

Ermittlung von Belastungsgrößen mittels der Diskrete-Elemente-Methode für die Auslegung von Sturzmühlen

Von der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik
der Technischen Universität Bergakademie Freiberg
genehmigte

D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

(Dr.-Ing.)

vorgelegt

von Dipl.-Ing. **André Lungfiel**

geboren am 14. März 1968 in Waren (Müritz)

Gutachter: Prof. Dr. Unland (Freiberg)
Prof. Dr. Gläser (Chemnitz)
Prof. Dr. Zenner (Clausthal-Zellerfeld)

Freiberg, den 17. Mai 2002

„Geben Sie daher, Herr Sagredo, Ihre von vielen anderen Mechanikern getheilte Meinung auf, als könnten Maschinen aus gleichem Material, in genauester Proportion hergestellt, genau gleiche Widerstandsfähigkeit haben. Denn man kann geometrisch beweisen, daß die grösseren Maschinen weniger widerstandsfähig sind als die kleineren: sodaß schliesslich nicht bloß für Maschinen und für alle Kunstproducte, sondern auch für Objecte der Natur eine nothwendige Grenze besteht, über welche weder Kunst noch Natur hinausgehen kann: wohlverstanden, wenn stets das Material dasselbe und völlige Proportionalität besteht.“

⁰ zitiert aus: GALILEI, GALILEO: Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend (1638): erster bis sechster Tag / von Galileo Galilei. Aus dem ital. und lat. übers. und hrsg. von A. von Oettingen. – 4. Aufl., Repr.[der Ausg. Leipzig, Engelmann, 1890–1904]. – Thun ; Frankfurt am Main : Deutsch, 1995

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Technik zur Dimensionierung von Sturzmühlen	4
2.1	Allgemeines	4
2.2	Die Baugruppen der Sturzmühle	8
2.2.1	Mühlenzylinder	8
2.2.2	Lagerung	9
2.2.3	Antrieb	11
2.2.4	Panzerung	12
2.3	Dimensionierung des Mühlenzylinders von Sturzmühlen	13
2.4	Modellierung der Zylinderbelastung durch die Mühlenfüllung	15
2.4.1	Belastungsfall: Stillstand	16
2.4.2	Belastungsfall: Kaskadenbewegung	17
2.4.3	Belastungsfall: Kataraktbewegung	20
2.5	Bewertung der Ansätze zur Lastmodellierung	22
3	Diskrete Elemente Methode	26
3.1	Grundgedanke und Anwendungen	26
3.2	Partikelwechselwirkungen	29
3.2.1	Normalkräfte	31

3.2.2	Tangentialkräfte	33
3.3	Resultierende Partikelkräfte	36
3.4	Körpergeometrien und Stoßerkennung	36
4	Bewegungssimulation der Mühlenfüllung in Sturzmühlen	38
4.1	Allgemeine Beschreibung des Systems Sturzmühle	38
4.2	Modellierung des Systems Sturzmühle	40
4.2.1	Mühlenzylinder	41
4.2.2	Mahlkörper und Mahlgut	41
4.2.3	Systemprozesse	45
4.3	Simulationsparameter	47
5	Ergebnisse der Simulation	52
5.1	Bewegungszustand der Mühlenfüllung	52
5.2	Druckbelastung der Mühlenfüllung	58
6	Bewertung der Simulationsergebnisse	63
6.1	Bewertungsstrategie	63
6.2	Ermittlung von Ähnlichkeitskennzahlen mit Hilfe der Dimensionsanalyse	65
6.3	Vergleich des simulierten Bewegungszustandes mit Modellaufnahmen .	68
6.4	Gegenüberstellung der berechneten Druckverläufe mit gemessenen Kraftverläufen	74
6.5	Anwendung der Belastungsansätze in FE-Berechnungen	76
6.5.1	Gegenüberstellung der Belastungsansätze	76
6.5.2	Messung und Berechnung der Zylinderbeanspruchung einer SAG-Mühle	78
6.5.3	Vergleich der Berechnungen mit Messergebnissen	83

6.6	Abschließende Bewertung der Simulationsergebnisse	89
7	Zusammenfassung	91
A	Herleitungen und Daten	93
A.1	Die Dämpfung nach <i>Tsuji</i>	93
A.2	Simulationsparameter	96
A.3	Algorithmus der Diskrete-Elemente-Methode	97
A.4	Auslenkwinkel nach <i>Bogdanov</i>	98
	Literatur	99

Abbildungsverzeichnis

1.1	Gegenüberstellung der Weltrohstoffförderung von Kupfer und der zum Zeitpunkt größten Sturzmühle	1
2.1	Rohrkugelmühle zur Vermahlung von Zementklinker	5
2.2	Bewegungszustand der Mühlenfüllung bei Kaskadenbewegung	6
2.3	Kataraktbewegung – Kräfte am Ablösepunkt und Flugbahnen	7
2.4	Füllgutverteilung im Kataraktzustand	8
2.5	Gestaltungskonzepte des Mühlenzylinders bei Sturzmühlen	9
2.6	Lagerungskonzepte bei Sturzmühlen	10
2.7	Antriebskonzepte bei Sturzmühlen	11
2.8	Formen von Mühlenpanzerungen	13
2.9	Lasten an einer Sturzmühle	14
2.10	Hydrostatischer Füllgutdruck im Stillstand	16
2.11	Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand im Stillstand	17
2.12	Kräfte am differentiellen Mühlenfüllungsvolumen bei Kaskadenbewegung	18
2.13	Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand bei Kaskadenbewegung	20
2.14	Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand bei Kataraktbewegung	21
2.15	Gegenüberstellung des Füllgutdrucks	23

3.1	Ermittlung des Kontaktes von Kugeln in der Simulation	30
3.2	Rheologische Modelle zur Ermittlung der Kontaktkräfte	31
3.3	Darstellung des Dämpfungsparameters in Abhängigkeit der Stoßzahl . .	34
3.4	Reibmodell mit Haft- und Gleitreibung	34
3.5	Einfaches Reibmodell in der Computersimulation	35
4.1	Allgemeine Darstellung des Systems Sturzmühle	38
4.2	Geometrie der Mühlenpanzerung	41
4.3	DEM-Modell der Sturzmühle	42
4.4	Partikelanzahl in Abhängigkeit vom Partikel-Mühlen-Verhältnis	44
5.1	Ergebnisse der DEM-Simulation	53
5.2	Geschwindigkeitsfeld der Mühlenfüllung	54
5.3	Vergleich der Bewegungszustände der Mühlenfüllung bei einer relativen Drehzahl von 75 %	56
5.4	Vergleich der Bewegungszustände der Mühlenfüllung bei einem Fül- lungsgrad von 30 %	57
5.5	Qualitativer Verlauf des radialen und tangentialen Füllgutdrucks	59
5.6	Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand aus der DEM-Simulation (verschiedene Füllungsgrade)	61
5.7	Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand aus der DEM-Simulation (verschiedene relative Drehzahlen)	62
6.1	Vorgehensweise zur Bewertung der Simulationsergebnisse	64
6.2	Dimensionsmatrix der physikalischen Größen des Systems Mühle	66
6.3	Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modell- versuchen (Füllungsgrad 25 %; relative Drehzahl 75 %)	69

6.4	Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen (Füllungsgrad 30 %; relative Drehzahl 75 %)	70
6.5	Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen (Füllungsgrad 35 %; relative Drehzahl 75 %)	71
6.6	Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen (Füllungsgrad 30 %; relative Drehzahl 65 %)	72
6.7	Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen (Füllungsgrad 30 %; relative Drehzahl 85 %)	73
6.8	Gegenüberstellung der Druckverläufe aus der DEM-Simulation mit gemessenen Kraftverläufen einer Laborkugelmühle	75
6.9	Gegenüberstellung der Lastansätze	77
6.10	SAG-Mühle der Versuchsmahlanlage mit applizierter Messtechnik	78
6.11	Position der DMS-Rosette	79
6.12	Berechnete Spannungen aus gemessenen Dehnungen	79
6.13	FE-Modell der SAG-Mühle	81
6.14	von Mises-Vergleichsspannung bei Anwendung der Belastung aus der Simulation	82
6.15	Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen	85
6.15	86
6.15	87
6.16	Darstellung der Spannungsausschläge aus der Messung und den Berechnungen	88
A.1	Rheologisches Modell in Stoßnormalenrichtung	93
A.2	Geschwindigkeitsverlauf beim gedämpften Stoß	94
A.3	Darstellung des Dämpfungsparameter in Abhängigkeit der Stoßzahl	95
A.4	Prinzipieller Ablauf eines DEM-Programms	97
A.5	Definition des Auslenkwinkels bei Kaskadenbewegung	98

Tabellenverzeichnis

3.1	Kräfte auf granulare Materialien und Anwendungen	28
4.1	Zusammenstellung einiger Größen von Mahlanlagen	42
4.2	Größenverhältnisse der Mühlenfüllung	43
4.3	Materialkenngrößen von Gesteinen	47
4.4	Stoßzahlen beim Auftreffen auf eine Gesteins- und Stahlunterlage	49
4.5	Simulationsdaten	51
6.1	Gemessene Lastfälle	80
A.1	Experimentell ermittelter Auslenkwinkel	98

Symbolverzeichnis

Variablen

A	Fläche
a	Exponent
b	Exponent
D	Mühlendurchmesser
d	Durchmesser
E	Elastizitätsmodul
e	Stoßzahl
F	Kraft
F_A	Antriebskraft
F_d	Dämpfungskraft
F_f	Federkraft
F_G	Gewichtskraft
F_R	Reibkraft
F_z	Zentrifugalkraft
Fr	Froude-Zahl
G	Schubmodul
g	Erdbeschleunigung
h	Höhe
\mathbf{J}	Trägheitsmatrix
k	Steifigkeit
L	Länge

M	Moment
m	Masse
N	Anzahl
\vec{n}	Stoßnormalenvektor
p	Druck
p^*	dimensionsloser Druck
p_L	Lagerdruck
R	Mühlenradius
r	Kugelradius, radialer Abstand, Rang einer Matrix
R_0	innerer Radius
R_D	Radius des Davis-Kreises
t	Zeit
\vec{t}	Tangentialvektor
V	Volumen
v	Geschwindigkeit
v^*	dimensionslose Geschwindigkeit
v_G	Grenzgeschwindigkeit
\vec{x}	Abstandsvektor
x^*	dimensionsloser Weg
\ddot{x}	Beschleunigung
z_m	mittlere Umlaufzahl

Indizes

0	vor Stoß
1	nach Stoß
1,2,3	Zählindex
A	Aufgabe
d	dynamisch

DEM	Simulation
i	Zählindex
j	Zählindex
KS	Kaskade
KT	Katarakt
MG	Mahlgut
MK	Mahlkörper
n	normal
P	Produkt
p	Partikel
r	radial
s	statisch
St	Stillstand
t	tangential
x, y	kartesische Koordinaten

Griechische Buchstaben

α	Füllwinkel, Winkel
α_1	Ablösewinkel
α_d	Dämpfungsparameter
β	Winkel
β_a	Auslenkwinkel
δ	Durchdringungstiefe
$\Delta\sigma$	Spannungsausschlag
$\dot{\omega}$	Drehbeschleunigung
ϵ	Dehnung
η	Dämpfungskonstante
λ	Durchmesserverhältnis, Längen-Durchmesser-Verhältnis

λ_r	Radienverhältnis
μ	Reibkoeffizient
ν	Querkontraktionszahl
ω	Winkelgeschwindigkeit
Π	Ähnlichkeitskennzahl
ψ	relative Drehzahl, relative Geschwindigkeit
σ	Spannung
σ_z	Axialspannung
σ_ϕ	Umfangsspannung
φ	Füllungsgrad
ρ	Dichte

Abkürzungen

AG Autogen

CAD Computer Aided Design

DEM Diskrete-Elemente-Methode

DMS Dehnungsmessstreifen

FEM Finite-Elemente-Methode

FKM Forschungskuratorium Maschinenbau e. V.

IIW International Institute of Welding

LFT Länge-Kraft-Zeit

LMT Länge-Masse-Zeit

MCS Monte-Carlo-Simulation

MD Molekulardynamik

SAG Semiautogen

1 Einleitung

Die ersten Sturzmühlen, die Ende des 19. Jahrhunderts eingesetzt wurden, waren Kugelmühlen mit Flintsteinen und Porzellankugeln als Mahlkörper. Diese Mühlen hatten Abmessungen von ca. 1 m im Durchmesser und 1 m Länge [81]. Die ständig zunehmende Nachfrage an Rohstoffen und die gleichzeitige Abnahme der Erzkonzentrationen in den erschlossenen Lagerstätten hatten einen steigenden Bedarf an Durchsatzleistung in den Aufbereitungsanlagen zur Folge (Abb. 1.1). Diese Entwicklung führte in den letzten Jahrzehnten zu einem stetigen Anwachsen der Mühlenabmessungen in dieser Branche [53]. Möglich wurde dies u. a. durch die Überarbeitung von historisch bedingten Gestaltungskonzepten der Mühlen als auch durch den Fortschritt in der Lagerungs- und Antriebstechnik. Heutige Mühlenabmessungen in der Erzaufbereitung liegen für SAG-Mühlen im Bereich von 5 m bis 11 m und für Kugelmühlen zwischen 2,5 m und 6 m im Durchmesser [7]. Die bisher größte Mühle wurde im Jahr 1998 errichtet und hat einen Durchmesser von 12,2 m und eine Länge von 6,7 m. Angetrieben wird diese

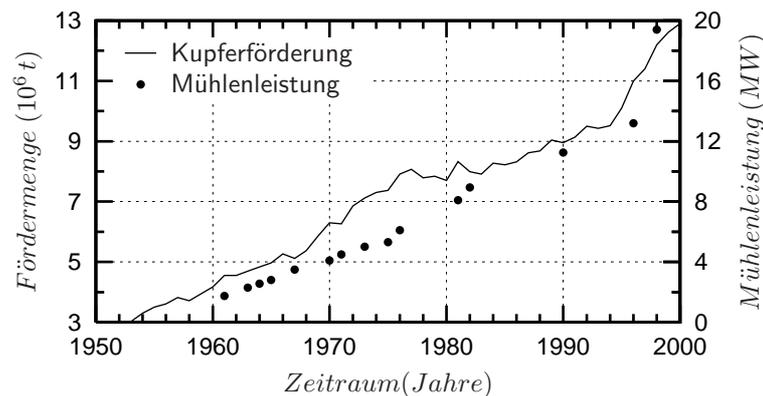


Abbildung 1.1: Gegenüberstellung der Weltrohstoffförderung von Kupfer und der zum Zeitpunkt weltweit größten Sturzmühle am Beispiel der installierten Antriebsleistung einer Mühle (Quellen: [12, 96])

Maschine von einem Ringmotor mit einer Anschlussleistung von 19,4 MW [89].

Der Grund des Einsatzes großer Mühlen in den Aufbereitungsanlagen sind die geringeren spezifischen Investitions- und Betriebskosten [20, 45, 91]. Wo früher noch mehrere kleine Mühlen errichtet worden sind, findet man in heutigen Anlagen nur noch eine Maschine je Prozessabschnitt. Die installierten Maschinen sind während der Ausbeute der Mine bis zu 25 Jahre im Dauerbetrieb. Die damit seitens der Anlagenbetreiber geforderte Zuverlässigkeit und hohe Verfügbarkeit dieser Maschinen macht eine sichere Auslegung und Dimensionierung der Mühlenstruktur erforderlich.

Die Betreiber verlangen deshalb eine betriebsfeste Auslegung nach den verschiedenen internationalen Normen und Regelwerken wie z. B. dem BS 7608 [8] und AWS D1.-94 [3] oder den Richtlinien des International Institute of Welding (IIW) [37]. Für die Bestimmung der Dauerfestigkeit ist die genaue Kenntnis der Beanspruchungshöhen in den kritischen Bereichen der Mühlenstruktur von Bedeutung. Dadurch setzten sich auch im Anlagenbau moderne Berechnungsverfahren wie z. B. die Finite-Elemente-Methode (FEM) durch. Diese Methode wird bereits seit Jahren in vielen Zweigen des Maschinenbaus zur Dimensionierung und Optimierung von Bauteilen sowie zur Simulation eingesetzt. Inzwischen ist die FEM aufgrund verfügbarer Rechnerkapazität und anwenderorientierter Programme, die eine komfortable Modellerstellung und Ergebnisdarstellung gestatten und über Schnittstellen zu CAD-Systemen verfügen, zu einem üblichen Routinewerkzeug in der Konstruktion geworden [43, 87].

Voraussetzung für einen Festigkeitsnachweis ist u. a. die Bestimmung der Belastungen. Einige Lastarten wie Eigengewichte, Lager- und Antriebskräfte können relativ einfach ermittelt werden. Schwieriger ist die Darstellung der im Betrieb der Sturzmühle auftretenden Lasten aus der Bewegung der Mühlenfüllung. Eine Verifizierung der Berechnungsergebnisse erfolgt seitens der Mühlenhersteller durch detaillierte Messungen an einigen neu errichteten Maschinen. Teilweise zeigen die Untersuchungen jedoch Abweichungen zwischen den gemessenen und berechneten Spannungsverläufen in qualitativer und quantitativer Hinsicht [91]. Diese Differenzen weisen auf eine unzureichende Modellierung der tatsächlichen Betriebsbelastung hin.

Die für eine sichere Auslegung notwendigen Belastungen unter Betriebsbedingungen können ebenfalls auf experimentellen Wege bestimmt werden. In zunehmenden Maße bieten sich für die Ermittlung der Lasten aber auch Simulationsmethoden an. In

der vorliegenden Arbeit wird durch die Simulation der Mühlenfüllungsbewegung die Belastung des Mühlenzylinders bei verschiedenen Füllungsgraden und Drehzahlen ermittelt. Die Simulationsergebnisse dienen dann als Lastannahmen für die Berechnung der Mühle mittels FEM. Aus der Gegenüberstellung der Berechnungsergebnisse mit Werten aus Dehnungsmessungen an einer Sturzmühle einer Versuchsmahlanlage wird die Qualität der Lastansätze bewertet. Die Anwendbarkeit des Simulationsmodells wird ebenfalls durch den Vergleich des simulierten Bewegungszustandes mit experimentellen Modellversuchen bestätigt.

2 Stand der Technik zur Dimensionierung von Sturzmühlen

2.1 Allgemeines

Unter dem Begriff Sturzmühlen sind Zerkleinerungsmaschinen zusammengefasst, die einen horizontal gelagerten, meist zylinderförmigen und um die Zylinderachse rotierenden Mahlraum besitzen, in dem sich das Mahlgut sowie die Mahlkörper ungeführt bewegen.

Eine Systematisierung der Sturzmühlen erfolgt u. a. nach der Form der Mahlkörper in Kugel-, Pebbel- und Stabmühlen. Findet die Zerkleinerung ohne Mahlkörper allein durch größere Mahlgutstücke statt, nennt man diese Autogen (AG)-Mühlen. Werden Mahlkörper bis zu einem Anteil von 15 % der Mühlenfüllung zugegeben, bezeichnet man diese als Semiautogen (SAG)-Mühlen. Eine weitere Einteilung wird nach der geometrischen Form des Mahlraumes vorgenommen. Massgebend dafür ist das Verhältnis der Mahlraumlänge zum Mahlraumdurchmesser. Bei einem Verhältnis kleiner als zwei werden die Mühlen als Trommel- und ansonsten als Rohrmühlen bezeichnet. Andere Unterteilungen erfolgen nach deren Verwendungszweck.

Eingesetzt werden Sturzmühlen hauptsächlich als Kugelmühlen zur Feinmahlung von Rohstoffen. Weit verbreitet ist dieser Mühlentyp in der Zementindustrie zur Klinkervermahlung (Abb. 2.1). In Erzaufbereitungsanlagen werden häufig nacheinander SAG- und Kugelmühlen zur Vermahlung des Erzes eingesetzt.

Durch die Rotation des Zylinders wird die Mühlenfüllung unter ständiger Zufuhr von Energie in Bewegung gesetzt. Dabei wird jedoch der größte Teil der Energie in Wärme umgesetzt. Nur ein geringer Teil der Energie wird für die Zerkleinerungsarbeit genutzt.

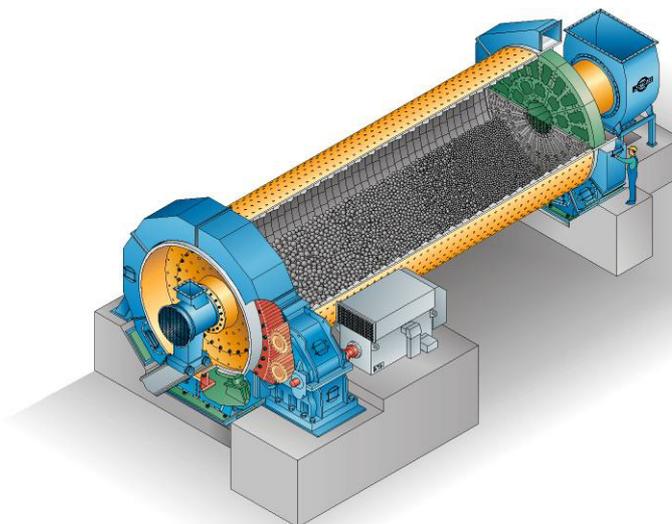


Abbildung 2.1: *Rohrkugelmühle zur Vermahlung von Zementklinker (Quelle: Krupp Polysius)*

Die Zerkleinerung des Mahlgutes erfolgt durch die Schlagbeanspruchung der herabfallenden Mahlkörper oder Grobgut bei der Autogenmahlung sowie durch Druck- und Scherbeanspruchung der aufeinandergleitenden Mahlkörper.

Zur Beschreibung der Bewegung der Mühlenfüllung in einer Sturzmühle werden in Abhängigkeit der Mühlerendrehzahl vier Bewegungszustände unterschieden:

- Schwingen (Pendeln)
- Kaskadenbewegung
- Kataraktbewegung
- Zentrifugieren.

Der instationäre Zustand des Schwingens der Füllgutmasse und der überkritische Fall des Zentrifugierens der Mühlenfüllung im Zylinder haben keine praktische Bedeutung und sind darüber hinaus im Betrieb auch zu vermeiden. Der Kaskadenzustand ist in reiner Form bei ähnlich aufgebauten Maschinen mit einer geringen Betriebsdrehzahl wie z. B. in Mischtrommeln, Trockentrommeln oder auch in Drehöfen anzutreffen. Bei Sturzmühlen wird auch zur Realisierung einer Schlagbeanspruchung der Kataraktzustand angestrebt. Meist tritt in der Praxis jedoch ein kombinierter Zustand der beiden Bewegungsformen auf. Die Art der Bewegung der Mühlenfüllung wird hauptsächlich

durch den Füllungsgrad und die relative Drehzahl bestimmt. Weiteren Einfluss haben aber auch die Zusammensetzung der Füllung und deren Materialkennwerte sowie die Gestaltung der Mühlenpanzerung.

Bei geringen Drehgeschwindigkeiten führt die Mühlenfüllung in der Mühle eine Kaskadenbewegung aus. Dabei wird sie im wandnahen Bereich durch die Drehung des Zylinders mit angehoben und rutscht auf einem Kernbereich wieder herab (Abb. 2.2). Das Querschnittsprofil des Volumens bleibt annähernd in Form eines Kreissegmentes erhalten. Der Schwerpunkt des Segmentes ist um einen Winkel β_a von der Vertikalen in Drehrichtung ausgelenkt. Die Größe des Auslenkwinkels wird neben dem Füllungsgrad und der relativen Drehzahl auch durch den Reibungskoeffizienten zwischen Mühlenfüllung und Zylinderauskleidung beeinflusst. In [5] ist dieser Auslenkwinkel für verschiedene Füllungsgrade und Drehzahlen experimentell ermittelt worden.

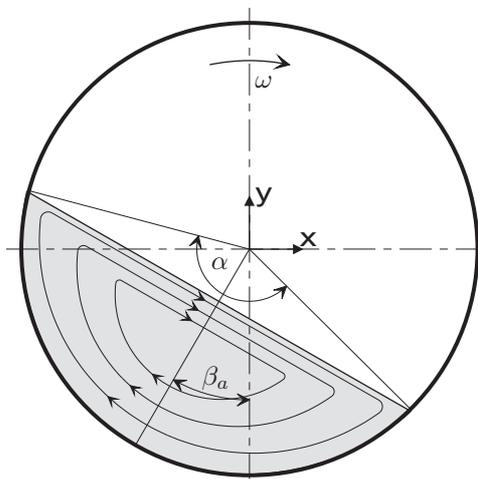


Abbildung 2.2: Bewegungszustand der Mühlenfüllung bei Kaskadenbewegung

Bei höheren Drehgeschwindigkeiten stellt sich in der Mühle ein Bewegungszustand ein, bei dem die Mühlenfüllung durch die Rotation der Mühle angehoben wird, sich von der Zylinderwand ablöst und dann auf einer Wurfbahn wieder herabfällt. Der Ablösepunkt von der Wand wird aus dem Gleichgewicht der Zentrifugalkraft und der radialen Komponente der Schwerkraft eines Massepunktes an dieser Stelle ermittelt (Abb. 2.3):

$$m R \omega^2 = m g \cos \alpha_1 \quad . \quad (2.1)$$

Aus (2.2) folgt, dass der Ablösewinkel α_1 lediglich von der relativen Geschwindigkeit ψ abhängt:

$$\cos \alpha_1 = \omega^2 \frac{R}{g} = \psi^2 \quad . \quad (2.2)$$

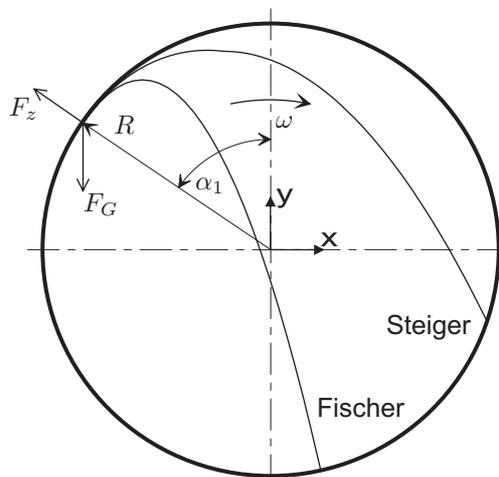


Abbildung 2.3: Kataraktbewegung – Kräfte am Ablösepunkt und Flugbahnen nach Fischer und Steiger für $\psi = 0,75$

Die analytische Beschreibung der Bahn der Mühlenfüllung nach der Ablösung von der Zylinderwand bis zum Auftreffen variiert je nach den getroffenen Vereinfachungen. Aufgrund eigener Beobachtungen der Mahlkörperbewegung in einer Kugelmühle hat *Fischer* [26] die Bewegung der Mahlkörper als Wurfparabel beschrieben. Dies erfolgte unter der Annahme, dass sich die Mahlkörper ohne gegenseitige Behinderung mit genügendem Abstand im aufsteigenden Ast der Parabel bewegen. Da aber die Mahlkörper vor der Ablösung eine konstante Umfangsgeschwindigkeit besitzen und in diesem Bereich dicht gepackt sind, werden die Einzelkörper von der Wurfparabel abgelenkt. Von *Steiger* [86] wurde eine Bewegungsgleichung aufgestellt, die die zusätzlichen Kräfte bis zum Scheitelpunkt der Bahnkurve durch die nachdrängenden Körper berücksichtigt. Ab dem Scheitelpunkt entspricht die Bewegung ebenfalls die des waagerechten Wurfs. Entsprechend dem Ansatz von *Steiger* werden die Mahlkörper gegenüber dem Ansatz von *Fischer* in der Mühle weiter herausgetragen. In Abb. 2.3 sind die Flugbahnen für die beiden Theorien exemplarisch für eine relative Drehzahl von 75 % gegenübergestellt. In einem Ansatz von *Eck* wird darüber hinaus berücksichtigt, dass die Kontaktkräfte benachbarter Körper in Richtung der Flugbahn wirken [24]. Dadurch verläuft die Wurfbahn nach *Eck* noch etwas weiter als die nach *Steiger*.

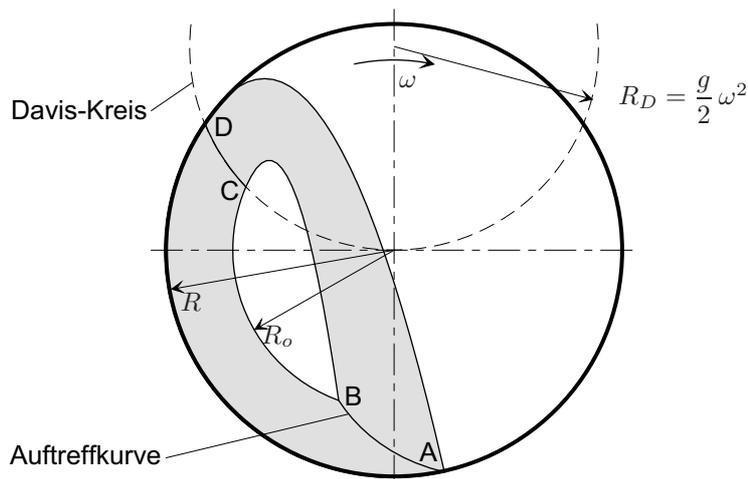


Abbildung 2.4: Füllgutverteilung im Kataraktzustand
($\psi = 0,75$; $\varphi = 0,3$)

Bei der Kataraktbewegung wird die Mühlenfüllung in einen aufsteigenden und einen herabfallenden Füllgutstrom aufgeteilt. Die beiden Bereiche werden durch die Auftreffkurve und einen Abschnitt des Davis-Kreises begrenzt (Abb. 2.4). Die Bestimmung der Flächenanteile beider Zonen erfolgt mit Hilfe einer mittleren Umlaufzahl z_m [34]. Aus den dazugehörigen Beziehungen kann dann auch der innere Radius R_o des aufsteigenden Füllgutstroms ermittelt werden.

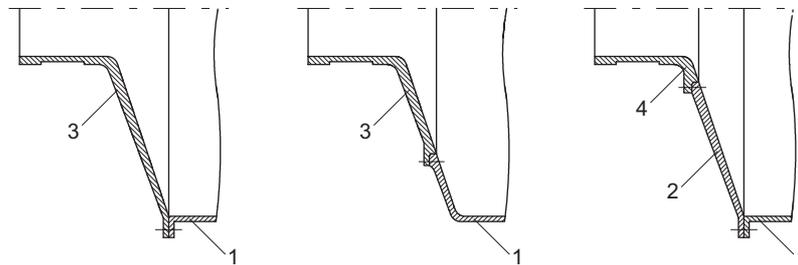
2.2 Die Baugruppen der Sturzmühle

2.2.1 Mühlenzylinder

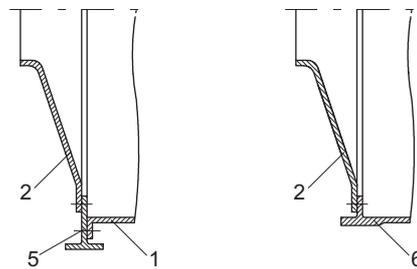
Bei Sturzmühlen ist der Mühlenzylinder die Hauptbaugruppe der Maschine. Dieser besteht im Einzelnen aus dem Mühlenmantel und den Stirnscheiben. Der Mühlenmantel wird aus gerollten und geschweißten Stahlblechen gefertigt. Wenn aufgrund der Größe des Zylinders Transportbeschränkungen bestehen, wird der Zylinder in axialer und in Umfangsrichtung geteilt ausgeführt. Die Komplettierung der Einzelteile erfolgt auf der Baustelle entweder durch Schweißen oder durch Verschrauben der Flansche.

Für die Lagerung der Mühle sind an den Stirnwänden Zapfen befestigt (Abb. 2.5 a). Bei der Umfangslagerung wird ein Teil des Zylinders als Gleitring herausgebildet

(Abb. 2.5 b). Zur Verringerung der Spannungskonzentrationen am Übergang von Stirnwand zum Halslagerzapfen werden bei diesem Konzept die Stirnwände meist konisch ausgeführt.



(a) Mühlenzylinder mit Halslagerung



(b) Mühlenzylinder mit Gleitlagerung

- | | | |
|--------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| 1 - Mühlenzylinder | 3 - Stirnwand mit Halslagerzapfen | 5 - Gleitlagerring |
| 2 - Stirnwand | 4 - Halslagerzapfen | 6 - Zylinder mit Gleitlagerring |

Abbildung 2.5: Gestaltungskonzepte des Mühlenzylinders bei Sturzmühlen

2.2.2 Lagerung

Für größere Mühlen werden in heutiger Zeit zwei Lagerungskonzepte genutzt: die Hals- und die Umfangslagerung (Abb. 2.6). Bei der Halslagerung wird die Mühle auf zwei Zapfen gestützt, die sich an den Stirnwänden der Ein- und Auslaufseite anschließen. Die Zapfen lagern in Gleitlagerschalen. Diese sind so gestaltet, dass sie axiale Verschiebungen als auch Lagerneigungen ausgleichen können. Der Halslagerzapfen ist mit der Stirnwand durch eine Schweißnaht oder einen geschraubten Flansch verbunden. Bei geringeren Mühlengrößen ist eine einteilige Ausführung möglich (Abb. 2.5 a).

Die Umfangslagerung ist dadurch gekennzeichnet, dass ein separater Laufring an den

Mühlenzylinder angeflanscht ist oder ein Teil des Zylinder selbst als Laufring ausgebildet ist (Abb. 2.5 b). Das Gleitlager wird bei diesem Konzept segmentweise ausgeführt. Der Laufring wird dabei je Seite auf zwei bis fünf Gleitlagerschuhen gelagert.

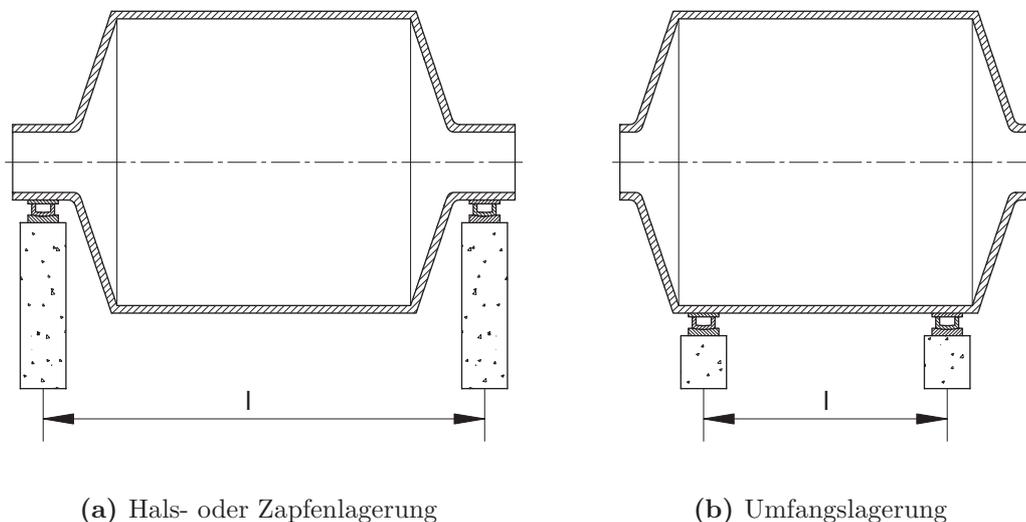


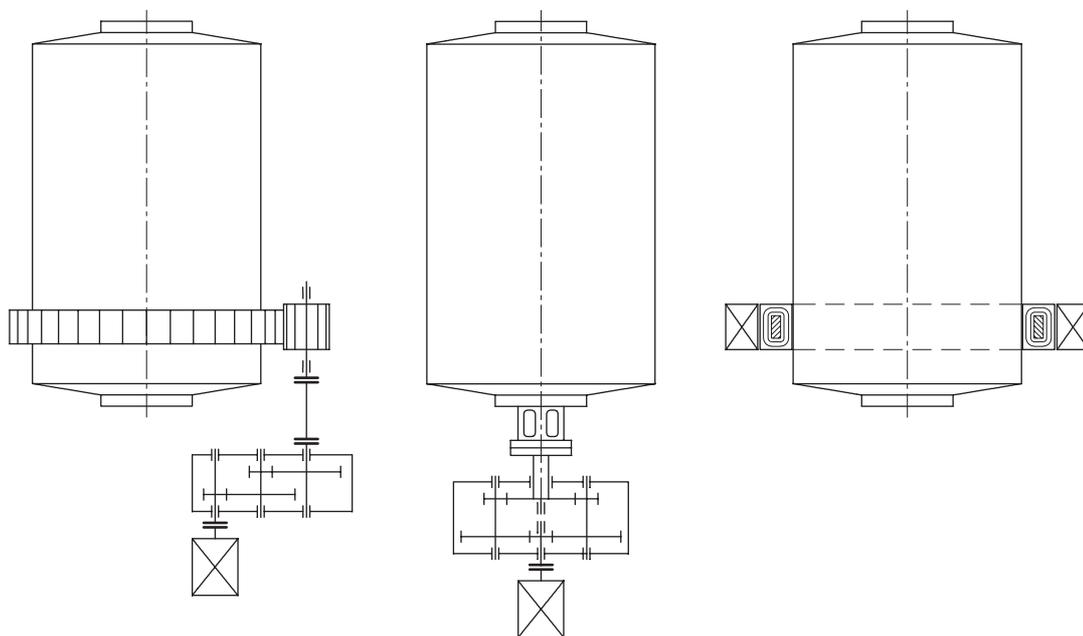
Abbildung 2.6: Lagerungskonzepte bei Sturzmühlen

Bei Sturzmühlen werden sowohl hydrostatische als auch hydrodynamische Lager eingesetzt. In Einzelfällen wird für den Anlauf und den Stop der Maschine parallel zur hydrodynamischen zusätzlich eine hydrostatische Lagerung realisiert.

