdot [\cos\theta] \cdot [a_{is,h}(t)] \\ &= C_{is,h} \cdot R \cdot \rho_L \cdot [\cos\theta] \cdot [a_{is,h}(t)] \\ &= \hat{p}_{is,h} \cdot [\cos\theta] \cdot [a_{is,h}(t)] \end{aligned} \quad (5.25)$$

folgt aus dem Summationsindex n , dem Hilfswert $\nu_n = \frac{2n-1}{2}\pi$ und der modifizierten Besselfunktion I_1 und ihrer Ableitung I_1' . Der Partizipationsfaktor $\Gamma_{is,h}$ wird zu 1 gesetzt, da sich Tankboden und Erdboden gemeinsam bewegen, folglich entspricht $a_{is,h}$ der Bodenbeschleunigung a_{eq} .

5.2.1.3 Impulsiv-starrer Druckanteil infolge Kippbewegung

Für eine reine Starrkörperrotation is, kh infolge horizontaler Anregung ergibt sich nach Tang [142] folgender Druckanteil:

$$\begin{aligned}
 p_{is, kh}(\zeta, \xi, \theta, t) &= \left[\xi(1 - \zeta) + \gamma \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^{(n+1)} \cdot \frac{2}{\nu_n^2} - \frac{4}{\nu_n^3}] \cdot \left[\frac{I_1\left(\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot \xi\right)}{I_1'\left(\frac{\nu_n}{\gamma}\right)} \right] \cdot \cos(\nu_n \cdot \zeta) \right] \\
 &\quad \cdot R \cdot \rho_L \cdot [\cos\theta] \cdot [H \cdot \ddot{\alpha}_{is, kh}(t)] \\
 &= C_{is, kh} \cdot R \cdot \rho_L \cdot [\cos\theta] \cdot [H \cdot \ddot{\alpha}_{is, kh}(t)] \\
 &= \hat{p}_{is, kh} \cdot [\cos\theta] \cdot [H \cdot \ddot{\alpha}_{is, kh}(t)]
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

Mit dem Summationsindex n , sowie $\nu_n = \pi \frac{2n-1}{2}$ und der modifizierten Besselfunktion I_1 . Der Druck stellt sich infolge der gemeinsamen Rotation der starren Bodenplatte und der starren Behälterwand ein. Tang [142] teilt die Bewegungen zunächst auf, um die Druckanteile zu bestimmen. Anschließend werden sie zur Gleichung (5.30) zusammen gefasst. Dabei ist $\ddot{\alpha}_{eq}(t)$ die Winkelbeschleunigung in Kipprichtung infolge horizontaler Anregung durch die Bodenbeschleunigung a_{eq} . So gelten für Auswertung des Geschwindigkeitspotentials die Randbedingung BC 1 an der Behälterwand

$$\text{für } \xi = 1 \text{ und } r = R: \quad v_r(\zeta, t) = \dot{u}_r(\zeta, t) = \frac{du_r(\zeta, t)}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \dot{\alpha}_{eq}(t) \cdot z \tag{5.27}$$

und die Randbedingung BC 3 am Tankfuß

$$\text{für } \zeta = z = 0: \quad v_z(\xi, t) = \dot{u}_z(\xi, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\dot{\alpha}_{eq}(t) \cdot r \tag{5.28}$$

sowie die Randbedingung BC 4a an der Oberfläche der Flüssigkeit.

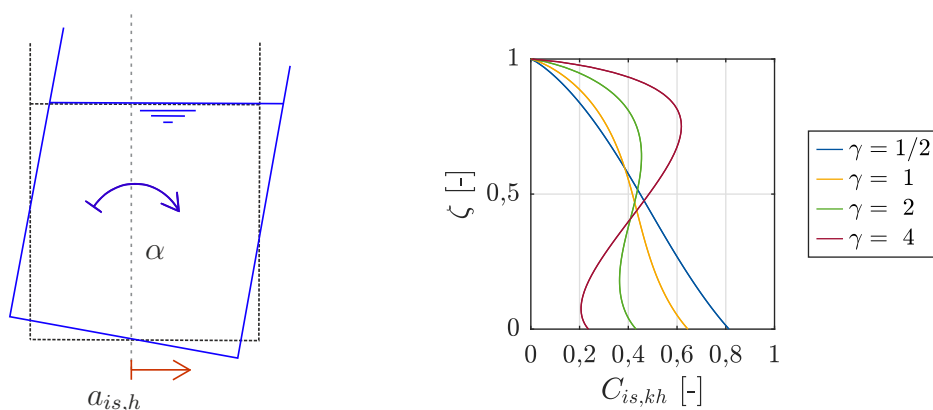


Abbildung 5.7: Schwingform und Druckverteilung der impulsiv-starren Druckkomponente infolge Kippbewegung unter horizontaler Erdbewegungsanregung.

Die gemeinsame Rotation von Boden und Wand ist in Abbildung 5.7 zusammen mit dem

dimensionslosen Druck für verschiedene Schlankheiten dargestellt. Für gedrungene Tanks stellt sich ein nahezu linearer Verlauf ein, der sein Maximum am Tankfuß erreicht. Mit zunehmender Schlankheit wird der Verlauf kurviger und nähert sich dem impulsiv-flexiblen Anteil in Abbildung 5.8 an. Nach Veletsos & Tang [34] entsteht der Druck auf gedrungene Tanks vornehmlich aus der Bewegung der Bodenplatte, während der Druckverlauf schlanker Tanks von der Bewegung der Tankwand dominiert wird.

5.2.1.4 Impulsiv-flexibler Druckanteil infolge Horizontalbewegung

Abbildung 5.8 zeigt, wie sich die Tankschale unter dem impulsiv-flexiblen Druck aus der Interaktionsschwingung von Fluid und flexibler Struktur verformt. Dazu ist eine Eigenform ϕ_n der Tankschale skizziert. Die zugehörige dimensionslose Druckkomponente ist in Abhängigkeit der Schlankheit dargestellt. Zur Berechnung dieses Beispiels wird eine lineare Eigenform $\phi_n(\zeta) = \zeta$ angenommen. Für schlanke Tanks ist der Verlauf der Druckkomponente am markantesten und die größten dimensionslosen Drücke werden erreicht. Aufgrund der rein horizontalen Bewegung gilt für die Randbedingung BC 3:

$$\text{Für } \zeta = z = 0: \quad v_z = \dot{u}_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (5.29)$$

An der Oberfläche gilt die Randbedingung BC 4a. Die impulsive Druckkomponente wird mit

$$\begin{aligned} p_{if,h}(\zeta, \xi, \theta, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left[\frac{I_1\left(\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot \xi\right)}{\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot I_1\left(\frac{\nu_n}{\gamma}\right)} \right] \cdot \left[\cos(\nu_n \cdot \zeta) \cdot \int_0^1 (\phi_n(\zeta) \cdot \cos(\nu_n \cdot \zeta)) d\zeta \right] \\ &\quad \cdot R \cdot \rho_L \cdot [\cos \theta] \cdot [\Gamma_{if,h} \cdot a_{if,h}(t)] \\ &= C_{if,h} \cdot R \cdot \rho_L \cdot [\cos \theta] \cdot [\Gamma_{if,h} \cdot a_{if,h}(t)] \\ &= \hat{p}_{if,h} \cdot [\cos \theta] \cdot [\Gamma_{if,h} \cdot a_{if,h}(t)] \end{aligned} \quad (5.30)$$

berechnet. Sie ist an der Flüssigkeitsoberfläche gleich Null und weist einen nichtlinearen Verlauf auf, dessen Maximum sich in Abhängigkeit der Tank- und Fluideigenschaften zwischen Tankboden und Flüssigkeitsoberfläche einstellt. Neben den in Gleichung (5.25) vorgestellten modifizierten Besselfunktionen und Hilfwerten ist die Druckverteilungen von der Verformungsfigur $u = \phi_n(\zeta, t)$ der Tankwand abhängig [146]. Diese Biegeeigenform ist wiederum von der Druckverteilung abhängig, was eine iterative Bestimmung unumgänglich macht. Eine mögliche Iterationsverfahren wird mit dem Added-Mass-Verfahren in Abschnitt 5.3 vorgestellt. Der dynamische Druck p_{if} wird an der verformten Tankwand bestimmt, wobei die Relativverformung zum Fußpunkt betrachtet wird. Dabei muss die Lagerungsbedingung richtig abgebildet werden. Dementsprechend ergibt sich die Relativbeschleunigung

$$a_{if,h}(t) = a_{if,h,abs}(t) - a_{eq,h}(t) \quad (5.31)$$

aus der Absolutbeschleunigung der gemeinsamen Biegeschwingung $a_{if,h,abs}(t)$ und der Bodenbeschleunigung $a_{eq,h}(t)$, die der Fußpunktbeschleunigung entspricht. Die Gesamtbewegung setzt sich aus der Fußpunktverschiebung im impulsiv-starren Anteil und dieser Relativverschiebung zusammen. Der Partizipationsfaktor für den impulsiv-flexiblen Druckanteil lässt sich nach Meskouris et al. [22] für Flüssigkeitstanks mit konstanter Wanddicke und bei Vernachlässigung der Wandmasse gegenüber der Fluidmasse zu

$$\Gamma_{if,h} = \frac{\int_0^1 p_{if,h}(\xi = 1, \zeta) d\zeta}{\int_0^1 \phi(\zeta) p_{if,h}(\xi = 1, \zeta) d\zeta} \quad (5.32)$$

bestimmen. Einen Partizipationsfaktor für Tanks mit variabler Wandstärke geben Fischer & Rammerstorfer [147] an. In Meskouris et al. [22] wird die erste Eigenperiode $T_{if,h,1}$ nach Rammerstorfer & Fischer [145] mit

$$T_{if,h,1} = 2 \cdot F(\gamma) \sqrt{\frac{W_L}{\pi \cdot g \cdot E \cdot s(\zeta = 1/3)}} = 2 \cdot R \cdot F(\gamma) \sqrt{\frac{H \cdot \rho_L}{E \cdot s(\zeta = 1/3)}} \quad (5.33)$$

angenähert. Dabei ist W_L das Gewicht der gesamten Fluidmasse und $F(\gamma) = 0,157 \cdot \gamma^2 + \gamma + 1,49$ ein statistisch ermittelter Korrekturfaktor nach Rammerstorfer & Fischer [145]. Dieser wurde für Schlankheiten von $\gamma \leq 4$ entwickelt, liefert aber gemäß Meskouris et al. [22] auch für schlankere Tanks ausreichend gute Ergebnisse.

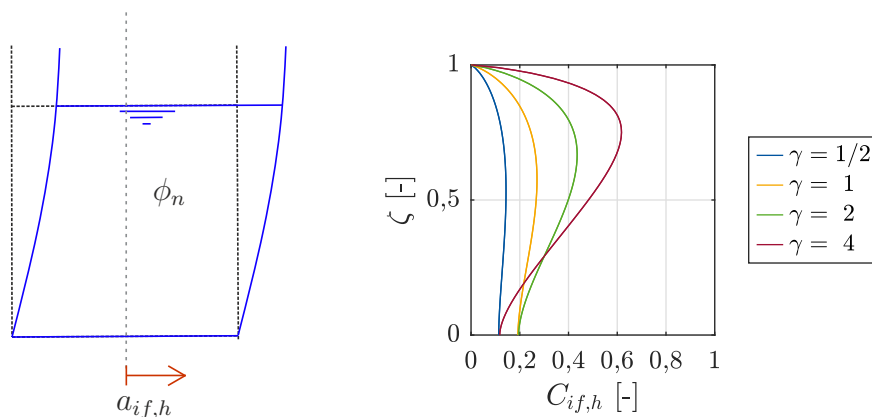


Abbildung 5.8: Schwingform und Druckverteilung der impulsiv-flexiblen Druckkomponente unter horizontaler Erdbebenanregung.

5.2.2 Vertikale Erdbebeneinwirkung

Die Druckkomponenten infolge vertikaler Erdbebeneinwirkung leiten sich analog zu den horizontalen Komponenten aus den Geschwindigkeitspotentialen her. Diese Druckkomponenten sind vollständig rotationssymmetrisch, siehe Abbildung B.1. Dementsprechend können sie keine Umsturmmente erzeugen, aber dennoch die Schalenspannungen der

Tankschale maßgeblich beeinflussen. Eine vertikale Bewegung von Behälter und Flüssigkeit führt zu keiner Schwappbewegung. Dementsprechend stellt sich keine konvektive Komponente ein. Die Anteile aus der vertikalen Bewegung können den Gesamtdruck und die Mantelspannungen maßgeblich vergrößern [22]. Die vertikale Bewegung und dementsprechend der zugehörige dynamische Druck werden ebenfalls von der nachgiebigen Lagerung und den Effekten der BBFI beeinflusst [32, 142]. Da sich die vorliegende Arbeit auf Tankbauwerke unter horizontaler Einwirkung konzentriert, werden die Druckkomponenten infolge vertikaler Einwirkung an dieser Stelle nicht ausführlich dargestellt. Die Formeln zu ihrer Berechnung sowie die qualitative Darstellung finden sich in Anhang B. Die impulsiv-flexible Komponente wird anhand einer Tankeigenform berechnet, welche analog zur horizontalen Einwirkung, von der nachgiebigen Lagerung verändert wird. In Anhang B wird skizziert wie die Berechnung der Druckkomponente unter Berücksichtigung der BBFI durchgeführt werden kann.

5.2.3 Einfluss der flexiblen Lagerung auf die Druckkomponenten

Der Einfluss der flexiblen Lagerung auf die Druckkomponenten kann an mehreren Punkten identifiziert werden. In der impulsiv-flexiblen Komponente hängen die Eigenformen des Systems von dessen Lagerungsbedingungen ab. Die Lagerung auf nachgiebigem Boden ändert also die Eigenform in der Gleichung (5.30) der horizontalen impulsiv-flexiblen Druckberechnung $p_{if,h}$ und der zugehörigen Berechnung des Partizipationsfaktors $\Gamma_{if,h}$ in Anhang B. Das gleiche gilt für die entsprechende vertikale Komponente $p_{if,v}$ in Gleichung (B.2). Davon sind die impulsiv-starren Komponenten und die Schwappkomponente zunächst nicht betroffen. Allerdings zeigt Abschnitt 3.4, dass der Bodenaufbau die Bodenbewegung und die Fundamentrotation beeinflusst und nachgiebige Böden die Erdbenanregung amplifizieren. Dementsprechend hat das Bodenmodell immer einen Einfluss auf die angesetzten Beschleunigungen, was alle Druckkomponenten betrifft.

5.3 Added-Mass-Verfahren

5.3.1 Zusatzdichten

Im Added-Mass-Verfahren sollen die Trägheitskräfte des Fluids in der gemeinsamen Bewegung von Behälter und Flüssigkeit durch zusätzliche Massen abgebildet werden. Die Trägheitskräfte der Zusatzmassen auf der Schale entsprechen dabei denen infolge dynamisch aktivierten Flüssigkeitsdruckes [15, 146]. Nach $F = m \cdot a$ lassen sich die Ersatzmassen aus den Druckverläufen $j \in \{k; is; is,k; if\}$ der Druckkomponenten p_j aus Abschnitt 5.2 bestimmen. Zu jeder Druckkomponente muss der zugehörige Beschleunigungsverlauf $a_j \in \{a_k; a_{is}; a_{is,k}; a_{if}\}$ gewählt werden. Es ergibt sich die Zusatzmasse

$$\Delta m_j = \frac{p_j}{a_j} \quad (5.34)$$

die auf die Tankschale verteilt werden soll. Dazu wird eine Zusatzdichte $\Delta\rho_j$ bestimmt, die sich über Höhe und Umfang des Tankes verteilt. In Abhängigkeit von Tankwanddicke d und Radius R entsteht

$$\Delta\rho_j = \frac{\Delta m_j}{d \cdot R \cdot \delta\zeta} \quad (5.35)$$

für ein Ringelement der Höhe $\delta\zeta$ [146]. Die jeweilige höhenabhängige Zusatzdichte $\Delta\rho_i$ muss auf die Dichte des Tankschalenmaterials ρ_s addiert werden. Die resultierende Gesamtdichte der trockenen Tankschale ergibt sich zu

$$\rho_r = \rho_s + \sum_j \Delta\rho_j \quad (5.36)$$

Verschiedene Möglichkeiten der Kombination der Dichten infolge der jeweiligen Druckkomponenten werden im Folgenden diskutiert.

5.3.2 Iterationsprinzip des Added-Mass-Verfahrens

Die impulsiv-flexible Druckkomponenten $p_{if,h}$ und die zugehörige Beschleunigung $a_{if,h}$ der impulsiv-flexiblen Zusatzdichte $\rho_{if,h}$ sind gemäß den Gleichungen (5.30) und (5.32) direkt von der Modalform $\phi_n(\zeta)$ der Tankschale abhängig. Diese muss im Vorfeld bekannt sein oder iterativ ermittelt werden [22], da sie wiederum von der Druckverteilung abhängig ist. Diese wechselseitige Abhängigkeit bedingt den folgenden iterativen Berechnungsprozess.

Zunächst wird für den initialen Schritt $i = 1$ die Modalform eine Startfunktion ${}^1\phi(\xi)$ angenommen. Yang [16] gibt eine Auswahl näherungsweise Annahmen für die erste Eigenform an:

$${}^1\phi(\zeta) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right), \quad {}^1\phi(\zeta) = \zeta, \quad {}^1\phi(\zeta) = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right) \quad (5.38)$$

Dabei handelt es sich um Kragarmverformungen, die Umfangswellenzahl bleibt $m = 1$. Für den vertikalen Fall kann für die erste Eigenform

$${}^1\phi(\zeta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right) \quad (5.39)$$

angenommen werden.

Nach ihrer Auswahl wird die Startfunktion so normiert, dass sich der maximale Wert $\max({}^1\phi(\zeta)) = 1$ einstellt. Die Fußpunktverschiebung $u(\zeta = 0) = \phi(\zeta = 0)$ ist null. Im ersten Iterationsschritt $i = 1$ kann der Druck ${}^1p_{if}$ anhand der Startfunktion bestimmt werden.

Die Berechnung der Massen und Dichten wird gemäß der Gleichungen 5.34 und 5.35 durchgeführt. Während der Iteration des impulsiv-flexiblen Drucks wird dazu die längenbezogene Resultierende ${}^i r_{if,h}(\zeta, t)$ des Drucks in Erdbebenrichtung genutzt. An der

Tankschale mit $\xi = 1$ gilt für ein Tankmantelsegment $\delta\zeta$ auf einer Tankhöhe ζ

$$\begin{aligned} {}^i r_{if,h}(\zeta,t) &= \int_0^{2\pi} {}^i p_{if,h}(\xi = 1, \zeta, \theta, t) \cdot \cos(\theta) \cdot R \, d\theta \\ &= \pi \cdot R^2 \cdot {}^i p_{if,h}(\xi = 1, \zeta) \end{aligned} \quad (5.40)$$

Um aus dem Druck im Sinne von Gleichung 5.34 längenbezogene Massen zu bestimmen, wird die modale Beschleunigung ${}^i A_{if,h,x}(\zeta,t)$ der impulsiv-flexiblen Schwingform in Anreizungsrichtung x genutzt [146]. Die Beschleunigung

$${}^i A_{if,h,x}(\zeta,t) = {}^i \phi(\zeta) \cdot {}^i \Gamma_{if,h} \cdot {}^i a_{if,h}(t) \quad (5.41)$$

berechnet sich aus der Eigenform ${}^i \phi(\zeta)$ und der modalen Beschleunigung der impulsiv-flexiblen Druckkomponente. Für jeden Iterationsschritt ergeben sich die eigenformabhängigen Zusatzmassen

$${}^i \Delta m_{if,h}(\zeta) = \frac{{}^i r_{if,h}(\zeta,t)}{{}^i A_{if,h,x}(\zeta,t)} \quad (5.42)$$

Unter Verwendung der Gleichungen für den impulsiv-flexiblen Druck (5.30) und der Beschleunigung ${}^i A_{if,h,x}$ lässt sich Gleichung (5.42) zu

$${}^i \Delta m_{if,h}(\zeta) = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho_L \cdot {}^i p_{if,h}(\xi = 1, \zeta)}{{}^i \phi(\zeta)} \quad (5.43)$$

vereinfachen. Die flächenbezogenen Massen werden mit

$${}^i \Delta \rho_{if,h}(\xi) = \frac{{}^i \Delta m_{if,h}(\zeta)}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot d(\zeta)} = \frac{R \cdot \rho_L \cdot {}^i p_{if,h}(\xi = 1, \zeta)}{2 \cdot d(\zeta) \cdot {}^i \phi(\zeta)} \quad (5.44)$$

als Zusatzdichten über die Querschnittsfläche verteilt, wobei die i -te Modalform ${}^i \phi(\zeta)$ berücksichtigt wird. $d(\zeta)$ ist die Stärke des Tankmantels auf der jeweiligen Höhe. Die tatsächliche Tankschalendichte ergibt sich nach Gleichung 5.36, wobei

$$\rho(\zeta) = \rho_s(\zeta) + \sum_{i=0}^{\infty} {}^i \Delta \rho_{if,h}(\zeta) \quad (5.45)$$

alle Eigenformen i berücksichtigt. Mit dieser Zusatzdichte wird die Eigenformberechnung erneut durchgeführt, welche die Eigenform $i + 1$ ergibt. Ein Vergleich der Eigenformen entscheidet über Abbruch oder Weiterführung der Iteration. Stellt sich keine nennenswerte Änderung ein, wird das iterative Verfahren eingestellt, da Konvergenz zwischen Eigenform und Masseverteilung erreicht ist. Die Zusatzdichte der konvektiven und impulsiv-starren Druckkomponenten werden nach Abschluss der Iteration addiert.

Die Berechnung von $p_{if,v}$ infolge vertikaler Anregung ist aufgrund der symmetrischen Druckverteilung über den Umfang übersichtlicher. Der Druck kann mit der radialen Beschleunigung analog zu Gleichung (5.41) direkt in flächenbezogene Massen umgerechnet

werden. So ergibt sich die Ersatzmasse zu

$${}^i\Delta m_{if,v}(\zeta) = \frac{R \cdot \rho_L \cdot {}^i p_{if,v}(\xi = 1, \zeta)}{{}^i\phi(\zeta)} \quad (5.46)$$

Für die Zusatzdichte gilt

$${}^i\Delta\rho(\zeta) = \frac{{}^i\Delta m_{if,v}(\zeta)}{d(\zeta)} = \frac{R \cdot \rho_L \cdot {}^i p_{if,v}(\xi = 1, \zeta)}{d(\zeta) \cdot {}^i\phi(\zeta)} \quad (5.47)$$

womit sich die vertikale und horizontale Zusatzdichten schlussendlich um den Faktor $1/2$ unterscheiden. Der Iterationsprozess erfolgt analog zur horizontalen Komponente.

5.3.3 Anwendungsgrenzen

In Gleichung (5.47) wird durch die Eigenform $\phi(\zeta)$ geteilt. Am Tankfuß gilt für den fest gehalten Tank $\phi(\zeta = 0) = 0$, weshalb sich im Verlauf der Zusatzdichte über die Höhe eine Singularität einstellt, die den Flüssigkeitsdruck massiv überschätzt. Für gedrungene Tanks mit $\gamma < 2$ kann dies zu einer instabilen Iteration führen [148]. Schlussendlich wird gegebenenfalls keine Konvergenz erreicht oder der Ergebnis ungenau.

Zur Lösung dieses Problems schlagen Mykoniou & Holtschoppen [148] die Einführung eines Rayleigh-Quotienten in der Berechnung der Zusatzdichte am Tankfuß vor. Mit diesem wird der Betrag der maximalen Zusatzdichte am Tankfuß begrenzt und die Singularität umgangen. Der Rayleigh-Quotient wird in dieser Arbeit nicht eingesetzt, dies ist Gegenstand weiterer Forschung. Dabei kann untersucht werden inwieweit das Zulassen der Fußpunktverschiebung in der Eigenformberechnung aufgrund nachgiebiger Lagerung die Singularität umgeht beziehungsweise das Problem abmildert.

5.4 Modalanalytische Druckberechnung

5.4.1 Frequenzabhängige Beschleunigungen

Die Berechnung der Druckkomponenten und das Added-Mass-Verfahren lassen sich ebenfalls im Frequenzbereich anwenden. Dazu werden die zeitabhängigen Beschleunigungen durch frequenzabhängige Beschleunigungen ersetzt. So werden zugehörig zu den Schwingformen die Beschleunigung der Erdbebenanregung in modale Anteile zerlegen, wodurch sich zeitunabhängige quasistatische Ersatzlasten [22] ergeben. Gemäß der Formeln der Druckberechnung werden die frequenzabhängigen Beschleunigungen des Freifelds, sowie die absoluten und relativen Beschleunigungen des Gesamtsystems benötigt. Die frequenzabhängige absolute Beschleunigung lässt sich beispielsweise als Pseudo-Beschleunigung aus dem Antwortspektrum ablesen [149], die Freifeldbeschleunigung wird aus dem Antwortspektrum für eine Periode von $T = 0$ entnommen.

5.4.2 Überlagerung der Druckkomponenten

Die verschiedenen Schwingungsformen und Druckanteile werden in Abhängigkeit der jeweils zugehörigen Frequenzbereiche aktiviert. In einer Zeitbereichsrechnung können die Druckanteile so unabhängig voneinander in jedem Zeitschritt auf das System aufgebracht werden [22]. Im Antwortspektrenverfahren wird allerdings im Frequenzbereich der Maximalwert der Beschleunigung in der Eigenfrequenz der Schwingform angesetzt. Dennoch muss sichergestellt werden, dass die Überlagerung aller Anteile zu einer realistischen Erdbebenbeanspruchung führt [22]. Eine reine Addition der Druckmaxima überschätzt die Einwirkung, da diese Maxima in der Realität nicht in den gleichen Frequenzen, also nicht zwangsläufig gleichzeitig auftreten. Meskouris et al. [22] stellen aufbauend auf Rammerstorfer & Fischer [145] als Alternative die SRSS-Überlagerung (Square Root of the Sum of Squares) vor. Unter der Vernachlässigung der Richtungsinformationen werden für $\theta = 0$ die maximalen Druckkomponenten überlagert. Nach Scharf [144] ergibt sich für den maximalen resultierenden Manteldruck

$$p_{h,max}(\zeta) = \sqrt{(p_k(\zeta))^2 + (p_{is,h}(\zeta))^2 + (p_{if,h}(\zeta))^2} \cdot \cos(\theta) \quad (5.48)$$

Die Druckkomponenten p_k , $p_{is,h}$ und $p_{if,h}$ werden anhand der Gleichungen 5.21, 5.25 und 5.30 berechnet. Anstelle der Relativbeschleunigung $a_{if,h}$ im Sinne von Gleichung (5.31) schlägt Scharf [144] vor, den impulsiv-flexiblen Druck mit der Differenz aus absoluter flexibler Beschleunigung $a_{abs,if,h}$ und der Freifeldbeschleunigung a_{eq} zu berechnen. So wird die aufwendige Berechnung von Relativspektren umgangen aber der Aufteilung in Starrkörperbewegung und Schwingung relativ zum Fundament Rechnung getragen. Nach Rammerstorfer & Fischer [145] stellt dies die deutlich konservativere Möglichkeit dar. Zusammenfassend stellt Scharf [144] fest, dass Absolut- und Relativbeschleunigung für die für Tankbauwerke typische Frequenzbereiche annähernd übereinstimmen. Dies spricht für die Anwendbarkeit der SRSS-Überlagerung und dafür die Berechnung der Relativbeschleunigung fallen zu lassen. Weitere Anmerkungen zu den Verfahren finden sich in [15] und [145].

Wie in Abschnitt 5.2 bereits angesprochen wird die strikte Aufteilung der impulsiven Komponente kontrovers diskutiert [11, 34]. So schlägt Veletsos [150] eine weitere Berechnungsmöglichkeit des impulsiven Drucks ohne explizite Bestimmung der impulsiv-starren Komponente vor. Dazu werden in

$$\hat{p}_{imp,h} = \hat{p}_{if,h} \cdot a^{abs}(f_{if}) \quad (5.49)$$

die absoluten Bodenbeschleunigungen in der Eigenfrequenz der gemeinsamen Biegeschwingungen mit den zugehörigen impulsiv-flexiblen Schwingungsformen kombiniert, ohne die Freifeldbeschleunigung abzuziehen. So werden sowohl Starrkörperanteile als auch Biegeanteile der horizontalen Bewegung in einer Komponente berücksichtigt. Soll die impulsiv-starre Kippbewegung mit aufgenommen werden, muss diese zusätzlich auf die kombinierte

impulsive Komponente superponiert werden [35]:

$$\hat{p}_{imp,h} = \hat{p}_{if,h} \cdot a^{abs}(f_{if}) + \hat{p}_{if,kh} \cdot \ddot{\alpha}^{abs}(f_{if}) \quad (5.50)$$

Dabei entspricht $\ddot{\alpha}^{abs}(f_{if})$ der Kippwinkelbeschleunigung des Systems infolge der Beschleunigung $a^{abs}(f_{if})$. Dieses Vorgehen stellt eine alternative Annäherung an das tatsächliche Verhalten des Gesamtsystems dar, dass in Abhängigkeit der Frequenzbereich nicht mit den von Scharf [144] vorgestellten Verfahren übereinstimmt. Die Methodik von Vetsos & Tang [35] erscheint insbesondere bei der Berücksichtigung der BBFI und lokalen Bodenverhältnissen zielführend, wobei die Erdbebenbewegung in bestimmte Frequenzbereichen amplifiziert wird und die Tankschale in der Berechnung nicht als fest gelagert angesehen wird.

Im Zuge dessen muss die SRSS-Überlagerung angepasst werden. Im Sinne von Gleichung 5.50 werden zunächst alle impulsiven Komponenten zusammengefasst und anschließend mit der konvektiven Komponente überlagert. Somit werden in

$$p_h(\zeta, \xi, \theta) = \sqrt{(p_k)^2 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} p_{n,imp} \right)^2} \cdot \cos(\theta) \quad (5.51)$$

alle impulsiven Schwingformen gleich gewichtet, was dem Vorgehen in DIN EN 1998 [151] entspricht. Mykoniou [89] schlägt eine weniger konservative Erweiterung vor, in der alle impulsiven Komponenten zuerst für sich mit der SRSS-Methode überlagert werden.

5.4.3 Überlagerung der Druckanteile infolge vertikaler und horizontaler Erdbeneinwirkung

Erdbebenereignisse beinhalten horizontale und vertikale Bodenbewegungen, weshalb diese getrennt berechneten Druckkomponenten kombiniert werden müssen. Laut Rammerstorfer et al. [152] und Fischer et al. [153] ist es nicht zielführend, Horizontal- und Vertikal-komponente quadratisch zu überlagern, da ein gleichzeitiges Auftreten von Maxima und Minima das Systemverhalten maßgeblich beeinflussen kann. Meskouris et al. [22] stellen in Abhängigkeit der additiven Kombination verschiedene Tankverhalten fest. So ergeben sich für die Kombination aller Maxima

$$p_1 = p_{stat} + p_{h,ges} + p_{p_v,ges} \quad (5.52)$$

maximale Umfangszugspannungen am Tankfuß. Dies ermöglicht plastisches Beulen am Tankfuß, das markante Elefantenfußbeulen. Die Überlagerung von maximalem Horizontaldruck mit minimalem Vertikaldruck

$$p_2 = p_{stat} + p_{h,ges} - p_{p_v,ges} \quad (5.53)$$

resultiert in absinkendem Tankinnendruck. Fällt dessen stabilisierende Wirkung ab, kann sich "diamond shaped buckling" einstellen. Verringert der hydrodynamische Druck den

hydrostatischen Druck

$$p_3 = p_{stat} - p_{h,ges} - p_{pv,ges} \quad (5.54)$$

an der Tankseite entgegengesetzt der Einwirkungsrichtung ist Kavitation möglich. Insbesondere im oberen Tankbereich kann dies zu Manteldruckbeulen führen.

5.4.4 Umsturzmomente und Fundamentschub

Zur Bemessung des Tankfundamentes wird der Fundamentschub und das Umsturzmoment benötigt. Diese berechnen sich aus den drei Komponenten der dynamischen Druckverläufe zu

$$F_{b,j} = \pi \cdot R \cdot H \int_0^1 p_j(\xi = 1, \zeta, \theta = 0) d\zeta \quad (5.55)$$

für die modalen Fundamentschubanteile [22] und

$$M_{W,j} = \pi \cdot R \cdot H^2 \int_0^1 p_j(\xi = 1, \zeta, \theta = 0) d\zeta + \pi \cdot R^3 \int_0^1 p_j(\zeta = 1, \xi, \theta = 0) d\xi \quad (5.56)$$

für das Umsturzmoment infolge des Wanddrucks [22]. Der Index j steht für die Indizes k , is,h und if,h der konvektiven und der impulsiven Druckkomponenten. Die Überlagerung der Komponenten erfolgt im Sinne der vorigen Kapitel.

6 Berechnung nachgiebig gelagerter Tankschalen in SSI-SALT

6.1 Grundlegende Funktionsweise der SALT-Routine

In der Berechnungsroutine Seismic Analysis of Liquid-filled Tanks (SALT) wird das Added-Mass Verfahren genutzt, um praxistauglich statische und dynamische Nachweise an Tankbauwerken unter verschiedenen Lastfällen durchführen zu können. Dies umfasst Nachweise von der reinen Druckberechnung bis zum normativen Beulnachweis und Lastfälle vom Eigengewicht über Schneelast bis hin zur Erdbebeneinwirkung. SALT ist eine gemeinsame Entwicklung des Lehrstuhls für Baustatik und Baudynamik (LBB) der RWTH Aachen University und der SDA-engineering GmbH. Aufbauend auf grundlegenden Entwicklungsarbeiten von unter Anderem Albert [154], Cornelissen [155], Chasapi [156], Korkmaz [157], Mykoniou & Holtschoppen [148], Mykoniou [89] und Rosin [4] wird in Meskouris et al. [22] und Meskouris et al. [24] die Anwendung publiziert.

SALT ist modular aufgebaut und in der Skriptsprache MECHANICAL APDL von ANSYS [127] umgesetzt. Die Iteration der impulsiv-flexiblen Druckkomponente wird mithilfe der Computeralgebra-Software MAPLE [158] durchgeführt. An dieser Stelle wird zunächst der grundlegende Ablauf von SALT erklärt, bevor im Folgenden die Erweiterung um flexibel gelagerte Schalen beschrieben wird. Die mechanischen und mathematischen Hintergründe der Fluid-Struktur-Interaktion werden in Abschnitt 5 beschrieben. Grob folgt der Berechnungsablauf in SALT diesem Schema:

1. Preprocessing: Eingabe von Geometrie- und Materialparametern, Lastfällen und Art der Nachweisführung
2. Aufteilung des Systems in Bauteile und der Tankschale in einzelne Schüsse
3. Vernetzung von Tankwand und -boden, Einbau von Ringsteifen
4. Druckberechnung in ANSYS und MAPLE
5. Berechnung der Knotendrucke und Aufbringen der Zusatzdichten
6. Berechnung von Auflagerreaktionen und Spannungen
7. Postprocessing: Nachweisführung

Dabei werden die einzelnen Schritten in mehreren Subroutinen ausgeführt, die von einem Makro angesteuert werden. Eine Übersicht über alle eingesetzten, beziehungsweise darüber hinaus verfügbaren Makros befinden sich in Anhang C.1. Anhang C.2 listet eine Übersicht aller in SALT verfügbaren Lastfälle auf. In SALT wird die Druckberechnung aus Abschnitt 5 mit dem Antwortspektrenverfahren kombiniert [22, 155]. Die Maximalwerte

der Beschleunigungen werden als Pseudobeschleunigungen aus dem Spektrum entnommen [149]. So verschwindet die Abhängigkeit vom Zeitschritt t und der Druck wird als quasi-statische Ersatzlast aufgebracht.

Die Funktionsweise von ANSYS ist in der zugehörigen Dokumentation [127] und in einschlägiger Literatur beschrieben. Für SALT besonders relevante Punkte werden in den oben genannten Quellen aufgegriffen. In diesem Kapitel werden Änderungen an der SALT-Routine vorgenommen. Diese Änderungen, beziehungsweise ihre Auswirkungen auf die Routine, werden im Folgenden beschrieben.

In den bisherigen SALT Versionen [22, 24, 155] wird der Tank am Boden unverschieblich gelagert. Die Randknoten sind fest eingespannt und alle Tankbodenknoten gelenkig mit dem Fundament verbunden, ein Abheben ist nicht vorgesehen. Rosin [4] erweitert die Lagerung um horizontale Freiheitsgrade, da die eingeführte Basisisolierung gewisse Fußpunktverschiebungen erlaubt. Um die Boden-Bauwerk-Interaktion berücksichtigen zu können muss eine Fundamentbewegung in allen Freiheitsgraden ermöglicht werden. Der Fokus dieses Kapitels liegt dementsprechend auf der Einbindung der flexiblen Lagerung um die Gründung auf nachgiebigen Böden zu simulieren. Zum holistischen Modell gehört außerdem das Einbeziehen von Erdbebenanregungen die den Bodenmodellen entsprechen. Neben der Modifikation der Lagerungsbedingungen müssen ebenfalls Änderungen in der Funktionsweise von SALT und der Darstellung der Tankschale vorgenommen werden. Diese werden im aktuellen Kapitel angesprochen. In der Liste der Subroutinen in Anhang C.1 sind die veränderten Makros gekennzeichnet.

6.2 Flexible Lagerung in SSI-SALT

6.2.1 Problemstellung

An dieser Stelle soll die Implementierung nachgiebig gelagerter Tankschalen beschrieben werden. Dazu wird die in Kapitel 2.1.1 beschriebene Substrukturmethode angewandt. Die zugehörige Substruktur, der Boden, wurde bereits in Abschnitt 2.1 vorgestellt. Der vorliegende Abschnitt konzentriert sich auf das Tankbauwerk und seine Lagerung, also die Anbindung an das Bodenmodell.

Dazu muss zunächst sicher gestellt werden, dass das Added-Mass Verfahren in der SALT-Routine die flexible Lagerung erlaubt. In Abschnitt 5.1.3 wurde bereits gezeigt wie die Potentialfunktion Φ durch die Berücksichtigung der BBI abgeändert wird. Anschließend wurde in Abschnitt 5.2.3 festgestellt, dass die Gleichungen zur Berechnung der dynamischen Drücke eine flexible Lagerung erlauben. Die Solver von ANSYS erlauben die Durchführung von statischen, harmonischen und modalen Analysen bei einer nachgiebigen Lagerung, wie in Kapitel 3.3 gezeigt.

Die Weiterentwicklung von SALT für den Einsatz von Basisisolierungen durch Rosin [4] erweitert die Lagerung um horizontale Freiheitsgrade um Fußpunktverschiebungen zu erlauben. Eine vollständig nachgiebige Lagerung stellt folgerichtig die Einführung weiterer

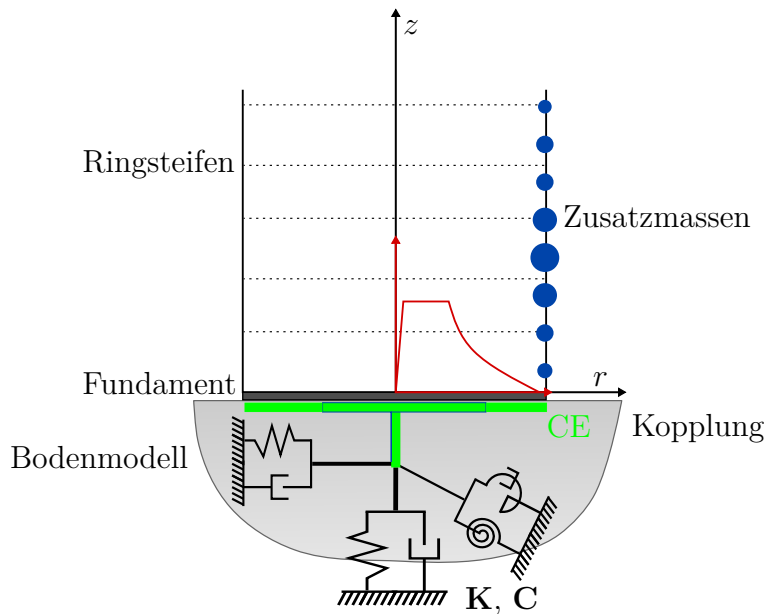


Abbildung 6.1: Holistisches Ersatzsystem des Tankes mit Bodenmodell, Added-Mass-Tankmodell und Lastaufbringung.

Freiheitsgrade dar. Dementsprechend sind horizontale und vertikale Fußpunktverschiebungen ebenso möglich wie Kipp- und Torsionsbewegungen.

Das Gesamtmodell aus Tank, Zusatzmassen, Boden, Kopplung und Anregung ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Außerdem wird die Abhängigkeit der Teilsysteme von den Parametern Flüssigkeitsdichte und Schalenmaterial, sowie der Beschleunigung der Anregung und den Bodeneigenschaften skizziert. Das Koordinatensystem wird aus Kapitel 5 übernommen. Für die Darstellung der dynamischen Flüssigkeitsdrücke wird in der Abbildung bereits das Ersatzsystem aus Zusatzmassen genutzt, auf eine Darstellung der einzelnen Druckkomponenten und des Flüssigkeitsverhaltens wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Der Boden ist als Halbraum abgebildet, das Ersatzsystem aus Feder-Dämpfer-Elementen überlagert den Boden graphisch. Mit CE für Constraint Equations werden die Kopplungsgleichungen zwischen diesen Boden-Elementen und dem Tankfundament in ANSYS bezeichnet. Da im Folgenden verschiedene Arten der seismischen Anregung diskutiert werden, wird diese hier pauschal als a_{eq} bezeichnet und in Form eines Spektrum skizziert. In jedem Fall müssen Beschleunigungen in Abhängigkeit der Periode angesetzt werden.

6.2.2 Schrittweise Weiterentwicklung

Die Weiterentwicklung von SALT geschieht schrittweise für einzelne Teilsysteme um den Einfluss der jeweiligen Änderung auf das Verhalten des Gesamtsystems beurteilen zu können. Die modifizierte SALT Version wird als SSI-SALT (Soil-Structure-Interaction - Seismic Analysis of Liquid-filled Tanks) bezeichnet.

Die schrittweise Entwicklung erlaubt eine fortlaufende Plausibilitätskontrolle und Validie-

rung anhand von Literaturbeispielen oder Vergleichsrechnungen. Dazu werden insbesondere die Modalformen und Eigenfrequenzen der Tankschale betrachtet, sowie die daraus folgenden dynamischen Drücke.

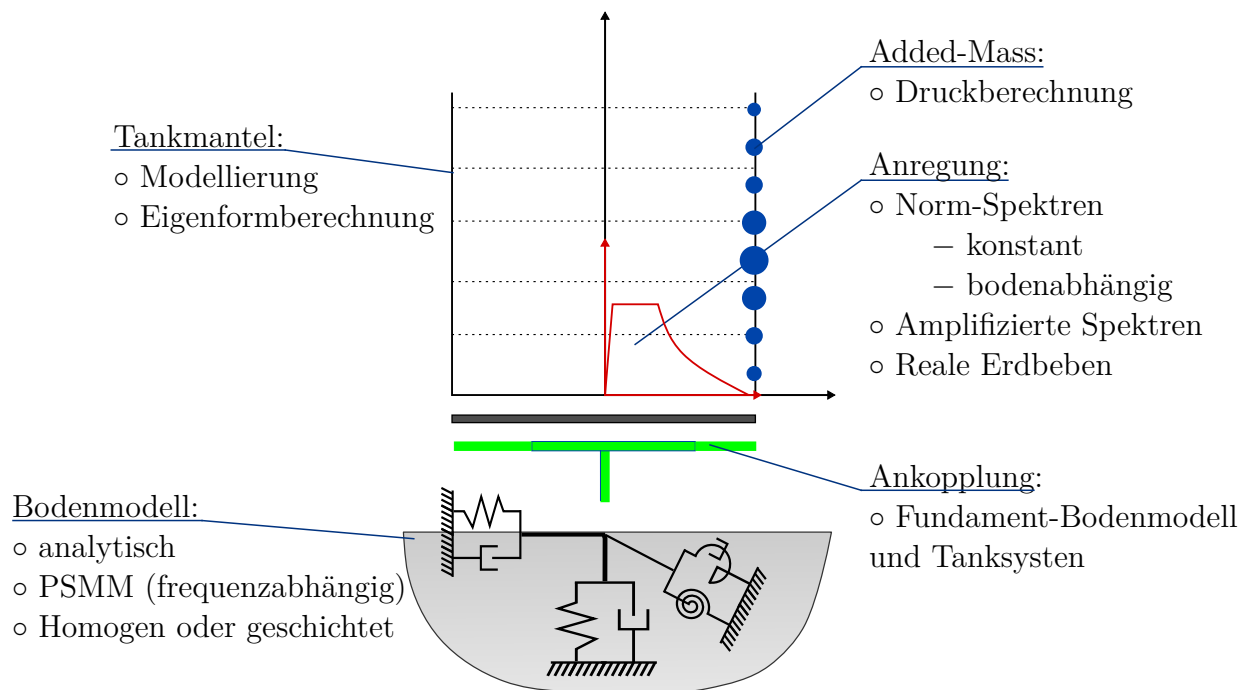


Abbildung 6.2: Teilsysteme der FSI-Analyse. Für jedes Teilsysteme werden die erforderlichen Entwicklungen in SSI-SALT aufgelistet.

In Abbildung 6.2 sind die einzelnen Teilsysteme und die durchzuführenden Änderungen skizziert. Eine Übersicht über diese Systeme, die Veränderungen und die zugehörige Version von SSI-SALT findet man in Tabelle 6.1. In Abbildung 6.2 werden alle Maßnahmen an Tankschale, Druckberechnung, Anregung, Bodenmodell und Ankopplung beschrieben die SSI-SALT von SALT unterscheiden. Dazu gehören zunächst Änderungen an der Modellierung der Schale um die Eigenformberechnung an der flexibel gelagerten Tankschale zu ermöglichen. Anschließend wird die Ankopplung des Bodenmodells durchgeführt. Zur Berechnung der Bodensteifigkeit stehen im Sinne der Kapitel 2.1.3 und 2.4 mehrere Verfahren zur Verfügung. Wie in Tabelle 6.1 beschrieben wird zunächst das vereinfachte Verfahren nach Lysmer [52] und Whitman & Richart [76] eingesetzt. Berechnet werden homogene Böden, der Einfluss der Frequenz wird nicht berücksichtigt. Anschließend wird die PSMM gemäß Abschnitt 2.4 genutzt um unter Einbindung der Frequenzabhängigkeit homogene, geschichtete und vielfach geschichtete Böden zu berechnen.

Um die impulsive Druckkomponente infolge der Kippbewegung zu berechnen, werden die zugehörigen Formeln in SSI-SALT implementiert.

Auch in der Art der seismischen Anregung durchläuft SSI-SALT verschiedene Entwicklungsstufen. Zunächst wird für jeden nachgiebigen Boden die gleiche normative Anregung eingesetzt. Im nächsten Durchlauf werden die normativen Bodenantwortspektren ausgewählt, die laut Norm [129] zu dem eingesetzten Bodenmodell passen. Im darauf folgenden

Schritt werden Fels-Antwortspektren im Sinne von Abschnitt 3.4.2 amplifiziert, um dem eingesetzten Bodenmodell genau zu entsprechen. Für abschließende Untersuchungen werden reale Erdbebenverläufe eingesetzt. Dieser Schritt erlaubt die größte Realitätstreue; Sowohl der Tank, als auch das Bodenmodell inklusive der Anregung sind entsprechend tatsächlicher Gegebenheiten modellierbar. So ist es möglich jede Tankgeometrie mit einem vielfach geschichteten Boden und beliebiger - auch nicht genormter - Anregung zu kombinieren.

