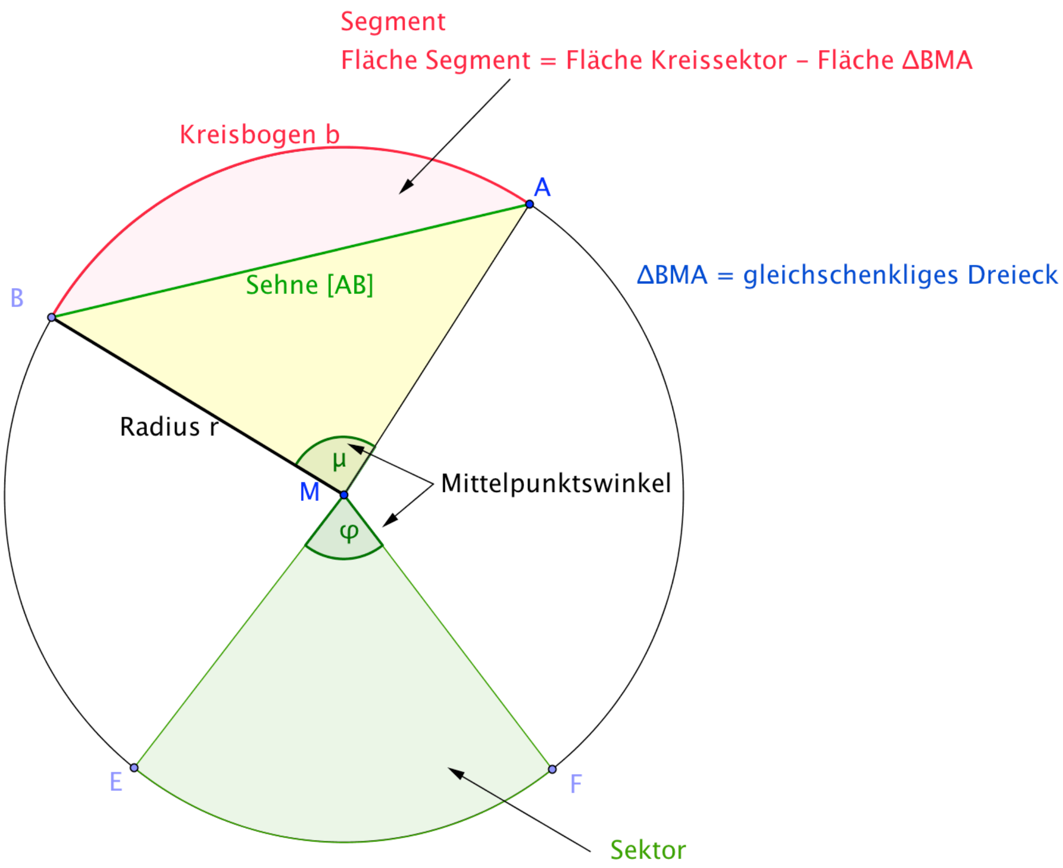
Kreis- und Kreisteile



Formeln:

Umfang Kreis:	$u_{Kreis} = 2 \cdot r \cdot \pi$
Fläche Kreis:	$A_{Kreis} = r^2 \cdot \pi$
Länge Kreisbogen:	$b = \frac{\varphi}{360} \cdot 2r\pi$
Fläche Kreissektor:	$A_{sek} = \frac{\varphi}{360} \cdot r^2 \pi$
oder	$A_{sek} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot r$
Umfang Kreissektor:	$u = b + 2 \cdot r$
Fläche Kreissegment:	$A_{Seg} = A_{sek} - A_{\Delta}$
	$= \frac{\mu}{360} \cdot r^2 \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin(\mu)$

wichtige einfache Aufgaben:

1) Ein Kreissektor hat den Radius r = 6,5 cm und den Mittelpunktswinkel 110°.

a) Zeichne den Kreissektor und zugehöriges Kreissegment.

b) Berechne:

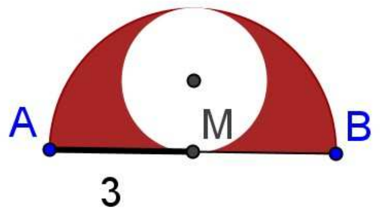
- Länge des Bogens b, (b = 12,48 cm)
- Flächeninhalts A des Kreissektors A_{sek} (A_{sek} = 40,56 cm^2)
- den Umfang des Kreissektors u_{sek} (u_{sek} = 25,48 cm)
- die Fläche des Kreissegments A_{seg} (A_{seg} = 20,71 cm^2)
- den Umfang des Kreissegments u_{seg} (u_{seg} = 23,13 cm)

2) Ein Kreissektor hat den Radius r = 4 cm und die Bogenlänge b = 23,04 cm.
Berechne:

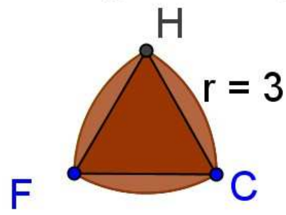
- Maßzahl des Flächeninhalts A: (A = 46,04 $cm^{2)}$
- Mittelpunktswinkel φ (φ = 330,02°)

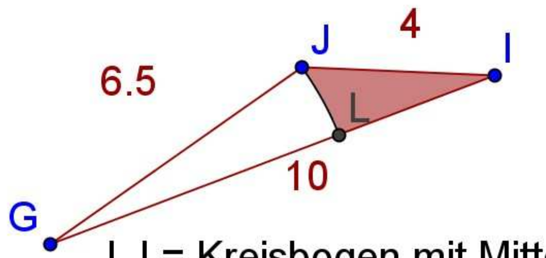
3) Ein Kreissektor hat einen Flächeninhalt von 20 cm^2. Der Mittelpunktswinkel μ = 41°.
Berechne den Radius r des zugehörigen Kreises. (r = 7,48 cm)

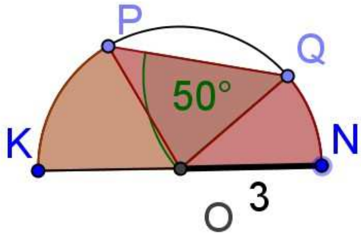
4) Berechne den Umfang eines Halbkreises mit Radius r = 3 cm. (u = 15,42 cm)



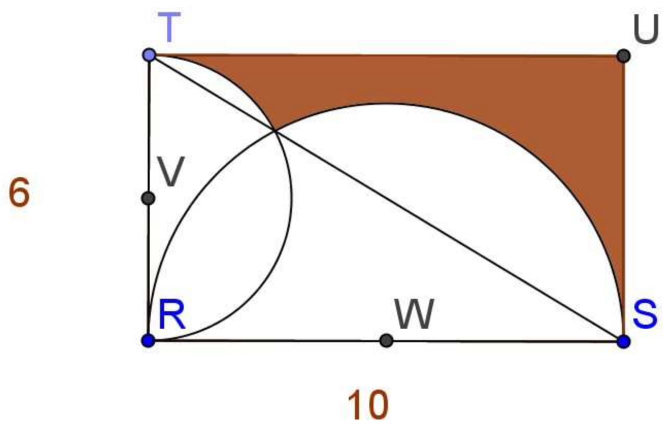
ΔFCH = gleichseitiges Dreieck







LJ = Kreisbogen mit Mittelpunkt G



Lösungen

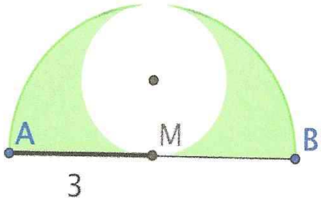
Wichtige Aufgaben zur Flächenberechnung am Kreis:

Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der schraffierten Figuren:

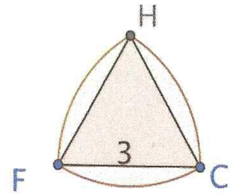
a) oben links b) oben rechts c) Mitte links d) Mitte rechts e) unten

$A = 7{,}07\,cm^2$

$u = 15{,}42\,cm$



ΔFCH = gleichseitiges Dreieck

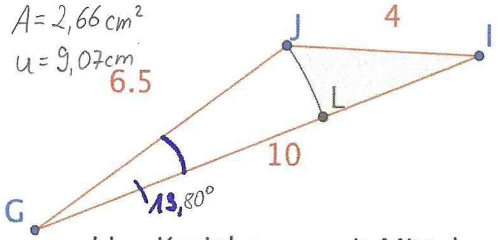


$A = 6{,}34\,cm^2$

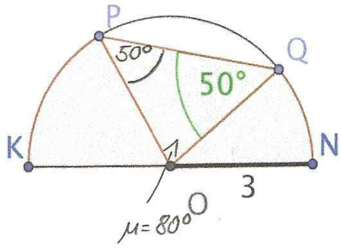
$u = 9{,}42\,cm$

$A = 2{,}66\,cm^2$

$u = 9{,}07\,cm$



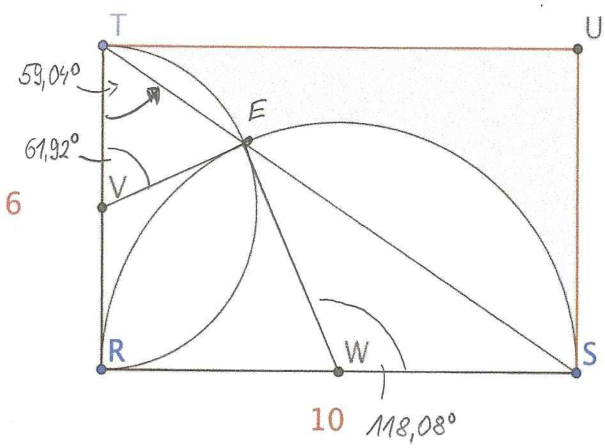
LJ = Kreisbogen mit Mittelpunkt G



$\overline{PQ} = 3{,}86\,cm$

$A = 12{,}27\,cm^2$

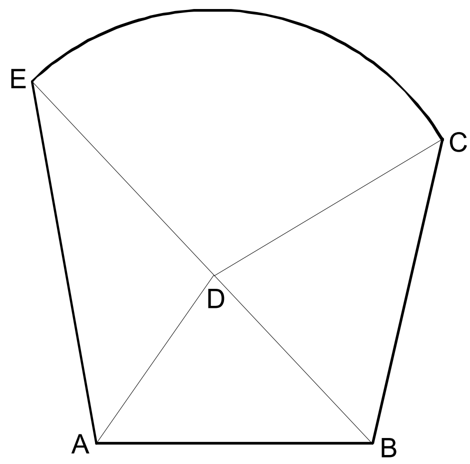
$u = 15{,}10\,cm$



$A = 14{,}38\,cm^2$

$u = 29{,}55\,cm$

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Bühne, welcher durch die Strecken [EA], [AB] und [BC] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird.
Der Punkt D liegt auf der Strecke [BE] und ist der Mittelpunkt des Kreises mit dem Radius $r = \overline{DE} = \overline{DC}$.
Gegeben sind folgende Maße:
$\overline{EA} = 8{,}00\ \text{m}$; $\overline{AB} = 6{,}00\ \text{m}$;
$\overline{BE} = 10{,}80\ \text{m}$; $\sphericalangle DAE = 45°$;
$\sphericalangle CBE = 56°$.