Die Umfangslagerung ist unter mechanischen Gesichtspunkten die günstigere Variante. Bei diesem Lagerungskonzept werden die Massenkräfte der Mühle und der Füllung nicht wie bei der Halslagerung über die Stirnwände abgeleitet, sondern die Abstützung der Mühle erfolgt direkt über Gleitringe. Diese Art der Lagerung bringt hinsichtlich der Gestaltung der Mühlenstruktur zwei Vorteile mit sich. Zum einen können die Stirnwände leichter ausgeführt werden, da diese nur noch durch den Innendruck der Mühlenfüllung belastet werden. Zum anderen ist aufgrund des geringen Lagerabstandes die Biegebeanspruchung des Zylinders ebenfalls geringer [45]. Bei der Anordnung der Lager an der Position der Stirnscheiben wird eine zusätzliche Stabilität und ein Widerstand gegen Verformung des Zylinders erzielt. Aus verfahrenstechnischer Sicht bietet die Umfangslagerung ebenfalls den Vorteil der variablen Gestaltung der Ein- und Auslaßöffnungen.

2.2.3 Antrieb

Zur Übertragung des Antriebsmomentes auf den Mühlenzylinder wird am häufigsten der Zahnkranz-Ritzel-Antrieb angewendet (Abb. 2.7 a). Der Zahnkranz ist mittels eines Flansches mit dem Mühlenmantel oder der konischen Zylinderwand verbunden. Größere Zahnkränze werden geteilt ausgeführt. Die Leistungsübertragung über ein Ritzel ist bis maximal einer Leistung von etwa 4 500 kW möglich. Üblich sind Leistungen bis zu 3 500 kW je Ritzel [4, 45]. Ein gleichmäßiges Tragen der Zähne über die gesamte Flankenbreite ist bei Zahnbreiten bis 1 100 mm gewährleistet [99]. Bei höheren Antriebsleistungen werden zwei oder mehr Ritzel eingesetzt. Der Antrieb erfolgt dann entweder mit einem Motor und einem Verzweigungsgetriebe oder über getrennte Motoren. Eine andere Variante ist die Anordnung von zwei und mehr Ritzeln in einem leistungsverzweigenden Zahnkranzgetriebe. Bei Verwendung von zwei Doppelantrieben, mit insgesamt vier Ritzeln, wird eine Leistungsübertragung von 2x5,5 MW realisiert. Mit einem Vier-Motoren-Antrieb sind auch Leistungen zwischen 11 und 25 MW möglich [40].



(a) Zahnkranz-Ritzel-Antrieb

(b) Zentralantrieb

(c) Ringmotor

Abbildung 2.7: *Antriebskonzepte bei Sturzmühlen*

Beim Zentralantrieb ist eine Verlängerung des Halslagerzapfens oder bei umfangsgelagerten Mühlen das Austragsrohr als Hohlwelle ausgeführt (Abb. 2.7 b). Die Leistungsübertragung erfolgt über angekuppelte oder direkt angeflanschte Zapfengetriebe. Zur Drehzahluntersetzung werden mehrstufige Stirnradgetriebe, Planetengetriebe oder die Kombination beider Arten verwendet. Antriebsleistungen bis zu 12 MW lassen sich mit Planetengetrieben realisieren [22].

Eine besonders für große Sturzmühlen geeignete Antriebsvariante ist der Ringmotor (Abb. 2.7 c). Bei diesem Antriebskonzept können höhere Leistungen als bei den herkömmlichen Ritzelantrieben übertragen werden. Hierbei wird der Rotorteil des eigentlichen Motors in Form von mehreren Polsegmenten direkt auf die rotierenden Teile der Mühle montiert. Die Anordnung kann entweder auf einem verlängerten Teil des Lagerzapfens oder am Umfang des Mühlenmantels erfolgen. Der Stator des Motors wird um die Mühle herum errichtet. Das Leistungsspektrum installierter getriebeloser Motoren reicht von 3,5 MW bis 19,4 MW [46, 89]. Seitens der Elektroindustrie sind solche Motoren bereits bis zu einer Leistung von 30 MW konzipiert worden [27].

2.2.4 Panzerung

Die Panzerung der Mühle dient in erster Linie als Verschleißschutz. Als Material werden in der Regel hochlegierte Stahlgussorten, wie z. B. kaltverfestigender Mn-Hartstahl, NiCr-, CrMo- und MnMo-Stähle, mit einem hohen Abrasionswiderstand verwendet [94]. Panzerungselemente aus Gummi, Aluminium, Keramik und Kunststoff kommen ebenfalls zum Einsatz [65]. Durch eine Profilierung in Umfangsrichtung oder durch zusätzliche Hubleisten wird eine bessere Kraftübertragung und Verringerung des Schlupfes zwischen Zylinder und Mühlenfüllung erzielt [97]. Heutzutage werden vorrangig Panzerungen in Wellen-, Rechteck-, Trapez- und Stufenform eingesetzt (Abb. 2.8) [22, 34]. Teilweise variiert die Höhe der einzelnen Hubleisten über den Umfang der Mühle.

Sortierende Mühlenpanzerungen besitzen eine Strukturierung in axialer Richtung und bewirken eine Klassierung der Mahlkörper zur Erzielung einer günstigeren Zerkleinerung entsprechend des Mahlfortschritts [22]. Rohrmühlen werden teilweise mit klassierenden Zwischenwänden in Mahlkammern unterteilt. Bei Naßmühlen erfolgt der Produktaustrag oft durch einen Überlauf. Dagegen ist bei Mühlen mit Zwangsaustrag eine Klassierwand in Kombination mit Hubschaufeln angeordnet.

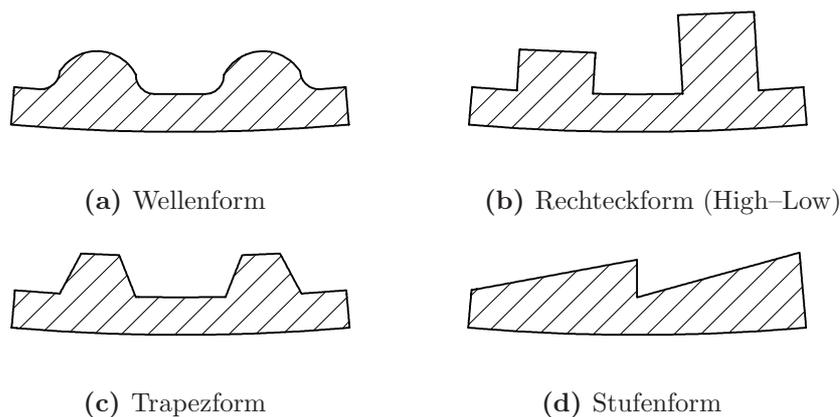


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der gebräuchlichsten Formen von Mühlenpanzerungen

Zur besseren Handhabbarkeit beim Austausch werden die Panzerungselemente in Umfangs- und axialer Richtung als Segmente ausgeführt. Jedes einzelne Segment wird mit bis zu vier Schrauben am Mühlenzylinder befestigt. Bei schraubensparenden Panzerungen werden einzelne Segmente mit den geschraubten Segmenten verspannt. Da die Bohrungen im Mühlenzylinder eine Schwächung der Struktur darstellen, wurden schraubenlose Panzerungen entwickelt. Das zusätzliche Gewicht der metallischen Panzerung und Wände liegt in der gleichen Größenordnung wie das Gewicht des Zylinders und der Stirnwände. Die Panzerungselemente, Austrags- und Zwischenwände werden in der Berechnung nicht als tragende Strukturen betrachtet [32].

2.3 Dimensionierung des Mühlenzylinders von Sturzmühlen

Die FEM wird im Anlagenbau seit Ende der 70er Jahre angewendet [87]. Bei Sturzmühlen wird dieses Verfahren schwerpunktmäßig zur Dimensionierung und zum Festigkeitsnachweis des Mühlenzylinders eingesetzt. In den Anfängen des Einsatzes der FE-Programme musste man sich aufgrund der noch fehlenden Rechnerleistung auf einfache Modelle beschränken. Die gesamte Struktur der Mühle wurde in einer Schnittebene durch rotationssymmetrische Elemente abgebildet. Die veränderlichen Lasten in Umfangsrichtung mussten für diesen Elementtyp in Form einer Fourier-Reihe aufgebracht werden. Detailuntersuchungen erfolgten an separaten, feiner vernetzten Model-

len unter Verwendung von Volumenelementen. Als Randbedingungen für den zweiten Berechnungsschritt wurden an den Schnittflächen der Substruktur die Ergebnisse der ersten Berechnung definiert [71, 87, 88].

Heutzutage werden die Mühlen unter Ausnutzung der vertikalen Symmetrie mit Volumenelementen modelliert [32, 43]. Dies bietet den Vorteil, ebenfalls die Beanspruchungen an den Übergängen verschiedener Querschnitte des Mühlenzylinders und an den Schweißnahtverbindungen mit einem Modell und einem Berechnungsgang zu ermitteln. Mit den Volumenmodellen lassen sich ebenfalls die Beanspruchungen der Teilungsflanche sowie der Schraubverbindungen ermitteln. Die Untersuchung der angrenzenden Konstruktionselemente wie z. B. die Lagerung oder der Zahnkranz-Ritzel-Antrieb erfolgt mit separaten Analysen [31, 33, 45].

Die Güte einer FE-Berechnung hängt nicht nur von dem Diskretisierungsgrad des Strukturmodells ab, sondern auch im entscheidenden Maße von den getroffenen Lastannahmen. Für die Berechnung der Mühlenstruktur sind vier Belastungsarten zu berücksichtigen (Abb. 2.9):

- Eigengewichte der Mühlenstruktur und der Panzerung (F_G)
- Antriebskräfte (F_A)
- Lagerdrücke (p_L)
- Druckbelastung der Mühlenfüllung auf Zylinder und Stirnwände (p_{MG})

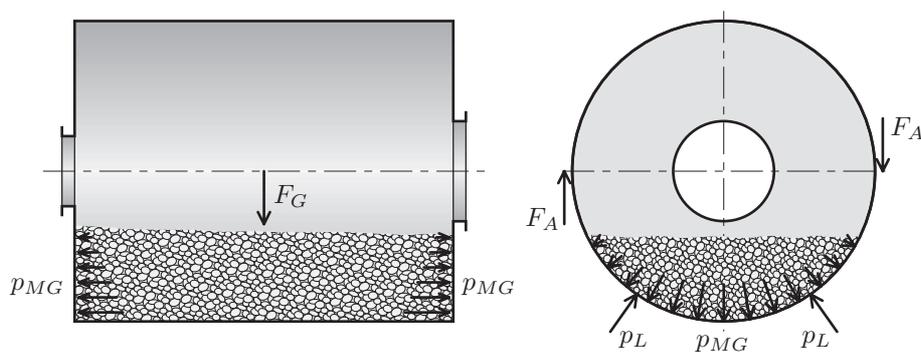


Abbildung 2.9: Lasten an einer Sturzmühle – Schnittdarstellung (F_G – Gewichtskräfte der Mühle und Panzerung; F_A – Antriebskräfte, beispielhaft für ein Zwei-Ritzel-Antrieb; p_L – Lagerdrücke, beispielhaft für eine Zwei-Schuh-Lagerung; p_{MG} – Füllgutdrücke auf den Zylinder und die Stirnscheiben)

Je nach Aufstellungsort der Maschine werden mögliche zusätzliche Trägheitskräfte infolge eines Erdbebens durch einen Erhöhungsfaktor entsprechend der Erdbebencharakteristik der Region auf die Lasten berücksichtigt. Die Quantifizierung der ersten drei Belastungsgrößen ist relativ einfach. Die Masse der Mühle und der Panzerung ergibt sich aus den Geometrien der einzelnen Konstruktionsteile und den Dichten der verwendeten Materialien. Die Antriebskräfte können aus der benötigten Antriebsleistung und der Betriebsdrehzahl errechnet werden. Zur Bestimmung der Antriebsleistung existieren empirische Gleichungen, die den Füllungsgrad, die relative Drehzahl sowie die Art der Mühlenfüllung und der Panzerung berücksichtigen [21, 2, 42, 58, 97]. Die Höhe der Lagerdrücke resultiert aus den Gleichgewichtsbedingungen. Je nach Art der verwendeten Lagerung ergibt sich die Form der Druckverteilung über der Fläche des Gleitlagers.

Die Druckbelastung der Mühlenfüllung, die sowohl auf den Zylinder als auch auf die Stirnwände wirkt, kann dagegen nur abgeschätzt werden. Die qualitative und quantitative Verteilung hängt neben der Zusammensetzung der Füllung auch von der Betriebsweise der Anlage und den Materialkenngrößen ab [87, 31]. Da keine Verfahren für die Ermittlung der Füllgutbelastung im Betriebszustand zur Verfügung stehen, ist es üblich, diese für die Lastmodellierung in der FE-Berechnung in einer einfachen Form darzustellen. Es wird von der Annahme ausgegangen, dass die Füllgutmasse einen hydrostatischen Druck auf den Zylinder und die Stirnwände ausübt. Die Füllung wird dabei im Ruhezustand mit einer horizontalen Oberfläche betrachtet [32].

2.4 Modellierung der Zylinderbelastung durch die Mühlenfüllung

Für die Ermittlung der Beanspruchung des Mühlenzylinders wird als Lastannahme in der Berechnung für die Mühlenfüllungsbelastung der maximale Füllungsgrad angesetzt. In dem momentan üblichen Ansatz wird dabei die Mühlenfüllung im Stillstand der Mühle betrachtet. Darüber hinaus können aus den theoretischen Bewegungszuständen der Mühlenfüllung, der Kaskaden- und Kataraktbewegung, zwei weitere Belastungsfälle abgeleitet werden.

2.4.1 Belastungsfall: Stillstand

Im Stillstand verteilt sich die Mühlenfüllung in der Mühle gleichmäßig in Form eines Kreissegmentes. Zur Berechnung des Füllgutdrucks wird davon ausgegangen, dass die Füllung einen hydrostatischen Druck wie eine Flüssigkeit auf den Mühlenzylinder erzeugt (Abb. 2.10).

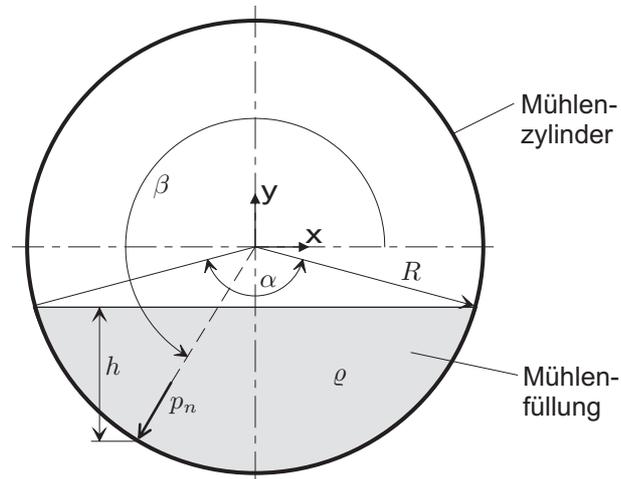


Abbildung 2.10: Hydrostatischer Füllgutdruck im Stillstand

In Abhängigkeit der Füllhöhe h ergibt sich der normale Wanddruck p_n zu:

$$p_n(\beta) = \rho g h(\beta) \quad \left(\frac{1}{2}(3\pi - \alpha) \leq \beta \leq \frac{1}{2}(3\pi + \alpha) \right) \quad , \quad (2.3)$$

wobei mit

$$h(\beta) = R \left(\cos\left(\beta - \frac{3}{2}\pi\right) - \cos\frac{\alpha}{2} \right) \quad (0 \leq \alpha \leq \pi) \quad (2.4)$$

Gleichung (2.3) zu

$$p_n(\beta) = \rho g R \left(-\sin\beta - \cos\frac{\alpha}{2} \right) \quad (2.5)$$

vereinfacht werden kann. Das Verhältnis aus der Kreisfläche des Mühlenzylinders und der Fläche des gefüllten Kreisabschnittes entspricht dem Mühlenfüllungsgrad φ .

$$\varphi = \frac{\alpha - \sin\alpha}{2\pi} \quad . \quad (2.6)$$

Aus dieser Beziehung kann der Füllwinkel α ermittelt werden.

Zur Vereinfachung wird der Druck p_n von Gleichung (2.5) durch Normierung mit der Füllgutdichte ρ , der Erdbeschleunigung und dem Mühlenradius R in einen dimensionslosen Druck p^* überführt:

$$p^* = \frac{p}{\rho g R} \quad (2.7)$$

$$p_{n,St}^*(\beta) = -\sin \beta - \cos \frac{\alpha}{2} \quad (2.8)$$

In Abb. 2.11 ist der Verlauf des dimensionslosen Drucks exemplarisch für verschiedene Füllungsgrade dargestellt. Aufgrund der gleichmäßigen Verteilung der Mühlenfüllung im Zylinder ergibt sich eine symmetrische Druckverteilung. Der durch Druck belastete Bereich des Zylinders wird mit steigendem Füllungsgrad größer und entspricht dem Füllwinkel α . Das Maximum des Druckes befindet sich am unteren Punkt des Mühlenzylinders.

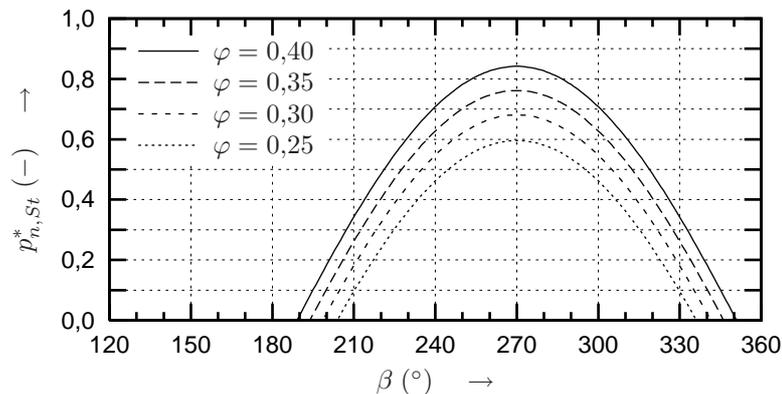


Abbildung 2.11: Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand im Stillstand für verschiedene Füllungsgrade nach Gleichung (2.8)

2.4.2 Belastungsfall: Kaskadenbewegung

Um aus dem Bewegungszustand der Mühlenfüllung einen Wanddruck ableiten zu können, müssen einige Vereinfachungen getroffen werden. Deshalb wird die Füllgutmasse als starrer Körper ohne die innere Bewegung der einzelnen Partikel im ausgelenkten Zustand betrachtet. Unberücksichtigt bleibt ebenfalls die innere Reibung. An einem differentiellen Volumen der Mühlenfüllung der Masse dm wirken die Zentrifugal- und die Schwerkraft (Abb. 2.12). Die differentielle Kraft in radialer Richtung dF_r setzt sich

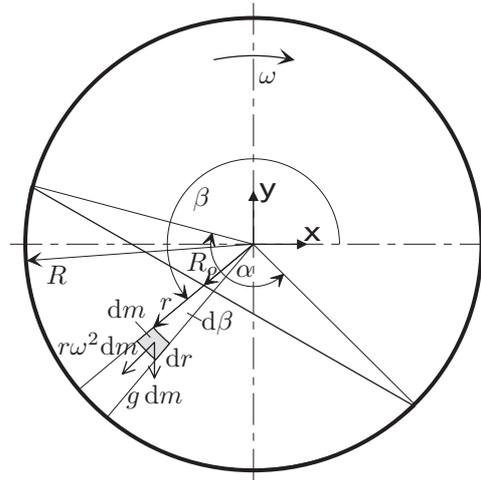


Abbildung 2.12: Kräfte am differentiellen Mühlenfüllungsvolumen bei Kaskadenbewegung

aus der Zentrifugalkraft und dem radialen Anteil der Schwerkraft zusammen. Die differentielle Kraft in tangentialer Richtung dF_t wird nur durch den tangentialen Anteil der Schwerkraft bestimmt. Mit

$$dm = \rho dV = \rho L r d\beta dr \quad (2.9)$$

erhält man für die differentiellen Kräfte in radialer und tangentialer Richtung

$$dF_r = \rho L (-g \sin \beta + r \omega^2) r d\beta dr \quad (2.10)$$

$$dF_t = \rho L g \cos \beta r d\beta dr \quad (2.11)$$

Der Druck auf die Zylinderwand errechnet sich aus der auf ein Wandelement wirkenden Kraft:

$$dp = \frac{dF}{dA} = \frac{dF}{L R d\beta} \quad (2.12)$$

Mit (2.10) und (2.11) ergeben sich diese zu:

$$dp_r = \frac{\rho}{R} (-g \sin \beta + r \omega^2) r dr \quad (2.13)$$

$$dp_t = \frac{\rho}{R} g \cos \beta r dr \quad (2.14)$$

Integriert man (2.13) und (2.14) von der freien Füllgutoberfläche mit dem Radius R_o

bis zum Zylinderradius R

$$p = \int_{R_o(\beta)}^R dp \quad , \quad (2.15)$$

dann erhält man den radialen und tangentialen Wanddruck in Abhängigkeit des Winkels β :

$$p_r(\beta) = \frac{\rho g}{R} \left(-\frac{1}{2} \sin \beta (R^2 - R_o^2(\beta)) + \frac{\psi^2}{3R} (R^3 - R_o^3(\beta)) \right) \quad (2.16)$$

$$p_t(\beta) = \frac{\rho g}{2R} \cos \beta (R^2 - R_o^2(\beta)) \quad (2.17)$$

mit

$$\omega = \psi \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (2.18)$$

aus der Beziehung zur Ermittlung der relativen Drehzahl ψ .

Mit (2.7) lauten die dimensionslosen Drücke in radialer und tangentialer Richtung dann

$$p_{r,KS}^*(\beta) = -\frac{1}{2} \sin \beta (1 - \lambda_r^2(\beta)) + \frac{\psi^2}{3} (1 - \lambda_r^3(\beta)) \quad (2.19)$$

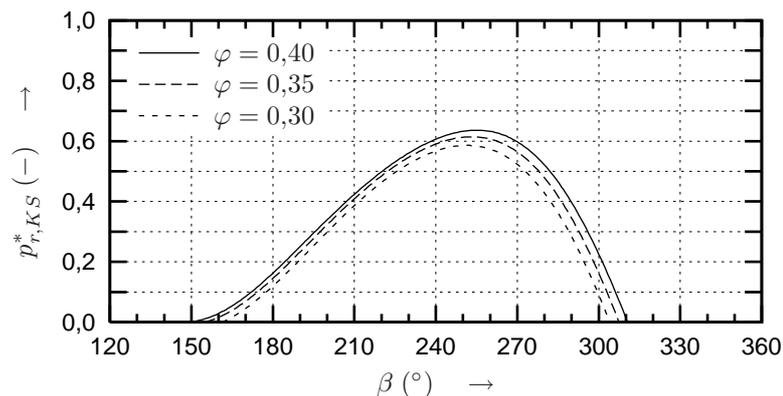
$$p_{t,KS}^*(\beta) = \frac{1}{2} \cos \beta (1 - \lambda_r^2(\beta)) \quad , \quad (2.20)$$

wobei

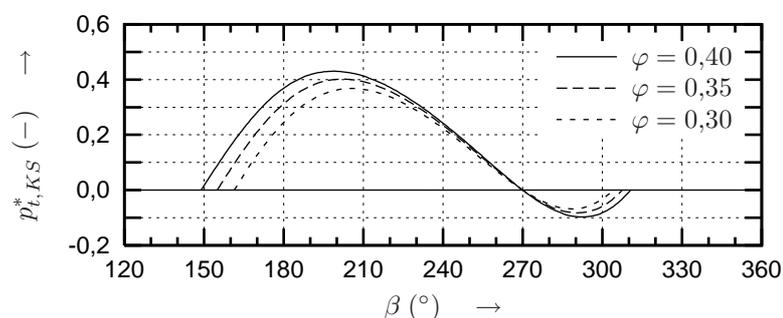
$$\lambda_r(\beta) = \frac{R_o(\beta)}{R} \quad (2.21)$$

das Verhältnis aus dem Radius der Füllgutoberfläche und dem Zylinderradius ist.

Die Verläufe der dimensionslosen Drücke sind exemplarisch für drei verschiedene Füllungsgrade bei einer relativen Drehzahl von 75 % berechnet worden. Die dafür benötigten Werte des Auslenkungswinkels β_a wurden aus den in [5] angeführten Winkeln interpoliert (s.a. Kap. A.4). Der radiale Druckverlauf bei Kaskadenbewegung ist unsymmetrisch und in Drehrichtung der Mühle um den jeweiligen Auslenkungswinkel verschoben (Abb. 2.13, s. a. Abb. 2.2). In diesem Zusammenhang ist unter dem Begriff radialer Druck eine flächenbezogene Kraft in radialer Richtung zu verstehen. Eine nach außen gerichtete Kraft bewirkt einen positiven radialen Druck. Der tangential Druck ist eine auf die gleiche Fläche des Zylinders bezogene tangentiale Kraft. Ein positiver tangentialer Druck ist durch eine in Richtung des Winkels β wirkende Kraft definiert.



(a) Radialer Druck nach Gleichung (2.19)



(b) Tangentialer Druck nach Gleichung (2.20)

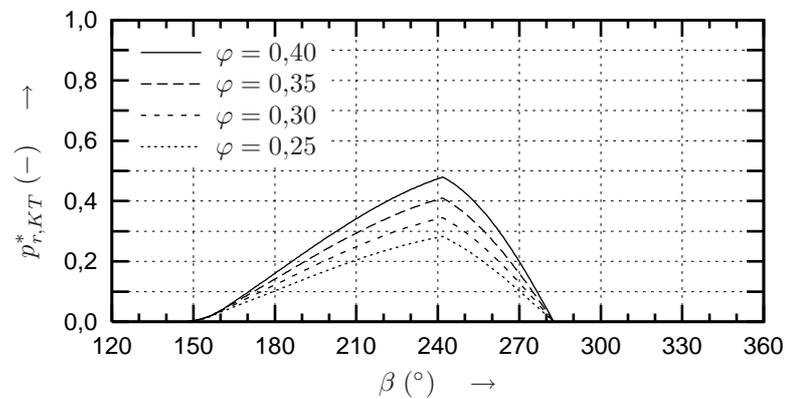
Abbildung 2.13: Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand bei Kaskadenbewegung für verschiedene Füllungsgrade ($\psi = 0,75$)

Die Maxima der radialen Drücke sind im Vergleich zum Lastfall Stillstand geringer. Bei einem Füllungsgrad von 0,3 ergibt sich für die Kaskadenbewegung ein maximaler dimensionsloser Druck von 0,59. Im Stillstand beträgt das Druckmaximum 0,68. Der tangentialer Druckverlauf hat am unteren Punkt des Zylinders einen Nulldurchgang. Die positiven und negativen tangentialen Drücke resultieren aus der Ermittlung der Drücke aus dem tangentialen Anteil der Gewichtskraft der Füllung (Gl.(2.11)).

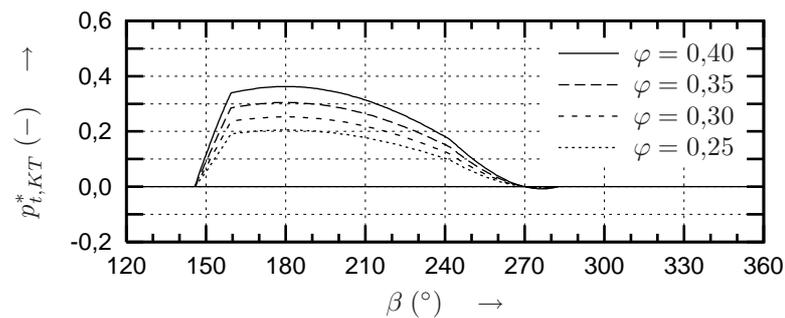
2.4.3 Belastungsfall: Kataraktbewegung

Der aufsteigende Teil des Füllgutes bewegt sich nach den theoretischen Ansätzen mit der Mühlendrehzahl und befindet sich demzufolge relativ zum rotierenden Mühlenzylinder in Ruhe (Abb. 2.4). In diesem Bereich wirken auf die Füllgutmasse die Zentrifugal-

und die Schwerkraft. Mit den für die Kaskadenbewegung entwickelten Gleichungen (2.19) und (2.20) und den gleichen Vereinfachungen kann der dimensionslose Druck p_{KT}^* auf den Zylinder auch bei Kataraktbewegung bestimmt werden. Dabei werden die Gleichungen nur auf den aufsteigenden Teil der Füllung angewendet. Die betrachtete Fläche ist durch die Kurvenabschnitte A–B–C–D–A (s. Abb. 2.4) begrenzt. Die Drücke, die durch den herabfallenden Teil der Füllung auf den Kurvenabschnitt A–B erzeugt werden, können mit diesen Gleichungen nicht beschrieben werden. An der Auftreffkurve können zwar die Geschwindigkeiten ermittelt werden, aber da die Verzögerung der Füllung an dieser Stelle unbekannt ist, ist es nicht möglich die dynamischen Kräfte und somit die Drücke zu berechnen. Das bedeutet, dass die Drücke im Auftreffbereich der Mühlenfüllung bei diesem Ansatz nicht berücksichtigt werden.



(a) Radialer Druck nach Gleichung (2.19)



(b) Tangentialer Druck nach Gleichung (2.20)

Abbildung 2.14: Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand bei Kataraktbewegung für verschiedene Füllungsgrade ($\psi = 0,75$)

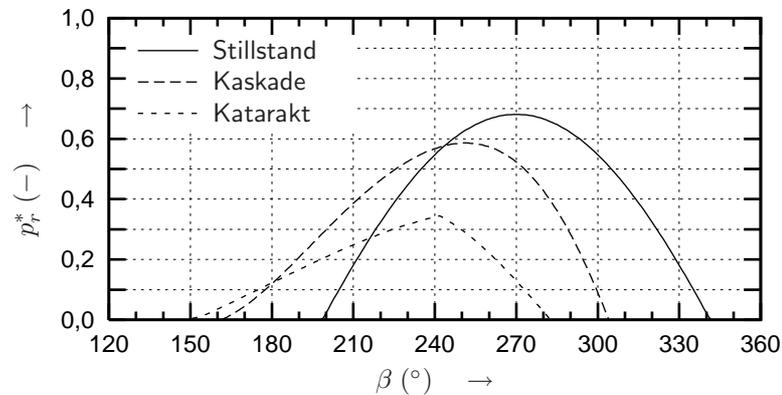
Für verschiedene Füllungsgrade sind die Verläufe der dimensionslosen Drücke in radialer und tangentialer Richtung bei einer relativen Drehzahl von 75 % exemplarisch in Abb. 2.14 dargestellt. Für ein und dieselbe Drehzahl erstrecken sich die Druckverläufe bei verschiedenen Füllungsgraden aufgrund gleicher Auftreffpunkte (A) und Ablösepunkte (D) über einen identischen Bereich des Zylinders. Der radiale Druckverlauf ist durch einen steilen Anstieg im Bereich der Auftreffkurve und einen flachen Abfall zum oberen Ablösepunkt gekennzeichnet. Das Maximum des dimensionslosen Druckes beträgt 0,34 bei einem Füllungsgrad von 0,3. Im Vergleich dazu ergibt sich bei Kaskadenbewegung und gleichem Füllungsgrad ein Druckmaximum von 0,59.

2.5 Bewertung der Ansätze zur Lastmodellierung

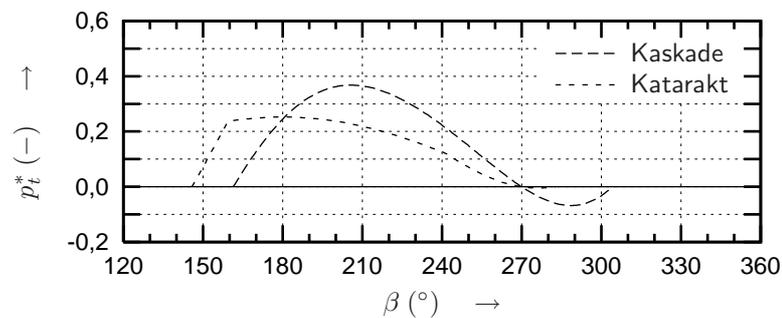
Die Druckverteilung der Mühlenfüllung auf den Zylinder kann für den Stillstand der Mühle sowie für den Kaskaden- und Kataraktzustand auf der Grundlage von relativ einfachen Ansätzen aufgestellt werden. Da die Füllung in Kugelmühlen in Form einer Kugelpackung bzw. in SAG- und AG-Mühlen als Schüttgut vorliegt, ist die hydrostatische Lastverteilung nur als eine grobe Vereinfachung zu betrachten. Darüber hinaus tritt der Belastungsfall Stillstand zeitlich gesehen in der Praxis recht selten auf. Dessen ungeachtet wird dieser Lastfall heutzutage bei der Berechnung für die Mühlenauslegung angewendet [32]. Weitere Ansätze zur Ermittlung der Druckverteilung bei Mühlenbetrieb können auf der Grundlage der theoretischen Betrachtung der Füllgutbewegung für den Kaskaden- und Kataraktzustand aufgestellt werden. Hierbei erfolgt eine Berücksichtigung der Auslenkung und der Verteilung der Mühlenfüllung aufgrund der Mühlendrehung. Dynamische Effekte wie die innere Bewegung des Füllgutes und die Stöße des herabfallenden Gutes in der Auftreffzone werden damit aber nicht erfasst.

In Abb. 2.15 ist der Druckverlauf in radialer und tangentialer Richtung der drei Modellierungsansätze für einen Füllungsgrad von $\varphi = 0,3$ und einer relativen Drehzahl von $\psi = 0,75$ gegenübergestellt. Es zeigen sich große Unterschiede zwischen den Verläufen für den Kaskaden- und Kataraktzustand sowohl in qualitativer als auch in quantitativer Hinsicht. Die beiden Verläufe geben die Grenzzustände an, in welchem sich der tatsächliche Druckverlauf bewegen wird, wenn die Füllgutbewegung in einem kombi-

nierten Zustand stattfindet. Eine annähernd genaue Bestimmung des Druckverlaufes auf der Grundlage der angeführten Ansätze ist nur möglich, wenn die tatsächliche Verteilung der Mühlenfüllung im Mahlraum bekannt ist.