Tabelle 6.1 konzentriert sich zunächst auf die maßgeblichen Unterschiede der SSI-SALT Versionen bezüglich der BBI und zeigt die Reihenfolge der Änderungen auf. Die Tabelle enthält Verweise zu den entsprechenden Unterkapiteln. Ein bewertender Vergleich wird am Ende durchgeführt.

Tabelle 6.1: Übersicht über die Versionen von SSI-SALT und Zusammenfassung der wichtigsten Änderungen.

Version	Bodenmodell	Anregung	Kapitel
SALT	fest	normativ	
SSI-SALT 1	analytisch, homogen, konstant	normativ, konstant	6.3.3
SSI-SALT 2	analytisch, homogen, konstant	normativ, bodenangepasst	6.3.4
SSI-SALT 3.1	PSMM, homogen, frequenzabhängig	normativ, bodenangepasst	6.6.2
SSI-SALT 3.2	PSMM, geschichtet, frequenzabhängig	normativ, bodenangepasst	6.6.2
SSI-SALT 4	PSMM, beliebig, frequenzabhängig	amplifizierte Normspektren	6.7
SSI-SALT 5	PSMM, beliebig, frequenzabhängig	amplifizierte Erdbeben	6.8

6.2.3 Ankopplung des Bodenmodells und zugehörige Anpassung des Tankmodells

6.2.3.1 Fundament: In der ursprünglichen SALT-Routine werden Tankwand und Tankboden mit Schalenelementen dargestellt. Auf die Darstellung des Tankbodens kann verzichtet werden, wenn alle unteren Randknoten fest eingespannt sind. Wird der Tankboden modelliert, werden alle Knoten der Unterseite gelenkig gelagert. Ein Abheben des Tanks wird so verhindert. Um die Masse des Fundamentes in der BBFI-Berechnung zu integrieren, wird in der BBFI-Berechnung das Fundament immer modelliert. Tankboden und Gründung werden gelenkig verbunden. Während die Masse in der dynamischen

Analyse eine wichtige Rolle spielt, dient das Fundament außerdem dazu, die Kopplung aller Tankbodenknoten mit der Substruktur zu gewährleisten. Es besteht aus Volumenelementen, deren Vernetzung in der horizontalen Ebene dem Netz der Tankbodenschale entspricht und in Dickenrichtung aus mindestens zwei Elementen besteht um die Kopplung aller Bodenfreiheitsgrade zu ermöglichen. Das Fundament wird zum Anschluss des Bodenmodells als starr angenommen. Dies entspricht zum einen der Annahme in der Impedanzermittlung. Andererseits entstehen andernfalls im Bereich der Lagerung Singularitäten. Diese Annahme setzt voraus, dass eine statische, geotechnische und massivbauliche Bemessung und Durchbildung des Fundamentkörpers durchgeführt wurde und lediglich brauchbare Fundamente verwendet werden. Die Auslegung des Fundamentkörpers ist nicht Bestandteil dieser Arbeit. Üblicherweise werden Stahlbetonfundamente eingesetzt, SSI-SALT ist aber nicht auf deren Nutzung beschränkt. Sowohl Behälterboden, als auch Fundamentboden sind in Abbildung 6.1 enthalten.

6.2.3.2 Substruktur Boden: Die Ankopplung des Bodenmodells an den Tank entspricht der Ankopplung des Testfundamentes aus Abschnitt 3.3. MATRIX27 Elemente beinhalten Real- und Imaginärteile der Bodenimpedanz mit drei Translations- und drei Rotationsfreiheitsgraden in Abhängigkeit der Bodenparameter. Die Berechnung der Impedanzverläufe erfolgt in Abschnitt 3. Die Elemente werden an der Unterseite fest gehalten. Im nächsten Schritt müssen die sechs Freiheitsgrade des MATRIX27 Elementes mit den Translationsfreiheitsgraden der Volumenelemente gekoppelt werden. Dies geschieht mit Constraint Equations, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben. In Abbildung 6.1 sind sowohl die MATRIX27 Elemente, als auch ihre Kopplung an das Fundament dargestellt.

Dementsprechend wird die dynamische Gesamtsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_{d,ges}$ des Tanks im Sinne der Substrukturmethode nach Abschnitt 2.1.1 um die Einträge der Bodenelemente $\mathbf{K}_{d,Soil}$ vergrößert:

$$\mathbf{K}_{d,ges} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{K}_{SI} \\ \mathbf{K}_{IS} & \mathbf{K}_{II} + \mathbf{K}_{d,Soil} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Der Interaktionshorizont I befindet sich an der Unterseite des Fundamentes und beinhaltet dessen Steifigkeit. Die restlichen Knoten des Tankes sind in R kondensiert. Die Massenmatrix des Tankes wird von den Bodenfedern nicht verändert.

In der iterativen Bestimmung des impulsiv-flexiblen Drucks nach Abschnitt 5 wird für jeden Iterationsschritt i jeder Eigenform n eine modale Analyse durchgeführt um die zugehörige Eigenform $\phi_{i,n}$ zu bestimmen. Während der Iteration im Added-Mass-Verfahren ändert sich die Massenverteilung in der Massenmatrix \mathbf{M} in jedem Iterationsschritt. Für die Berechnung von Eigenfrequenz f_i und Eigenform ϕ_i wird die Masseverteilung \mathbf{M}_{i-1} des vorherigen Schrittes genutzt bis Konvergenz erreicht wird. Bei der Verwendung frequenzkonstanter Bodenmodelle verändern sich weder die Steifigkeit der Super- noch der Substruktur während der Iteration. Für $i = 1$ wird für \mathbf{M}_0 eine initiale Druck- und Massenverteilung gemäß Abschnitt 5 angenommen.

Für jede Eigenform gilt:

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M}_{i-1} \mathbf{f}_i^2) \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{0} \quad (6.2)$$

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{K}_{SI} \\ \mathbf{K}_{IS} & \mathbf{K}_{II} + \mathbf{K}_{Soil} \end{bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{i-1,SS} \\ \mathbf{M}_{i-1,II} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{i,SS} \\ \mathbf{f}_{i,II+Soil} \end{Bmatrix}^2 \right) \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\phi}_{i,SS} \\ \boldsymbol{\phi}_{i,II+Soil} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (6.3)$$

Während die Anzahl der Elemente im Vergleich zum komplexen Tankmodell durch diese Maßnahmen nur unwesentlich erhöht wird, haben die zusätzlichen Freiheitsgrade einen markanten Einfluss auf das Verhalten der Gesamtstruktur. Davon ist insbesondere die Eigenform der Tankschale $\boldsymbol{\phi}_{i,SS}$ betroffen. Bei weichem Boden ist dort eine Fußpunkt-bewegung möglich, die im Gesamtverlauf deutlich sichtbar ist. Der Einfluss der weichen Lagerung auf die Eigenform wird im Folgenden untersucht. Grundlegend ist der Einfluss der zusätzlichen Freiheitsgrade auf die Potentialgleichung in Abschnitt 5.1.3 beschrieben worden. Im Gesamtpotential Φ wird der Einfluss der möglichen Horizontal- und Kippbewegungen des Tankes sichtbar.

6.2.3.3 Kippbewegung: Die zusätzlichen horizontalen und vertikalen Freiheitsgrade beeinflussen die Druckberechnung in die jeweilige Bewegungsrichtung. Durch die nachgiebige Lagerung kommen außerdem noch Rotationsfreiheitsgrade hinzu. Die Starrkörperkippbewegung in Anregungsrichtung erzeugt dynamische Drücke auf Behälterwand- und Boden. Diese Druckkomponente wird in Abschnitt 5.2.1.3 beschrieben und in SSI-SALT implementiert. Sie wird zusammen mit der konvektiven Druckkomponente im Anschluss an die Iteration der impulsiv-flexiblen Komponente berechnet. Die Winkelbeschleunigung wird aus der Rotation des starren Tankfundamentes und der Anregung bestimmt. Die Kippbewegung senkrecht zur Anregung sowie Torsionsbewegungen werden in der Druckberechnung nicht berücksichtigt.

6.2.3.4 Ringsteifen: Die Lagerung auf weichem Boden erlaubt die Kippbewegung des Tanks. So setzt sich die Schalenverformung aus Starrkörperbewegung und Biegung zusammen. Ovalisierende Eigenformen und lokale Beuleigenformen haben keinen nennenswerten Einfluss auf die impulsiv-flexible Komponente unter horizontaler Anregung. Daher sollen diese Eigenformen in SALT nicht berücksichtigt werden. In der ursprünglichen, fest gelagerten SALT Versionen wird die Ovalisierung durch das Koppeln aller Schalenknoten auf einer vertikalen Ebene erreicht. In weiteren Anwendungen des Added-Mass-Verfahrens in der Literatur wird die Möglichkeit vorgestellt, die Horizontalverschiebung durch Lager zu verhindern [18], [23]. Dies verhindert allerdings eine Überlagerung von Tankverformung und Starrkörperbewegung infolge Kippen. Aus diesem Grund werden in SSI-SALT alternativ Ringsteifen in variabler Anzahl gleichmäßig verteilt über die Tankhöhe einzogen. Die Anzahl und Verteilung richtet sich standardmäßig nach der Diskretisierung der Tankschale in z -Richtung. Mindestens ist jedoch eine Steife in Pegelhöhe anzuordnen. Abbildung 6.1 skizziert diese Ringsteifen im Gesamtsystem.

6.2.3.5 Seismische Anregung: Der Ort der Anregung wird im Vergleich zur Ursprungsroutine nicht verändert. Das heißt die Bodenbewegung wird weiterhin am Fundament aufgebracht, also an der Superstruktur, wie in Abbildung 6.1 dargestellt. Das Filtern der Bodenbewegung wird in der Substruktur, also dem Bodenmodell, durchgeführt. Im Sinne der Substrukturmethode wird die Bodenbewegung gemäß Abschnitt 3.4 berechnet und dann an die Superstruktur angebunden. So wird der Einfluss der Bodenparameter auf die Anregung berücksichtigt, ohne dass in SSI-SALT Änderungen diesbezüglich vorgenommen werden müssen. Im Sinne der Antwortspektrenmethode werden die Beschleunigungen in SSI-SALT im Frequenzbereich eingesetzt.

6.2.4 Iterative Druckbestimmung der impulsiv-flexiblen Druckbestimmung in SSI-SALT

Die Vorgehensweise der iterativen Druckbestimmung in SSI-SALT entspricht in größten Teilen dem ursprünglichen SALT [155], [22], [24]. Durch die nachgiebige Lagerung ändern sich allerdings die zu berücksichtigenden Eigenformen. Um diese sinnvoll einzubeziehen wird das Verfahren stellenweise leicht abgewandelt. Die Grundlagen der iterativen Druckberechnung werden in Abschnitt 5 beschrieben, an dieser Stelle folgt die Umsetzung in SSI-SALT. SSI-SALT ist dazu eingerichtet, mehrere Eigenformen zu berechnen um sie anschließend in der Druckbestimmung berücksichtigen zu können. Dies ist nach Mykoniou [89] erforderlich, um Tanks mit einer Schlankheit > 2 akkurat berechnen zu können. Dazu wird die Laufvariabel n eingeführt, mit der jede Modalform eindeutig benannt wird. So wird ein Überschreiben der gefundenen Ergebnisse verhindert. Für jede Modalform n ist der grundlegende Ablauf der Iteration für die Iterationsschritte i :

- (1) Iteration der Modalform für jeden Schritt i :
 - ($i = 1$) Im Ausgangsschritt wird eine lineare Modalform angenommen und auf eine maximale Verschiebung am Pegelstand von 1 normiert.
 - ($i > 1$) Bestimmung weiterer Eigenformen mit Modalanalysen in ANSYS am Gesamtsystem, siehe Abbildung 6.3 (a). Dazu werden die Verschiebungen der Tankwandknoten im Winkel $\theta = 0$ berechnet und auf 1 normiert (vergleiche Abbildung 6.3 (b)). Die jeweiligen Eigenfrequenzen und Partizipationsfaktoren werden ebenfalls ausgegeben.
- (2) Übergabe der Modalform an MAPLE und dortige Berechnung der normierten Druckverteilung $\hat{p}_{i,f,h}$.
- (3) Der berechnete Druck wird von MAPLE zurück an ANSYS übergeben. Dort wird die Zusatzdichte bestimmt, und auf die Dichte aller Schalenelemente von gleicher Höhe addiert.
- (4) Konvergenzkontrolle: Vergleich der Änderung der Zusatzdichten der Eigenformen i und $i - 1$.

(a) Bei Konvergenz wird die Iteration beendet, weiter zu Schritt (5).

Konvergiert die Lösung nicht, zurück zu Schritt (1) ($i > 1$). Sind die maximalen Iterationsschritte erreicht, wird die Iteration erfolglos abgebrochen.

(5) Ausgabe von Druck- und Dichteverteilung, Eigenfrequenz, Partizipationsfaktor und Modalform. Durch die Skalierung mit Beschleunigung und Partizipationsfaktor entsteht aus $\hat{p}_{i,f,h}$ der tatsächliche Druck $p_{i,f,h}$.

In Abbildung 6.3 ist der iterative Prozess der normierten Druckberechnung für eine Eigenform dargestellt.

Es sollen nur die Eigenformen berücksichtigt werden die für die Berechnung des Druckverlaufes gemäß Abschnitt 5 entscheidend sind. Dazu gehören weder ovalisierende Eigenformen, wie im vorigen Kapitel 6.2.3.4 beschrieben, noch lokale Eigenformen, wie die Eigenformen der einzelnen Federelemente oder Anbauteile wie dem Tankdach. Durch das Wegfallen der Kopplung aller Schalenknoten ist die Auftretenswahrscheinlichkeit lokaler Beuleigenformen gestiegen. Diese haben ebenfalls einen sehr geringen Einfluss auf den impulsiv-flexiblen Druck und werden nicht berücksichtigt. Das gleiche gilt für Eigenformen mit maßgeblich vertikalen Knotenverformungen. Die impulsiv-flexible Druckverteilung weist nach Abschnitt 5 einen kosinusförmigen Verlauf auf, was ebenfalls für die ausgewählten Eigenformen gilt. Beginnend mit der ersten gefundenen Eigenform $n = 1$ werden die Eigenformen auf ihre Brauchbarkeit geprüft. Erfüllt die gefundene Eigenform $n = 1$ die Anforderungen, wird sie abgespeichert und mit der Berechnung von $n = 2$ begonnen. Erfüllt sie die Anforderungen nicht, werden die Resultate verworfen und die Eigenform der nächsten Untersuchung erneut als $n = 1$ bezeichnet.

In SALT sind maximal 60 Iterationsschritte pro Eigenform vorgesehen. Bei nachgiebiger Lagerung benötigt SSI-SALT in der Regel deutlich weniger als 10 Iterationen bis zur Konvergenz einer Eigenform. Nach den Erfahrungen von Alder [159] mit nachgiebig gebetteten Tanks wird die Anzahl der Iterationsschritte pro Eigenform auf 10 beschränkt.

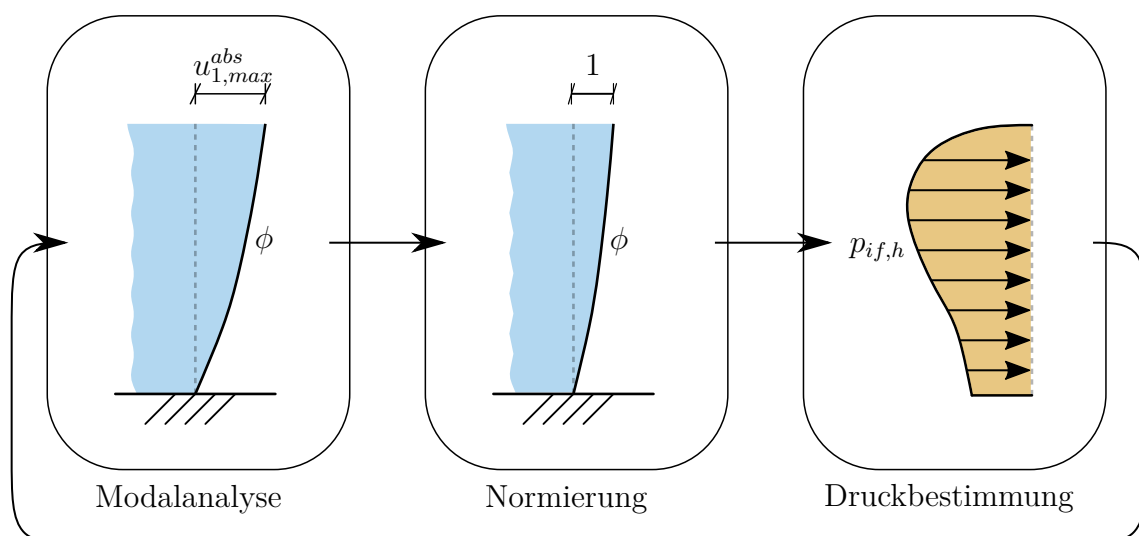


Abbildung 6.3: Untergeordnete Berechnungsschritte einer Iteration in SSI-SALT.

Zum Erreichen der Konvergenz muss die Abweichung der Zusatzdichte weniger als 1 % betragen. Nach Cornelissen [155] wird dies an einem über alle Knoten k gemittelten Wert bestimmt:

$$\frac{1}{k} \sum_k |{}^n \phi_{if}(\zeta_k) - {}^{n-1} \phi_{if}(\zeta_k)| \leq 0,01 \quad (6.4)$$

wobei der Summationsindex k der Nummer der Knoten an der Tankwand ($\xi = 1, \theta = 0$) entspricht. ${}^n \phi_{if,h}$ ist die impulsiv-flexible Eigenform im Iterationsschritt n . Eigenformen für die keine Konvergenz erreicht werden kann werden ignoriert. An diesem Punkt sind alle Drücke auf eine Beschleunigung von 1 normiert und werden anschließend mit den zugehörigen Partizipationsfaktoren und Beschleunigungen skaliert. Als Alternative zur Iteration der Eigenform stellt Mykoniou [89] eine geschlossene Lösung vor, die unter Betrachtung der Massenmatrix gebildet wird. In dieser geschlossenen Lösung ist das Einbinden komplexer Bodenmodelle nicht möglich.

Im Folgenden ist die Anzahl der Konvergenzschritte vom Verhalten der Impedanzfunktion des Bodens abhängig. Die Verwendung höherer Eigenformen wird in Abschnitt 6.11 diskutiert. Zunächst wird für den impulsiv-flexiblen Druck lediglich die erste brauchbare Eigenform verwendet, wie es insbesondere für gedrungene Tanks ausreichend ist [11, 160]. Wie in Abschnitt 5.4 bereits angesprochen, wird die strikte Aufteilung der impulsiven Komponente kontrovers diskutiert. Dem folgend, werden in SSI-SALT mit

$$p_{imp,h} = p_{if,h} \cdot a^{abs}(f_{if}) + p_{if,kh} \cdot \ddot{\alpha}^{abs}(f_{if}) \quad (6.5)$$

für jede Modalform die absoluten Beschleunigungen a^{abs} der impulsiv-starren Bewegung mit den zugehörigen impulsiv-flexiblen Schwingungsformen kombiniert. Zusätzlich wird der impulsiv-starre Kippanteil aufgenommen, der sich für die Kippwinkelbeschleunigung $\ddot{\alpha}^{abs}$ infolge der Bodenbeschleunigung a^{abs} einstellt. Auf diese Weise werden sowohl Starrkörperanteile als auch Biegeanteile berücksichtigt [11] und die Berechnung der relativen Beschleunigung umgangen [89]. Im frequenzabhängigen Vorgehen in SSI-SALT muss dem Erdbebenspektrum die Beschleunigung entnommen werden, die der Frequenz f_{if} , beziehungsweise der Periode T_{if} , der impulsiv-flexiblen Bewegung entsprechen.

Die Berechnung des konvektiven und des impulsiv-starren Druckanteil bleibt von diesen Änderungen unberührt. In den grundlegenden Gleichungen in Abschnitt 5 wurde kein Einfluss der Lagerung auf diese Komponenten festgestellt. Dies wird von den Untersuchungen von unter Anderen Veletsos et al. [11] und Moslemi & Kianoush [161] bestätigt. Aus diesem Grund werden diese beiden Druckkomponenten weiterhin am starr-gelagerten Tank berechnet, der der Implementierung in SALT entspricht.

6.3 Druckberechnung – Berechnungsbeispiel

6.3.1 Problembeschreibung

Mit dem in Abschnitt 6.2.3 eingeführten und in Abbildung 6.1 dargestellten Ersatzsystem werden Beispielrechnungen durchgeführt. Als Vergleichsbeispiele werden zwei Tanks

aus der Literatur [22] gewählt, ihre Eigenschaften sind in Tabelle 6.2 enthalten. Dabei handelt es sich um einen schlanken und einen gedrunenen Tank mit unterschiedlicher Flüssigkeitsfüllung.

Tabelle 6.2: Beispielhafte Tanksysteme nach Meskouris et al. [22]

	schlanker Tank	gedrunener Tank
Abkürzung	BuE1	BuE2
Radius R [m]	2,35	23,0
Tankhöhe L [m]	15,75	32,0
Fluidhöhe H [m]	14,1	31,5
Tankschlankheit γ [-]	6,0	1,37
Tankwanddicke s [mm]	3,7	11,3
bezogener Radius η [-]	635,14	2035,40
Elastizitätsmodul E [kN/cm ²]	17.000	20.000
Rohdichte Fluid ρ [t/m ³]	1,35	0,568
Volumen Fluid V [m ³]	244,6	52.350,0
Masse Fluid m_L [t]	320,2	29.734,8
Bedeutungsbeiwert S [-]	1,2	1,6
Baugrundklasse [-]	C	C
Untergrundklasse [-]	S	R

Zum Vergleich mit Meskouris et al. [22] werden der konvektive Druck, der impulsiv starre Druck und der impulsiv-flexible Druck berechnet. Letzterer nur unter Verwendung der ersten Eigenform, da die BBFI laut Veletsos et al. [11] nur auf diese einen maßgeblichen Einfluss zeigt. In einem ersten Durchlauf wird der Tank gemäß der ursprünglichen SALT-Routine am Boden fest gelagert. Anschließend werden Bodensteifigkeiten gemäß Abschnitt 2.1.3 in die Matrix-Elemente der Bodenankopplung geschrieben. Der Schubmodul wird variiert um die flexible Lagerung auf unterschiedlichen Böden zu simulieren. Der Wertebereich reicht von einem sehr weichen Schubmodul mit $\mu = 5 \text{ MN/m}^2$ bis zu einem felsartigen Boden mit $\mu = 2000 \text{ MN/m}^2$. Zusätzlich wird ein unendlich steifer Boden angenommen. Als Bodenbeschleunigung werden Antwortspektren nach Norm [129] mit den Parametern nach Tabelle 6.2 angesetzt.

Um die Änderungen an der SALT Routine und den Einfluss der BBI auf die Tankschale beziehungsweise den Druck aufzuzeigen, gliedert sich die Untersuchung in sechs Schritte. Dabei werden mit unterschiedlicher Anregung die eingangs beschriebenen Tank-Boden-Modelle untersucht:

1. Vergleich der Drücke am fest gelagerten Tank mit der Literatur.

2. Tankmodelle mit variierender Lagerung, jedes System wird mit den Spektren aus Tabelle 6.2 belastet. Ausgewertet wird entsprechend Meskouris et al. [22] der impulsiv-flexible Druck $p_{if,h}$ gemäß Gleichung 5.30 aus Kapitel 5.
3. An den gleichen Tankmodellen werden die belastungsunabhängigen Eigenfrequenzen f_{if} und Modalformen ϕ_{if} der impulsiv-flexiblen Interaktionsschwingung untersucht.
4. Die Tankmodelle werden mit variablen Spektren entsprechend den jeweiligen Bodenparametern belastet, $p_{if,h}$ wird ausgewertet.
5. Der impulsiv-starre Druck infolge einer Kippbewegung des Tanks unter horizontaler Belastung wird berechnet.
6. Die impulsiven Komponenten werden zusammen gefasst.

6.3.2 Vergleich mit der Literatur

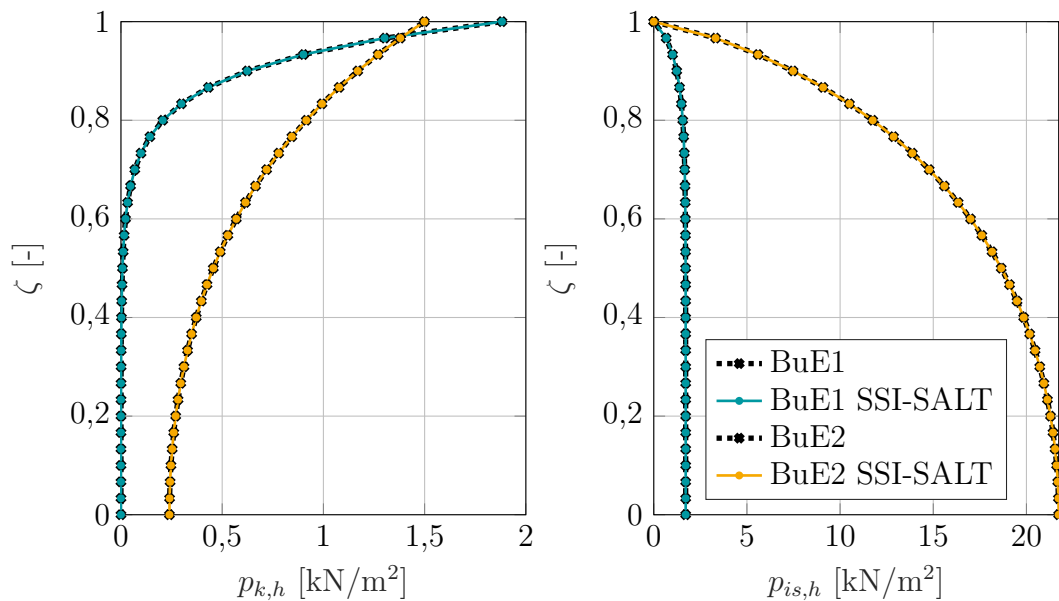


Abbildung 6.4: Vergleich der konvektiven und impulsiv-starren Drücke berechnet mit SSI-SALT und nach Meskouris et al. [22] für die beiden Beispeltanks BuE1 und BuE2.

Im ersten Schritt wird mit SSI-SALT das Ausgangsproblem aus Meskouris et al. [22] dargestellt. Das heißt die in Tabelle 6.2 beschriebenen Tanks sind weiterhin starr gelagert. So soll überprüft werden, ob für diesen Fall SSI-SALT weiterhin richtige Ergebnisse liefert.

Zunächst werden der konvektive und der impulsiv-starre Druck betrachtet. Entsprechend der Gleichungen in Abschnitt 5 stellt man fest, dass kein Einfluss der nachgiebigen Lagerung zu sehen ist. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 6.4 dargestellt, auf der Abszisse sind die Druckverläufe abgebildet, die Ordinate zeigt die dimensionslose

Höhe $\zeta = z/H$. Der konvektive Druck wird für die erste Schwappeigenform berechnet. Die Druckverläufe $p_{k,h}$ und $p_{is,h}$ beider Tanks entsprechen den Ergebnissen der Literatur und der ursprünglichen Lagerung in SALT [22]. Ein Vergleichswert mit einem beliebig weichen Boden liefert die gleichen Resultate. Der fehlende Einfluss der nachgiebigen Lagerung wird von Veletsos & Tang [35] und Moslemi & Kianoush [161] bestätigt.

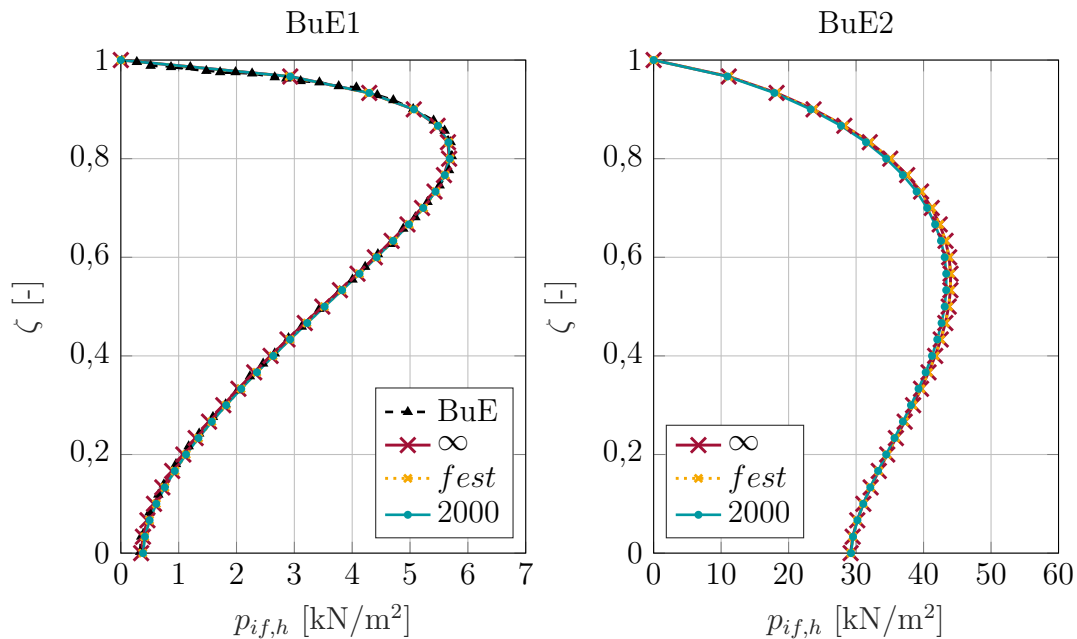


Abbildung 6.5: Vergleich von Tanks auf entweder steifen oder nachgiebigen Böden in SSI-SALT mit fest gelagerten Tanks und der Literatur [22].

Im Vergleich der beiden Beispieltanks lässt sich der Einfluss der Tankparameter auf die konvektiven und impulsiv-starren Druckverläufe erkennen. Am Tankfuß ist der konvektive Druck am gedrungeneren Tank größer, für den schlanken und dünnwandigeren Tank stellt sich eine starke Druckzunahme ein, die in einem markanten Maximum resultiert. Dieses Maximum übertrifft den maximalen Druck am gedrungeneren Tank mit dem größeren bezogenen Radius η . Der impulsiv-starre Druck ist am gedrungeneren Tank über den gesamten Verlauf deutlich größer.

Im Folgenden soll auf die Schwappbewegung nicht weiter eingegangen werden. Für den Großteil der untersuchten Tankgeometrien ist der impulsive Druck deutlich höher, welcher von der Tankeigenform abhängig ist, was im Folgenden weiter untersucht wird. Allerdings zeigen Untersuchungen von Kalogerakou et al. [162] einen interessanten Einfluss von Erdbebenparametern auf die Schwappbewegung auf. So wird die zweite Schwappeigenform von Nahfeldeffekten [163] amplifiziert, was zu unerwartet starken Beschädigungen von Tankdächern führt.

Für die gleichen Systeme, also die starr gelagerten Tanks BuE1 und BuE2, wird in Abbildung 6.5 der impulsiv-flexible Druck dargestellt. Es werden der Verlauf aus Meskouris

et al. [22], sowie die Berechnung am fest gelagerten Tank in SSI-SALT gezeigt. Beide Verläufe stimmen überein. Darüber hinaus sind zwei Verläufe von Systemen dargestellt, bei denen die Lagerung Abschnitt 6.2 entspricht. Für den Schubmodul wurden $\mu = 2000$ MN/m² und ein unendlich großer Wert eingesetzt was einer quasi-starren Lagerung entspricht. Auch für diese Systeme stellen sich deckungsgleiche Druckverläufe ein, SSI-SALT liefert für diese fest gelagerten Systeme richtige Ergebnisse.

Tabelle 6.3: Vergleich der Eigenperioden und Partizipationsfaktoren starr gelagerter Tanks berechnet mit SSI-SALT und Meskouris et al. [22].

	$T_{k,h}$ [s]	$f_{k,h}$ [Hz]	$\Gamma_{k,h}$ [-]	$T_{if,h}$ [s]	$\Gamma_{if,h}$ [-]	$f_{if,h}$ [Hz]
BuE1 [22]	2,270	0,441	2,000	0,373 / 0,340	1,635	2,681 / 2,941
BuE1 SALT	2,270	0,441	2,000	0,338	1,671	2,959
BuE2 [22]	7,137	0,140	1,798	0,357 / 0,407	1,580	2,801 / 2,457
BuE2 SALT	7,137	0,140	1,798	0,358	1,570	2,793

Die zugehörigen konvektiven und impulsiv-flexiblen Partizipationsfaktoren und Eigenperioden bzw. Eigenfrequenzen dieser Untersuchung sind in Tabelle 6.3 beschrieben. Zum einen sticht der große Unterschied zwischen den Eigenperioden $T_{k,h}$ und $T_{if,h}$ ins Auge. Die konvektiven Eigenperioden zwischen SSI-SALT und der Literatur stimmen eindeutig überein, gleiches gilt für $\Gamma_{k,h}$. Meskouris et al. [22] geben für die impulsiv-flexible Eigenperiode einen analytisch ermittelten Wert und einen am FE-Modell ermittelten Wert an, die leicht voneinander abweichen. Im Vergleich dazu stimmt der Wert von SSI-SALT gut überein. Auch für $\Gamma_{if,h}$ wird eine gute Übereinstimmung erreicht. Der schlanke, dünnwandige Tank weist einen größeren Partizipationsfaktor auf. Dies bedeutet, dass an der Schwingung dieses Tanks mehr Masse des Systems teilnimmt.

6.3.3 Einfluss der nachgiebigen Lagerung

6.3.3.1 Impulsiv-flexible Druckkomponente Im zweiten Schritt wird das Ausgangsproblem aus Meskouris et al. [22] um die nachgiebige Lagerung erweitert. Für alle Böden wird das gleiche Antwortspektrum angesetzt, unabhängig von der Steifigkeit der Lagerung. Das Ansetzen der gleichen Anregung für alle Böden geschieht im Sinne einer Normierung der Anregung um den Einfluss der Lagerung auf die sonst gleichbleibenden Systeme aufzuzeigen. Aufgrund der frequenzabhängigen Wechselwirkung von Anregung, Eigenform und Druck handelt es sich dabei nicht um eine Normierung im mathematischen Sinne.

Der impulsiv-flexible Druck infolge horizontaler Bodenbewegung ist für beide Tanks in Abbildung 6.6 dargestellt. Zur Berechnung werden für alle Systeme die Spektren aus Tabelle 6.2 eingesetzt. Mit fester Lagerung entspricht $p_{if,h}$ den Ergebnissen von Meskouris

et al. [22], gleiche Ergebnisse liefert der unendlich steife Boden. Am schlanken, dünnwandigen Tank stellt sich im oberen Drittel ein markantes Druckmaximum ein. Im Vergleich ist dieses Maximum am gedrunenen Tank deutlich größer und liegt tiefer, ist aber weniger dominant im Gesamtverlauf. Der Schubmodul bewegt sich in realistischen Größenordnungen zwischen 20 MN/m^2 und 2000 MN/m^2 . Für den schlanken Tank BuE1 werden aus Gründen der Übersichtlichkeit weniger Verläufe dargestellt als für BuE2. Der weicheste Boden liefert den niedrigsten Druck, mit steigendem Schubmodul nimmt der Druck zu,

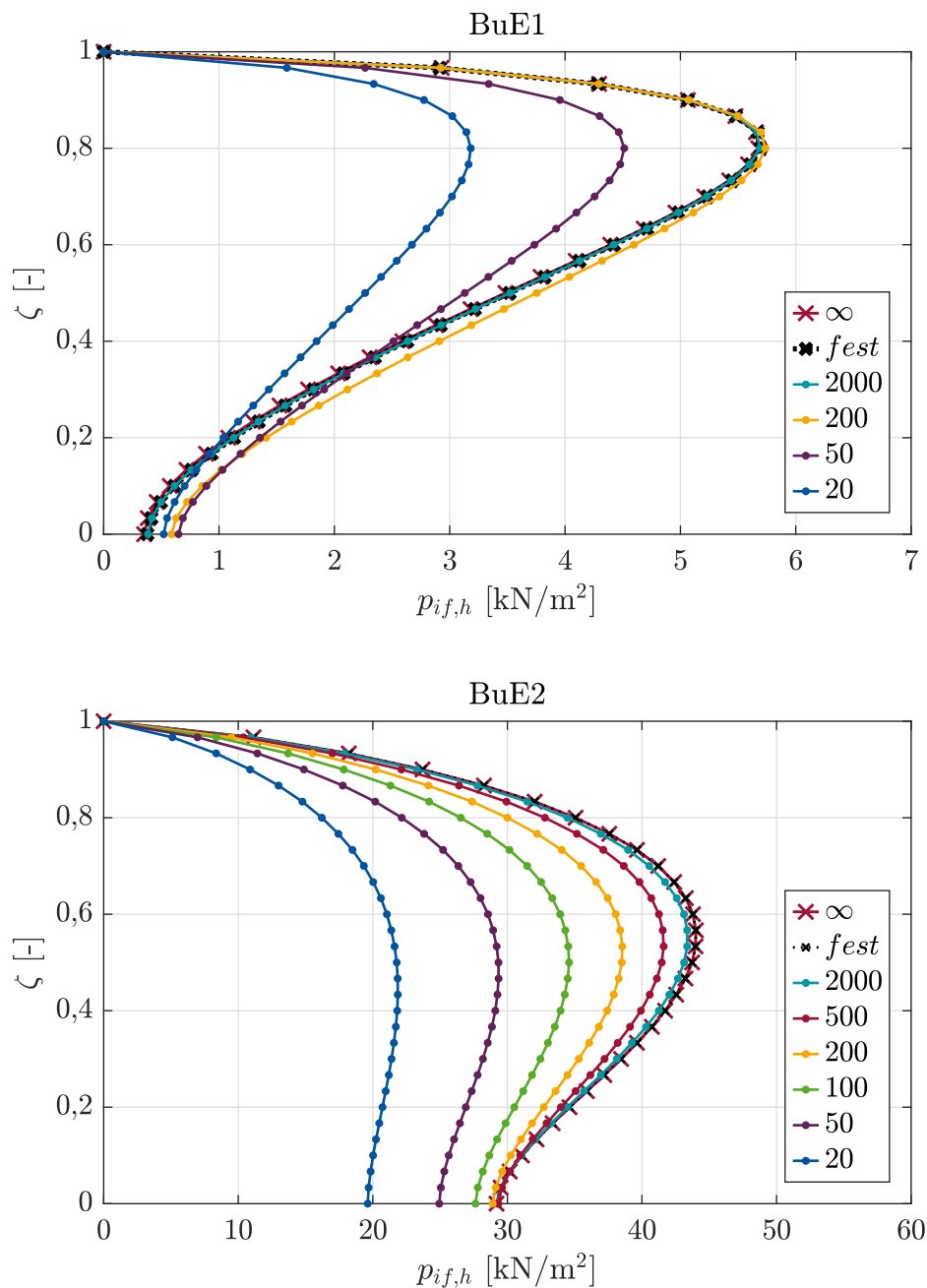


Abbildung 6.6: Vergleich des impulsiv flexiblen Drucks für einen schlanken Tank (BuE1) und einen gedrunenen Tank (BuE2) auf nachgiebigen Böden mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 . Die Anregung entspricht für jedes System der Anregung in Tabelle 6.2.

was den Beobachtungen von Veletsos & Tang [35] und Veletsos et al. [11] entspricht. Allerdings ist diese Zunahme nicht gleichförmig. Sobald der Boden felsartige Werte annimmt, nähert sich der Druckverlauf dem fest gehaltenen Tank an. Für den schlanken Tank geschieht dies früher - bei einem Schubmodul von $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ - als am gedrunenen Tank mit $\mu = 2000 \text{ MN/m}^2$. Für den schlanken Tank BuE1 ist die Größe des minimale Drucks bei einem Schubmodul von $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ 55% des maximalen Drucks eines fest gehaltenen Tanks. Am gedrunenen Tank BuE2 beträgt der minimale Druck 50% des maximalen Drucks, die Druckzunahme über den Schubmodul ist allerdings kleinschrittiger.

Der Einfluss des nachgiebigen Bodens auf globale Tankgrößen wie Eigenfrequenz und die Auflagerreaktionen in der Literatur bestätigt diese Untersuchungen [11, 35, 40]. In Abschnitt 6.4 werden Vergleichsrechnungen mit den Tankbauwerken aus Veletsos & Tang [35] zur Validierung von SSI-SALT durchgeführt. Das unterschiedliche Verhalten der untersuchten Tanks in Abhängigkeit der Schlankheit und des bezogenen Radius wird für fest gehaltene Tanks ebenfalls von Wunderlich & Seiler [160] und Virella et al. [18] beobachtet.

6.3.3.2 Modale Analyse in Abhängigkeit der Lagerung Für die impulsiv-flexible Komponente der Tanks auf verschiedenen Böden sollen die jeweiligen Partizipationsfaktoren und Eigenperioden betrachtet werden. Tabelle 6.4 zeigt den Einfluss der nachgiebigen Lagerung auf. Der steife Boden mit einem Schubmodul von $\mu = 2000 \text{ MN/m}^2$ liefert für beide Tanks Werte im Bereich der starren Lagerung. Mit steigender Bodensteifigkeit sinkt die Schwingperiode deutlich ab, die Eigenfrequenz nimmt zu. Dies deckt sich mit den Beobachtungen von Veletsos & Tang [35].

Tabelle 6.4: Einfluss der nachgiebigen Lagerung auf die Eigenperiode und den Partizipationsfaktor der impulsiv-flexiblen Druckkomponente.

	$\mu \text{ [kN/m}^2\text{]}$	5	50	100	200	2000
BuE1	$T_{if,h} \text{ [s]}$	1,686	0,638	0,519	0,448	0,373
	$f_{if,h} \text{ [Hz]}$	0,593	1,567	1,927	2,232	2,681
	$\Gamma_{if,h} \text{ [-]}$	1,623	1,649	1,663	1,674	1,687
BuE2	$T_{if,h} \text{ [s]}$	1,237	0,551	0,465	0,415	0,364
	$f_{if,h} \text{ [Hz]}$	0,808	1,815	2,151	2,410	2,747
	$\Gamma_{if,h} \text{ [-]}$	1,554	1,511	1,529	1,545	1,568

Mit der Masse m und der Gesamtsteifigkeit K des Gesamtsystems, lässt sich der Zusammenhang $\frac{1}{T} = f = 2\pi\sqrt{K/m}$ formulieren. So wird ersichtlich, dass ein weiches System eine niedrigere Eigenfrequenz f , also eine größere Eigenperiode T , ergeben muss. Dementsprechend ist die Eigenfrequenz der beste Indikator um den Einfluss der Lagerung auf die Systemsteifigkeit zu beurteilen ohne die frequenzabhängige Anregung miteinzubeziehen. In Abbildung 6.7 sind die Eigenfrequenzen und Eigenperioden für weitere Böden für beide Tanks dargestellt. Im Verlauf wird deutlich, dass weichere Böden zu weichen Systemen,

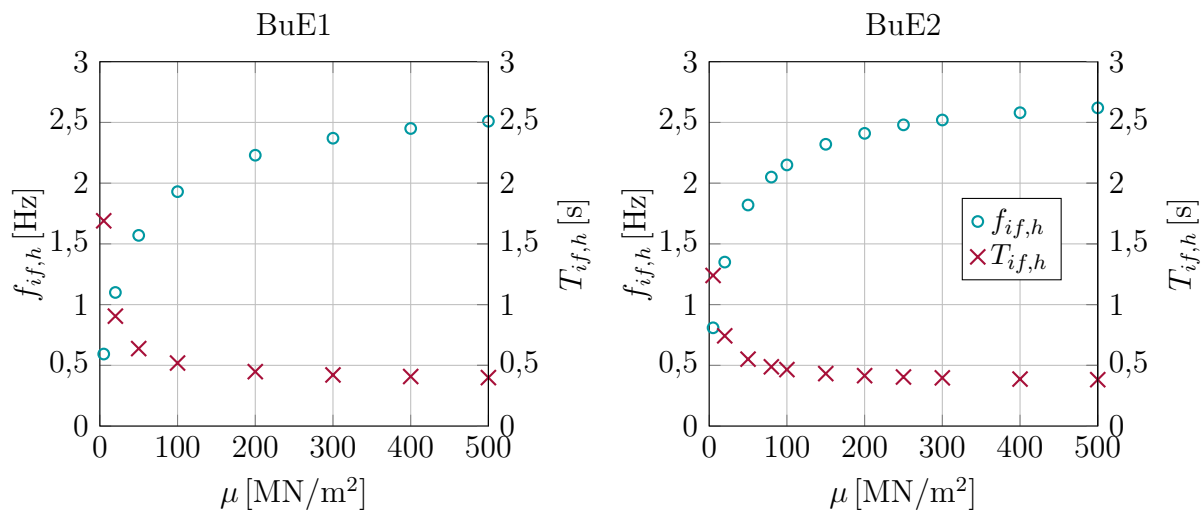


Abbildung 6.7: Vergleich von Frequenz und Periode der 1. impulsiv flexiblen Eigenform für einen schlanken und einen gedrunenen Tank auf nachgiebigem Boden mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 .

also zu geringeren Eigenfrequenzen führen. Für steife Bodenverhältnisse streben die Eigenfrequenzen einem Grenzwert entgegen der dem fest gelagerten Tank entspricht. Der schlanke, dünnwandigere BuE1 weist für jeden Boden höhere Eigenfrequenzen auf als BuE2. Am schlanken Tank BuE1 ändert sich der Partizipationsfaktor mit eindeutiger Tendenz aber geringeren absoluten Werten, das asymptotische Verhalten ist deutlicher ausgeprägt als für den gedrunenen Tank. An der Schwingung weicherer Gesamtsysteme nimmt weniger Masse teil als am fest gehaltenen Tank. Die Eigenperiode verhält sich reziprok. Dementsprechend steigt $\Gamma_{if,h}$ mit der Eigenfrequenz an, verhält sich aber gegenläufig zur Periode. Für BuE2 nimmt $\Gamma_{if,h}$ mit absinkendem Schubmodul ebenfalls ab, eine Ausnahme bildet das System mit einem Bodenschubmodul von $\mu = 50 \text{ MN}/\text{m}^2$. Trotz der konstanten Zunahme der Eigenperioden $T_{if,h}$ liegen diese weiterhin deutlich unter den Eigenperioden der konvektiven Schwingung in Tabelle 6.3.