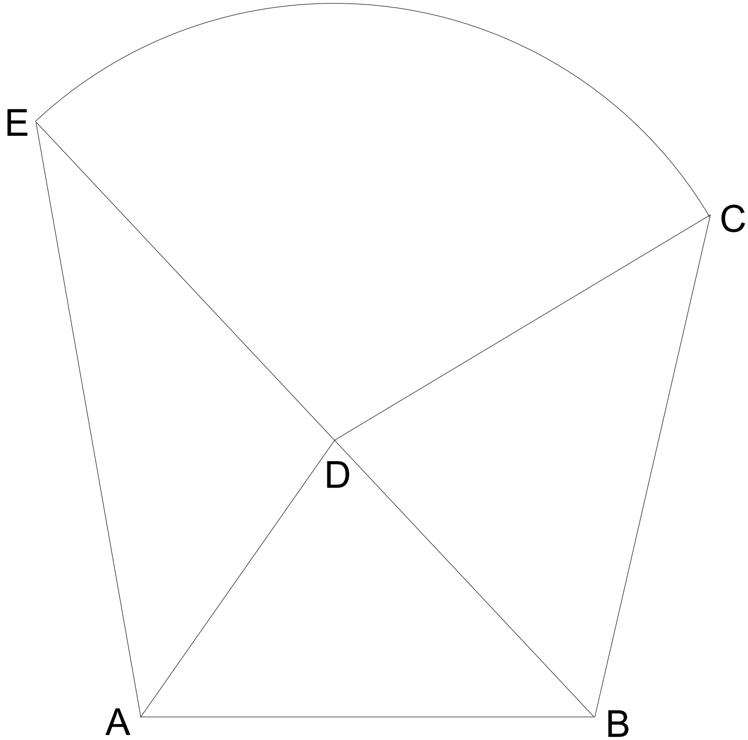
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie den Grundriss der Bühne im Maßstab $1:100$. 2 P

A 2.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke [DE] gilt:
$\overline{DE} = 5{,}78\ \text{m}$.
[Teilergebnis: $\sphericalangle AEB = 33{,}17°$] 3 P

A 2.3 Der Kreissektor, der durch die Strecken [ED] und [DC] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird, dient als Hebebühne für Showeffekte.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A dieses Kreissektors.
[Teilergebnis: $\sphericalangle DCB = 46{,}06°$] 4 P

A 2.1



L3 K4

2

A 2.2 $\frac{\overline{DE}}{\sin\sphericalangle DAE}=\frac{\overline{EA}}{\sin\sphericalangle EDA}$

$\sphericalangle EDA = 180° - \sphericalangle DAE - \sphericalangle AED$

$\overline{AB}^2 = \overline{EA}^2 + \overline{BE}^2 - 2\cdot\overline{EA}\cdot\overline{BE}\cdot\cos\sphericalangle AEB$

$\cos\sphericalangle AEB = \frac{8{,}00^2 + 10{,}80^2 - 6{,}00^2}{2\cdot 8{,}00\cdot 10{,}80}$ $\quad\sphericalangle AEB \in]0°;180°[$

$\sphericalangle AEB = 33{,}17°$

$\sphericalangle EDA = 180° - 45° - 33{,}17°$ $\quad\sphericalangle EDA = 101{,}83°$

$\overline{DE} = \frac{8{,}00\cdot\sin 45°}{\sin 101{,}83°}\text{ m}$ $\quad\overline{DE} = 5{,}78\text{ m}$

L2 K2 K5

3

A 2.3 $A = \overline{DE}^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{\sphericalangle CDE}{360°}$ | L2 K2 K5

$$\sphericalangle CDE = 180° - \sphericalangle BDC$$

$$\sphericalangle BDC = 180° - \sphericalangle CBD - \sphericalangle DCB$$

$$\frac{\sin \sphericalangle DCB}{\overline{BE} - \overline{DE}} = \frac{\sin \sphericalangle CBD}{\overline{DC}} \qquad \overline{DC} = \overline{DE}$$

$$\sin \sphericalangle DCB = \frac{5{,}02 \cdot \sin 56°}{5{,}78} \qquad \sphericalangle DCB \in \,]0°;124°[$$

$$\sphericalangle DCB = 46{,}06°$$

$$\sphericalangle BDC = 180° - 56° - 46{,}06° \qquad \sphericalangle BDC = 77{,}94°$$

$$\sphericalangle CDE = 180° - 77{,}94° \qquad \sphericalangle CDE = 102{,}06°$$

$$A = 5{,}78^2 \cdot \pi \cdot \frac{102{,}06°}{360°}\ \mathrm{m}^2 \qquad A = 29{,}75\ \mathrm{m}^2$$

4

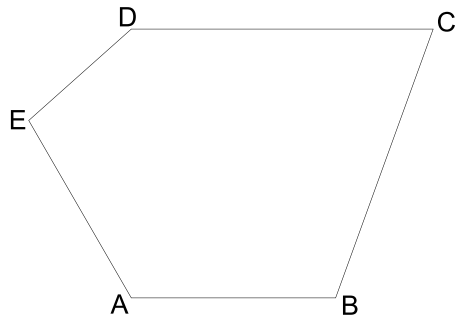
Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung** an den Realschulen in Bayern	**2009**

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Gegeben ist ein Fünfeck ABCDE mit $\overline{AB} = 5\text{ cm}$; $\overline{BC} = 7\text{ cm}$; $\overline{EA} = 5\text{ cm}$; $\sphericalangle CBA = 110°$; $\sphericalangle BAE = 120°$.

Es gilt: $AB \parallel DC$; $AD \perp AB$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE. 2 P

B 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung den Abstand d des Punktes B von der Geraden DC.
[Ergebnis: $d = 6{,}58\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE.
[Ergebnis: $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49{,}00\text{ cm}^2$] 4 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [DE] sowie das Maß ε des Winkels EDA.
[Ergebnisse: $\overline{DE} = 3{,}36\text{ cm}$; $\varepsilon = 48{,}08°$] 2 P

B 2.5 Der Punkt E ist der Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius $r = \overline{EA}$. Dieser Kreis schneidet die Seite [CD] des Fünfecks ABCDE im Punkt G.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{AG}$ und die Strecke [EG] in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie das Maß des Winkels AEG.
[Ergebnis: $\sphericalangle AEG = 86{,}68°$] 4 P

B 2.6 Die Figur GDEA wird durch die Strecken [GD], [DE] und [EA] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{AG}$ begrenzt.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A der Figur GDEA am Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE. 3 P

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

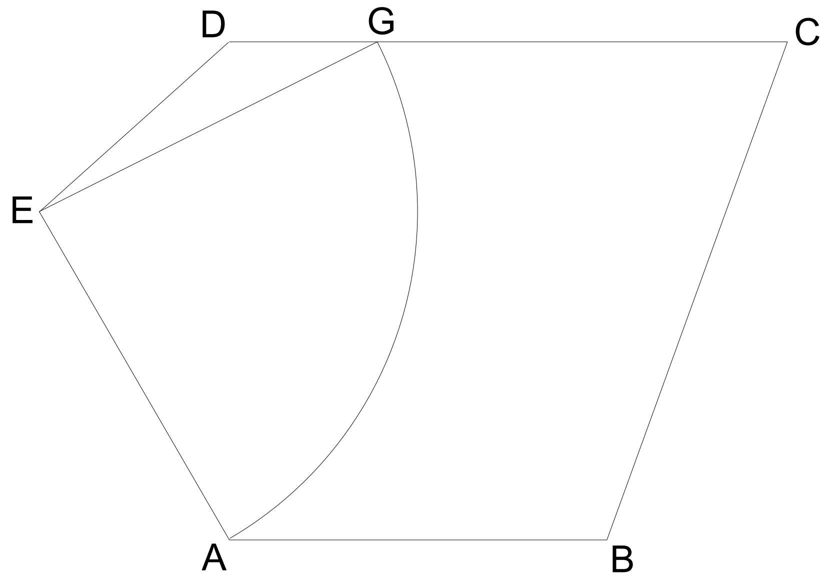
Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE

B 2.1

L3 K4



2

B 2.2 Es sei der Punkt F der Fußpunkt des Lotes vom Punkt B auf die Gerade DC.