(a) Vergleich radialer Druck



(b) Vergleich tangentialer Druck

Abbildung 2.15: Gegenüberstellung des Füllgutdrucks der verschiedenen Modellierungsansätze für $\psi = 0,75$ und $\varphi = 0,3$

In der Vergangenheit sind verschiedene Untersuchungen zur Kinematik der Mühlenfüllung durchgeführt worden. Als Erster beschrieb *Fischer* [26] im Jahr 1904 verbal die Bewegungsvorgänge auf der Grundlage von visuellen Beobachtungen an einer präparierten Trommel, deren Seitenwand nur mit einem Gitter verschlossen war. Später wurden für ähnliche Versuche Modellmühlen mit Stirnscheiben aus Glas oder Kunststoff verwendet. Mit Zeitlupenaufnahmen konnte *Both* [6] an solch einem Modell die Bahnkurven von Mahlkörpern detailliert analysieren. Die Aufnahmen zeigten einen relativ hohen Schlupf der Mahlkörper auf dem glatten Zylinder, der für diese Untersuchungen verwendet worden ist. Von *Manz* [54] wurde der Schlupf der Mühlenfüllung

an der Wand von Kugelmöhlen systematisch untersucht. *Frühwein* [28] stellte in seiner Arbeit ein Modell vor, das die Verteilung der Mühlenfüllung in der Trommel beschreibt. Dieses Modell wurde mit fotografischen Aufnahmen verifiziert und lieferte zufriedenstellende Ergebnisse für verschiedene Füllungsgrade und Drehzahlen. Aber auch bei diesen Untersuchungen wurde eine Trommel ohne Einbauten verwendet.

Da das Problem des Schlupfes in der Praxis bekannt ist, werden die Mühlenpanzerungen mit Hubelementen ausgestattet. Unter konstanten Betriebsbedingungen, d. h. bei gleichem Füllungsgrad und relativer Drehzahl, sowie gleichen Mahlguteigenschaften unterscheiden sich die Mahlgutdynamik und die Füllungsverteilung bei Verwendung von Hubleisten gegenüber glatten Mahllinnenräumen. Die äußeren Schichten der Füllung, die einen direkten Kontakt mit den Hubleisten haben, werden dadurch auch weiter herausgetragen. Von *Manz* und *Powell* wurden unter Berücksichtigung der Stützwirkung weitere Ablösebedingungen entwickelt [54, 69].

Experimentelle Untersuchungen im Inneren der Mühle gestalten sich aufgrund der ungünstigen Bedingungen durch die bewegte Mühlenfüllung in der Regel als schwierig. Von *Rothkegel* [76] und *Rolf* [74] wurden mittels instrumentierter Mahlkugeln die Beanspruchungsintensitäten in Form von Stoßhäufigkeiten in der Füllung einer Modellmühle ermittelt. Aus der Verteilung der Stoßenergie in Wandnähe könnte mit dieser Methode der qualitative Verlauf des Gesamtdrucks der Füllung auf den Zylinder abgeleitet werden. Die direkte Messung der Wanddrücke wurde von *Moys* [59, 60] an einer Modellmühle vorgenommen. Verwendet wurde dafür ein in die Panzerung und Zylinder integrierter Messaufnehmer. Die Untersuchungen erfolgten jeweils mit einer glatten und gewellten Panzerung bei verschiedenen Füllungsgraden und Drehzahlen. Am qualitativen und quantitativen Verlauf der gemessenen Kräfte wird der Einfluss der Panzerungsform und somit der Füllungsverteilung deutlich.

Neben den bisherigen experimentellen Methoden bieten sich u. a. auch Simulationsmethoden für die Ermittlung der Belastungsgrößen an. Durch die Bereitstellung von leistungsfähigen Rechnern ist man heute in der Lage, die Füllgutbewegung in Sturzmöhlen zu simulieren. Um mit einem Simulationsmodell die Belastung des Mühlenzylinders zu berechnen, muss die Berechnungsmethode in der Lage sein, die Füllgutbewegung und -verteilung unter Berücksichtigung der wichtigsten Einflussgrößen zu beschreiben. Bezüglich der Mühle sind die Parameter

- Geometrie (Abmessungen, Form)
- relative Drehzahl
- Panzerung (Geometrie, Anzahl)

in das Modell einzubeziehen. Von der Mühlenfüllung müssen getrennt für das Mahlgut und für die Mahlkörper

- Größe (Verteilung, Gattierung)
- Füllungsgrad
- Materialeigenschaften (Dichte, Reibungswerte, Steifigkeiten, Stoßfaktoren)

vom Modell erfasst werden. Die Berücksichtigung von Naß- oder Trockenmahlung sollte über variierende Materialparameter möglich sein. Eine geeignete Methode, die die genannten Einflussgrößen in einem Modell berücksichtigen kann, ist die seit einigen Jahren verstärkt eingesetzte Diskrete-Elemente-Methode (DEM). Im folgenden Abschnitt wird diese Methode etwas detaillierter vorgestellt.

Auf der Grundlage der Numerik und des Prinzips der DEM wird in Kap. 4 das System Sturzmühle durch die notwendigen Vereinfachungen in ein berechenbares Modell überführt. Die Modellierung erfolgt hinsichtlich des Zieles der Simulation: Die Ermittlung der Druckverteilung der Mühlenfüllung auf den Zylinder. In Kap. 5 werden die Ergebnisse der Simulation vorgestellt. Die Bewertung der Resultate wird in Kap. 6 anhand einer optischen Gegenüberstellung der numerisch ermittelten Bewegungszustände der Mühlenfüllung und experimentellen Untersuchungen an einem Mühlenmodell vorgenommen. Die simulierten Druckverteilungen werden qualitativ mit an einer Labormühle gemessenen Kraftverteilungen verglichen. Darüber hinaus werden die mit der Simulation ermittelten Druckverteilungen zusammen mit den theoretischen Lastansätzen aus Kap. 2.4 als Lastannahmen für eine FEM-Berechnung einer Mühle verwendet. Abschließend erfolgt eine Gegenüberstellung und Bewertung der Berechnungsergebnisse mit Spannungsverläufen aus Dehnungsmessungen an einer SAG-Mühle einer Versuchsmahlanlage.

3 Diskrete Elemente Methode

3.1 Grundgedanke und Anwendungen

In den letzten Jahren ist seitens der Forschung ein verstärktes Interesse an Untersuchungen von granularen Stoffen zu verzeichnen. Unter granularen Stoffen, oder auch granulare Materialien, werden Mehrkörpersysteme verstanden, deren Gesamtabmessungen groß sind gegenüber den Abmessungen der Einzelkörper des Systems. Granulare Materialien sind u. a. in der Nahrungsmittel-, Rohstoff- und Chemischen Industrie anzutreffen. In diesen Industriezweigen werden Schüttgüter wie z.B. Zucker, Getreide, Sand, Zement, Dünger oder Farbstoffe verarbeitet. Granulare Materialien weisen allein oder in Verbindung mit Gasen oder Flüssigkeiten spezielle Eigenschaften auf, die sich von Kontinua in fester, flüssiger oder gasförmiger Form unterscheiden. So ist beispielsweise bei der Bewegung von granularen Stoffen eine Dissipation von Energie im Inneren des Systems zu verzeichnen. Die innere Reibung führt bei Haufwerken zur Ausbildung eines Schüttwinkels, der sich aber unter dem Einfluss von Schwingungen auch verändert. Da die unregelmäßige Oberfläche der Körner eine Verhakung der einzelnen Körper untereinander bewirkt, kommt es bei diesen Stoffen leicht zu einer Brückenbildung zwischen festen Wänden. Bei fluidisierten Schüttgütern ist eine Bewegung in Lawinenform zu beobachten. Heutzutage können solche Vorgänge auch am Computer simuliert werden. Möglich wurde dies durch die Bereitstellung von Rechenkapazität, mit der man in der Lage ist, die Bewegung von Systemen aus vielen Einzelkörpern über einen charakteristischen Zeitraum und einer ausreichenden systemspezifischen Schrittweite zu berechnen. Die Simulationen von granularen Stoffen gewinnen zunehmend an Bedeutung, da man durch sie Einblicke in das Innere von Abläufen erlangt, die durch experimentelle Methoden gar nicht oder nur schwer zugänglich sind.

Zur Beschreibung von zeitabhängigen physikalischen Vorgängen können statistische Methoden wie die Monte-Carlo-Simulation (MCS) oder deterministische Methoden wie die Molekulardynamik (MD) verwendet werden. Mit der MD wird in einigen Forschungsgebieten der Chemie, Biologie und Physik die Dynamik von Teilchen simuliert, die in der Größenordnung von Atomen bis Molekülen liegen. In diesen Dimensionen sind intramolekulare Wechselwirkungen wie *Coulomb*- und *van der Waals*-Kräfte relevant, die für granulare Stoffe aber keine Rolle mehr spielen. Basierend auf der MD wurde von *Cundall* und *Strack* die Diskrete-Elemente-Methode entwickelt [18]. Bei dieser Methode wird über rheologische Modelle die spezielle Mechanik der granularen Stoffen wie z. B. Reibung und elastische Stöße zwischen Körpern berücksichtigt.

Der grundlegende Gedanke bei der DEM ist, dass für alle N diskreten Elemente eines Mehrkörpersystems die *Newtonschen* Bewegungsgleichungen für jeden Freiheitsgrad gelöst werden:

$$\mathbf{m}_i \ddot{\vec{x}}_i = \vec{F}_i \quad (i = 1, 2 \dots N) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{J}_i \dot{\vec{\omega}}_i = \vec{M}_i \quad (i = 1, 2 \dots N) \quad (3.2)$$

Die Methode ist sowohl für den zweidimensionalen als auch für den dreidimensionalen Raum anwendbar.

Die zeitliche Integration der Gleichungen (3.1) und (3.2) erfolgt mit numerischen Verfahren. Je nach der erforderlichen Genauigkeit und dem vertretbaren Berechnungsaufwand werden dafür *Runge-Kutta-Verfahren* als explizite oder implizite Einschrittverfahren mit oder ohne Schrittweitensteuerung eingesetzt. Bei den sogenannten Mehrschrittverfahren erfolgt die Berechnung des nächsten Zeitschrittes unter Zuhilfenahme zurückliegender bereits berechneter Punkte [83]. Als besonders stabil und effektiv für die Simulation von granularen Stoffen haben sich Prädiktor-Korrektor-Verfahren wie die Methode nach *Gear* erwiesen [9].

Der in Gleichung (3.1) auf einen Körper wirkende Kraftvektor \vec{F} kann sich aus verschiedenen Krafttypen zusammensetzen. Je nachdem bei welchen Prozessen oder Situationen das Verhalten eines granularen Materials untersucht werden soll, können die einzelnen Kraftwirkungen in der Simulation berücksichtigt oder vernachlässigt werden. In Tab. 3.1 sind einige Krafttypen zusammengestellt, die insbesondere bei Maschinen der Aufbereitungstechnik von Bedeutung sind. Aus der Aufstellung wird deutlich, dass

mit der DEM grundsätzlich eine Vielzahl von verfahrenstechnischen Prozessen simuliert, und somit entsprechende Parameter für die Auslegung und Dimensionierung der Maschinen ermittelt werden können.

Tabelle 3.1: Auflistung von Kräften auf granulare Materialien und spezielle Anwendungsfälle in der Aufbereitungstechnik (Systematisierung der Krafttypen und speziellen Effekte nach [75])

Krafttyp	Spezieller Effekt	Anwendungsfall
Schwerkkräfte	Gewicht	(alle Prozesse)
	Auftrieb	Schwimm-Sink-Scheider
Elektrische Kräfte	Coulombsche Kraft	Elektroscheider, Koronascheider
	Kondensatoreffekt	Elektrofilter, Kammerscheider
Magnetische Kräfte	Permanentmagnet	Magnetrechen, Trommelscheider
	Elektromagnet	Jones-Plattenscheider, Eisenabscheiber
	Lorentzkraft	Wirbelstrom-Rutschscheider, -Bandscheider
Molekulare Kräfte	Adhäsion	Granulier-, Flotations-, Brikettiermaschinen
Reibungskräfte	Gleitreibung	Bunker, Förderer
	Strömungswiderstand	Sichter, Luftstrommühlen, Wirbelschichtbetten
Stoßkräfte	Elastizität	Siebe, Prallsichter, Brecher, Mühlen, Mischer

Mit Hilfe der DEM wurden bereits mehrere Untersuchungen auf dem Gebiet der Aufbereitung durchgeführt. In dem Bereich der Mischtechnik wurde z. B. das Verhalten unterschiedlicher Stoffe in Mischtrommeln sowie die Effektivität von verschiedenen Mischorganen analysiert [47, 72, 61, 23]. Die DEM wurde desweiteren zur Veranschaulichung des Bunkerausflusses [52, 73, 13] und zur Berechnung von Wandspannungen an Silos [55] sowie zur Simulation der Klassierung [79] eingesetzt. Im Bereich der Zerkleinerungsmaschinen wurde die Mahlgutdynamik in der Hicom-Mühle [35] und in

Schwingmühlen [39, 15] simuliert. Zur Darstellung des Zerkleinerungsprozesses wurden bereits Fragmentationsmodelle in Form von teilbaren Körpern entwickelt, die in das Berechnungsverfahren implementiert wurden [49, 10, 41].

Auf dem Gebiet der Sturzmühlen erfolgten mittels der DEM ebenfalls sehr umfangreiche Untersuchungen. Dabei ist seit den Anfängen die Energieverteilung in der Mahlgutfüllung unter Variation der relativen Drehzahl, des Füllungsgrades und der Art, Anzahl und Geometrie der Hubleisten von größten Interesse [57, 38, 1, 70]. Desweiteren wurde mit dieser Methode der Leistungsbedarf von Sturzmühlen ermittelt [19, 64], sowie Berechnungen zur Optimierung der Hubleisten durchgeführt [29, 84]. Von Cleary erfolgte eine sehr umfassende Abhandlung auch unter Berücksichtigung der Größenverteilung des Mahlgutes und der Partikelgeometrie im Modell [14]. In [10] wurde die Mahlgutbewegung unter Berücksichtigung des in der Mühle stattfindenden Zerkleinerungsprozesses simuliert. Die oben genannten Untersuchungen zielen vorrangig auf die verfahrenstechnische Optimierung des Mahlvorganges. Für eine Ermittlung von Belastungsgrößen zur Auslegung von Sturzmühlen wird die DEM hier erstmals angewendet.

3.2 Partikelwechselwirkungen

Die auf das granulare Material von außen wirkenden Kräfte und Kraftfelder bestimmen die Bewegung des Systems. In den meisten Prozessen sind die Schüttgüter relativ dicht gepackt bzw. die Abstände der Partikel untereinander sind sehr gering. Dadurch kommt es innerhalb des Systems ständig zur gegenseitigen Beeinflussung der Einzelkörper. Kurzzeitige Wechselwirkungen in Form von Stößen werden in sogenannten ereignisgesteuerten Simulationen als Einzelereignis behandelt. Dabei werden die kinematischen Größen der Stoßpartner nur vor und nach dem Stoß ermittelt. Dieses Verfahren ist aber bei Wechselwirkungen in Form von Berührungen über längere Zeiträume nicht geeignet. Bei der DEM werden dagegen die Stoßvorgänge in ihrem zeitlichen Ablauf erfasst. Für die Stabilität der Berechnung muss dies jedoch mit einer genügend kleinen Schrittweite sichergestellt werden. Die Größe des Zeitschrittes hängt neben den Materialparametern der Körper hauptsächlich von der maximalen Geschwindigkeit im System ab. Während der Kontaktzeit wirken auf die Stoßpartner zusätzliche Kräfte. Diese Kontaktkräfte werden für den Zeitraum des Stoßes in den

Bewegungsgleichungen (3.1) mit berücksichtigt.

Die Verfahrensweise bei einem Stoß lässt sich am Beispiel von zwei Kugeln am besten darstellen. Ein Stoß wird dann identifiziert, wenn der Abstand der Mittelpunkte beider Kugeln kleiner ist als die Summe ihrer Radien (Abb. 3.1). Die Durchdringungstiefe δ kann demzufolge mit

$$\delta_{ij} = \max(0, r_i + r_j - |\vec{x}_j - \vec{x}_i|) \quad (3.3)$$

berechnet werden. Die Überlappung δ ist dem Modell nach eine elastische Verformung der beiden Körper.

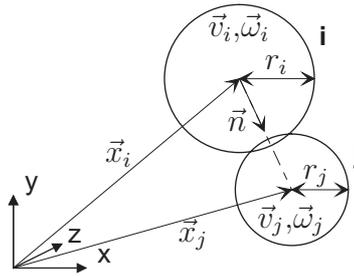


Abbildung 3.1: Ermittlung des Kontaktes von Kugeln in der Simulation

Durch die Mittelpunktskoordinaten der Stoßpartner wird der Stoßnormalenvektor \vec{n} definiert:

$$\vec{n}_{ij} = \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|} \quad (3.4)$$

Die relative Geschwindigkeit an der Kontaktstelle der Körper beträgt:

$$\vec{v}_{ij} = \vec{v}_i - \vec{v}_j + \vec{\omega}_i \times (r_i \vec{n}_{ij}) - \vec{\omega}_j \times (-r_j \vec{n}_{ij}) \quad (3.5)$$

Für den dreidimensionalen Fall wird der Tangentialvektor \vec{t} aus dem tangentialen Anteil der Relativgeschwindigkeit und dem Stoßnormalenvektor ermittelt:

$$\vec{t}_{ij} = \frac{\vec{v}_{ij} - (\vec{v}_{ij} \cdot \vec{n}_{ij}) \vec{n}_{ij}}{|\vec{v}_{ij} - (\vec{v}_{ij} \cdot \vec{n}_{ij}) \vec{n}_{ij}|} \quad (3.6)$$

Die bei einer Überlappung auftretenden Wechselwirkungen werden in Form von Stoß-, Dämpfungs- und Reibkräften berücksichtigt. Entsprechend den physikalischen Effekten werden zur Berechnung der Normal- und Tangentialkräfte verschiedene Ansätze verwendet. Die in Abb. 3.2 dargestellten rheologischen Modelle bilden die Grundlage für die Ermittlung dieser Kräfte. Bei einem Stoß von elastischen Körpern wird ein Teil

der kinetischen Energie gespeichert. Dieses Verhalten wird durch die Verwendung eines Federelementes abgebildet. Die beim Stoß dissipierte Energie wird in andere Energieformen wie z. B. Schall und Wärme gewandelt und führt zur Verringerung des kinetischen Anteils. Die Umsetzung der Dissipation erfolgt mit einem Dämpferelement. Durch eine Parallelschaltung der beiden Elemente werden die beiden Normalkräfte summiert. In tangentialer Richtung wird über eine Reibungskraft ebenfalls Energie dissipiert. Die Modellierung der statischen und dynamischen Reibung erfolgt durch ein in Reihe geschaltetes Feder- und Reibelement.

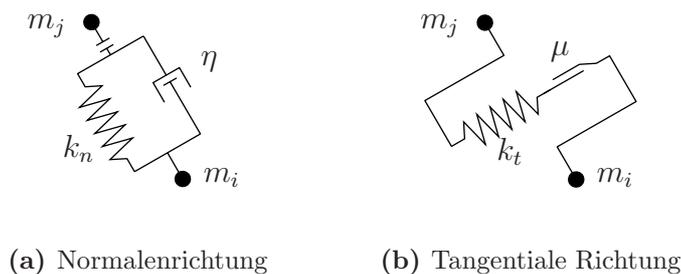


Abbildung 3.2: Rheologische Modelle zur Ermittlung der Kontaktkräfte

3.2.1 Normalkräfte

Die Normalkraft F_n an der Stoßstelle ergibt sich aus der Summe einer elastischen Federkraft F_f und einer Dämpfungskraft F_d (Abb. 3.2 a):

$$\vec{F}_n^{(ij)} = -\max\left(0, F_f^{(ij)} + F_d^{(ij)}\right) \vec{n}_{ij} \quad . \quad (3.7)$$

Frei bewegliche Körper übertragen nur Druckkräfte. Mit der Maximum-Funktion in (3.7) wird sichergestellt, dass zwischen den Körpern keine Zugkräfte auftreten können. Dieser Fall wäre möglich, wenn die beiden Körper sich wieder voneinander entfernen und die Dämpfungskräfte aufgrund hoher Dämpfungswerte größer sind als die elastischen Kräfte.

Die Ermittlung der Federkraft F_f erfolgt aus der Federkonstante k_n und der Durchdringungstiefe δ :

$$F_f^{(ij)} = k_n^{(ij)} \delta_{ij}^a \quad . \quad (3.8)$$

Für den Exponenten a können folgende Ansätze angewendet werden:

- $a = 1$ Hookesches Gesetz
 $a = 1,5$ Hertzscher Kugelkontakt.

Der lineare Ansatz nach *Hooke* mag für die meisten Simulationen genügen. Wenn jedoch die auftretenden Kräfte bei einem Stoß von Körpern von Interesse sind, sollte der Kraftansatz nach *Hertz* für eine exaktere Berechnung verwendet werden. Der größere numerische Aufwand für die Errechnung der Kraft nach diesem Ansatz fällt bei der DEM kaum ins Gewicht [9]. Da im Simulationsmodell Kugeln als Körper verwendet werden, wird dieser Ansatz auch favorisiert. Die Federsteifigkeit k_n wird nach der von *Hertz* entwickelten *Theorie der Härte* [90] aus den Kugelradien r sowie der Querkontraktionszahl ν und dem Schubmodul G der beiden Kugelmaterialien berechnet:

$$k_n^{(ij)} = \left(\frac{1}{\gamma_{ij}} \right)^{3/2} \quad (3.9)$$

mit

$$\gamma_{ij} = \sqrt[3]{\frac{9}{64} \frac{r_i + r_j}{r_i r_j} \left(\frac{1 - \nu_i}{G_i} + \frac{1 - \nu_j}{G_j} \right)^2} \quad (3.10)$$

Für die Bestimmung des dissipativen Anteils bei einem Stoß ist die Verwendung der Stoßzahl e von Vorteil. Sie ist als Verhältnis der Stoßgeschwindigkeiten nach und vor einem Stoß definiert:

$$e = \frac{|v_1|}{|v_0|} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} \quad (3.11)$$

Die Stoßzahl kann experimentell relativ einfach aus der Rücksprunghöhe h_1 und der Fallhöhe h_0 ermittelt werden.

Für die Berechnung der geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungskraft F_d wird ein Ansatz verwendet, der neben der Stoßgeschwindigkeit in Normalenrichtung auch die Durchdringungstiefe δ berücksichtigt:

$$F_d^{(ij)} = \eta_{(ij)} \delta_{ij}^b (\vec{v}_{ij} \cdot \vec{n}_{ij}) \quad (3.12)$$

In Kombination des verwendeten Ansatzes für die elastische Kraft hat die Wahl des Exponenten b Einfluss auf die Abhängigkeit der Stoßzahl von der Stoßgeschwindigkeit. Über den Exponenten b wird der Einfluss der Durchdringungstiefe δ bei den verschiedenen Ansätzen gewichtet. Es gelten:

- $b = 0$ viskoelastische Dämpfung
- $b = 0,25$ Dämpfung nach *Tsuji* [93]
- $b = 0,5$ Dämpfung nach *Kurabawa-Kono* [50].

Bei einem linearen Feder-Dämpfer-Element ($a = 1$; $b = 0$) ist die Stoßzahl unabhängig von der Stoßgeschwindigkeit. Mit dem Ansatz nach *Hertz* für die elastische Kraft und einem linearen Dämpfer ($a = 1,5$; $b = 0$) ist ein Abfall der Stoßzahl bei geringer werdenden Stoßgeschwindigkeiten zu verzeichnen. Dagegen zeigt sich bei Verwendung der *Kurabawa-Kono*-Dämpfung ($a = 1,5$; $b = 0,5$) ein Anstieg der Stoßzahl [80]. Um die Unabhängigkeit der Stoßzahl von der Stoßgeschwindigkeit auch beim *Hertzschen* Kraftansatz zu gewährleisten, muss für die Dämpfungskraft der Ansatz nach *Tsuji* ($a = 1,5$; $b = 0,25$) verwendet werden.

Die Ermittlung der Dämpfung η erfolgt mit der Beziehung:

$$\eta_{ij} = \alpha_d(e) \sqrt{\frac{m_i m_j}{m_i + m_j} k_n^{(ij)}} . \quad (3.13)$$

In dieser Gleichung bewirkt der Wurzelterm die Unabhängigkeit der Dämpfung von den Massen der Stoßpartner und der Steifigkeit in Normalenrichtung (s. a. Anhang A.1). Über den Dämpfungsparameter α_d wird die Energiedissipation gesteuert. Er wird entsprechend der vorgegebenen Stoßzahl e gewählt. Unter Beachtung, dass von den Stoßkörpern keine Zugkräfte übertragen werden, ergibt sich entgegen [93] eine modifizierte Abhängigkeit von e und α_d (Abb. 3.3). Der funktionale Zusammenhang wurde durch die numerische Integration der Bewegungsgleichung unter Variation von α_d ermittelt (s. Anhang A.1).

3.2.2 Tangentialkräfte

Beim Kontakt von Körpern wirkt in tangentialer Richtung eine Reibkraft F_R . Diese ist proportional der Normalkraft F_n und abhängig vom momentanen Bewegungszustand der Körper zueinander:

$$F_R = \begin{cases} [0, \mu_s F_n] & \text{für } v_t = 0 ; \\ \mu_d F_n & \text{für } |v_t| > 0 . \end{cases} \quad (3.14)$$

Um einen Körper aus der Ruhelage zu beschleunigen, muss zunächst die Haftreibung überwunden werden. Im Zustand der Bewegung ($|v_t| > 0$) wirkt dann die Gleitreibung,

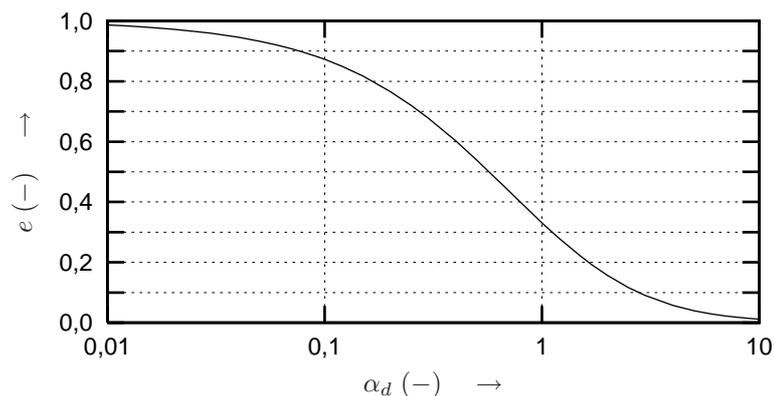


Abbildung 3.3: Darstellung des Dämpfungsparameters α_d in Abhängigkeit der Stoßzahl e

die in der Regel geringer ist als die Haftreibung ($\mu_d < \mu_s$). Dieses Verhalten ist in Abb. 3.4 dargestellt.



Abbildung 3.4: Reibmodell mit Haft- und Gleitreibung

Während die Implementierung der dynamischen Reibung in den Computersimulationen keinerlei Schwierigkeiten bereitet, ist die Umsetzung der statischen Reibung mit etwas mehr Aufwand verbunden. Die Modellierung der statischen Reibung ist notwendig, um in den Simulationen z. B. auch die Ausbildung von Haufwerken sowie die Brückenbildung zu berechnen. Zur Darstellung der statischen Reibung kann nach [18] ein Federspanmodell verwendet werden (Abb. 3.2 b):

$$F_{R,s} = k_t \int_{t_0}^{t_1} v_t dt \quad . \quad (3.15)$$

Mit dieser Gleichung wird das Spannen einer Feder in tangentialer Richtung beschrie-

ben. Der Vorgang beginnt mit dem Zeitpunkt des ersten Kontaktes t_0 und dauert bis zum momentanen Berechnungsschritt t_1 an. Damit der zurückgelegte Weg beim Kontakt in tangentialer Richtung nicht allzu groß wird, muss für die Feder eine relativ hohe Steifigkeit gewählt werden. Bei Verwendung dieses Reibmodells steigt der Berechnungsaufwand. Da aber in vielen Anwendungen, wie auch bei der Simulation der Mühlenfüllung, die Bewegungen der Körper berechnet werden und ruhende Kontakte kaum auftreten, wird für die Modellierung der statischen Reibung ein einfacherer Ansatz angewendet:

$$F_{R,s} = k_t F_n \quad (3.16)$$

mit

$$k_t = \mu_d \frac{|v_t|}{v_G} \quad . \quad (3.17)$$

Bei Geschwindigkeiten unterhalb der Grenzgeschwindigkeit v_G besteht dann ein linearer Zusammenhang zwischen der Reibungskraft und der Tangentialgeschwindigkeit (Abb. 3.5).

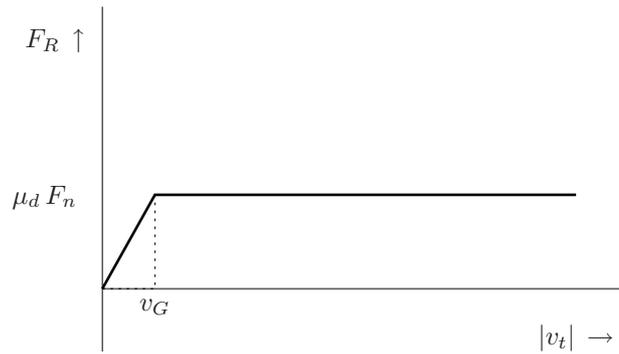


Abbildung 3.5: Einfaches Reibmodell in der Computersimulation

Oberhalb der Grenzgeschwindigkeit wirkt die dynamische Reibung:

$$F_{R,d} = \mu_d F_n \quad . \quad (3.18)$$

Die am Kontaktpunkt angreifende Tangentialkraft wird dann mittels der Minimumfunktion aus den beiden Reibkräften ermittelt:

$$\vec{F}_t^{(ij)} = - \min (F_{R,s} , F_{R,d}) \vec{t}_{ij} \quad . \quad (3.19)$$

3.3 Resultierende Partikelkräfte

Für jedes Partikel des Simulationsmodells werden die ermittelten Wechselwirkungskräfte in Normalen- und tangentialer Richtung mit der Gewichtskraft des Körpers zu einer resultierenden Kraft zusammengefasst

$$\vec{F}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \left(\vec{F}_n^{(ij)} + \vec{F}_t^{(ij)} \right) + m_i \vec{g} \quad . \quad (3.20)$$

Das Partikelmoment wird aus den Tangentialkräften und den dazugehörigen Abständen berechnet:

$$\vec{M}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \left((r_i \vec{n}_{ij}) \times \vec{F}_t^{(ij)} \right) \quad . \quad (3.21)$$

Der Kraft- und Momentenvektor wird in die Bewegungsgleichungen (3.1) und (3.2) eingesetzt.

Man ist mit der DEM bereits in der Lage, zahlreiche Untersuchungen zur Dynamik von granularen Stoffen durchzuführen, wenn lediglich die Partikelwechselwirkungs- und Gewichtskräfte in der Simulation berücksichtigt werden. Aus den kinematischen Größen der Partikel und einem Potentialfeld lassen sich darüber hinaus noch weitere Kraftwirkungen ermitteln (s. Tab. 3.1). Aus der Position des Partikel, dem Verlauf eines Magnet- oder elektrischen Feldes und den entsprechenden Materialparametern können z. B. magnetische und elektrische Kräfte berechnet werden. Mit dem Geschwindigkeitsfeld eines Fluides und der Position sowie der Geschwindigkeit des Partikels lassen sich Widerstandskräfte auf das Partikel ermitteln. Das Einsatzgebiet dieser Methode kann sich demzufolge noch vergrößern, wenn diese Kräfte ebenfalls mit in die Simulation einbezogen werden.

3.4 Körpergeometrien und Stoßerkennung

Bei der DEM bestehen seitens der Geometrie der Körper keinerlei Beschränkungen. Es können einzelne und auch zusammengesetzte Körper modelliert werden. In den meisten Simulationen werden Kugeln bzw. bei zweidimensionalen Simulationen Kreise verwendet. Da diese Körperform jedoch ein Abrollen des einzelnen Partikel ermöglicht, wurden einige Untersuchungen mit anderen Geometrien wie z. B. Polygonen [56]

und Ellipsoiden [16] durchgeführt. Zur einfacheren Simulation der statischen Reibung wurden in [67] aus fünf Kreisen sowie in [11] aus vier Dreiecken zusammengesetzte Partikel eingesetzt. Der Nachteil dieser Körpergeometrien liegt aber in dem relativ hohen Rechenaufwand zur Stoßerkennung und zur Berechnung der Eindringtiefe. Bei einem Stoß von zwei Kugeln müssen in einer Berechnungsroutine nach Gl. (3.3) die beiden Radien und die sechs Koordinaten der Mittelpunkte verarbeitet werden. Die Anzahl der zu verarbeitenden Daten ist bei allen anderen Körperformen größer, da weitere Abmessungen sowie die Rotationswinkel hinzukommen. Bei der Verwendung von Dreiecken in der Simulation wird bis zu 78 % der Rechenzeit für der Ermittlung der Stöße und der Überlappung benötigt [9]. Eine Möglichkeit zur Reduzierung des Berechnungsaufwandes für nichtsphärische Körper bietet die Verwendung eines Kollisionsradius (siehe Quelltext zu [44]). Dieser entspricht dem Radius der einhüllenden Kugel des jeweiligen Körpers. Zur ersten Feststellung von Stößen kann dieser Radius in Gl. (3.3) angewandt werden. Da die Kugel aber der effizienteste Körper bezüglich der Rechenzeit ist, wird diese bei Simulationen von granularen Stoffen sehr häufig eingesetzt. Aus diesem Grund werden auch bei der folgenden Simulation Kugeln zur Darstellung der Mühlenfüllung verwendet.

Nach einem Berechnungsschritt müssen die Partikel ermittelt werden, die untereinander in Wechselwirkung getreten sind. Diese Routine wird bei n Elementen $\binom{n}{2}$ mal nach jedem Zeitschritt durchlaufen (s. Abb. A.4). Bei Systemen mit einer großen Anzahl von einzelnen Elementen nimmt dieser Berechnungsteil die meiste Zeit in Anspruch. Um die Anzahl der Überprüfungen bei Simulationen mit sehr vielen Körpern zu reduzieren, werden sogenannte Nachbarschaftslisten benutzt. Diese Listen enthalten nur die Körper, die in einem zukünftigen Zeitraum von mehreren Einzelzeitschritten untereinander in Wechselwirkung treten können. Zur Erstellung der Listen existieren verschiedene Algorithmen wie z. B. der Gitter- und Link-Cell-Algorithmus [9].

4 Bewegungssimulation der Mühlenfüllung in Sturzmühlen

4.1 Allgemeine Beschreibung des Systems Sturzmühle

Für die Darstellung eines realen Systems in einem Modell ist es zunächst notwendig, das System hinsichtlich der späteren Modellbildung abzugrenzen und durch seine signifikanten Systemelemente und Systemprozesse zu charakterisieren. Für die Funktion des Systems und die Aufrechterhaltung der im System ablaufenden Prozesse findet über die Systemgrenze hinweg ein stofflicher und energetischer Austausch mit der Umgebung des Systems statt.