Beispielhaft sind für den gedrunenen Tank BuE2 die Modalformen $\phi_{if,h}$ in Abbildung 6.8 abgebildet. Dabei handelt es sich um die zu den Eigenperioden $T_{if,h}$ gehörenden 1. Modalformen, die an der Horizontalschwingung teilnehmen. Ausgewählt für die Böden mit den Schubmodulen $\mu = [50; 200; 2000] \text{ MN}/\text{m}^2$ und einer festen Lagerung sind die Eigenformen auf 1 normiert worden. Zu beachten ist, dass die 1. Eigenform der fest gehaltenen Schale keine Fußpunktbewegung aufweist. Allerdings zeigt sie die prägnantesten Bauch im oberen Drittel - ein klar nichtlinearer Kurvenverlauf. In diesem Bereich wird in Abbildung 6.6 der maximale impulsiv-flexible Druck festgestellt. Für eine Lagerung auf dem steifen Boden mit $\mu = 2000 \text{ MN}/\text{m}^2$ lässt sich eine minimale Fußpunktverschiebung beobachten. Mit abnehmendem Schubmodul nimmt die Amplitude der Modalform am Tankfuß zu, aber der Verlauf der Kurve zeigt sich weniger stark ausgeprägt. Die Fußpunktverschiebung ist nur möglich, wenn die Nachgiebigkeit der weichen Böden durch

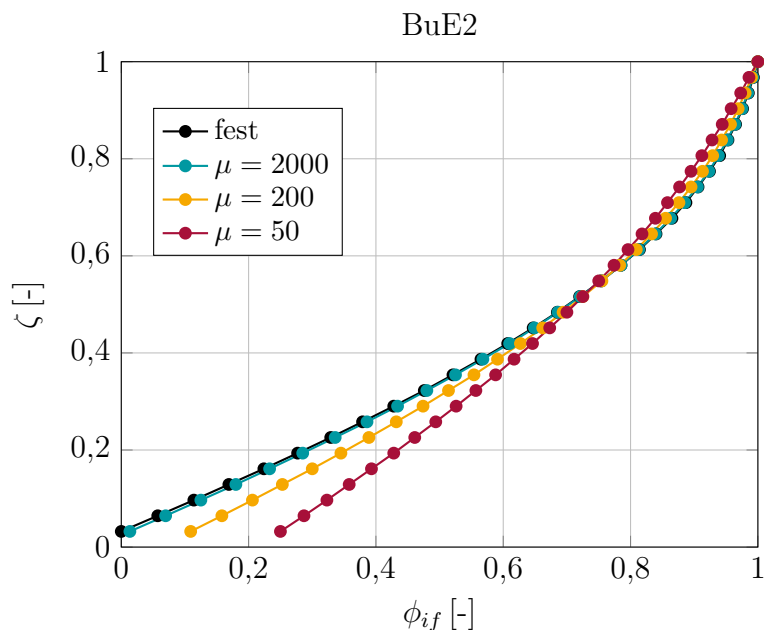


Abbildung 6.8: Modalformen des gedrunenen Tanks in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

die MATRIX-Elemente in das System aufgenommen wird. Der Verlauf der zugehörigen Modalformen spiegelt sich deutlich in den Druckverläufen in Abbildung 6.6 wieder.

6.3.4 Bodenangepasste Anregung

Im nächsten Schritt werden die Tanks mit den zu den Böden passenden Antwortspektren belastet. Die Spektralbeschleunigungen werden anhand der Eigenperioden aus Abbildung 6.7 gewählt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Das heißt der Schubmodul des Bodens wird genutzt um die Lagerungskennwerte zu bestimmen und das zugehörige Spektrum gemäß Abschnitt 3.4 auszuwählen. So ergeben sich Kombinationen aus Schubmodul μ in MN/m^2 und Baugrundklasse A-R bis C-R. Durch die Amplifikation der Bodenbewegung in Abhängigkeit der Baugrundklasse verändern sich die Druckverläufe. Die eindeutige Aussage weicher „Boden - geringer Druck“ bleibt nicht per se bestehen. Größere Beschleunigungen können größere Drücke erzeugen, die Kombination aus Anregung und Lagerung - in Abhängigkeit der Bodensteifigkeit - bestimmt das komplexe Schwingverhalten des Gesamtsystems.

In Abbildung 6.9 nimmt der Druck am schlanken Tank mit steigendem Schubmodul zunächst zu, für den Boden mit $\mu = 200 \text{ MN}/\text{m}^2$ und Baugrundklasse C stellt sich der maximale Druck ein. Dieser übersteigt auch den Druck auf den fest gelagerten Tank, welcher entsprechend der Literatur [22] mit einem stärkeren Spektrum C-S belastet wird. Für größere Schubmodule und somit kleineren Bodenbewegungen nimmt der Druck anschließend wieder ab. Der Tank auf $\mu = 2000 \text{ MN}/\text{m}^2$ ergibt für die zugehörige Baugrundklasse A Drücke in der Größenordnung des Tanks auf $\mu = 20 \text{ MN}/\text{m}^2$ und Baugrundklasse

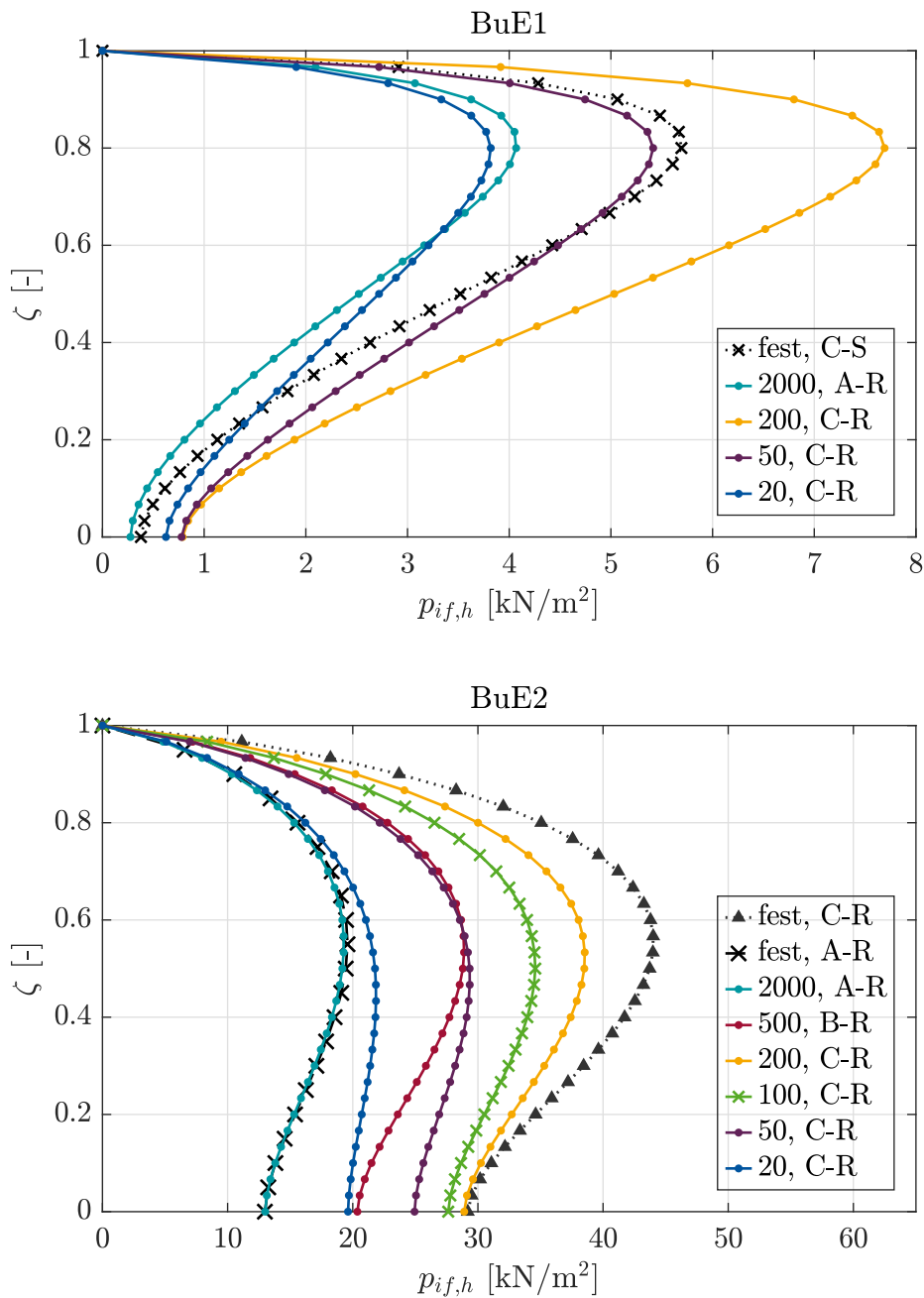


Abbildung 6.9: Impulsiv-flexibler Druck zweier Tanks mit variablen, zu den Schubmoduln des Bodens passenden Spektren. Variiert werden die Lagerung in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m² und die Baugrundklasse zur Bestimmung der Normantwortspektren.

C. Am gedrunenen Tank BuE2 ist die Zuordnung „weicher Boden - geringer Druck“ ebenfalls nicht länger eindeutig. Das System Boden $\mu = 200$ MN/m², Baugrundklasse C liefert größeren Druck als $\mu = 500$ MN/m², Baugrundklasse B. Die Druckzunahme zum Boden $\mu = 2000$ MN/m², Baugrundklasse A bleibt deutlich bestehen. Der Druck des starr gelagerte Tanks mit einem Felsspektrum A-R liefert vergleichbar kleine Drücke. Für das Beispiel aus Meskouris et al. [22], einen starr gelagerten Tank unter Belastung durch

ein weiches Spektrum mit starken Beschleunigungen (C-R), ergeben sich die maximalen Drücke.

Diese Ergebnisse unterstreichen die Komplexität von Boden-Bauwerk-Fluid-Analysen. Dass eine pauschale Zuordnung Bodensteifigkeit - Druckverlauf nicht möglich ist und die Tankparameter den Verlauf beeinflussen, erfordert eine eigene Analyse für jede Problemstellung.

Der Ansatz bodenangepasster Beschleunigungen wirkt sich auch auf die Amplitude der konvektiven und impulsiv-starren Druckanteile aus. Da für weichere Böden höhere Freifeldbeschleunigungen entstehen, stellen sich größere Druckanteile ein. Dabei handelt es sich um eine reine Skalierung der normierten Drücke im Sinne der Gleichungen der Druckberechnung in Abschnitt 5.2. Bei normativer Belastung ist der Skalierungsfaktor die Beschleunigung in Abhängigkeit des Bodens, siehe Abbildung 3.14, und den Eigenperioden der Druckkomponenten in Tabelle 6.3.

Der Einsatz von Normspektren in Abhängigkeit von drei Baugrundklassen hat einen entscheidenden Nachteil. Die Bodensteifigkeit wird in einem direkten Zusammenhang mit dem Schubmodul bestimmt und besitzt einen linearen Verlauf. Die Spektralbeschleunigung weist an den Grenzen der Baugrundklassen aber deutliche Sprünge auf. Diese Sprünge sind auch im Druckverlauf deutlich sichtbar, etwa in der Druckzunahme bis zu einem Boden mit $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ und einem anschließenden abrupten Abfallen. Darüber hinaus stellen bestimmte Kombinationen von starrer Lagerung und Antwortspektrum nach Norm [129] einen Widerspruch in der Modellbildung dar. Eine starre Lagerung entspricht einer Gründung auf Fels. Ein Spektrum C-R oder C-S allerdings wird für Böden aus weichem Material erstellt. Eine alternative Vorgehensweise unter Verwendung passend amplifizierter Erdbebenspektren wird in Abschnitt 6.7 vorgestellt.

6.3.5 Kippen des Tanks infolge horizontaler Bodenbewegung

In diesem Abschnitt wird für beide Beispieltanks der impulsiv-starre Druck infolge Kippen unter horizontaler Bodenbewegung beschrieben. Dieser wird nach Formel (5.26) in Abschnitt 5.2.1.3 in Abhängigkeit des Kippwinkels des Fundamentes bestimmt. Die Anregung erfolgt mit zu den Böden gehörigen Normspektren. Die Ergebnisse werden für beide Tanks in Abbildung 6.11 in Abhängigkeit des Schubmoduls und der Anregung angegeben. Der Verlauf ergibt sich in Abhängigkeit der Schlankheit im Sinne der Abbildung 5.7 in Abschnitt 5.2.1.3. Am schlanken Tank ähnelt der Verlauf dem impulsiv-flexiblen Anteil mit einem Maximum im oberen Drittel des Tanks. Für den gedrunenen Tank stellt sich das Maximum am Tankfuß ein. Für beide Tanks liegt das Druckniveau der Kippkomponente unter dem impulsiv-flexiblen Druck. Im Verhältnis zu den anderen Druckkomponenten ist $p_{is, kh}$ beim schlanken Tank größer. Für steifere Böden stellen sich geringere Drücke ein. Dort ist der Verdrehwinkel der Starrkörperrotation des Fundamentes geringer. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass sich für schlankere Tanks und weichere Böden der größere Druck infolge Kippbewegung einstellt. Nur in diesen Fällen ist ein maßgeblicher Einfluss auf die Gesamtdruckverteilung zu erwarten. Am gedrunenen Tank und für steife

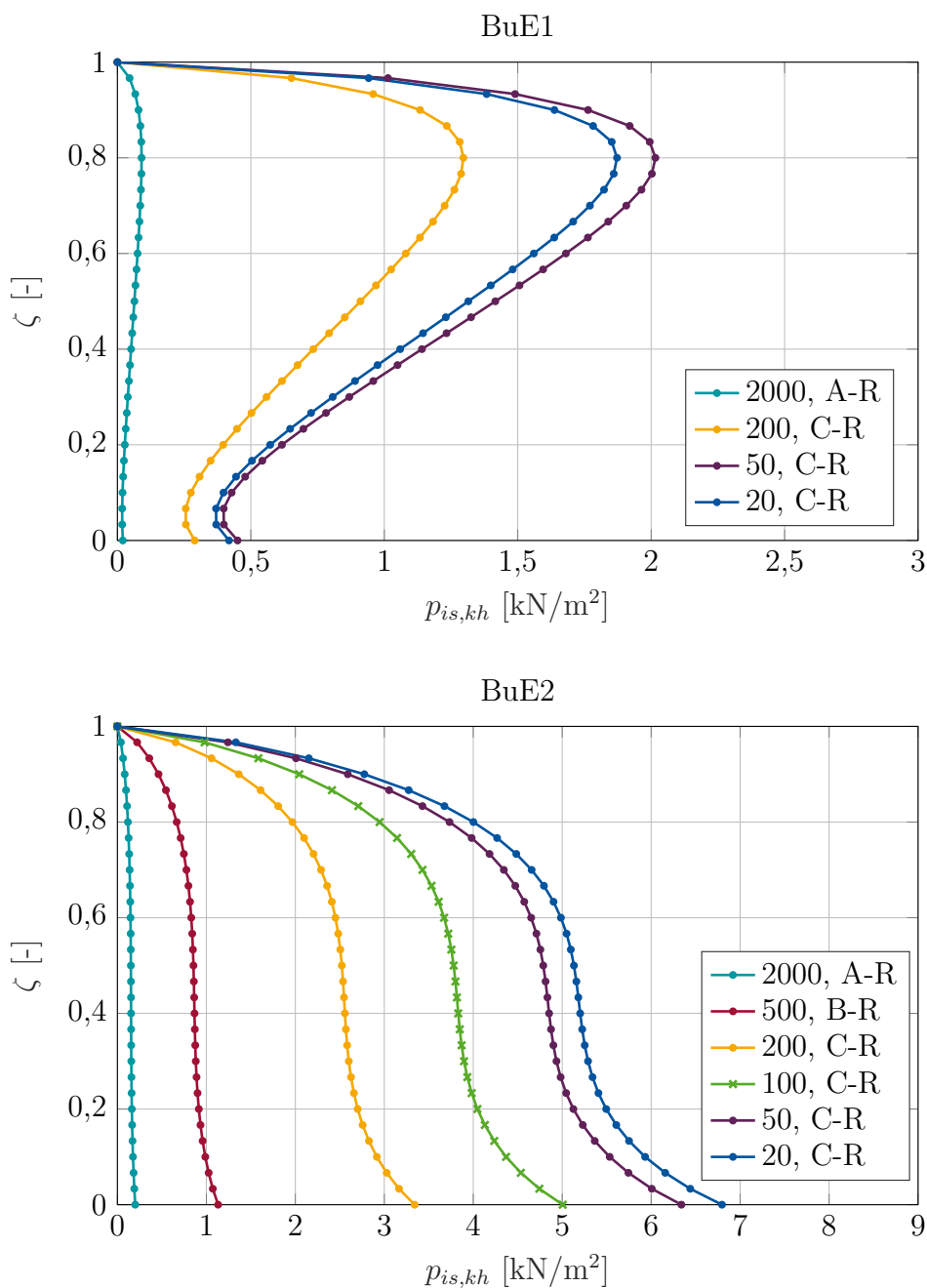


Abbildung 6.10: Impulsiv-starre Druckkomponente infolge Kippen des Tanks durch horizontale Erdbebeneinwirkung in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

Böden ist $p_{is, kh}$ deutlich kleiner als $p_{if, h}$.

6.3.6 Kombiniertes impulsiver Druck

In diesem Abschnitt werden die Komponenten des impulsiven Druckes aus den vorigen Kapiteln zu einer ganzheitlichen impulsiven Komponente zusammen gefasst. Während die qualitativen Verläufe vom impulsiv-flexiblen Verlauf dominiert werden, zeigt sich insbe-

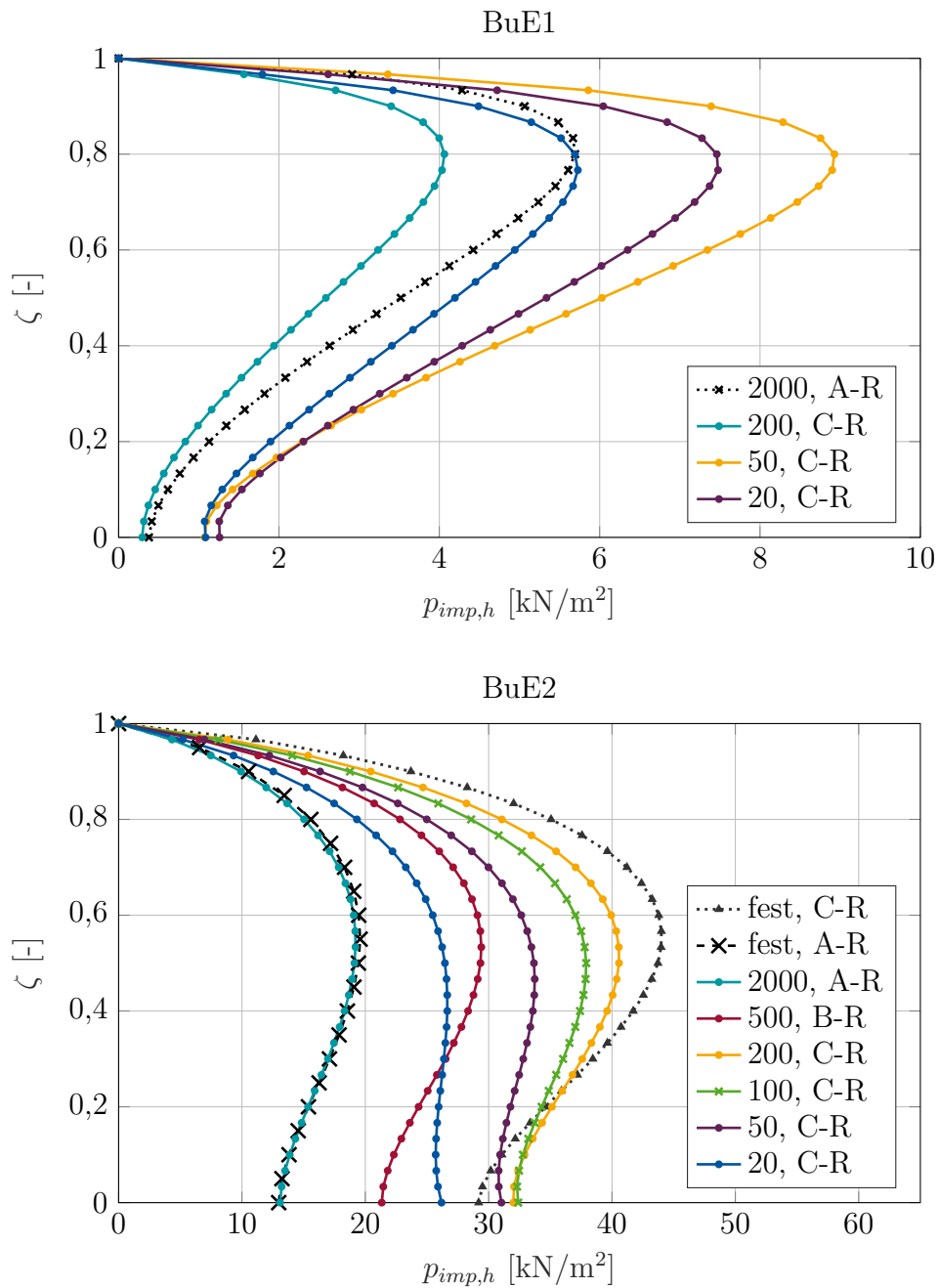


Abbildung 6.11: Kombinierte impulsive Druckkomponente infolge horizontaler Bodenbewegung in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

sondere am schlanken Tank der quantitative Einfluss des Kippanteils. Für einen Tank mit $\mu = 2000 \text{ MN/m}^2$ wird der impulsive Gesamtdruck durch Berücksichtigung des Kippanteils um ca 20 % erhöht. Die markante Vergrößerung findet im Bereich des impulsiv-flexiblen Maximums statt. Am gedrunenen Tank wird der Druck um höchstens 10 % erhöht. Dort ist der Kippanteil insbesondere am Tankfuß sichtbar. Dies spricht dafür, dass der Druckanteil bei schlanken Tanks berücksichtigt werden sollte, bei gedrunenen Tanks aber vernachlässigbar sein kann.

Im Vergleich der Iteration des impulsiv-flexiblen Anteils ist der Rechenaufwand zur Berechnung des Drucks der impulsiv-starren Kippbewegung minimal. Die Druckzunahme durch das Kippen ist nicht für alle Geometrien und nur für sehr nachgiebige Lagerungsbedingungen entscheidend. Für diese Bedingungen liegen Bodenverhältnisse vor, bei denen Flachgründungen denkbar sind, oftmals werden aber Pfahlgründungen eingesetzt. Diese zeigen abweichende Impedanzverläufe, weshalb sich andere Druckverläufe einstellen werden. Da die Berechnung der Druckkomponente infolge der Kippbewegung einen unerheblichen Mehraufwand bedeutet, sollte die Kombination berücksichtigt werden, auch wenn dies nicht immer maßgebliche Druckänderungen nach sich zieht.

6.3.7 Auflagerreaktionen

Gemäß der Formeln 5.55 und 5.56 in Abschnitt 5.4.4 werden aus dem impulsiv-flexiblen Druck die Auflagerreaktionen berechnet. Umsturzmoment und Fundamentschub sind globale Größen, die das Verhalten des Tanks beschreiben. Zum Vergleich mit der Literatur [22] und um den Einfluss der nachgiebigen Lagerung aufzuzeigen, sind in Abbildung 6.12 der Fundamentschub F_b und das Umsturzmoment $M_{W,if,h}$ aus impulsiv-flexiblem Druck auf die Behälterwand dargestellt. Dem Ablauf der Druckberechnung folgend werden Auflagerreaktionen von zwei Systemen vorgestellt; zuerst werden die Tanks immer mit dem gleichen Spektrum (FS), anschließend mit einem variablen Spektrum (VS), passend zur Steifigkeit des Untergrundes belastet. Für das feste Spektrum und einen sehr steifen Boden stellen sich die gleichen Werte für Fundamentschub und Moment ein wie an einem fest gehaltenen Modell. Die Werte entsprechen den Berechnungen von Meskouris et al. [22].

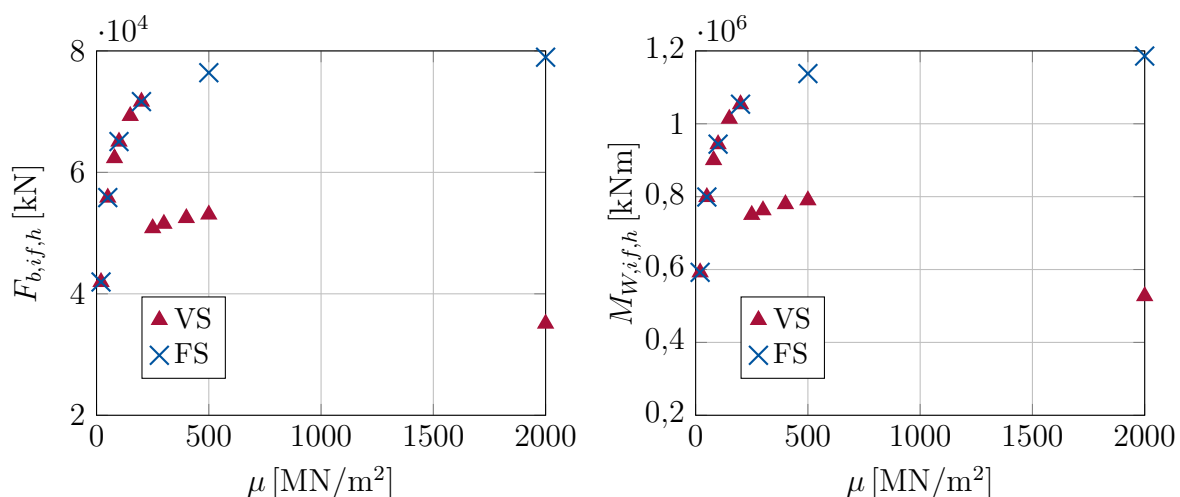


Abbildung 6.12: Umsturzmoment und Fundamentschub für den Tank BuE2 in Abhängigkeit des Bodenschubmoduls. Die Anregung findet mit festen (FS) oder variablen Spektren (VS) statt.

Betrachtet man das Verhalten der Auflagerreaktionen in Abhängigkeit des Schubmoduls,

spiegelt sich das Verhalten des impulsiv-flexiblen Drucks deutlich wieder. Unter Verwendung eines konstanten Spektrums FS entstehen auf nachgiebigen Böden geringere Auflagerreaktionen als bei fest gehaltenen Tanks. Die Verläufe von Umsturmmoment und Schubverhalten sich dabei gleich. Wird die Anregung dem Boden angepasst, wechselt - wie in Abschnitt 6.3.4 - bei einem Schubmodul von $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ das Spektrum, was zu kleineren Reaktionen führt. Dabei folgt die Kurve dem Verhalten des Druckverlaufs in Kapitel 6.3.4. Ab einem Schubmodul von $\mu = 500 \text{ MN/m}^2$ nähern sich die Ergebnisse der nachgiebigen Lagerung der Festhaltung an.

Die Auflagerreaktionen infolge des konvektiven Druckes liegen für BuE1 und BuE2 deutlich unter den impulsiv-flexiblen Druckanteilen [22]. Dies gilt für alle Lagerungsbedingungen. Aus dem Druckanteil infolge der Kippbewegung des Tanks ergibt sich eine weitere Komponente der Auflagerreaktionen. Wie der Verlauf von $p_{is,hk}$ ist diese von der Lagerung und den Tankgeometrien abhängig. Am Tank BuE2 beträgt $M_{W,is,hk}$ für den Boden mit $G = 20 \text{ MN/m}^2$ 25% des impulsiv-flexiblen Anteils, bei $G = 200 \text{ MN/m}^2$ sind es 7%, bei $G = 2000 \text{ MN/m}^2$ 1%.

Auch dieses Beispiel zeigt den deutlichen Einfluss der BBI auf das Verhalten des Gesamtsystems. Den Druckverläufen entsprechend ändern sich die globalen Auflagerreaktionen. Ein Vergleich mit der Literatur [11, 22] spricht für die Richtigkeit der Ergebnisse, was in der Validierung in Abschnitt 6.4 verdeutlicht wird.

6.4 Validierung

Neben den Plausibilitätskontrollen in Abschnitt 6.3 soll das Verfahren von SSI-SALT mit Werten aus der Literatur verglichen werden. Aufgrund der hohen Komplexität der Gesamtstruktur erscheint ein detaillierter Vergleich von Druckverläufen oder Schalenschnittgrößen nicht zielführend. Wie in vergleichbaren Arbeiten üblich, werden globale Größen zum Vergleich herangezogen (siehe [5, 22], beziehungsweise [35, 40]). Als Vergleichsgröße bietet sich die Eigenfrequenz des Gesamtsystems genauso an wie die Auflagerreaktionen an der Oberkante des Fundamentes.

Tabelle 6.5: Tankparameter für die Validierung der Eigenfrequenzen nach Veletsos & Tang [35].

$\gamma - \eta$	R [m]	s [m]	H [m]
1-1000	25	0,025	25
2-1000	10	0,010	20
3-1000	10	0,010	30

Um den Einfluss der BBI auf das Gesamtverhalten in SSI-SALT zu diskutieren wird gezielt die Auswirkung der nachgiebigen Lagerung betrachtet. Dabei wird sich an analytischen Lösungen aus der Literatur [11, 35] orientiert und das Verhältnis von starrer und

nachgiebiger Lagerung betrachtet. Aus Gründen der Vergleichbarkeit müssen bestimmte Tankparameter angepasst werden, in Tabelle 6.5 werden die Tanks mit der Schlankheit $\gamma = 1$, $\gamma = 2$ und $\gamma = 3$ vorgestellt. Für diese Schlankheiten und den bezogenen Radius $\eta = 1000$ sind Radius, Höhe und Wandstärke in der Tabelle angegeben. Der Vergleichstank in SSI-SALT ist mit Wasser gefüllt ($\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$) und ist aus Stahl gefertigt, der E-Modul beträgt $E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$. Von Veletsos & Tang [35] werden für den homogenen Boden folgende Scherwellengeschwindigkeiten angegeben: $v_s = [800; 1000; 1500; 3000] \text{ f/s}$ was $v_s = [244; 305; 457; 915] \text{ m/s}$ entspricht. Für eine Dichte von $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$ ergibt das die Schubmodule $\mu = [120; 186; 418; 1674] \text{ MN/m}^2$.

Für die Bestimmung der Eigenfrequenz ist die Anregung unerheblich. In Veletsos et al. [11] wird zur Berechnung der Auflagerreaktionen eine Komponente des El Centro Bebens von 1940 eingesetzt, SSI-SALT nutzt an dieser Stelle ein elastisches Antwortspektrum nach Eurocode 8 [164]. Die Erdbebenzone ist 3, als Baugrundklasse wird B-R gewählt. Für den Vergleich mit Veletsos et al. [11] ist es wichtig, für alle Böden das gleiche Spektrum anzusetzen.

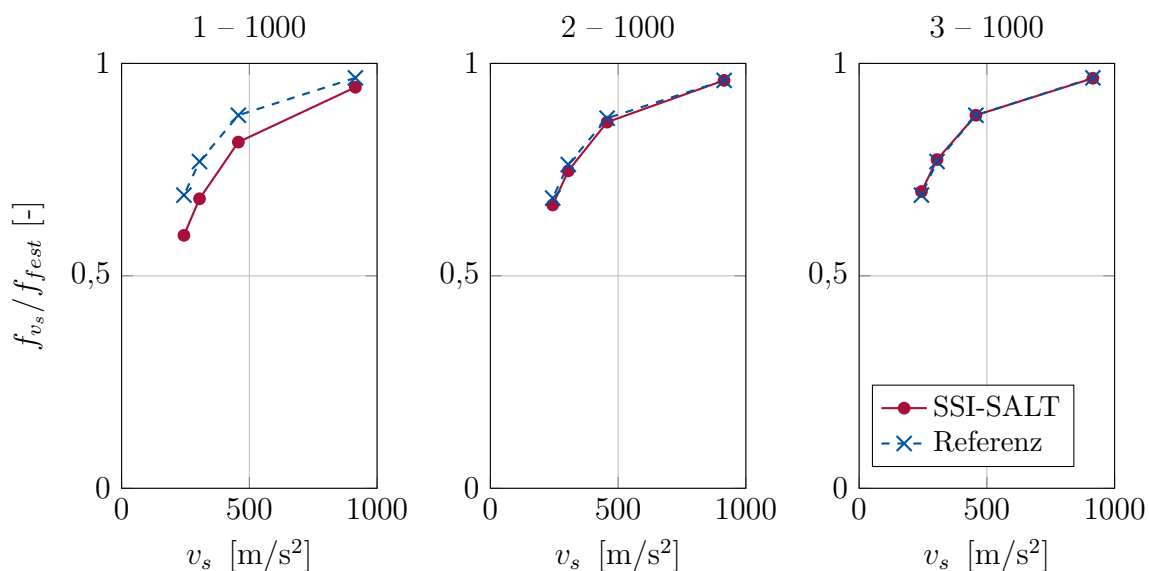


Abbildung 6.13: Vergleich der Eigenfrequenzen des Gesamtsystems in SSI-SALT mit der Referenzlösung nach Veletsos [35] für Tanks mit der Schlankheit und dem bezogenen Radius $\gamma - \eta$ gelagert auf Böden mit unterschiedlichen Scherwellengeschwindigkeiten.

Für die Tanks aus Tabelle 6.5 zeigt Abbildung 6.13 den Vergleich der Eigenfrequenzen aus der Literatur [35] mit denen von SSI-SALT. Dazu werden die impulsiv-flexiblen Eigenfrequenzen der Tanks auf den verschiedenen Böden mit der Eigenfrequenz des fest gehaltenen Tanks verglichen. Der in den vorigen Kapiteln festgestellte Einfluss der BBI ist deutlich sichtbar. Die Eigenfrequenzen der nachgiebig gelagerten Tanks sind niedriger als die des fest gehaltenen Tanks. Für $\gamma = 1$ ergibt sich eine gute Übereinstimmung von SSI-SALT und Veletsos & Tang [35]. Diese Übereinstimmung wird für die höheren

Schlankheiten besser, für $\gamma = 3$ sind die Verhältnisse deckungsgleich, was für eine erfolgreiche Validierung spricht. Kim et al. [40] stellen ein ganzheitliches Modell vor, dass die rechenintensive direkte Methode nutzt, um den Boden darzustellen. Auch in dieser Arbeit wird gute Übereinstimmung mit Veletsos & Tang [35] erreicht.

Der Vergleich der Auflagerreaktionen mit Veletsos et al. [11] ist nicht unmittelbar möglich, da keine direkt vergleichbaren Verhältnisse angegeben werden. Die Autoren diskutieren verschiedene analytische Berechnungsverfahren. Dabei werden die Verhältnisse der Auflagerreaktionen eines starren und starr gelagerten Tanks mit denen flexibler Tankschalen verglichen. Diese sind entweder auf einem unendlich steifen Boden oder auf einem Boden mit $v_s = 305$ m/s gelagert. Für die verschiedenen Verfahren kann aus diesen Verhältnissen ein Vergleich der beiden flexiblen Tankschalen entnommen werden. In Tabelle 6.6 wird der sich aus Veletsos et al. [11] ergebende Wertebereich für das Umsturzmoment M_W und den Fundamentalschub F infolge dynamischen Fluiddruckes auf den Tankmantel mit SSI-SALT verglichen. Die Berechnung mit SSI-SALT ergibt für das Verhältnis für $\gamma = 1$ ein höheres Verhältnis, für $\gamma = 2$ sind die Werte deckungsgleich. Für $\gamma = 3$ ist das Verhältnis bei SSI-SALT kleiner.

Tabelle 6.6: Vergleich der Auflagerreaktionen in SSI-SALT mit Veletsos [35] für Tanks mit der Schlankheit und dem bezogenen Radius $\gamma - \eta$. Die Tanks sind fest oder auf einem Boden mit $v_s = 305$ m/s gelagert.

	SSI - SALT			Veletsos & Tang [35]		
	1-1000	2-1000	3-1000	1-1000	2-1000	3-1000
$M_W(305)/M_W(fest)$ [%]	76	79	79	65-66	77-86	91-98
$F_b(305)/F_b(fest)$ [%]	80	81	81	65-66	81-87	85-93

Insgesamt ist damit Validierung erfolgreich abgeschlossen. Die wichtigsten Parameter der Tanksysteme stimmen überein, allerdings sind die Tanks nicht im Detail identisch. Auch bei den verschiedenen Verfahren in Veletsos et al. [11] ergeben sich teils deutliche Abweichungen. Ein deutlicher Unterschied zwischen den Modellen von Veletsos und SSI-SALT besteht in der Anregung. Während die untersuchten Eigenfrequenzen eine gute Übereinstimmung aufweisen, weichen die Auflagerreaktionen ab. In Abschnitt 3 und anschließend in Abschnitt 6.7 und 6.8 wird die Vielzahl von Einflussparametern des Bodensystems auf die Erdbebenanregung und das Tankverhalten beschrieben. Eine weitere Anpassung der verwendeten Modelle an die Literatur, insbesondere der Anregung, erscheint an dieser Stelle nicht zielführend.

6.5 Fazit der Beispielrechnungen

Die durchgeführten Beispielrechnungen zeigen folgende Punkte auf:

- (i) Werden den Federn sehr große Steifigkeiten zugewiesen, liefert die erweiterte SALT Methode weiterhin richtige Ergebnisse. Lagerung auf felsartigem Boden entspricht also der starren Lagerung.
- (ii) Der Einfluss der nachgiebigen Lagerung auf den impulsiv-flexiblen Druck wurde deutlich gezeigt. Der Einfluss entspricht den Beschreibungen in der einschlägigen Literatur.
- (iii) Die Eigenfrequenzen und Modalformen der Systeme zeigen den Einfluss der nachgiebigen Lagerung auf die Steifigkeit des Gesamtsystems. Nachgiebige Böden führen zu geringeren Systemeigenfrequenzen und verändern den Verlauf der Modalformen.
- (iv) Die Kippbewegung des Tankbauwerkes auf nachgiebigen Böden unter horizontaler Belastung erzeugt einen zusätzlichen dynamischen Druckanteil.
- (v) Plausibilitätskontrollen und Validierungsrechnungen mit Literaturbeispielen wurden erfolgreich durchgeführt.
- (vi) Der dynamische Druck nachgiebiger Tanks resultiert aus der Lagerung und der Anregung. Tankparameter wie Schlankheit und bezogener Radius behalten ihren maßgeblichen Einfluss auf die Druckverläufe. Eine pauschale Aussage über den Einfluss nachgiebiger Boden auf den dynamischen Druck ist nicht möglich.

6.6 Verwendung frequenzabhängiger, geschichteter Böden

6.6.1 Einbinden der Bodensteifigkeiten

In den Kapiteln 2 und 3 wurde gezeigt, dass nachgiebige Böden ein frequenzabhängiges Verhalten aufweisen. Dieses Verhalten ist von einer Vielzahl von Bodenparametern abhängig, die Impedanzfunktion kann so einen stark nicht-monotonen Verlauf annehmen. In den vorhergehenden Abschnitten sieht man, dass es sich bei dem FSI-System ebenfalls um ein dynamisches System handelt. Eine Kombination beider Teilsysteme führt zu einem hochdynamischen System, das stark frequenzabhängig ist. Um diese Frequenzabhängigkeit des Bodens in das Gesamtsystem einzubeziehen wird ein leistungsfähiges Bodenmodell benötigt, das die angesprochenen Bodenparameter berücksichtigt und Impedanzen im benötigten Frequenzbereich zuverlässig ausgibt. An dieser Stelle soll daher die PSMM aus den Kapiteln 2 und 3 mit dem Tankmodell gekoppelt werden. Dazu wird zunächst das Einlesen und Ankoppeln der Bodensteifigkeiten ins Gesamtmodell beschrieben. Aufgrund der Frequenzabhängigkeit des Bodenmodells muss die Iteration der Tankeigenformen angepasst werden. Abschließend wird der Einfluss der Maßnahme und der verschiedenen Bodenkonfigurationen auf die Tankantwort betrachtet. Der Einfluss der nachgiebigen Lagerung hat sich am deutlichsten an den impulsiv-flexiblen Druckverläufen gezeigt. Die Einbindung frequenzabhängiger Impedanzverläufe beeinflusst maßgeblich die Iteration der impulsiv-flexiblen Eigenform. Aus diesem Grund wird sich im Folgenden auf diese Komponente konzentriert.

6.6.2 Ankopplung der PSMM

Für die Freiheitsgrade der horizontalen und vertikalen Verschiebung sowie für Kippen und Torsion werden frequenzabhängige Steifigkeiten benötigt. Diese werden entsprechend Abschnitt 3.1 berechnet. Das Einlesen und Anbinden an SSI-SALT in ANSYS erfolgt wie in Abschnitt 3.3 für ein einfaches Fundament beschrieben. Diese Impedanzen werden wie zuvor den MATRIX27 Element zugewiesen. Im ersten Schritt wird die Impedanz der tiefsten berechneten Frequenz genutzt.

6.6.3 Anpassung der Iteration

In Abschnitt 6.2 wurde das Tank-Fluid-System um die Darstellung des Bodens erweitert, das heißt die Steifigkeitsmatrix wurde gemäß der Substrukturmethode um die Einträge des Bodens vergrößert. Diese Einträge müssen nun für jeden Berechnungsschritt aktualisiert werden. Diese Änderung wird in der modalen Analyse zur Berechnung der impulsiv-flexiblen Eigenform deutlich. In Gleichung 6.7 wird die Bodensteifigkeit $\mathbf{K}_{Soil}(f)$ frequenzabhängig einbezogen. Das heißt neben den Massen werden in jedem Iterationsschritt i auch die Bodensteifigkeiten und somit die Steifigkeitsmatrix im Allgemeinen aktualisiert. Für die Berechnung der Eigenform ϕ_i und der zugehörigen Eigenfrequenz f_i wird die Steifigkeit $\mathbf{K}_{Soil}(f_{i-1})$ eingesetzt.

$$(\mathbf{K}(f_{i-1}) - \mathbf{M}_{i-1} \cdot \mathbf{f}_i^2) \phi_i = \mathbf{0} \quad (6.6)$$

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{K}_{SI} \\ \mathbf{K}_{IS} & \mathbf{K}_{II} + \mathbf{K}_{Soil}(f_{i-1}) \end{bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{i-1,SS} \\ \mathbf{M}_{i-1,II} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{i,SS} \\ \mathbf{f}_{i,II+Soil} \end{Bmatrix}^2 \right) \begin{Bmatrix} \phi_{i,SS} \\ \phi_{i,II+B} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (6.7)$$

Für den initialen Iterationsschritt $i = 1$ wird die Bodensteifigkeit der tiefsten Frequenz der Bodenanalyse eingesetzt. Dazu ist es nötig, in der Bodenberechnung eine Startfrequenz zu wählen, die eindeutig unterhalb der zu erwartenden Eigenfrequenz des Gesamtsystems liegt. Der berechnete Frequenzbereich des Bodens muss alle möglichen Eigenfrequenzen abdecken. Aufgrund der Stabilität und Rechengeschwindigkeit der PSMM ist dies ohne großen Aufwand möglich. Das Frequenzinkrement ist so zu wählen, dass der Verlauf der Impedanzfunktion richtig wiedergegeben wird. Für die Steifigkeit der MATRIX27 Elemente interpoliert ANSYS die eingelesene Bodensteifigkeit in Abhängigkeit der Frequenz. Um Unterabtasten zu vermeiden müssen insbesondere bei geschichteten Böden mit nicht-monotonem Impedanzverlauf ausreichend kleine Frequenzschritte gewählt werden. Das Update der Steifigkeiten erfolgt mit dem RMODIF Befehl für jeden Frequenzschritt in der Modalen Analyse. Mögliche Schrittgrößen ergeben sich aus der Betrachtung der Ergebnisse des Kapitels 3.2.1. Für $i = 1$ wird für \mathbf{M}_0 eine initiale Druck- und Massenverteilung gemäß Abschnitt 5.3.2 angenommen.

6.6.4 Beispiel zur Überprüfung der Umsetzung

Das Vorgehen soll an einem Beispiel erklärt und überprüft werden. Dazu wird der bereits vorgestellte Tank BuE2 auf jeweils drei Bodenmodellen gegründet, die in Tabelle 6.7 vorgestellt werden. Dabei handelt es sich zum einen um das in Abschnitt 6.2 genutzte Feder-Dämpfer-Modell nach Lysmer für homogene Böden [52], bezeichnet als Modell M 6.6-1. Zum anderen um das PSMM-Bodenmodell entsprechend der Abschnitte 2 und 3. Mit diesem wird zu einem der gleiche homogene Boden erstellt (Modell M 6.6-2), zum anderen eine Bodenschicht mit dem jeweils gleichen Schubmodul auf einem Fels (Modell M 6.6-3). Eine Übersicht findet sich in Tabelle 6.7. Diese Auswahl dient dazu, die Iteration zu überprüfen und die Auswirkung auf den Tank zu illustrieren. In Abschnitt 3.2 ist zu sehen, dass die Impedanz homogener Böden einen monotonen Verlauf aufweist, der mit steigender Frequenz ansteigt. Die Impedanz geschichteter Böden hingegen weist einen stark frequenzabhängigen Verlauf auf. Diese Verläufe spiegeln sich in den folgenden Untersuchungen wieder. Für die Tank-Bodenkonfigurationen werden die Iteration der Eigenfrequenzen und der Bodensteifigkeiten dargestellt.

Tabelle 6.7: Bodenparameter für die Untersuchung der frequenzabhängigen Lagerung. Die Schichtdicke d der Bodenschicht auf Fels entspricht dem Fundamentradius.

Bodenmodell	Modell Nr.	Methode	μ [MN/m ²]	ρ [t/m ³]	ξ [-]	ν [-]	d [m]
Homogener Halbraum	M 6.6-1	FD - analytisch	20	2.0	0,05	0,4	-
Homogener Halbraum	M 6.6-2	PSMM	20	2.0	0,05	0,4	-
Schicht auf Fels	M 6.6-3	PSMM	20	2.0	0,05	0,4	25

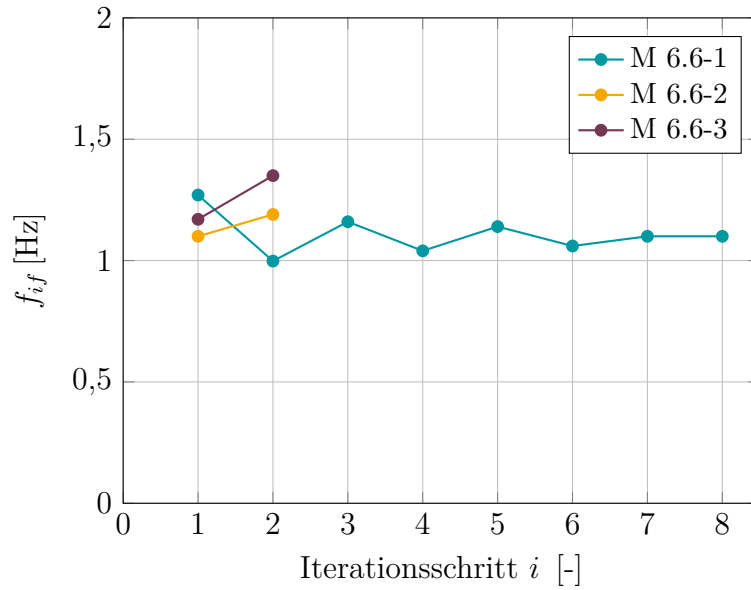


Abbildung 6.14: Iteration der impulsiv flexiblen Eigenfrequenzen des Tanks BuE2 auf verschiedenen Bodenmodellen nach Tabelle 6.7. Die Schichtdicke d der Bodenschicht auf Fels entspricht dem Fundamentradius.

Abbildung 6.14 zeigt die Iteration der Eigenfrequenzen $f_{if,h}$ in Abhängigkeit der Iterationsschritte i für die drei beschriebenen Tank-Boden-Modelle. Als Konvergenzkriterium dient der Vergleich der Druckunterschiede, was in Abschnitt 5.3.2 erklärt wird. Der Iteration geht dementsprechend eine vereinfachte Druckbestimmung voran. Für die beiden homogenen Böden wird nach der zweiten Iteration Konvergenz erreicht und die Iteration abgebrochen. Im Zuge dessen haben sich die Eigenfrequenzen leicht verändert, um bis zu 0,2 Hz, also 15 %. Es ist außerdem zu erkennen, dass die Eigenfrequenzen beider Systeme leicht voneinander abweichen, obwohl sie den gleichen Boden beschreiben. Diese Abweichung ist den leichten Abweichungen in der Impedanz der verwendeten Bodenmodellen geschuldet, wie während des Vergleichs beider Methoden in Abschnitt 3.2.1 erklärt wird. Für das Schichtmodell M 6.6-3 werden deutlich mehr Iterationsschritte benötigt. Erst nach acht Schritten stellt sich Konvergenz ein.