L2 K2 K5

$\cos(110° - 90°) = \frac{\overline{BF}}{7\text{ cm}}$ $\qquad\qquad$ $\overline{BF} = 6{,}58\text{ cm}$

$d = 6{,}58\text{ cm}$

2

B 2.3 $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = A_{\Delta ADE} + A_{\text{Rechteck ABFD}} + A_{\Delta BCF}$

L2 K2 K5

$A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = \left[\frac{1}{2} \cdot 6{,}58 \cdot 5 \cdot \sin(120° - 90°) + 5 \cdot 6{,}58 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6{,}58 \cdot \sin 20°\right] \text{cm}^2$

$A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49{,}00\text{ cm}^2$

4

B 2.4 $\overline{DE} = \sqrt{5^2 + 6{,}58^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6{,}58 \cdot \cos 30°}\text{ cm}$

L2 K5

$\overline{DE} = 3{,}36\text{ cm}$

$\frac{\sin\varepsilon}{5\text{ cm}} = \frac{\sin 30°}{3{,}36\text{ cm}}$ $\qquad\qquad$ $\varepsilon \in]0°; 90°[$

$\varepsilon = 48{,}08°$

2

B 2.5 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{AG}$ und der Strecke [EG] $\sphericalangle AEG = \sphericalangle AED - \sphericalangle GED$ $\sphericalangle AED = 180° - (30° + 48{,}08°)$ $\quad\quad \sphericalangle AED = 101{,}92°$ $\sphericalangle GED = 180° - (\sphericalangle EDG + \sphericalangle DGE)$ $\frac{\sin \sphericalangle DGE}{3{,}36\ \text{cm}} = \frac{\sin(48{,}08° + 90°)}{5\ \text{cm}}$ $\quad\quad \sphericalangle DGE \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle DGE = 26{,}68°$ $\sphericalangle GED = 180° - (138{,}08° + 26{,}68°)$ $\quad\quad \sphericalangle GED = 15{,}24°$ $\sphericalangle AEG = 101{,}92° - 15{,}24°$ $\quad\quad \sphericalangle AEG = 86{,}68°$	4	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.6 $A = A_{\text{Sektor AEG}} + A_{\Delta DEG}$ $A = \left(5^2 \cdot \pi \cdot \frac{86{,}68°}{360°} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3{,}36 \cdot \sin 15{,}24°\right) \text{cm}^2$ $A = 21{,}12\ \text{cm}^2$ $\frac{21{,}12\ \text{cm}^2}{49{,}00\ \text{cm}^2} = 0{,}43$ Der Anteil beträgt 43%.	3	L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

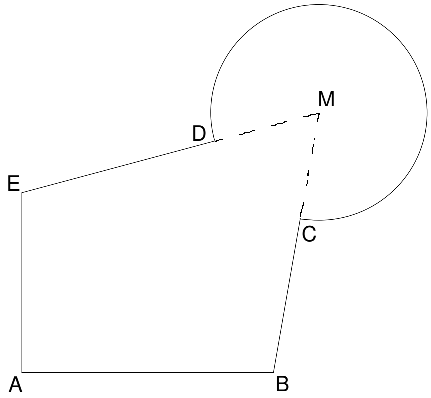
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss eines Wintergartens, der durch die Strecken [DE], [EA], [AB] und [BC] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ begrenzt wird.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 7{,}00\text{ m}$; $\overline{AE} = 5{,}00\text{ m}$;
$\overline{MD} = 3{,}00\text{ m}$; $\sphericalangle CBA = 100°$;
$\sphericalangle BAE = 90°$; $\sphericalangle AED = 105°$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

D 2.1 Zeichnen Sie den Grundriss des Wintergartens im Maßstab $1:100$. 2 P

D 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [EB] sowie das Maß des Winkels EBA.
[Ergebnisse: $\overline{EB} = 8{,}60\text{ m}$; $\sphericalangle EBA = 35{,}54°$] 2 P

D 2.3 An den Seiten [ED] und [BC] werden Glaselemente verbaut.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Seiten [ED] und [BC]. 5 P

D 2.4 Auf dem Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ sollen gebogene Wandelemente verbaut werden.
Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens $\overset{\frown}{CD}$.
[Teilergebnis: $\sphericalangle CMD = 295°$] 2 P

D 2.5 Der im Grundriss vom Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ und der Strecke [DC] begrenzte Teil soll sich durch eine Faltwand bei [DC] vom restlichen Teil des Wintergartens abteilen lassen.
Bestimmen Sie rechnerisch die Länge der Strecke [DC]. 1 P

D 2.6 Berechnen Sie den prozentualen Anteil der vom Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ und der Strecke [DC] begrenzten Fläche an der gesamten Fläche des Wintergartens.
[Teilergebnis: $A_{gesamt} = 69{,}10\,\text{m}^2$] 5 P

Abschlussprüfung 2008

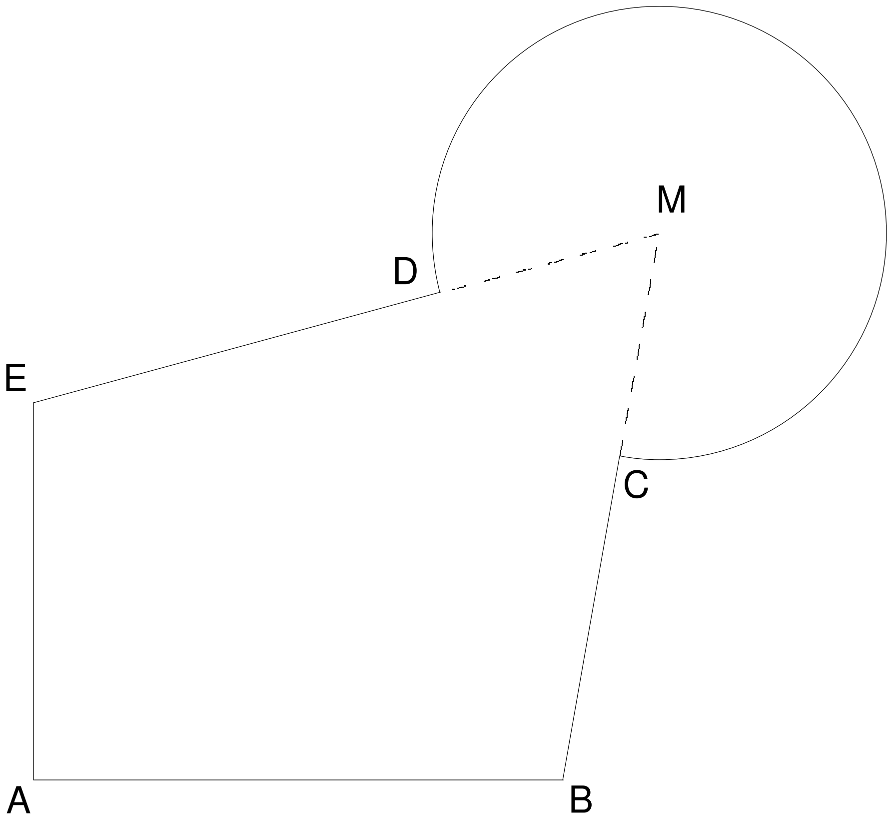
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Nachtermin** | **Aufgabe D 2**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE

D 2.1 — L3 K4



2

D 2.2 — L2 K5

$\overline{EB} = \sqrt{7{,}00^2 + 5{,}00^2}\ \text{m}$ $\qquad \overline{EB} = 8{,}60\ \text{m}$

$\tan \sphericalangle EBA = \frac{5}{7}$ $\qquad \sphericalangle EBA = 35{,}54°$ $\qquad \sphericalangle EBA \in \,]0°; 90°[$

2

D 2.3 — L2 K2 K5

$\overline{ED} = \overline{EM} - \overline{MD}$

$$\frac{\overline{EM}}{\sin \sphericalangle MBE} = \frac{\overline{EB}}{\sin \sphericalangle EMB}$$

$$\overline{EM} = \frac{8{,}60 \cdot \sin(100° - 35{,}54°)}{\sin(360° - (90° + 100° + 105°))}\ \text{m} \qquad \overline{EM} = 8{,}56\ \text{m}$$

$$\overline{ED} = 8{,}56\,\text{m} - 3{,}00\,\text{m} \qquad \overline{ED} = 5{,}56\ \text{m}$$

$\overline{BC} = \overline{BM} - \overline{MD}$

$$\overline{BM} = \sqrt{8{,}56^2 + 8{,}60^2 - 2 \cdot 8{,}56 \cdot 8{,}60 \cdot \cos(105° - (90° - 35{,}54°))}\ \text{m}$$

$$\overline{BM} = 7{,}33\ \text{m}$$

$\overline{BC} = 7{,}33\,\text{m} - 3{,}00\,\text{m}$ $\qquad$ $\overline{BC} = 4{,}33\ \text{m}$

5

D 2.4 **S** CMD $= 360° - [360° - (90° + 100° + 105°)]$ $\qquad$ **S** CMD $= 295°$

$\overset{\frown}{CD} = 2 \cdot 3{,}00 \cdot \pi \cdot \dfrac{295°}{360°}\ \text{m}$ $\qquad$ $\overset{\frown}{CD} = 15{,}45\ \text{m}$

2

L2 K2 K5

D 2.5 $\overline{DC} = \sqrt{3{,}00^2 + 3{,}00^2 - 2 \cdot 3{,}00 \cdot 3{,}00 \cdot \cos 65°}\ \text{m}$ $\qquad$ $\overline{DC} = 3{,}22\ \text{m}$

1

L2 K5

D 2.6 $A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Viereck ABME}} + A_{\text{Sektor CMD}}$

$$A_{\text{gesamt}} = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 7{,}00 \cdot 5{,}00 + \frac{1}{2} \cdot 8{,}56 \cdot 7{,}33 \cdot \sin 65°\right) + 3{,}00^2 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°}\right] \text{m}^2$$

$$A_{\text{gesamt}} = 69{,}10\,\text{m}^2$$

$$A_{\text{abgeteilt}} = A_{\Delta DCM} + A_{\text{Sektor CMD}}$$

$$A_{\text{abgeteilt}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 3{,}00 \cdot 3{,}00 \cdot \sin 65° + 3{,}00^2 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°}\right) \text{m}^2$$

$$A_{\text{abgeteilt}} = 27{,}25\,\text{m}^2$$

$$\frac{27{,}25\,\text{m}^2}{69{,}10\,\text{m}^2} = 0{,}39$$

Der Anteil beträgt 39%.

5

L2 K2 K5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2007

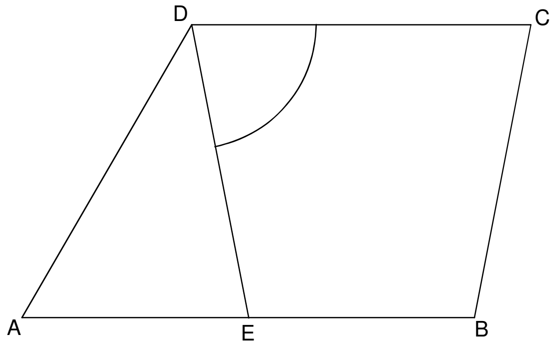
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

D 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan für ein Grundstück ABCD, das eine Gemeinde als Veranstaltungsort zur Verfügung stellt.

Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 120,0\text{ m}$ mit $[AB] \parallel [CD]$,
$\overline{AD} = \overline{CD} = 90,0\text{ m}$ und
$\sphericalangle BAD = 60,0°$.



D 1.1 Zeichnen Sie das Grundstück ABCD im Maßstab 1 : 1000. 2 P

D 1.2 Auf dem Grundstück soll ein abgeschlossener Veranstaltungsbereich entstehen. Dazu wird das Dreieck AED mit $E \in [AB]$ und $\overline{AE} = 60,0\text{ m}$ von allen Seiten mit einem Zaun abgegrenzt.
Zeichnen Sie das Dreieck AED in die Zeichnung zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge des Zaunes.
[Teilergebnis: $\overline{DE} = 79,4\text{ m}$] 2 P

D 1.3 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Dreiecks AED an der Gesamtfläche des Grundstücks ABCD. 5 P

D 1.4 Das Viereck EBCD soll für Openair-Konzerte genutzt werden. Dazu wird eine Bühne in der Form eines Kreissektors mit dem Mittelpunkt D (siehe Skizze) gebaut. Die Fläche der Bühne soll ein Achtel der Fläche des Vierecks EBCD einnehmen.
Berechnen Sie den Radius r des Kreissektors und zeichnen Sie sodann den Kreissektor in die Zeichnung zu 1.1 ein.
[Teilergebnisse: $A_{EBCD} = 5841,2\text{ m}^2$; $\sphericalangle ADE = 40,9°$] 6 P

D 1.5 Auf der Begrenzungslinie [DE] soll eine Energieversorgung am Punkt M so installiert werden, dass sie von den Eckpunkten A und D gleichweit entfernt ist.
Zeichnen Sie den Punkt M in die Zeichnung zu 1.1 ein.
Berechnen Sie anschließend die Entfernung des Punktes M von den Eckpunkten A und D. 2 P

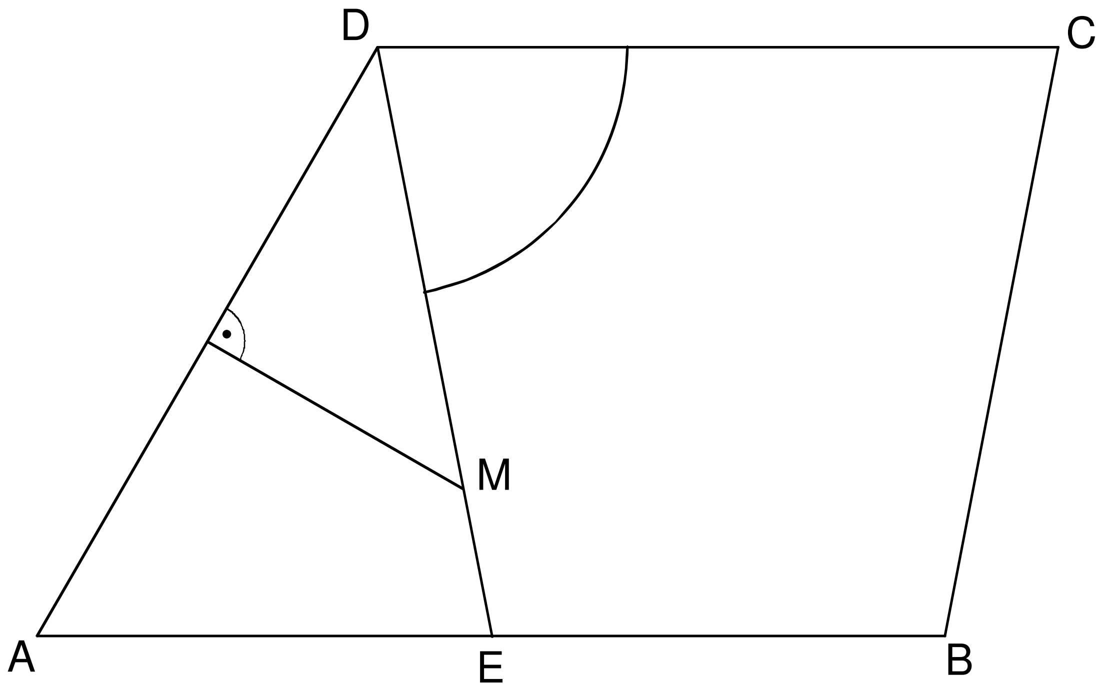
Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Nachtermin** | **Aufgabe D 1**

Lösungsmuster und Bewertung

D 1.1



Zeichnen des Grundstücks ABCD im Maßstab 1 : 1000 — 2

D 1.2 Einzeichnen des Dreiecks AED

$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AD}^2 - 2\cdot\overline{AE}\cdot\overline{AD}\cdot\cos\sphericalangle BAD$

$\overline{DE} = \sqrt{60,0^2 + 90,0^2 - 2\cdot 60,0\cdot 90,0\cdot\cos 60,0^\circ}$ m $\qquad \overline{DE} = 79,4$ m

$u = (60,0 + 90,0 + 79,4)$ m $\qquad u = 229,4$ m

2

D 1.3 $A_{\Delta AED} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AE}\cdot\overline{AD}\cdot\sin\sphericalangle BAD$

$A_{\Delta AED} = \frac{1}{2}\cdot 60,0\cdot 90,0\cdot\sin 60,0^\circ\ \text{m}^2 \qquad A_{\Delta AED} = 2338,3\ \text{m}^2$

$A_{ABCD} = \frac{1}{2}\cdot\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right)\cdot d(D;AB)$

$\sin\sphericalangle BAD = \frac{d(D;AB)}{\overline{AD}} \qquad d(D;AB) = 90,0\cdot\sin 60,0^\circ$ m

$d(D;AB) = 77,9$ m

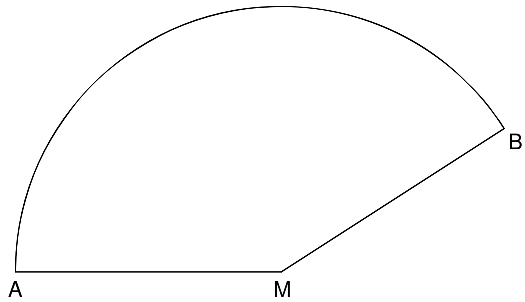
$A_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (120{,}0 + 90{,}0) \cdot 77{,}9\ m^2$ $\qquad A_{ABCD} = 8179{,}5\ m^2$ $p = \frac{2338{,}3\ m^2}{8179{,}5\ m^2} \cdot 100$ $\qquad p = 28{,}6$ oder $\frac{A_{\Delta AED}}{A_{ABCD}} = \frac{2338{,}3\ m^2}{8179{,}5\ m^2}$ $\qquad A_{\Delta AED} = 0{,}286 \cdot A_{ABCD}$ Der prozentuale Anteil beträgt 28,6%.	5
D 1.4 $A_{EBCD} = A_{ABCD} - A_{\Delta AED}$ $A_{EBCD} = 8179{,}5\ m^2 - 2338{,}3\ m^2$ $\qquad A_{EBCD} = 5841{,}2\ m^2$ $A_{Bühne} = \frac{1}{8} \cdot A_{EBCD}$ $\qquad A_{Bühne} = \frac{1}{8} \cdot 5841{,}2\ m^2$ $\qquad A_{Bühne} = 730{,}2\ m^2$ $A_{Bühne} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle EDC}{360°}$ $\qquad r^2 = \frac{A_{Bühne} \cdot 360°}{\pi \cdot \sphericalangle EDC}$ $\qquad r = \sqrt{\frac{A_{Bühne} \cdot 360°}{\pi \cdot \sphericalangle EDC}}$ $\sphericalangle EDC = \sphericalangle ADC - \sphericalangle ADE$ $\qquad \sphericalangle EDC = (180° - 60°) - \sphericalangle ADE$ $\frac{\sin \sphericalangle ADE}{\overline{AE}} = \frac{\sin \sphericalangle EAD}{\overline{DE}}$ $\qquad \sin \sphericalangle ADE = \frac{60{,}0 \cdot \sin 60{,}0°}{79{,}4}$ $\sphericalangle ADE = 40{,}9°$ $\qquad \sphericalangle ADE \in]0°; 60°[$ $\sphericalangle EDC = 120{,}0° - 40{,}9°$ $\qquad \sphericalangle EDC = 79{,}1°$ $r = \sqrt{\frac{730{,}2 \cdot 360°}{\pi \cdot 79{,}1°}}\ m$ $\qquad r = 32{,}5\ m$ Einzeichnen des Kreissektors	6
D 1.5 Einzeichnen des Punktes M $\cos \sphericalangle ADE = \frac{0{,}5 \cdot \overline{AD}}{\overline{DM}}$ $\qquad \overline{DM} = \frac{0{,}5 \cdot 90{,}0}{\cos \sphericalangle 40{,}9°}\ m$ $\qquad \overline{DM} = 59{,}5\ m$	2
	17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2007** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben ist ein Kreissektor mit $\overline{MA} = \overline{MB} = 7\text{ cm}$ und der Bogenlänge $\overset{\frown}{BA} = 18\text{ cm}$ (siehe Skizze).



