

# Logik

## Übungsblatt 7 (für die 49. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow  
im Wintersemester 2009/2010

Magdeburg, 23. November 2009

- Man vergleiche folgende Algorithmen zum Entscheiden der Erfüllbarkeit von aussagenlogischen Ausdrücken:
  - Definitionsbasierter Algorithmus zum Entscheiden der Erfüllbarkeit (Durchtesten aller Belegungen),
  - Resolutionsalgorithmus zum Entscheiden der Erfüllbarkeit,
  - Algorithmus zum Testen der Erfüllbarkeit von Hornausdrücken.
- Man beweise oder gebe ein Gegenbeispiel ( $F$  und  $G$  seien aussagenlogische Ausdrücke):
  - Falls  $(F \rightarrow G)$  Tautologie ist und  $F$  Tautologie ist, so ist  $G$  Tautologie.
  - Falls  $(F \rightarrow G)$  Tautologie ist und  $F$  erfüllbar ist, so ist  $G$  erfüllbar.
  - Falls  $(F \rightarrow G)$  erfüllbar ist und  $F$  erfüllbar ist, so ist  $G$  erfüllbar.
- „Worin besteht das Geheimnis Ihres langen Lebens?“ wurde ein 100-jähriger gefragt. „Ich halte mich streng an die Diätregeln: Wenn ich kein Bier zu einer Mahlzeit trinke, dann habe ich immer Fisch. Immer, wenn ich Fisch und Bier zur selben Mahlzeit habe, verzichte ich auf Eiscreme. Wenn ich Eiscreme habe oder Bier meide, dann rühre ich Fisch nicht an.“

Der Fragensteller fand diesen Ratschlag ziemlich verwirrend. Können Sie ihn vereinfachen?
- In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit Syllogismen, die von Aristoteles eingeführt wurden. Welche der folgenden Syllogismen sind gültig? Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

*Bemerkung:* Es wird vorausgesetzt, dass Aussagen der Form „Alle  $M$  sind  $P$ “ immer auch die Aussage „Einige  $M$  sind  $P$ “ beinhalten, d. h., das Subjekt  $M$  sei nicht leer.

  - Alle  $M$  sind  $P$ , einige  $M$  sind  $S$ , dann gilt: einige  $S$  sind  $P$ .
  - Kein  $M$  ist  $P$ , kein  $S$  ist  $M$ , dann gilt: kein  $S$  ist  $P$ .
  - Alle  $M$  sind  $P$ , einige  $S$  sind nicht  $M$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$ .
  - Alle  $P$  sind  $M$ , einige  $S$  sind nicht  $M$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$ .
- Geben Sie die Definition der Begriffe
  - Alphabet und Signatur einer prädikatenlogischen Sprache (erster Stufe),
  - Menge der Terme über einer Signatur,
  - Menge der prädikatenlogischen Ausdrücke über einer Signatur.
- Gegeben sei die Signatur  $\mathcal{S}$  mit  $R_1 = \{r\}$ ,  $F_2 = \{f\}$  und  $K = F_1 = R_2 = R_i = F_i = \emptyset$  für  $i \geq 3$ .
  - Bestimmen Sie alle Terme  $t$  über  $\mathcal{S}$ , deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 20 ist und die als Variable nur  $x$  enthalten.
  - Bestimmen Sie über der Variablenmenge  $\text{var} = \{x, y\}$  alle Terme  $t$  über  $\mathcal{S}$ , deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 12 ist.
  - Welche Ausdrücke gibt es über  $\mathcal{S}$  über der Variablenmenge  $\text{var} = \{x, y\}$ , deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 14 ist?