Die zu den Iterationsschritten gehörigen Bodensteifigkeiten werden in Abbildung 6.15 dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit beschränkt sich die Abbildung auf den Realteil der horizontalen Steifigkeit als beispielhafte Größe. Die Impedanzen der anderen Freiheitsgrade verlaufen entsprechend Abschnitt 3.2.2 analog zu $Re(K_{d,hh})$. Daraus folgt ein analoger Verlauf der Iterationen. SSI-SALT gibt für jeden Iterationsschritt den tatsächlich genutzten frequenzabhängigen Steifigkeitswert als Kontrollwert aus. Für das analytische, frequenzunabhängige Modell M 6.6-1 steht naturgemäß nur ein Wert zur Verfügung. Für den homogenen Boden mit dem PSMM Modell M 6.6-2 erreicht der Druck nach zwei Iterationsschritten Konvergenz. Die Steifigkeiten werden angepasst, die Werte ändern sich aber kaum. Eine signifikante Änderung lässt sich für die Bodenschicht auf Fels – Modell M 6.6-3 – feststellen; in Abhängigkeit der Frequenz $f_{if,h,i}$ wird die Steifigkeit

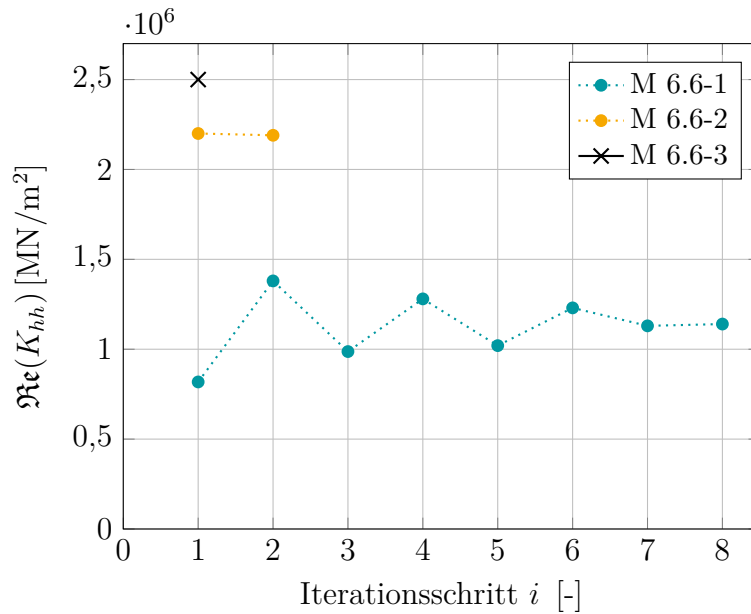


Abbildung 6.15: Iteration der horizontalen Bodensteifigkeit für den Tank BuE2 auf verschiedenen Bodenmodellen nach Tabelle 6.7. Die Schichtdicke d der Bodenschicht auf Fels entspricht dem Fundamentradius.

\mathbf{K}_i eingesetzt, um den Schritt $i + 1$ zu berechnen. Dementsprechend folgt der Steifigkeitsverlauf dem Frequenzverlauf aus Abbildung 6.14. Die finale Steifigkeit beträgt 139 % der initialen. Aufgrund des Verlaufes der Impedanzfunktion unterscheiden sich die iterierten Steifigkeiten um bis zu 60 %.

In Abbildung 6.16 ist die zugehörige Iteration der Modalformen zu sehen. Die verschiedenen Bodensteifigkeiten führen zu unterschiedlichen Modalformen. Dieser Einfluss ist, trotz Normierung der Modalform, in der Fußpunktverschiebung deutlich zu sehen. Im Vorfeld wurde dort ein eindeutiger Einfluss der nachgiebigen Lagerung identifiziert. Dieser zeigt sich erneut im Konvergenzverhalten, da sich die Bodensteifigkeit und somit auch die Modalform von beiden Seiten der Konvergenz annähert. Bei konstanter Bodensteifigkeit erfolgt diese Annäherung an den Grenzwert in der Regel lediglich von einer Seite.

Die Auswirkung dieser Effekte auf den normierten Druck zeigt Abbildung 6.17 (a). Ohne Berücksichtigung der einwirkenden Erdbebenbeschleunigung zeigen die Tanks auf homogenen Böden nahezu den gleichen Verlauf für $\hat{p}_{i,f,h}$. Der Druckverlauf des Schichtmodells zeigt die bereits festgestellten Anzeichen einer weicheren Lagerung. Am Fußpunkt stellt sich für den geschichteten Boden ein um acht Prozent größerer Druck ein, an der Tankspitze ist der Druck des homogenen Systems um bis circa 20 % größer. Abbildung 6.17 (b) zeigt den realen, nicht normierten Druck $p_{i,f,h}$ der die Erdbebenantwortspektren mit einbezieht. Die unterschiedlichen Eigenfrequenzen der drei verschiedenen Boden-Fundament-Tank-Systeme führen zur Anwendung unterschiedlicher Beschleunigungen. Dementsprechend stellen sich drei unterschiedliche Druckverläufe ein. Der andere homogene Boden weist den gleichen Verlauf mit geringerer Amplitude auf. Der Druckverlauf des Schichtmodells

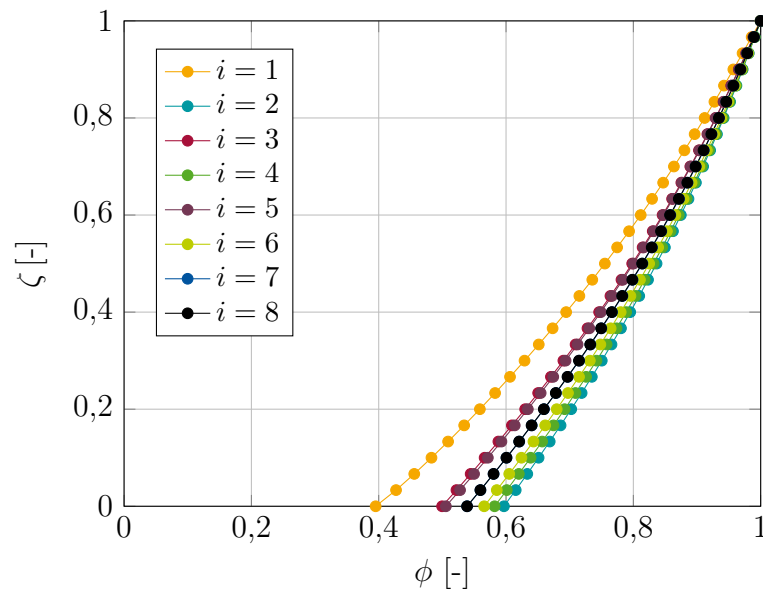


Abbildung 6.16: Iteration der normierten Modalform für den Tank BuE2 auf einer frequenzabhängigen Bodenschicht auf Fels – Modell M 6.6-3. Die Schichtdicke d der Bodenschicht auf Fels entspricht dem Fundamentradius.

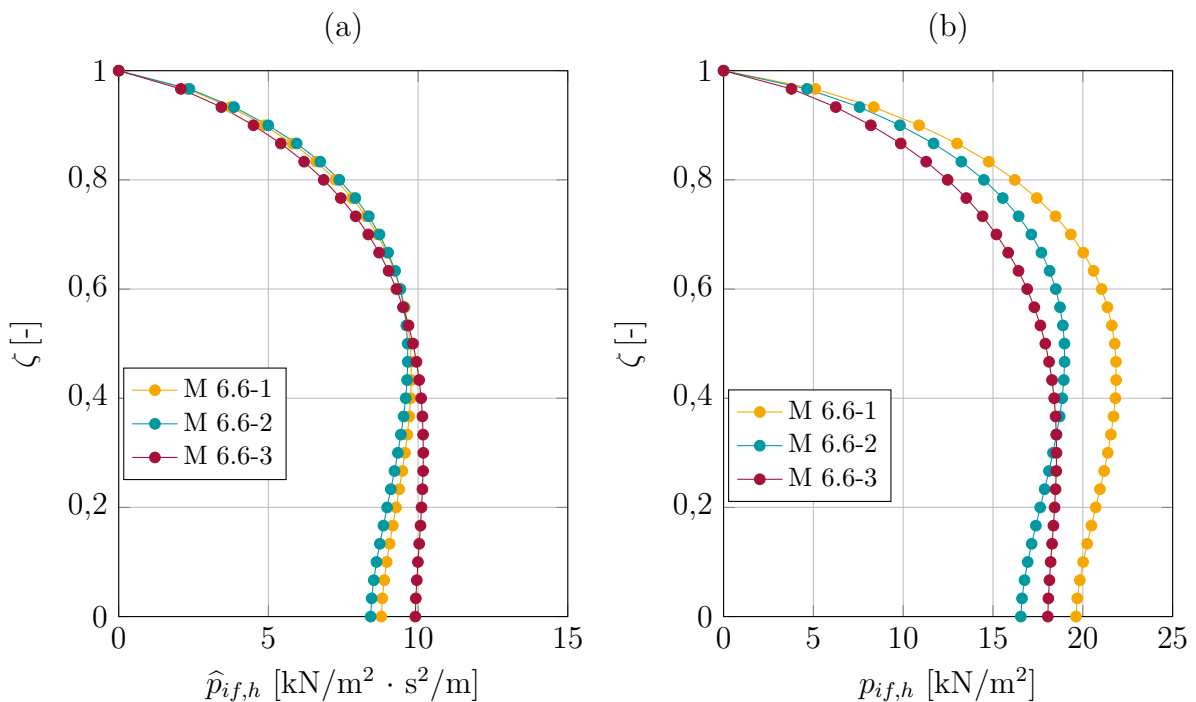


Abbildung 6.17: Normierter Druckverlauf (a) und realer Druckverlauf (b) des Tanks BuE2 für drei Bodenmodelle nach Tabelle 6.7.

zeigt wiederum die Anzeichen einer weicheren Lagerung, der Maximaldruck wird allerdings nicht erreicht. Die absoluten Unterschiede erscheinen klein, es bleibt aber darauf

hinzuweisen, dass an dieser Stelle für alle Tanks das gleiche normative Erdbebenspektrum angesetzt wurde. Im Falle des geschichteten Bodens muss zur korrekten Betrachtung ein entsprechendes Spektrum genutzt werden, wie etwa in Abbildung 3.19 in Abschnitt 3.4.2 gezeigt wird. Der signifikante Einfluss der Beschleunigungen auf den dynamischen Druck wird im folgenden Kapitel untersucht.

Zusammenfassend haben diese drei Beispiele die Funktionalität des iterativen Vorgehens beim Einbinden frequenzabhängiger Steifigkeiten gezeigt. Wie bei den einfachen Fundamentmodellen in Kapitel 3.3 ist es auch in SSI-SALT möglich für jeden Frequenzschritt das System anzupassen. Dieses Update beeinflusst das Verhalten des Systems, wobei alle Kenngrößen einem Grenzwert entgegenstreben. Die Anzahl der erforderlichen Iterationen ist neben der Tankgeometrie (zB der Schlankheit) auch von der Bodensteifigkeit abhängig. Eine nicht-monotone Impedanzfunktion führt zu deutlich mehr benötigten Iterationsschritten als eine monotone Impedanzfunktion. Das heißt, dass geschichtete Böden - insbesondere mit großen Impedanzunterschieden zwischen den Schichten - im Allgemeinen einen höheren Rechenaufwand erfordern. Bei homogenen Böden zeigt sich keine signifikante Einfluss der frequenzabhängigen Modelle auf die Tankantwort. Allerdings führen die zugehörigen monotonen Verläufe zu keinem höheren Rechenaufwand als die Verwendung frequenzkonstanter Bodenmodelle. Der Mehraufwand der Modellierung des Bodens ist im Vergleich zu Pre- und Postprocessing des Tanksystems minimal, was in allen Fällen für die Verwendung präziser Bodenmodelle spricht.

6.7 Verwendung amplifizierter Erdbebenspektren

6.7.1 Einbindung

In diesem Abschnitt wird SSI-SALT um die Verwendung von Erdbebenspektren erweitert, die zu dem tatsächlichen Bodenaufbau der Bodenmodelle passen. Dabei werden, wie in Abschnitt 3.4 vorgestellt, insbesondere die Bodenparameter Schubmodul und Schichtung berücksichtigt. Wie in jenem Abschnitt gezeigt, erzeugen bestimmte Bodenkonfigurationen markante Amplifikationen der Erdbebenbewegung. Ziel ist es, diese Verläufe in das Gesamtmodell aufzunehmen. Die Frequenzspektren werden dazu gemäß Abschnitt 3.4 erzeugt und SSI-SALT zur Verfügung gestellt. Dort können sie anstelle der bisher verwendeten Norm-Spektren eingelesen werden. Dazu müssen die Beschleunigungen in Abhängigkeit der Periode angegeben werden und den gesamten Periodenbereich der Untersuchung abdecken.

6.7.2 Auswertung

Das Beispiel der nachgiebigen Bodenschicht auf Felsen für den Tank BuE2 aus dem vorhergehenden Kapitel wird an dieser Stelle erneut aufgegriffen. Die Modelle werden in Tabelle 6.8 beschrieben. Die ausgelassenen Bodenparameter enthält Tabelle 6.7. Bei diesem Beispiel wurde ein stark frequenzabhängiges Verhalten der Impedanz festgestellt. Um

dem Gesamtverhalten gerecht zu werden, wird wie eingangs beschrieben ein dazu passender Erdbebenverlauf berechnet. Ausgangspunkt dessen ist das Normspektrum A-R nach NA Eurocode 8 [129] für Festgestein. Auf diesem ruht die nachgiebige Bodenschicht. Das Modell, das den geschichteten Aufbau in Impedanz und in der Anregung beinhaltet, wird als Modell M 6.7-3 bezeichnet. Die Schichtdicke beträgt $d = 25$ m (entspricht dem Fundamentradius). Verglichen wird es mit einem homogenen Bodensystem in Kombination mit einem zugehörigen Normspektrum C-R (System M 6.7-2). Das System mit dem Bodenaufbau 'Schicht auf Fels' in Kombination mit eben diesem Spektrum wird M 6.7-3 genannt. Jedes der drei Systeme wird für die Schubmodule $\mu = [20; 50; 100]$ MN/m² untersucht.

Tabelle 6.8: Fundament-Boden-Modelle für die Untersuchung des Einflusses amplifizierter Erdbebenspektren.

Bodenmodell	Modell Nr.	Anregung
Homogener Halbraum	M 6.7-1	normativ
Homogener Halbraum	M 6.7-2	normativ
Schicht auf Fels	M 6.7-3	amplifiziert

In Abbildung 6.18 ist der Einfluss der verschiedenen Anregungen und Bodenmodelle auf den impulsiv-flexiblen Druck des Tanks BuE2 dargestellt. Zuerst wird der Verlauf der Böden mit dem Schubmodul $\mu = 20$ MN/m² betrachtet. Im holistischen System M 6.7-3 ergibt sich für Eigenperiode des Tank-Bodensystems $T_{if,h} = 0,913$ s die Beschleunigung $a_{if,h} = 2,337$ m/s². Im Normspektrum C-R beträgt die Beschleunigung für diese Periode $a_{if,h} = 1,822$ m/s². Dementsprechend ist der Druck im holistischen System unter Nutzung des passenden Spektrums für jede Ordinate um 22 % erhöht. Der Druckverlauf von System M 6.7-1 ist, wie in Abschnitt 6.6.2 gezeigt, abweichend und beurteilt das System falsch. Es bleibt darauf hinzuweisen, dass der konvektive Druck im gezeigten System aufgrund des frequenzabhängigen seismischen Verlaufs leicht abnimmt, was das Gesamtverhalten des Tanks aber nicht maßgeblich beeinflusst. Für den Schubmodul $\mu = 50$ MN/m² stellen sich die gleichen Effekte ein, System M 6.7-3 zeigt den größten impulsiv-flexiblen Druck. Das zugehörige Spektrum in Abbildung 6.19 weist im Bereich von $T_{if,h} = 0,618$ s ebenfalls eine höhere Beschleunigung auf als die Normspektren. Gegenteilig stellt sich die Situation für die Systeme mit dem Boden $\mu = 100$ MN/m² dar. Die impulsiv-flexible Eigenperiode beträgt $T_{if,h} = 0,488$ s für System M 6.7-1 beziehungsweise 0,480 s für die Systeme M 6.7-2 und M 6.7-3. Die zugehörigen Beschleunigungen $a_{if,h} = [3,408; 3,461; 3,281]$ m/s² weichen nicht nennenswert voneinander ab. Dementsprechend liegen auch die Druckverläufe nahe beieinander. Tatsächlich übertrifft der Druck von System M 6.7-3 den Druck von System 3. Die Einbindung des bodengetreuen Spektrums zeigt also einen erheblichen Einfluss auf das Verhalten des Tanks. Dieser entsteht folgendermaßen: Aus der Tankgeometrie und dem Material von Tank und Flüssigkeit, sowie den Bodenparametern, folgt die Eigenfrequenz des Gesamtsystems. Aufgrund der Frequenzen der Schwingformen werden die zugehörigen

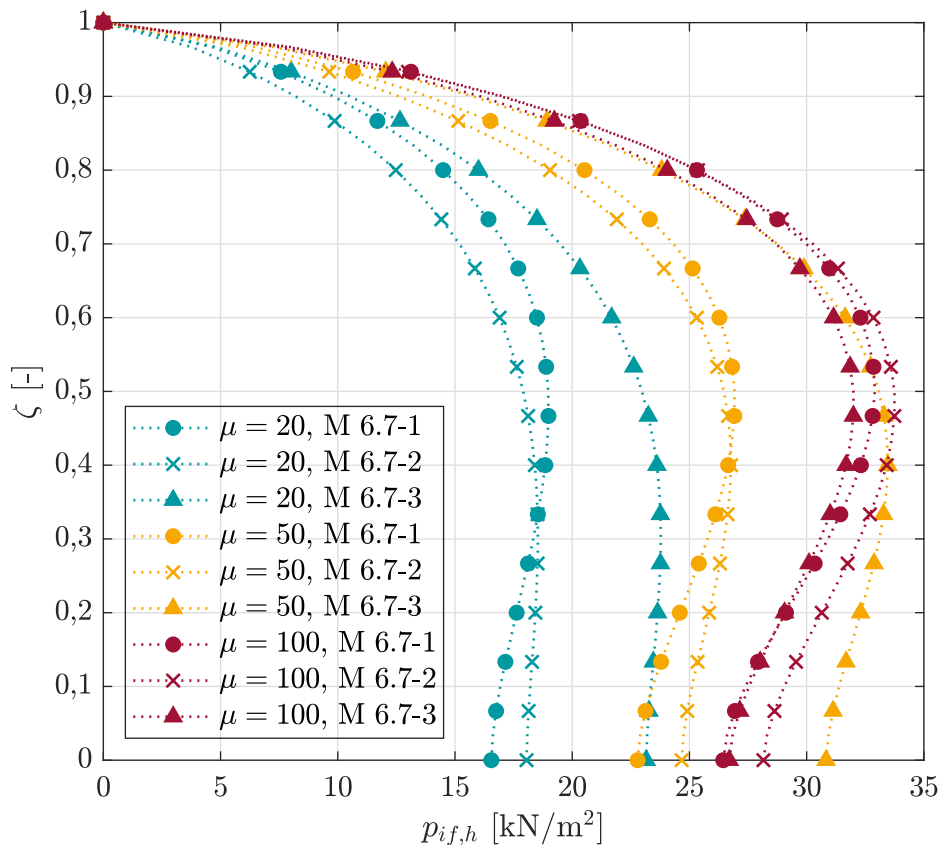


Abbildung 6.18: Einfluss des verwendeten Spektrums auf den impulsiv-flexiblen Druckverlauf. Verglichen werden Norm-Spektren und ein passend amplifiziertes Normspektrum, dass zum Schichtaufbau passt.

Beschleunigungen ausgewählt. Die Amplitude der seismischen Beschleunigung ist ebenfalls stark frequenzabhängig. Die Abbildungen 6.18 und 6.19 zeigen, dass die amplifizierten Spektren lokale Maxima aufweisen, die dazu führen, dass starke Beschleunigungen ausgewählt werden. Aus diesen Gründen ist es - insbesondere bei geschichteten Böden - schwer, eine eindeutige Tendenz des Gesamtverhaltens festzustellen, eine Pauschalzuordnung von Bodensteifigkeit zu maximalem Druck ist nicht möglich. Der größte Druck stellt sich für $\mu = 50 \text{ MN/m}^2$ ein. Dies unterstreicht die Wichtigkeit der frequenzabhängigen holistischen Analyse von Flüssigkeit, Tank, Boden und Anregung. Da die lokalen Maxima nur schmale Periodenbereiche abdecken ist die vorgestellte Vorgehensweise sehr sensitiv. Werkle [135] stellt ein Verfahren vor, um auch für geschichtete Böden umhüllende Spektren zu erstellen, die breitere Bereiche abdecken. Eine Alternative stellt die Verwendung realer Erdbebenverläufe dar, wie beispielsweise von Bommer & Acevedo [165] vorgeschlagen wird.

6.8 Verwendung realer Erdbebenverläufe

Die Verwendung von Normantwortspektren stellt eine vereinfachte Annäherung an die Realität da. Bessere Annäherungen setzen Kenntnisse über geophysikalische Vorgänge

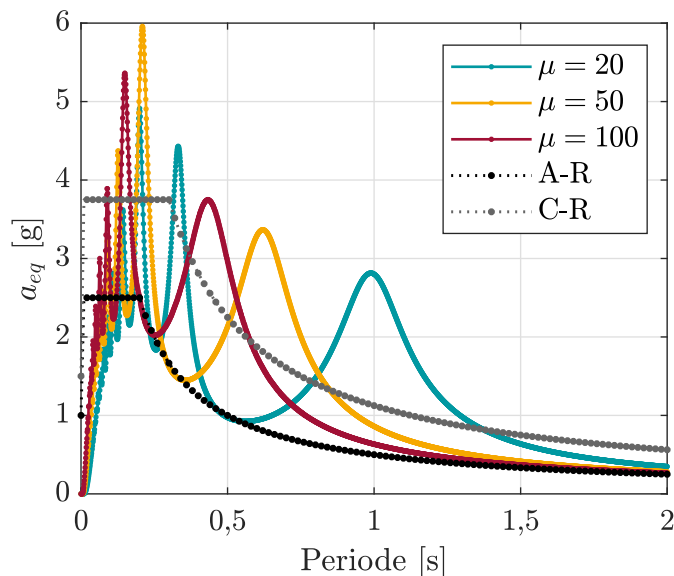


Abbildung 6.19: Amplifikation von Normspektren durch nachgiebige Bodenschichten mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 über Felsgrund.

und detailliertes Wissen über den zu untersuchenden Standort voraus [149, 165, 166]. Bommer & Acevedo [165] stellen die Verwendung realer Erdbebenverläufe als geeignetes Verfahren vor, da umfassende Datenbanken zu solchen Erdbeben zur Verfügung stehen. Darüber hinaus diskutieren sie, wie die Charakteristik von Starkbebenereignissen an normative Verläufe angepasst werden kann, da sich diese Erdbeben in Amplitude und Verhalten stark voneinander unterscheiden. Eine Möglichkeit zur Berücksichtigung von lokalen Einflussfaktoren in Normen wird von Ansal et al. [167] vorgestellt. Diese Diskussionen sollen an dieser Stelle nicht aufgegriffen werden. SSI-SALT soll aber die Möglichkeit gegeben werden externe Spektren zu nutzen, ohne sich auf die ausschließliche Verwendung realer oder künstlicher Spektren zu beschränken. Kenntnisse über die Auswahl und Verwendung der Verläufe werden vorausgesetzt.

Der Ablauf sieht zunächst vor, die Beschleunigung eines beliebigen Erdbebenverlaufs über die Periode abzuspeichern. Das Einlesen der Verläufe und das Einbinden in SSI-SALT erfolgt nach dem gleichen Schema wie das Einbinden amplifizierter Normspektren.

Um die Funktionalität zu Überprüfen und den Einfluss eines realen Erdbebenverlaufes auf den dynamischen Druck aufzuzeigen, wird ein markantes Starkbebenereignis genutzt. Dabei handelt es sich um eine Horizontalkomponente des San Fernando Bebens von 1971, aufgezeichnet auf gewachsenem Felsen an der Messstation Pacoima Dam [133]. Dieser gemessene Verlauf ist in Abbildung 3.18 in Abschnitt 3.4.2 dargestellt. Mithilfe der in Abschnitt 3.4 beschriebenen Vergrößerungsfunktionen wird dieses auf Fels gemessene Erdbeben auf das Freifeld nachgiebiger Böden transformiert. Als Bodenmodelle werden die aus den vorigen Kapitel bekannten Tank-Bodensysteme genutzt; Tank BuE2, nachgiebige Schicht auf Fels, Schichtdicke $d = R$, $\mu = [20; 50; 100]$ MN/m^2 . Die Geometrie und die Parameter des Tanks und der Bodenimpedanzen bleiben unverändert.

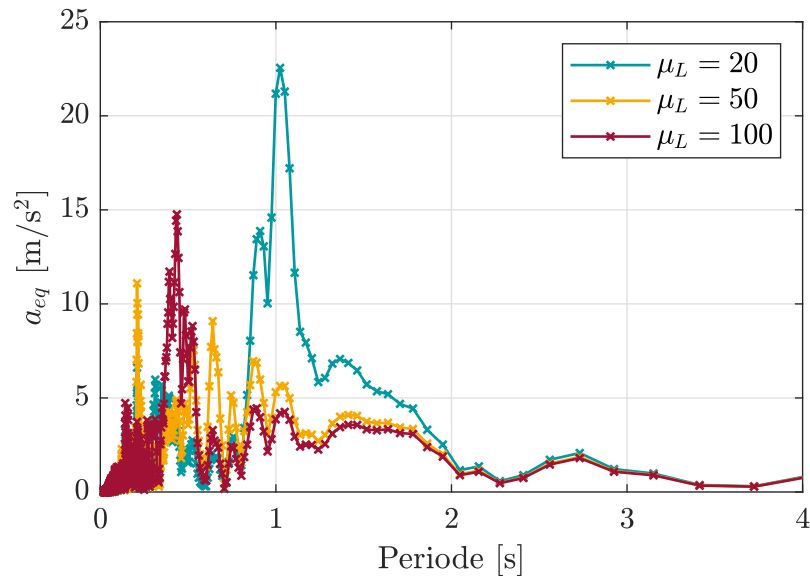


Abbildung 6.20: Amplifizierte Komponente des Starkbebens San Fernando 1971. Die Freifeldbeschleunigung wird für eine Bodenschicht mit dem Schubmodul μ_L in MN/m^2 auf Fels berechnet. Die Schichtdicke entspricht dem Fundamentradius.

Die amplifizierte Bodenbewegung ist in Abhängigkeit der Periode in Abbildung 6.20 enthalten. Klar zu erkennen sind die lokalen Maxima im Eigenfrequenzbereich der nachgiebigen Schicht, die zur Erhöhung der Bewegung führen. Anders als bei den geglätteten Normspektren bleibt die stochastische Charakteristik eines realen Erdbebens erhalten. Dementsprechend sind keine breiten Plateaus zu erkennen, sondern stark periodenabhängige Maxima und Minima. Der weiche Boden $\mu = 20 \text{ MN}/\text{m}^2$ weist die stärkste Bodenbeschleunigung auf, die weit über den bisher verwendeten normativen Beschleunigungen liegt. Für die beiden anderen Bodenmodelle nimmt das absolute Maximum ab und verschiebt sich in eine tiefere Periode. Lokale Maxima, deren Beschleunigungen weit über denen der Spektren des Eurocodes [129] liegen, sind für alle Böden deutlich zu erkennen. Ab einer Periode von 3 Sekunden sind die Verläufe für alle Böden nahezu deckungsgleich.

Die Auswirkung des Starkbebens auf den impulsiv-flexiblen Druck ist in Abbildung 6.21 zu sehen. Aufgrund der hohen Beschleunigungen ist das Niveau aller Druckverläufe deutlich höher als in den vorigen Kapiteln. Entscheidend für das genaue Ausmaß der Amplifikation ist erneut, ob ein Maximum des Starkbebenbereichs in die impulsiv-flexible Periode $T_{if,h}$ fällt. Nähern sich beide Perioden an, stellt sich eine deutliche Amplifikation der Drücke ein. Die Beschleunigungen der Starkbebenverläufe in Abbildung 6.20 zum Zeitpunkt der Periode $T_{if,h}$ sind in Tabelle 6.9 dargestellt. Die Periode des Tanks auf dem Boden $\mu = 20 \text{ MN}/\text{m}^2$ ist $T_{if,h} = 0,913 \text{ s}$, was nahe des globalen Maximums aller Erdbebenverläufe bei einer Periode von circa 1 s liegt. Für diese Periode stellt sich eine Beschleunigung von $a_{if,h} = 13,780 \text{ m}/\text{s}^2$ ein. Für die beiden anderen Böden entstehen geringere Drücke, deren Niveau aber ebenfalls einem Starkbebenereignis entsprechen. Von der Druckamplitude abgesehen weist der impulsiv-flexible Druck allerdings den gleichen Verlauf auf wie bisher.

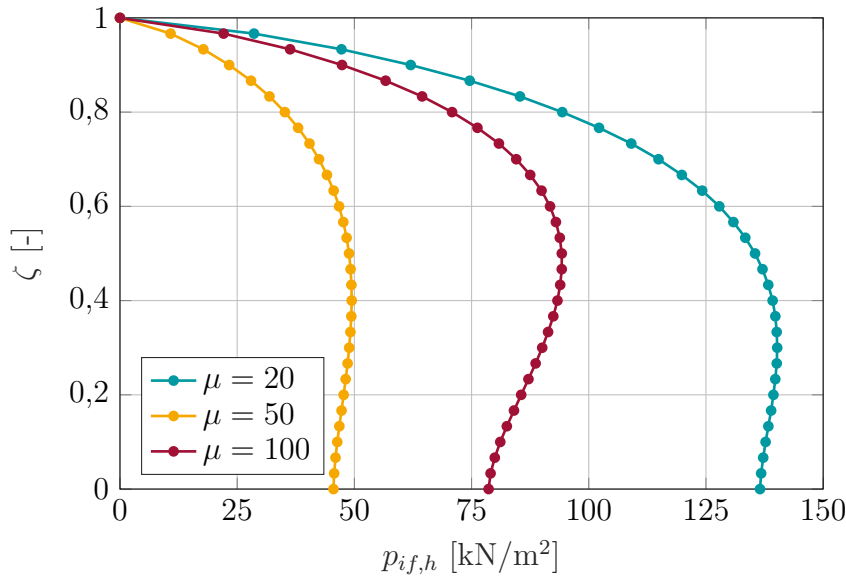


Abbildung 6.21: Impulsiv-flexibler Druck eines Tanks unter Belastung durch ein Starkbeben. Lagerung und Anregung entsprechen einer nachgiebigen Schicht mit μ_L in MN/m² auf Fels. Die Schichtdicke entspricht dem Fundamentradius.

Tabelle 6.9: Eigenperiode von Tank BuE2 auf geschichtetem Boden und zugehörige Beschleunigung des amplifizierten Erdbebens.

μ [kN/m ²]	20	50	100
$T_{if,h}$ [s]	0,913	0,618	0,480
$f_{if,h}$ [Hz]	1,095	1,618	2,083
$a_{if,h}$ [m/s ²]	13,780	4,968	9,666

Das eigentliche Resümee dieses Kapitels ist, dass es möglich ist reale Erdbebenereignisse in SSI-SALT einzubinden. Als Beispiel wurde ein Starkbebenereignis genutzt, allerdings lässt sich dieses Verfahren auch auf jedes andere Erdbeben, beziehungsweise jeden beliebigen Verlauf anwenden. Das Signal muss als Beschleunigung in Abhängigkeit der Periode zur Verfügung stehen. Die Anregung ist in den Normspektren nach NA Eurocode 8 [129] oder anderen nationalen und internationalen Normen frequenzabhängig. Reale Erdbebenereignisse, insbesondere, wenn sie an einen geschichteten Boden angepasst werden, weisen eine deutlich stärkere Abhängigkeit auf. Dies erhöht die Komplexität des Gesamtsystems bestehend aus Anregung, Boden, Tank und Flüssigkeit noch einmal beträchtlich. Eine Veränderung der Eigenperiode um circa 0,2 Sekunden kann eine Skalierung der Einwirkung um mehr als den Faktor 10 bedeuten.

6.9 Vielfach geschichtete Böden

Die Berechnung vielfach geschichteter Böden fasst die in den vorigen Kapiteln vorgestellten Verfahren zusammen. Bereits in Abschnitt 6.6 ist es möglich mit der PSMM aus Abschnitt 2.4 vielfach geschichtete Böden zu berücksichtigen. Allerdings lässt sich das Bodenmodell erst unter Einbeziehung der passend amplifizierten Anregung aus Abschnitt 6.7 vollständig darstellen. Die Methodik der Verbindung von PSMM und SSI-SALT, die Einbindung amplifizierter Spektren, sowie die Druckberechnung in SSI-SALT müssen dazu nicht verändert werden. Die Impedanz vielfach geschichteter Böden wird in Abschnitt 3.2 behandelt, dort wird der Einfluss der Bodenparameter auf die frequenzabhängige Steifigkeit gezeigt. Durch die Impedanzunterschiede der einzelnen Bodenschichten wird die Wellenausbreitung im Boden und somit die Amplifikation der Erdbebenverläufe beeinflusst. Die Berücksichtigung der Effekte aller Bodenparameter erhöht die Komplexität des Gesamtsystems und erschwert die Diskussion des jeweiligen Einflusses. Da die Funktionalität der Methodik in den Kapiteln 6.6 und 6.7 gezeigt wurde, wird an dieser Stelle auf weitere Beispiele verzichtet. Eine Parameterstudie unter Einbeziehung verschiedener Tank- und Bodenparameter findet in Kapitel 8 statt.

6.10 Lagerung auf flexiblen Fundamenten

In der bisherigen Betrachtung wurden als Tankfundamente relativ dünne, großflächige Fundamentplatten aus Stahlbeton eingesetzt, was in den meisten Fällen der Baupraxis entspricht. Aufgrund der Verhältnisse von Festigkeit und Dicke zum Durchmesser lässt sich die Annahme einer steifen Fundamentplatte hinterfragen. In Abhängigkeit der Tankbewegung und der dynamischen Drücke auf den Tankboden ist es fraglich, ob sich das Fundament unverformt auf dem nachgiebigen Boden bewegt. Die Literatur [55, 78] und Kapitel 4.3 haben gezeigt, dass diese Annahme vom Steifigkeitsverhältnis von Boden und Fundament abhängig ist. Um die Annahme und den etwaigen Einfluss eines biegeweichen Fundamentes auf das Tankverhalten zu untersuchen, muss das Tankbauwerk auf einem entsprechenden Fundament-Boden-Modell gelagert werden. Dazu soll die FEM-REM-Kopplung nach Abschnitt 4 zum Einsatz kommen. Die Randbedingungen der Kopplung erfordern die Darstellung des Fundamentes aus rechteckigen Volumenelementen mit identischer Geometrie. Dies widerspricht der bisherigen Modellierung des Fundamentes in SSI-SALT deutlich. Daher werden in Anlehnung an die Arbeit von Taddei [96] Koppelemente eingeführt. In Abbildung 6.22 ist zu sehen, wie zwischen Interaktionsfläche und dem eigentlichen Fundament ein biegeschlaffer, masseloser Teppich aus rechteckigen SOLID45 Elementen angeordnet wird. Diese werden auf der Unterseite mit den gleichermaßen diskretisierten Randelementen gekoppelt. An der Oberfläche wird die Bewegung der Knoten des Teppichs und des eigentlichen Fundamentes gekoppelt. Mit den Randelementen werden Bodensysteme dargestellt, die deckungsgleich mit den bisher verwendeten sind.

Die Abläufe in SSI-SALT auf einem FEM-REM-Bodenmodell weichen von dem bisherigen Vorgehen nicht ab. Als Fundament wird für alle Systeme ein Stahlbetonfundament mit

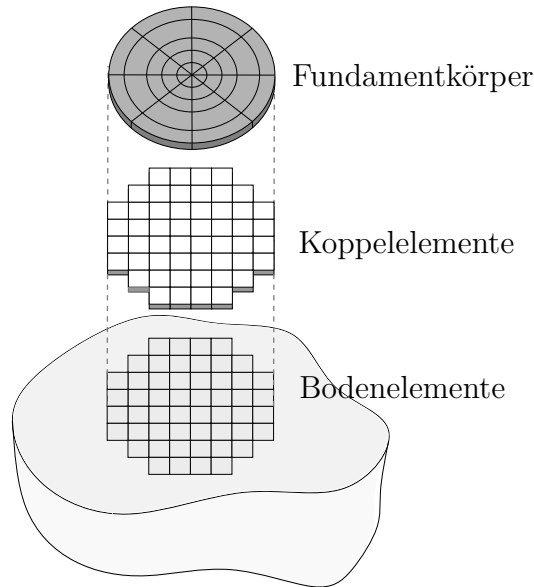


Abbildung 6.22: Gesamtsystem aus Bodenelementen, sowie Kopplungselementen und Fundamentkörper modelliert mit Finiten-Elementen.

einer Dicke von 30 cm und einem Beton C30/35 angenommen. In Abbildung 6.23 sind die sich einstellenden Modalformen dargestellt, wenn der Tank BuE2 auf homogenen Böden mit einem Schubmodul von $\mu = [50; 200; 2000]$ MN/m² gelagert wird. Alle Ergebnisse werden mit den Berechnungen von Tanks auf starren Fundamenten verglichen, welche mit den erprobten Feder-Dämpfer-Modellen berechnet wurden.

Auf steifem Boden kann sich auch ein biegeweiches Fundament kaum verformen. Daher ist es nicht verwunderlich, dass die Modalformen beider Tank-Fundament-Boden-Systeme übereinstimmen. Für weichere Böden nimmt diese Übereinstimmung leicht ab.

In Tabelle 6.10 werden die zugehörigen Eigenperioden dargestellt. Im Vergleich fällt auf, dass mit zunehmender Bodensteifigkeit die Übereinstimmung zunimmt. Tendenziell sind die Perioden des FEM-REM-Systems höher. Das bedeutet, dass die FEM-REM-Lagerung zu weniger steifen Gesamtsystemen führt als die Feder-Dämpfer-Systeme.

Tabelle 6.10: Eigenperiode $T_{i,f,h}$ in Sekunden von Tank BuE2 auf homogenen Böden dargestellt durch ein Feder-Dämpfer-Modell (FD) und durch FEM-REM-Kopplung (FEM-REM).

μ [MN/m ²]	50	200	2000
FD	0,551	0,415	0,364
FEM-REM	0,721	0,461	0,370

Das gleiche Verhalten lässt sich an den Drücken $p_{i,f,h}$ beobachten, wie in Abbildung 6.24 dargestellt. Die Drücke für die Böden mit dem Schubmodul $\mu = 2000$ MN/m² sind nahezu deckungsgleich. für den Boden mit $\mu = 200$ MN/m² beträgt die maximale Abweichung

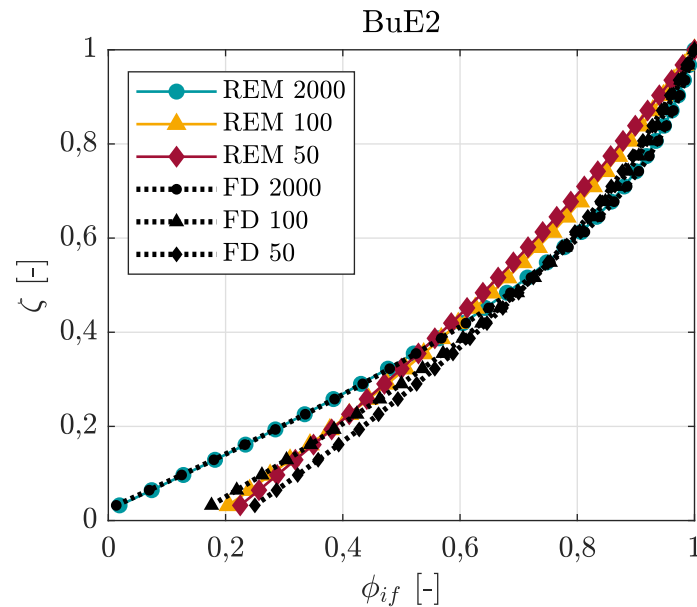


Abbildung 6.23: Impulsiv flexible Eigenform des Tanks BuE2 auf einem homogenen FEM-REM-Bodenmodell mit Schubmodul μ in MN/m^2 .

11 %. Wird allerdings das Fundament in der FEM-REM Analyse ebenfalls starr ausgeführt, liegen die Kurven übereinander. Für den weicheren Boden unterscheiden sich die Verläufe stärker. Die unterschiedlichen Ergebnisse resultieren aus den unterschiedlich angesetzten Beschleunigungen. Diese werden auf Basis der Eigenperioden in Tabelle 6.10 ausgewählt. Wird mit beiden Methoden das gleiche System dargestellt (starres Fundament, $\mu = 200 \text{ MN}/\text{m}^2$) stellen sich die gleichen Ergebnisse ein. Die abweichenden Eigenperioden ergeben sich aus den verschiedenen Lagerungsbedingungen. Außerdem ändert sich der Einspanngrad der Tankschale in Abhängigkeit der Fundamentsteifigkeit.

Mit der FEM-REM-Kopplung lässt sich ein Modell erstellen, dass näher an der Realität liegt. Die Lagerungsbedingungen lassen sich ebenso wie die eigentliche Fundamentsteifigkeit genauer darstellen. Allerdings kann man aufgrund der in Abbildung 6.24 dargestellten Ergebnisse die Methode nicht als besser bewerten. Die angenommenen Fundamente sind nicht auf ihre statische Tragfähigkeit und dynamische Brauchbarkeit überprüft. Es ist zu hinterfragen, ob diese Systeme – insbesondere bei den nachgiebigen Böden – realistische Modelle darstellen. Eine praxistaugliche Fundamentbemessung wird zu steiferen Fundamenten führen als hier gezeigt. Dementsprechend nähert sich ihr Verhalten den FD-Modellen wieder an. Um den Einsatz der Methode beherrschen zu können und um das Systemverhalten sicher zu interpretieren, müssen weitere Modelle ausgiebig studiert werden. Dabei sind der Einfluss aller Verhältnisse von Bodensteifigkeit, Fundamentsteifigkeit und Tankdynamik heraus zu arbeiten. Dies geht über den Umfang der vorliegenden Arbeit deutlich hinaus. Während die Berechnungszeit des FEM-REM-Modells in SSI-SALT selbst nur unerheblich höher ist, ist der Aufwand in der Erstellung des Bodenmodells deutlich größer. Nötige Kenntnisse über Bodenansatzfunktionen und Elementgeometrien sowie Steifigkeitsverhältnisse und Fundamentbemessung lassen die Einordnung der Methode als Ingenieurmodell zur effektiven und zielgerichteten dynamischen Berechnung als

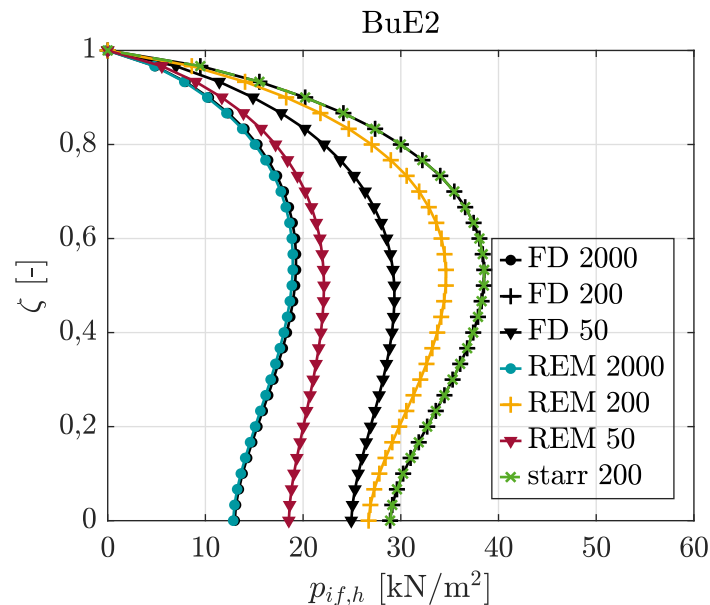


Abbildung 6.24: Realer impulsiv flexible Druck des Tanks BuE2 auf einem homogenen FEM-REM-Bodenmodell mit Schubmodul μ in MN/m^2 , verglichen mit der Lagerung auf dem Feder-Dämpfer-Modell.

fraglich erscheinen.

Darüber hinaus ist es mit der FEM-REM-Kopplung möglich den dynamischen Fluiddruck auf den Tankboden zu berechnen. Dieser stellt sich sowohl aus horizontaler als auch vertikaler Erdbewegung ein. Er wird in SALT [155] ebenso wie in der Literatur [22, 36] oftmals aus dem Wanddruck zurück gerechnet. Dabei wird eine passende Tankbodenverformung angenommen, aber mit starren Fundamenten gerechnet. Mit SSI-SALT auf FEM-REM Kopplung ist es möglich, die Tankbodeneigenform zu bestimmen. So ist eine Druckbestimmung analog zur Bestimmung an der Wand möglich, indem man die tatsächliche Tankbodeneigenform heran zieht. Diese Berechnung am Gesamtsystem führt nicht nur zu genaueren Ergebnissen an der Tankwand sondern ermöglicht eine realitätsgetreue dynamische Berechnung und Bemessung des Tankfundamentes.

6.11 Berücksichtigung höherer Eigenformen

In der Literatur [11, 161] wird vorgeschlagen ab einer Tankschlankheit von $\gamma > 1,5$ auch höhere impulsiv-flexible Eigenformen zu berücksichtigen. Laut Mykoniou [89] können die Ergebnisse in SALT ab $\gamma > 2$ unpräzise werden, falls höhere Eigenformen unberücksichtigt bleiben. In Abhängigkeit der Tankeigenschaften sind höhere Tankeigenformen mehr oder weniger an dem Fluiddruck infolge seismischer Anregung beteiligt. In der Regel führen die höheren Eigenformen zu geringeren Drücken [160]. Da die höheren Eigenformen in Frequenzbereichen liegen, die von der Schwingform des flexibel gelagerten Tanks deutlich entfernt liegen, wird der Vorschlag von Veletsos et al. [11] aufgegriffen, höhere Eigenformen am fest gelagerten Tank zu berechnen. Veletsos et al. [11] beschreiben, dass der Einfluss

der BBFI auf die höheren Eigenformen vernachlässigbar klein ist. Anschließend müssen die Drücke aller gefundenen Eigenformen zu einer impulsiv-flexiblen Komponente zusammen gefasst werden.