A 1.1 Berechnen Sie das Maß α des Mittelpunktswinkels BMA des Kreissektors und zeichnen Sie sodann den Kreissektor.
[Teilergebnis: $\alpha = 147,3°$] 2 P

A 1.2 Auf dem Kreisbogen liegen Punkte C_n, die zusammen mit den Punkten A, M und B Vierecke $AMBC_n$ bilden.
Für die Länge der Strecke $[AC_n]$ gilt: $\overline{AC_n} = x\text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}^+$.
Bestimmen Sie das Intervall für x so, dass es Vierecke $AMBC_n$ gibt.
[Teilergebnis: $\overline{AB} = 13,4\text{ cm}$] 2 P

A 1.3 Im Viereck $AMBC_1$ hat der Winkel MAC_1 das Maß 70°.
Zeichnen Sie das Viereck $AMBC_1$ in die Zeichnung zu 1.1 ein.
Berechnen Sie sodann den prozentualen Anteil des Flächeninhalts des Dreiecks AMC_1 am Flächeninhalt des Vierecks $AMBC_1$. 4 P

A 1.4 Unter den Vierecken $AMBC_n$ gibt es das achsensymmetrisches Viereck $AMBC_0$ mit MC_0 als Symmetrieachse. Der Punkt S_0 ist der Schnittpunkt der beiden Diagonalen [AB] und $[MC_0]$.
Zeichnen Sie das Viereck $AMBC_0$ in die Zeichnung zu 1.1 ein. Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Vierecks $AMBC_0$. 2 P

A 1.5 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[C_0S_0]$ und erklären Sie, dass das Viereck $AMBC_0$ unter den Vierecken $AMBC_n$ den größten Flächeninhalt besitzt. 3 P

A 1.6 Für $x = 12$ entsteht eine Figur, die von $[C_2A]$, $[AM]$, $[MB]$ und $\overset{\frown}{BC_2}$ begrenzt wird.
Zeichnen Sie die Figur in die Zeichnung zu 1.1 ein und berechnen Sie anschließend den Umfang u der Figur. 4 P

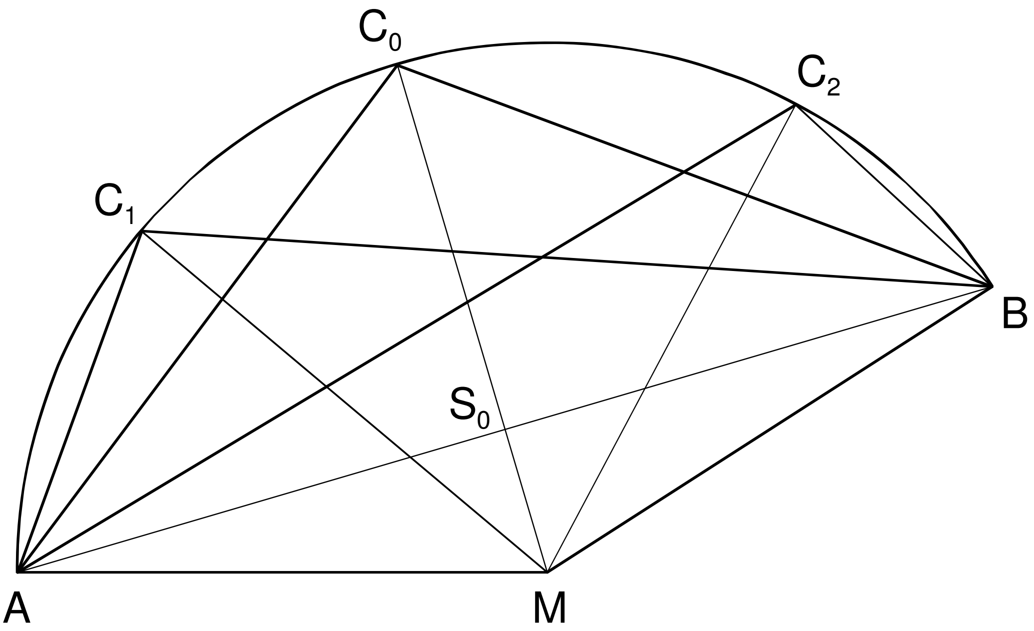
Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $\widehat{BA} = \frac{2 \cdot \overline{AM} \cdot \pi \cdot ∢BMA}{360°}$ $\alpha = \frac{18 \cdot 360°}{2 \cdot 7 \cdot \pi}$ $\alpha = 147,3°$



Zeichnen des Kreissektors

2

A 1.2 $\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{BM} \cdot \cos\alpha$

$\overline{AB} = \sqrt{7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos 147,3°}$ cm $\overline{AB} = 13,4$ cm

$x \in]0; 13,4[$

2

A 1.3 Einzeichnen des Vierecks $AMBC_1$

$A_{AMBC_1} = A_{\Delta AMC_1} + A_{\Delta C_1MB}$

$A_{\Delta AMC_1} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{C_1M} \cdot \sin(180° - ∢MAC_1 - ∢AC_1M)$

$A_{\Delta AMC_1} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \sin(180° - 70° - 70°)\ \text{cm}^2$ $A_{\Delta AMC_1} = 15,7\ \text{cm}^2$

$A_{\Delta C_1MB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{C_1M} \cdot \overline{BM} \cdot \sin(∢BMA - ∢C_1MA)$

$A_{\Delta C_1MB} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \sin(147,3° - 40°)\ \text{cm}^2$ $A_{\Delta C_1MB} = 23,4\ \text{cm}^2$

$A_{AMBC_1} = 15,7\ \text{cm}^2 + 23,4\ \text{cm}^2$ $A_{AMBC_1} = 39,1\ \text{cm}^2$

$\frac{A_{\Delta AMC_1}}{A_{AMBC_1}} = \frac{15,7\ \text{cm}^2}{39,1\ \text{cm}^2}$ Der prozentuale Anteil beträgt 40,2%. $\qquad A_{\Delta AMC_1} = 0,402 \cdot A_{AMBC_1}$	4
A 1.4 Einzeichnen des Vierecks $AMBC_0$ $A_{AMBC_0} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{MC_0}$ $A_{AMBC_0} = \frac{1}{2} \cdot 13,4 \cdot 7\ \text{cm}^2 \qquad A_{AMBC_0} = 46,9\ \text{cm}^2$	2
A 1.5 $\tan \sphericalangle MAS_0 = \frac{\overline{MS_0}}{0,5 \cdot \overline{AB}}$ $\overline{MS_0} = 0,5 \cdot 13,4 \cdot \tan(180° - 90° - 0,5 \cdot 147,3°)\ \text{cm} \qquad \overline{MS_0} = 2,0\ \text{cm}$ $\overline{C_0S_0} = (7 - 2,0)\ \text{cm} \qquad \overline{C_0S_0} = 5,0\ \text{cm}$ Der Flächeninhalt der Vierecke $AMBC_n$ ist abhängig von der Höhe $d(C_n;[AB])$ der Teildreiecke ABC_n. Diese ist im Teildreieck ABC_0 am größten. (Die Höhe $[C_0S_0]$ ist im Dreieck ABC_0 am größten, da sie auf der Mittelsenkrechten zur Sehne [AB] liegt.)	3
A 1.6 Einzeichnen der Figur $AMBC_2$ $u = \overline{C_2A} + \overline{AM} + \overline{MB} + \widehat{BC_2}$ $\widehat{BC_2} = \frac{\overline{C_2M} \cdot \pi \cdot \sphericalangle BMC_2}{180°}$ $\sphericalangle BMC_2 = \alpha - \sphericalangle C_2MA$ $\cos \sphericalangle C_2MA = \frac{\overline{AM}^2 + \overline{C_2M}^2 - \overline{AC_2}^2}{2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{C_2M}}$ $\cos \sphericalangle C_2MA = \frac{7^2 + 7^2 - 12^2}{2 \cdot 7 \cdot 7} \qquad \sphericalangle C_2MA = 118,0°$ $u = \left(12 + 7 + 7 + \frac{7 \cdot \pi \cdot 29,3°}{180°}\right)\ \text{cm} \qquad u = 29,6\ \text{cm}$	4
	17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

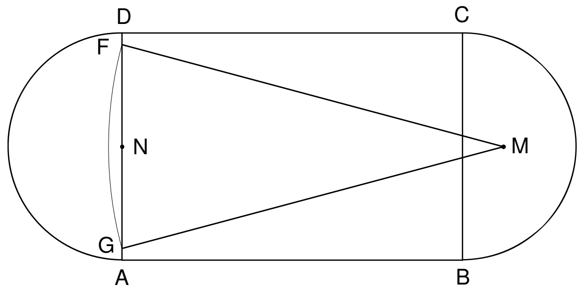
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer Leichtathletikanlage, auf der zeitgleich ein Speerwurf- und ein Hochsprungwettbewerb stattfinden können. Die Anlage besteht aus dem rechteckigen Rasenfeld ABCD und den zwei angrenzenden Halbkreisen, deren Flächen mit einem Kunststoffbelag ausgelegt sind. N ist der Mittelpunkt der Strecke [AD].



Es gelten folgende Maße: $\overline{AB} = 90{,}00\ \text{m}$; $\overline{AD} = 60{,}00\ \text{m}$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m² und Kosten in €.

D 2.1 Zeichnen Sie die Leichtathletikanlage in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P

D 2.2 M ist der Mittelpunkt des Speerwurfsektors, der von den Strecken [MF] und [MG] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{FG}$ begrenzt wird. Es gilt: $\overline{AG} = \overline{DF} = 3{,}00\ \text{m}$; $\sphericalangle MGF = \sphericalangle GFM = 75{,}00°$.

