Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Stefan Gerlach
http://tinyurl.com/2015ik4

Universität Konstanz

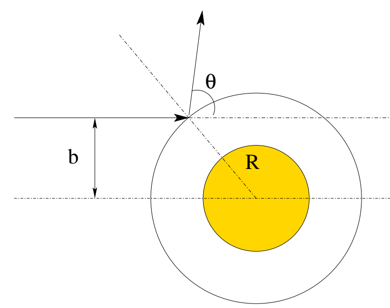
Physik IV: Integrierter Kurs (Theoretische Physik)
Sommersemester 2015 - Übungsblatt 1

Ausgabe: 15.04., Abgabe: 22.04., Übungen: 17./24.04.

Aufgabe 1: Elastische Streuung harter Kugeln (Präsenzübung - 17.04.)

Es soll die elastische Streuung zweier harter Kugeln mit Radius R und mit den Massen m_1 und m_2 betrachtet werden. Nehmen Sie an, die Kugel 2 ruhe vor dem Stoß (im Laborsystem).

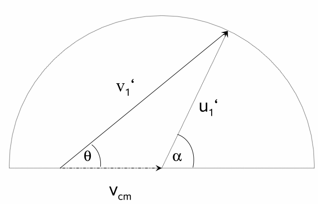
a) Bestimmen Sie den Stoßparameter $b(\vartheta)$ als Funktion des Streuwinkels ϑ, wenn Kugel 2 festgehalten wird.



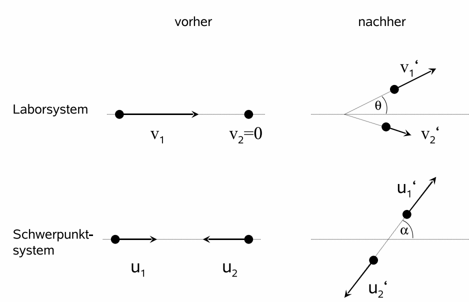
b) Zeigen Sie unter Ausnutzung der Impuls- und Energieerhaltung, dass zwischen dem Streuwinkel im Laborsystem ϑ und dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem α folgender Zusammenhang gilt:

$$\tan\vartheta = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \frac{m_1}{m_2}}$$

Was folgt daraus für $m_1 = m_2$? Wann erhalten Sie den in a) betrachteten Fall?

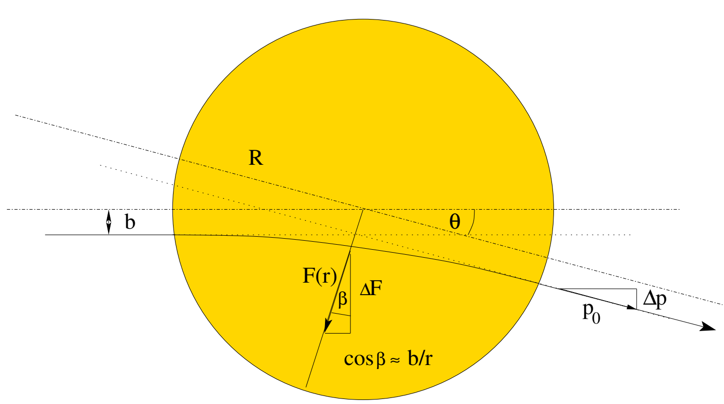


Umrechnung von Schwerpunkt- auf Laborsystem



Aufgabe 2: Thomson Atommodell

Zeigen Sie, dass die Streuung von geladenen α-Teilchen an einer homogen geladenen Kugel ("Thomson Modell") nur zu kleinen Streuwinkeln führt. Berechnen Sie dazu den Ablenkwinkel aus der Impulsänderung beim Durchflug durch eine homogen geladene Kugel ($Q = Ze$) in Abhängigkeit vom Stoßparameter b für $b \leq R$.



Bestimmen Sie damit den maximalen Ablenkwinkel für die Streuung von α-Teilchen mit der kinetischen Energie von 1 MeV an einem Gold-Atom ($Z = 79$, $R = 1$ Å).