6.11.1 Höhere Eigenformen flexibel gelagerter Tankschalen

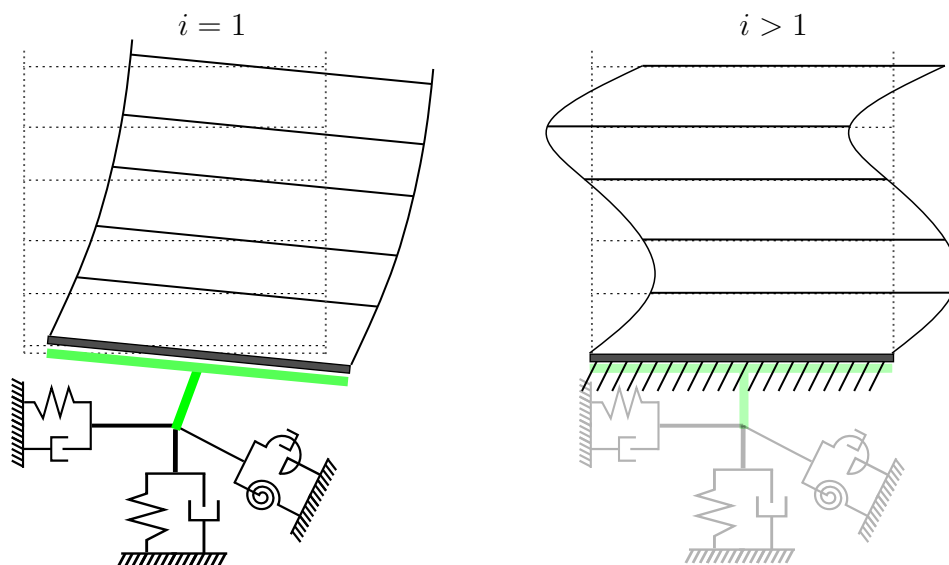


Abbildung 6.25: Modellierung der unterschiedlichen Konfigurationen der Lagerung für die Modalanalyse der Eigenformen i in ANSYS.

Zur Berücksichtigung weiterer impulsiv-flexibler Eigenformen wird die impulsiv-flexible Druckbestimmung angepasst. Die Iteration aus Kapitel (6.2.4) wird für jede Modalform vollständig durchgeführt. Entscheidend ist die Auswahl der maßgebenden Eigenformen. Dazu muss entschieden werden, ob jede gefundene Modalform an der betrachteten Tankbewegung maßgeblich teilnimmt. Parameterstudien haben gezeigt, dass es nur schwer möglich ist die geeigneten Modalformen von SSI-SALT automatisch bestimmen zu lassen [159]. Dementsprechend wird der Ansatz von Veletsos & Tang [34] implementiert, der vorsieht unterschiedliche Gesamtsysteme zur Bestimmung der einzelnen Eigenformen zu verwenden. Zur Bestimmung der ersten Eigenform wird weiterhin das Gesamtsystem inklusive der nachgiebigen Lagerung genutzt. Für alle höheren Eigenformen werden Festhaltung an allen Knoten der Fundamentunterkante angeordnet und der Tank somit fest gelagert, siehe Abbildung 6.25. Neben der Lagerung ist der Einfluss der BBI auf die Modalformen skizziert. Die erste Modalform zeigt eine starre Fußpunktverschiebung und Rotation, sowie Biegung der Schale, was Abbildung 6.8 entspricht. Bei der festen Lagerung ist die Verschiebung und Rotation am Tankfuß gleich Null, höhere Eigenformen stellen sich ein.

Der Fokus der Analyse liegt auf den horizontalen Anteilen der Eigenformen. Diese beinhalten sowohl die Rotation des Fundament-Boden-Systems und die anschließende Starrkörperbewegung des Tanks als auch die Verformung der Tankschale. Andere Bewegungs-

richtungen wie torsionale Eigenformen der Bodenfedern werden nicht benötigt. Durch die Berücksichtigung der Konvergenzkriterien nach Abschnitt 6.2 sowie der Maßnahmen zur Auswahl sinnvoller Eigenformen nach Abschnitt 6.2.4 wird sicher gestellt, dass nur die relevanten Eigenformen genutzt werden.

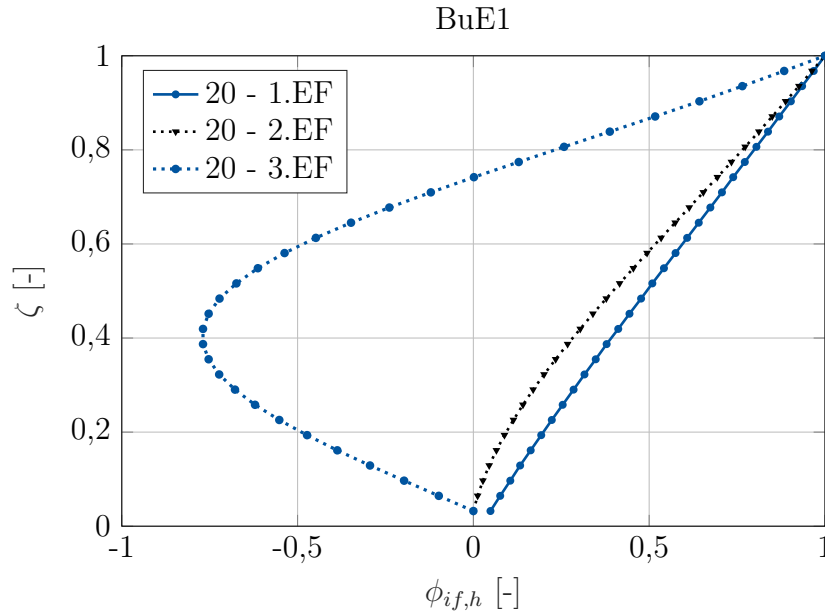


Abbildung 6.26: Eigenformen am schlanken Tank BuE1, nachgiebig gelagert auf einem Boden mit $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$.

Für den schlanken Tank BuE1 werden Eigenformen auf unterschiedlichen Böden untersucht. Für einen Schubmodul von $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ und einer maximalen Frequenz von 50 Hz werden drei Eigenformen gefunden und in Abbildung 6.26 dargestellt. Die 1. Eigenform zeigt die Fußpunktverschiebung und ein kurvig-elliptisches Verhalten über die Tankhöhe, wie in Abschnitt 6.3 beschrieben. Eine markante Starrkörperverschiebung wird mit einer geringen Durchbiegung kombiniert. Die zweite Eigenform zeigt keine Fußpunkttranslation, dafür eine deutlichere Durchbiegung. Sie entspricht der ersten Eigenform eines fest gehaltenen Tanks. Da die Eigenfrequenz der eigentlichen ersten Eigenform niedrig ist, findet SSI-SALT am Modell der höheren Eigenformen auch diese Form. Sie zu berücksichtigen würde jeden Versuch BBFI-Effekte abzubilden konterkarieren. Aus diesem Grund muss sie ignoriert werden. Da alle höheren Eigenformen einen Nulldurchgang besitzen, wird diese Bedingung zur Auswahl der gesuchten Eigenformen genutzt. Die dritte Eigenform ist eine höhere Eigenform und ist deckungsgleich mit der 2. Eigenform des fest gehaltenen Tanks. Dies zeigt im Sinne von Veletsos & Tang [34], wie die 1. Eigenform den Bodeneinfluss abbildet, während höhere Eigenformen den Verformungsanteil mitnehmen. Für den untersuchten Tank werden keine weiteren sinnvollen Modalformen bis zu einer Frequenz von 50 Hz gefunden. Aufgrund der Frequenzbereiche der Erdbeben beschränkt sich SSI-SALT auf drei Eigenformen. Die Eigenformen der fest gehaltenen Tanks entsprechen der Literatur, in der unterschiedlichen Methoden zur Berechnung eingesetzt werden. Sowohl

Moslemi & Kianoush [161] als auch Wunderlich & Seiler [160] finden entsprechende Verläufe. Für die nachfolgenden Berechnungen und Auswertungen werden die Festhaltungen wieder entfernt, der Tank ruht wiederum auf den MATRIX Elementen und das System wird in seinem Ausgangszustand betrachtet.

6.11.2 Angepasste Überlagerung der Drücke

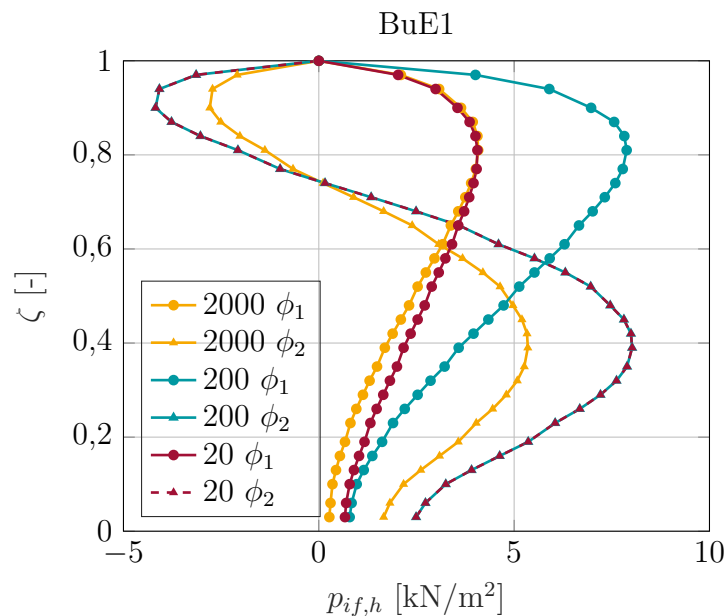


Abbildung 6.27: Impulsiv-flexibler Druck für verschiedene Eigenformen ϕ und Schubmodule μ in MN/m^2 .

Aufbauend auf den Eigenformen werden die realen, impulsiv-flexiblen Drücke des schlanken Tanks in Abbildung 6.27 dargestellt. Für drei Böden mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 werden die Drücke infolge der ersten Eigenform ϕ_1 und infolge der zweiten Eigenform ϕ_2 gezeigt. Der Druck infolge der ersten Eigenform entspricht den bisher beobachteten Verläufen. Der Einfluss der BBFI ist sichtbar, für jeden Boden stellen sich andere Amplituden ein. Die Drücke infolge der zweiten Eigenform folgen deren Verlauf. An der Tankspitze ist aufgrund der Randbedingungen der Fluidmechanik der Druck weiterhin gleich Null. Im oberen Tankbereich stellen sich negative Drücke ein. Diese Druckverläufe wurden an einem identischen Tanksystem bestimmt. Durch die Erdbebenbeschleunigung wird lediglich eine Skalierung durchgeführt. Da sich für die Periode der zugehörigen Schwingung für die Böden $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ und $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ die gleiche Beschleunigung einstellt, sind die Verläufe deckungsgleich. Für $\mu = 2000 \text{ MN/m}^2$ stellt sich eine kleinere Beschleunigung und dementsprechend ein geringerer Druck ein. Durch die Berücksichtigung der nachgiebigen Lagerung in der ersten Eigenform sind die zugehörigen Drücke größtenteils geringer als die Drücke der zweiten Eigenform.

Tabelle 6.11: Eigenperiode $T_{if,h}$ und Eigenfrequenz $f_{if,h}$ der ersten und zweiten impulsiv-flexiblen Eigenform des Tankes BuE1.

μ [MN/m ²]	20	200	2000
1. Eigenperiode [s]	0,85	0,44	0,37
1. Eigenfrequenz [Hz]	1,17	2,29	2,69
2. Eigenperiode [s]	0,09	0,09	0,09
2. Eigenfrequenz [Hz]	10,55	10,55	10,55

In 6.11 sind die Eigenperioden und -frequenzen der beiden Schwingformen dargestellt. Die Eigenperiode der zweiten Eigenform ist deutlich tiefer als die der ersten Eigenform. Der Unterschied beträgt mindestens 0,28 Sekunden beziehungsweise 7,86 Hertz.

Die Eigenformen der impulsiv-flexiblen Komponenten müssen zur Darstellung des dynamischen Druckes zusammengefasst werden. In Abschnitt 6.2.3 wird die Normierung von Eigenform und Druck und die anschließende Skalierung anhand der Anregung beschrieben. Um diesen Ablauf in der SALT-Routine zu erhalten, werden die einzelnen Eigenformen jeweils ebenfalls normiert und anschließend überlagert.

Im ersten Schritt werden die Eigenfrequenz, der Verlauf der Modalform über die Höhe, der Partizipationsfaktor und die zugehörige Spektralbeschleunigung jeder Eigenform i bestimmt.

$$p_{if,h,i} = \hat{p}_{if,h,i} \cdot a_{if,h,i} \cdot \Gamma_{if,h,i} \quad (6.8)$$

Anschließend werden die Drücke alle Eigenformen i auf den Druck der ersten Eigenform normiert

$$\hat{p}_{if,h,i}^1 = \hat{p}_{if,h,i} \cdot \frac{a_{if,h,i}}{a_{if,h,1}} \cdot \frac{\Gamma_{if,h,i}}{\Gamma_{if,h,1}} = \frac{p_{if,h,i}}{a_{if,h,1} \cdot \Gamma_{if,h,1}} \quad (6.9)$$

Somit sind die Drücke aller Eigenformen auf ein Vielfaches der 1. Eigenform skaliert. Die additive Überlagerung der auf die erste Eigenform normierten Drücke ergibt

$$\hat{p}_{if,h}^1 = \sum \left[\hat{p}_{if,h,i} \frac{a_{if,h,i}}{a_{if,h,1}} \cdot \frac{\Gamma_{if,h,i}}{\Gamma_{if,h,1}} \right] = \sum [\hat{p}_{if,h,i}^1] \quad (6.10)$$

Eine additive Überlagerung unterstellt das gleichzeitige Auftreten aller frequenzabhängigen Belastungen durch dynamische Drücke. In Tabelle 6.11 wird gezeigt, dass die Eigenfrequenzen der betrachteten Eigenformen deutlich voneinander abweichen. Aus diesem

Grund bietet sich zur Überlagerung die weniger konservative SRSS-Überlagerung an.

$$\hat{p}_{if,h}^1 = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{p_{if,h,1}}{a_{if,h,1} \cdot \Gamma_{if,h,1}}\right)^2 + \sum \left[\operatorname{sgn}(p_{if,h,i}) \left(\frac{p_{if,h,i}}{a_{if,h,1} \cdot \Gamma_{if,h,1}}\right)^2 \right]} & \text{für } p_{if,h,1} \geq p_{if,h,i} \\ -\sqrt{-\left(\frac{p_{if,h,1}}{a_{if,h,1} \cdot \Gamma_{if,h,1}}\right)^2 + \sum \left[\left(\frac{p_{if,h,i}}{a_{if,h,1} \cdot \Gamma_{if,h,1}}\right)^2 \right]} & \text{für } p_{if,h,1} < p_{if,h,i} \end{cases} \quad (6.11)$$

Dazu wird eine Fallunterscheidung durchgeführt, um das teilweise negative Vorzeichen der Drücke zu erhalten und imaginäre Wurzeln zu vermeiden.

Anschließend werden in ANSYS die normierten und überlagerten Drücke mit Partizipationsfaktor und Beschleunigung der ersten Eigenform gewichtet und auf die Elemente der Tankschale aufgebracht. Das Ergebnisse dieser Berechnung ist in Abbildung 6.28 zu sehen. In den überlagerten Verläufen sind der Einfluss beider Eigenformen und der nachgiebigen Lagerung sichtbar. In Abhängigkeit der Lagerung und der zugehörigen Beschleunigung stellen sich unterschiedliche Verläufe ein. Durch die Berücksichtigung der höheren Eigenformen wird insbesondere in der unteren Tankhälfte der Gesamtdruck erhöht.

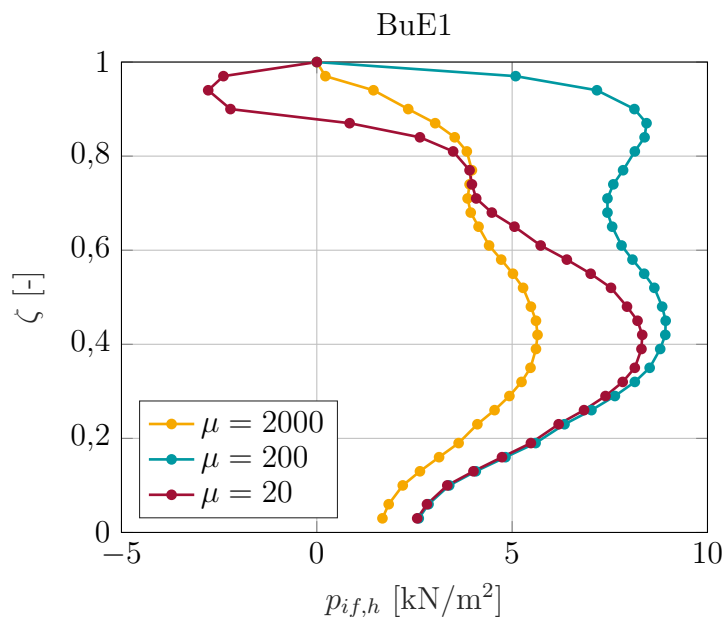


Abbildung 6.28: SRSS Überlagerung impulsiv-flexibler Drücke unter Berücksichtigung mehrerer Eigenformen für verschiedene Böden mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 .

Wunderlich & Seiler [160] zeigen klar auf, dass die höheren Eigenformen geringere Drücke nach sich ziehen. In der vorliegenden Überlagerung zeigt die zweite Eigenform allerdings einen dominanten Einfluss. Dies liegt an der vergleichsweise hohen Beschleunigung a_{abs} die der zweiten Eigenform zugeordnet wird. Dieser Effekt wird am gedrunen Tank BuE2 noch deutlicher, wo die Amplitude der 2. Eigenform die der ersten in der Überlagerung

deutlich überschatten. Bei anderen Tanksystemen mit geringere Schlankheit aber größerem bezogenen Radius haben die höheren Eigenformen teilweise keinen sichtbaren Einfluss. Die Eigenperioden der Schwingungen liegen weit auseinander, weshalb es fraglich ist, ob und wie eine zusammenfassende Überlagerung zielführend ist. Die teilweise hohe Dominanz der zweiten Eigenform resultiert aus der hohen Beschleunigung, die der EF zugeordnet wird. Da sich der Einfluss nicht mit der Literatur deckt ist zu überprüfen, ob der Ansatz der Absolutbeschleunigung für alle impulsiven Anteile haltbar ist. Außerdem bliebe zu untersuchen, ob die Berechnung der höheren Eigenformen ohne Berücksichtigung der nachgiebigen Lagerung in allen Systemkombinationen eine gute Näherung darstellt. Werden keine Normspektren angesetzt sondern Beschleunigungen, die zu dem realen Bodenaufbau passen stellt man fest, dass die markante Amplifikation der Bodenbewegung im Bereich der 1. Eigenform oder tieffrequenter liegt. Die 2. Eigenform und höhere Eigenformen sind davon nicht betroffen. In diesem Falle wirkt der Druck der 1. Eigenform deutlich prägender auf die Gesamtdruckverteilung.

Es wird schnell deutlich, dass die Frage, wie und ob höhere Eigenformen in der Druckberechnung berücksichtigt werden sollen, weitere Untersuchungen und Diskussionen erfordert. Dabei sind die Annahmen in der Eigenformberechnung, der Druckberechnung und Drucküberlagerung zu überprüfen. Zum Treffen einer möglichst allgemeingültigen Aussage ist es dazu erforderlich, eine Vielzahl von Boden-Fundament-Tank-Systemen zu überprüfen. Dabei sind unterschiedliche Schlankheiten, Wandstärken, Bodenaufbauten und Einwirkungen zu untersuchen.

6.12 Fazit der SSI-SALT Implementierungen

Abschließend sollen alle durchgeführten Maßnahmen gemäß Abschnitt 6.2.2 betrachtet werden. Dazu wird das Zwischenresümee aus Abschnitt 6.5 aufgegriffen. Dort wurde die prinzipielle Funktionsweise von SSI-SALT festgestellt. Anschließend wurden gemäß dem Arbeitsplan in Kapitel 6.2.2 weitere Entwicklungsschritte erfolgreich durchgeführt. Auch diese wurden validiert oder einer positiven Plausibilitätskontrolle unterzogen. Am Ende dieses Kapitels ist es wie eingangs gefordert, möglich einen flüssigkeitsgefüllten Tank auf nachgiebigem Boden unter Erdbebeneinwirkung zu berechnen. Dabei lassen sich homogene und vielfach geschichtete Böden frequenzabhängig ebenso einbeziehen wie normative Bodenantwortspektren oder reale Erdbebenverläufe im Frequenzbereich. Die Kippbewegung von Tanks auf nachgiebigen Böden erzeugt eine impulsive Druckkomponente, die zusätzlich in SSI-SALT aufgenommen wurde. Sie beeinflusst den Gesamtdruck nur für sehr weiche Böden.

Neben der erfolgreichen Implementierung wurden verschiedene Parameter und Größen am Gesamtsystem identifiziert, die maßgeblichen Einfluss auf die BBFI-Dynamik haben. Dazu gehören sowohl Tankparameter als auch Parameter aus dem Fundament-Boden-System und der Einwirkung. Die maßgeblichen Tankparameter und Eigenschaften sind die Schlankheit γ und der bezogene Radius η , sowie die unter anderem daraus folgende impulsiv-flexible Eigenfrequenz f_{if} .

Verschiedene Bodenparameter und ihr Einfluss auf die Impedanz des Bodens und die Erdbebenverläufe wurden in Kapitel Abschnitt 3 ausgiebig diskutiert. Herausgestellt werden sollen aber der Schubmodul und die Schichtung eines Bodens sowie der Radius des Fundament-Boden-Systems. Bei homogenen Böden liefern beide eingesetzten Bodenmodelle gleiche Druckverläufe. Geschichtete Böden führen zu stark abweichenden Druckverläufen und lassen sich nur durch das PSMM-Modell berechnen. Im Vergleich zum Modellierungs- und Berechnungsaufwand eines Flüssigkeitstanks ist der Mehraufwand der Berechnung der Bodenimpedanzen klein.

Aufgrund der Komplexität der Gesamtsysteme kann keine pauschale Aussagen zu dem Einfluss dieser Parameter auf das Tankverhalten getroffen werden. Dies spricht für die Notwendigkeit der Durchführung von dynamischen BBFI-Analysen für flüssigkeitsgefüllte Tanks auf nachgiebigen Böden unter seismischer Einwirkung. Eine ausgiebige Parameterstudie für weitere Boden-Tank-Fundament-Systeme wird in Abschnitt 8. durchgeführt.

Es wurde darüber hinaus gezeigt, dass SSI-SALT auch mit einer FEM-REM-Kopplung kombinierbar ist, um biegeweiche Fundamente ins Modell mit einzubeziehen. Auch die Berücksichtigung höherer impulsiv-flexibler Eigenformen ist möglich und hat einen gewissen Einfluss auf den dynamischen Gesamtdruck. Allerdings sind zur sicheren Anwendung der betroffenen Methoden weitere umfangreiche Untersuchungen nötig, weshalb an dieser Stelle auf den Ausblick in Kapitel 9 verwiesen wird.

7 Spannungen in der Tankschale

7.1 Vorgehen

Die Spannungsberechnung in der Schale eines flüssigkeitsgefüllten Tanks auf nachgiebigem Boden in einem Ein-Schritt-Verfahren ist das Alleinstellungsmerkmal von SSI-SALT. Die Erweiterungen von SALT zu SSI-SALT erlauben es, die dynamischen Flüssigkeitsdrücke von Tanks auf geschichteten Böden unter beliebiger seismischer Anregung zu berechnen. Anders als diese Drücke gehen die Spannungen als direkte Größe in die Bemessung der Tankschalen ein, was die Wichtigkeit der Spannungsberechnung und der Diskussion der BBFI-Einflüsse auf die Spannungen unterstreicht. Die Berücksichtigung der nachgiebigen Lagerung in der Druckberechnung wird in der Weiterentwicklung von SSI-SALT beschrieben, das eigentliche Verfahren zur Bestimmung der Spannungen in der Schale wird unverändert von SALT übernommen. Aus diesem Grund wird dieses Verfahren hier

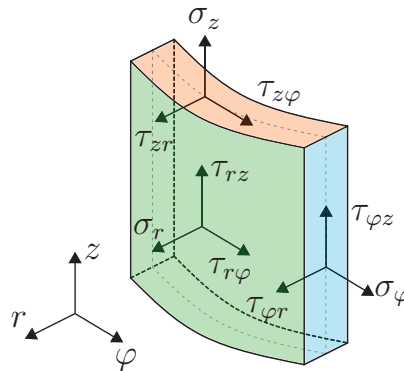


Abbildung 7.1: Spannungen in einem Schalenelement des Tankbauwerkes.

nur zusammenfassend dargestellt und die für die BBFI-Analyse wichtigen Schritte und Erkenntnisse unterstrichen. Rosin [4] stellt die Spannungsberechnung in Tankschalen detailliert vor. Dabei geht die Autorin sowohl auf theoretische Hintergründe, als auch auf normative Anwendungen ein.

SSI-SALT rechnet mit der vollständigen Tankschale, dementsprechend werden für jedes Element alle Spannungskomponenten berechnet. Für das eingesetzte SHELL181 Element sind diese gemäß der Elementbeschreibung in ANSYS [127] in Abbildung 7.1 dargestellt. Die Elementbibliothek beruft sich für theoretische Hintergründe unter anderem auf die Formulierung für dünnwandige gekrümmte Elemente von Ahmad et al. [168], welche auf allgemeinen Herleitungen zur Spannungsberechnung von Zienkiewicz et al. [25] aufbaut.

Maßgebliche maximale oder minimale Spannungskomponenten infolge seismischer Belastung sind in Abbildung 7.2 dargestellt. Im spannungsbasierten Stabilitätsnachweis nach DIN EN 1993-1-6 [169] werden die Spannungskomponenten infolge Axialdruck, Umfangsdruck und Schub getrennt voneinander für die Nachweisführung genutzt. Im Folgenden

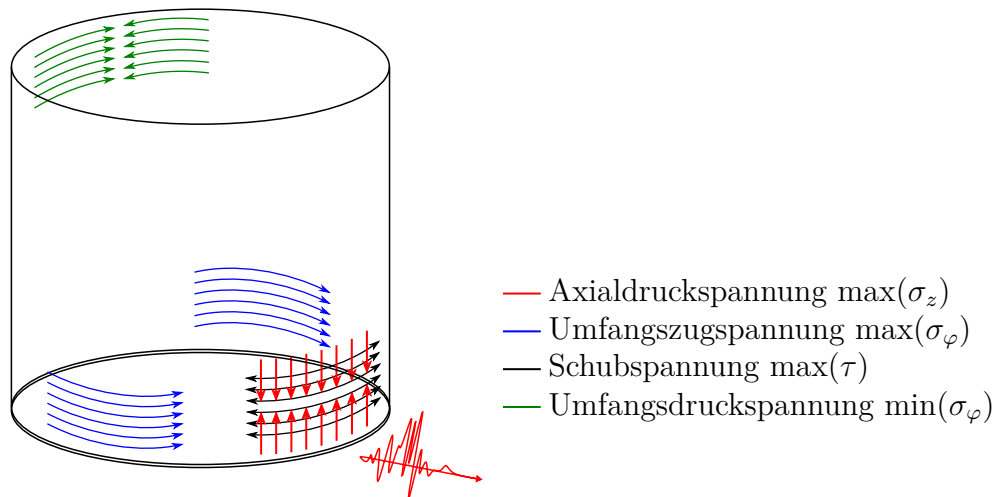


Abbildung 7.2: Schalenspannungen in der Tankschale. Nach Eurocode 3 [151] und Rosin [4].

werden die zugehörigen Komponenten daher herangezogen um den Einfluss der BBI auf nachgiebig gelagerte Tankschalen zu betrachten. Dabei handelt es sich um die Axialspannung σ_z , die Tangentialspannung σ_φ und die Schubspannungen $\tau_{z\varphi}$, τ_{rz} und $\tau_{r\varphi}$. Die Darstellung und Diskussion der Radialspannung werden vernachlässigt.

7.2 Ergebnisse

7.2.1 Tanks auf homogenem Halbraum

Im Sinne des Vorgehens in Kapitel 6.2 wird zunächst der Einfluss der nachgiebigen Böden auf die Spannungen der dort untersuchten Tanks betrachtet. Dabei handelt es sich um einen schlanken Tank (Kürzel BuE1) und einen gedrungenen Tank (BuE2) aus der Literatur [22], die in Tabelle 6.2 vorgestellt werden. Die Tanks werden wie in Abschnitt 6.2 auf einen nachgiebigen homogenen Boden mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 gegründet. Die Bodenimpedanzen werden mit der PSMM nach Abschnitt 3.1 modelliert. Als Anregung werden normative Erdbebenspektrum nach Eurocode 8 [129] angesetzt, die anhand der Bodeneigenschaften ausgewählt werden. In dieser Arbeit wird der Fokus auf die dynamischen Drücke infolge horizontaler Anregung gelegt. In die Spannungsberechnung fließt außerdem der hydrostatische Druck und das Eigengewicht der Schale mit ein. Vertikalbewegungen erzeugen zusätzliche Drücke, die gemäß Abschnitt 5.4.3 mit den Drücken infolge Horizontalbewegung überlagert werden können. SSI-SALT ist in der Lage weitere Lastfälle mit in die Spannungsberechnung mit einzubeziehen, die in Anhang C.2 aufgelistet werden.

In den Abbildungen 7.3, 7.4 und sind die Spannungskomponenten $\sigma_z, \sigma_\varphi, \tau_{z\varphi}, \tau_{rz}$ und $\tau_{r\varphi}$ in Abhängigkeit des Schubmoduls dargestellt. Zuerst soll die Axialspannungskomponente σ_z diskutiert werden; Am schlanken Tank BuE1 ist im Verlauf von σ_z der Einfluss der BBI deutlich sichtbar. Da die Spannungsberechnung in Folge der Druckbestimmung durchge-

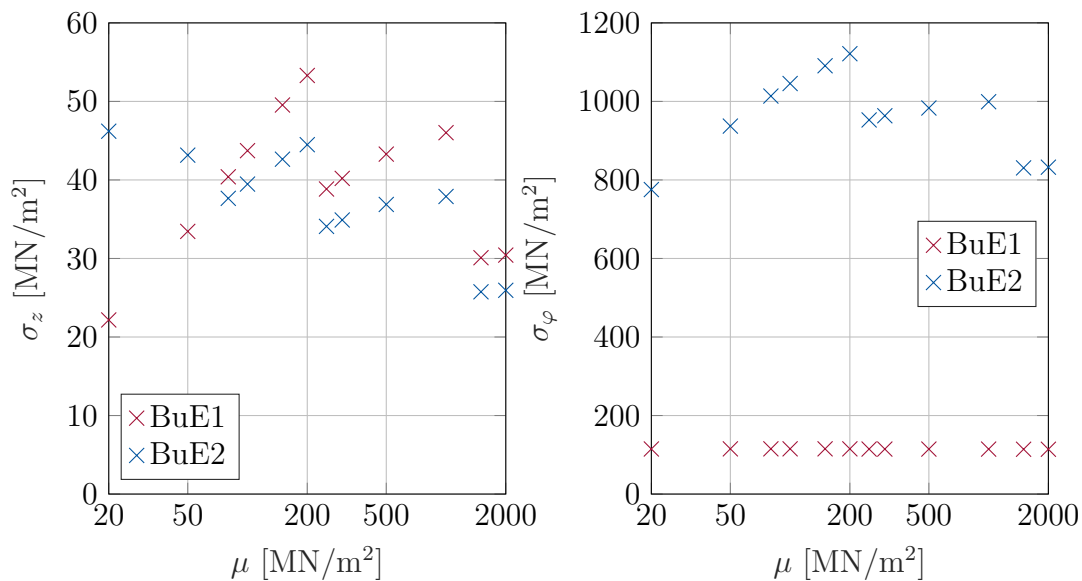


Abbildung 7.3: Maximale Axial- und Tangentialspannungen im Tankmantel zweier nachgiebig gelagerter Tanks nach Tabelle 6.2.

führt wird, spiegelt die Spannungskomponente den Verlauf der dynamischen Drücke in Abschnitt 6.2 wieder. Für weiche Böden ergibt sich ein relativ geringes Spannungsniveau, mit zunehmender Bodensteifigkeit nimmt das Niveau zu. Wie in Kapitel Abschnitt 6.2 beschrieben, wird nach einem Schubmodul von $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ beziehungsweise $\mu = 1000 \text{ MN/m}^2$ ein anderes normatives Bodenspektrum genutzt. Die sich dementsprechend einstellende schwächere Anregung spiegelt sich direkt im Spannungsverlauf wieder. Bis zum nächsten Wechsel des Spektrums steigt das Spannungsniveau erneut an. In Folge des Beschleunigungsspektrums für feste Böden stellt sich ein vergleichbar geringes Spannungsniveau ein. Auch hier folgen die Spannungsverläufe der Druckbestimmung. Die maximalen Spannungen werden für den Boden $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ erreicht.

Für den Tank BuE2 stellt sich für σ_z ein vergleichbarer Verlauf ein, allerdings weichen die absoluten Amplituden ab. Einen Unterschied zwischen beiden Tanks lässt sich für die Tanks auf den weichen Böden mit den Schubmoduln 20 und 50 MN/m^2 beobachten. Für den gedrunenen Tank zeigen diese ein relativ hohes Spannungsniveau. Dies ist eindeutig auf den Einfluss der Druckkomponente infolge der Kippbewegung zurück zu führen. Für den gedrunenen Tank erhöht diese den dynamischen Druck am Tankfuß, der Stelle an der sich die gezeigten Maximalspannungen einstellen. Bei $\mu = 80 \text{ MN/m}^2$ ist der Effekt weniger stark ausgeprägt, der Spannungsverlauf folgt dem bereits beschriebenen Muster. Anschließend steigt das Spannungsniveau bis zum Wechsel des Normspektrums bei $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ weiter an. Der Wechsel führt zu einer Verringerung des Spannungsniveaus, was direkt auf die Amplitude der Anregung zurück zu führen ist. Danach lässt sich ein Anstieg bis zum Einsatz des nächsten Spektrums beobachten. Das Spektrum zur Darstellung fester Böden führt zu geringeren Spannungen. Die größten Spannungen stellen sich für die Böden $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ und $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ ein.

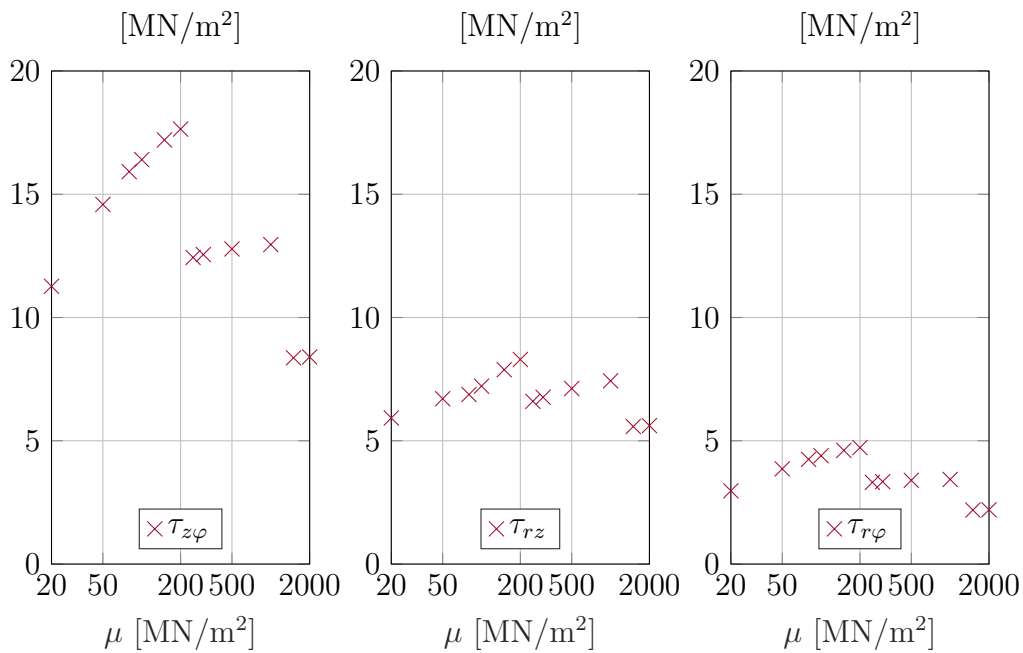


Abbildung 7.4: Maximale Schubspannungskomponenten in der Tankschale des schlanken Tanks BuE1 nach Tabelle 6.2.

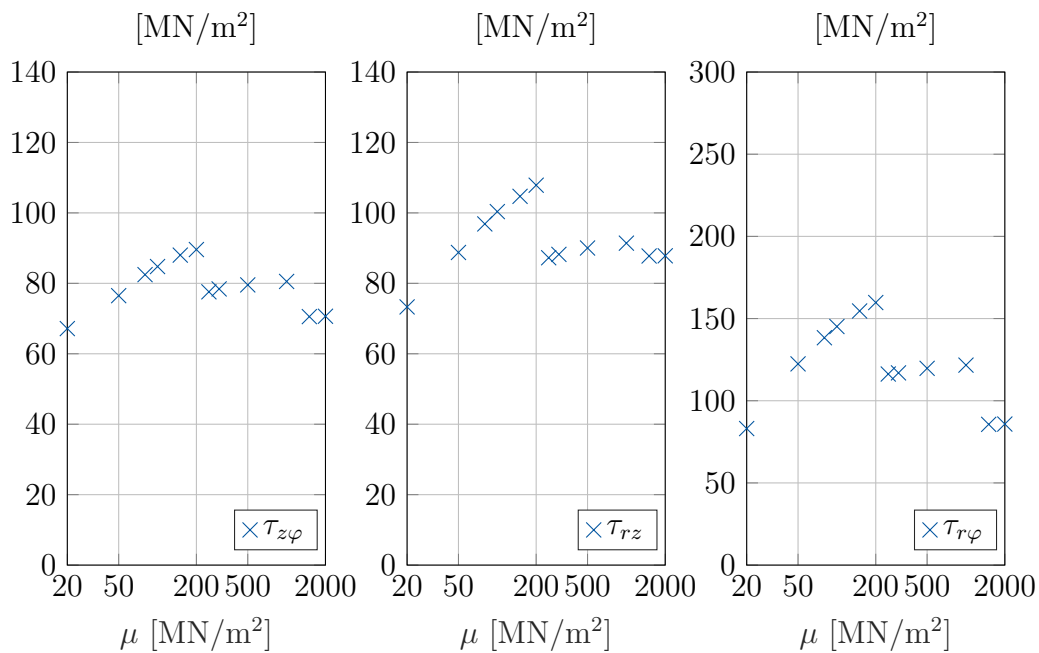


Abbildung 7.5: Maximale Schubspannungskomponenten in der Tankschale des gedrunnenen Tanks BuE2 nach Tabelle 6.2.

Der maximale Wert von σ_z für BuE1 beträgt das 2,4 fache des minimalen Wertes, der sich am nachgiebigsten Boden einstellt. Für den Tank BuE2 gilt $\max(\sigma_z) = 1,8 \cdot \min(\sigma_z)$. Die maximale Spannung für den Boden $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ beträgt das 1,75-fache (BuE1),

beziehungsweise 1,80-fache (BuE2) der Spannung an einem fest gelagerten Tank. Die starre Lagerung würde die sich einstellende Spannung also unterschätzen. Im Gegensatz dazu wird für die weichen Böden das Spannungsniveau teilweise überschätzt. Die minimale Spannung an BuE1 beträgt 72% der Spannung am starr gelagerten Tank. Im direkten Vergleich der Spannungsverläufe der beiden Tanks lässt sich nicht nur der Einfluss der BBI sondern auch der unterschiedlichen Tankgeometrien eindeutig feststellen.

Im Verlauf der Spannungskomponente σ_φ ist der Einfluss der nachgiebigen Lagerung ebenfalls zu erkennen. Allerdings ist dieser in Relation zum absoluten Spannungsniveau nicht so eindeutig wie in der Axialspannung. Auch der Verlauf von σ_φ folgt den Druckverläufen. Markant sind die maximalen Spannungen σ_φ , die sich für Böden im Bereich der maximalen Axialspannungen und des maximalen dynamischen Drucks einstellen. Die Spannungen am gedrungenen Tank größer als am Tank BuE1. Der Einfluss des Drucks infolge Kippbewegung ist nicht zu beobachten. In allen Schubspannungskomponenten ist eben dieses Verhalten zu erkennen. In Abhängigkeit von nachgiebiger Lagerung und seismischer Einwirkung entstehen die Spannungsverläufe in Folge der dynamischen Flüssigkeitsdrücke.

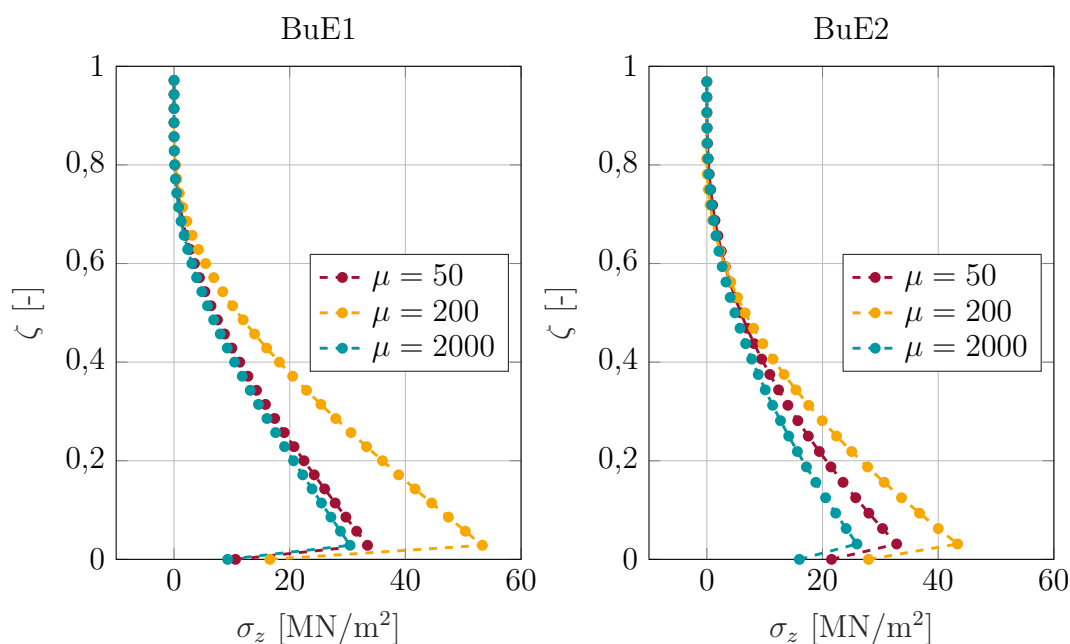


Abbildung 7.6: Axialspannungsverteilung über die normierte Tankhöhe am Ort der maximalen Axialspannung für einen gedrungenen und einen schlanken Tank auf nachgiebigen Böden in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

In Abbildung 7.6 ist für die vorgestellten Berechnungen die Spannungsverteilung σ_z über die normierte Tankhöhe dargestellt. Ausgewählt sind drei Böden für beide Tanks mit dem Schubmodul μ in MN/m^2 . Der Einfluss der nachgiebigen Lagerung beeinflusst die Extrema des Verlaufs. Die qualitative Spannungsverteilung für den steifen, felsartigen Boden $\mu = 2000 \text{ MN}/\text{m}^2$ entspricht der Literatur [22]. Entsprechend der Verteilung der Maximalspannung σ_z in Abbildung 7.6 ist das globale Maximum für die beiden weicheren

Böden deutlicher ausgeprägt. Für $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ stellt sich die größte Spannung am Tankfuß ein.

Vergleichbare Beobachtungen werden von Ormeño et al. [30] angestellt, wobei der Einfluss des Abhebens des Tankbodens auf die Spannungsverteilung untersucht wird. Zusammenfassend gesagt, arbeitet auch diese Publikation einen deutlichen Einfluss der nicht-festen Lagerung hinaus, da eine Rotation des Tankbodens zugelassen wird. Je größer diese Rotation ausfällt, desto geringere Spannungen stellen sich in der Tankschale ein. Dies entspricht den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchung für nachgiebige Böden und weiteren Untersuchungen zu abhebenden Tankschalen [9, 43]. Mithilfe der rechenaufwendigen direkten Methode bestimmen Kim et al. [40] Schalenschnittgrößen nachgiebig gelagerter Tanks. Die Autoren beobachten die gleiche Tendenz des Verhaltens infolge der nachgiebigen Lagerung. Auch die Verteilung der Schnittgrößen über die Tankhöhe entspricht den Betrachtungen in Abbildung 7.6.

In den Spannungsverläufen ist der Einfluss der nachgiebigen Böden eindeutig feststellbar. Sowohl die Amplitude der Anregung, als auch die flexible Lagerung sind deutlich zu erkennen. Dabei folgen die Spannungsverläufe den Verläufen der impulsiv-flexiblen Druckkomponente. In Kapitel 6 wurde festgestellt, dass diese Druckverläufe am BBFI-Gesamtsystem von einer Vielzahl von Parametern abhängig sind. Dazu gehören Bodenparameter, die Tankschlankheit γ und der bezogene Radius des Tanks η , sowie die sich einstellende Eigenfrequenz des Gesamtsystems. Am gedrunenen Tank BuE2 wurde der Einfluss der Kippbewegung des Tanks auf nachgiebigen Boden auf die Spannungsverteilung beobachtet. Dies erfolgt bei sehr weichen Böden, an denen der Einsatz von Flachgründungen möglich sein kann, aber nicht garantiert ist. Für etwaige Pfahlgründungen wird sich ein anderes Verhalten einstellen. Der Einfluss der Tankgeometrie auf die Spannungsverläufe lässt sich nicht vernachlässigen. Insgesamt ist es die für jeden Tank und Standort individuelle Kombination aus γ , η , der tatsächlichen Höhe und dem Radius, sowie der Wandstärke in Verbindung mit den maßgeblichen Bodenparametern, die die Spannungsverteilung in der Tankschale bestimmt. Die Komplexität des Gesamtsystems unterstreicht die Wichtigkeit holistischer Simulationen für jede Tankgeometrie an dem jeweiligen Standort.

7.2.2 Tanks auf geschichteten Böden

Mithilfe der PSMM in SSI-SALT lassen sich geschichtete Böden berechnen. In Abbildung 7.7 sind Axial- und Tangentialspannungen des gedrunenen Tanks BuE2 gezeigt. Dieser ruht auf einem Boden, der aus einer nachgiebigen Schicht auf einem Felsboden besteht. Die Schicht besitzt die Dicke $d = 25 \text{ m}$, was dem Fundamentradius entspricht, der Schubmodul μ der Schicht wird variiert. Auf dem Fels wird ein Felsspektrum A-R nach Norm [129] aufgebracht, das an die Schichtoberseite transformiert wird. Damit entspricht das Bodensystem den Systemen in den Kapiteln 6.6 und 6.7.

Die in Abbildung 7.7 dargestellten Spannungen spiegeln die Verläufe der Bodensteifigkeit und Erdbebeneinwirkung in 6.6 und 6.7 wieder. Die Tankgeometrie erzeugt in Verbin-

dung mit dem geschichteten Boden ein komplexes dynamisches System. Dementsprechend wechselhaft sind die Ergebnisse der Spannungsberechnung. Im Bereich der höchsten Einwirkung der Böden mit den Schubmodulen $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ und $\mu = 100 \text{ MN/m}^2$ stellen sich markante Spannungsmaxima ein, die eine Größenordnung über dem Niveau der übrigen Ergebnisse herausragen. Für andere Böden liegen die Spannungen im Bereich der Spannungen der Systeme auf homogenen Böden. Die Böden $\mu = 1500$ und 2000 liefern Spannungen, die über die Spannungen am homogenen Bodensystem unter Berücksichtigung des Spektrums nach Norm liegen. Das Einbinden des richtigen bodengetreuen Spektrums liefert also erhöhte Spannungen.