Um ein Modell für die Simulation der Füllgutbewegung zu entwickeln, ist es nicht sinnvoll, alle konstruktiven Baugruppen einer Sturzmühle zu berücksichtigen. Zur Be-

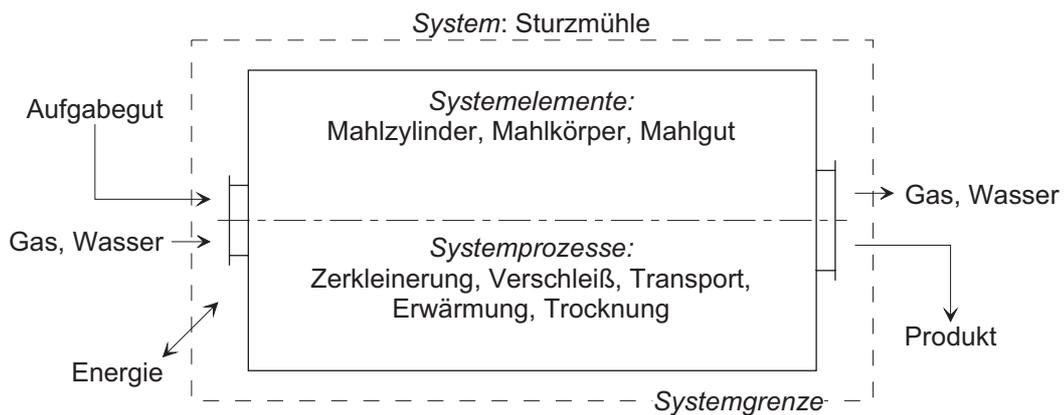


Abbildung 4.1: Allgemeine Darstellung des Systems Sturzmühle

schreibung des Systems Sturzmühle ist es ausreichend, den Mühlenzylinder mit der integrierten Panzerung, die Mahlkörper und das Mahlgut als Systemelemente zu definieren (Abb. 4.1). Die einzelnen Elemente werden jeweils durch ihre geometrische Form und ihren Abmessungen sowie durch ihre physikalischen Eigenschaften charakterisiert. Vorrangig müssen die mechanischen Eigenschaften (z. B. Dichte, Elastizitätsmodul, Bruchfestigkeit, Reibkoeffizient) und die thermischen Eigenschaften (z. B. Wärmeleitfähigkeit, spezifische Wärmekapazität, Siedetemperatur) berücksichtigt werden. Andere physikalische und chemische Eigenschaften spielen keine oder nur eine untergeordnete Rolle.

Der in der Mühle stattfindende Mahlprozess kann in einzelne Teilprozesse unterteilt werden. Die eigentliche Mahlung besteht aus den Zerkleinerungs- und den Transportvorgängen. Daneben finden in der Mühle weitere Prozesse statt, die mit dem Mahlprozess direkt im Zusammenhang stehen. Die Beanspruchungen in der Mühle haben neben der Zerkleinerung des Mahlgutes auch einen Verschleiß der Mühleneinbauten und der Mahlkörper zur Folge. Die für die Mahlung eingesetzte Energie wird zum großen Teil in Wärme umgewandelt. Im stationären Zustand besitzen der Mühlenzylinder und die Mahlkörper eine höhere Temperatur als die Umgebung. Das Mahlgut wird beim Transport durch die Mühle ebenfalls erwärmt. In einigen Anwendungen von Sturzmühlen wird die Mahlung mit einer Trocknung des Mahlgutes kombiniert. In diesem Fall sind im System auch Phasenübergänge zu berücksichtigen. Aufgrund der Bedeutung der Zerkleinerungs- und Transportprozesse in der Mühle werden diese noch genauer betrachtet.

In Sturzmühlen wird das Mahlgut durch die Mahlkörper oder bei der Autogenmahlung durch das Grobgut aufgrund Druck, Schlag und Scherung zerkleinert [34]. Die Schlagbeanspruchung findet in der Region der Mahlgutschleppe durch die herabfallende Mühlenfüllung statt. Im Bereich der sich aufwärtsbewegenden Füllung treten Druck- und Scherbeanspruchung auf. Eine Zerkleinerung des Mahlgutes findet tatsächlich nur dann statt, wenn die Höhe der Gesamtbeanspruchung die Beanspruchbarkeit des Partikels überschreitet. Sehr häufig wird die Bruchgrenze jedoch nicht erreicht. Deshalb ist der Zerkleinerungswirkungsgrad von Sturzmühlen im Vergleich zur Einzelkornzerkleinerung sehr niedrig und liegt etwa zwischen 6 % und 9 % [36]. Das bedeutet, dass ein sehr großer Teil der eingebrachten mechanischen Energie in Wärme umgesetzt wird.

Die in der Mühle ablaufenden Transportvorgänge können nach der Bewegungsrichtung in eine axiale Bewegung und eine Bewegung in der Kreisebene unterteilt werden. Die axiale Bewegung des Mahlgutes vom Mühleneinlauf zum Mühlenaustrag findet aufgrund der Differenz der Mahlguthöhe im Mahlraum zwischen Ein- und Auslauf statt. Durch das Durchströmen der Mühle mit Gasen oder der Zugabe von Wasser wird der axiale Transport des Mahlgutes unterstützt. In der Kreisebene führen die Mahlkörper und das Mahlgut aufgrund der Mühlendrehung eine Kaskaden- oder Kataraktbewegung aus (s. Kap. 2.1). Die Bewegungsvorgänge bewirken auch eine Entmischung der Mahlkörper und des Mahlgutes. Dieser Effekt wird mit sogenannten klassierenden Panzerungen ausgenutzt, um die Kugelgattierung entsprechend dem Mahlfortschritt in der Mühle ihrer Größe nach zu sortieren. Mit der besonderen Form der Panzerung erreicht man eine Segregation der Mahlkörper in axialer Richtung. Die großen Mahlkugeln sammeln sich am Mühleneinlauf und die kleineren Mahlkugeln am Mühlenaustrag an. In der Kreisebene findet ebenfalls eine radiale Entmischung nach der Größe bzw. der Dichte der Teilchen statt. Es ist zu beobachten, dass sich die kleineren bzw. die schweren Körper im Kern der Mühlenfüllung ansammeln [62]. Dieser Effekt nimmt jedoch mit zunehmender Drehzahl ab.

Der stoffliche Austausch des Systems Sturzmühle mit der Umgebung findet hauptsächlich durch die Aufgabe des Mahlgutes und die Abführung des Zerkleinerungsproduktes statt. Darüber hinaus werden auch Wasser und Gase über den Ein- und Auslauf der Mühle umgesetzt. Der energetische Austausch wird durch die Zuführung von mechanischer Energie über den Antrieb und zusätzlich durch erhitzte Gase in Form von Wärmeenergie bewerkstelligt. Die Abgabe der Energie erfolgt durch Wärmeleitung und Konvektion am Mühlenzylinder sowie durch das erhitzte Zerkleinerungsprodukt und den verdampften Anteil der Feuchtigkeit.

4.2 Modellierung des Systems Sturzmühle

Mit dem zu erstellenden Modell soll die Bewegung der Mühlenfüllung in einer Sturzmühle simuliert werden. Aus der Verteilung der Füllung kann dann die Belastung der Zylinderwand bestimmt werden. Die DEM bietet hinsichtlich des Simulationszieles den Vorteil, dass die Ermittlung der Belastungsverteilung direkt aus den Kontaktkräften

zwischen den diskreten Elementen der Mühlenfüllung und den diskreten Elementen der Zylinderwand möglich ist. Bei der Modellierung soll das System Sturzmühle nun soweit vereinfacht werden, dass es mit der DEM berechenbar wird, aber die Realität noch ausreichend beschreiben kann. Dazu sind einerseits Vereinfachungen der Systemelemente notwendig und andererseits muss das System auf die wesentlichen Systemprozesse beschränkt werden.

4.2.1 Mühlenzylinder

Der Mühlenzylinder wird neben seinen Abmessungen hauptsächlich durch die Form und die Größe der Mühlenpanzerung charakterisiert. Bei der DEM können die diskreten Elemente aus einzelnen Körpern zusammengesetzt werden. Auf diese Weise lassen sich die verschiedenen Panzerungsprofile mittels Prismen in Kreis- und Rechteckquerschnittsform nachbilden. Bei der Mühle, die als Grundlage für die Simulation dient, ist die Panzerung in Rechteckform mit zwei unterschiedlich hohen Hubleisten ausgeführt (Abb. 4.2). Die Kontur des Mühlenzylinders kann deshalb mit einzelnen Quadern relativ genau modelliert werden (Abb. 4.3).

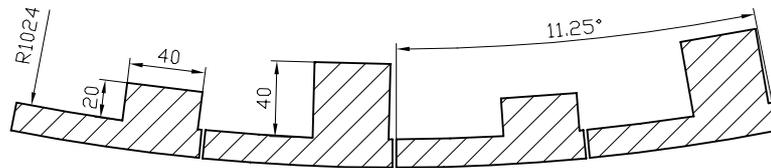


Abbildung 4.2: Geometrie der Mühlenpanzerung

4.2.2 Mahlkörper und Mahlgut

Zur Beschreibung der Mahlkörper und des Mahlgutes muss das Augenmerk auf die Größe der Partikel und somit auf deren Anzahl sowie auf deren Form gerichtet werden. In Tab. 4.1 sind die Abmessungen von Mahlkörpern sowie die Korngrößen des Aufgabegutes und des Produktes für einige typische Anwendungen von Sturzmühlen zusammen mit den Mühlen durchmessern gegenübergestellt.

Da die absoluten Größen der Mahlkörper und des Mahlgutes bei den verschiedenen Mühlentypen keinen Aufschluss über die tatsächlichen Relationen geben, werden die

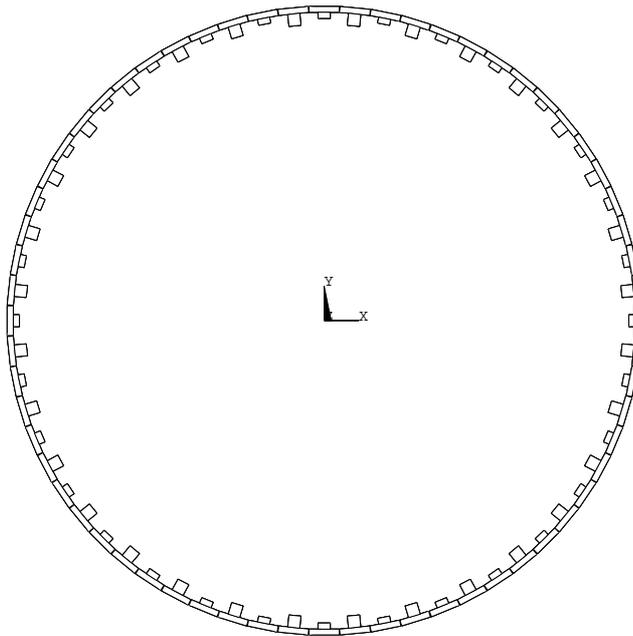


Abbildung 4.3: Aus Quadern zusammengesetztes DEM-Modell der Sturzmühle

Tabelle 4.1: Zusammenstellung einiger Mühlengrößen, Mahlkörperabmessungen, Aufgabe- und Produktkorngößen für verschiedene Mühlentypen (Quellen: [82, 22, 92, 77, 78, 17])^a

Typ	Mahlgut	Mühlendurchmesser	Mahlkörperabmessung	Obere Korngröße	
				Aufgabe	Produkt
		D	d_{MK}	$d_{MG,A}$	$d_{MG,P}$
		m	mm	mm	mm
AG-Mühlen	Erz	5,3 ... 11,0	–	200 ... 300	20
SAG-Mühlen	Erz	3,9 ... 9,8	76 ... 125	50 ... 300	3 ... 20
Stabmühlen	Erz	2,2 ... 4,1	76 ... 102	25 ... 30	1 ... 2
Kugelmühlen	Klinker	3,0 ... 6,0	25 ... 102	22 ... 32	0,125
Kugelmühlen	Erz	2,2 ... 5,9	38 ... 125	1,1 ... 27	0,063 ... 0,35

^a Die in der Tabelle aufgeführten Werte sind den angegebenen Quellen entnommen und stellen nur einen Querschnitt aller möglichen Größen für den Mühlendurchmesser, Mahlkörperdurchmesser und die obere Korngröße dar

Abmessungen der Mahlkörper sowie die obere Korngröße vom Aufgabegut und vom Produkt mit den entsprechenden Mühlendurchmessern ins Verhältnis gesetzt:

$$\lambda_{MK} = \frac{D}{d_{MK}} \quad (4.1)$$

$$\lambda_{MG,A} = \frac{D}{d_{MG,A}} \quad (4.2)$$

$$\lambda_{MG,P} = \frac{D}{d_{MG,P}} \quad (4.3)$$

In Tab. 4.2 sind diese Größenverhältnisse aus den gesammelten Daten der Tab. 4.1 aufgeführt. Aus der Zusammenstellung wird deutlich, dass die Mahlkörper von Stabmühlen relativ groß sind gegenüber dem Mühlendurchmesser. Die Mahlkörperverhältnisse λ_{MK} der anderen Mühlen bewegen sich in einem bestimmten Bereich darüber. In dieser Größenordnung liegt auch das Aufgabegut der Autogen-, SAG- und Stabmühlen. Dagegen ist das Mahlgutprodukt der Kugelmühlen sehr klein im Verhältnis zum Mühlendurchmesser. Die Größe des Produkts der anderen Mühlen und der Aufgabe der Kugelmühlen liegt im mittleren Bereich.

Tabelle 4.2: Größenverhältnisse der Mühlenfüllung nach Tab. 4.1

Typ	Mahlgut	Mahlkörper- verhältnis λ_{MK}	Mahlgutverhältnisse	
			Aufgabe $\lambda_{MG,A}$	Produkt $\lambda_{MG,P}$
AG-Mühlen	Erz	–	11 ... 49	265 ... 550
SAG-Mühlen	Erz	39 ... 131	25 ... 78	435 ... 1 300
Stabmühlen	Erz	29 ... 40	88 ... 137	1 100 ... 2 700
Kugelmühlen	Klinker	58 ... 146	94 ... 270	23 000 ... 47 000
Kugelmühlen	Erz	26 ... 134	88 ... 4 250	13 000 ... 69 000

Die in Tab. 4.2 dargestellten Mahlkörper- und Mahlgutverhältnisse haben ihre Bedeutung hinsichtlich einer Abschätzung der Modellierbarkeit der einzelnen Partikel in einem DEM-Modell. Wird die Mühlenfüllung für einen vorgegebenen Füllungsgrad φ z. B. durch eine monodisperse Kugelpackung modelliert, werden dafür in Abhängigkeit des Partikelverhältnis λ_p eine bestimmte Anzahl von Partikeln N benötigt. Bei

einer zweidimensionalen Darstellung der Partikel in einer Kreisebene ergibt sich eine quadratische Abhängigkeit der Anzahl vom Partikelverhältnis: $N \sim \lambda_p^2$ (Abb. 4.4). Zum Beispiel müssen für die Modellierung der Mahlkörper in Kugelmühlen bei einem Mahlkörperverhältnis von $\lambda_{MK} = 26 \dots 146$ (s. Tab. 4.2) in einer ebenen Mahlkörperschicht etwa 125 bis 5500 diskrete Elemente in Form von Kreisen verwendet werden. Für die Darstellung des Aufgabegutes in Autogen- und SAG-Mühlen werden aufgrund des kleineren Mahlgutverhältnis $\lambda_{MG,A}$ weniger Elemente benötigt. Dagegen sind für das Mahlgut in der Korngröße des Produktes in den gleichen Mühlen bis zu $4 \cdot 10^5$ Elemente notwendig. Daraus wird deutlich, dass die Modellierung des Produktes von Kugelmühlen als einzelne Körper bei einem großen Partikelverhältnis $\lambda_{MG,P}$ aufgrund der sehr hohen Anzahl von diskreten Elementen in einem Modell kaum noch möglich ist.

Ein DEM-Modell, bei dem tatsächlich jeder Körper einer Mühlenfüllung modelliert wird, ist mit den jetzt zur Verfügung stehenden Rechnern nicht berechenbar, da neben der sehr großen Anzahl von einzelnen Elementen auch eine Vielzahl von Wechselwirkungen zu berücksichtigen sind. Aus diesen Gründen muss man sich für ein handhabbares Modell auf die großen Partikel beschränken. Die kleineren Partikel können unter Umständen durch modifizierte Materialparameter berücksichtigt werden.

Ein weiterer Punkt ist die Form der Partikel der Mühlenfüllung. Bei Sturzmühlen

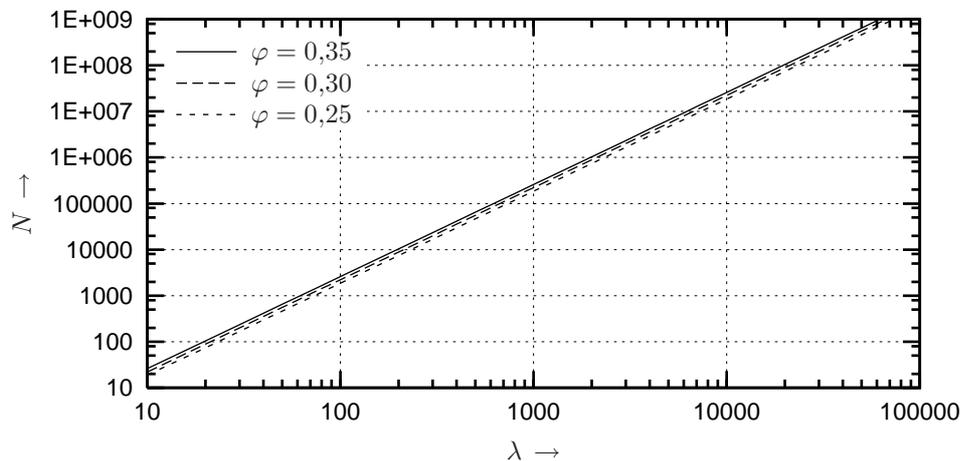


Abbildung 4.4: Darstellung der Partikelanzahl N einer monodispersen Kugelpackung in der radialen Ebene einer Mühlenfüllung in Abhängigkeit vom Partikel-Mühlen-Verhältnis λ_p für verschiedene Füllungsgrade φ

werden in der Regel Kugeln oder Stangen als Mahlkörper verwendet. Diese lassen sich durch kugel- oder zylinderförmige Körper exakt abbilden. Tonnenförmige Mahlkörper, sogenannte Cylpeps, können mittels Zylindern noch relativ gut modelliert werden. Dagegen weist das Mahlgut wie z. B. das Erz eine unregelmäßige Geometrie auf. Zwar lassen sich irreguläre Formen durch das Zusammensetzen mehrerer Einzelkörper annähernd nachbilden, jedoch sind die Geometrien von Gesteinen selbst für diese Modellierung zu komplex. Zudem bestehen für kombinierte Elemente dann die Nachteile bezüglich der zu investierenden Rechenzeit (s. Kap. 3.4). Als Kompromiss wird demzufolge auch das Mahlgut in Form von Kugeln modelliert.

Die Grundlage für die durchgeführte Simulation ist die Bewegung der Mühlenfüllung in einer SAG-Mühle mit einem Mühlendurchmesser von 2,05 m. Die Mühlenfüllung besteht aus Mahlgutpartikeln mit einer Größe bis zu 76 mm und einem Anteil von 15 % Mahlkörpern in der Größe zwischen 25 und 30 mm. Für die Modellierung der Mühlenfüllung werden im DEM-Modell Kugeln mit einem Durchmesser von 50 mm verwendet. Damit ergibt sich ein Partikelverhältnis von $\lambda_p = 41$, wobei

$$\lambda_p = \frac{D}{d_p} \quad . \quad (4.4)$$

Zur weiteren Vereinfachung des Simulationsmodells wurde auf die Unterscheidung zwischen Mahlkörper- und Mahlgutpartikel verzichtet. Die Beschreibung aller diskreten Elemente der Füllung erfolgte durch gleiche Parameter.

4.2.3 Systemprozesse

In Kap. 4.1 wurde das System Sturzmühle durch verschiedene mechanische und thermische Prozesse charakterisiert. In der Modellierung müssen nun diejenigen Systemprozesse umgesetzt werden, die zur Erreichung des Ziels, der Bewegungssimulation der Mühlenfüllung, notwendig sind. Da die Erwärmungs- und Trocknungsprozesse keinen direkten Einfluss auf die Bewegung der Füllung haben, können die thermischen Vorgänge vernachlässigt werden. Temperaturabhängige Materialparameter werden unter konstanten Temperaturbedingungen verwendet.

Betrachtet man den Zeitraum für eine Mühlenumdrehung als die signifikante Systemzeit, so ist der Zeitraum, in dem ein merkbarer Verschleiß der Mühlenpanzerung statt-

findet, sehr viel größer. Deshalb werden Verschleißvorgänge ebenfalls nicht betrachtet. Der Mühlenzylinder wurde im unverschlissenen Zustand modelliert.

Der eigentliche Zweck einer Sturzmühle ist die Zerkleinerung des Mahlgutes. Zur Realisierung dieses Prozesses in einer DEM-Simulation sind geeignete Elemente notwendig, bei denen bei Überschreitung eines Bruchkriteriums eine Teilung stattfindet. In [10] wurde der Bruchvorgang durch Bildung eines Tochterfragments und Verkleinerung des Mutterfragments realisiert. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung von teilbaren Elementen [49, 41]. Zur vollständigen Simulation der Zerkleinerung müssen dann noch die kleineren Teilchen aus dem Modell entfernt und durch große Teilchen ersetzt werden. Auf die Umsetzung des Zerkleinerungsprozesses wurde aber in dem verwendeten Simulationsmodell verzichtet, da nur die Bewegung der Teilchen Gegenstand der Betrachtung ist. Der Einfluss der Zerkleinerung auf die charakteristische Bewegung der Mühlenfüllung wird als vernachlässigbar gering eingeschätzt.

Von primären Interesse sind die in der Mühle stattfindenden Transportvorgänge und hier besonders die in der Kreisebene. Der modellierte Mühlenzylinder (Abb. 4.3) rotiert hierzu entsprechend der relativen Drehzahl mit einer konstanten Drehgeschwindigkeit um dessen Zylinderachse. Die Behinderung der freien translatorischen Bewegung des Zylinders im Raum sowie die Aufrechterhaltung der Drehgeschwindigkeit erfolgt über Randbedingungen. Die diskreten Elemente, die die Mühlenfüllung repräsentieren, werden zunächst in geordneter Form in das Modell eingefügt. Nach wenigen Mühlenumdrehungen stellt sich ein quasistationärer Bewegungszustand ein. Die Aktivierung der Bewegung der Mühlenfüllung erfolgt wie bei der realen Mühle durch die innere Reibung der Füllung sowie die Reibung zwischen der Füllung und dem Mühlenzylinder unterstützt durch die ausgeführten Hubleisten. Mit dem verwendeten Modell ist prinzipiell eine dreidimensionale Bewegungssimulation möglich. Zur Verkürzung der Rechenzeit wurde das Modell jedoch in axialer Richtung auf den zweifachen Partikeldurchmesser beschränkt. Durch die geringe Tiefe des Modells findet eine axiale Bewegung der Füllung kaum statt. Eine Segregation innerhalb der Füllung ist aufgrund der konstanten Gattierung und der gleichen Dichte aller Partikel ebenfalls nicht gegeben.

4.3 Simulationsparameter

In der DEM-Simulation werden die Stoßkräfte auf der Grundlage von materialabhängigen Parametern der eingesetzten Stoffe bestimmt. Zur Berechnung der Normal- und Tangentialkräfte werden nach den Gleichungen (3.8),(3.12) und (3.17) die Normalensteifigkeiten k_n , Dämpfungswerte η und Reibkoeffizienten μ_d benötigt. Für die Ermittlung der Normalensteifigkeit sind nach Gl. (3.10) die Schubmoduli und Querkontraktionszahlen der Materialien der Stoßpartner erforderlich. Die Dämpfungswerte werden aus der Stoßzahl e für eine bestimmte Materialkombination und dem entsprechenden Dämpfungsparameter α_d (s. Abb. 3.3) sowie aus den Körpermassen und der Normalensteifigkeit ermittelt (3.13). Diese Parameter sind für die Bewegungssimulation in einer Sturzmühle jeweils für den Partikel-Wand- und den Partikel-Partikel-Kontakt zu bestimmen. Mit Partikel ist ein Körper der Mühlenfüllung und mit Wand die Mühlenpanzerung bezeichnet. Für den konkreten Fall der Simulation am Beispiel der Vermahlung von Kupfererz in einer SAG-Mühle werden die Parameter aus den Materialkenngrößen der Stahlpanzerung und dem Erz ermittelt.

Die Kennwerte von Stahl sind allgemein bekannt. Der Schubmodul von $G = 81$ GPa und die Querkontraktionszahl von $\nu = 0,3$ sind auch für verschiedene Stahlsorten anwendbar. Für die Bestimmung der Kennwerte des Erzes sind dagegen einige Vorüberlegungen notwendig. Die Anteile der Erzminerale im Gestein sind mit Ausnahme von Eisen-, Mangan- und Chromerzen relativ gering. Die Gehalte von z. B. Kupfer-

Tabelle 4.3: Materialkenngrößen von Gesteinen (Quelle: [51], es wurden die Daten der verschiedenen Lagerstätten zusammengefasst)

	Querkontraktionszahl ν (-)			Schubmodul G (GPa)		
	Min.	Mittel.	Max.	Min.	Mittel.	Max.
Andesit	0,15	0,19	0,24	9,7	17,8	25,9
Basalt	0,13	0,23	0,38	9,5	27,1	40,6
Diabas	0,18	0,25	0,28	27,6	38,2	48,1
Diorit	0,19	0,25	0,30	12,7	31,0	44,3
Granit	0,10	0,19	0,31	11,3	19,4	32,2

erzen liegen heutzutage im Bereich von max. 1 bis 2,5 % [98]. Das zu zerkleinernde Material besteht demzufolge zum überwiegenden Teil aus tauben Gestein. Aus diesem Grund ist es möglich, die benötigten Materialkenngrößen den typischen Gesteinsarten der Erzlagerstätten zu entnehmen. Die weltweit größten Kupfererzvorkommen sind porphyrischer Natur [85]. Deshalb können anstatt von Erzen die Kennwerte von Gesteinen wie Andesit, Basalt, Diabas, Diorit oder Granit benutzt werden. In Tab. 4.3 sind die Werte für diese Gesteine aus einer Sammlung von Gesteinsdaten von Lagerstätten der gesamten Welt zusammengefasst und aufgelistet. Es ist zu erkennen, dass der Schubmodul und die Querkontraktionszahl nicht nur über die Gesteinsarten variieren, sondern auch besonders stark für ein einzelnes Gestein und den verschiedenen Lagerstätten schwanken. Dies resultiert aus der Inhomogenität des Materials selbst sowie der unterschiedlichen Zusammensetzung und der Korngrößen der Mineralien einer Gesteinsart aus verschiedenen Lagerstätten.

Auf der Grundlage dieser Daten kann die Normalensteifigkeit k_n für den Partikel-Wand- und den Partikel-Partikel-Kontakt berechnet werden. Bei einem Partikelradius von 25 mm würde sich die Normalensteifigkeit für die minimalen und maximalen Werte aus Tab. 4.3 in einem Bereich von $1,62 \cdot 10^9$ bis $9,96 \cdot 10^9$ N/m^{3/2} für den Partikel-Partikel-Kontakt bewegen. Mit den Materialwerten von Stahl ergibt sich für den Partikel-Wand-Kontakt ein Bereich von $2,97 \cdot 10^9$ bis $12,6 \cdot 10^9$ N/m^{3/2}. Da für die Simulation kein konkretes Material bestimmt wurde, dienen die angeführten Parameter lediglich als Abschätzung. Zur Bestimmung der in der Simulation verwendeten Parameter wurde für die Mühlenfüllung ein Schubmodul von 25 GPa und eine Querkontraktionszahl von 0,25 ausgewählt. Mit diesen Materialkennwerten ergibt sich eine Normalensteifigkeit von $4,97 \cdot 10^9$ N/m^{3/2} für den Partikel-Partikel- und von $10,9 \cdot 10^9$ N/m^{3/2} für den Partikel-Wand-Kontakt (s. a. Anhang A.2).

Die Berechnung der Dämpfungswerte erfolgt mit Hilfe von experimentell ermittelten Stoßzahlen. Zu diesem Zweck wurden Fallversuche aus einer Höhe von 1,75 m mit mehreren Gesteinsproben aus Diabas mit einem mittleren Probendurchmesser von 50 mm durchgeführt. Für die Ermittlung der Stoßzahlen des Partikel-Wand- und des Partikel-Partikel-Kontaktes wurden jeweils die Rücksprunghöhen beim Auftreffen auf eine Stahl- und eine Gesteinsunterlage gemessen. Die in Tab. 4.4 aufgelisteten Stoßzahlen weisen genauso wie die Schubmoduli und Querkontraktionszahlen eine große Schwankungsbreite auf. Diese Unterschiede resultieren neben den Inhomogenitäten

des Materials auch aus der unregelmäßigen Form der Probekörper. Die Rücksprunghöhe variiert je nachdem, ob der Probekörper mit einer Fläche, einer Bruchkante oder einer spitzen Ecke auf die Unterlage auftrifft. Für den letzten Fall ist neben der Materialdämpfung mit einer zusätzlichen Energiedissipation durch das Absplittern von kleineren Materialstücken zu rechnen. Eine Autogengerkleinerung ist bei diesen Versuchen aufgrund der geringen Masse der Probestücken nicht aufgetreten. Zur Berechnung der Dämpfungswerte wurde für beide Kontaktarten eine Stoßzahl von $e = 0,25$ verwendet. Nach Abb. 3.3 entspricht dies einem Wert von $\alpha_d = 1,35$. Mit einer Partikelmasse von 0,17 kg und den vorher ermittelten Normalensteifigkeiten ergeben sich Dämpfungswerte von $58,1 \text{ kNs/m}^{5/4}$ für den Partikel-Wand- und $27,7 \text{ kNs/m}^{5/4}$ für den Partikel-Partikel-Kontakt.

Tabelle 4.4: Stoßzahlen mehrerer Gesteinsproben beim Auftreffen auf eine Gesteins- und Stahlunterlage (mittlerer Probendurchmesser: 50 mm; Fallhöhe: 1,75 m)

	Min.	Mittel.	Max.
Diabas–Diabas	0,08	0,22	0,36
Diabas–Stahl	0,08	0,29	0,53

Für die Berechnung der Tangentialkräfte werden Reibungskoeffizienten benötigt. Dabei ist jeweils ein innerer Reibwert zwischen den Partikeln der Mühlenfüllung und ein Wandreibungswert zwischen der Mühlenfüllung und dem Mühlenszylinder zu berücksichtigen. Zur Charakterisierung der inneren Reibung von Schüttgütern wird die Scherfestigkeit benutzt. Diese setzt sich aus dem Reibungswiderstand auf der Oberfläche der Teilchen der Schüttung und dem Verzahnungswiderstand aufgrund der unregelmäßigen Form der Teilchen zusammen [66]. Sowohl der innere als auch der Wandreibungskoeffizient hängen vom Verfestigungszustandes des Schüttgutes ab. Sie können aus der Hüllkurve der *Mohrschen Spannungskreise* und mit Scherversuchen experimentell ermittelt werden. Der innere Reibwert von Kies und Splitt bewegt sich nach Angaben von [25, 66] im Bereich von 0,45 bis 0,8 und der Wandreibungswert auf Stahl im Bereich von 0,2 bis 0,7. Für die Simulation haben sich in einem iterativen Prozess 0,525 für den inneren Reibwert und 0,49 für den Wandreibungswert als günstig erwiesen. Die Ermittlung erfolgte durch die Gegenüberstellung des Bewegungszustandes der Mühlenfüllung aus der Simulation mit experimentellen Aufnahmen an einer Modellmühle.

In der Simulation wird für die Integration der Bewegungsgleichungen eine Schrittweite für die Zeit vorgegeben. Dabei muss die Schrittweite so klein gewählt werden, dass die Stoßvorgänge mit der geringsten Kontaktzeit noch ausreichend genau abgebildet werden. Nach der *Hertzschen* Theorie des elastischen Stoßes [90] ergibt sich die Stoßdauer zweier Körper aus:

$$t_{ij} = 2,9432 \sqrt[5]{\frac{25}{16} \frac{\gamma_{ij}^3}{v_i - v_j} \left(\frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \right)^2} . \quad (4.5)$$

Nach dieser Gleichung tritt die kleinste Kontaktzeit für einen Partikel-Wand-Stoß bei der größten Auftreffgeschwindigkeit auf. Die maximale Geschwindigkeit in der Mühle entspricht einer Fallgeschwindigkeit von 6,3 m/s bei einer Fallhöhe in der Größe des Mühlendurchmessers von 2,05 m. Mit Gl. (4.5) beträgt die kleinste Stoßzeit 107 μ s. Bei der verwendeten Schrittweite von 10 μ s wird damit jeder Stoß durch mindestens 10 Abtastpunkte abgebildet.

Alle in der Simulation verwendeten Parameter sind in Tab. 4.5 noch einmal zusammengefasst.

Tabelle 4.5: *Simulationsdaten*

<i>Mühlenparameter</i>	
Mühleninnendurchmesser	2,05 m
Panzerung	32 kleine und 32 große Hubleisten
Hubleistenhöhe	20 mm und 40 mm
Partikeldurchmesser	50 mm ($\lambda_p = 41$)
Partikelanzahl	800 (bei $\varphi = 0,25$)
	960 (bei $\varphi = 0,30$)
	1120 (bei $\varphi = 0,35$)
relative Drehzahl	65 %, 75 % und 85 %
<i>Simulationsparameter</i>	
Steifigkeit	Partikel–Wand: $10,9 \cdot 10^9 \text{ N/m}^{3/2}$
	Partikel–Partikel: $4,97 \cdot 10^9 \text{ N/m}^{3/2}$
Dämpfung	Partikel–Wand: $58,1 \text{ kNs/m}^{5/4}$
	Partikel–Partikel: $27,7 \text{ kNs/m}^{5/4}$
Reibungskoeffizient	Partikel–Wand: 0,49
	Partikel–Partikel: 0,525
Partikeldichte	2600 kg/m^3
Zeitschritt	$10 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

5 Ergebnisse der Simulation

Mit dem in Kap. 4 entwickelten DEM-Modell wurden Bewegungssimulationen der Mühlenfüllung unter Variation der relativen Drehzahl und des Füllungsgrades durchgeführt. Die Wahl der Parameter erfolgte anhand von üblichen Betriebsbedingungen. Unter dem Gesichtspunkt der maximalen Umsetzung der kinetischen Energie der herabfallenden Mahlkörper beträgt die optimale relative Drehzahl von Sturzmühlen 75 % [34]. Der größte Teil der Maschinen wird auch in der Praxis mit dieser Drehzahl betrieben. Die Füllungsgrade von Sturzmühlen variieren in einem Bereich von 25 % bis 45 % [22]. Deshalb wurde mittels der Simulation der Bewegungszustand bei einer relativen Drehzahl von 75 % bei Füllungsgraden von 25 %, 30 % und 35 % ermittelt. Zur Untersuchung des Drehzahleinflusses sind auch noch Simulationen mit einem Füllungsgrad von 30 % bei relativen Drehzahlen von 65 % und 85 % durchgeführt worden.

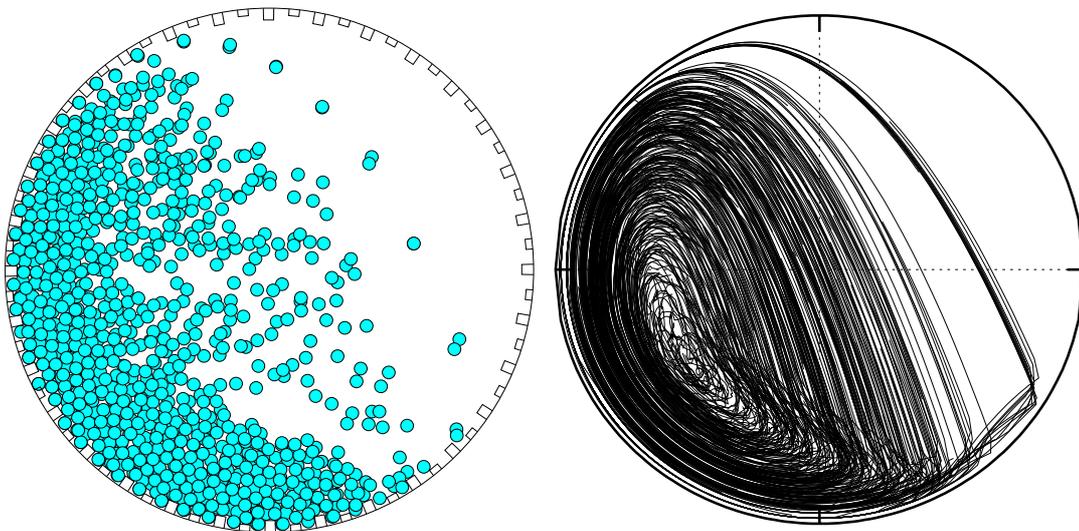
Die in Kap. 3.2 vorgestellten Partikelwechselwirkungskräfte wurden in einen vorhandenen Simulationscode [44] integriert. Der Algorithmus der DEM ist im Anhang A.3 dargestellt (Abb. A.4). Aufgrund der kleinen Schrittweite fallen bei der Berechnung eine große Anzahl von Zwischenergebnissen an. Deshalb wurden in dem Programm darüber hinaus noch Möglichkeiten geschaffen, diese Datenmengen zu handhaben.