Zeichnen Sie die Strecken [MF] und [MG] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{FG}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt des Speerwurfsektors.
[Teilergebnis: $\overline{MF} = 104{,}32\ \text{m}$] 4 P

D 2.3 Aus Sicherheitsgründen wird empfohlen, dass der Abstand des Mittelpunktes M des Speerwurfsektors von der Strecke [BC] mindestens 10,00 m betragen soll.
Prüfen Sie rechnerisch, ob die geplante Anlage diese Sicherheitsempfehlung einhält. 2 P

D 2.4 Nach einem Wettkampf müssen 15% der Rasenfläche im Speerwurfsektor erneuert werden.
Berechnen Sie die zu erneuernde Rasenfläche. 4 P

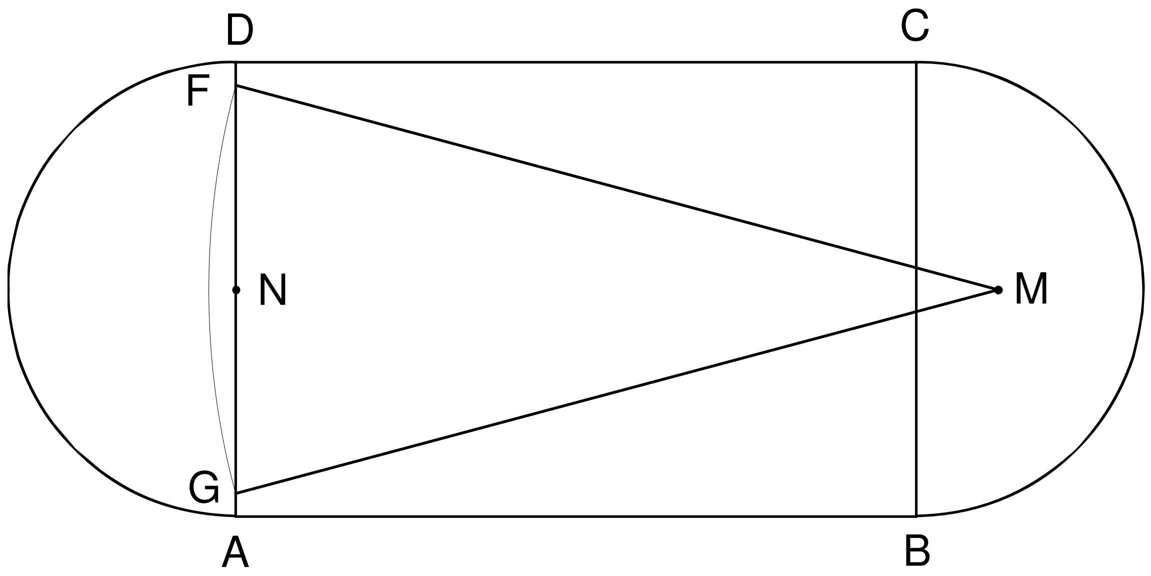
D 2.5 Die Hochsprunganlage wird von den Kreisbögen $\overset{\frown}{DA}$ und $\overset{\frown}{FG}$ sowie den Strecken [AG] und [DF] begrenzt. Aus Sicherheitsgründen soll der Kunststoffbelag im Bereich der Hochsprunganlage mit blauer Farbe hervorgehoben werden. Der Preis hierfür beträgt 18,50 € pro Quadratmeter.
Berechnen Sie die Kosten für das Einfärben des Kunststoffbelages. 3 P

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

Lösungsmuster und Bewertung

D 2.1



Zeichnen der Leichtathletikanlage
z. B. Maßstab: 1 : 1000

2

D 2.2 Einzeichnen der Strecken [MF], [MG] und des Kreisbogens $\overset{\frown}{FG}$

$\cos \sphericalangle GFM = \frac{\overline{FN}}{\overline{MF}}$ $\qquad$ $\overline{MF} = \frac{(30-3)\text{ m}}{\cos 75°}$ $\qquad$ $\overline{MF} = 104{,}32\text{ m}$

$A_{\text{Kreissektor}} = 104{,}32^2 \cdot \pi \cdot \frac{180° - 2 \cdot 75°}{360°}\text{ m}^2$ $\qquad$ $A_{\text{Kreissektor}} = 2849{,}07\text{ m}^2$

4

D 2.3 $d(M;[BC]) = \sqrt{\overline{MF}^2 - \overline{FN}^2} - \overline{AB}$

$d(M;[BC]) = \sqrt{104{,}32^2 - 27^2}\text{ m} - 90\text{ m}$ $\qquad$ $d(M;[BC]) = 10{,}77\text{ m}$

Der Sicherheitsabstand von 10,00 m wird eingehalten.

2

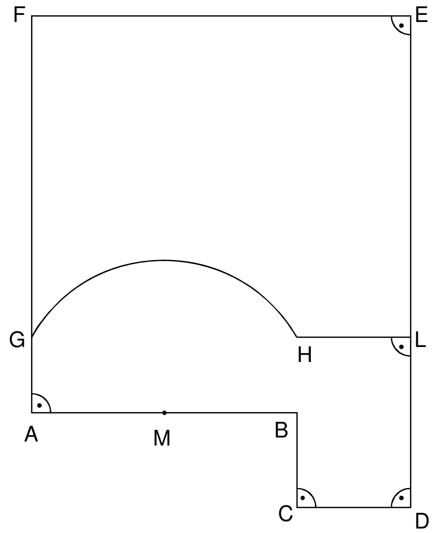
D 2.4	$A_{Trapez} = A_{Rechteck} - 2 \cdot A_{Dreieck}$ $A_{Trapez} = 90 \cdot 54\ m^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 \cdot \tan 15°\ m^2$ $\qquad A_{Trapez} = 2689{,}61\ m^2$ $A_{neu} = 0{,}15 \cdot A_{Trapez}$ $A_{neu} = 0{,}15 \cdot 2689{,}61\ m^2$ $\qquad A_{neu} = 403{,}44\ m^2$	4
D 2.5	$A_{Hochsprunganlage} = \frac{1}{2} \cdot 30^2 \cdot \pi\ m^2 - 2849{,}07\ m^2 + \frac{1}{2} \cdot 104{,}32^2 \cdot \sin 30°\ m^2$ $A_{Hochsprunganlage} = 1285{,}31\ m^2$ $\text{Kosten} = 1285{,}31\ m^2 \cdot 18{,}50\ \frac{€}{m^2}$ $\qquad \text{Kosten} = 23778{,}24\ €$	3
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II | **Aufgabengruppe C** | **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan des Gartengrundstücks eines Reihenhauses. Eine geplante Terrasse wird von den Strecken [GA], [AB], [BC], [CD], [DL], [LH] mit $L \in [DE]$ und $G \in [AF]$ und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{HG}$ begrenzt. Dabei ist der Mittelpunkt M der Strecke [AB] auch der Mittelpunkt des zum Kreisbogen $\overset{\frown}{HG}$ gehörenden Kreises.



Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 7{,}00\ \text{m}$; $\overline{BC} = 2{,}50\ \text{m}$; $\overline{CD} = 3{,}00\ \text{m}$;
$\overline{DE} = 13{,}00\ \text{m}$; $\overline{DL} = 4{,}50\ \text{m}$; $\overline{AG} = 2{,}00\ \text{m}$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

C 2.1 Zeichnen Sie das sechseckige Grundstück ABCDEF mit den Terrassengrenzen im Maßstab 1 : 100. 2 P

C 2.2 Die Terrassenoberfläche soll mit Fliesen versiegelt werden. Der Bebauungsplan der Gemeinde schreibt vor, dass im Gartengrundstück der Anteil der versiegelten Oberfläche höchstens 34% der gesamten Gartenfläche betragen darf.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Terrasse und prüfen Sie, ob die Vorschriften des Bebauungsplans eingehalten werden, wenn die Terrassenoberfläche durch Fließen versiegelt wird.
[Teilergebnisse: $\sphericalangle GMA = 29{,}74°$; $\overline{GM} = \overline{HM} = 4{,}03\ \text{m}$] 5 P

C 2.3 Ein Teich ist in der Form eines Kreissektors geplant. Hierzu wird ein Kreis k mit dem Radius 4,00 m um den Mittelpunkt L gezogen, der [LE] in P und $\overset{\frown}{HG}$ in Q schneidet. Ferner wird von M nach L ein Rohr verlegt, das die Versorgungsleitungen für den Teich aufnehmen kann.
Zeichnen Sie die Strecke [ML] und den Kreissektor LPQ in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [ML] und den Flächeninhalt des Kreissektors LPQ.
[Teilergebnis: $\overline{ML} = 6{,}80\ \text{m}$; $\sphericalangle QLM = 32{,}27°$] 4 P

C 2.4 Die von den Strecken [QL], [LH] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{HQ}$ begrenzte Fläche zwischen Teich und Terrasse soll mit Kies bedeckt werden.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der mit Kies bedeckten Fläche. 4 P

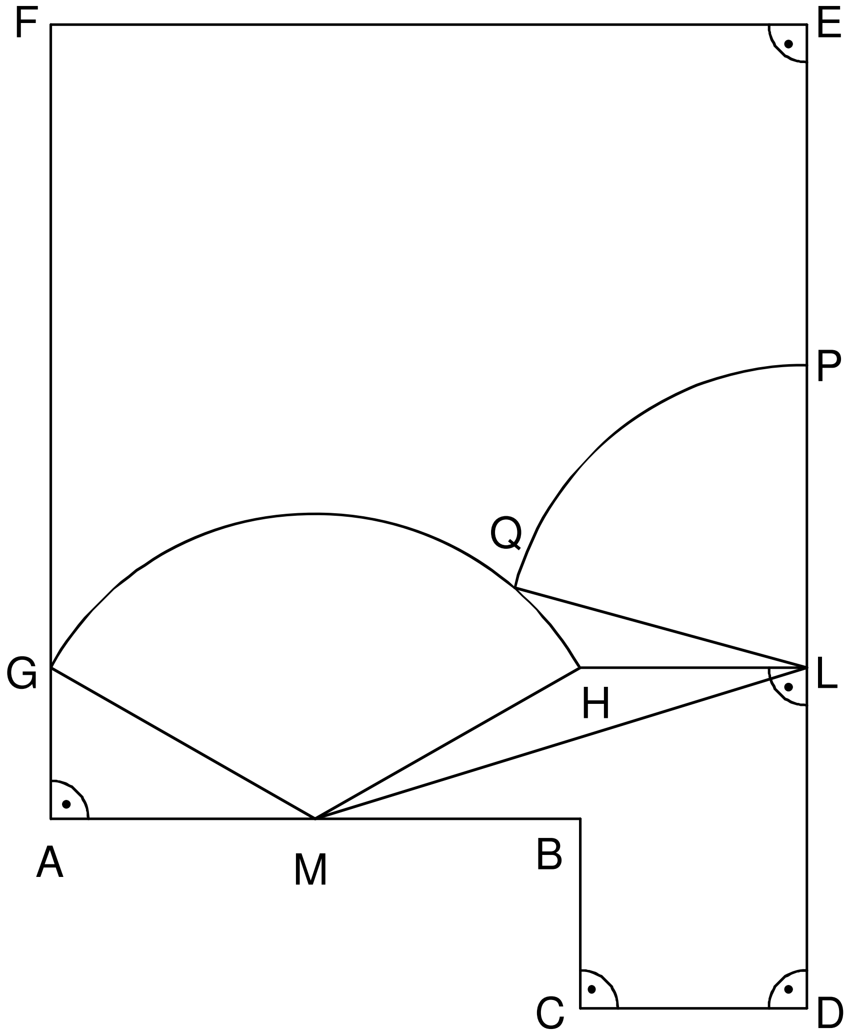
Abschlussprüfung 2005

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1



Zeichnen des Sechsecks ABCDEF 2

C 2.2 $A_{\text{Terrasse}} = 2 \cdot A_{\Delta AMG} + A_{\text{Kreissektor MHG}} + A_{\text{CDLH}}$