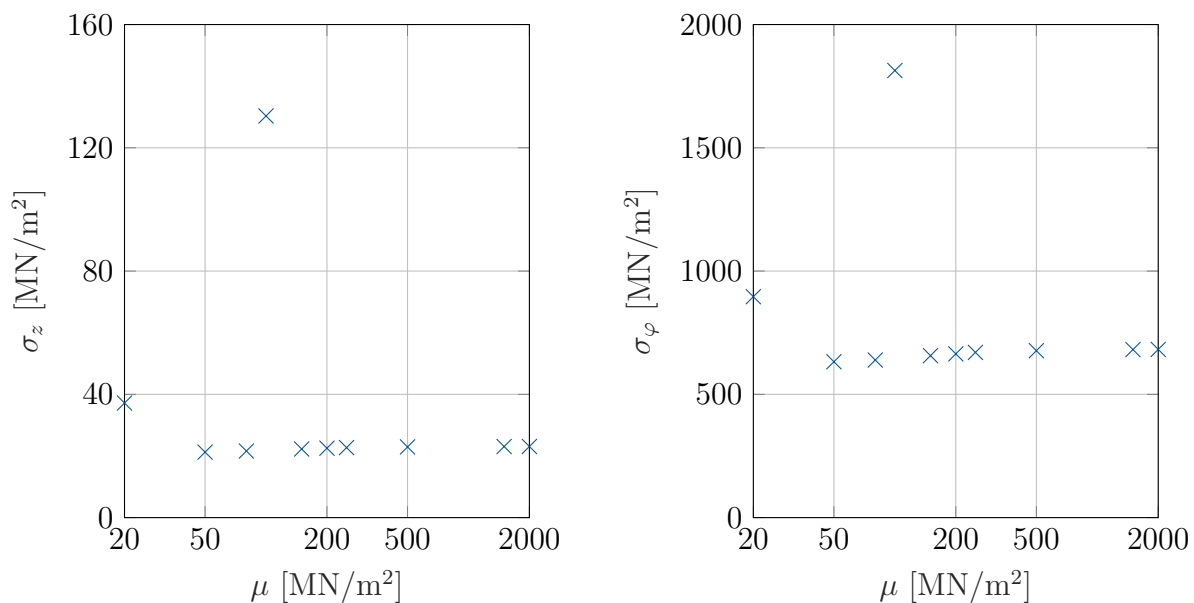


Abbildung 7.7: Maximale Axial- und Tangentialspannungen im Tankmantel des Tanks BuE2 nach Tabelle 6.2. Der Tank ist auf einer nachgiebigen Bodenschicht mit der Dicke $d = R$ gelagert, die auf gewachsenem Fels ruht.

Wenn man die Ausreißer zunächst ignoriert, erkennt man eine Spannungszunahme mit steigendem Schubmodul, die dem in Kapitel 6 beobachteten Einfluss von Lagerungsbedingung und Einwirkung entspricht. Dass die Spannungen teilweise leicht unter dem Niveau des homogenen Modells liegen, lässt sich auf veränderte Eigenfrequenzen des Gesamtsystems zurück führen, die den Einsatz geringere Einwirkungen nach sich ziehen. Bei den markanten Ausreißern liegen die Eigenfrequenzen im Bereich der maximal amplifizierten Bodenbewegung. Die erhöhten Beschleunigungen in diesem Bereich erzeugen die großen Spannungen. Die Schubspannungen verhalten sich analog, auf ihre Darstellung wird daher verzichtet.

Der Verlauf der Spannungen ist, wie in Kapitel 6.6 und 6.7 für die Druckberechnung beschrieben, eindeutig auf die Auswahl der Einwirkungsamplitude in Abhängigkeit der Systemeigenfrequenz zurückzuführen. Im Beispiel stellen sich die maximalen Erhöhungen für die Böden $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ und $\mu = 100 \text{ MN/m}^2$ ein, während das Spannungsniveau

des Bodens mit $\mu = 100 \text{ MN/m}^2$ hinter dem anderer Böden zurück bleibt. Dies unterstreicht erneut, dass in die Berechnung das gesamte komplexe System einfließen muss. Die Veränderung des Schubmoduls führt hier zu einem gänzlich anderen Ergebnis.

In Abschnitt 6.9 werden vielfach geschichtete Böden untersucht, eine erweiterte Spannungsberechnung unter Berücksichtigung aller Einflussgrößen findet in einer Parameterstudie in Abschnitt 8 statt.

7.3 Bewertung und Zusammenfassung

Die Vorgehensweise von Bemessungen im Stahlbau wird von Zilch et al. [170] und Petersen [171] erklärt. Im europäischen Raum geben die Normen DIN EN 1993-1-1 [3], DIN EN 1993-1-6 [169] und DIN EN 1998-4 [13] den Ablauf der Bemessung von Tankschalen aus Stahl unter seismischer Belastung vor. Zu den Tragfähigkeitsnachweisen gehören nach DIN EN 1993-1-6 [169]

- Materialversagen: Fließen oder Zugbruch des Stahls
- Fließen infolge zyklischer Belastung
- Stabilitätsversagen
- Ermüdung

In Abhängigkeit der Größe der Schlankheit nimmt der Einfluss des Stabilitätsversagens zu, die Stabilität ist in der Regel der maßgebende Nachweis für Tankbauwerke [4]. Für den wissenschaftlichen Hintergrund zum Beulverhalten sei auf Gross et al. [172] verwiesen, im Falle nichtlinearer Analysen auf Wriggers [173]. Nach Rosin [4] hilft die Berechnung der Spannungsverteilung an der Tankwand dazu beulkritische Bereiche zu identifizieren. Der spannungsbasierte Stabilitätsnachweis nach DIN EN 1993-1-6 [169] stellt Einwirkungen und Widerstände gegenüber. Dazu werden die Spannungskomponenten dreier Basisbeulfälle getrennt betrachtet:

$$\sigma_{z,Rd} \geq \sigma_{z,Ed} , \quad \sigma_{\varphi,Rd} \geq \sigma_{\varphi,Ed} , \quad \tau_{z\varphi,Rd} \geq \tau_{z\varphi,Ed} \quad (7.1)$$

Für Tanks unter Erdbebenbelastung müssen Spannungen durch eine lineare FE-Analyse bestimmt werden [169], was SSI-SALT ermöglicht. Auf der Widerstandsseite gehen die Streckgrenze des Stahls und Beulabminderungsfaktoren sowie Teilsicherheitsbeiwerte ein. Die Widerstände sollen an dieser Stelle nicht diskutiert werden, der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Ermittlung der Einwirkungen. Eine Bewertung der BBFI-Berechnungsmethode in SSI-SALT kann über die Verhältnisse der Spannungen auf der Einwirkungsseite erfolgen. Dazu sollen die unterschiedlichen Ergebnisse der Kapitel 7.2.1 und 7.2.2 diskutiert werden. Auf den homogenen Böden entstehen in Abhängigkeit des Bodenschubmoduls Spannungen welche die Spannungen eines fest gelagerten Tanks um bis zu 80% übertreffen. Bei einer Bodenschicht auf Fels stellt sich eine bis zu 5 fache Maximalspannung

ein. Bei anderen Bodenkonfigurationen liegt das Spannungsniveau unterhalb des fest gehaltenen Tanks. In Abhängigkeit der Bodenimpedanz unterschätzt oder überschätzt eine Berechnung am starr gelagerten Tank die tatsächlichen Spannungen an nachgiebig gelagerten Tankbauwerken. Ein Tankbauwerk auf einer weichen Bodenschicht muss also deutlich stabiler ausgelegt werden als angenommen. Andererseits könnte für die Beispiele mit reduziertem Spannungsniveau eine wirtschaftlichere Auslegung durchgeführt werden.

Während der Fokus des vorliegenden Abschnitts größtenteils auf den Maximalwerten der Spannung liegt, kann in SSI-SALT die Spannungsverteilung an der gesamten Schale bestimmt werden. Dies lässt sich auf Dächer, Ringsteifen und Anbauteile erweitern.

Die Spannungsverläufe hängen von einer Vielzahl Parameter ab. In Abschnitt 6 wurden die verschiedenen Einflüsse der einzelnen Bodenparameter auf die Druckverläufe beschrieben, in Folge derer sich die Schalenspannungen einstellen. Darüber hinaus zeigte das vorliegende Kapitel den zusätzlichen Einfluss der Schalengeometrie auf den Spannungsverlauf. Erneut werden der Schubmodul des Bodens, dessen Schichtung und die Eigenfrequenz des Gesamtsystems als wichtigste Parameter der BBFI-Analyse erkannt. Eine Diskussion aller Einfluss nehmenden Kennwerte überschreitet den Umfang dieses Kapitels, das sich damit beschäftigte, den allgemeinen Einfluss der BBFI auf die Gesamtanalyse zu beobachten. Eine Diskussion der Parameter soll in Abschnitt 8 statt finden. An dieser Stelle soll unterstrichen werden, wie wichtig die Analyse am Gesamtsystem für die Auslegung eines Tankbauwerkes ist, sobald dieses nicht auf gewachsenem Felsen gegründet wird. Es ist nicht sinnvoll eine überschlägige Tendenz zu benennen.

8 Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion: Parameterstudie

In den vorigen Kapiteln wurde gezeigt, wie dynamische Drücke und Spannungen von verschiedenen Parametern von Tank und Boden abhängig sind. Dabei viel es schwer, pauschale Aussagen zur Abschätzung des Verhaltens des Gesamtsystems zu treffen, was dafür spricht, für jeden Tank und jeden Standort eine eigene Analyse durchgeführt werden muss. Diese These soll nun auf umfangreichen Parameterstudien abgestützt werden. Dazu wird eine Vielzahl von Tank-Boden-Systemen untersucht. In Tabelle 8.1 sind die Materialparameter der Stahltanks dargestellt. Tabelle 8.2 enthält die Geometrieparameter, sechs verschiedene Tankmodelle entstehen durch die Variieren von Schlankheit γ und bezogenem Radius η .

Tabelle 8.1: Materialkennwerte für die Tanks in der Parameterstudie.

Dichte	ρ	$[t/m^3]$	7,85
Elastizitätsmodul	E	$[kN/m^2]$	$2,1 \cdot 10^8$
Querkontraktionszahl	ν	$[-]$	0,3
Fließgrenze	f_{yk}	$[kN/m^2]$	$2,35 \cdot 10^5$

Tabelle 8.2: Tankgeometrien für die Tanks in der Parameterstudie.

	Radius $R [m]$	Fluidhöhe $H [m]$	Tankhöhe $L [m]$	Wandstärke $s [mm]$	H/R $\gamma [-]$	R/s $\eta [-]$
Tank 1 – 2000	25	25	27	12.5	1	2000
Tank 1 – 2500	25	25	27	10	1	2500
Tank 2 – 2000	10	20	22	10	2	2000
Tank 2 – 2500	10	20	22	4	2	2500
Tank 4 – 1000	6	24	26	6	4	1000
Tank 4 – 2000	6	24	26	3	4	2000

Diese sechs Tankmodelle werden mit verschiedenen Bodenmodellen gekoppelt, die im jeweiligen Abschnitt vorgestellt werden. In den Abschnitten 8.1 bis 8.3 werden folgende Bodenmodelle eingesetzt:

1. Homogener Halbraum,
2. Bodenschicht auf Fels,
3. Vielfach geschichtete Böden.

Neben der Berechnungsmethode und dem Bodenaufbau wird der Schubmodul der Bodenschichten variiert, um sowohl das Verhalten von Tanks auf sehr weichem als auch

auf felsartigem Untergrund zu untersuchen. Die Anregung wird sinngemäß gewählt und besteht aus Normspektren oder dem Bodenaufbau entsprechend amplifizierten Spektren. In der Auswertung werden insbesondere die Verteilung der dynamischen Drücke und die Spannungsverteilung in der Tankschale betrachtet. Um den Einfluss der BBFI zu bewerten, wird ausschließlich die 1. impulsiv-flexible Eigenform berücksichtigt. Diese wird mit der konvektiven und der impulsiv-starren Kippkomponente kombiniert. In der Spannungsberechnung ist ebenfalls der hydrostatische Druck enthalten.

8.1 Homogene Böden

Die Tanks aus Tabelle 8.2 werden auf homogene Böden mit Schubmodulen von $\mu = 5$ MN/m² bis $\mu = 2000$ MN/m² gegründet. Diese Böden werden mit der PSMM berechnet und die zugehörigen frequenzabhängigen Impedanzfunktionen an das starre Fundament angekoppelt. Als seismische Anregung werden normative Spektren genutzt.

In Abbildung 8.1 sind die Eigenfrequenzen und Eigenperioden dieser Systeme dargestellt. Der Einfluss der Lagerung auf nachgiebigen Böden ist deutlich sichtbar. Je weicher der Boden, desto geringer ist die Eigenfrequenz beziehungsweise desto größer ist die Eigenperiode. Auch Schlankheit und bezogener Radius zeigen einen deutlichen Einfluss. Die verschiedenen Tanks haben unterschiedliche Eigenfrequenzen, gedrungene Tanks haben höhere Eigenfrequenzen als die schlanken Tanks. Ein größerer bezogener Radius führt zu kleineren Eigenfrequenzen.

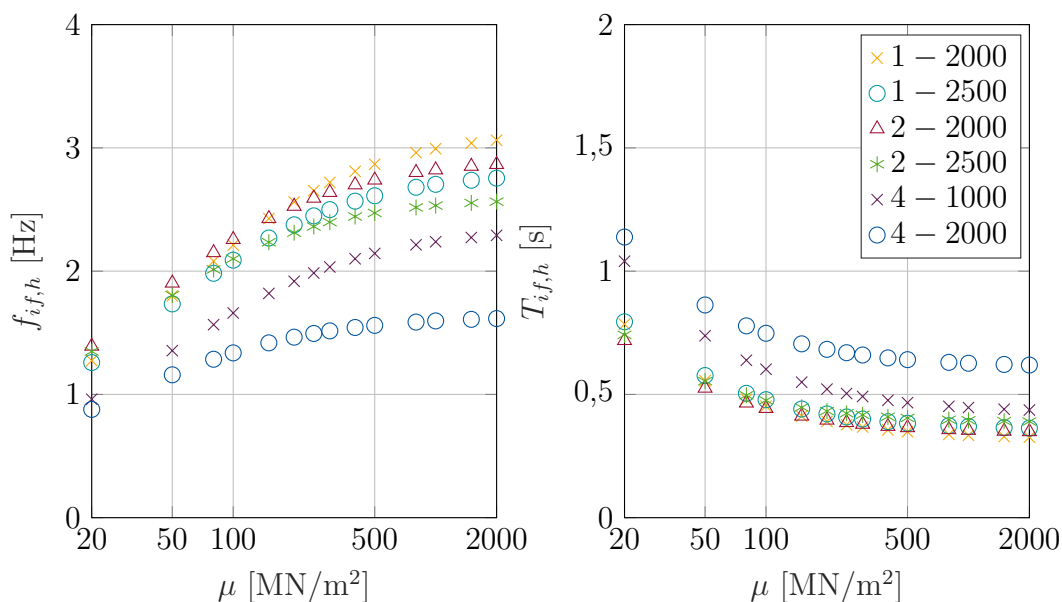


Abbildung 8.1: Eigenfrequenz und Eigenperiode der impulsiv-flexiblen Druckkomponente in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m².

In Abbildung 8.2 ist der gesamte horizontale dynamische Flüssigkeitsdruck für die Tanks

auf verschiedenen homogenen Böden dargestellt. Der Gesamtdruck infolge horizontaler Einwirkung beinhaltet Schwappen sowie die zusammengefasste impulsive Komponente unter Einbeziehung von Starrkörperverschiebung und -rotation und der impulsiv-flexiblen Schwingung. Die Resultate untermauern die Ergebnisse aus Abschnitt 6. Die Verläufe der dynamischen Drücke entstehen aus der Zusammenwirkung der nachgiebigen Lagerung und der Erdbebeneinwirkung. Für Böden mit niedrigen Schubmodulen stellen sich zunächst niedrige Drücke ein. Sobald die Bodensteifigkeit zunimmt, die Anregung aber weiterhin sehr stark ist, entstehen die maximalen Drücke in einem Bereich von $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$. Die Lagerung auf steiferen Böden in Verbindung mit der zugehörigen Einwirkung führt dazu, dass die Drücke anschließend wieder abnehmen. Die Berücksichtigung des Druckanteils infolge Kippen vergrößert den dynamischen Druck insbesondere bei den äußerst nachgiebigen Böden. Zur besseren Übersicht sind im Anhang D in den Abbildungen D.1 und D.2 zusätzlich die einzelnen impulsiven Druckanteile infolge Kippbewegung $p_{is,kh}$ und horizontaler Bewegung $p_{if,h}$ dargestellt. Wie in Abschnitt 6 liegt das Niveau von $p_{is,kh}$ deutlich unter $p_{if,h}$. An der Flüssigkeitsoberfläche sind alle impulsiven Komponenten gleich null. Im dynamischen Gesamtdruck p_h ist die relativ kleine konvektive Komponente bei $\zeta = 1$ deutlich zu sehen.

Dieses Verhalten der Druckverläufe lässt sich für alle Tanks unabhängig von Schlankheit und bezogenem Radius beobachten. Dennoch beeinflussen γ und η die Druckverteilung. Für die gedrungenen Tanks stellen sich die größten Druckamplituden ein, an den schlanken Tanks sind die Maxima ausgeprägter und ordnen sich weiter oben am Tank an. Der Einfluss von η ist weniger deutlich, es ist aber zu erkennen, dass eine Erhöhung des bezogenen Radius zu einer Verringerung des Druckes führt.

Abbildung 8.3 zeigt die anschließende Auswertung der maximalen Axialspannung σ_z und Tangentialspannungen σ_φ der Tanks. Wie in Kapitel 7 spiegeln sich die Ergebnisse der Druckberechnung in der Spannungsverteilung wieder. Das heißt für nachgiebige Böden stellen sich geringe Axialspannungen ein, die anschließend, mit größer werdenden Bodensteifigkeiten, ansteigen. Das größte Axialspannungsniveau erreichen Tanks auf Böden mit dem Schubmodul von $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ und einer Anregung durch ein Spektrum der Klasse A-R. Anschließend wechselt die Einwirkung auf das Spektrum B-R und das Spannungsniveau sinkt ab, während die Bodensteifigkeit weiter zu nimmt. Bei einem Schubmodul von $\mu = 1000 \text{ MN/m}^2$ sinkt das Axialspannungsniveau erneut ab. Im direkten Vergleich der verschiedenen Tanks lässt sich der Einfluss der Größen γ und η ebenfalls herausarbeiten. Dabei fällt auf, dass sich in Abbildung 8.3 die größten Drücke für die Tanks 4 – 1000 und 4 – 2000 einstellen, das Axialspannungsniveau aber für die Tanks 1 – 2000 und 1 – 2500 am höchsten ist. Dies lässt sich auf dem Einfluss der jeweiligen Tankgeometrien zurückführen. Die Tangentialspannungen folgen dem beschriebenen Verlauf. Der Einfluss der BBFI ist allerdings weniger deutlich. Das Spannungsniveau unterscheidet sich für die verschiedenen Tank-Boden-Modelle weniger stark als bei der Axialspannung.

In einem alternativen Ansatz wurden die gleichen Fundament-Bodensysteme mit den rein analytischen Feder-Dämpfer-Modellen im Sinne von Abschnitt 2.1.3 bestimmt. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zu den Berechnungen mit dem numerischen

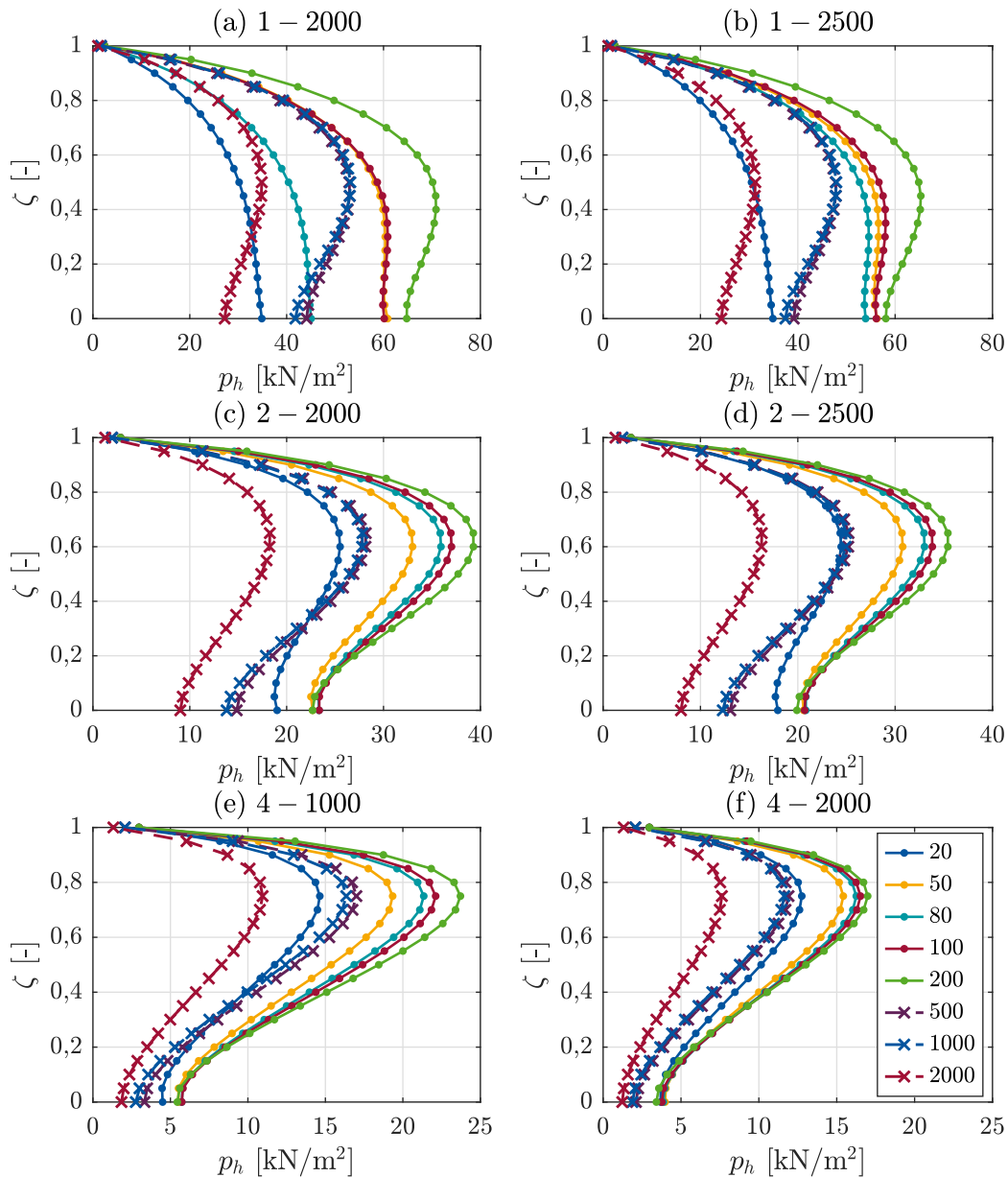


Abbildung 8.2: Horizontaler dynamischer Druck in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

Bodenmodell. Für den Boden mit Schubmodul $\mu = 2000 \text{ MN/m}^2$ sind die Druckverläufe deckungsgleich, bei einem Boden mit $\mu = 200 \text{ MN/m}^2$ weichen die Ergebnisse um maximal 2,5 % ab. Für einen Boden mit einem Schubmodul von $\mu = 50 \text{ MN/m}^2$ beträgt die Abweichung circa 10 %. Aufgrund der guten Übereinstimmung und Gründen der Übersichtlichkeit wird daher auf die Darstellung dieser Berechnungsergebnisse verzichtet.

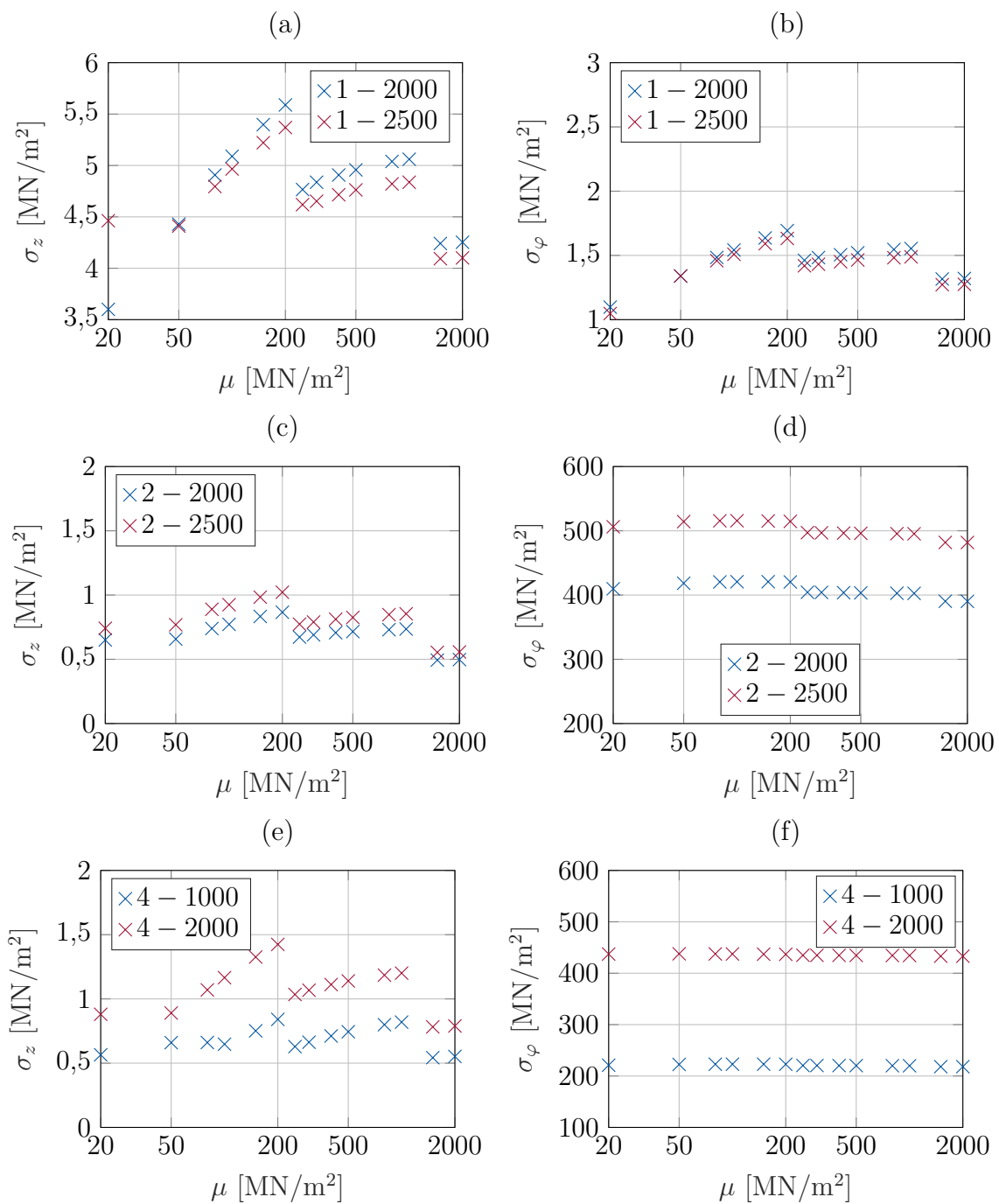


Abbildung 8.3: Verteilung der Axial- und Tangentialspannung in der Tankschale in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

8.2 Nachgiebige Bodenschicht über Fels

In diesem Schritt werden ebenfalls die Tanks aus Tabelle 8.2 eingesetzt. Gegründet werden die Tanks auf Böden, bei denen eine nachgiebige Bodenschicht über starrem Felsgrund angeordnet ist. Der Schubmodul der weichen Bodenschicht wird variiert. Die Mächtigkeit der Bodenschicht d beträgt im ersten Beispiel $d = 1 \cdot R$, im zweiten Beispiel $d = 2 \cdot R$,

also das Doppelte des jeweiligen Fundamentradius R . Als Anregung wird die Freifeldbewegung jedes Bodens in Abhängigkeit des Schubmoduls der nachgiebigen Schicht aus dem Felspektrum A-R berechnet.

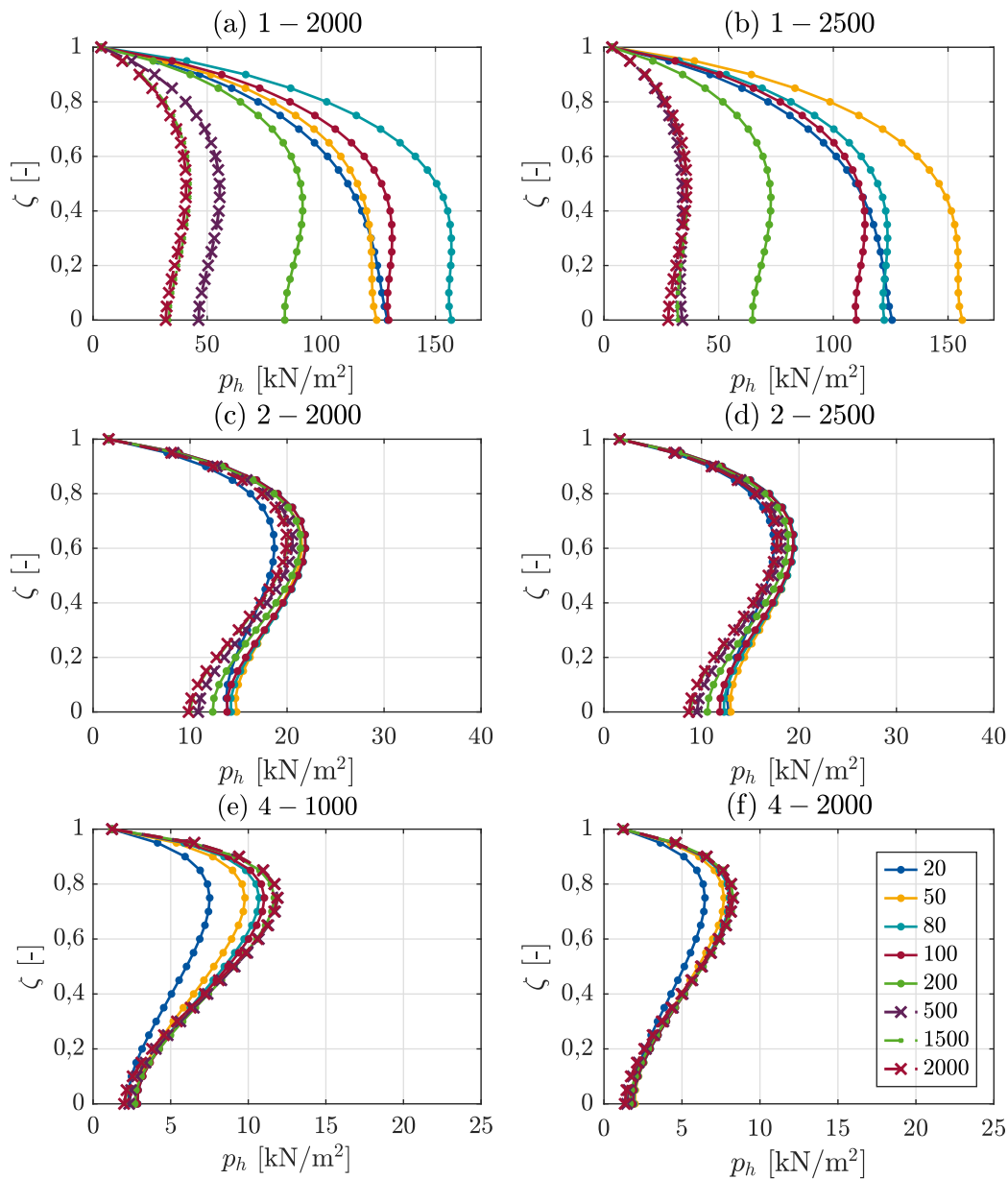


Abbildung 8.4: Horizontaler dynamischer Druck für Tanks auf einer Bodenschicht mit Schubmodul μ in MN/m^2 über Fels. Die Dicke der Schicht beträgt $d = 1 \cdot R$.

In den Abbildungen 8.4 und 8.5 sind die zugehörigen horizontalen Flüssigkeitsdrücke dargestellt. Dabei handelt es sich um die kombinierten dynamischen Fluiddrücke. Die klaren Tendenzen der Tanks auf homogenen Böden in Abschnitt 8.1 lassen sich nicht erkennen. Im Gegensatz zur homogenen Lagerung sind deutliche Unterschiede sichtbar. Im Vergleich zu den homogenen Böden findet sowohl eine Vergrößerung, als auch eine Verkleinerung

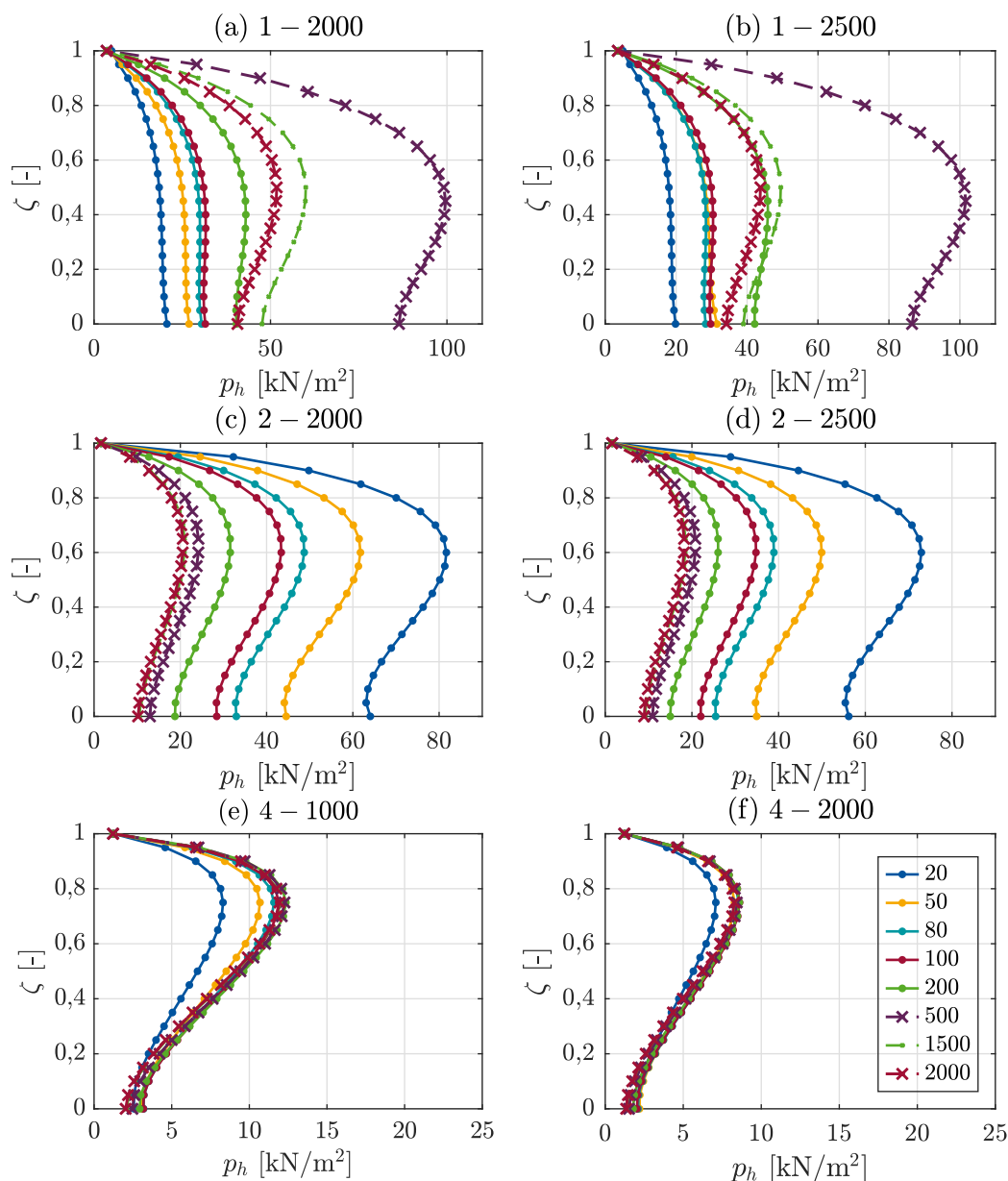


Abbildung 8.5: Horizontaler dynamischer Druck für Tanks auf einer Bodenschicht mit Schubmodul μ in MN/m^2 über Fels. Die Dicke der Schicht beträgt $d = 2 \cdot R$.

der Drücke statt. Dies hängt vom Zusammenspiel von nachgiebiger Lagerung und amplifizierter Erdbewegung ab, die Hintergründe werden in Kapitel 6.7 erläutert.

In Abbildung 8.4 (a) und (b) stellen sich für die Tanks 1 – 2000 und 1 – 2500 auf Böden mit $\mu = 20 \text{ MN}/\text{m}^2$ bis $\mu = 200 \text{ MN}/\text{m}^2$ deutlich vergrößerte dynamische Flüssigkeitsdrücke ein. Die größten Drücke entstehen für $\mu = 80 \text{ MN}/\text{m}^2$ (Tank 1 – 2000) bzw. $\mu = 50 \text{ MN}/\text{m}^2$ (Tank 1 – 2500). Am Tankfuß ist für die nachgiebigen Böden der Einfluss des Drucks aus der Kippbewegung deutlich sichtbar. Auf steiferen Böden findet eine weniger starke Erhöhung der Drücke statt. In den Abbildungen 8.4 (c) - (f) sind deutlich geringere Drücke dargestellt, die Druckverläufe der Tanks 2 – 2000 und 2 – 2500, sowie

4 – 1000 und 4 – 2000 liegen unter dem Niveau der Drücke dieser Tanks auf homogenen Böden.

In Abbildung 8.5 beträgt die Mächtigkeit der Schicht $d = 2 \cdot R$. Die Tanks weisen Druckverläufe auf, die von den Verläufen in Abbildung 8.4 deutlich abweichen. Für die Tanks 1 – 2000 und 1 – 2500 sind vergleichsweise geringe Drücke erkennbar, welche unter dem Niveau der Abbildungen 8.4 (a) und (b) und den Tanks auf homogenen Boden liegen. Der Boden $\mu = 500 \text{ MN/m}^2$ stellt einen markanten Ausreißer dar. Die Tanks 2 – 2000 und 2 – 2500 in den Abbildungen 8.5 (c) - (d) zeigen für dieses Fundament-Boden-Systeme vergrößerte Druckverläufe. Für die schlankeren Tanks 4 – 1000 und 4 – 2000 stellen sich erneut relativ geringe Drücke ein.

Nun soll ein direkter Vergleich der Tanks auf einer Bodenschicht mit der Dicke $d = R$ in Abbildung 8.4 mit den Tanks auf den Böden mit $d = 2 \cdot R$ in Abbildung 8.5 stattfinden. Für die Tanks 1 – 2000 und 1 – 2500 stellen sich für $d = R$ die größeren Drücke ein. Für die Tanks 2 – 2000 und 2 – 2500, sowie 4 – 1000 und 4 – 2000 sind die Drücke vergleichsweise gering. Wird die Schichtdicke auf $d = 2 \cdot R$ erhöht, ändert sich das Verhalten. Die Drücke der Tanks 1 – 2000 und 1 – 2500 nehmen ab, allerdings stellen sich für 2 – 2000 und 2 – 2500 Drücke ein, die größer sind als die, die in Abbildung 8.4 und für die homogenen Böden beobachtet werden. Die größten Drücke entstehen für die nachgiebigsten Bodenschichten, wobei der Kippeinfluss am Tankfuß zu erkennen ist. Die Drücke der Tanks 4 – 1000 und 4 – 2000 unterscheiden sich in den Abbildungen 8.4 und 8.5 nicht nennenswert, die Vergrößerung der Schichtdicke zeigt keinen bedeutenden Einfluss.

Der Einfluss der nachgiebigen Fundament-Boden-Systeme auf die Spannungsverläufe folgt deren Einfluss auf die Druckverteilung. In Abbildung 8.6 sind Axial- und Tangentialspannung für die Tanks 1 – 2000 und 1 – 2500 auf einer Bodenschicht mit der Dicke $d = R = 25 \text{ m}$ dargestellt. Diese zeigen im Vergleich zu den Tanks auf homogenen Böden vergrößerte Druckverläufe. Auch die Spannungsverläufe sind dementsprechend deutlich erhöht, das Niveau der Spannungsamplituden liegt für alle Böden über den Spannungsamplituden der Tanks auf homogenen Böden. Im Bereich der maximalen Drücke bei Böden mit $\mu = 50 \text{ MN/m}^2$ beziehungsweise $\mu = 80 \text{ MN/m}^2$ ordnen sich die maximalen Spannungen an. Auf die Darstellung der Spannungen der Tanks 2 – 2000 und 2 – 2500, sowie 4 – 1000 und 4 – 2000 wird an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Da die zugehörigen Drücke unter dem Niveau der Drücke der Tanks auf homogenen Böden liegen, stellen sich entsprechende Spannungsamplituden ein.

Wird die Dicke der Bodenschicht auf $d = 2 \cdot R$ erhöht, stellen sich in Abbildung 8.5 die größten Drücke für die Tanks 2 – 2000 und 2 – 2500 ein. Demzufolge werden in Abbildung 8.7 die maximalen Axial- und Tangentialspannungen dieser Tanks dargestellt. Die maximalen Spannungen werden für den Boden mit dem Schubmodul $\mu = 20 \text{ MN/m}^2$ erreicht, anschließend nimmt das Spannungsniveau ab.

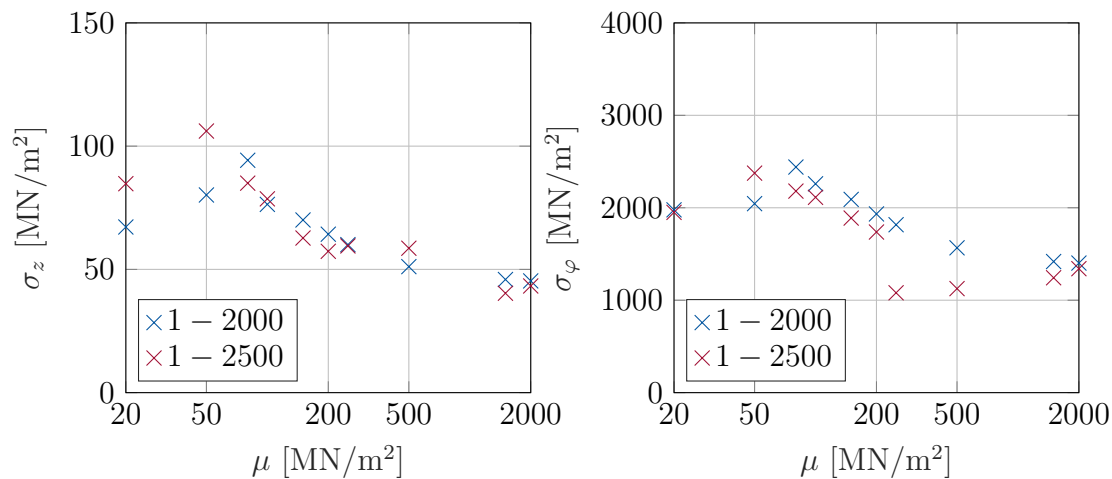


Abbildung 8.6: Spannungen für Tanks auf einer Bodenschicht mit Schubmodul μ in MN/m^2 über Fels. Die Dicke der Schicht beträgt $d = 1 \cdot R$.

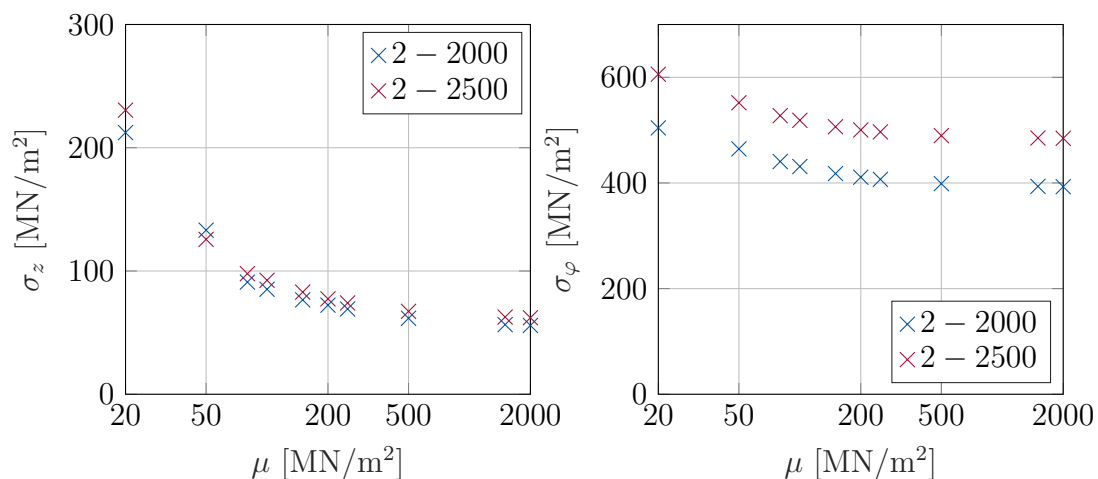


Abbildung 8.7: Spannungen für Tanks auf einer Bodenschicht mit Schubmodul μ in MN/m^2 über Fels. Die Dicke der Schicht beträgt $d = 2 \cdot R$.

8.3 Vielfach geschichtete Böden

In diesem Abschnitt werden die Fundament-Boden-Systeme auf vielfach geschichtete Böden erweitert. Dazu werden Systeme aus dem Impedanz-Katalog in Abschnitt 3.2.2 herangezogen. Der Aufbau von sieben Fundament-Boden-Systemen wird in Abbildung 3.7 vorgestellt. Betrachtet werden ein homogener Boden, mehrere Böden mit bis zu fünf Bodenschichten und ein Boden mit einer nachgiebigen Bodenschicht auf gewachsenem Fels. Beispielhaft werden für einen Fundamentradius von $R = 10$ m in Kapitel 3.2.2 die zugehörigen Impedanzverläufe in den Abbildungen 3.10 und 3.11 dargestellt.