5.1 Bewegungszustand der Mühlenfüllung

Der Berechnungsvorgang der Bewegungssimulation wurde zunächst durch das schrittweise Hinzufügen von Körpern in den drehenden Mühlenzylinder initialisiert. Nach wenigen Mühlenumdrehungen stellte sich dann ein quasistationärer Bewegungszustand der Füllung ein. In Abb. 5.1 a ist ein Augenblickszustand der Mühlenfüllung beispielsweise für eine relative Drehzahl von 75 % und einem Füllungsgrad von 30 % dargestellt.

Die Mühlenfüllung kann dabei visuell in einen kompakten und einen aufgelockerten Bereich unterteilt werden. In dem nierenförmig ausgeprägten kompakten Bereich liegen die Partikel dicht aufeinander. In dem sichtbar aufgelockerten Bereich bewegen sich die vereinzelt Körper auf einer Wurfbahn.

In der Darstellung der Bewegungsbahnen der Partikel (Abb. 5.1 b) ist deutlich die Kataraktbewegung der Mühlenfüllung zu erkennen. Jedoch bewegen sich die herabfallenden Körper nicht wie in der Theorie in einem abgegrenzten Band (vgl. Abb. 2.4). Der Bereich, in dem sich die Partikel auf einer Wurfbahn bewegen, ist sehr stark gefächert.



(a) Momentaufnahme des Bewegungszustandes der Mühlenfüllung

(b) Bewegungsbahnen der Mühlenfüllung (dargestellt sind die Hälfte aller berechneten Körper über einen Simulationszeitraum von $t = 1$ s)

Abbildung 5.1: Ergebnisse der DEM-Simulation ($\varphi = 0,3$; $\psi = 0,75$)

In der Darstellung von Abb. 5.1 a sind in regelmäßigen Abständen einzelne Körper zu erkennen, die sehr viel weiter als die übrigen Partikel geworfen werden. In Abb. 5.1 b sind diese Körper als die äußere Partikelbahn erkennbar. Dabei handelt es sich genau um die Partikel, die bei der Aufwärtsbewegung des Füllgutes, in Drehrichtung gesehen, gerade vor einer hohen Hubleiste liegen. Da diese Körper nach dem Freiliegen erst über die Kante der Hubleiste abrollen, werden sie später abgeworfen und treffen somit direkt auf die Zylinderwand auf. Dieser Effekt hat mehrere negative Folgen. Zum einen wird

die Mühlenpanzerung an dieser Position sehr hoch beansprucht und führt somit zu einem erhöhtem Verschleiß der Panzerung. Außerdem können Kugelbrüche auftreten. Zum anderen arbeiten Kugelmühlen bei einer solchen Mahlkörperbewegung uneffektiv, da die Energie der auf die Wand auftreffenden Mahlkörper nicht in Zerkleinerungsarbeit umgesetzt werden kann, weil sich dort kaum Mahlgut befindet. Dagegen ist diese Bewegungsart bei der Autogenmahlung vorteilhaft, indem große Mahlgutstücke an der Wand zerkleinert werden. Auf der Basis der Simulationsergebnisse ist eine Verwendung von relativ hohen Hubleisten mit Rechteckquerschnitt in Kugelmühlen ungünstig. Andere Simulationsrechnungen, die sich mit der Optimierung von Mühlen-einbauten beschäftigten, zeigten diesbezüglich einen Vorteil beim Einsatz von trapez- und wellenförmigen Hubleisten [70].

Beim direkten Vergleich des Bewegungszustandes von Abb. 5.1 a und der Bewegungsbahnen von Abb. 5.1 b ist anhand der unregelmäßigen Partikelbahnen ein kleiner Be-

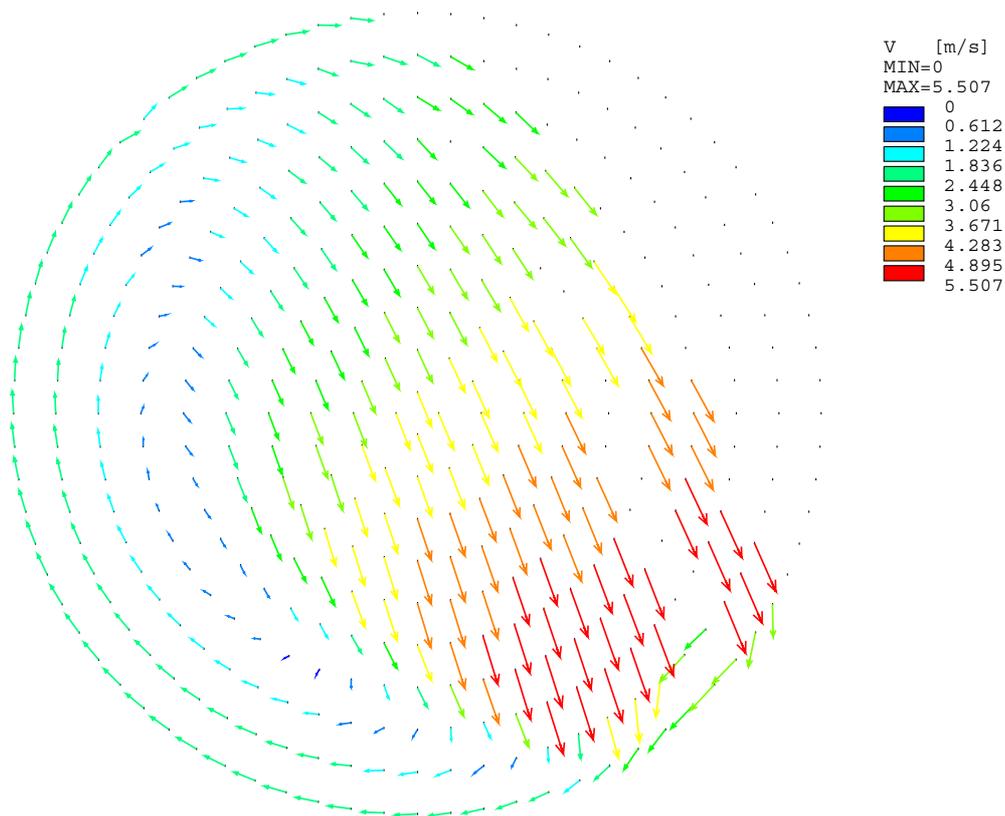


Abbildung 5.2: Geschwindigkeitsfeld der Mühlenfüllung, sektorenweise über eine Simulationszeit von $t = 1$ s gemittelt ($\varphi = 0,3$; $\psi = 0,75$)

reich im Kern der Mühlenfüllung zu erkennen, in dem sich eine geringe Anzahl von Körpern auch noch bei einer relativen Drehzahl von 75 % in Form einer Kaskade bewegen. In der Darstellung des Geschwindigkeitsfeldes ist dieser Bereich durch eine geringe mittlere Geschwindigkeit der Partikel gekennzeichnet (Abb. 5.2).

In den folgenden Abbildungen sind die Bewegungszustände der Mühlenfüllung aller berechneten Varianten jeweils bei konstanter relativer Drehzahl sowie bei konstantem Füllungsgrad gegenübergestellt.

Bei den Simulationen mit gleicher relativer Drehzahl (Abb. 5.3) ist bei allen drei Füllungsgraden deutlich die schon beschriebene äußere Bahn einzelner Partikel mit einem identischen Verlauf zu erkennen. Mit steigendem Füllungsgrad ist eine Vergrößerung des kompakten Bereiches der Mühlenfüllung sowohl in radialer als auch in Umfangsrichtung zu verzeichnen. Auch der aufgelockerte Bereich der Füllung nimmt mit größer werdenden Füllungsgrad zu.

Dagegen ist bei den Bewegungszuständen mit konstantem Füllungsgrad (Abb. 5.4) bei zunehmender Drehzahl eine Verkleinerung des kompakten Bereiches in radialer Richtung bei gleichzeitiger Ausbreitung in Umfangsrichtung ersichtlich. Der aufgelockerte Bereich der Mühlenfüllung nimmt in diesen Fällen ebenfalls zu.

Bei einer hohen Mühlendrehzahl zeichnet sich neben der Wurfbahn der Partikel, die vor einer hohen Hubleiste liegen, eine zweite Partikelbahn mit geringerer Wurfweite ab (Abb. 5.4c). Hierbei handelt es sich nun um die Wurfbahn der Partikel, die vor einer kleinen Hubleiste liegen.

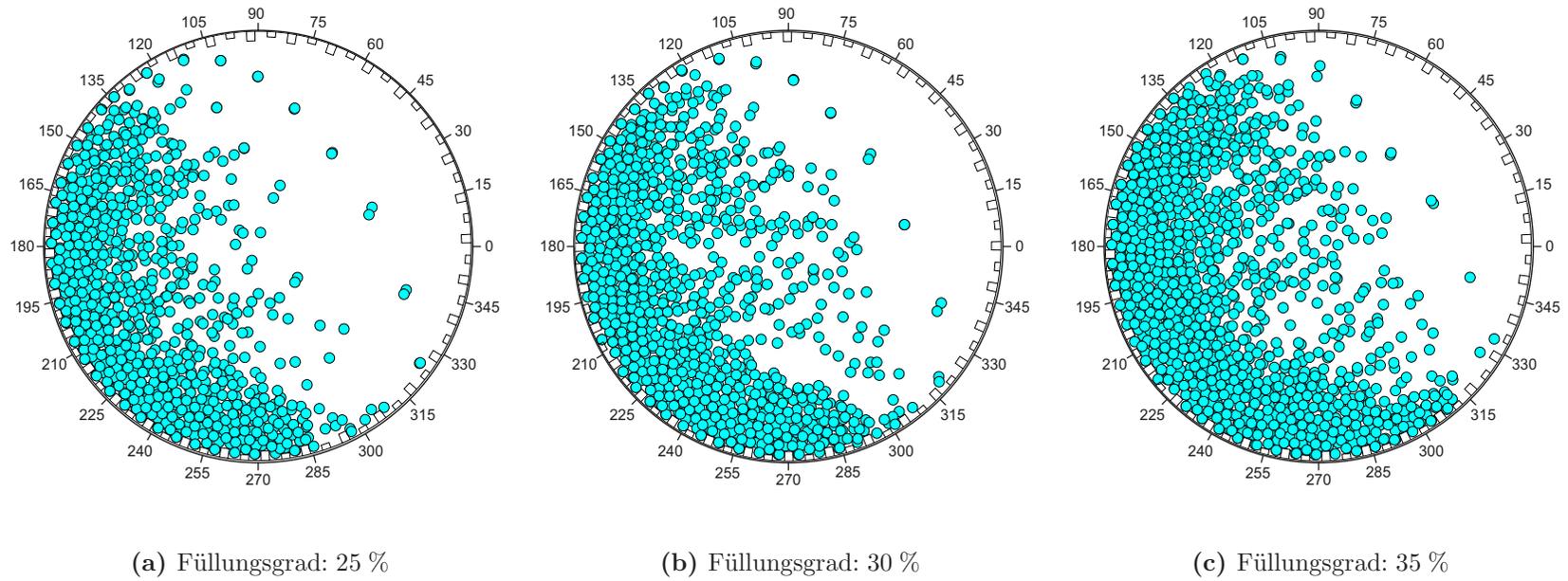


Abbildung 5.3: Vergleich der Bewegungszustände der Mühlenfüllung bei einer relativen Drehzahl von 75 %

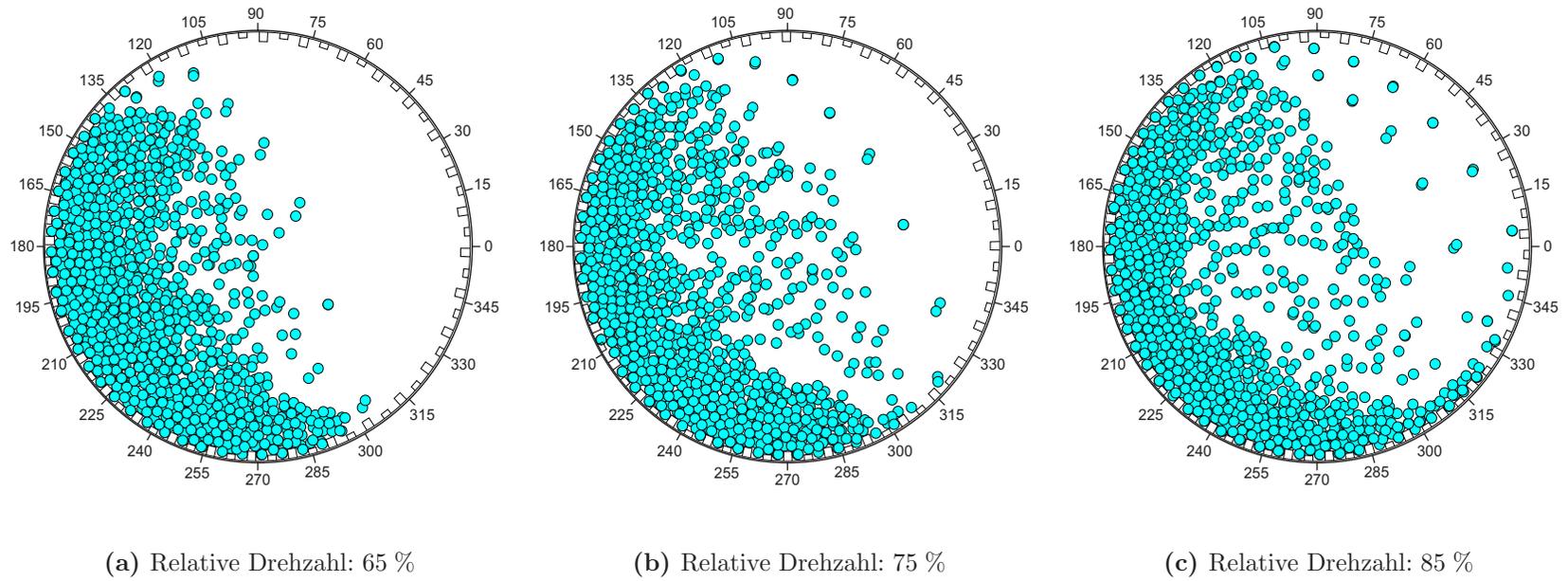


Abbildung 5.4: Vergleich der Bewegungszustände der Mühlenfüllung bei einem Füllungsgrad von 30 %

5.2 Druckbelastung der Mühlenfüllung

Während der Simulation der Füllgutbewegung wurden gleichzeitig die Kontaktkräfte zwischen den diskreten Elementen der Mühlenwand und den Partikeln an der Wand ermittelt. Der entscheidende Vorteil dieser Simulationsmethode ist, dass auf diese Weise sowohl die statischen als auch dynamischen Kräfte erfasst werden, die aus der Bewegung der Mühlenfüllung resultieren. Aufgrund des quasistationären Zustandes der Füllgutbewegung wurde die Simulation über eine Zeit von 5 s durchgeführt und die Ergebnisse dann zeitlich gemittelt. Bei dieser Mühlengröße entspricht der simulierte Zeitraum 2,5 Umdrehungen bei einer relativen Drehzahl von 65 % bzw. 1,9 bei 85 %.

Für die Ermittlung der Druckverteilung wurden die auf die Mühlenwand wirkenden Kontaktkräfte über jedes einzelne Panzerungssegment (s. Abb. 4.3) aufsummiert und der resultierende Kraftvektor in eine radial und tangential gerichtete Kraftkomponente zerlegt. Aus den Radial- und Tangentialkräften wurde anschließend mit der Grundfläche eines Panzerungselementes ein Radial- und Tangentialdruck ermittelt. Die beiden Druckverläufe sind ebenfalls mit Gl. (2.7) in eine dimensionslose Form überführt worden.

In Abb. 5.5 wird die radiale und tangential Druckbelastung beispielsweise für eine relative Drehzahl von 75 % und einem Füllungsgrad von 30 % gezeigt. Zur besseren Veranschaulichung sind die beiden Druckverläufe zusammen mit dem Bewegungszustand der Mühlenfüllung qualitativ über den Umfang des Mühlenzylinders dargestellt.

In dieser Darstellung ist deutlich zu erkennen, dass das lokale Maximum des radialen Druckes, bei einem Winkel von etwa 330° , aus dem Auftreffen der äußeren Partikel auf die Mühlenwand resultiert. Das absolute Maximum des Radialdrucks baut sich relativ schnell mit Beginn des kompakten Bereiches der Mühlenfüllung auf und fällt dann gleichmäßig zum oberen Punkt des Bereiches ab. Am Beginn des kompakten Bereiches der Füllung befindet sich ebenfalls das Maximum des tangentialen Druckes. Die höheren tangentialen Kräfte in diesem Abschnitt resultieren aus dem Richtungswechsel der Partikel nach dem Auftreffen und dem Beschleunigen in Umfangsrichtung (vgl. auch Abb. 5.2).

In den folgenden Abbildungen sind die radialen und tangentialen Druckverläufe in dimensionsloser Form jeweils bei konstanter relativer Drehzahl sowie bei konstantem

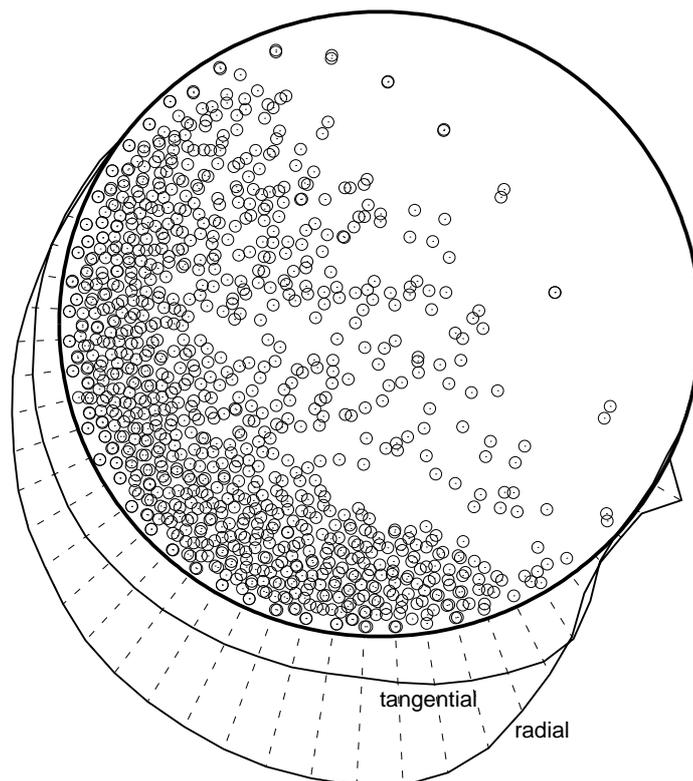


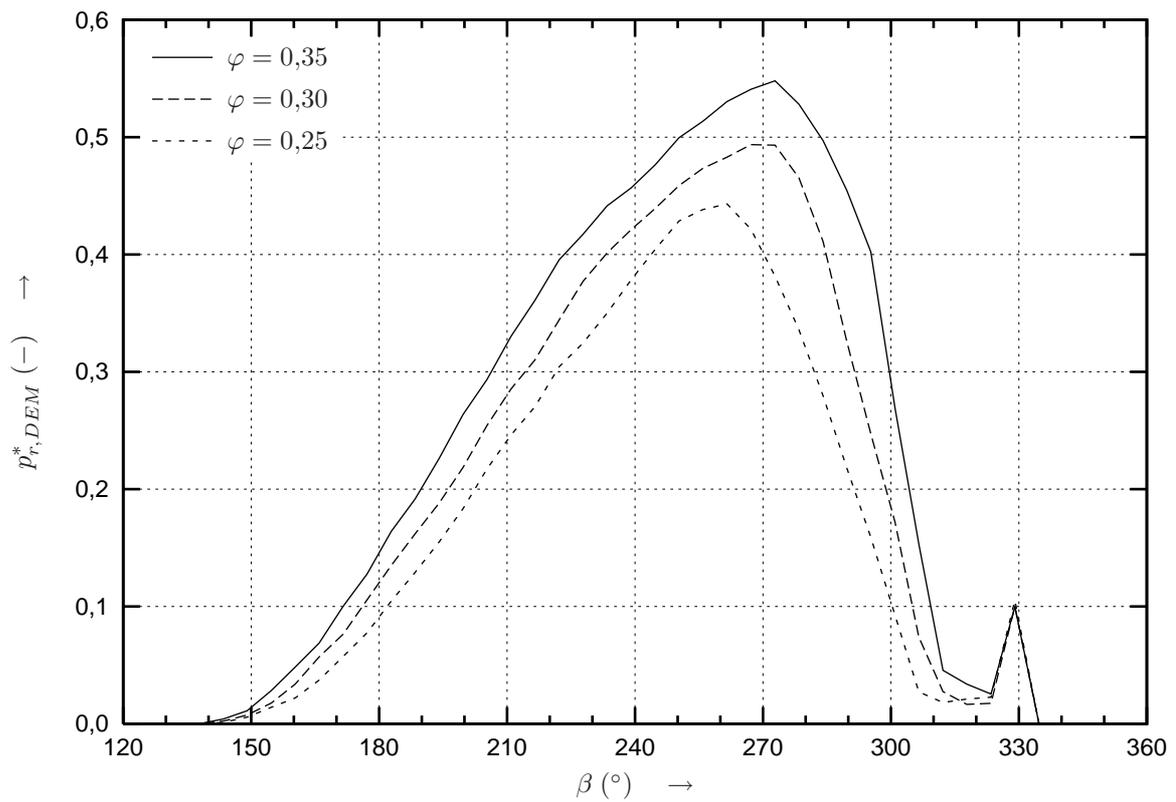
Abbildung 5.5: Qualitativer Verlauf des radialen und tangentialen Füllgutdrucks, aufgetragen über den Umfang des Mühlenzylinders ($\varphi = 0,3$; $\psi = 0,75$)

Füllungsgrad für die berechneten Varianten gegenübergestellt. Bei den Verläufen mit gleicher relativer Drehzahl (Abb. 5.6) ist in der absoluten Höhe der Drücke deutlich der Einfluss des Füllungsgrades ersichtlich. Darüber hinaus ist sowohl beim radialen als auch beim tangentialen Druck mit steigendem Füllungsgrad eine Verschiebung der Maxima entgegen der Drehrichtung der Mühle zu erkennen. Aufgrund der identischen relativen Drehzahl befinden sich die Anfangs- und Endpunkte der Verläufe bei gleichen Winkelpositionen. Die Partikel der äußeren Bahn bewirken beim Auftreffen auf die Mühlenwand für alle Füllungsgrade einen einheitlich hohen radialen Druck.

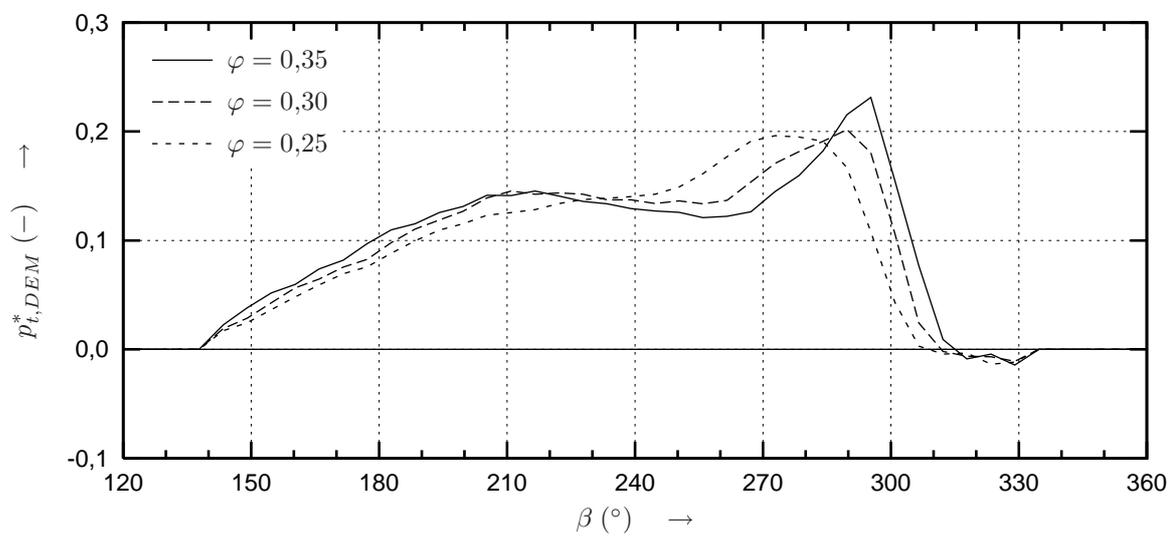
Die Unterschiede in der absoluten Höhe der Drücke sind bei den Verläufen mit gleichem Füllungsgrad (Abb. 5.7) nur gering. Die auf den Zylinder wirkende Gewichtskraft der Füllung wird bei zunehmender Drehzahl geringer, da der kompakte Bereich der Mühlenfüllung in radialer Richtung schmaler wird (s. Abb. 5.2). Gleichzeitig wird aber die Zentrifugalkraft bei höheren Drehzahlen größer. Demzufolge wird im simulierten Drehzahlbereich die kleiner werdende Gewichtskraft der Füllung durch die größer werdende

Zentrifugalkraft kompensiert. Die Streckung des kompakten Bereiches der Mühlenfüllung in Umfangsrichtung bei höheren Drehzahlen spiegelt sich in einer Dehnung der Druckverläufe über einen größeren Winkelbereich wider.

Die Kraftwirkung im Auftreffbereich der äußeren Partikelbahn ist bei einer relativen Drehzahl von 65 % kaum ausgeprägt. Dagegen erzeugen die Partikel auf den beiden äußeren Bahnen bei einer relativen Drehzahl von 85 % einen deutlichen radialen Druck. Auch der tangential Druck in Drehrichtung der Mühle wird durch diese Partikel größer. Durch die erhöhte Wurfbahn ist der Auftreffwinkel der Partikel auf der äußeren Partikelbahn kleiner als 90° . Deshalb ist an dieser Stelle im tangentialen Verlauf ein positiver Druck, das heißt eine Kraftwirkung in Drehrichtung der Mühle, zu verzeichnen (s. Abb. 5.7b).

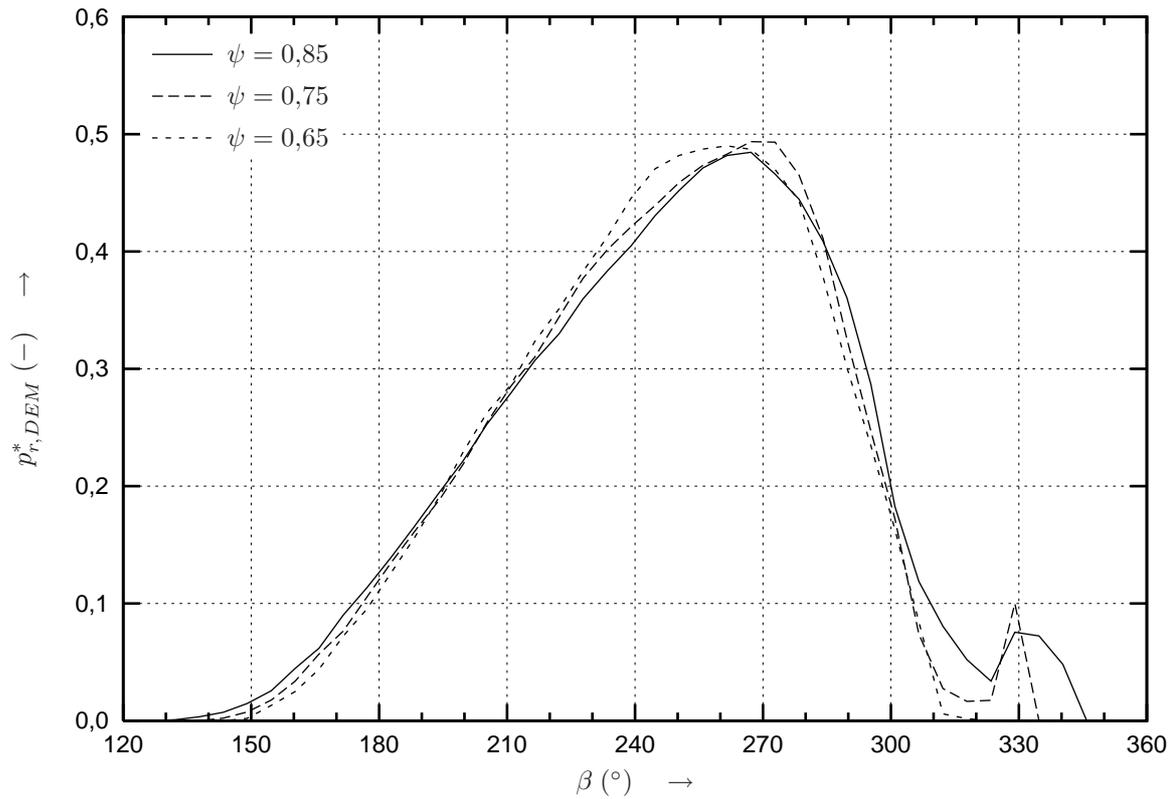


(a) Radialer Druck

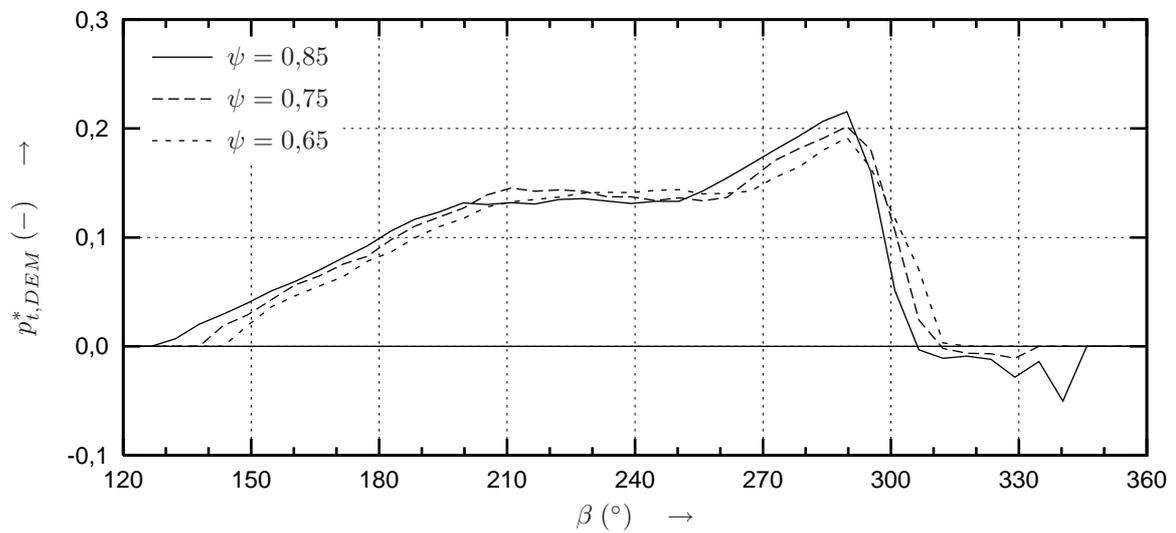


(b) Tangentialer Druck

Abbildung 5.6: Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand aus der DEM-Simulation für verschiedene Füllungsgrade ($\psi = 0,75$)



(a) Radialer Druck



(b) Tangentialer Druck

Abbildung 5.7: Verlauf des dimensionslosen Füllgutdrucks auf die Zylinderwand aus der DEM-Simulation für verschiedene relative Drehzahlen ($\varphi = 0,3$)

6 Bewertung der Simulationsergebnisse

6.1 Bewertungsstrategie

Die in Kap. 5.2 präsentierten Simulationsergebnisse sind die Resultate einer numerischen Berechnung. Dafür wurde ein DEM-Modell verwendet, bei dem hinsichtlich der Berechenbarkeit Einschränkungen und starke Vereinfachungen vorgenommen werden mussten (s. Kap. 4.2). Aus diesem Grund stellt sich nun prinzipiell die Frage nach der Qualität der Simulationsergebnisse.

Die Bewertung der Simulationsergebnisse wird im folgenden auf drei verschiedenen Wegen durchgeführt (Abb. 6.1):

1. Die Bewegungszustände der Mühlenfüllung aus der Simulation werden mit fotografischen Aufnahmen an einer Modellmühle mit zwei verschiedenen Füllungen verglichen. Die beim Versuch zu variierenden Mühlenparameter, Füllungsgrad und relative Drehzahl, entsprechen den Werten der Simulationsrechnungen. Das Kriterium für die Bewertung ist die Verteilung der Mühlenfüllung im Zylinder (Kap. 6.3).
2. Die aus der Simulation ermittelten Druckverteilungen der Mühlenfüllung auf den Mühlenzylinder werden gemessenen Kraftverteilungen an einer Modellmühle gegenübergestellt. Dieser Vergleich wird qualitativ durchgeführt, da die Mühlenpanzerung der Modellmühle sowie die beim Versuch gewählten relativen Drehzahlen nicht exakt mit dem Simulationsmodell übereinstimmen (Kap. 6.4).
3. Die simulierte Druckverteilung der Mühlenfüllung dient als Belastungsverteilung in einem FEM-Berechnungsmodell einer SAG-Mühle. Die berechneten Spannungen werden mit den Spannungen aus einer Dehnungsmessung an einer Techni-

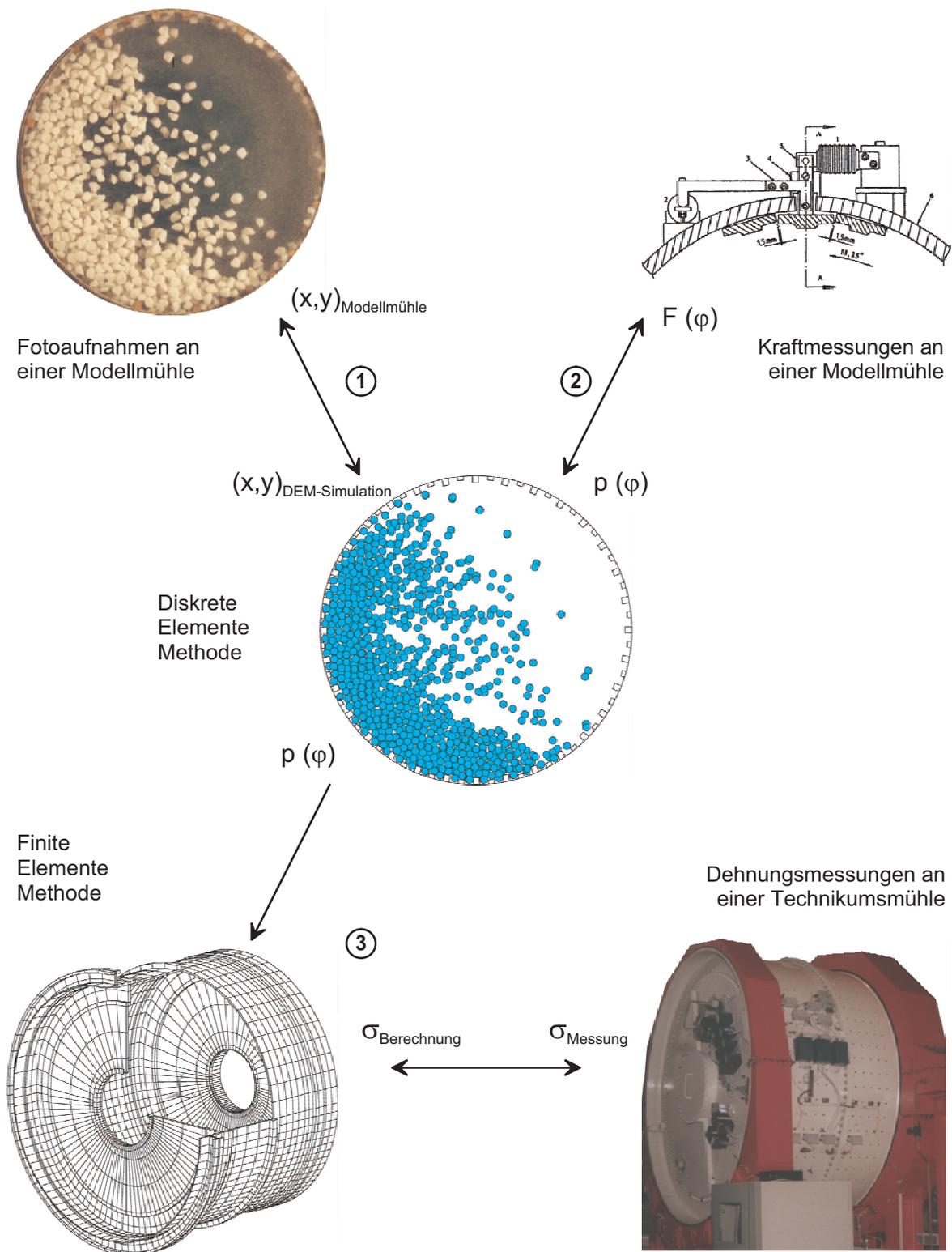


Abbildung 6.1: Vorgehensweise zur Bewertung der Simulationsergebnisse

kümmühle verglichen. Im Rahmen dieser Bewertung wird die simulierte Druckverteilung theoretisch ermittelten Lastansätzen gegenübergestellt (Kap. 6.5).