$\tan \sphericalangle GMA = \frac{2{,}00}{3{,}50}$ $\sphericalangle GMA = 29{,}74°$ $\sphericalangle GMA \in]0°; 90°[$

$\sphericalangle HMG = 180° - 2 \cdot 29{,}74°$ $\sphericalangle HMG = 120{,}52°$

$\overline{GM} = \sqrt{3{,}50^2 + 2{,}00^2}\ \text{m}$ $\overline{GM} = 4{,}03\ \text{m}$ $\overline{HM} = 4{,}03\ \text{m}$

$A_{\text{Terrasse}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3{,}50 \cdot 2{,}00\ \text{m}^2 + \frac{4{,}03^2 \cdot \pi \cdot 120{,}52°}{360°}\ \text{m}^2 + 3{,}00 \cdot 4{,}50\ \text{m}^2$

$A_{\text{Terrasse}} = 37{,}58\ \text{m}^2$

	$A_{\text{Grundstück}} = 10 \cdot 10{,}5\ \text{m}^2 + 3{,}00 \cdot 2{,}50\ \text{m}^2$ $\quad A_{\text{Grundstück}} = 112{,}50\ \text{m}^2$ $p = \dfrac{37{,}58\ \text{m}^2}{112{,}50\ \text{m}^2} \cdot 100$ $\quad p = 33{,}40$ Die Vorschriften des Bebauungsplan werden eingehalten.	5
C 2.3	Einzeichnen des Teiches LPQ und der Wasserleitung [ML] $A_{\text{Teich}} = \dfrac{\overline{LP}^2 \cdot \pi \cdot \sphericalangle PLQ}{360°}$ $\overline{ML} = \sqrt{6{,}50^2 + 2{,}00^2}\ \text{m}$ $\quad \overline{ML} = 6{,}80\ \text{m}$ $\cos \sphericalangle QLM = \dfrac{4{,}00^2 + 6{,}80^2 - 4{,}03^2}{2 \cdot 4{,}00 \cdot 6{,}80}$ $\quad \sphericalangle QLM \in]0°; 180°[$ $\sphericalangle QLM = 32{,}27°$ $\tan \sphericalangle MLD = \dfrac{6{,}50}{2{,}00}$ $\quad \sphericalangle MLD = 72{,}90°$ $\quad \sphericalangle MLD \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle PLQ = 180° - 32{,}27° - 72{,}90°$ $\quad \sphericalangle PLQ = 74{,}83°$ $A_{\text{Teich}} = \dfrac{4{,}00^2 \cdot \pi \cdot 74{,}83°}{360°}\ \text{m}^2$ $\quad A_{\text{Teich}} = 10{,}45\ \text{m}^2$	4
C 2.4	$A = A_{\Delta MLQ} - A_{\Delta MLH} - A_{\text{Kreissektor MHQ}}$ $A = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{ML} \cdot \overline{MQ} \cdot \sin \sphericalangle LMQ - \dfrac{1}{2} \cdot \overline{ML} \cdot \overline{HM} \cdot \sin \sphericalangle LMH - \dfrac{\overline{HM}^2 \cdot \pi \cdot \sphericalangle HMQ}{360°}$ $\dfrac{\sin \sphericalangle LMQ}{4{,}00} = \dfrac{\sin 32{,}27°}{4{,}03}$ $\quad \sphericalangle LMQ = 32{,}00°$ $\quad \sphericalangle LMQ \in]0°; 147{,}73°[$ $\tan \sphericalangle BML = \dfrac{2{,}00}{6{,}50}$ $\quad \sphericalangle BML = 17{,}10°$ $\quad \sphericalangle BML \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle HMQ = 32{,}00° + 17{,}10° - 29{,}74°$ $\quad \sphericalangle HMQ = 19{,}36°$ $\sphericalangle LMH = 32{,}00° - 19{,}36°$ $\quad \sphericalangle LMH = 12{,}64°$ $A = \left[\dfrac{1}{2} \cdot 6{,}80 \cdot 4{,}03 \cdot \sin 32{,}00° - \dfrac{1}{2} \cdot 6{,}80 \cdot 4{,}03 \cdot \sin 12{,}64° - \dfrac{4{,}03^2 \cdot \pi \cdot 19{,}36°}{360°}\right] \text{m}^2$ $A = 1{,}52\ \text{m}^2$	4
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005

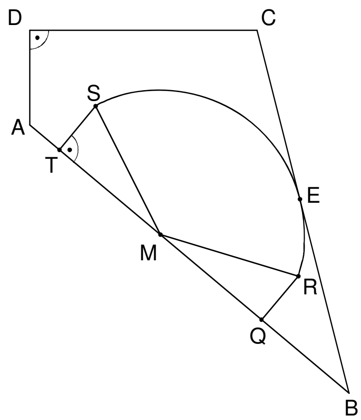
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan der Trittfläche einer Wendeltreppenstufe. Die Trittfläche ABCD hat die Form eines Vierecks.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 110{,}0\,\text{cm}$; $\overline{CD} = 60{,}0\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 25{,}0\,\text{cm}$;
$\sphericalangle BAD = 130{,}0°$; $\sphericalangle ADC = 90{,}0°$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in cm und Flächeninhalte in cm².



B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 10 und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [AC].
[Teilergebnis: $\overline{AC} = 65{,}0\,\text{cm}$] 2 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch den Flächeninhalt A_T der Trittfläche ABCD.
[Zwischenergebnis: $\sphericalangle BAC = 62{,}6°$; Ergebnis: $A_T = 3923{,}9\,\text{cm}^2$] 3 P

B 2.3 Aus Sicherheitsgründen wird die Trittfläche ABCD mit einer rutschfesten Auflage belegt. Die Seite [QT] der Auflage mit dem Mittelpunkt M liegt auf der Treppenkante [AB] und es gilt: $\overline{AM} = 45{,}0\,\text{cm}$.
Die Auflageform setzt sich aus zwei kongruenten, rechtwinkligen Dreiecken MQR und MST mit $\overline{QR} = \overline{ST} = 15{,}0\,\text{cm}$ und dem Kreissektor MRS zusammen. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{RS}$ berührt die Treppenkante [BC] im Punkt E.
Zeichnen Sie die Teildreiecke und den Kreissektor in die Zeichnung zu 2.1 ein. 2 P

B 2.4 Berechnen Sie den Radius r des Kreissektors MRS.
[Ergebnis: $r = 38{,}0\,\text{cm}$] 3 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A der rutschfesten Auflage und berechnen Sie sodann, wie viel Prozent der Trittfläche von der Auflage bedeckt wird. 5 P

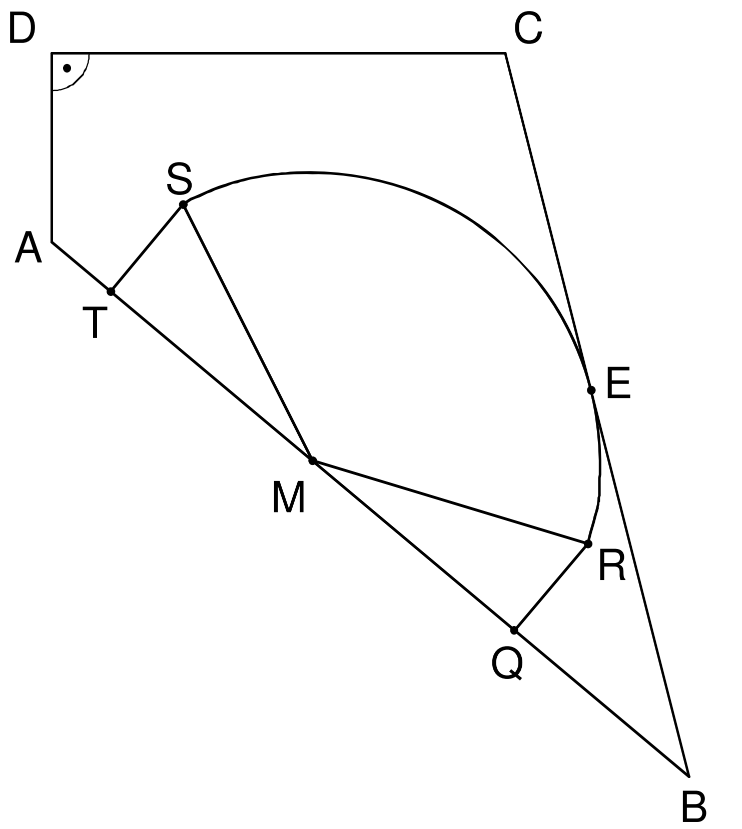
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1



$\overline{AC} = \sqrt{25{,}0^2 + 60{,}0^2}$ cm $\qquad \overline{AC} = 65{,}0$ cm

2

B 2.2 $A_T = A_{\Delta ACD} + A_{\Delta ABC} \qquad A_T = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DC} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin \sphericalangle BAC$

$\tan \sphericalangle CAD = \frac{60{,}0}{25{,}0} \qquad \sphericalangle CAD = 67{,}4° \qquad \sphericalangle CAD \in]0°; 90°[$

$\sphericalangle BAC = 130° - 67{,}4° \qquad \sphericalangle BAC = 62{,}6°$

$A_T = \frac{1}{2} \cdot 25{,}0 \cdot 60{,}0 \text{ cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot 110{,}0 \cdot 65{,}0 \cdot \sin 62{,}6° \text{ cm}^2 \qquad A_T = 3923{,}9 \text{ cm}^2$