Ziel dieses Abschnittes ist es zum einen den Einfluss der vielfach geschichteten Böden auf die Druckverläufe zu betrachten. Zum anderen soll der Unterschied zwischen der Lagerung

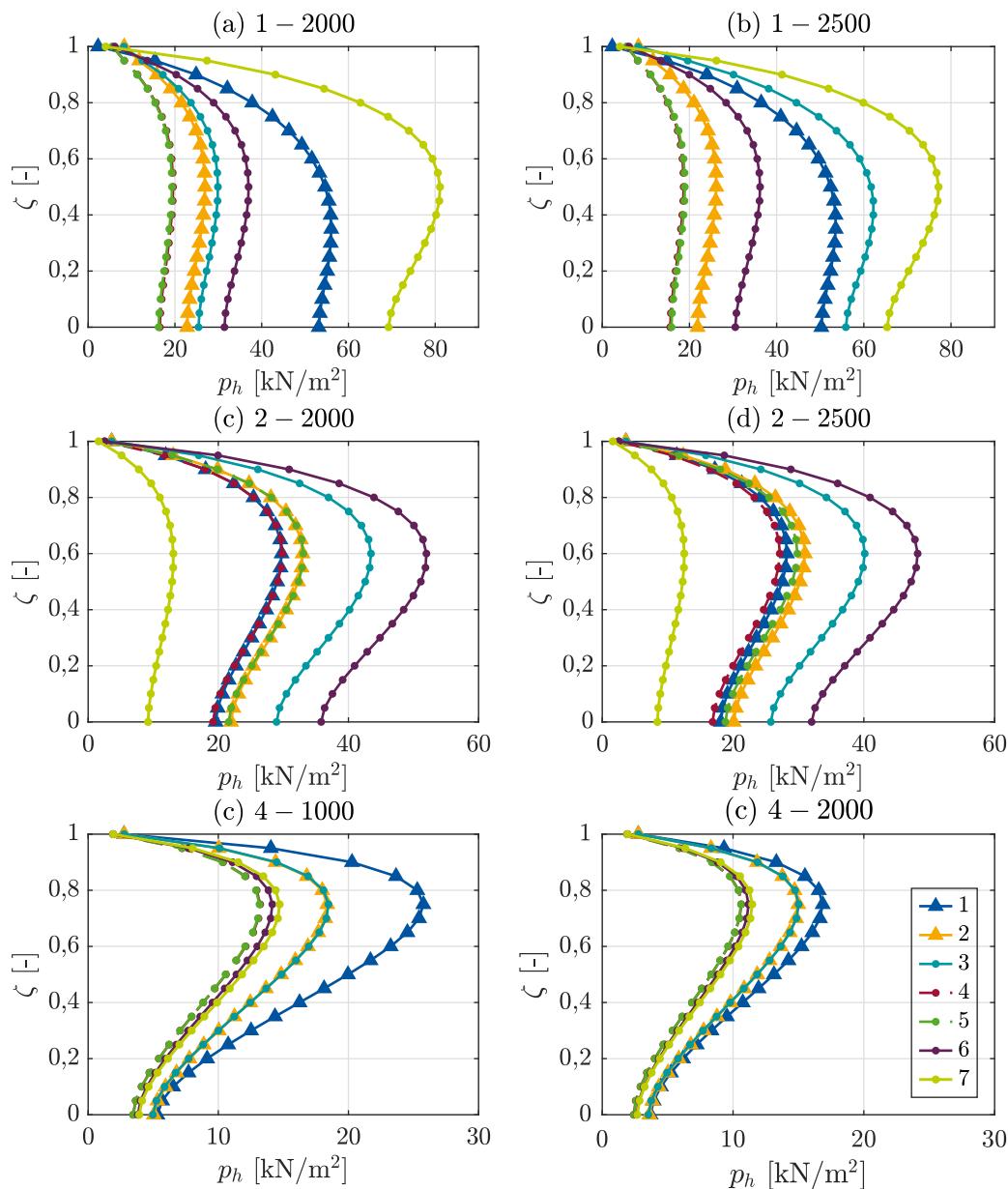


Abbildung 8.8: Horizontaler dynamischer Druck für Tanks auf den Fundament-Boden-Modellen Nummer 1 – 7.

auf homogenen Böden mit vergleichbarem Schubmodul und vielfach geschichteten Böden heraus gearbeitet werden. Die Erdbebenanregung wird dem Bodenaufbau entsprechend amplifiziert. Als Eingangssignal auf dem gewachsenem Fels beziehungsweise dem Halbraum dienen - in Abhängigkeit des zugehörigen Schubmoduls - die Spektren A-R, B-R oder C-R.

Die Ergebnisse für die Tanks aus Tabelle 8.2 werden in Abbildung 8.8 gezeigt. In Abhängigkeit des Fundament-Boden-Systems stellen sich unterschiedliche Druckverläufe ein. In Abbildung 8.8 (a) stellt sich für den Tank 1 – 2000 der größte Druck für das Bodenmodell Nr. 7 (Bodenschicht auf Fels) ein, gefolgt von Bodenmodell 1 (Tank auf homogenen

Boden). Für Tank 1 – 2500 in Abbildung 8.8 (b) entsteht der größte Druck ebenfalls für Bodenmodell 7, der zweitgrößte für Nr. 3 (geschichteter Boden). Die Verläufe der anderen Tank-Boden-Systeme liegen deutlich unter dem der Tanks auf homogenem Boden. Diese Reihenfolge wird von den Druckverläufen der Tanks 2 – 2000 und 2 – 2500 in Abbildung 8.5 (c) - (d) nicht eingehalten. Die Drücke der Tanks in Bodenmodell 1 (homogener Boden) und 7 (Bodenschicht auf Fels) werden von den Drücken anderer Fälle übertroffen. Für die Tanks 4 – 1000 und 4 – 2000 stehen die Amplituden der Drücke für Bodenmodell 1 und Bodenmodell 7 im Mittelfeld der Amplituden. Die Bodenmodelle 3 und 4 ziehen größere Drücke nach sich, die anderen Fälle vergleichbare oder geringere Drücke. Der zusätzliche Druckanteil durch Kippen ist nur für die Tanks mit der Schlankheit 4 sichtbar. Dort werden die Bodenmodelle 1, 2 und 3 um bis zu 45% vergrößert. Die anderen Verläufe werden nicht nennenswert verstärkt.

Diese Ergebnisse lassen sich wie folgt bewerten: In der Natur kommen in der Regel geschichtete Böden vor, in den meisten Fällen nimmt die Bodensteifigkeit mit zunehmender Tiefe zu. Im Zuge einer dynamischen Berechnung muss für den Boden eine Diskretisierung in eine endliche Anzahl Schichten durchgeführt werden. In Abhängigkeit des verfügbaren Bodenmodells und des eingeplanten Rechenaufwandes wird sich dem tatsächlichen, natürlichen Bodenaufbau angenähert. Ein vielfach geschichteter Boden kann dementsprechend entweder als homogener Boden oder als Bodenschicht auf Fels vereinfacht oder als vielfach geschichteter Boden möglichst genau abgebildet werden. In Abbildung 8.8 ist der Einfluss dieser Diskretisierung und der möglichen Vereinfachungen auf die dynamischen Drücke von Tankbauwerken dargestellt. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die vereinfachte Darstellung durch homogene oder einschichtige Böden den Einfluss des nachgiebigen, vielfach geschichteten Boden falsch einschätzt. Dabei kommt es sowohl zum Über- als auch Unterschätzen der Drücke. Eine Vereinfachung „auf der sicheren Seite“ ist also nicht möglich.

8.4 Zusammenfassung der BBFI-Berechnung

In den Untersuchungen in den Abschnitten 8.1 bis 8.3 wurden eine Vielzahl von Tank-Boden-Modellen untersucht. Es wurden im Vergleich zu festgehaltenen Tanks sowohl Amplifikation als auch Attenuation der Druckverläufe an nachgiebig gelagerten Tanks beobachtet. Die Größe dieser Modifizierung variiert stark. Anhand der Ergebnisse ist es nicht möglich eine pauschale Aussage zum Einfluss der Tank- und Bodenparameter auf die dynamischen Drücke und den Spannungsverlauf zu formulieren. Dementsprechend ist es erforderlich für jeden Standort und jede Tankgeometrie eine eigenständige BBFI-Analyse durchzuführen.

Der Ablauf der BBFI Berechnung wird an dieser Stelle zusammenfassend beschrieben und in dem Ablaufplan in Abbildung 8.9 dargestellt. In der Zusammenfassung wird erläutert, an welchen Stellen die Interaktion von Tank, Flüssigkeit und Bodenmodell in der Berechnung aufgegriffen wird.

Die Geometrie des Tanks ergibt sich aus den Anforderungen des Auftraggebers und der

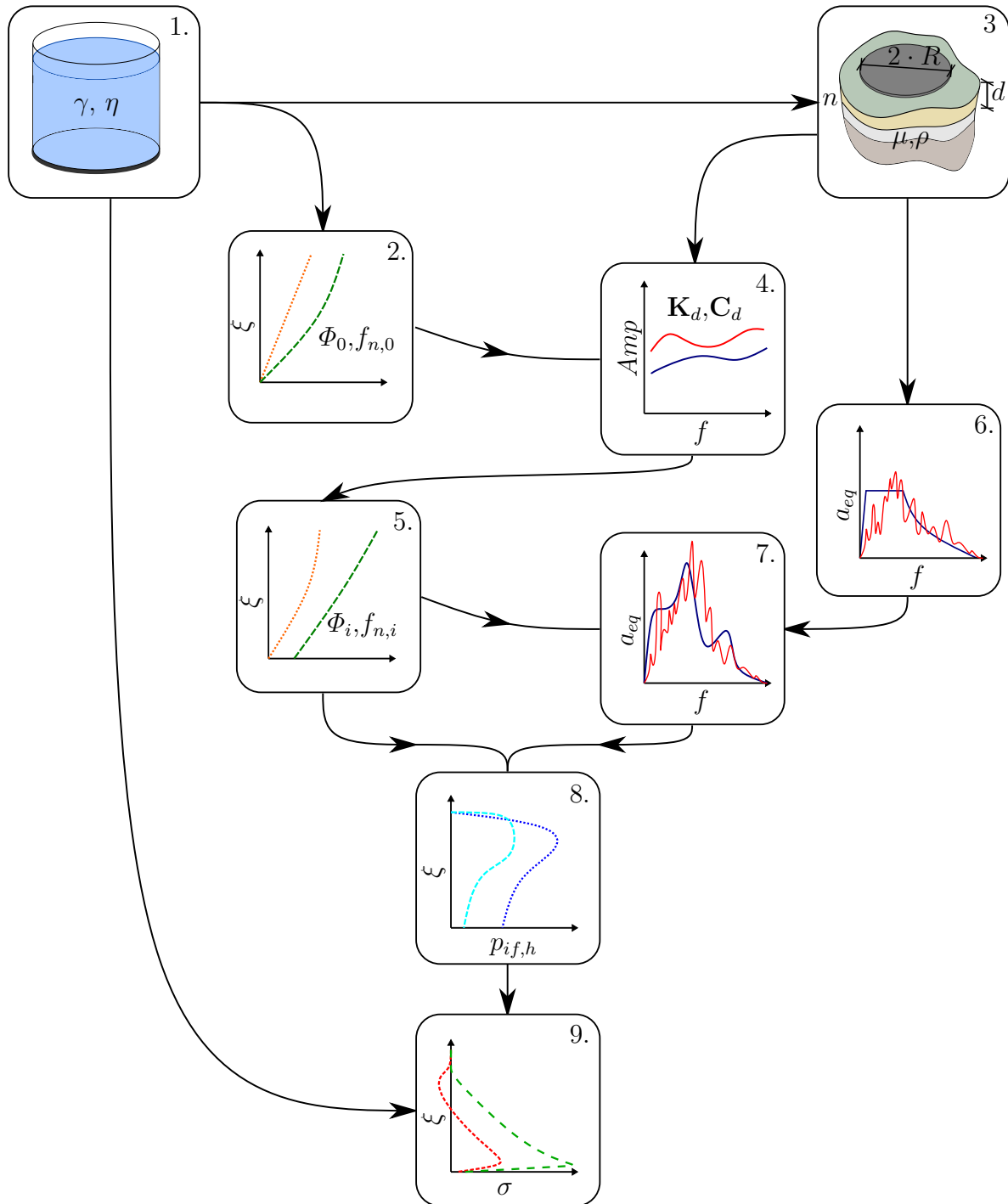


Abbildung 8.9: Beschreibung des schrittweisen Vorgehens in der BBFI-Analyse mit Darstellung der Wechselwirkungen.

Vorbemessung. Die Parameter des Bodenmodell und die Erdbebeneinwirkung sind vom ausgewählten Standort abhängig. Die einzelnen Parameter aus Boden und Tank fließen folgendermaßen in die Arbeitsschritte ein:

1. Zunächst wird die Tankgeometrie festgelegt. Die wichtigsten Parameter sind die

Schlankheit γ und der bezogene Radius η .

2. Die initiale Eigenform ϕ_0 und die zugehörige Eigenfrequenz $f_{n,0}$ werden berechnet.
3. Die wichtigsten Einflussgrößen des Bodenmodells sind Anzahl und Dicke d der Schichten, sowie Schubmodul μ und Dichte ρ der Schichten oder des Halbraums/ des Felsen. Der Fundamentradius R für die Impedanzberechnung ergibt sich aus der Tankgeometrie.
4. Berechnung der frequenzabhängigen Impedanzfunktionen des Fundament-Boden-Modells.
5. Lagerung des Tanks auf dem Bodenmodell aus (5.). Iterative Neuberechnung der Eigenformen ϕ_i und Frequenzen $f_{n,i}$ in Abhängigkeit von Tankgeometrie (1.) und Impedanzfunktion (4.).
6. Eingabe der Erdbebeneinwirkung.
7. Amplifikation des Erdbebensignals aus (6.) in Abhängigkeit der Bodenparameter aus (3.). Die Spektralbeschleunigung wird anhand der in (5.) berechneten Frequenzen ausgewählt.
8. Druckberechnung in Abhängigkeit der Eigenform (5.) und der Beschleunigung (7.).
9. Die Spannungsberechnung auf Basis des Druckverlaufs (8.) wird auch von der Tankgeometrie in (1.) beeinflusst.

i ist die Laufvariable der iterativen Eigenformberechnung. Vereinfachend wird nur der horizontale impulsiv-flexible Druck $p_{i,f,h}$ skizziert, die Spannungsberechnung in SSI-SALT ist aber von allen Druckkomponenten abhängig.

Betrachtet man die Interaktion der einzelnen Komponenten in Abbildung 8.9, lässt sich erkennen, welche Parameter den führenden Einfluss auf die Druck- und Spannungsverteilung haben. Entscheidend ist letztendlich die Eigenfrequenz f_n des Gesamtsystems und die Amplitude des Erdbebenspektrums in diesem Frequenzbereich. Während eine Lagerung auf nachgiebigem Boden zunächst die dynamischen Drücke verkleinern kann, ist die Größe des Druckes final von der Amplitude des Erdbebens abhängig. Eine starke amplifizierte Freifeldbewegung führt zu großen Drücken. Ist das Signal im Bereich der Eigenfrequenz nicht nennenswert vergrößert, ändern sich die Drücke kaum. Aufgrund der nachgiebigen Lagerung können sie im Vergleich zum fest gehaltenen Tank sogar attenuiert werden. Die Spannungsberechnung schließt sich der Druckbestimmung an und zeigt ebenfalls den Einfluss der BBFI.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der Analyse dünnwandiger, kreisförmiger und rotationsymmetrischer Zylinderschalen als Flüssigkeitstanks unter seismischer Belastung. Die Flüssigkeitsbewegung wird in eine langperiodige konvektive Schwappbewegung und eine impulsive Interaktionsschwingung aufgeteilt. Die impulsive Bewegung führen Fluid und Behälter gemeinsam durch, die Wechselwirkung von Flüssigkeit und Struktur wird als Bauwerk-Fluid-Interaktion (BFI) bezeichnet. Seismische Einwirkungen stellen einen extremen Lastfall dar, der die Tankbauwerke insbesondere der Gefahr des Stabilitätsversagens aussetzt. Das Beulverhalten ist nicht allein von der Spannungsverteilung in der Tankschale abhängig, allerdings bieten sich die Spannungsverläufe an, um Tankbauwerke gegen Stabilitätsversagen nachzuweisen. Die Lagerung der Tankschale auf nachgiebigen Böden hat einen deutlichen Einfluss auf die Gesamtdynamik der Tankschale. Die Wechselwirkung von Fundament und Boden wird als Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI) bezeichnet und beeinflusst die gemeinsame Bewegung von Baugrund und Struktur. Das komplexe Interaktionsverhalten aller Teilsysteme ist die Boden-Bauwerk-Fluid-Interaktion (BBFI).

In dieser Arbeit wird ein Ingenieurmodell zur zielgerichteten und effektiven ganzheitlichen Berechnungen der BBFI vorgestellt. Mit einem praxistauglichen Ein-Schritt-Verfahren werden dynamische Flüssigkeitsdrücke und Spannungsverteilungen in der Tankschale berechnet. Im Sinne der Substrukturmethode wird das Gesamtmodell in Bodenmodell und Bauwerk-Fluid-System unterteilt. Die Teilsysteme werden zunächst einzeln betrachtet und zur abschließenden Analyse gekoppelt. Sowohl Bodenmodell als auch Bauwerksmodell werden gewählt, um ein Ingenieurmodell zu erhalten, das die BBFI-Effekte möglichst genau abbildet, aber in praxisorientierten Untersuchungen anwendbar bleibt. Als Bodenmodell kommt die Precise-Stiffness-Matrix-Method zum Einsatz. Zur Modellierung der Bauwerk-Fluid-Bewegung wird die ANSYS Routine SSI-SALT genutzt, eine Umsetzung des Added-Mass-Verfahrens.

Die Abstrahlung von Schwingungsenergie in den Baugrund kann eine attenuierende Wirkung auf die Bauwerksbewegung haben. Die Interaktion zwischen Bauwerk und Boden, beziehungsweise verschiedener Bodenschichten beeinflusst die Wellenausbreitung im Boden. Im Sinne der Stiffness-Matrix-Method wird der den Boden darstellende Halbraum in Tiefenrichtung diskretisiert. Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Verschiebungen in jeder Bodenschicht wird mit der Precise-Integration-Method gelöst. So werden mit der Precise-Stiffness-Matrix-Method Green'sche Funktionen ermittelt, um die Nachgiebigkeit des Bodens zu beschreiben. Aufbauend darauf werden die Impedanzen starrer Fundamente berechnet. Im Zuge dessen wird der Einfluss der Bodenparameter auf das Schwingverhalten heraus gearbeitet und bewertet. Maßgeblichen Einfluss auf die frequenzabhängige Impedanz haben der Fundamentradius, die Bodenschichtung und der Schubmodul, beziehungsweise das Verhältnis der Schubmodule der einzelnen Schichten. Während für homogene Böden höhere Schubmodule zu höheren Impedanzen führen, stellt

sich für geschichtete Böden ein komplexeres, stark frequenzabhängiges Verhalten ein. Dies erfordert die Betrachtung der Bodenverhältnisse an jedem Standort. Angepasst an den Bodenaufbau eines Standort lassen sich Erdbebeneinwirkungen für die Oberfläche bestimmen. Diese basieren auf der Erdbebenbewegung am gewachsenen Felsen und werden in Abhängigkeit des Bodenaufbaus an die Oberfläche transformiert. Insbesondere bei weichen Böden oder großen Steifigkeitsunterschieden zwischen Bodenschichten kann sich für bestimmte Frequenzbereiche eine starke Amplifikation des Signals einstellen. Neben der Impedanzberechnung an starren Fundamenten wird eine Randelementformulierung vorgestellt, die es ermöglicht auch biegeeweiche Gründungen auf nachgiebigen Böden zu simulieren. Dazu muss die Randelementmethode (REM) mit der Finiten-Elemente-Methode (FEM) des Bauwerks gekoppelt werden.

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Fluid-Struktur-Interaktion nachgiebig gelagerter Tankschalen. Zur deren Berechnung mithilfe des Added-Mass-Verfahrens wird zunächst überprüft, ob die Randbedingungen der Methode eine solche Lagerung erlauben. Die Schnittstellen zum Bodenmodell werden in den fluiddynamischen Herleitungen überprüft. In der ANSYS-Routine SSI-SALT wird das Gesamtmodell zusammengefasst. Dabei wird die Tankschale auf einem starren Fundament mit den frequenzabhängigen Impedanzfunktionen des Bodens gekoppelt. Als Einwirkung werden sowohl normative Antwortspektren als auch amplifizierte Erdbebenspektren genutzt. Dabei wird sich auf die horizontale Einwirkungsrichtung konzentriert. Während die konvektive Druckkomponente von den Lagerungsbedingungen unabhängig ist, stellen sich unterschiedliche impulsiv-flexible Drücke für verschiedene Bodenmodelle ein. Prinzipiell ermöglicht eine nachgiebige Lagerung eine größere Starrkörperrotation von Fundament und Tankschale. Dementsprechend wird die Schale weniger stark verformt, was einen geringen impulsiv-flexiblen Druck nach sich zieht. Die Starrkörper-Kippbewegung auf nachgiebigen Böden erzeugt eine zusätzliche impulsiv-starre Druckkomponente, die mit der impulsiv-flexiblen und der konvektiven Komponente überlagert wird.

In einer weiteren Untersuchung wird das FE-Modell das Tank-Fundament-System mit dem REM-Modell des Bodens gekoppelt, um den Einfluss nachgiebiger Fundamente zu betrachten. Dies erfordert einen deutlich höheren Modellierungs- und Rechenaufwand. Das SSI-SALT mit den starren Fundamenten bietet eine gute Übereinstimmung für die meisten nachgiebigen Böden. Erst bei sehr weichen Lagerungsbedingungen weichen die Druckverläufe ab. Der Einsatz der FEM-REM-Kopplung erlaubt allerdings die Untersuchung der Fundamentverformungen. Eine zusätzliche Weiterentwicklung von SSI-SALT beschäftigt sich mit der Verwendung höherer Eigenformen. Diese werden von der BBFI nicht verändert, haben aber für schlanke Tanks einen sichtbaren Einfluss auf die dynamische Druckverteilung.

An der Oberfläche nachgiebiger Bodenschichten entstehen tendenziell höhere Bodenbeschleunigungen als an felsartigen Böden. Eine stärkere Anregung führt zwangsläufig zu größeren Fluiddrücken. Der tatsächliche dynamische Druck folgt also aus der Kombination von Lagerungsbedingung und Einwirkung in Folge der Bodensteifigkeit. Das dynamische Verhalten der Tanks ist außerdem maßgeblich von ihrer Schlankheit und dem Verhältnis

von Radius zu Wandstärke, also dem bezogenen Radius, abhängig. Die normativen Erdbebenspektren werden in Abhängigkeit der Scherwellengeschwindigkeit homogener Böden in feste Klassen eingeteilt. Dies erlaubt keine Berechnung geschichteter Böden und erzeugt unrealistische Ergebnisse an den Übergängen der Intervalle. Durch die Amplifikation von Erdbebensignalen in Abhängigkeit des tatsächlichen Bodenaufbaus werden diese Probleme umgangen.

Am Gesamtsystem können ohne weitere Zwischenschritte die Spannungsverläufe infolge Erdbebeneinwirkung ausgewertet werden. Die Spannungsamplituden folgen dabei den Druckverteilungen. In Abhängigkeit der seismischen Anregung und den Lagerungsbedingungen stellen sich unterschiedliche Spannungen ein. An bestimmten Boden-Fundament-Tanks-Systemen liegt das Spannungsniveau deutlich über dem des fest gelagerten Tanks. An anderen Systemen hingegen wird das Spannungsniveau im Vergleich gesenkt. Das bedeutet, dass die vereinfachte Annahme einer starren Lagerung das tatsächliche Verhalten in manchen Fällen über- und in anderen Fällen unterschätzt.

An dieser Stelle kann die Entwicklung des einschrittigen Ingenieur-Verfahrens zur Spannungsberechnung der nachgiebig gelagerten Tankschalen als erfolgreich betrachtet werden. Dementsprechend sind die eingangs formulierten Ziele erreicht worden.

Abschließend wird eine Parameterstudie durchgeführt, um die Erkenntnisse auf einer breiteren Datenbasis abzustützen. Dazu werden Tanks mit verschiedenen Schlankheiten und Wandstärken untersucht. Diese sind auf homogenen, geschichteten und vielfach geschichteten Böden gegründet. Final können in der Parameterstudie als führende Kennwerte auf die dynamische Tankanalyse diese Boden- und Tankparameter identifiziert werden:

- Schlankheit und bezogener Radius des Tankes
- Fundamentradius
- Schichtung des Bodens. Schubmodul und Mächtigkeit der einzelnen Schichten
- Art der Erdbebeneinwirkung

Die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Größen erlaubt keine eindeutige pauschale Zuordnung im Sinne von „größerer Schubmodul führt zu größeren Spannungen“. Eine Abschätzung „auf der sicheren Seite“ ist nicht möglich. Dies macht die gesamt-dynamische Analyse des Tank-Boden-Systems für jeden Standort unabdingbar. An bestimmten Standorten ist nur durch Berücksichtigung der BBFI eine sichere Bemessung im Erdbebenfall durchführbar. Für andere Boden-Fundament-Tanks-Systemen erlauben die BBFI-Analysen eine wirtschaftlichere Bemessung.

Mit SSI-SALT wird ein Verfahren vorgestellt, das eine solche Untersuchung mit vertretbarem Aufwand für jeden Standort und Tank ermöglicht, ohne das aufwendige und fachspezifische Analysen zu Boden- und Fluidodynamik nötig sind.

9.2 Ausblick

Im Zuge der Thesis eröffnen sich an allen Teilsystemen und am BBFI-Gesamtsystem weitere Forschungsthemen. Diese sind teilweise entweder Bodenmodell oder Tankmodell zuzuordnen, in anderen Fällen lassen sie sich nur am Gesamtsystem betrachten.

In SALT ist die Berechnung der dynamischen Drücke infolge vertikaler Erdbebeneinwirkung möglich. Diese werden ebenfalls von der BBI beeinflusst. Um dies in SSI-SALT zu berücksichtigen, muss die Iteration der impulsiv-flexiblen Eigenform um die flexible Lagerung erweitert werden. Dies kann analog zur Erweiterung der Iteration der horizontalen impulsiven-flexiblen Komponente erfolgen. Anschließend können die Komponenten infolge vertikaler und horizontaler Bodenbewegung in der Tankberechnung überlagert werden. Mit vergleichbarem Aufwand können die Drücke auf den Tankboden infolge horizontaler und vertikaler Erdbebeneinwirkung ausgewertet werden.

Die Berücksichtigung höherer Eigenformen der Tankschalen kann die Genauigkeit der Berechnung schlanker Tanks erhöhen. Eine Möglichkeit der Berechnung einzelner Eigenformen mit anschließender Überlagerung der Druckanteile wurde vorgeschlagen. Allerdings ist zu überprüfen inwieweit die bisher getroffenen Modellannahmen für alle Eigenformen zutreffen. Insbesondere der Einsatz der absoluten Beschleunigung ist zu prüfen. Im gleichen Sinne kann die Einführung des von Mykoniou & Holtschoppen [148] vorgeschlagenen Rayleigh-Quotienten in der impulsiv-flexiblen Iteration bedacht werden. Mit diesem wird eine insbesondere bei gedrunen Tanks am Tankfuß eintretende Singularität in der Berechnung der Zusatzdichten umgangen.

Die Kopplung des Fundamentes mit einem Bodenmodell im Sinne der Randelementemethode ermöglicht eine weitere Annäherung an die Realität. Außerdem wird die Berechnung der Fundamentverformung ermöglicht. Für eine belastbare Analyse sind weitere Kenntnisse über die Steifigkeitsverhältnisse von Fundament und Boden nötig. Dazu ist eine realistische statische und dynamische Fundamentbemessung nötig, die die tatsächliche Verformbarkeit und Masse der Gründung bestimmt.

Im Anlagenbau verfügen Tankbauwerke über eine Vielzahl von Anbauteilen. Es ist problemlos möglich SSI-SALT um die Darstellung dieser Komponenten zu erweitern. Außerdem ließe sich das Modell um die Darstellung von Basisisolierungen oder Schüttgutfundamenten erweitern. Im Zuge dieser Arbeit wurde dauerhafter Vollkontakt zwischen Fundament und Boden unterstellt. Ein Abheben des Tanks beeinflusst die Druck- und Spannungsverteilung des Tanks. Eine Kombination von BBI und Abheben stellt einen weiteren möglichen Entwicklungsschritt dar.

In Industrieanlagen werden Tankbauwerke oftmals in Gruppen angeordnet. Im Erdbebenfall beeinflussen sich die Fundamente im Sinne der Bauwerk-Boden-Bauwerk-Interaktion gegenseitig. Sollen diese Effekte abgebildet werden, muss das Bodenmodell zur Berücksichtigung mehrere Fundamente erweitert werden. Dazu müssen in der Ermittlung der Green'schen Funktion die Lastpunkte auf einem Fundament mit Auswertepunkten auf weiteren Fundamenten gekoppelt werden. Erst im Anschluss ist eine Betrachtung der Tankstrukturen möglich.

Mit den vorliegenden Modellen ist es prinzipiell möglich BBFI-Analysen im Zeitbereich durchzuführen. Aufgrund der starken Frequenzabhängigkeit der Interaktionsvorgänge ist es nötig eine frequenzabhängige Berechnung für jeden Zeitschritt durchzuführen. Da in jedem Berechnungsschritt ein Wechsel von Zeit- in Frequenzbereich und zurück vonnöten ist, ist dieses Vorgehen sehr rechenintensiv. Zunächst ist die Formulierung des Bodenmodells in den Zeitbereich zu überführen und dann an eine Zeitbereichsberechnung des Tanks anzuschließen. Auf diese Weise ist es möglich Nichtlinearitäten in den Teilmodellen abzubilden. Im Zuge dessen können beispielsweise plastische Bodenverschiebungen und das Nachbeulverhalten am Tank betrachtet werden.

Alle diese möglichen Erweiterungen erhöhen die Komplexität des Modells. So steigen der Rechenaufwand und die Anforderungen an das Pre- und Postprocessing. Das erklärte Ziel der vorliegenden Arbeit war das Schaffen eines überschaubares Ingenieurmodell für die ganzheitliche praxistaugliche Analyse. Es ist kritisch zu hinterfragen, ob man einen verfeinerten Detailgrad mit größerem Modellierungs- und Berechnungsaufwand erkaufen möchte. Zur baupraktischen Bemessung muss das Modell beherrschbar bleiben. Aus diesem Grund muss für jede Modellerweiterung geprüft werden, ob mit gesteigerter Komplexität eine zielführende Genauigkeitssteigerung einher geht. Beispielsweise sind nichtlineare Zeitbereichsberechnungen sehr aufwendig, ob sich bemessungsrelevante Änderungen der Druck- und Spannungsverteilungen einstellen muss allerdings hinterfragt werden.

Anhang A Boden-Bauwerk-Interaktion

A.1 Frequenz, Periode und Wellenzahl

In Abbildung A.1 ist der Zusammenhang zwischen den Größen Frequenz f , Periode T , Kreisfrequenz ω , Wellenlänge λ und Wellenzahl k einer Welle dargestellt. Dazu werden die Umrechnungsoperationen angegeben, wobei v die Ausbreitungsgeschwindigkeit oder Phasengeschwindigkeit der Welle ist.

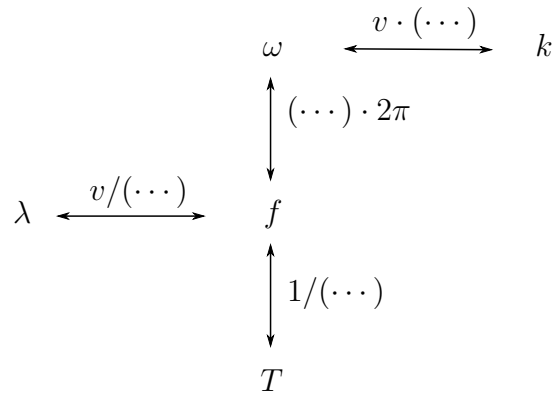


Abbildung A.1: Umrechnung von Frequenz, Periode, Wellenzahl und Wellenlänge.

A.2 Ableitungen der Korrelationsmatrizen

Zur Approximation der Korrelationsmatrizen in Kapitel 2.4.3 wird \mathbf{u}'_b aus dem Dualvektor genutzt um (2.103a) = (2.104a) aufzustellen

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{u}_b - \mathbf{D} \cdot \mathbf{P}_b = \mathbf{F}' \cdot \mathbf{u}_a - (\mathbf{G}' + \mathbf{G} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}_b + \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_b \quad (\text{A.1})$$

\mathbf{u}_b aus (2.98) wird in (A.1) und (2.104b) eingesetzt

$$[(\mathbf{A} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B}) \cdot \mathbf{F} - \mathbf{F}'] \cdot \mathbf{u}_a + [-\mathbf{D} + (-\mathbf{A} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{B}) \cdot \mathbf{G} + \mathbf{G}' + \mathbf{G} \cdot \mathbf{C}] \cdot \mathbf{P}_b = \mathbf{0} \quad (\text{A.2a})$$

$$(\mathbf{Q}' - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}) \cdot \mathbf{u}_a + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{C} + \mathbf{E}' + \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}) \cdot \mathbf{P}_b = \mathbf{0} \quad (\text{A.2b})$$

Aus der Betrachtung, dass die Vektoren \mathbf{u}_a und \mathbf{P}_b hier voneinander unabhängig sind, folgt, dass die einzelnen Terme in (A.2) jeweils gleich Null werden müssen, um die Gleichungen zu erfüllen. So ergeben sich aus (A.2a) Funktionen für \mathbf{F} und \mathbf{G} , sowie aus Funktionen für \mathbf{Q} und \mathbf{E} anhand derer die folgenden Ableitungen nach z_b gebildet werden

können:

$$\mathbf{F}' = (\mathbf{A} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B}) \cdot \mathbf{F} \quad (\text{A.3a})$$

$$\mathbf{G}' = \mathbf{D} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{C} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} \quad (\text{A.3b})$$

$$\mathbf{Q}' = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} \quad (\text{A.3c})$$

$$\mathbf{E}' = -\mathbf{E} \cdot (\mathbf{C} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}) \quad (\text{A.3d})$$

Anschließend ergeben sich die zweiten, dritten und vierten Ableitungen

$$\mathbf{F}'' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}' - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' \quad (\text{A.4a})$$

$$\mathbf{G}'' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{C} - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' \quad (\text{A.4b})$$

$$\mathbf{Q}'' = -\mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' \quad (\text{A.4c})$$

$$\mathbf{E}'' = -\mathbf{E}' \cdot \mathbf{C} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} \quad (\text{A.4d})$$

$$\mathbf{F}''' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}'' - \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} - 2 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' \quad (\text{A.5a})$$

$$\mathbf{G}''' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}'' - \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{C} - 2 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'' \quad (\text{A.5b})$$

$$\mathbf{Q}''' = -\mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} - 2 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' \quad (\text{A.5c})$$

$$\mathbf{E}''' = -\mathbf{E}'' \cdot \mathbf{C} - 2 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'' - \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} \quad (\text{A.5d})$$

$$\mathbf{F}'''' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{F}''' - \mathbf{G}''' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} - 3 \cdot \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' - 3 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}''' \quad (\text{A.6a})$$

$$\mathbf{G}'''' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}''' - \mathbf{G}''' \cdot \mathbf{C} - 3 \cdot \mathbf{G}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - 3 \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'' - \mathbf{G}''' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}''' \quad (\text{A.6b})$$

$$\mathbf{Q}'''' = -\mathbf{E}''' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F} - 3 \cdot \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}' - 3 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}'' - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}''' \quad (\text{A.6c})$$

$$\mathbf{E}'''' = -\mathbf{E}''' \cdot \mathbf{C} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}''' - 3 \cdot \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}'' - 3 \cdot \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G}' - \mathbf{E}''' \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} \quad (\text{A.6d})$$

Unter Berücksichtigung der Grenzwertbetrachtungen für \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{Q} und \mathbf{E} in Gleichung (2.99) ergeben sich vereinfachte Formulierungen der Ableitung, wie sie in Abschnitt 2.4.3 in den Gleichungen (2.105) dargestellt werden.

A.3 Herleitung der Kombinationsgleichungen

Um die in Abschnitt 2.4.5 beschriebenen Genauigkeitsverluste und Singularitäten zu vermeiden, werden \mathbf{F}_1 und \mathbf{F}_2 in Gleichung (2.115a) durch $\mathbf{F}_1 = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{1-I})$ und $\mathbf{F}_2 = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{2-I})$ ersetzt:

$$\mathbf{F}_{12} = \mathbf{I} + \mathbf{F}_{12-I} = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{2-I}) \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{1-I}) \quad (\text{A.7})$$

Ausmultiplizieren und Umformen ergibt die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{Comb-I}} = \mathbf{F}_{12-I} &= (\mathbf{F}_{2-I} - \frac{\mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2}{2}) \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} + (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \\ &\cdot (\mathbf{F}_{1-I} - \frac{\mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2}{2}) + \mathbf{F}_{2-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{F}_{1-I} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$\mathbf{E}_{\text{Comb-I}}$ wird analog zu $\mathbf{F}_{\text{Comb-I}}$ in (A.8) ermittelt, so das sich der folgende Ausdruck schreiben lässt

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{Comb-I}} = \mathbf{E}_{12-I} &= (\mathbf{E}_{1-I} - \frac{\mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1}{2}) \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} + (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \\ &\cdot (\mathbf{E}_{2-I} - \frac{\mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1}{2}) + \mathbf{E}_{1-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{E}_{2-I} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Für \mathbf{G}_{Comb} werden \mathbf{F}_2 und \mathbf{E}_2 durch $(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{2-I})$ und $(\mathbf{I} + \mathbf{E}_{2-I})$ ersetzt

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\text{Comb}} = \mathbf{G}_{12} &= \mathbf{G}_2 + (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{G}_1 + (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{E}_{2-I} \\ &+ \mathbf{F}_{2-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{G}_1 + \mathbf{F}_{2-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{Q}_2)^{-1} \cdot \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{E}_{2-I} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Gleichermaßen wird \mathbf{Q}_{Comb} ermittelt.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{Comb}} = \mathbf{Q}_{12} &= \mathbf{Q}_1 + (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{Q}_2 + (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{F}_{1-I} \\ &+ \mathbf{E}_{1-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{Q}_2 + \mathbf{E}_{1-I} \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{F}_{1-I} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

A.4 Steifigkeitsmatrizen für den homogenen Halbraum

Der Zusammenhang $\mathbf{P} = \mathbf{K}_\infty \cdot \mathbf{u}$ für homogenen transversal-isotropen Halbraum wird mit Steifigkeitsmatrizen nach Kausel & Seale [107] und Seale et al. [108] in Tabelle A.1 beschrieben. Dabei ist μ der Schubmodul und $M = \lambda + 2\mu$ der Longitudinalmodul. In Abhängigkeit von untersuchter Wellenzahl k und Kreisfrequenz ω wird gemäß Kausel [58] eine Fallunterscheidung vorgenommen.

Tabelle A.1: Impedanzen des homogenen HalbraumsFall 1) $k > 0, \omega > 0$

$$\mathbf{K}_\infty = \begin{bmatrix} K_{\infty,rr} & 0 & K_{\infty,rz} \\ 0 & K_{\infty,\theta\theta} & 0 \\ -K_{\infty,rz} & 0 & K_{\infty,zz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

mit den Einträgen

$$K_{\infty,rr} = \frac{\mu(p_1 b_2 - p_2 b_1)}{(b_2 - b_1)} \quad K_{\infty,rz} = -\frac{\mu[i(p_2 - p_1) + k(b_2 - b_1)]}{(b_2 - b_1)} = -K_{\infty,zr}$$

$$K_{\infty,\theta\theta} = \mu^2 \cdot \sqrt{k^2 - \frac{\rho \cdot \omega^2}{\mu}} \quad K_{\infty,zz} = \frac{M(p_2 b_2 - p_1 b_1)}{(b_2 - b_1)}$$

in denen gilt

$$m = k^2 \cdot [(\lambda + \mu)^2 - (M^2 + \mu^2)] + \rho \cdot \omega^2 \cdot (\mu + M), \quad n = (k^2 \cdot M - \rho \cdot \omega^2) \cdot (k^2 \cdot \mu - \rho \cdot \omega^2)$$

$$l = \mu \cdot M$$

$$p_j = \sqrt{\frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4 \cdot n \cdot l}}{2 \cdot l}}, \quad b_j = i \cdot \frac{k^2 \cdot M - \rho \cdot \omega^2 - \mu \cdot p_j^2}{k \cdot p_j \cdot (\lambda + \mu)}, \quad j = 1, 2$$

Fall 2) $k > 0, \omega = 0$ \mathbf{K}_∞ entspricht (A.12), ausgenommen

$$K_{\infty,\theta\theta} = \mu \cdot |k|, \quad p_j = |k| \cdot f_j, \quad b_j = \frac{i \cdot (M - f_j^2 \cdot \mu)}{f_j \cdot (\lambda + \mu)}$$

$$f_j = \sqrt{\frac{M^2 + \mu^2 - (\lambda + \mu)^2 \pm \sqrt{(M^2 + \mu^2)^2 + [(\lambda + \mu)^2 - 2 \cdot (M^2 + \mu^2)](\lambda + \mu)^2}}{2 \cdot \mu \cdot M}}$$

Fall 3) $k = 0, \omega > 0$

$$\mathbf{K}_\infty = i \cdot \omega \cdot \text{diag} \left[\sqrt{\rho \cdot \mu} \quad \sqrt{\rho \cdot \mu} \quad \sqrt{\rho \cdot M} \right] \quad (\text{A.13})$$

Fall 4) $k = 0, \omega = 0$

$$\mathbf{K}_\infty = \mathbf{0} \quad (\text{A.14})$$

Anhang B Fluid-Struktur-Interaktion

Impulsiv-starrer Druck aus vertikaler Starrkörperverschiebung

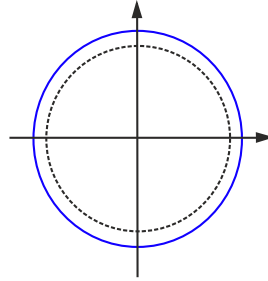


Abbildung B.1: Rotationssymmetrische Druckverteilung infolge vertikaler Anregung.

Der vertikale impulsiv-starre Druck wird analog zum horizontalen anhand der Starrkörperbewegung bestimmt. In Abbildung B.2 wird der rotationsymmetrische Charakter deutlich, dementsprechend ist die Druckkomponente

$$p_{is,v}(\xi,t) = \rho_L \cdot H (1 - \zeta) \cdot [a_{is,v}(t)] \quad (\text{B.1})$$

lediglich über die dimensionslose Höhe variabel, damit entspricht die qualitative Druckverteilung dem hydrostatischen Druck. Infolge eines Erdbebens wird die Erdbeschleunigung von der vertikalen Bodenbeschleunigung ersetzt, der Partizipationsfaktor ist 1. Der quantitative Unterschied zur hydrostatischen Druckverteilung entsteht, da die Erdbebeeinwirkung die Erdbeschleunigung ersetzt.

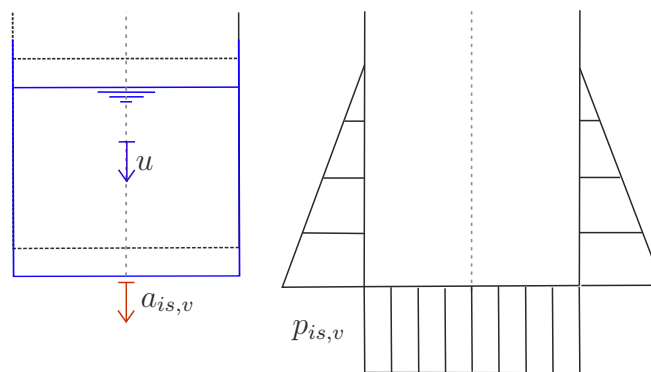


Abbildung B.2: Starrkörperverschiebung und impulsiv-starre Druckverteilung infolge vertikaler Erdbebenanregung.

Impulsiv-flexibler Druck aus vertikaler Interaktionsschwingung

Entsprechend der horizontalen Komponente wird die impulsiv-flexible Komponente infolge der gemeinsamen Bewegung von Fluid und Schale bestimmt. Wie in Abbildung B.3 dargestellt, sind Verschiebung und Druck rotationssymmetrisch und auf gleicher Höhe

über den Umfang konstant. Gemäß Meskouris et al. [22] müssen für die Iteration der Modalform unterschiedliche Ansatzfunktionen für Tanks verschiedener Schlankheit gewählt werden. Es ergibt sich die von der dimensionslosen Höhe abhängige Funktion

$$p_{if,v}(\zeta, \xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2R\rho_L \cdot \left[\frac{I_0\left(\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot \xi\right)}{\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot I_1\left(\frac{\nu_n}{\gamma}\right)} \right] \cdot \left[\cos(\nu_n \cdot \zeta) \cdot \int_0^1 (\phi(\zeta) \cdot \cos(\nu_n \cdot \zeta)) d\zeta \right] \cdot [\Gamma_{if,v,1} \cdot a_{if,v}(t)] \quad (\text{B.2})$$

für den Druck. Scharf [144] schlägt vor, die Absolutbeschleunigung ansetzen, während Habenberger [36] die Relativbeschleunigung analog zu der horizontalen Druckkomponente empfiehlt. Nach Habenberger [36] kann der Partizipationsfaktor

$$\Gamma_{if,v,1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{I_1\left(\frac{\pi}{2 \cdot \gamma}\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{2 \cdot \gamma}\right)} \quad (\text{B.3})$$

nur für dünnwandige Tanks mit $R/d \geq 500$ und einer Schlankheit $\gamma > 0,8$ eingesetzt werden. Meskouris et al. [22] verweist darauf, dass Rammerstorfer & Fischer [145] Korrekturfaktoren für bestimmte abweichende Geometrien vorstellen.

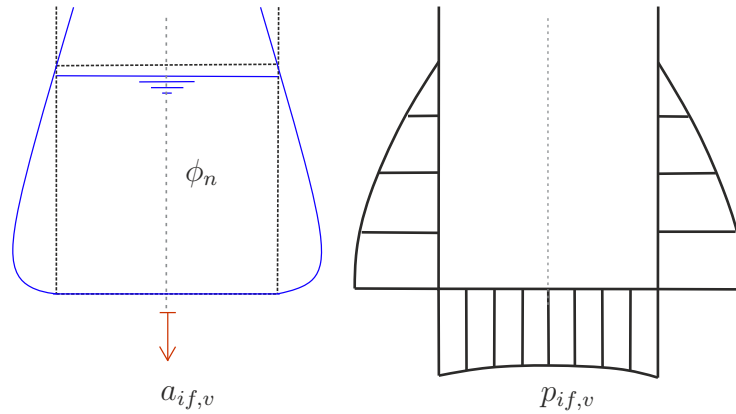


Abbildung B.3: Impulsiv-flexible Schwingform und Druckverteilung infolge vertikaler Erdbebenanregung.

Die vorliegenden Formulierungen werden von Tang [142] bzw. Veletsos & Tang [32] eingesetzt, um den Druck nachgiebig gelagerte Tanks unter vertikaler Anregung zu bestimmen. Die Berechnung der Eigenform in nachgiebig gelagerter Tanks in SSI-SALT kann analog zu der Berechnung infolge horizontaler Anregung erfolgen. Dabei wird die nachgiebige Lagerung der Tankschale in der Eigenformberechnung berücksichtigt.