Bei der Durchführung von Modellversuchen sind hinsichtlich der Vergleichbarkeit der verschiedenen Versuche untereinander und der Gegenüberstellung der experimentellen Ergebnisse mit Berechnungen generell die Versuchsbedingungen festzulegen. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, müssen Versuche und Berechnungen unter ähnlichen Bedingungen durchgeführt werden. Das Kriterium dafür sind die Ähnlichkeitskennzahlen des konkreten Untersuchungsobjektes.

Im folgenden Abschnitt werden die Ähnlichkeitskennzahlen für Sturzmühlen ermittelt, die die Grundlage für die Vergleichbarkeit der Ergebnisse aus den numerischen Berechnungen und den Experimenten an den Modellmühlen bilden.

6.2 Ermittlung von Ähnlichkeitskennzahlen mit Hilfe der Dimensionsanalyse

Bei experimentellen Untersuchungen an Modellen wird die Modelltechnik angewendet. Mit Hilfe der Verfahren der Modelltechnik werden physikalisch ähnlichen Modelle erstellt, die Bedingungen der Versuchsdurchführung festgelegt sowie die Ergebnisse der Versuche übertragen. Für die Übertragbarkeit der Modellversuche wird ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den physikalischen Vorgängen von Modell und Original vorausgesetzt. Zur Bestimmung der physikalischen Ähnlichkeit müssen alle geometrischen und physikalischen Größen, die das zu untersuchende System vollständig charakterisieren, bekannt sein. Die Beschreibung des physikalischen Prozesses erfolgt mit mathematischen Beziehungen. Sind diese unbekannt, können die Modellgesetze mit Hilfe der Dimensionsanalyse hergeleitet werden. [63]

Der funktionale Zusammenhang eines Systems wird durch eine bestimmte Anzahl von dimensionsbehafteten Einflussgrößen beschrieben. Mit der Dimensionsanalyse kann das System auf einen funktionalen Zusammenhang von dimensionslosen Kennzahlen reduziert werden. Die Ermittlung dieser Kennzahlen erfolgt auf der Grundlage des *Π -Theorem*.

Die das System Sturzmühle bestimmenden physikalischen Größen sind der Mahlraum-

durchmesser D , die Mahlraumlänge L , die Winkelgeschwindigkeit des Zylinders ω sowie die Dichte ϱ und Masse m der Mühlenfüllung (Abb. 6.2 b). Zur Vollständigkeit der Dimensionsmatrix muss noch die Erdbeschleunigung g in die Betrachtungen mit einbezogen werden. Der allgemeine funktionale Zusammenhang dieser $N = 6$ voneinander unabhängigen Größen stellt sich in folgender Form dar:

$$f(D, L, \varrho, g, m, \omega) = 0 \quad (6.1)$$

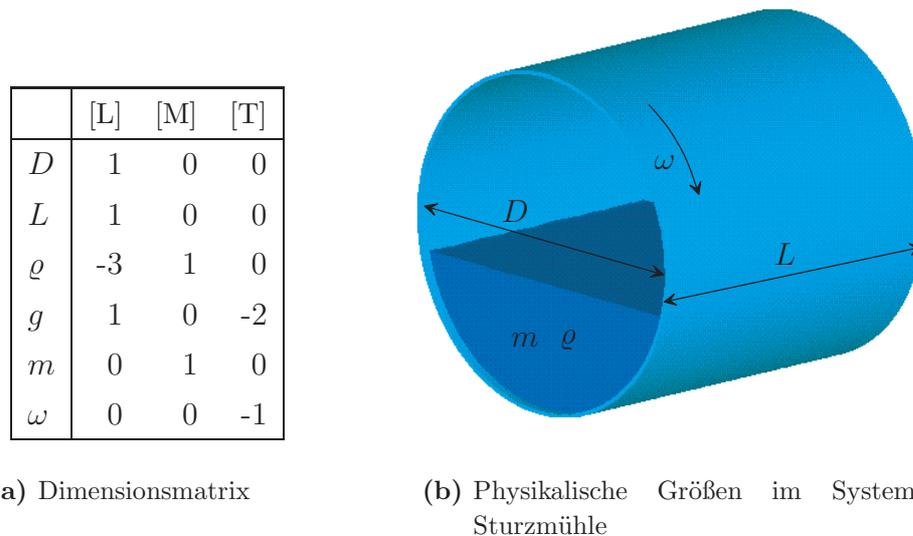


Abbildung 6.2: Dimensionsmatrix der physikalischen Größen des Systems Mühle im [LMT]-Einheitensystem

Im physikalischen [LMT]-Einheitensystem lassen sich die sechs Größen mit den drei Grundeinheiten für die Länge, Masse und Zeit in einer Dimensionsmatrix darstellen (Abb. 6.2 a). Die Koeffizienten der Matrix sind die Exponenten der Einheiten. Der Rang dieser Matrix ist $r = 3$. Nach dem Π -Theorem folgen daraus $N - r = 3$ dimensionslose Π -Größen [30]. Zu den Verfahren der Dimensionsanalyse und deren praktischen Handhabung sei auf [48] verwiesen. Bei der Matrixmethode erfolgt die Ermittlung der Kennzahlen durch die Aufstellung von Gleichungssystemen. Deren Lösungen sind dann die Exponenten der Dimensionen der variierten Größen (6.2)–(6.4).

$$\Pi'_1 = L(D)^{-1}(\varrho)^0(g)^0 \quad (6.2)$$

$$\Pi'_2 = m(D)^{-3}(\varrho)^{-1}(g)^0 \quad (6.3)$$

$$\Pi'_3 = \omega(D)^{0,5}(\varrho)^0(g)^{-0,5} \quad (6.4)$$

Aus diesen Kennzahlen werden die endgültigen Π -Größen abgeleitet. Π'_1 ist ein Ähnlichkeitsimplex [48] aus dem Verhältniss der geometrischen Größen.

$$\Pi_1 = \Pi'_1 = \frac{L}{D} = \lambda \quad (6.5)$$

Bei Sturzmühlen wird das Längen-Durchmesser-Verhältnis mit λ bezeichnet. Die zweite Π -Größe (6.3) wird so umgeformt, dass der Nenner proportional dem Zylindervolumen ist. Die abgeleitete Größe stellt den Mühlenfüllungsgrad φ dar. Dimensionslose Vorfaktoren, wie in diesem Fall $\pi/4$, können mit der Dimensionsanalyse nicht erfasst werden.

$$\Pi_2 = \frac{\Pi'_2}{\Pi'_1} = \frac{m}{L D^2 \varrho} \sim \varphi \quad (6.6)$$

Die dritte Π -Größe (6.4) ist proportional der relativen Drehzahl ψ . Das Quadrat dieser Kennzahl ist als Froude-Zahl bekannt.

$$\Pi_3 = \Pi'_3 = \omega \sqrt{\frac{D}{g}} = \sqrt{Fr} \sim \psi \quad (6.7)$$

Mit den drei ermittelten Π -Größen lässt sich der allgemeine funktionale Zusammenhang von (6.1) mit sechs unabhängigen Größen auf einen Zusammenhang mit nur drei Größen reduzieren:

$$F(\lambda, \psi, \varphi) = 0 \quad (6.8)$$

Aus dieser Betrachtung folgt, dass Sturzmühlen ähnlich sind, wenn diese das gleiche L/D -Verhältnis λ aufweisen sowie bei gleichem Mühlenfüllungsgrad φ und gleicher relativer Drehzahl ψ betrieben werden. Unter diesen Voraussetzungen können die Gesetze der Ähnlichkeitstheorie angewandt werden. Die Ergebnisse der Modellversuche können somit unter Verwendung von Ähnlichkeitsmaßstäben auf das Original übertragen bzw. untereinander verglichen werden. Wichtig ist, dass die Dichte der in den Versuchen verwendeten Materialien keinen Einfluss auf die Übertragung der Ergebnisse haben.

6.3 Vergleich des simulierten Bewegungszustandes mit Modellaufnahmen

Für die Bewertung der Simulationsergebnisse wird zuerst die Verteilung der Mühlenfüllung aus den Simulationen mit fotografischen Aufnahmen an der Stirnseite einer Modellmühle verglichen. Die experimentellen Untersuchungen zur Bewegung der Mühlenfüllung erfolgten an einem Modell mit einem Durchmesser von 200 mm. Zur Abmessung der simulierten Mühle entspricht dies einem Modellmaßstab von etwa 1 : 10. Zur Vollständigkeit und Gewährleistung der geometrischen Ähnlichkeit wurde die gleiche Anzahl von maßstäblich verkleinerten Hubleisten im Modell eingebaut. Als Mühlenfüllung wurden Glaskugeln und Gestein jeweils in der Größe von 5 mm verwendet. Damit liegt bei den Versuchen ein Partikelverhältnis von $\lambda_p = 40$ vor. Für die Vergleichbarkeit wurden die Ähnlichkeitskennzahlen relative Drehzahl und Füllungsgrad im gleichen Bereich wie bei den Simulationsrechnungen variiert.

In den Abb. 6.3 bis Abb. 6.7 sind die Modellaufnahmen der Füllungsbewegung für beide Materialien mit den entsprechenden Bewegungszuständen aus der DEM-Simulation gegenübergestellt. Zunächst ist überraschend, dass die Unterschiede im Bewegungszustand zwischen den Glaskugeln und dem Mamorsplit nur gering sind. Jedoch ist bei den Modellaufnahmen die charakteristische äußere Partikelbahn der Simulation nicht vollständig erkennbar. Dieser Effekt ist aufgrund von einzelnen zwischen den Hubleisten eingeklemmten Partikeln nicht deutlich genug hervorgetreten.

Aus dem Vergleich des simulierten Bewegungszustandes der Mühlenfüllung mit den Modellaufnahmen ist ersichtlich, dass sowohl der kompakte als auch der aufgelockerte Bereich der Füllung in den drei Teilbildern der einzelnen Darstellungen im Wesentlichen deckungsgleich sind. Ein Kriterium für die Gleichförmigkeit der simulierten und experimentellen Füllgutverteilungen sind darüber hinaus der obere Ablösepunkt und der untere Auftreffbereich der Mühlenfüllungen. Aufgrund der relativ guten Übereinstimmung der Füllgutverteilung aus der Simulation mit den Füllgutverteilungen der beiden Versuche kann festgestellt werden, dass die Bewegung der Füllung in Sturzmühlen sehr gut mit der Diskrete-Elemente-Methode simuliert werden kann.

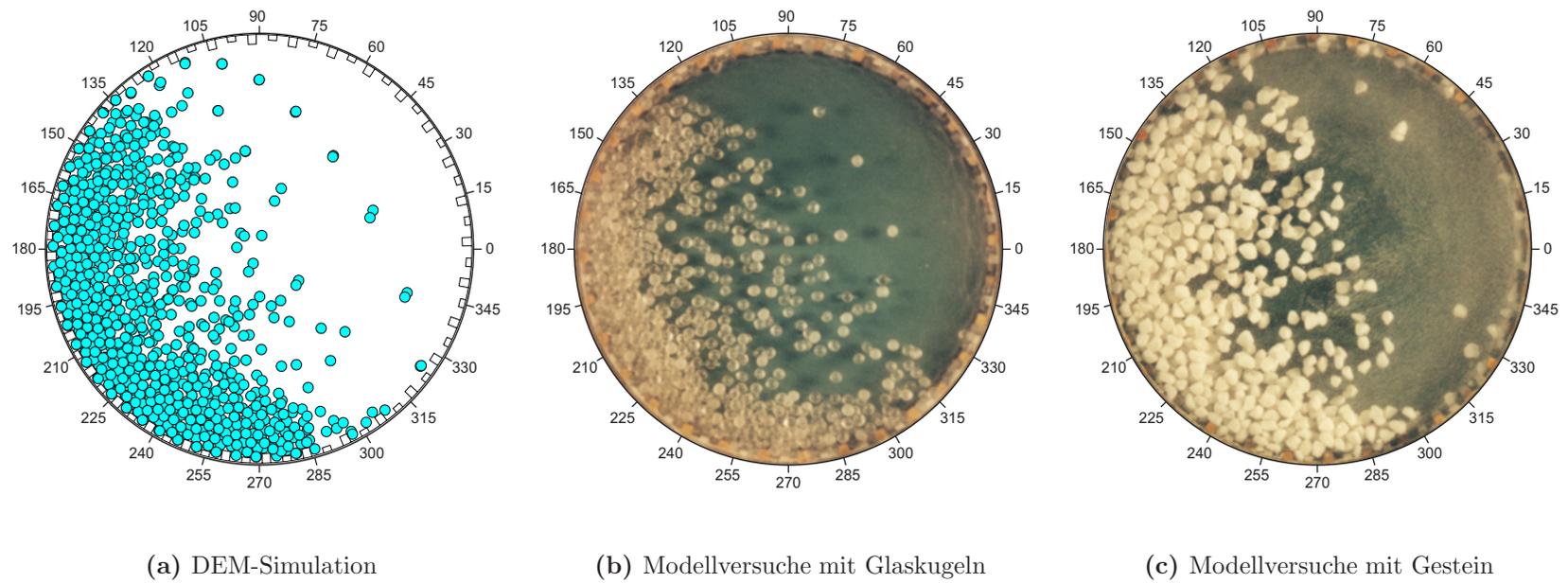


Abbildung 6.3: Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen
(Füllungsgrad 25 %; relative Drehzahl 75 %)

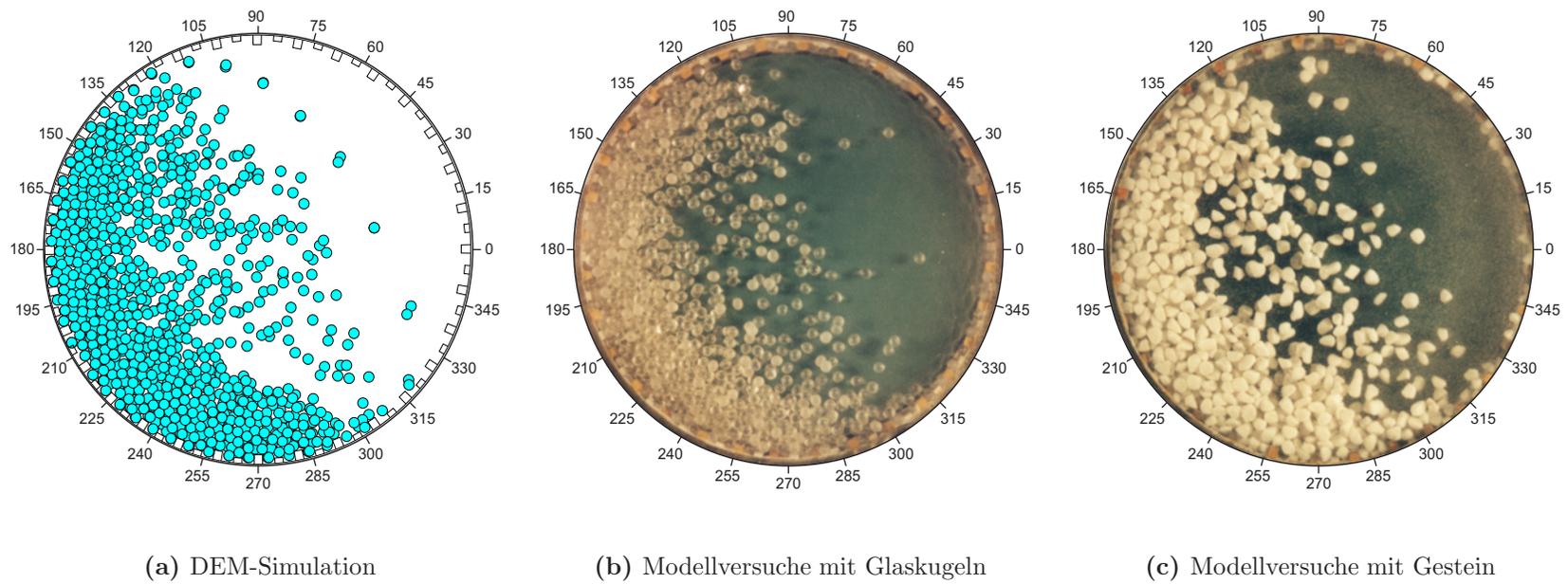
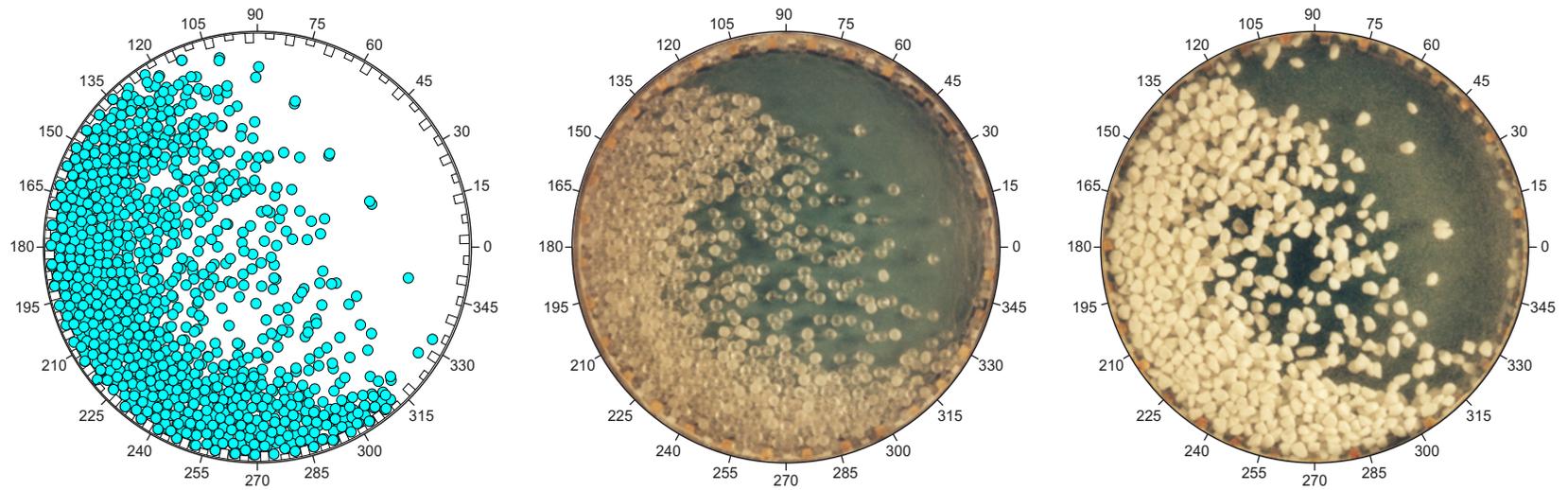


Abbildung 6.4: Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen
(Füllungsgrad 30 %; relative Drehzahl 75 %)



(a) DEM-Simulation

(b) Modellversuche mit Glaskugeln

(c) Modellversuche mit Gestein

Abbildung 6.5: Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen
(Füllungsgrad 35 %; relative Drehzahl 75 %)

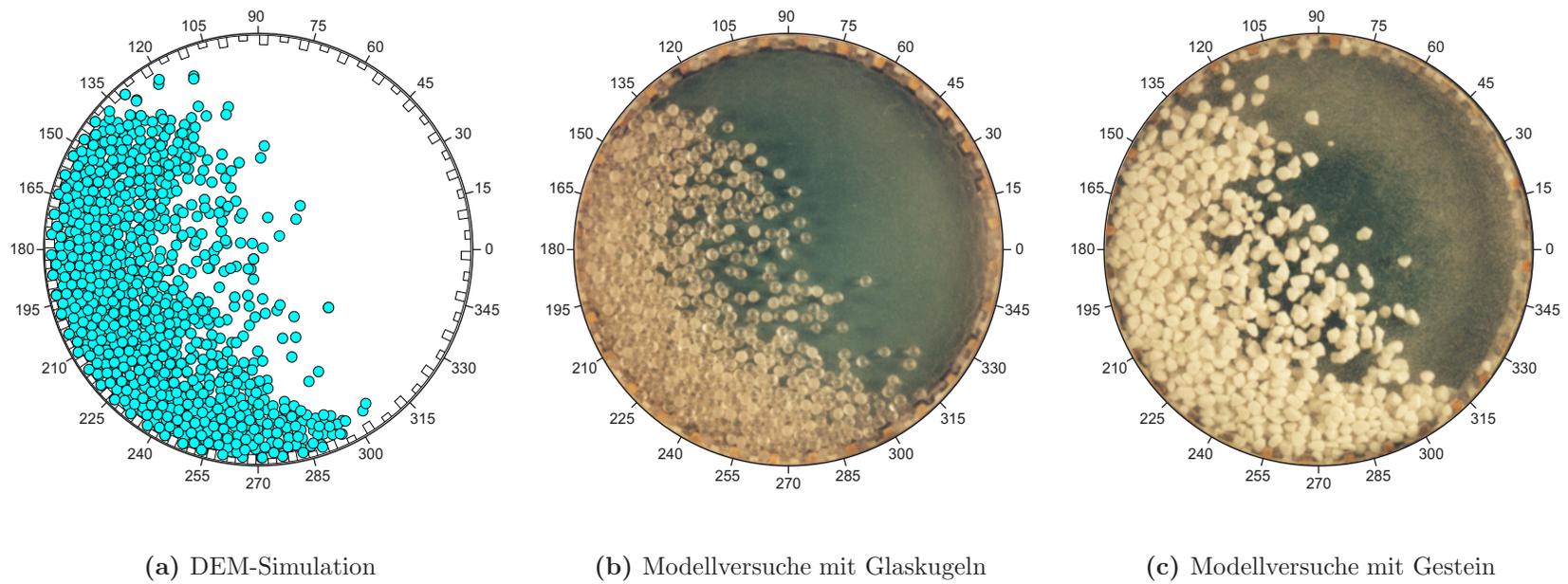


Abbildung 6.6: Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen
(Füllungsgrad 30 %; relative Drehzahl 65 %)

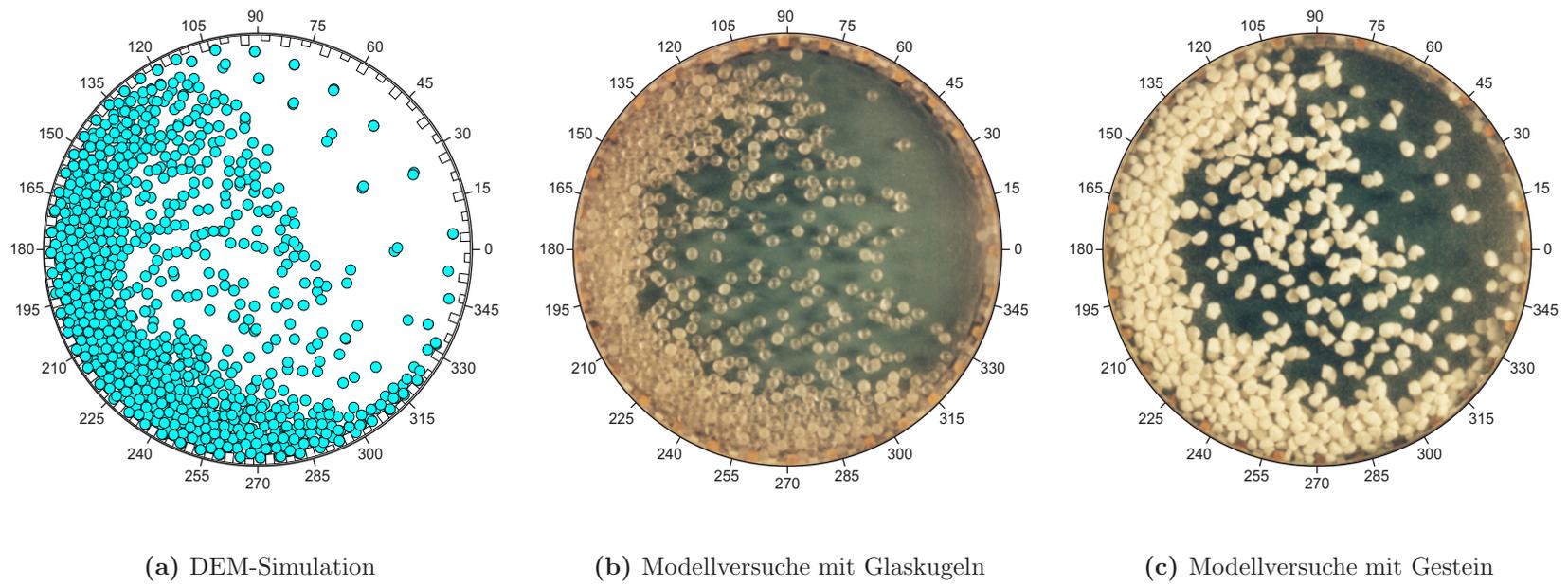
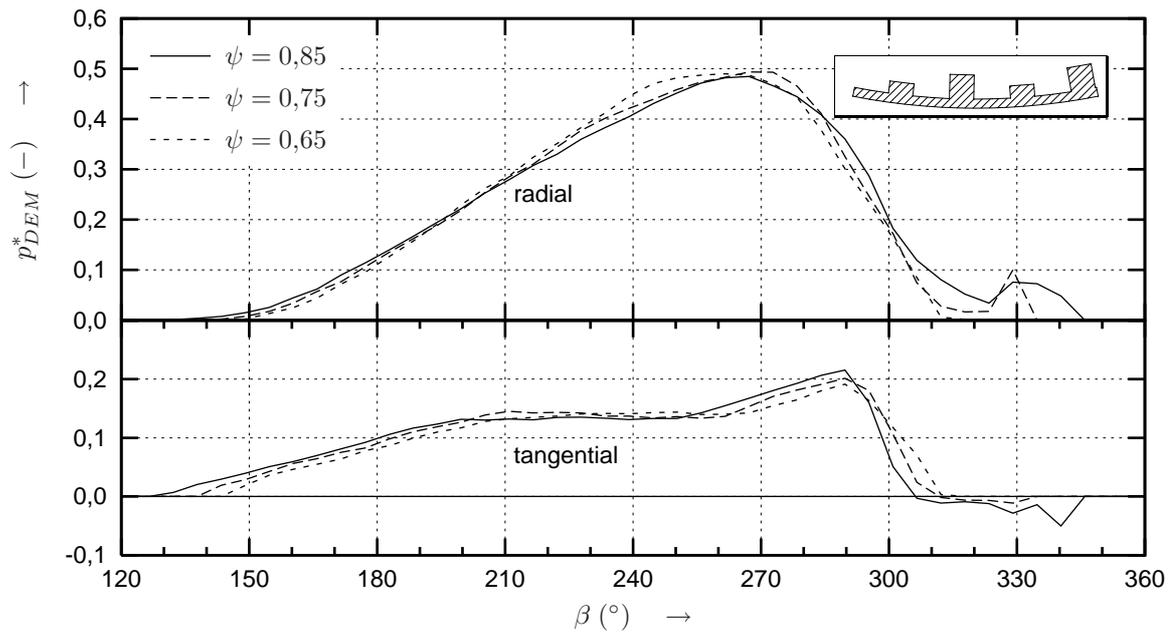


Abbildung 6.7: Vergleich der Bewegungszustände aus der DEM-Simulation und Modellversuchen
(Füllungsgrad 30 %; relative Drehzahl 85 %)

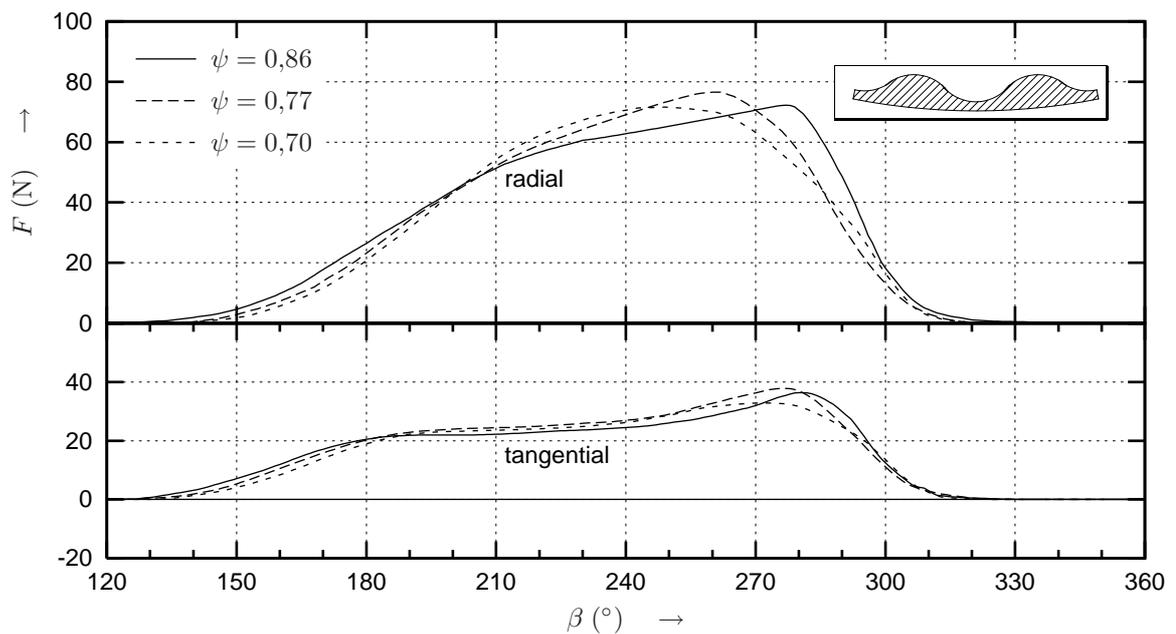
6.4 Gegenüberstellung der berechneten Druckverläufe mit gemessenen Kraftverläufen

Zur Verifikation der aus der Simulation abgeleiteten Druckverteilung der Mühlenfüllung eignet sich am besten eine experimentelle Analyse an einer solchen Maschine. Die Messung der Druckverteilung an der Zylinderwand einer Mühle gestaltet sich jedoch aufgrund der rauen Versuchsbedingungen im Inneren einer Sturzmühle als schwierig. Da keine anderen Messergebnisse von Sturzmühlen zur Verfügung standen, konnten für einen Vergleich nur die von *Moys* durchgeführten Untersuchungen an einer Laborkugelmühle mit einem Durchmesser von 550 mm verwendet werden [59]. Bei diesen Versuchen wurde mittels eines präparierten Panzerungselementes der radiale und tangential Kraftverlauf der Mühlenfüllung bei verschiedenen relativen Drehzahlen gemessen. Aus den zur Verfügung stehenden Messungen wurden die Verläufe mit einem Füllungsgrad von 36,7 % bei relativen Drehzahlen von 70 %, 77 % und 86 % separiert (Abb. 6.8 b) und den Druckverläufen aus der Simulation gegenübergestellt (Abb. 6.8 a). Ein markanter Unterschied in den Randbedingungen der Messung und der Simulation besteht in der Form der eingesetzten Panzerung. Den Simulationsrechnungen lag ein Rechteckprofil mit kleinen und großen Hubleisten zugrunde. Dagegen wurde bei den Messungen eine Panzerung mit Wellenprofil verwendet.

Trotz der unterschiedlichen Mühlenparameter und Panzerungsformen ist dennoch ein qualitativer Vergleich der simulierten Druckverläufe mit den gemessenen Kraftverläufen möglich. Sowohl die radialen als auch die tangentialen Verläufe der Simulation sind in einem großen Bereich ähnlich der Messung. Auch der geringe Einfluss der Drehzahl auf die Höhe der Drücke bzw. Kräfte ist in beiden Darstellungen analog. Die Verläufe aus Simulation und Messung werden mit zunehmender relativer Drehzahl aufgrund der breiteren Verteilung der Mühlenfüllung über den Umfang des Zylinders gestreckt. Ein signifikanter Unterschied ist in den Druckspitzen der Simulationsergebnisse bei einem Winkel von etwa 330° ersichtlich, denn bei den Messungen ist dieser Effekt nicht zu beobachten. Der Grund dafür liegt an den unterschiedlichen Panzerungsformen. Bei einem Wellenprofil rollen die Partikel der Mühlenfüllung früher ab und werden nicht soweit angehoben wie bei einem Rechteckprofil. Das bedeutet, dass eine Panzerung mit dieser Profilierung auch bei höheren Drehzahlen nicht durch einzelne herabfallende Körper beansprucht wird und sich dies demzufolge auch nicht im Kraftverlauf widerspiegelt.



(a) Berechnete radiale und tangentielle Drücke aus der Simulation an einem DEM-Modell mit Rechteckpanzerung, Füllungsgrad 30 %



(b) Gemessene radiale und tangentielle Kräfte an einer Laborkugelmühle mit Wellenpanzerung, Füllungsgrad 36,7 % (Quelle: [59])

Abbildung 6.8: Gegenüberstellung der Druckverläufe aus der DEM-Simulation mit gemessenen Kraftverläufen einer Laborkugelmühle

6.5 Anwendung der Belastungsansätze in FE-Berechnungen

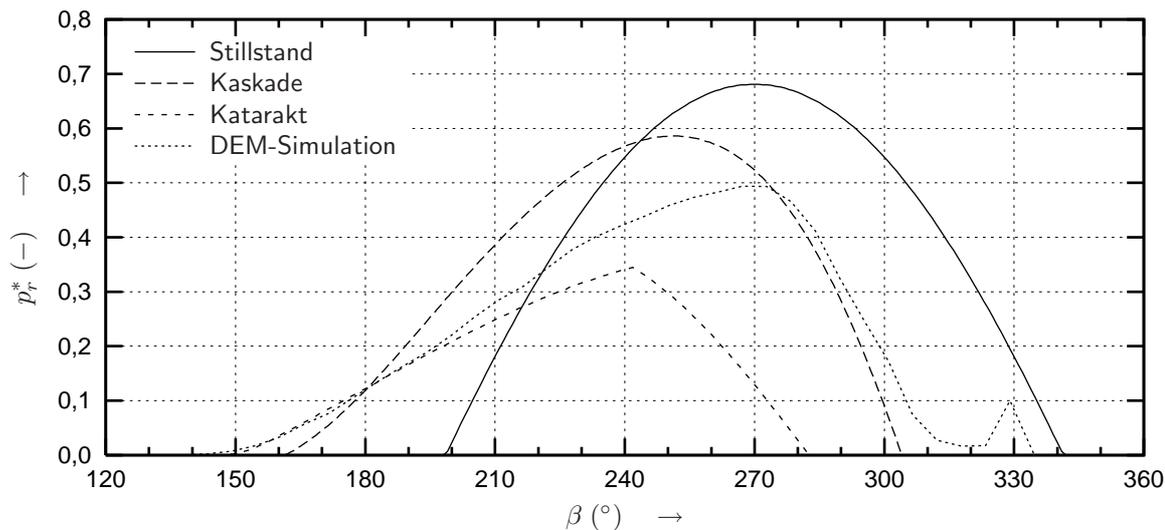
6.5.1 Gegenüberstellung der Belastungsansätze

In Kap. 2.4 wurden die drei theoretischen Ansätze Stillstand, Kaskade und Katarakt für die Modellierung der Füllgutbelastung vorgestellt. Beim Lastansatz Stillstand werden lediglich die Gewichtskräfte der ruhenden, gleichmäßig im Mühlenzylinder verteilten Mühlenfüllung betrachtet. Obwohl die Belastung hydrostatisch angenommen wird, kommt dieser Lastansatz für die Auslegung von Sturzmühlen zur Anwendung. Die Lastansätze Kaskade und Katarakt berücksichtigen dagegen die Auslenkung der Mühlenfüllung auf der Grundlage von theoretischen Bewegungsmodellen. In die Ermittlung der Belastungen werden darüber hinaus die Zentrifugalkräfte der Füllung mit einbezogen. Die Dynamik der Mühlenfüllung wird aber auch bei diesen Ansätzen nicht betrachtet.