3

B 2.3 Einzeichnen der Dreiecke MQR und MST und des Kreissektors MRS	2
B 2.4 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos\sphericalangle BAC$ $\overline{BC} = \sqrt{110{,}0^2 + 65{,}0^2 - 2\cdot 110{,}0\cdot 65{,}0\cdot\cos 62{,}6°}$ cm $\quad\quad \overline{BC} = 98{,}7$ cm $\frac{\sin\sphericalangle CBA}{\overline{AC}} = \frac{\sin\sphericalangle BAC}{\overline{BC}}$ $\sin\sphericalangle CBA = \frac{65{,}0\cdot\sin 62{,}6°}{98{,}7}$ $\quad\quad \sphericalangle CBA = 35{,}8°$ $\sin\sphericalangle CBA = \frac{r}{\overline{MB}}$ $\quad\quad r = (110{,}0 - 45{,}0)\cdot\sin 35{,}8°$ cm $\quad\quad r = 38{,}0$ cm	3
B 2.5 $A = A_{\Delta MQR} + A_{\Delta MST} + A_{\text{Kreissektor MRS}}$ $A = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{MQ}\cdot\overline{QR} + \frac{r^2\cdot\pi\cdot\sphericalangle RMS}{360°}$ $\overline{MQ} = \sqrt{38{,}0^2 - 15{,}0^2}$ cm $\quad\quad \overline{MQ} = 34{,}9$ cm $\sin\sphericalangle QMR = \frac{\overline{QR}}{r}$ $\quad\quad \sin\sphericalangle QMR = \frac{15{,}0}{38{,}0}$ $\quad\quad \sphericalangle QMR = 23{,}2°$ $\sphericalangle RMS = 180° - 2\cdot 23{,}2°$ $\quad\quad \sphericalangle RMS = 133{,}6°$ $A = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 34{,}9\cdot 15{,}0\,\text{cm}^2 + \frac{38{,}0^2\cdot\pi\cdot 133{,}6°}{360°}\,\text{cm}^2$ $\quad\quad A = 2207{,}0\,\text{cm}^2$ $p = \frac{2207{,}0\,\text{cm}^2}{3923{,}9\,\text{cm}^2}\cdot 100$ $\quad\quad p = 56{,}2$ oder $\frac{A}{A_T} = \frac{2207{,}0\,\text{cm}^2}{3923{,}9\,\text{cm}^2}$ $\quad\quad A = 0{,}562\cdot A_T$ Die Auflage bedeckt 56,2% der Trittfläche.	5
	15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

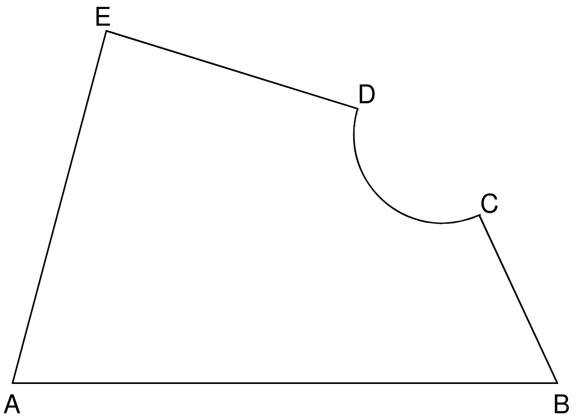
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines neu vermessenen Parkgrundstücks ABCDE. Das Parkgrundstück wird durch die Strecken [CB], [BA], [AE] und [ED] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ begrenzt. Der Mittelpunkt M des Kreisbogens $\overset{\frown}{DC}$ ist der Schnittpunkt der Geraden BC und ED.



Folgende Maße wurden vom Vermessungsteam ermittelt:
$\overline{AB} = 120,00\text{ m}$; $\overline{AE} = 80,00\text{ m}$; $\overline{MB} = 60,00\text{ m}$; $\overline{ED} = 58,00\text{ m}$;
$\sphericalangle BAE = 75,00°$; $\sphericalangle MBA = 65,00°$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

A 2.1 Zeichnen Sie das Parkgrundstück ABCDE im Maßstab 1 : 1000. 2 P

A 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [EB] sowie das Maß des Winkels EBA.
[Ergebnisse: $\overline{EB} = 125,82\text{ m}$; $\sphericalangle EBA = 37,89°$] 2 P

A 2.3 Ermitteln Sie durch Rechnung den Radius r des Kreisbogens $\overset{\frown}{DC}$.
[Ergebnis: $r = 19,40\text{ m}$] 3 P

A 2.4 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A des Parkgrundstücks ABCDE.
[Zwischenergebnis: $\sphericalangle EMB = 132,21°$] 4 P

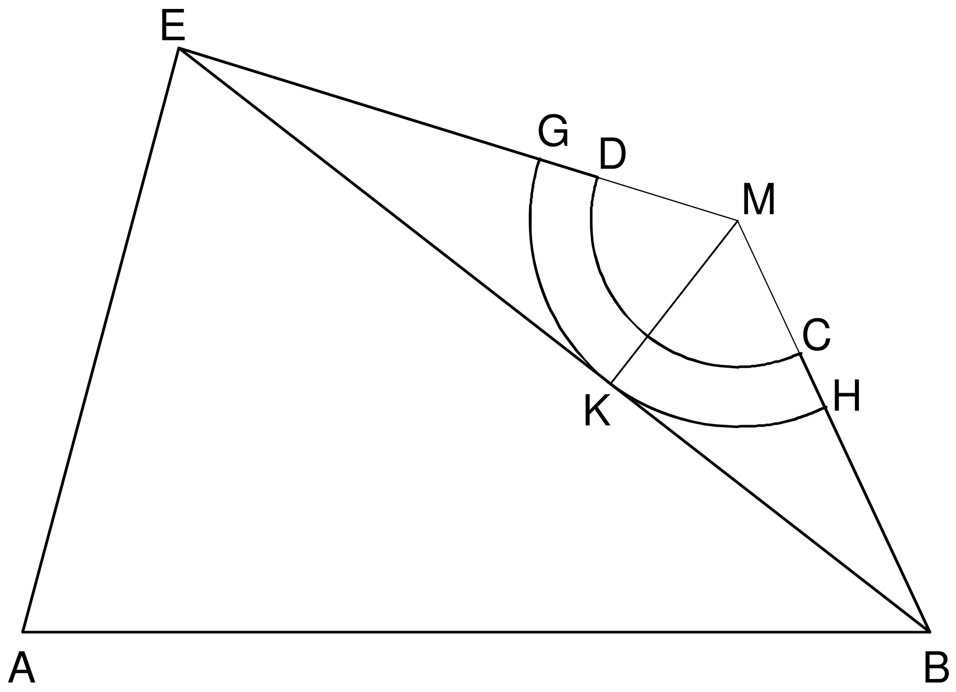
A 2.5 Der Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ ist die Grundstücksgrenze zu einem stark befahrenen Kreisverkehr. Zum Schutz gegen den Lärm wird ein an den Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ angrenzender Grüngürtel mit Bäumen und Sträuchern bepflanzt. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ mit $G \in [ED]$ und $H \in [BC]$ begrenzt diesen Grüngürtel zum Grundstücksinneren hin.
Er berührt die Strecke [EB] im Punkt K und hat mit dem Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ den Mittelpunkt M gemeinsam.
Zeichen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Grüngürtels. 4 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1  Zeichnen des Parkgrundstücks ABCDE im Maßstab 1 : 1000	2
A 2.2 $\overline{EB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AE} \cdot \cos\sphericalangle BAE$ $\overline{EB} = \sqrt{120{,}00^2 + 80{,}00^2 - 2 \cdot 120{,}00 \cdot 80{,}00 \cdot \cos 75{,}00°}$ m $\qquad \overline{EB} = 125{,}82$ m $\frac{\sin\sphericalangle EBA}{\overline{AE}} = \frac{\sin\sphericalangle BAE}{\overline{EB}}$ $\sin\sphericalangle EBA = \frac{80{,}00 \cdot \sin 75°}{125{,}82}$ $\qquad \sphericalangle EBA \in]0°; 105{,}00°[$ $\sphericalangle EBA = 37{,}89° \qquad (\vee \qquad \sphericalangle EBA = 142{,}11°)$	2
A 2.3 $r = \overline{EM} - \overline{ED}$ $\overline{EM} = \sqrt{60{,}00^2 + 125{,}82^2 - 2 \cdot 60{,}00 \cdot 125{,}82 \cdot \cos(65{,}00° - 37{,}89°)}$ m $\overline{EM} = 77{,}40$ m $r = 77{,}40\text{ m} - 58{,}00\text{ m}$ $\qquad r = 19{,}40$ m	3

A 2.4 $\cos\sphericalangle EMB = \dfrac{\overline{EM}^2 + \overline{MB}^2 - \overline{EB}^2}{2\cdot\overline{EM}\cdot\overline{MB}}$

$\cos\sphericalangle EMB = \dfrac{77{,}40^2 + 60{,}00^2 - 125{,}82^2}{2\cdot 77{,}40\cdot 60{,}00}$ $\sphericalangle EMB = 132{,}21°$

$A = A_{\Delta ABE} + A_{\Delta BME} - A_{\text{Kreissektor MDC}}$

$A = \left[\dfrac{120{,}00\cdot 80{,}00\cdot\sin 75°}{2} + \dfrac{125{,}82\cdot 60{,}00\cdot\sin 27{,}11°}{2} - \dfrac{19{,}40^2\cdot\pi\cdot 132{,}21°}{360°}\right]\text{m}^2$

$A = 5922{,}30\ \text{m}^2$

4

A 2.5 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{GH}$

$\sin 27{,}11° = \dfrac{\overline{KM}}{\overline{MB}}$ $\overline{KM} = 60{,}00\cdot\sin 27{,}11°\ \text{m}$ $\overline{KM} = 27{,}34\ \text{m}$

$A_{\text{Grüngürtel}} = A_{\text{Kreissektor MGH}} - A_{\text{Kreissektor MDC}}$

$A_{\text{Grüngürtel}} = \dfrac{(27{,}34^2 - 19{,}40^2)\cdot\pi\cdot 132{,}21°}{360°}\ \text{m}^2$

$A_{\text{Grüngürtel}} = 428{,}17\ \text{m}^2$

4

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.