Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2010/2011 Blatt 5

Abgabetermin: Montag, 22.11.2010, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 12:15**)

Aufgabe 1: Fingerübungen (10 Punkte)

Geben Sie die allgemeine Lösung $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen an und skizzieren Sie diese Lösungen:

$$y' = -xy \quad ; \quad y' = \frac{x}{y} \quad ; \quad y' = \frac{y}{x} \quad ; \quad y' = -\frac{y}{x} \tag{1}$$

Aufgabe 2: Chemische Reaktion (10 Punkte)

Die Rate, mit der die chemische Reaktion A + A + A $\rightarrow$ A_3 abläuft, ist proportional zur dritten Potenz der Dichte n der ungebundenen A-Atome. Denn um zu reagieren, müssen drei Atome stoßen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dies an einem Ort $\mathbf{r}$ passiert, ist mit der Näherung, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten verschiedener Atome statistisch unabhängig sind, gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten, dass sich die drei Atome am Ort $\mathbf{r}$ aufhalten. Die Dichte n der ungebundenen A-Atome erfüllt daher die Differentialgleichung

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma n^3$$

Berechnen Sie $n(t)$, wenn $n(t=0) = n_0$ ist.

Aufgabe 3: Weitsprung ohne und Wurf mit Reibung (4+4+2 Punkte)

(a) Ein punktförmiger und reibungsloser Weitspringer springt mit der Geschwindigkeit v_0 ab. Geben Sie den optimalen Absprungwinkel an, unter dem der Weitspringer die größte Weite springt. Berechnen Sie diese Weite mit der Absprunggeschwindigkeit 10m/s (nahe der Geschwindigkeit der besten 100m Sprinter) und vergleichen Sie mit dem Weitsprungweltrekord.

(b) In der Vorlesung hatten wir für den Wurf mit Reibung (Differentialgleichung $m\ddot{\mathbf{r}} = -\lambda\dot{\mathbf{r}} - mg\hat{\mathbf{z}}$) bereits die Ergebnisse

$$\begin{aligned} x(t) &= x(0) + \tau_0 v_x(0)[1 - e^{-t/\tau_0}] \\ v_z(t) &= -g\tau_0 + [v_z(0) + g\tau_0]e^{-t/\tau_0} \end{aligned}$$

erhalten. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Ergebnisse auch noch $z = z(t)$ (mit Anfangswert $z(0)$ zur Zeit $t = 0$).

(c) Geben Sie Näherungsformeln für $z(t)$ für $t \ll \tau_0$ (bis zur Ordnung t^2) und für $t \gg \tau_0$ an.

Aufgabe 4: Freie Bewegung auf der Zylinderoberfläche (5+5 Punkte)

(a) Stellen Sie die Newtonschen Bewegungsgleichungen eines Massenpunktes der Masse m auf, der sich ohne weitere äußere Kräfte auf einer Zylinderoberfläche mit Radius R bewegt.

(b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung aus (a).