Hinweise: Vernachlässigen Sie die Ablenkung außerhalb der geladenen Kugel (neutrales Atom). Innerhalb der Kugel ist das elektrische Feld gegeben durch

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r}{R^3}.$$

Berechnen Sie das Minimum von $f(b^2) = v_x(t_1)/v_y(t_1)$ bei der Austrittszeit $t_1(b^2)$ um mit Hilfe von $f'(b^2) = 0 = \partial_{b^2} \ln f(b^2)$ den maximalen Ablenkwinkel zu bestimmen.

Aufgabe 3: Rutherford-Streuung (schriftlich - 13 Punkte)

Beim Rutherford-Versuch werden α-Teilchen (Helium-Kerne) auf eine dünne Folie geschossen um aus der Verteilung der Streuwinkel Erkenntnisse über die Ladungsverteilung im Atom zu erlangen. Das Ergebnis ließ sich nur mit einem punktförmigen Atomkern erklären.

a) (3 Punkte) Leiten Sie aus der Newtonschen Bewegungsgleichung eines α-Teilchens der Masse m_α im Feld einer Z-fach geladenen Punktladung in Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) folgende Gleichungen her:

$$m_\alpha\left(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2\right) = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad m_\alpha\left(2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi}\right) = 0.$$

Was bedeutet die zweite Gleichung für den Drehimpuls $\boldsymbol{L} = m_\alpha \boldsymbol{r} \times \dot{\boldsymbol{r}}$?

b) (2 Punkte) Das α-Teilchen habe für $t \to -\infty$ den Abstand b von der Streuachse (Stoßparameter) und fliege mit der Geschwindigkeit v_0. Leiten Sie damit die Bewegungsgleichung her:

$$\ddot{r} = \frac{b^2 v_0^2}{r^3} + \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m_\alpha r^2}.$$

c) (4 Punkte) Verwenden Sie $\dot{r} = \dot{\phi}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\phi}$ und die Substitution $u = 1/r$ und lösen Sie die sich ergebende Gleichung der Form $A\cos(\phi + \delta) = 1/r + c$. Mit Hilfe der Anfangsbedingungen können Sie dann

$$b(\delta) = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m_\alpha v_0^2}\tan\delta$$

bestimmen. Was ist die Bedeutung von δ? (A muss nicht bestimmt werden.)

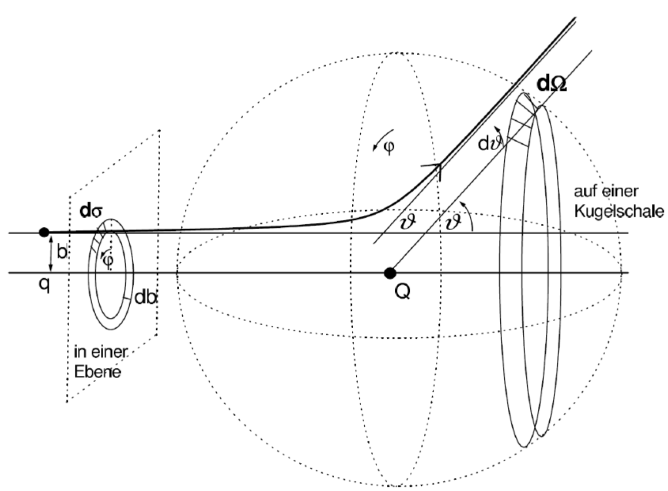
d) (2 Punkte) Finden Sie den Zusammenhang zwischen ϑ und δ (siehe Skizze) indem Sie sich die Gleichung aus c) für die Grenzfälle $t \to -\infty$ und $t \to \infty$ betrachten. Schreiben Sie das Ergebnis damit um zu

$$b(\vartheta) = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m_\alpha v_0^2}\cot\frac{\vartheta}{2}.$$

e) (2 Punkte) Der differentielle Wirkungsquerschnitt beschreibt die Charakteristik der Streuung und lässt sich berechnen durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{b(\vartheta)}{\sin\vartheta}\left|\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\vartheta}\right|.$$

Veranschaulichen Sie sich diese Formel anhand der Skizze ($Q = Ze, q = 2e$) klar.



Bestimmen Sie damit für $b(\vartheta)$ aus d) den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Rutherfordstreuung (mit $E_0 = m_\alpha v_0^2/2$) zu

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(\vartheta) = \frac{Z^2e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 4E_0^2}\frac{1}{\sin^4\frac{\vartheta}{2}}.$$