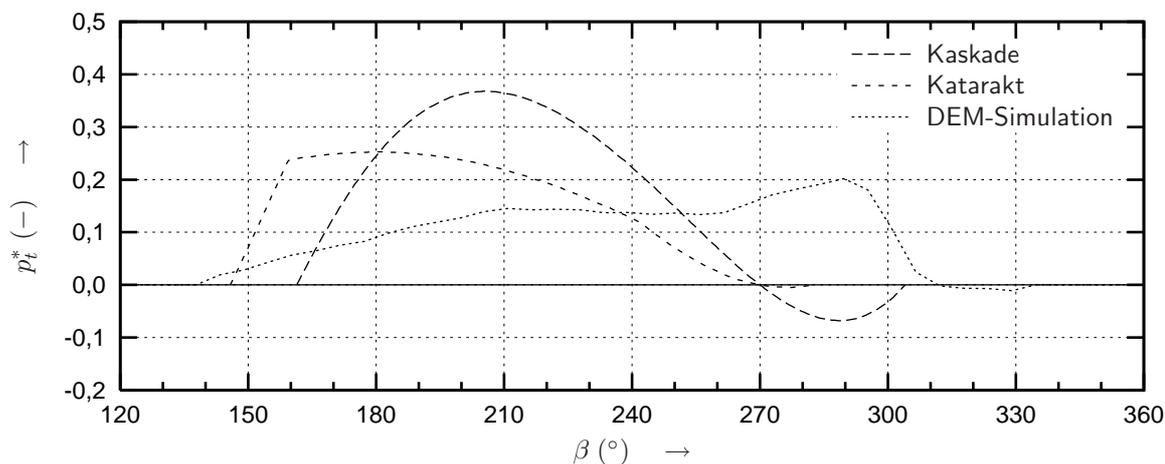
Mittels der DEM konnten in Kap. 5.2 die Belastungen auf den Mühlenzylinder ermittelt werden, die auf der realistischen Bewegung der Mühlenfüllung beruhen und neben den statischen Kräften auch die dynamischen Anteile berücksichtigen. In Abb. 6.9 sind die Belastungen aus der Simulation zusammen mit den drei theoretischen Lastansätzen dargestellt.

Erwartungsgemäß ist das absolute Maximum des radialen Druckes aus der DEM-Simulation aufgrund des Mischzustandes der tatsächlichen Füllgutbewegung größer als im Lastansatz Katarakt und geringer als im Lastansatz Kaskade (Abb. 6.9 a). Im oberen Bereich der Mühlenfüllung ($\beta = 150^\circ \dots 200^\circ$) ist der radiale Druck aus der Simulation identisch mit dem Druck des Lastansatzes Katarakt. Im mittleren Bereich wächst der simulierte Druck aufgrund des größeren kompakten Bereiches der Füllung stärker an. Nach dem Maximum stimmt der simulierte Druck in radialer Richtung nahezu mit dem Druck aus dem Lastansatz Kaskade überein. Dagegen kann der berechnete tangentielle Druck aus der Simulation durch keinen theoretischen Ansatz auch nur annähernd abgebildet werden (Abb. 6.9 b).

Für die Bewertung der aus der DEM-Simulation ermittelten Druckverteilung der Mühlenfüllung auf den Mahlzylinder wird diese in einer FE-Berechnung einer SAG-Mühle



(a) Radialer Druck



(b) Tangentialer Druck

Abbildung 6.9: Gegenüberstellung der theoretischen Lastansätze mit dem Lastansatz aus der DEM-Simulation ($\psi = 0,75$; $\varphi = 0,3$)

als Belastungsverteilung angewendet. Diese Berechnung erfolgt außerdem mit den drei theoretischen Lastansätzen. Die berechneten Spannungen werden Spannungen aus einer Dehnungsmessung an einer Mühle gegenübergestellt.

6.5.2 Messung und Berechnung der Zylinderbeanspruchung einer SAG-Mühle

Für die Beurteilung der verschiedenen Lastansätze werden Dehnungsmessungen verwendet, die am Zylinder einer SAG-Mühle einer Versuchsmahlanlage im diskontinuierlichen Betrieb aufgenommen wurden. Die Mühle ist eine auf vier Lagerschuhen je Seite gleitringgelagerte Trommelmühle mit einem Durchmesser von 2,1 m und eine Länge von 1 m (Abb. 6.10). Hierbei handelt es sich genau um die Mühle, die auch als Vorlage für das Simulationsmodell verwendet worden ist. Die Anzahl und Geometrie der Hubleisten der gemessenen Mühle sind mit dem DEM-Modell identisch. Das heißt, dass sich die Dehnungsmessungen und die simulierten Lastansätze auf eine vergleichbare Mahlgutbewegung beziehen.

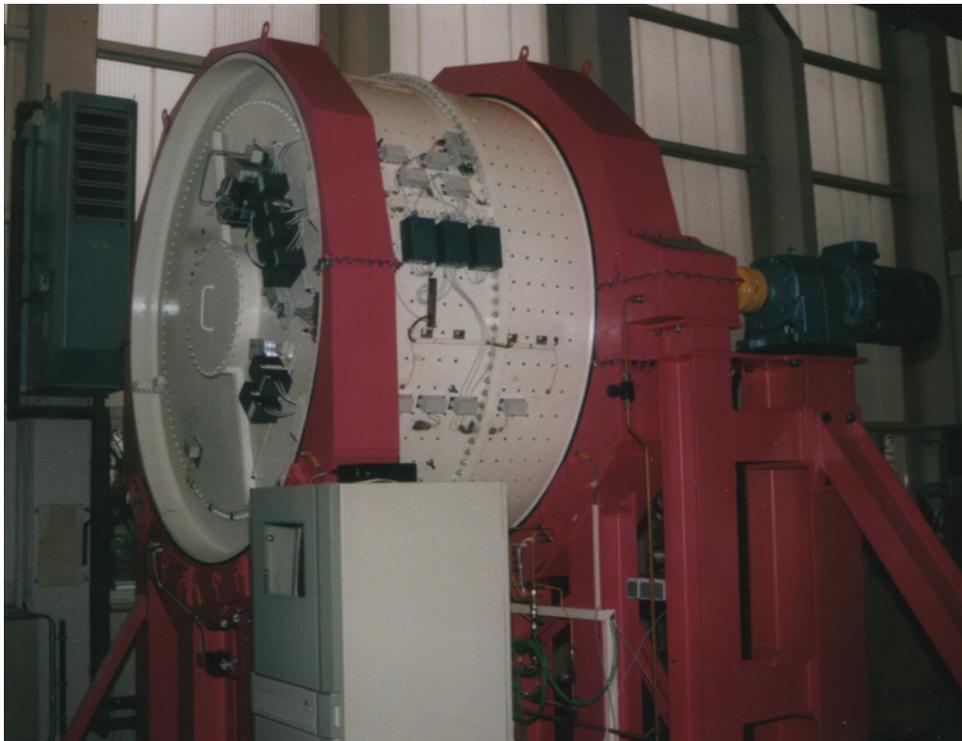


Abbildung 6.10: SAG-Mühle der Versuchsmahlanlage mit applizierter Messtechnik

Der Zylinder der Mühle ist je einmal radial und axial geteilt. Die Vergleichsmesstelle befindet sich an der Außenseite des Mühlenzylinders mittig zwischen dem Umfangsflansch und einem Gleitring (Abb. 6.11). An dieser Stelle wurde eine 45°-DMS-Rosette mit drei Messgittern appliziert. Aus den über mehreren Mühlendrehungen gemessenen

Dehnungen ϵ_x und ϵ_y wurden mit

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \quad (6.9)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \quad (6.10)$$

die Spannungen für den ebenen Spannungszustand an der Zylinderoberfläche berechnet. Die Spannungen in den lokalen Koordinaten x und y des DMS entsprechen gleichzeitig den Spannungen in axialer und Umfangsrichtung des Mühlenzylinders (Abb. 6.12). Für den Vergleich mit den Berechnungen wurden die Zeitsignale geglättet, über fünf Mühlenumdrehungen gemittelt und entsprechend der zeitlichen Position der Messstelle auf den Umfang der Mühle bezogen dargestellt.

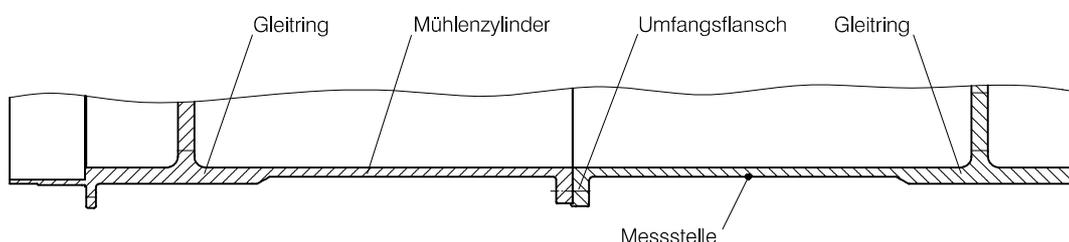


Abbildung 6.11: Position der DMS-Rosette (Mühlenzylinder axial geschnitten)

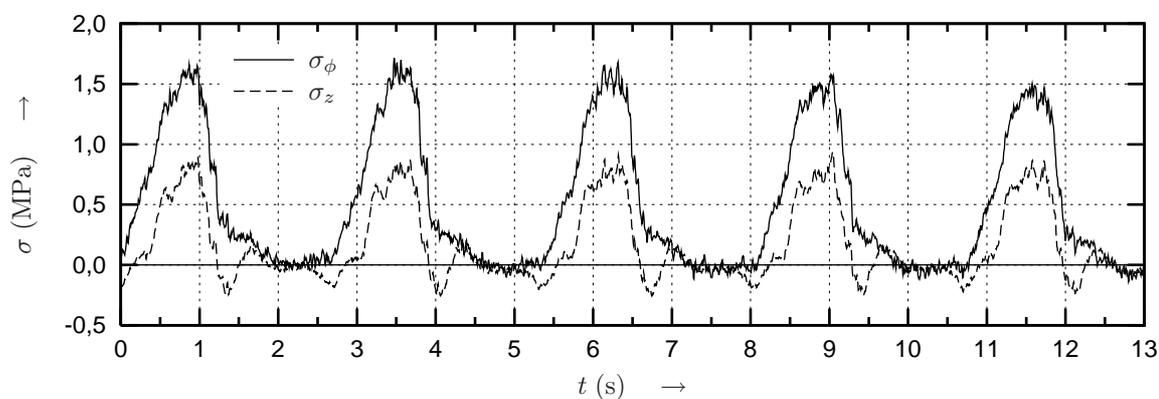


Abbildung 6.12: Berechnete Axial- und Tangentialspannungen aus gemessenen Dehnungen (Lastfall 5 über 5 Mühlenumdrehungen)

Die Dehnungsmessungen wurden mit drei verschiedenen Füllungsgraden bei einer relativen Drehzahl von 75 % durchgeführt (Tab. 6.1). Als Mühlenfüllung wurde Gesteinsmaterial bis zu einer Größe von 76 mm mit einem Mahlkörperanteil von 15 %

verwendet. Die Mahlkörper waren Stahlkugeln in der Größe von 25 bis 30 mm. Das Lückenvolumen dieser Füllung wurde anschließend mit Wasser aufgefüllt. Die Gesamtmasse der Beladung ergibt sich aus den Massen von Mahlgut, Mahlkörper und dem Wasser. Zum Vergleich wurden die Dehnungen darüber hinaus im leeren und wassergefüllten Zustand bei einer geringeren Mühlendrehzahl gemessen.

Tabelle 6.1: *Gemessene Lastfälle*

Lastfall	Füllung	Beladung	Füllungsgrad	rel. Drehzahl
		kg	%	%
1	(leer)	0	0	15
2	Wasser	1100	35	15
3	Mahlgut	2000	25	75
4	Mahlgut	2400	30	75
5	Mahlgut	2670	33	75

Zu den gemessenen Lastfällen wurden FE-Berechnungen durchgeführt. Die Modellierung der Zylinderbelastung durch die Mühlenfüllung erfolgte mit den vier verschiedenen Lastansätzen Stillstand, Kaskade, Katarakt und DEM-Simulation. Die Druckverteilung wurde mit dem Mühlenradius und der effektiven Dichte der Beladung auf der Grundlage der dimensionslosen Druckverläufe entsprechend Gl. (2.7) ermittelt. Das für die Berechnung verwendete FE-Modell ist in Abb. 6.13 dargestellt. In dem Modell sind der Mühlenzylinder mit Flanschen und Gleitringen, die Stirnscheiben sowie der Zahnkranz integriert. Als Elementtyp wurde ein Volumenelement mit quadratischem Ansatz verwendet. Da die Belastungen aus der Mühlenfüllung unsymmetrisch wirken, wurde die Mühle ohne Symmetrieebenen voll modelliert. Die untere Hälfte des Modells, in der die Lager- und zum großen Teil die Füllgutlasten wirken, ist in Umfangsrichtung feiner vernetzt worden.

Die Berücksichtigung der zusätzlichen Gewichte der Mühleneinbauten erfolgte durch höhere Dichten der angrenzenden modellierten Baugruppen. Die versteifende Wirkung der Panzerung wurde im Rahmen vorangegangener Untersuchungen an dieser Mühle ermittelt [95]. Dafür wurden neben den Lastfällen 1 und 2 (Tab. 6.1), die an einer Mühle mit Panzerung gemessen wurden, zwei weitere Lastfälle mit den gleichen Beladungen an einer ungepanzerten Mühle durchgeführt. Gemäß dem Superpositions-

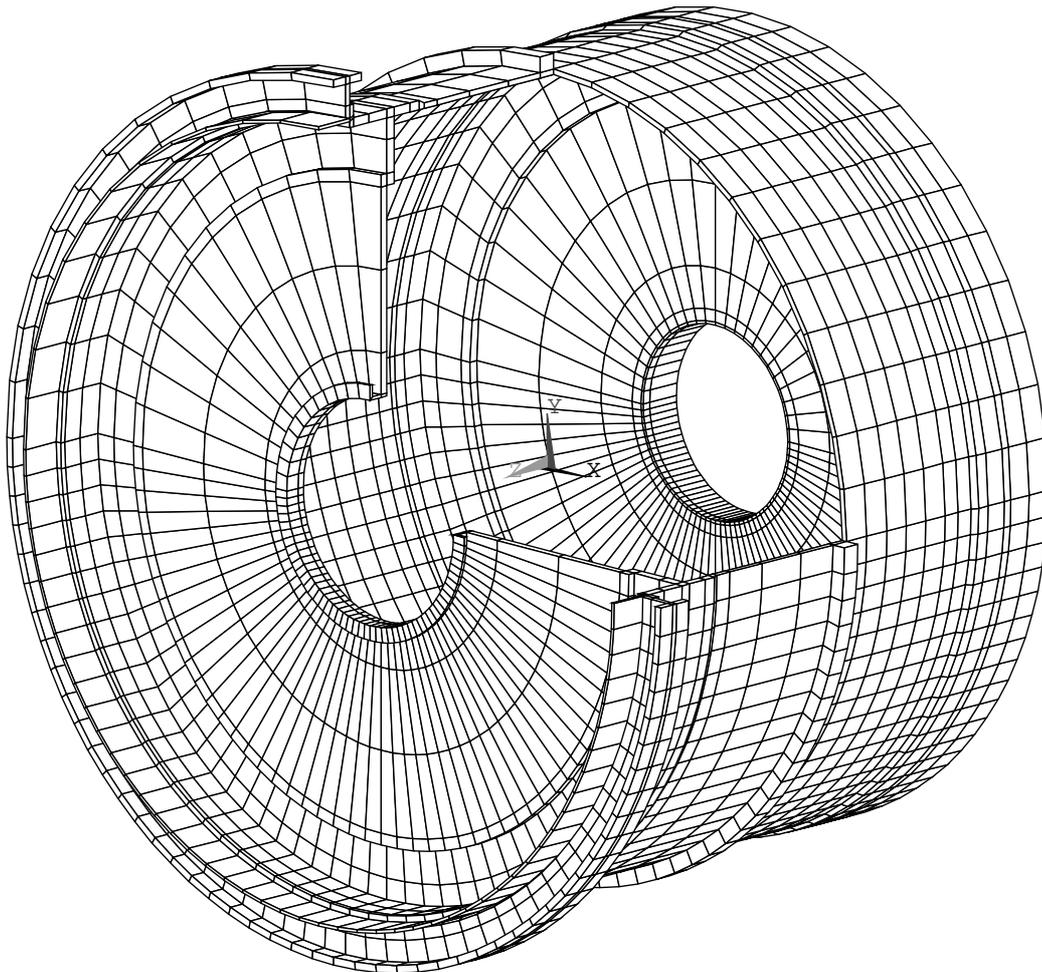


Abbildung 6.13: FE-Modell der SAG-Mühle (Darstellung im 7/8-Schnitt)

prinzip entsprechen die Spannungsdifferenzen aus Lastfall 2 und 1 den Spannungen einer masselosen wassergefüllten Mühle. Dieser Differenzlastfall wurde auch für die Lastfälle der ungepanzerten Mühle errechnet. Aus den unterschiedlichen Spannungen der beiden Differenzlastfälle konnte dann der Steifigkeitseinfluss der Panzerung auf die Mühlenstruktur ermittelt werden. Dieser wurde über zusätzliche Elementsteifigkeiten im FE-Modell berücksichtigt.

Die Lasthöhe bei den einzelnen Lastansätzen in der Berechnung wurde entsprechend der Beladung der Mühle bei den gemessenen Lastfällen festgesetzt. Bei den Lastansätzen Stillstand und Kaskade wurde ein Wanddruck auf die Stirnscheiben berücksichtigt. Aufgrund der geringeren Kontaktfläche von ruhenden Partikeln an den Stirnflächen

bei den Lastansätzen Katarakt und DEM-Simulation wurde hier kein Seitendruck modelliert. Die Reaktionskräfte in Umfangsrichtung sind als Antriebskräfte anzusehen. Das Gleichgewicht in vertikaler Richtung wurde durch die Höhe des Lagerdruckes der Gleitschuhe eingestellt. Auf alle vier Lager einer Seite wirkt der gleiche Druck.

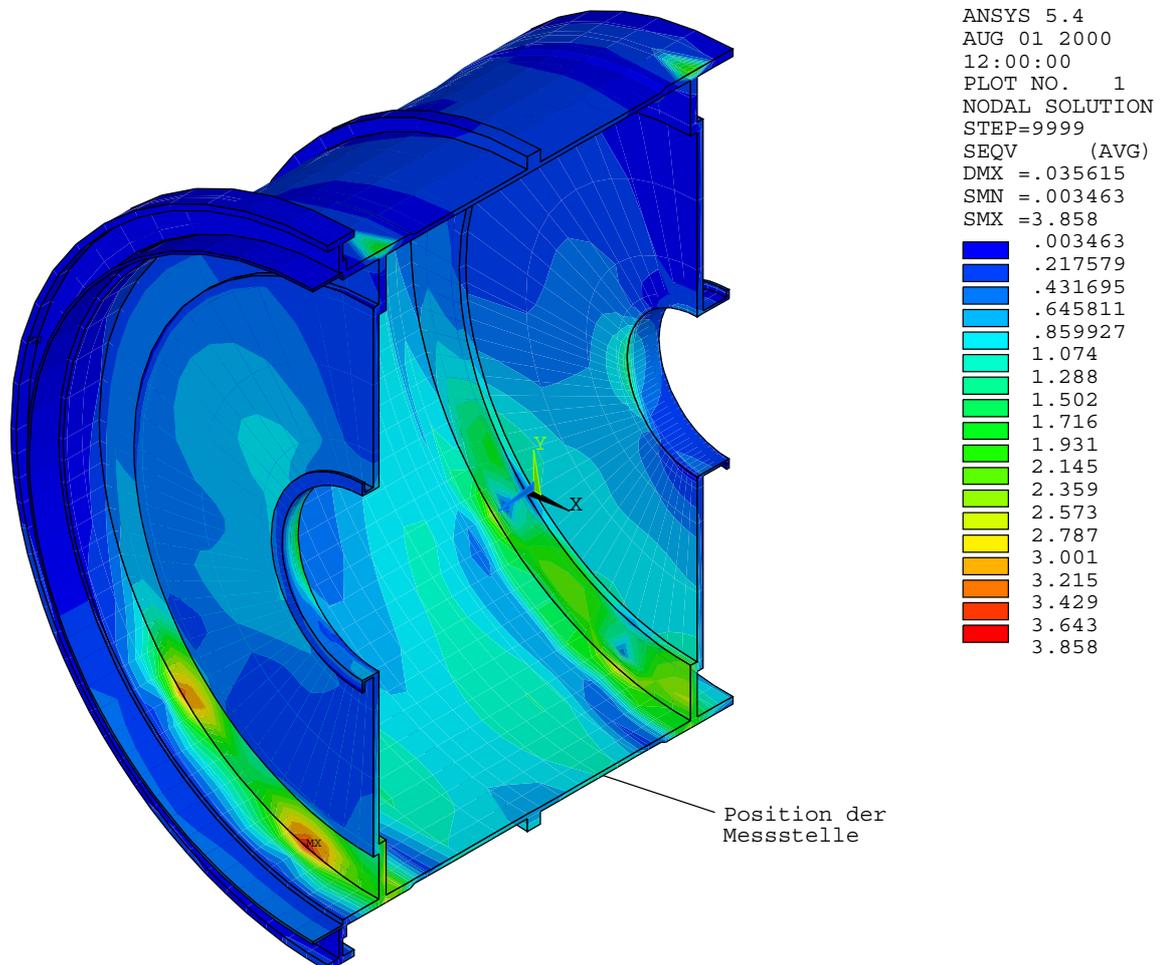


Abbildung 6.14: von Mises-Vergleichsspannung bei Anwendung der Belastung aus der DEM-Simulation (Füllungsgrad 33 %)

In Abb. 6.14 ist das Ergebnis einer Berechnung in Form der von Mises-Vergleichsspannung dargestellt. Auffällig sind zunächst die hohen Beanspruchungen im Bereich der Gleitringe an den Stellen der Lagerschuhe. Die relativ hohen Steifigkeiten des Gleitringes und des Umfangsflansches fungieren hier als Einspannstellen. Gegenstand dieser Untersuchung sind die Spannungen im ungestörten Bereich des Mühlensylinders an der markierten Position in Abb. 6.14. Die Lage der Messstelle zwischen dem Umfangs-

flansch und dem Gleitring wurde gewählt, weil hier die höchsten Dehnungen aufgrund der Durchbiegung des Mühlenzylinders durch die Mühlenfüllung erfasst werden. Hier liegt ein überlagerter Beanspruchungszustand aus Biege- und Membranspannungen vor.

6.5.3 Vergleich der Berechnungen mit Messergebnissen

Zur Gegenüberstellung der Berechnungsergebnisse mit den gemessenen Verläufen wurden die Lastfälle 2 und 5 ausgewählt. Bei diesen beiden Lastfällen war die Mühle auf ein annähernd gleiches Niveau gefüllt. Beim Lastfall 2 lag durch die Wasserfüllung eine rein hydrostatische Belastung des Mühlenzylinders vor. Aufgrund der geringen Drehzahl wurde die Wasserfüllung nicht ausgelenkt. Die Messung des Lastfalls 5 erfolgte unter Betriebsbedingungen bei einer relativen Drehzahl von 75 % mit einer Mahlgutfüllung von 33 %.

Für alle gemessenen Lastfälle (s. Tab. 6.1) wurden FE-Berechnungen durchgeführt. Die Lastfälle 1 und 2 (leere und wassergefüllte Mühle) wurden lediglich mit dem Lastansatz Stillstand berechnet. Bei den Lastfällen 3 bis 5 (mahlgutgefüllte Mühle) wurden alle vier Lastansätze angewendet (s. Abb. 6.9).

Eine Gegenüberstellung der Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen erfolgt in den einzelnen Darstellungen von Abb. 6.15. Aufgrund der hydrostatischen Belastung, sowohl bei der Messung als auch bei der Berechnung, ist für den Lastfall 2 und dem Lastansatz Stillstand eine gute qualitative und quantitative Übereinstimmung zu verzeichnen (Abb. 6.15 a). Den gemessenen Spannungsverläufen sind an den Winkelpositionen der Lagerschuhe bei 135°, 165°, 195° und 225° Abweichungen überlagert, die unvermeidbar aus einer ungleichmäßigen Belastung der einzelnen Lager resultieren. Im Vergleich zum Lastfall 2 ist beim Lastfall 5 eine Verschiebung des Spannungsverlaufes ersichtlich (s. Abb. 6.15 a und Abb. 6.15 b). Hier spiegelt sich die veränderte Belastung der ausgelenkten Mühlenfüllung gegenüber einer gleichmäßigen Wasserfüllung wider. Aus diesem Grund passt der berechnete Spannungsverlauf mit dem Lastansatz Stillstand qualitativ nicht zu den gemessenen Ergebnissen bei Mahlgutfüllung und Betriebsdrehzahl. Darüber hinaus fallen die berechneten Spannungen bei diesem Lastfall im Vergleich zum Lastfall 2 höher aus.

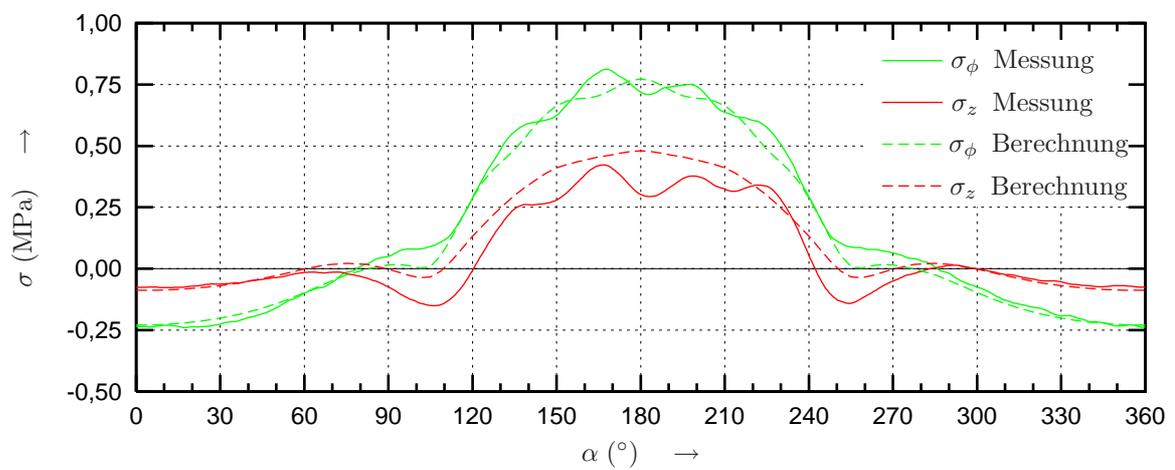
Die Berechnung mit dem Lastansatz Kaskade liefert einen Spannungsverlauf, der qualitativ sehr gut mit den gemessenen Spannungen übereinstimmt (Abb. 6.15 c). Der geringe Anstieg der Spannungen im oberen Bereich der Füllung und der steile Abfall zum unteren Bereich werden entsprechend den Messergebnissen abgebildet. Jedoch ist bei diesem Lastansatz das Spannungsmaximum in z -Richtung erheblich größer als bei der Messung.

Beim Lastansatz Katarakt haben die geringen Belastungen der Mühlenfüllung zu kleine Spannungen in der Berechnung zur Folge (Abb. 6.15 d). Auch qualitativ ist kaum eine Übereinstimmung der Verläufe zu erkennen.

Die berechneten Spannungsverläufe mit dem Lastansatz DEM-Simulation stimmen abschnittsweise mit den Messergebnissen überein (Abb. 6.15 e). Im mittleren Bereich ist eine stärkere Abweichung der Verläufe aufgrund zu geringer Spannungen aus der Berechnung zu verzeichnen. Im Bereich von $\alpha = 240^\circ$ ist sowohl beim Lastansatz DEM-Simulation als auch beim Lastansatz Kaskade eine größere Abweichung der berechneten von den gemessenen Spannungen ersichtlich. Dieser Bereich entspricht im simulierten Druckverlauf (Abb. 6.9) gerade der Position, bei der ein zusätzlicher Druck durch die Partikel auf der äußeren Wurfbahn erzeugt wurde.

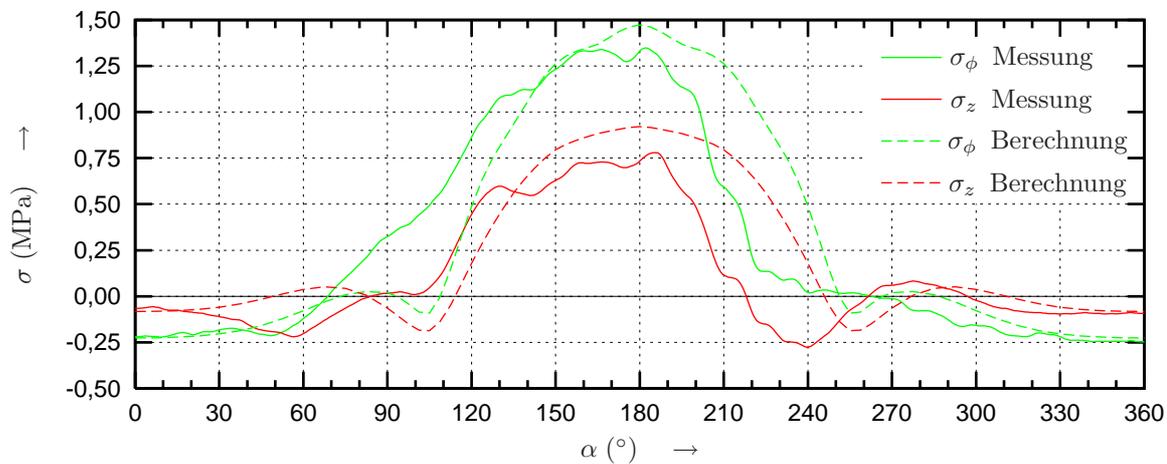
Für die Bewertung der in den FE-Berechnungen angewendeten Lastansätze werden die Spannungsausschläge in axialer und Umfangsrichtung über einen Umlauf des Zylinders ermittelt. Diese sind für die Mess- und Berechnungsergebnisse in Abb. 6.16 über die Masse der Mühlenbeladung dargestellt.

Mit dem Lastansatz Stillstand werden für die Betriebslastfälle mit Mahlgut (Lastfall 3 bis 5) leicht höhere Spannungsausschläge berechnet. Beim Lastansatz Kaskade wird die Höhe der Spannungsausschläge in Umfangsrichtung zwar gut abgebildet, aber in axialer Richtung ergibt die Berechnung zu große Werte. Dagegen werden mit dem Lastansatz Katarakt insgesamt zu geringe Spannungsausschläge ermittelt. Auch beim Lastansatz DEM-Simulation fallen die berechneten Spannungsausschläge zu niedrig aus.