Anhang C SSI-SALT

C.1 Makros in SSI-SALT

Makro	Status	Änderung
SALT_MAIN.mac	verändert	Gesamtablauf
SET000.mac	verändert	Eingabe Bodenmodell
A000_Parameter.mac	aktiv	
A105_Dachlast.mac	ungenutzt	
A110_Geometrie.mac	aktiv	
A120_Vernetzung.mac	verändert	Anbindung Bodenmodell
A130_Betonfundament.mac	neu	Anbindung Bodenmodell
A140_Tanklagerung.mac	verändert	Anbindung Bodenmodell
A150_Ringsteifen.mac	verändert	Randbedingungen Tankschale
A200_h_imp_freq.mac	neu	Druckbestimmung
A220_h_imp_SRSS.mac	neu	Drucküberlagerung
A300_MapleInput.mac	aktiv	
A400_Knotendrucke_norm.mac	aktiv	
A410_Elementdrucke_norm.mac	aktiv	
A420_Rebuild.mac	aktiv	
A200.mpl	aktiv	
A301_full.mpl	verändert	impulsiv-starre Kippbewegung
C000_AWSP.mac	verändert	verschiedene Anregungsarten
C050_Elementdrucke_real	verändert	Drucküberlagerungen
C100_Lastfaelle.mac	aktiv	
C200_LFInformationen.mac	aktiv	
C300_LC_OPER.mac	aktiv	
C500_results_plot.mac	verändert	Bilder der Eigenformen

C.2 Lastfälle in SSI-SALT

Nummer	Lastfallbeschreibung
1	Eigengewicht
2	hydrostatischer Druck
3	SRSS horizontal
4	SRSS vertikal
5	Temperatur
6	Wind
7	Schnee
8	Randlasten Dach
9	Innendruck
17	basisisierte Tanks
18	basisisierte Tanks
60	Setzungen
80	horizontaler Druck impulsiv-starr
81	horizontaler Druck konvektiv
82	horizontaler Druck impulsiv-flexibel
83	vertikaler Druck impulsiv-starr
84	vertikaler Druck impulsiv-flexibel
85	Überlagerung Wasserdrücke Erdbeben 1
86	Überlagerung Wasserdrücke Erdbeben 2

Anhang D Parameterstudie

In diesem Abschnitt werden die Druckanteile $p_{is,kh}$ und $p_{if,h}$ der Parameterstudie in Abschnitt 8.1 dargestellt.

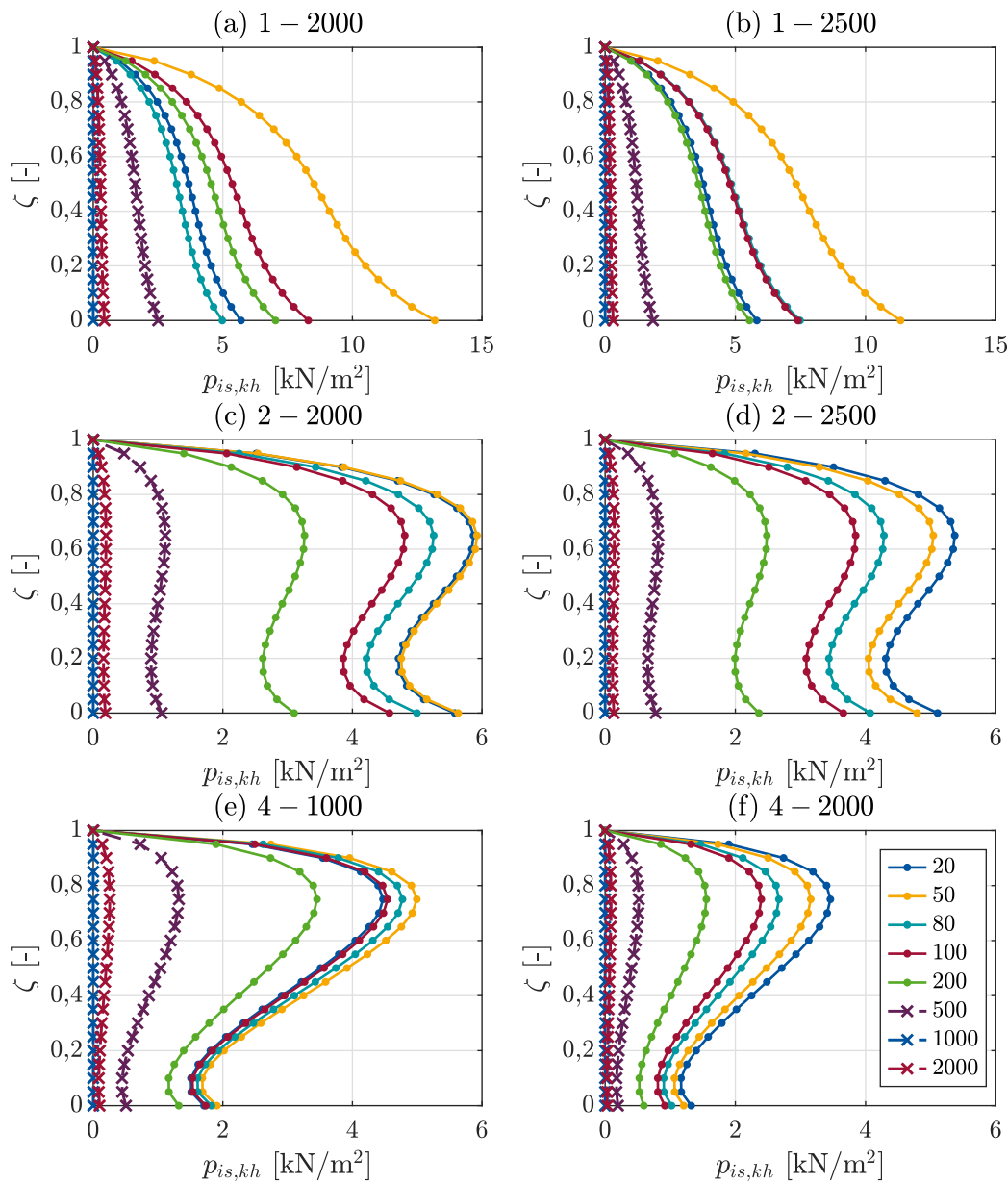


Abbildung D.1: Horizontaler dynamischer Druck infolge Kippbewegung der Tankbauwerke unter horizontaler Anregung in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m^2 .

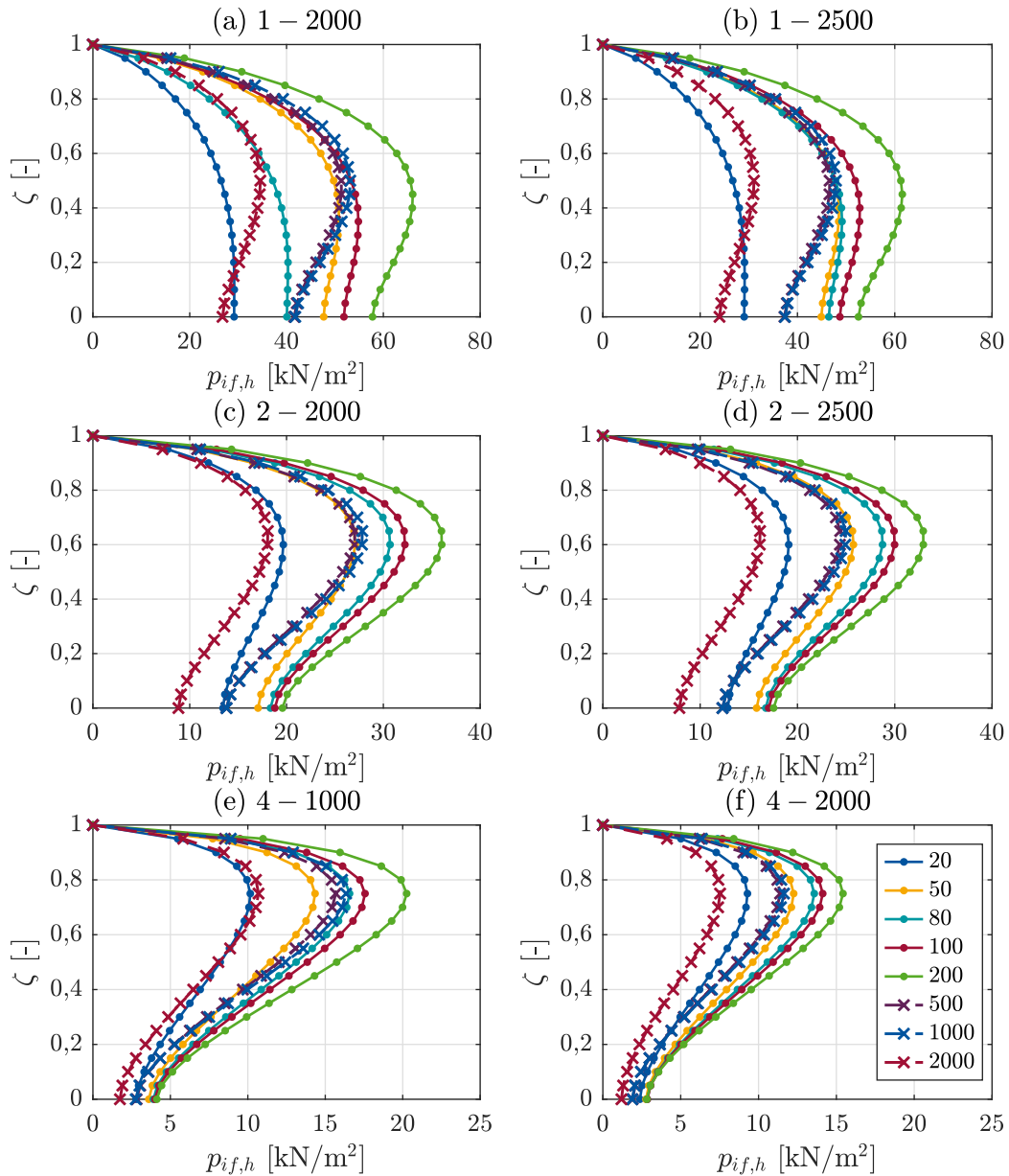


Abbildung D.2: Horizontaler dynamischer impulsiv-flexibler Druck in Abhängigkeit des Schubmoduls μ in MN/m².

Literatur

- [1] M. Eli, S. Sommer, T. R. Roche & K. L. Merz: The January 17, 1994 Northridge earthquake: effects on selected industrial facilities and lifelines. / Lawrence Livermore National Laboratory. 1995 (UCRL-ID-120522). – Forschungsbericht
- [2] H. Akatsuka & H. Kobayashi: Fire of petroleum tank, etc. by Niigata earthquake. / Failure Knowledge Database, Japan Science and Tech Agency. 2008. – Forschungsbericht
- [3] Deutsches Institut für Normung: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-6; Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung.* Dezember 2010
- [4] J. E. Rosin: *Seismische Auslegung von Tankbauwerken*, RWTH Aachen University, Dissertation, 2016
- [5] G. W. Housner: The Dynamic Behavior of Water Tanks. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* (1963), Nr. 53, S. 381–387
- [6] A. S. Veletsos & J. Y. Yang: Earthquake Response of Liquid-Storage Tanks. In: *Proceedings of the 2nd EMD Specialty Conference* (1977), S. 1–24
- [7] J. A. Studer, J. Laue & M. G. Koller: *Bodendynamik: Grundlagen, Kennziffern, Probleme und Lösungsansätze.* 3., völlig neu bearb. Aufl. Berlin and New York : Springer, 2007. – ISBN 3540296247
- [8] American Petroleum Institute: *650: Welded Steel Tanks for Oil Storage.* 2007
- [9] H. Bohra, E. Azzuni & S. Guzey: Seismic Analysis of Open-Top Storage Tanks With Flexible Foundation. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* (2019), Nr. 141, S. 041801–1 – 041801–15
- [10] M. A. Haroun & G. Houser: Earthquake Response of Deformable Liquid Storage Tanks. In: *Journal of Applied Mechanics* 48 (1981), S. 411–418
- [11] A. S. Veletsos, Y. Tang & H. T. Tang: Dynamic Response of Flexibly Supported Liquid Storage Tanks. In: *Journal of Structural Engineering* (1992), Nr. 118, S. 264–283
- [12] P. K. Malhotra, T. Wenk & M. Wieland: Simple procedure for seismic analysis of liquid-storage tanks. In: *Structural Engineering International* (2010), Nr. 10, S. 197–201
- [13] Deutsches Institut für Normung: *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 4: Silos, Tankbauwerke und Rohrleitungen; Deutsche Fassung.* Januar 2007

- [14] F. D. Fischer: Dynamic Fluid Effects in Liquid-Filled Flexible Cylindrical Tanks. In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* (1979), Nr. 7, S. 587–601
- [15] F. D. Fischer & F. G. Rammerstorfer: The stability of liquid-filled cylindrical shells under dynamic loading. In: *Buckling of Shells*. Springer, 1982, S. 569–597
- [16] J. Y. Yang: *Dynamic Behaviour of Fluid Tank Systems*, Rice University, Dissertation, 1976
- [17] I. Nachtigall, N. Gebbeken & J. L. Urrutia-Galicia: On the analysis of vertical circular cylindrical tanks under earthquake excitation at its base. In: *Engineering Structures* 25 (2002), S. 201–2013
- [18] J. C. Virella, L. A. Godoy & L. E. Suárez: Fundamental modes of tank-liquid systems under horizontal motions. In: *Engineering Structures* 28 (2006), Nr. 10, S. 1450–1461
- [19] R. K. Gupta & G. L. Hutchinson: Free Vibration Analysis of Liquid Storage Tanks. In: *Journal of Sound and Vibration* 122 (1988), Nr. 3, S. 491–506
- [20] P. B. Goncalves & N. R. S. S. Ramos: Free Vibration Analysis of Cylindrical Tanks Partially Filled With Liquid. In: *Journal of Sound and Vibration* 195 (1996), Nr. 3, S. 429–444
- [21] T. Mazúch, H. J., J. Trnka & J. Veselý: Natural Modes and Frequencies of a Thin Clamped-Free Steel Cylindrical Storage Tank Partially Filled With Water: FEM and Measurements. In: *Journal of Sound and Vibration* 193 (1996), Nr. 3, S. 669–690
- [22] K. Meskouris, K.-G. Hinzen, C. Butenweg & M. Mistler: *Bauwerke und Erdbeben: Grundlagen - Anwendung - Beispiele*. 3., aktualisierte und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH Wiesbaden, 2011 (Praxis). – ISBN 9783834807793
- [23] N. Buratti & M. Tavano: Dynamic buckling and seismic fragility of anchored steel tanks by the added mass method. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 43 (2014), Nr. 1, S. 1–21. – ISSN 00988847
- [24] K. Meskouris, C. Butenweg, K.-G. Hinzen & R. Höffer: *Structural dynamics with applications in earthquake and wind engineering*. Second edition. Berlin, Germany : Springer, 2019. – ISBN 3662575493
- [25] O. Zienkiewicz, R. Taylor & J. Zhu: *The Finite Element Method Set. 6*. Butterworth-Heinemann, 2005
- [26] Y. Bazilevs, T. Kenji & T. E. Tezduyar: *Computational Fluid-Structure Interaction*. Wiley, 2013

- [27] T. Matsui & T. Nagaya: Nonlinear sloshing in a floating-roofed oil storage tank under long-period seismic ground motion. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 42 (2013), S. 973–991
- [28] T.-W. Kang, H.-I. Yang & J.-S. Jeon: Earthquake-induced sloshing effects on the hydrodynamic pressure response of rigid cylindrical liquid storage tanks using CFD simulation. In: *Engineering Structures* 197 (2019), S. 109376. – ISSN 01410296
- [29] P. K. Malhotra: Seismic Response of Soil-supported Unanchored Liquid Storage Tanks. In: *Journal of Structural Engineering* (1997), Nr. 123, S. 440–450
- [30] M. Ormeño, T. Larkin & N. Chou: The effect of seismic uplift on the shell stresses of liquid-storage tanks. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 44 (2015), Nr. 12, S. 1979–1996. – ISSN 00988847
- [31] H. N. Phan, F. Paolacci & S. Alessandri: Enhanced Seismic Fragility Analysis of Unanchored Steel Storage Tanks Accounting for Uncertain Modeling Parameters. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* 141 (2019), S. 010903–1 – 010903–10
- [32] A. S. Veletsos & Y. Tang: Dynamics of Vertically Excited Liquid Storage Tanks. In: *Journal of Structural Engineering* 112 (1986), Nr. 6, S. 1228–1246
- [33] F. D. Fischer & R. Seeber: Dynamic Response of Vertically Excited Liquid Storage Tanks Considering Liquid-Soil Interaction. In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 16 (1988), S. 329–342
- [34] A. S. Veletsos & Y. Tang: Rocking Response of Liquid Storage Tanks. In: *Journal of Engineering Mechanics* (1986), Nr. 113(11), S. 1774–1792
- [35] A. S. Veletsos & Y. Tang: Soil-structure interaction effects for laterally excited liquid storage tanks. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 19 (1990), Nr. 4, S. 473–496
- [36] J. Habenberger: *Beitrag zur Berechnung von nachgiebig gelagerten Flüssigkeitsbehältern unter seismischen Einwirkungen*. Weimar, Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2001
- [37] M. Amabili, M. P. Paidoussis & A. A. Lakis: Vibrations of Partially Filled Cylindrical Tanks with Ring-Stiffeners and Flexible Bottom. In: *Journal of Sound and Vibration* (1998), Nr. 213, S. 259–299
- [38] K. Mykoniou, C. Butenweg, B. Holtschoppen & S. Klinkel: Seismic response analysis of adjacent liquid-storage tanks. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 45 (2016), Nr. 11, S. 1779–1796. – ISSN 00988847
- [39] H. Schatten, B. Holtschoppen, P. Michel & S. Klinkel: Bodendynamische Effekte bei der Auslegung von Schüttgutfundamenten flüssigkeitsgefüllter Tankbauwerke unter seismischer Beanspruchung. In: *Bauingenieur* 92 (2017), Nr. 10, S. 435–443

- [40] J.-M. Kim, C. Soo-Hyuk & Y. Chung-Bang: Fluid-Structure-soil interaction analysis of cylindrical liquid storage tanks subjected to horizontal earthquake loading. In: *Structural Engineering and Mechanics* 13 (2002), Nr. 6, S. 615–638
- [41] M. K. Kim, Y. M. Lim, S. Y. Cho, H. Cho, Kyung & K. W. Lee: Seismic analysis of base-isolated liquid storage tanks using the BE-FE-BE coupling technique. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 22 (2002), S. 1151–1158
- [42] H.-J. Park, J.-G. Ha, S.-Y. Kwon, M.-G. Lee & D.-S. Kim: Investigation of the dynamic behaviour of a storage tank with different foundation types focusing on the soil-foundation-structure interactions using centrifuge model tests. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 46 (2017), Nr. 14, S. 2301–2316. – URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.2905>
- [43] J. M. Spritzer & S. Guzey: Nonlinear numerical evaluation of large open-top above-ground steel welded liquid storage tanks excited by seismic loads. In: *Thin-Walled Structures* 119 (2017), S. 662–676
- [44] W. Jing, H. Feng & X. Cheng: Dynamic Response of Liquid Storage Tanks Caused by Wind and Earthquake in Special Environment. In: *applied sciences* 9 (2019), Nr. 11, S. 2376–2392
- [45] J. P. Wolf: *Dynamic soil-structure interaction*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1985
- [46] I. Chowdhury & S. P. Dasgupta: *Dynamics of Structure and Foundation*. Taylor & Francis Group, 2009
- [47] E. Kausel: *Advanced Structural Dynamics*. 1. Cambridge University Press, 2017. – ISBN 978-1107171510
- [48] E. Kausel: Early history of soil–structure interaction. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 30 (2010), Nr. 9, S. 822–832
- [49] E. Reissner: Stationäre, axialsymmetrische, durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes. In: *Ingenieur-Archiv* 7 (1936), S. 381–396
- [50] S. L. Kramer: *Geotechnical Earthquake Engineering*. Pearson, 1996
- [51] K. Aki & P. G. Richards: *Quantitative Seismology*. University Science Books, 2002
- [52] J. Lysmer: *Vertical Motion of Rigid Footings*. Vicksburg, Mississippi : University of Michigan, 1965
- [53] H. L. Wong & J. E. Luco: Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape. In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* (1976), Nr. 4, S. 579–587

- [54] H. L. Wong & J. E. Luco: Tables of impedance functions for square foundations on layered media. In: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 22 (1985), Nr. 5, S. 162. – ISSN 01489062
- [55] W. Whittaker & P. Christiano: Dynamic Response of Plate on Elastic Half-Space. In: *Journal of the Engineering Mechanics Division* 108 (1982), S. 133–154
- [56] D. L. Karabalis & D. E. Beskos: Dynamic response of 3-D flexible foundations by time domain BEM and FEM. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 4 (1985), Nr. 2, S. 91–101
- [57] E. Kausel & J. M. Roesset: Stiffness Matrices for Layered Soils. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* (1981), Nr. 71, S. 1743–1761
- [58] E. Kausel: *An Explicit Solution for the Green Functions for Dynamic Loads in Layered Media*. Bd. R74-11. Cambridge : Massachusetts Institute of Technology, 1981
- [59] E. Kausel & R. Peek: Dynamic Loads in the Interior of a Layered Stratum: An Explicit Solution. In: *Bulletin of Seismological Society of America* 72 (1982), Nr. 5, S. 1459–1481
- [60] E. Kausel: Wave Propagation in Anisotropic Layered Media. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 23 (1986), S. 1567–1578
- [61] H. Schmidt & G. Tango: Efficient global matrix approach to the computation of synthetic seismograms. In: *Geophysical Journal International* 84 (1986), Nr. 2, S. 331–359
- [62] S. I. Rohklin & L. Wang: Stable recursive algorithm for elastic wave propagation in layered anisotropic media: Stiffness matrix method. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 112 (2002), Nr. 3, S. 822–834
- [63] J. Lysmer: Lumped Mass Method for Rayleigh Waves. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 60 (1970), Nr. 1, S. 89–104
- [64] G. Waas: *Linear two-dimensional analysis of soil dynamic problems in semi-infinite layer media*, Berkeley: University of California, Dissertation, 1972
- [65] E. Kausel: Thin-Layer Method: Formulation in the Time-Domain. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 37 (1994), S. 927–941
- [66] J. Park & E. Kausel: Numerical dispersion in the thin-layer method. In: *Computers and Structures* 82 (2004), S. 607–625
- [67] J. M. Oliveira Barbosa & E. Kausel: The Thin-layer Method in a Cross-anisotropic 3D Space. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 89 (2012), S. 537–560

- [68] W.-X. Zhong: On precise integration method. In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 163 (2004), Nr. 1, S. 59–78. – ISSN 03770427
- [69] W. X. Zhong, W. P. Howson & F. W. Williams: Precise Solutions for Surface Wave Propagation in Stratified Material. In: *Journal of Vibration and Acoustics* (2001), Nr. 123, S. 198–204
- [70] Q. Gao, W. Zhong & W. P. Howson: A precise method for solving wave propagation problems in layered anisotropic media. In: *Wave Motion* (2004)
- [71] W. X. Zhong, J. H. Lin & Q. Gao: The precise computation for wave propagation in stratified materials. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* (2003), Nr. 60, S. 11–25
- [72] G. Lin, Z. Han, H. Zhong & J. Li: A precise integration approach for dynamic impedance of rigid strip footing on arbitrary anisotropic layered half-space. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 49 (2013), S. 96–108
- [73] G. Lin, Z. Han & J. Li: General formulation and solution procedure for harmonic response of rigid foundation on isotropic as well as anisotropic multilayered half-space. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 70 (2015), S. 48–59
- [74] L. Chen: Dynamic Interaction between Rigid Foundations on Multi-layered Stratum. In: *Journal of Earthquake Engineering* 20 (2016), Nr. 4, S. 505–534
- [75] Z. Y. Ai & Y. C. Cheng: Extended precise integration method for consolidation of transversely isotropic poroelastic layered media. In: *Computers and Mathematics with Applications* 68 (2014), Nr. 12, S. 1806–1818
- [76] R. V. Whitman & F. E. Richart: Design procedures for dynamically loaded foundations / The University of Michigan - Industry Program of the College of Engineering. 1967. – Forschungsbericht
- [77] G. Gazetas: Analysis of machine foundation vibrations: state of the art. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* (1983), Nr. 2, S. 2–42
- [78] R. Hirschauer: *Kopplung von Finiten Elementen mit Rand-Elementen zur Berechnung der dynamischen Baugrund-Bauwerk-Interaktion*. Berlin, 2001
- [79] C. Song: The scaled boundary finite element method in structural dynamics. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 77 (2009), S. 1139–1171
- [80] U. Basu & A. K. Chopra: Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains-theory and finite-element implementation. In: *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering* 192 (2003), S. 1337–1375

- [81] J. Josifovski: Analysis of wave propagation and soil-structure interaction using a perfectly matched layer model. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 81 (2016), S. 1–13
- [82] M. Harte, B. Basu & S. R. K. Nielsen: Dynamic analysis of wind turbines including soil-structure-interaction. In: *Engineering Structures* 45 (2012), S. 509–518
- [83] J. E. Luco: Soil-structure interaction effects on the seismic response of tall chimneys. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 5 (1986), Nr. 3, S. 170–177
- [84] H. Aji, M. Basnet & F. Wuttke: A numerical study on the influences of underlying soil and backfill characteristics on the dynamic behaviour of typical integral bridges. In: *Bauingenieur* 95 (2020), Nr. 11, S. S2–S11
- [85] A. Piro, F. de Silva, F. Parisi, A. Scotto di Santolo & F. Silvestri: Effects of soil-foundation-structure interaction on fundamental frequency and radiation damping ratio of historical masonry building sub-structures. In: *Bulletin of Earthquake Engineering* (2020)
- [86] J. Lysmer, F. Ostandan & C. C. Chin: *SASSI A System for Analysis of Soil Structure Interaction*. Rev. 1. Berkeley, 1999
- [87] Deutsche Gesellschaft für Geotechnik: *Empfehlungen des Arbeitskreises Baugrunderdynamik*. 1. Berlin : Grundbauinstitut der Technischen Universität Berlin, 2002
- [88] C. Petersen & H. Werkle: *Dynamik der Baukonstruktionen*. Springer Vieweg, 2017
- [89] K. Mykoniou: *Dynamic analysis of multiple liquid-storage tanks*. Aachen, RWTH Aachen University, Dissertation, 2015
- [90] Det Norske Veritas & Forskningscenter Risø: *Guidelines for design of wind turbines*. 2002
- [91] L. Gaul & C. Fiedler: *Methode der Randelemente in Statik und Dynamik*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013. – ISBN 978-3-8348-2536-0
- [92] E. Kausel: *Fundamental Solutions in Elastodynamics*. Cambridge University Press, 2006
- [93] J. P. Wolf & C. Song: Some Cornerstones of Dynamic Soil-Structure-Interaction. In: *Engineering Structures* 24 (2002), S. 13–28
- [94] H. Gercek: Poisson's ratio values for rocks. In: *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 44 (2007), S. 1–13
- [95] A. Goris: *Schneider - Bautabellen*. 20. Werner Verlag, 2012
- [96] F. Taddei: *Numerical Investigation of Soil-Structure Interaction for Onshore Wind Turbines Grounded on a Layered Soil*. Aachen, RWTH Aachen University, Dissertation, 2015

- [97] P. Michel, F. Taddei, C. Butenweg & S. Klinkel: Boden-Bauwerk-Interaktionsanalyse eines Prüfstandkomplexes. In: *[Forschungskolloquium Baustatik-Baupraxis, BB15, 15.09.2015-18.09.2015, Döllnsee, Germany]*. [s.l.], Sep 2015, S. 79–80. – URL <https://publications.rwth-aachen.de/record/538402>
- [98] G. Klein: *Grundbau-Taschenbuch*. Kap. Bodendynamik und Erdbeben, S. 459–509. Berlin : Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, 1990
- [99] T. Wichtmann & T. Triantafyllidis: On the correlation of static and dynamic stiffness moduli of non-cohesive soils. In: *Bautechnik* 86 (2009), S. 28–39
- [100] P. Michel, C. Butenweg & S. Klinkel: Pile-grid foundations of onshore wind turbines considering soil-structure-interaction under seismic loading. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 109 (2018), S. 299–311
- [101] C. Vrettos: *Einflussfunktionen für inhomogene Böden und ihre Anwendung bei der Boden-Bauwerk-Interaktion*. Berlin, 1997
- [102] K. Burg & H. Haf: *Partielle Differentialgleichungen und funktionalanalytische Grundlagen: Höhere Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker*. 5., aktualisierte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2010. – URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9684-1>. – ISBN 9783834812940
- [103] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Grosche, V. Ziegler, D. Ziegler & E. H. Zeidler: *Springer-Taschenbuch der Mathematik*. 3. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013. – ISBN 978-3-8351-0123-4
- [104] W.-X. Zhong: *Duality System in Applied Mechanics*. New York, Boston, Dordrecht, London, Moskau : Kluwer Academic Publishers, 2004
- [105] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Grosche, V. Ziegler, D. Ziegler & E. H. Zeidler: *Springer-Handbuch der Mathematik IV: Funktionsanalysis, Dynamische Systeme, Mannigfaltigkeiten, Topologie, Mathematische Physik*. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013. – ISBN 978-3-658-00288-6
- [106] H. Man, C. Song, W. Gao & F. Tin-Loi: A unified 3D-based technique for plate bending analysis using scaled boundary finite element method. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 91 (2012), Nr. 5, S. 491–515. – ISSN 00295981
- [107] E. Kausel & S. H. Seale: Dynamic and static impedances of cross-anisotropic halfspaces. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 10 (1990), Nr. 9, S. 172–178
- [108] Seale, S. and Kausel & E.: Point Loads in Cross-Anisotropic, Layered Halfspaces. In: *Journal of Engineering Mechanics* (1989), Nr. 115, S. 509–524

- [109] D. P. Ghosh: The Application of linear Filter Theory to the Direct Interpretation of Geoelectrical Resistivity Sounding Measurements. In: *Geophysical Prospecting* (1971), Nr. 19, S. 192–217
- [110] A. D. Chave: Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion. In: *Geophysics* 48 (1983), Nr. 12, S. 1671–1686
- [111] K. Key: Is the fast Hankel transform faster than quadrature? In: *Geophysics* 77 (2012), Nr. 3, S. F21–F30. – ISSN 0022-2488
- [112] L. Chen: Green’s function for a transversely isotropic multi-layered half-space: an application of the precise integration method. In: *Acta Mechanica* 226 (2015), Nr. 11, S. 3881–3904. – ISSN 0001-5970
- [113] S. K. Lucas: Evaluating infinite integrals involving products of Bessel functions of arbitrary order. In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 64 (1995), S. 269–282
- [114] D. Mierswa: *Konvergenzbeschleunigung der Hankel-Transformation von Greenschen Funktionen zur Anwendung in der Bodendynamik*, Lehrgebiet Angewandte Mathematik, insbesondere numerische Mathematik, Fachhochschule Aachen, Bachelor-Arbeit, 2018
- [115] P. Wynn: The Epsilon Algorithm and Operational Formulas of Numerical Analysis. In: *Mathematics of Computation* 15 (1961), S. 151–158
- [116] C. G. Lai, K. Wilmanski & W. Schneider: *CISM International Centre for Mechanical Sciences*. Bd. v. 481: *Surface Waves in Geomechanics: Direct and Inverse Modelling for Soils and Rocks: Direct and Inverse Modelling for Soils and Rocks*. Vienna : Springer, 2007. – ISBN 3211380655
- [117] P. Michel, C. Butenweg & S. Klinkel: Einfluss der dynamischen Steifigkeit von Flach- und Pfahlgründungen auf das dynamische Verhalten einer Onshore-Windenergieanlage. In: *Bauingenieur* 95 (2020), Nr. 4, S. 139–150
- [118] U. Smoltczyk: *Grundbau-Taschenbuch*. 5. Aufl. Berlin : Ernst Verl. für Architektur und Technische Wiss, 1996. – ISBN 3433014418
- [119] A. M. Kaynia: *Dynamic Stiffness and seismic response of pile groups*. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Research Report, Januar 1982
- [120] A. M. Kaynia & E. Kausel: Dynamics of piles and pile groups in layered soil media. In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 10 (1991), Nr. 8, S. 386–401
- [121] F. Dezi, S. Carbonari & M. Morici: A numerical model for the dynamic analysis of inclined pile groups. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 45 (2016), Nr. 1, S. 45–68. – ISSN 00988847

- [122] L. A. Padrón, J. J. Aznárez, O. Maeso & A. Santana: Dynamic stiffness of deep foundations with inclined piles. In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 23 (2010), Nr. 6, S. 1343–1367. – ISSN 00988847
- [123] P. Michel, H. Zilligen, J. Rosin & C. Butenweg: Seismisches Verhalten pfahlgegründeter Tankbauwerke. In: *[Erdbeben und bestehende Bauten : Dokumentation SIA D 0255 ; 20.8.15-21.8.15, Auditorium Maximum im Hauptgebäude der ETH Zürich / 14. D-A-C-H Tagung 2015]*. Zürich : SGEb, Aug 2015. – URL <https://publications.rwth-aachen.de/record/483814>
- [124] Deutsches Institut für Normung: *DIN 4150-2 Erschütterungen im Bauwesen - Teil 2 Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden*. Juni 1999
- [125] M. Feldmann, G. Jakobs, S. Klinkel, C. Butenweg, F. Kemper & R. Schelenz: *Boden-Bauwerk-Triebstrang-Interaktion von Windenergieanlagen: Abschlussbericht : 01.01.2015-12.31.2017: Report N.: 0325793*
- [126] P. Michel, C. Butenweg & S. Klinkel: Frequency Dependent Impedance Analysis of the Foundation-Soil-Systems of Onshore Wind Turbines. In: *16th European Conference on Earthquake Engineering 2018, Thessaloniki (Greece), 18 Jun 2018 - 21 Jun 2018 2018 – 16th European Conference on Earthquake Engineering*. URL <http://publications.rwth-aachen.de/record/728248>, 2018, S. 12
- [127] Ansys Inc.: *ANSYS Mechanical APDL*. 2019
- [128] Deutsches Institut für Normung: *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten; Deutsche Fassung*. Dezember 2010
- [129] Deutsches Institut für Normung: *Nationaler Anhang - Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten; Deutsche Fassung*. Januar 2011
- [130] Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein: *Einwirkungen auf Tragwerke*. 2003
- [131] American Society of Civil Engineers: *Minimum design loads for buildings and other structures*. 2010
- [132] Ministry of Land, Infrastructure and Transport: *Earthquake Resistant Design for Buildings*. 2001
- [133] Pacific Earthquake Engineering Research Center ; University of California: *PEER Ground Motion Database*. – URL <https://ngawest2.berkeley.edu/>. – Zugriffsdatum: 17.02.2020
- [134] Board of Trustees of University of Illinois at Urbana-Champaign & Y. Hashash: *DEEPSOIL*. 2020

- [135] H. Werkle: Erdbebenantwortspektren einer weichen Bodenschicht auf einem Halbraum. In: *Bauingenieur* 91 (2016), April, S. 131–139
- [136] W. Schepers: *Berechnungsverfahren für praxisnahe Boden-Bauwerks-Interaktionsprobleme im Frequenzbereich*, Fakultät VI - Planen Bauen Umwelt der Technischen Universität Berlin, Dissertation, 2014
- [137] J. Mundt: *Kopplung der Precise-Stiffness-Matrix-Method mit Finite-Elemente-Modellen*, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen University, Master-Arbeit, 2020
- [138] H. Sigloch: *Technische Fluidmechanik*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2009. – ISBN 978-3-642-03089-5
- [139] M. Rieutord: *Fluid Dynamics - An Introduction*. Springer, 2015
- [140] L. Papula: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3*. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2016. – ISBN 978-3-658-11923-2
- [141] M. A. Haroun & H. M. Ellaithy: Model for flexible tanks undergoing rocking. In: *Journal of Engineering Mechanics* 111 (1985), Nr. 2, S. 143–157
- [142] Y. Tang: *Studies of Dynamic Response of Liquid Storage Tanks*, Rice University, Dissertation, 1986
- [143] F. D. Fischer: Ein Vorschlag zur erdbebensicheren Bemessung von flüssigkeitsgefüllten zylindrischen Tankbauwerken. In: *Der Stahlbau* 50 (1981), S. 13–20
- [144] K. Scharf: *Beiträge zur Erfassung des Verhaltens von erdbebenenerregten, oberirdischen Tankbauwerken*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1990
- [145] F. G. Rammerstorfer & F. D. Fischer: Ein Vorschlag zur Ermittlung von Belastungen und Beanspruchungen von zylindrischen, flüssigkeitsgefüllten Tankbauwerken bei Erdbebeneinwirkung / ILSB - Institute for Lightweight Design and Structural Biomechanics. 2004. – Forschungsbericht
- [146] H. J. Holl: Parameteruntersuchung zur Abgrenzung der Anwendbarkeit eines Berechnungskonzeptes für erdbebenbeanspruchte Tankbauwerke. In: *Heft ILFB - Berichte aus dem Institut für Leichtbau und Flugzeugbau 1/87*. 1987
- [147] F. D. Fischer & F. G. Rammerstorfer: The Stability Of Liquid Filled Cylindrical Shells Under Dynamic Loading. In: *Buckling of Shells* (1982), S. 569–597
- [148] K. Mykoniou & B. Holtschoppen: Lateral Free Vibration of Liquid-Storage Tanks. In: S. Klinkel, C. Butenweg, G. Lin & B. Holtschoppen: *Proceedings of the International Conference on Seismic Design of Industrial Facilities (SeDIF-Conference)* Bd. 1, 2013, S. 403–415

- [149] K. Meskouris: *Baudynamik: Modelle, Methoden, Praxisbeispiele*. Ernst & Sohn, 1999
- [150] A. S. Veletsos: Seismic effects in flexible liquid storage tanks. In: *Proceedings of the 5th world conference on earthquake engineering* Bd. 1, 1974, S. 630–639
- [151] Deutsches Institut für Normung: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten- Teil 4-2: Tankbauwerke ; Deutsche Fassung*. Dezember 2010
- [152] F. Rammerstorfer, K. Scharf & F. Fischer: Storage tanks under earthquake loading. In: *Appl. Mech. Rev* 43 (1990), Nr. 11, S. 261–283
- [153] F. Fischer, F. Rammerstorfer & K. Scharf: *Structural Dynamics: Recent Advances*. Kap. Earthquake resistant design of anchored and unanchored liquid storage tanks under three-dimensional earthquake excitation, S. 317–371, Springer Berlin Heidelberg, 1991
- [154] R. Albert: *Untersuchung flüssigkeitsgefüllter zylindrischer Tanks unter Erdbebenlast*, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen University, Diplomarbeit, 2009
- [155] P. Cornelissen: *Erarbeitung eines vereinfachten impulsiv-flexiblen Lastansatzes für die Berechnung von Tankbauwerken unter Erdbebenlast*, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen University, Diplomarbeit, 2010
- [156] M. Chasapi: *Seismic Analysis and Design of Cylindrical Liquid Storage Tanks According to DIN EN 1998-4*, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen University, Diplomarbeit, 2011
- [157] F. Korkmaz: *Untersuchung der dynamischen Eigenschaften von Tankbauwerken anhand unterschiedlicher Berechnungsverfahren*, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen University, Bachelor-Arbeit, 2014
- [158] W. Maple: *MAPLE (Software)*. 2019
- [159] P. Alder: *Implementierung des Added-Mass-Verfahrens für flexibel gelagerte, flüssigkeitsgefüllte Tanks*, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen University, Master-Arbeit, 2018
- [160] W. Wunderlich & C. Seiler: Nonlinear treatment of liquid-filled storage tanks under earthquake excitation by a quasistatic approach. In: *Computers and Structures* 78 (2000), S. 385–395
- [161] M. Moslemi & M. Kianoush: Parametric study on behavior of cylindrical ground-supported tanks. In: *Engineering Structures* 42 (2012), S. 214–230

- [162] M. E. Kalogerakou, C. A. Maniatakis, C. C. Spyrakos & P. N. Psarropoulos: Seismic response of liquid-containing tanks with emphasis on the hydrodynamic response and near-fault phenomena. In: *Engineering Structures* 153 (2017), S. 383–403. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029617329954>. – ISSN 0141-0296
- [163] P. G. Somerville, N. F. Smith, R. W. Graves & N. A. Abrahamson: Modification of Empirical Strong Ground Motion Attenuation Relations to Include the Amplitude and Duration Effects of Rupture Directivity. In: *Seismological Research Letters* 68 (1997), Nr. 1, S. 199 – 222
- [164] Deutsches Institut für Normung: *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten*. Dezember 2010
- [165] J. J. Bommer & A. B. Acevedo: The use of real Earthquake Accelerations as Input to Dynamic Analysis. In: *Journal of Earthquake Engineering* 8 (2004), S. 43–91
- [166] H. Sucuoglu & S. Akkar: *Basic Earthquake Engineering From Seismology to Analysis and Design*. Springer, 2014
- [167] A. Ansal, G. Tönük & A. Kurtulus: *Recent Advances in Earthquake Engineering in Europe*. Bd. 46. Kap. Implications of Site Specific Response Analysis, S. 51 – 68, Springer, 2018
- [168] S. Ahmad, B. M. Irons & O. C. Zienkiewicz: Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2 (1970), S. 419–451
- [169] Deutsches Institut für Normung: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1; Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung*. Dezember 2010
- [170] K. Zilch, R. Katzenbach, C. J. Diederichs & K. J. Beckmann: *Konstruktiver Ingenieurbau und Hochbau*. Bd. 2. Springer Vieweg, 2013
- [171] C. Petersen: *Stahlbau*. 4. Auflage. Springer Vieweg, 2013
- [172] D. Gross, P. Wriggers & W. Hauger: *Technische Mechanik 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*. 10. Springer Vieweg, 2018
- [173] P. Wriggers: *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer, 2008

Schriftenreihe

des Lehrstuhls für Baustatik und Baudynamik der RWTH Aachen

Verzeichnis der bisher erschienenen Dissertationen:

- 98/1: Ruth Feill, Zum Einfluss frequenzabhängiger aerodynamischer Beiwerte auf das Antwortverhalten schlanker Strukturen unter stochastischer Windbelastung, 1998.
- 00/1: Uwe Weitkemper, Zur numerischen Untersuchung seismisch erregter Hochbauten mit Aussteifungssystemen aus Stahlbetonwandscheiben, 2000.
- 00/2: Carsten Könke, Schädigungssimulationsverfahren zur Lebensdauerabschätzung von Tragwerken, 2000.
- 01/1: Sam-Young Noh, Beitrag zur numerischen Analyse der Schädigungsmechanismen von Naturzugkühltürmen, 2001.
- 02/1: Hamid Sadegh-Azar, Schnellbewertung der Erdbebengefährdung von Gebäuden, 2002.
- 02/2: Falko Schube, Beitrag zur numerischen Simulation des Wirbelsäulenverhaltens eines Kraftfahrers infolge durch Straßenunebenheiten induzierter Ganzkörperschwingungen, 2002.
- 03/1: Jörg Rocco Wagner, Seismisch belastete Schüttgutsilos, 2003.
- 04/1: Arno Grunendahl, Beitrag zur numerischen Simulationen des sitzenden Menschen zur Beurteilung der Auswirkung von Ganzkörperschwingungen, 2004.
- 04/2: Wolfram Kuhlmann, Gesamtkonzept zur Ermittlung der seismischen Vulnerabilität von Bauwerken am Beispiel unterirdischer Rohrleitungen, 2004.
- 06/1: Iman Karimi, Risk Management of Natural Disasters: A Fuzzy-Probabilistic Methodology and its Application to Seismic Hazard, 2006.
- 06/2: Stefan Holler, Dynamisches Mehrphasenmodell mit hypoplastischer Materialformulierung der Feststoffphase, 2006.
- 06/3: Michael Mistler, Verformungsbasiertes seismisches Bemessungskonzept für Mauerwerksbauten, 2006.
- 07/1: Ines Kalker, Numerische Simulation von unbewehrten und textilverstärkten Mauerwerksscheiben unter zyklischer Belastung, 2007.

- 07/2: Philippe Renault, Bewertungsverfahren zur Beurteilung der Erdbebensicherheit von Brückenbauwerken, 2007.
- 08/1: Frank Peiffer, Framework for adaptive multi-scale simulation of textile reinforced concrete, 2008.
- 08/2: Martin Konrad, Effect of multifilament yarn crack bridging on uniaxial behavior of textile reinforced concrete, 2008.
- 09/1: Britta Holtschoppen, Beitrag zur Auslegung von Industrieanlagen auf seismische Belastungen, 2009.
- 10/1: Andreas Gömmel, Modellbildung und Fluid-Struktur-Interaktion in der Biomechanik am Beispiel der menschlichen Phonation, 2010.
- 10/2: Christoph Gellert, Nichtlinearer Nachweis von unbewehrten Mauerwerksbauten unter Erdbebeneinwirkung, 2010.
- 11/1: Jakub Jerabek, Numerical Framework for Modeling of Cementitious Composites at the Meso-Scale, 2011.
- 12/1: Timo Schmitt, Zusammenhänge zwischen makroseismischen Intensitäten und Antwortspektren, Erdbebendauer und Bauwerksvulnerabilität, 2012.
- 12/2: Jaime Campbell, Numerical Model of Nonlinear Analysis of Masonry Walls, 2012.
- 13/1: Jin Park, Makroelemente für unbewehrte Mauerwerkswandscheiben unter Erdbebeneinwirkung, 2013,
- 13/2: Hannah Norda, Beitrag zum statischen nichtlinearen Erdbebennachweis von unbewehrten Mauerwerksbauten unter Berücksichtigung einer und höherer Modalformen, 2013.
- 01 (2013): Okayay Altay, Flüssigkeitsdämpfer zur Reduktion periodischer und stochastischer Schwingungen turmartiger Bauwerke, 2013, ISBN: 978-3-946090-01-4.
- 02 (2015): Francesca Taddei, Numerical Investigation of Soil-Structure Interaction for Onshore Wind Turbines Grounded on a Layered Soil, 2015, ISBN: 978-3-946090-00-7.
- 03 (2015): Wolfgang Dornisch, Interpolation of Rotations and Coupling of Patches in Iso-geometric Reissner–Mindlin Shell Analysis, 2014, ISBN: 978-3-946090-02-1.
- 04 (2015): Konstantinos Mykoniou, Dynamic analysis of multiple liquid-storage tanks, 2015, ISBN: 978-3-946090-03-8. 2014.
- 05 (2015): Benedikt Kohlhaas, Ein Finite-Elemente-Modell zur Analyse des Verhaltens von Formgedächtnisfaserkompositen mit beliebiger Mikrostruktur, 2015, ISBN: 978-3-946090-04-5.

- 06 (2015): Lin Chen, Numerical Models for the Analysis of Soil, Structure and Their Interaction, 2015, ISBN: 978-3-946090-05-2.
- 07 (2015): Julia Rosin, Seismische Auslegung von Tankbauwerken, 2016, ISBN: 978-3-946090-06-9.
- 08 (2015): Sreelakshmy Rajan, Probabilistic Seismic Safety Analysis of Multicomponent Systems, 2019, ISBN: 978-3-946090-07-6.
- 09 (2015): Maximilian Praster, Entwicklung eines adaptiven FE2 Ansatzes zur Simulation von thermomechanisch beanspruchten Faser-Matrix-Kompositen, 2020, ISBN: 978-3-9460901-08-3.
- 10 (2015): Margarita Chasapi, Nonlinear Formulations and Coupling of Patches for Iso-geometric Analysis of Solids in Boundary Representation, 2020, ISBN: 978-3-946090-09-0.

Lebenslauf

Name	Philipp Michel
Geburtsdatum	10. Mai 1987
Geburtsort	Friedberg, Hessen
1997 – 2006	Allgemeine Hochschulreife St. Lioba Gymnasium, Bad Nauheim
2006 – 2007	Wehrdienst Fallschirmjägertruppe
2007 – 2010	Studium des Bauingenieurwesens RWTH Aachen University Bachelor of Science
2011	Auslandsstudium Queensland University of Technology Brisbane, Australien
2011 – 2014	Studium des Bauingenieurwesens RWTH Aachen University Master of Science
2015 – 2021	Wissenschaftlicher Mitarbeiter Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik RWTH Aachen University