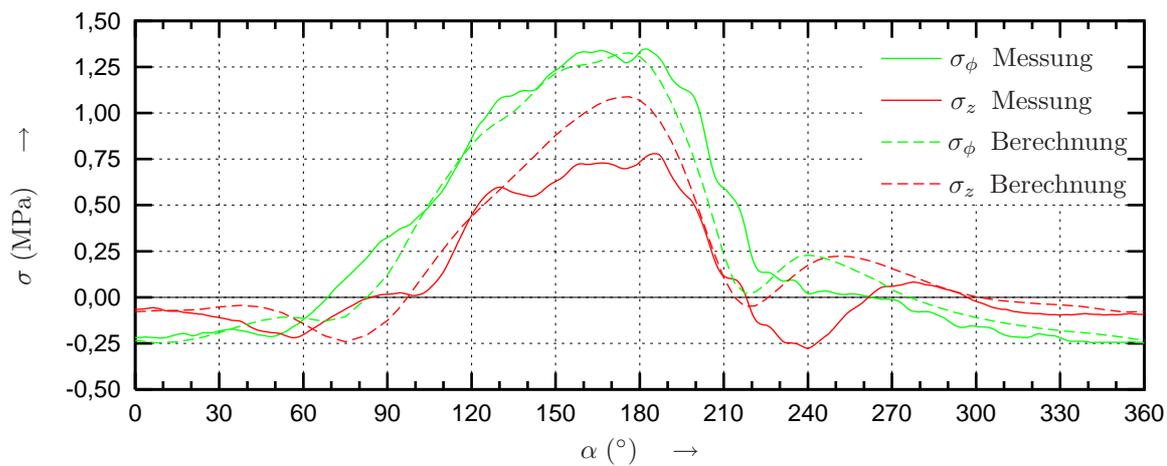


(a) Vergleich der Berechnungsergebnisse für den Lastansatz Stillstand mit den Messergebnissen von Lastfall 2

Abbildung 6.15: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen

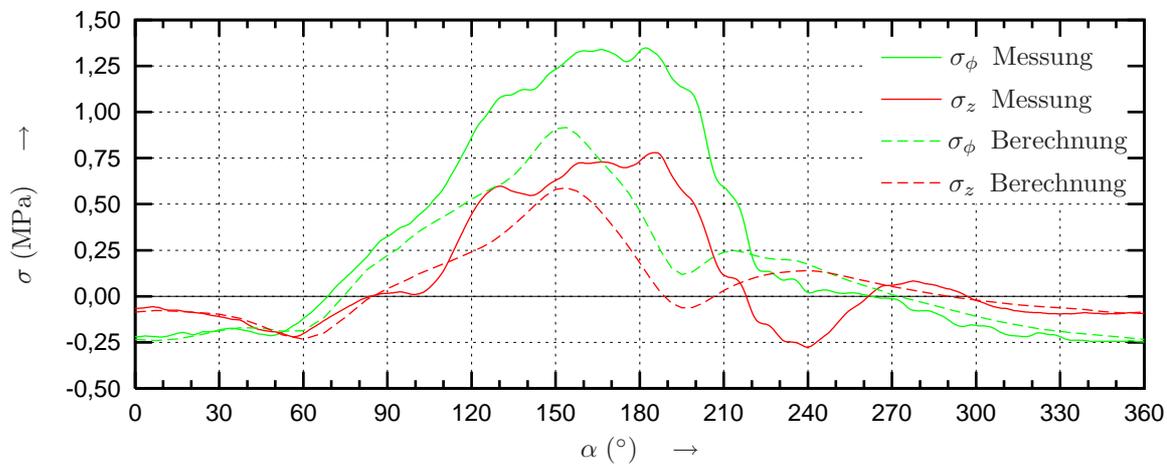


(b) Vergleich der Berechnungsergebnisse für den Lastansatz Stillstand mit den Messergebnissen von Lastfall 5

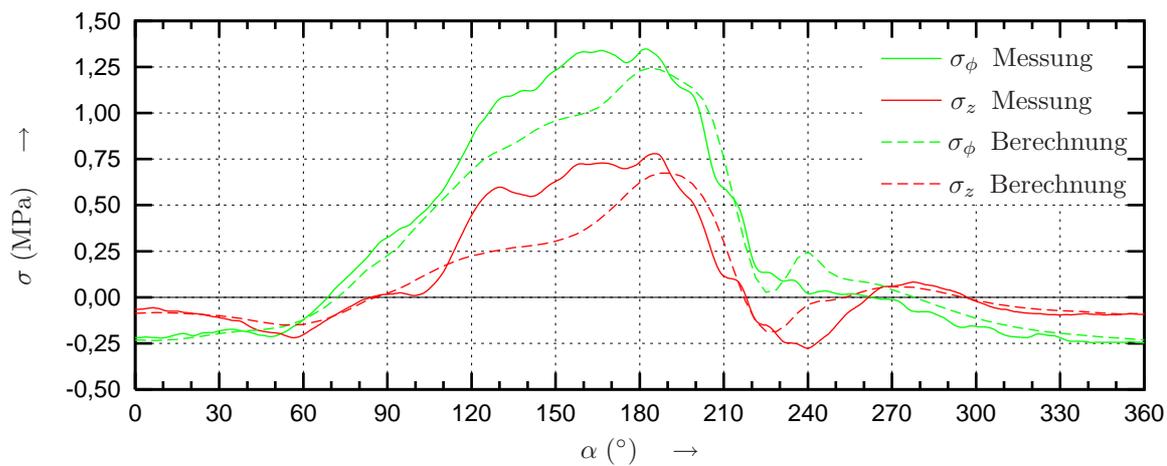


(c) Vergleich der Berechnungsergebnisse für den Lastansatz Kaskade mit den Messergebnissen von Lastfall 5

Abbildung 6.15: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen

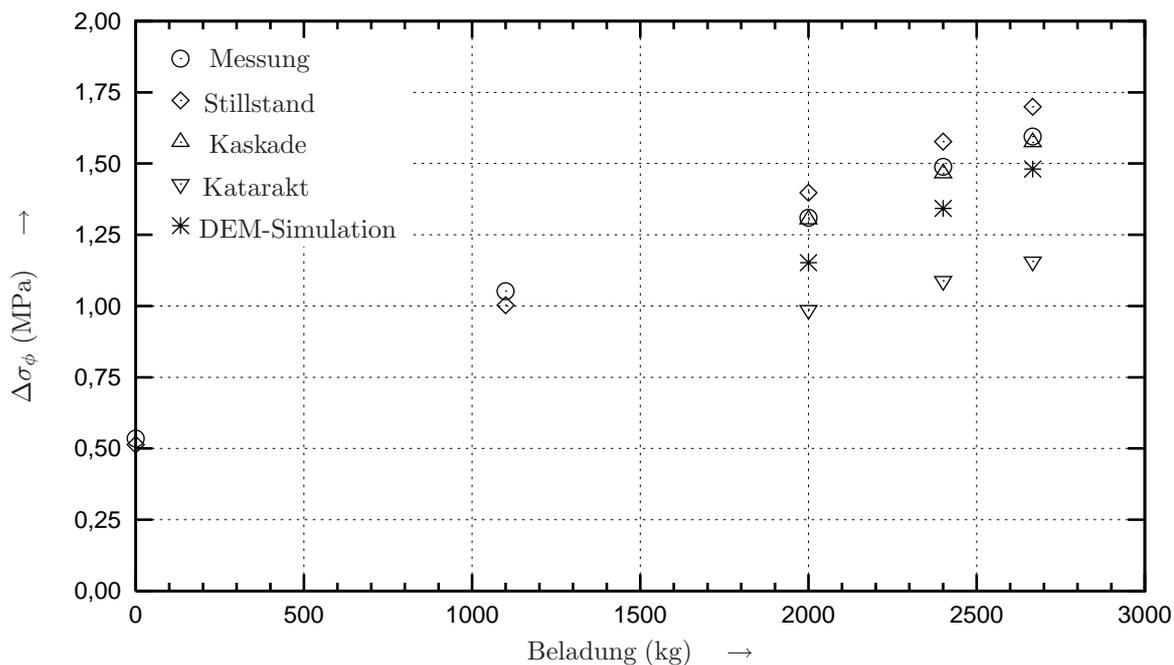


(d) Vergleich der Berechnungsergebnisse für den Lastansatz Katarakt mit den Messergebnissen von Lastfall 5

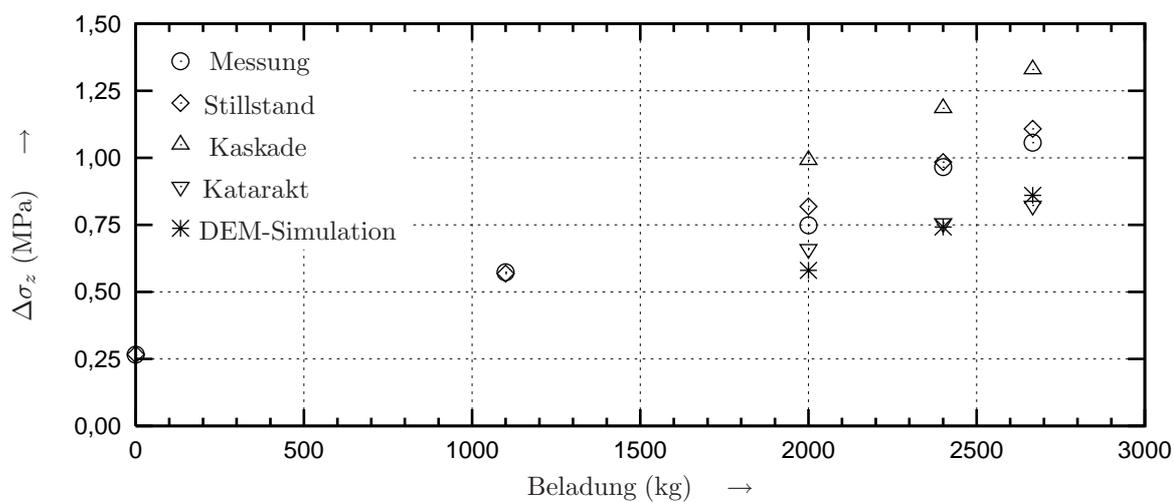


(e) Vergleich der Berechnungsergebnisse für den Lastansatz DEM-Simulation mit den Messergebnissen von Lastfall 5

Abbildung 6.15: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen



(a) Spannungsausschläge in Umfangsrichtung



(b) Spannungsausschläge in axialer Richtung

Abbildung 6.16: Darstellung der Spannungsausschläge aus der Messung und den Berechnungen mit allen vier Lastansätzen über die Beladung der Mühle

0 kg–Lastfall 1 (leer)

1100 kg–Lastfall 2 (Wasser)

2000..2670 kg–Lastfälle 3..5 (Mahlgut)

6.6 Abschließende Bewertung der Simulationsergebnisse

Die Simulation liefert als primäres Ergebnis die Verteilung der Mühlenfüllung im Zylinder. Aus den kinematischen Größen der einzelnen Partikel lassen sich dann weitere Ergebnisse ableiten. In diesem Fall wurde aus den Kontaktkräften der an der Zylinderwand anliegenden Partikel die Druckverteilung der Mühlenfüllung auf den Zylinder in radialer und tangentialer Richtung ermittelt. Für die Bewertung der Simulation wurden diese beiden Ergebnisse, die örtliche Verteilung der Partikel sowie die Druckverteilung der Mühlenfüllung, herangezogen.

Schon bei der Darstellung der Simulationsergebnisse wurde gezeigt, dass die Druckverteilung der Mühlenfüllung aufgrund der örtlichen Verteilung der Partikel im Zylinder erklärt werden kann. Ein größerer Füllungsgrad führt in der Simulation zu einer Vergrößerung des kompakten Bereiches der Mühlenfüllung. Dies spiegelt sich in einer Erhöhung des radialen Druckes wider. Die Verringerung der statischen Kräfte aufgrund des schmaleren kompakten Bereiches bei höheren relativen Drehzahlen wird durch die größer werdenden Zentrifugalkräfte kompensiert. Demzufolge liefert die Bewegungssimulation schlüssige Ergebnisse, wenn die Diskrete-Elemente-Methode mit dem numerischen Modell einer Sturzmühle in der Lage ist, die Bewegung der Mühlenfüllung realitätsnah abzubilden. Die fotografischen Aufnahmen der Bewegungszustände von zwei verschiedenen Füllungen an einer Modellmühle zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Bewegungszuständen aus der Simulation. Die Qualität der Simulationsergebnisse konnte mit dem Vergleich der simulierten Druckverläufe mit gemessenen Kraftverläufen an einer weiteren Modellmühle unterstrichen werden.

Die Auswertung der Aufnahmen an der Modellmühle zeigt, dass die tatsächliche Füllgutbewegung in einer Sturzmühle ein kombinierter Zustand aus der reinen Kaskaden- und Kataraktbewegung ist. Aufgrund dessen stimmt der simulierte Druckverlauf in radialer Richtung im unteren Bereich der Füllung mit dem theoretischen Druck aus der Kaskadenbewegung und im oberen Bereich mit dem Druck aus der Kataraktbewegung überein. Die dynamischen Kräfte aus der Umlenkung der Partikel im Auftreffbereich der Füllung sowie der Schlupf der Füllung im Aufstiegsbereich können nur durch die Simulation abgebildet werden.

Bei der Anwendung der theoretischen und simulierten Druckverläufe in der FE-Berechnung liefern die berechneten Spannungen mit den Simulationsergebnissen als Zylinderbelastung eine qualitativ bessere Übereinstimmung mit den Messergebnissen als mit dem Lastansatz Stillstand, der gegenwärtig für die Auslegung von Sturzmühlen verwendet wird. Die Gegenüberstellung der Spannungsausschläge von Messung und Berechnung zeigt dagegen, dass die Berechnung mit dem Lastansatz DEM-Simulation zu geringe Spannungen liefert.

Die simulierte Mühlenfüllung des DEM-Modells bestand nur aus Feststoffpartikeln mit einer Gesamtmasse, die der Masse der Mahlgutfüllung bei den Dehnungsmessungen entsprach. Für den Vergleich wurden Messergebnisse an einer SAG-Mühle bei einer Naßmahlung verwendet, die im Rahmen eines Industrieforschungsvorhabens gewonnen wurden [95]. Hierbei setzte sich die Mühlenfüllung aus Gestein, Mahlkugeln und Wasser zusammen. Die veränderten Reibungs- und Dämpfungsparameter gegenüber einer Trockenmahlung bewirkten eine qualitativ andere Verteilung des Mahlgutes und der Mahlkugeln und somit eine von der Simulation abweichenden Lastverteilung. Der Einfluss des Wassers auf die Belastungsverteilung der Mühlenfüllung konnte mit der Simulation nicht dargestellt werden.

Die Diskrete-Elemente-Methode ist prinzipiell in der Lage, Belastungsgrößen aus der Mühlenfüllung zu liefern. Eine Verifizierung von Simulationsergebnissen sollte zunächst nur für Sturzmühlen bei einer Trockenmahlung erfolgen. Mit einer Konkretisierung der Simulationsparameter für ein Feststoff-Wasser-Gemisch wird in Zukunft auch eine realistischere Simulation der Füllgutbewegung bei einer Naßmahlung und somit eine genauere Ermittlung der Lastgrößen von Mühlenfüllungen möglich sein. Eine Möglichkeit bietet sich auch durch die Kombination einer partikelhydrodynamischen Methode mit der DEM [68].

Da mit den gegenwärtigen Kenntnissen die Berechnung mit den Ergebnissen der DEM-Simulation zu geringe Spannungsausschläge liefert, kann dieser Lastansatz noch nicht für eine Auslegung von Sturzmühlen in Naßmahlprozessen verwendet werden. Es wird deshalb empfohlen hierfür weiterhin den Lastansatz Stillstand anzuwenden. Die höheren Spannungsausschläge liefern dabei eine entsprechende Sicherheit bei der Dimensionierung des Mühlenzylinders.

7 Zusammenfassung

Für eine betriebsfeste Auslegung von Maschinen und Anlagen ist die Kenntnis der im Betrieb tatsächlich auftretenden Belastungen von großer Bedeutung. Bei der Berechnung von Sturzmühlen werden neben den Gewichtskräften der Mühlenstruktur, den Lager- und Antriebskräften auch die Belastungen der Mühlenfüllung auf den Mühlenzylinder benötigt. Da für die Ermittlung der Füllgutbelastung im Betriebszustand keine verlässlichen Berechnungsverfahren zur Verfügung stehen, wird die Belastung in einer einfachen Form dargestellt. Momentan wird in den FE-Berechnungen die Belastung der Mühlenfüllung als ein hydrostatischer Druck der ruhenden und eine auf ein Kreissegment verteilte Füllung modelliert. Bei dieser Lastannahme wird die Verteilung der Füllung infolge der Drehung der Mühle nicht berücksichtigt. Auf der Grundlage von theoretischen Modellen zur Füllgutbewegung in Sturzmühlen wurden zwei weitere Lastansätze, Kaskade und Katarakt, für die Füllgutbelastung entwickelt. Aber auch bei diesen Ansätzen können die innere Bewegung der Füllung und den daraus resultierenden Kräften nicht dargestellt werden.

Eine Möglichkeit zur Ermittlung der Belastungsgrößen bietet die Simulation der Bewegung der Mühlenfüllung mit Hilfe der Diskrete-Elemente-Methode. Mit dieser numerischen Methode können realistische Bewegungen auch von dicht gepackten Mehrkörpersystemen berechnet werden. Durch die Implementierung von rheologischen Modellen zur Ermittlung von Kontaktkräften und der Verwendung einer sehr kleinen Simulationsschrittweite werden Partikelstöße in ihrem zeitlichen Verlauf erfasst. Die DEM erfüllt die Anforderungen an ein Modell zur Simulation der Füllgutbewegung in Sturzmühlen. Mittels unterschiedlicher Formen der diskreten dreidimensionalen Körper können verschiedenartige Mühleneinbauten und Mühlenfüllungen modelliert werden. Die Drehzahl der Mühle wird durch kinematische Randbedingungen variiert. Die Zuordnung von Materialkennwerten erfolgt auf der Grundlage der mechanischen Eigen-

schaften der verwendeten Stoffe. Zugunsten der Rechenzeit wurde die Mühlenfüllung für diese Berechnungen in Form einer monodispersen Kugelmischung modelliert.

Mit dem Simulationsmodell wurde die Bewegung der Mühlenfüllung bei drei verschiedenen Füllungsgraden und drei verschiedenen Drehzahlen berechnet. Für eine Bewertung der Simulationsergebnisse wurden fotografische Aufnahmen des Bewegungszustandes von zwei unterschiedlichen Materialfüllungen in einer Modellmühle verwendet. Die Gegenüberstellung der simulierten mit den experimentellen Bewegungszuständen zeigte, dass mit der DEM die Bewegung der Mühlenfüllung in Sturzmühlen sehr gut abgebildet werden kann.

Mit der Simulation konnte die Belastung der Mühlenfüllung auf den Mühlenzylinder in Form von radialen und tangentialen Druckverläufen in Abhängigkeit der relativen Drehzahl und dem Füllungsgrad ermittelt werden. Diese Belastungen berücksichtigen neben der Verteilung der Füllung im Mahlraum auch dynamische Kräfte infolge der Bewegung der Partikel. Der qualitative Verlauf der Drücke kann anhand des Bewegungszustandes der Füllung sowie dem Geschwindigkeitsfeld schlüssig interpretiert werden. Aufgrund des kombinierten Zustandes der Füllgutbewegung entspricht der simulierte Druckverlauf in radialer Richtung abschnittsweise den Verläufen, die auf der Grundlage der theoretischen Bewegungsmodelle ermittelt wurden. Der Verlauf des simulierten Drucks in tangentialer Richtung kann durch die theoretischen Ansätze nicht abgebildet werden. Der Vergleich der simulierten Druckverläufe mit gemessenen Kraftverläufen zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung der beiden Verläufe.

Die Ergebnisse der Simulation wurden zusammen mit den theoretischen Lastansätzen als Füllgutbelastung für die Mühlenfüllung in FE-Berechnungen angewendet. Die Bewertung der Lastansätze erfolgte durch die Gegenüberstellung der berechneten Spannungsverläufe mit Spannungen aus einer Dehnungsmessung an einer SAG-Mühle einer Versuchsmahlanlage. Aus diesem Vergleich ist ersichtlich, dass mit den Belastungen aus der Simulation die berechneten Spannungsverläufe für die Betriebslastfälle qualitativ besser abgebildet werden als mit dem üblichen Lastansatz. Jedoch fallen die berechneten Spannungsausschläge mit dem Lastansatz DEM-Simulation bei einer Naßmahlung zu gering aus. Für die Ermittlung der Belastungsverteilung, speziell bei einer Naßmahlung, ist deshalb noch eine weitere Anpassung der Simulationsparameter bzw. die Erweiterung der Methode notwendig.

Anhang A

Herleitungen und Daten

A.1 Die Dämpfung nach *Tsuji* [93]

Wird bei einem Stoß für die Federkraft der Ansatz nach *Hertz* verwendet, ergibt sich die Bewegungsgleichung der am Stoß beteiligten Körper zu:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \eta \frac{dx}{dt} + k_n x^{3/2} = 0 \quad . \quad (\text{A.1})$$

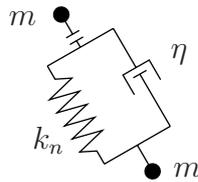


Abbildung A.1: Rheologisches Modell in Stoßnormalenrichtung

Für die Dämpfung η wurde heuristisch der Ansatz:

$$\eta = \alpha_d \sqrt{m k_n} x^{1/4} \quad (\text{A.2})$$

ermittelt. Mit (A.2) und

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (\text{A.3})$$

kann (A.1) damit in der Form

$$v \frac{dv}{dx} + \alpha_d \sqrt{\frac{k_n}{m}} v x^{1/4} + \frac{k_n}{m} x^{3/2} = 0 \quad (\text{A.4})$$

geschrieben werden.

Für eine dimensionslose Darstellung der Bewegungsgleichung wird die dimensionslose Geschwindigkeit

$$v^* = \frac{v}{v_0} \quad (\text{A.5})$$

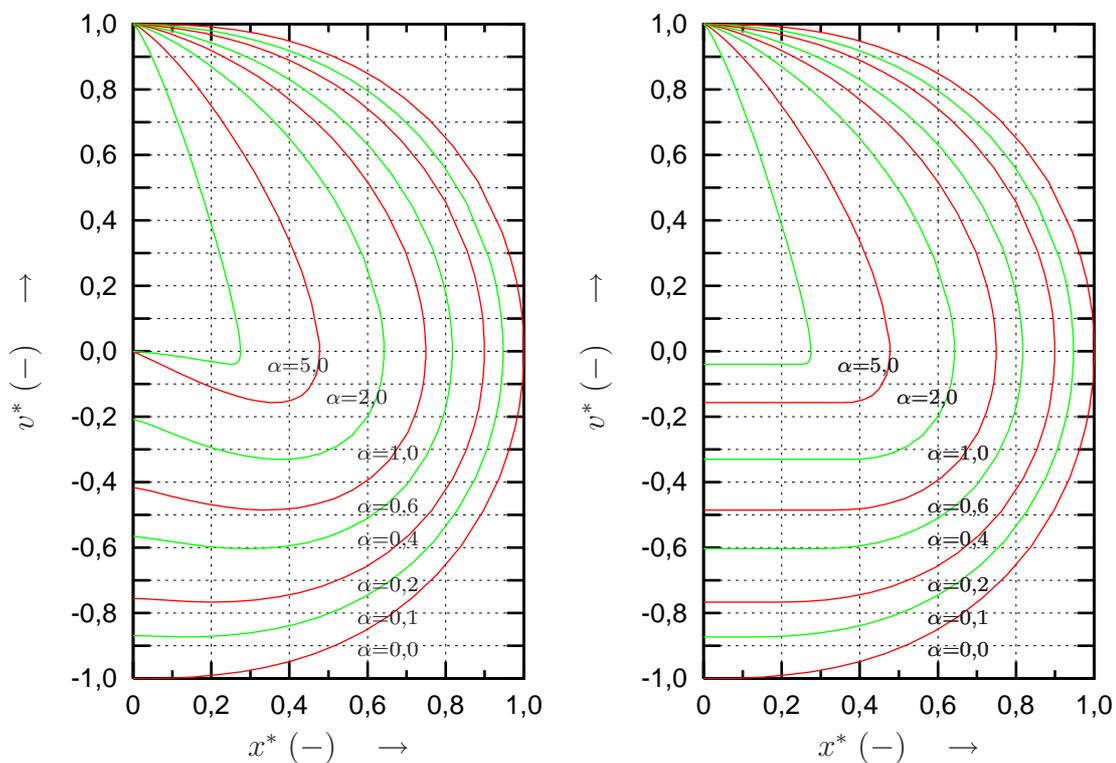
unter Verwendung der Anfangsgeschwindigkeit v_0 definiert. Der Weg wird mit der maximalen Eindringtiefe beim ungedämpften Stoß

$$x_{max} = \left(\frac{5 m v_0^2}{4 k_n} \right)^{2/5} \quad (\text{A.6})$$

in die dimensionslose Form

$$x^* = \frac{x}{x_{max}} \quad (\text{A.7})$$

überführt.



(a) Original nach Tsuji (unter Berücksichtigung von Zugkräften)

(b) Modifiziert (ohne Zulassung von Zugkräften)

Abbildung A.2: Darstellung der dimensionslosen Geschwindigkeit v^* in Abhängigkeit der dimensionslosen Eindringtiefe x^* beim gedämpften Stoß

Mit den dimensionslosen Größen v^* und x^* ergibt sich (A.4) zu:

$$v^* \frac{dv^*}{dx^*} + \alpha_d \sqrt{\frac{5}{4}} v^* x^{*1/4} + \frac{5}{4} x^{*3/2} = 0 \quad . \quad (\text{A.8})$$

Mit dem Ansatz (A.2) ist die Dämpfung somit unabhängig von der Masse und der Normalensteifigkeit der Stoßpartner. Die Integration von (A.8) unter Variation des Dämpfungsparameters α_d ergibt den Geschwindigkeits-Weg-Verlauf der Stoßkörper (Abb. A.2 a). Der Wert auf der negativen Geschwindigkeitsachse entspricht nach

$$e = \frac{|v_1|}{|v_0|} \quad (\text{A.9})$$

der Stoßzahl e . Die Abhängigkeit des Dämpfungsparameters von der Stoßzahl ist in Abb. A.3 dargestellt. Wird bei der Integration von Gl. (A.8) berücksichtigt, dass zwischen den Stoßkörpern keine Zugkräfte übertragen werden können ergibt sich ein Geschwindigkeits-Weg-Verlauf der Stoßkörper nach Abb. A.2 b. Der daraus resultierende Zusammenhang von Dämpfungsparameter und Stoßzahl ist für die Ermittlung der Simulationsparameter verwendet worden.

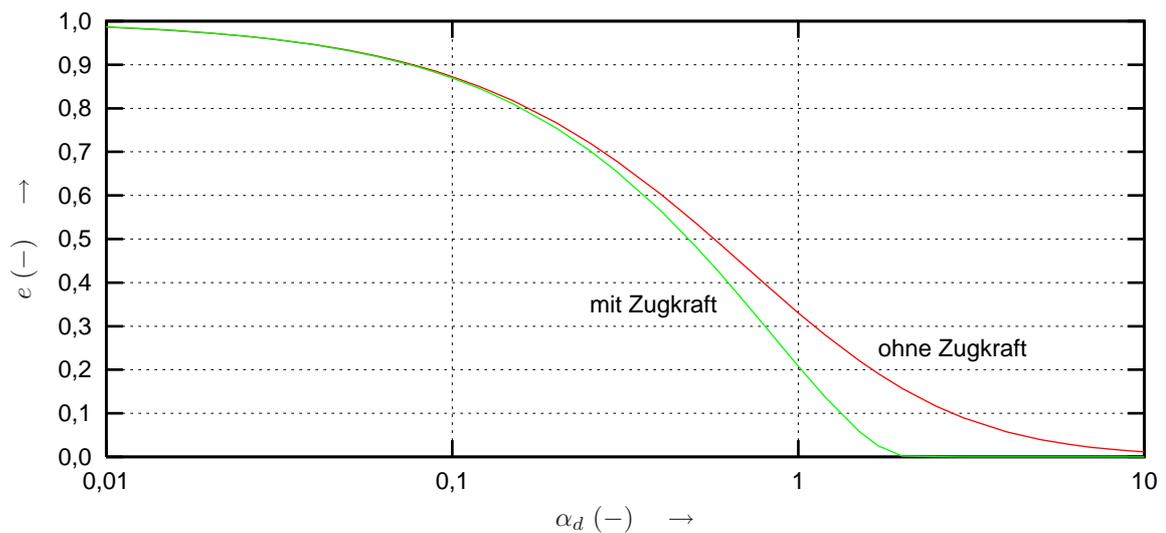


Abbildung A.3: Darstellung des Dämpfungsparameter α_d in Abhängigkeit der Stoßzahl e aus den Ergebnissen der Integration der Bewegungsgleichung nach Abb. A.2

A.2 Simulationsparameter

Bei der Herleitung der Simulationsparameter wird zwischen dem Partikel-Partikel- und dem Partikel-Wand-Kontakt unterschieden. Die Gleichungen der Federsteifigkeit für den *Hertzschen* Kugelkontakt

$$k_n^{(ij)} = \left(\frac{1}{\gamma_{ij}} \right)^{3/2} \quad (\text{A.10})$$

mit

$$\gamma_{ij} = \sqrt[3]{\frac{9}{64} \frac{r_i + r_j}{r_i r_j} \left(\frac{1 - \nu_i}{G_i} + \frac{1 - \nu_j}{G_j} \right)^2} \quad (\text{A.11})$$

und der Dämpfung nach *Tsuji*

$$\eta_{ij} = \alpha_d \sqrt{\frac{m_i m_j}{m_i + m_j} k_n^{(ij)}} \quad (\text{A.12})$$

können für die beiden Kontaktfälle vereinfacht werden. Beim Partikel-Partikel-Kontakt werden für die Kontaktpartner gleiche Parameter verwendet. Damit kann (A.11) in der Form

$$\gamma_{pp} = \sqrt[3]{\frac{9}{64} \frac{2}{r_p} \left(\frac{2(1 - \nu_p)}{G_p} \right)^2} \quad (\text{A.13})$$

und (A.12) als

$$\eta_{pp} = \alpha_d^{(pp)} \sqrt{\frac{m_p}{2} k_n^{(pp)}} \quad (\text{A.14})$$

geschrieben werden.

Beim Wandkontakt wird der Kontaktradius und die Masse der Wand mit unendlich angenommen. Damit vereinfacht sich (A.11) zu

$$\gamma_{pw} = \sqrt[3]{\frac{9}{64} \frac{1}{r_p} \left(\frac{1 - \nu_p}{G_p} + \frac{1 - \nu_w}{G_w} \right)^2} \quad \text{mit } r_w \rightarrow \infty \quad (\text{A.15})$$

und (A.12) zu

$$\eta_{pw} = \alpha_d^{(pw)} \sqrt{m_p k_n^{(pw)}} \quad \text{mit } m_w \rightarrow \infty \quad . \quad (\text{A.16})$$

A.3 Algorithmus der Diskrete-Elemente-Methode

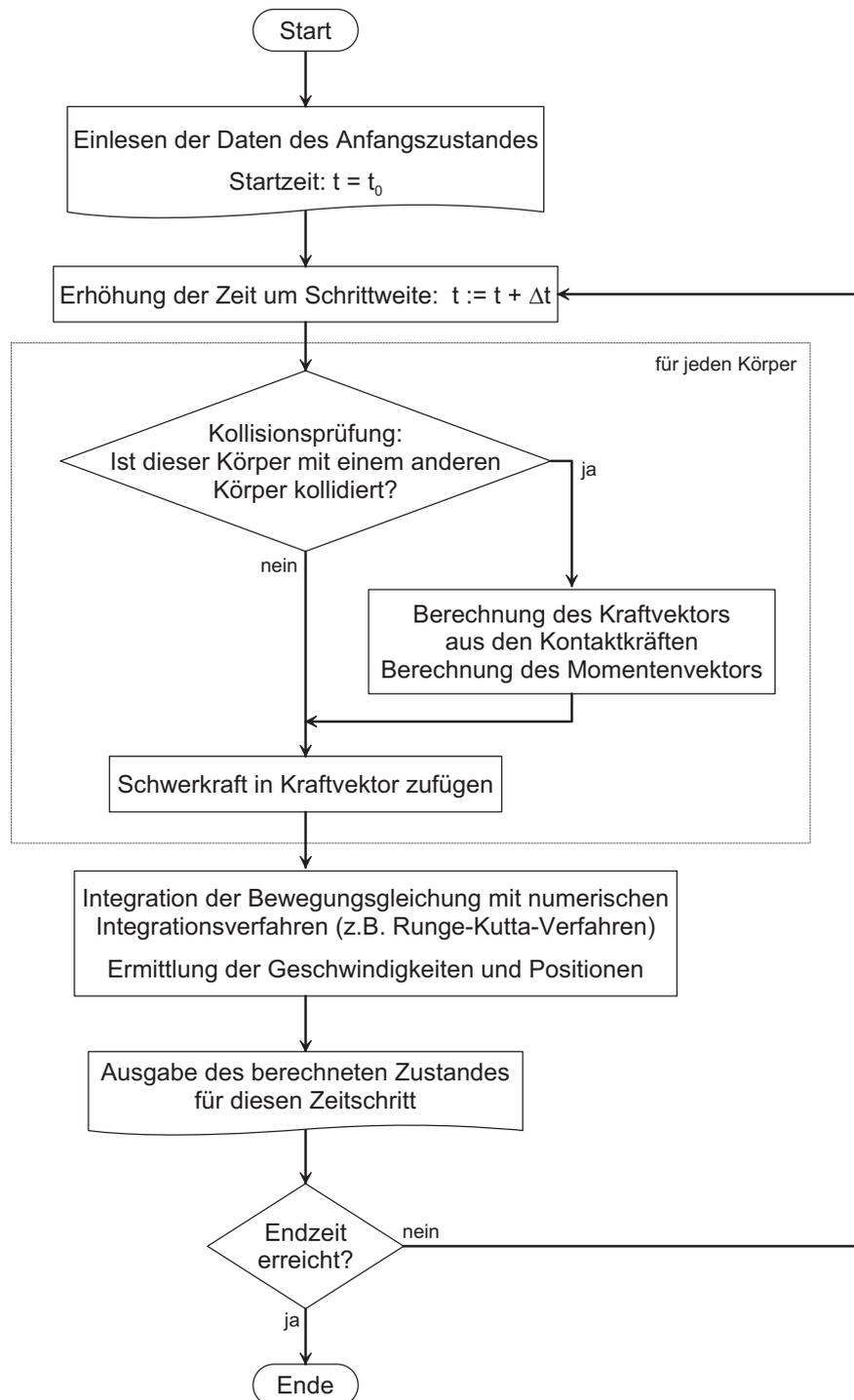


Abbildung A.4: Prinzipieller Ablauf eines DEM-Programms

A.4 Auslenkwinkel nach *Bogdanov* [5]

Tabelle A.1: Experimentell ermittelter Auslenkwinkel β_a In Abhängigkeit der relativen Drehzahl und dem Füllungsgrad (Quelle: [5])

Relative Drehzahl %	Auslenkwinkel bei einem Füllungsgrad von		
	$\varphi = 30\%$	$\varphi = 40\%$	$\varphi = 50\%$
30	29 °46 '	31 °36 '	32 °53 '
40	30 °52 '	32 °52 '	34 °23 '
50	32 °14 '	34 °31 '	36 °22 '
60	34 °05 '	36 °30 '	38 °46 '
70	36 °05 '	38 °50 '	41 °39 '
80	38 °30 '	41 °40 '	44 °57 '

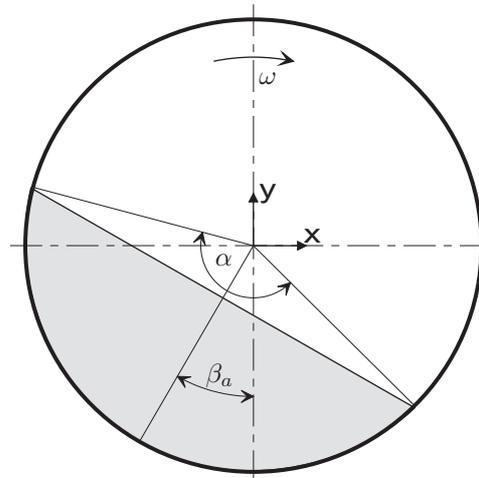


Abbildung A.5: Definition des Auslenkwinkels β_a bei Kaskadenbewegung

Literaturverzeichnis

- [1] AGRAWALA, S. ; RAJAMANI, R. K. ; SONGFACK, P. ; MISHRA, B. K.: Mechanics of media motion in tumbling mills with 3D discrete element method. In: *Minerals Engineering* 10 (1997), S. 215–227
- [2] AUSTIN, L. G.: A mill power equation for SAG mills. In: *Minerals & Metallurgical Processing* 7 (1990), S. 57–63
- [3] AWS D1.1-94. *Structural Welding Code – Steel*. American Welding Society. 1994
- [4] BASSAREAR, J. H. ; THOMAS, P. F.: Variable speed drives for semiautogenous mills. In: *Minerals & Metallurgical Processing* 3 (1986), S. 136–144
- [5] Kap. 79 Parametry mehničeskogo režima In: BOGDANOV, O. S. (Hrsg.): *Spravočnik po obogaščeniju rud*. Bd. 1: *Podgotovitel'nye prozessy*. Moskau : Nedra, 1972, S. 325–335
- [6] BOTH, H.-U.: Die Mahlkörperbewegung in der Kugelmühle. In: *Fortschritt-Berichte, Reihe 3, Verfahrenstechnik*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1967
- [7] BREWIS, T.: Comments on comminution. In: *Mining Magazin* (1993), S. 254–264
- [8] BS 7608. *Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures*. BSI. 1993
- [9] BUCHHOLTZ, V.: *Molekulardynamische Untersuchungen granularer Stoffe*, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik, Diss., 1998
- [10] BUCHHOLTZ, V. ; FREUND, J. A. ; PÖSCHEL, T.: Molekulardynamische Untersuchung von Zerkleinerungsprozessen in Kugelmühlen. In: *Schüttgut* 6 (2000), S. 11–24

- [11] BUCHHOLTZ, V. ; PÖSCHEL, T. ; TILLEMANS, H.-J.: Simulation of rotating drum experiments using non-circular particles. In: *Physica A* 216 (1995), S. 199–212
- [12] BUCHMANN, H.: Betriebssichere Zahnkranz-Antriebe für Mühlen und Drehöfen. In: *Zement-Kalk-Gips* 34 (1981), S. 547–553
- [13] CLEARY, P. W.: The effect of particle shape on hopper discharge. In: *Proc. 2nd International Conference on CFD in the Minerals and Processing Industries* (1999), S. 71–76
- [14] CLEARY, P. W.: Charge behaviour and power consumption in ball mills: sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition. In: *International Journal of Minerals Processing* 63 (2001), S. 79–114
- [15] CLEARY, P. W. ; HOYER, D.: Centrifugal mill charge motion and power draw: comparison of DEM predictions with experiment. In: *International Journal of Minerals Processing* 59 (2000), S. 131–148
- [16] CLEARY, P. W. ; STOKES, A. N. ; HURLEY, J.: *Efficient collision detection for three dimensional super-ellipsoidal particles*. 1997. – Proc. 8th International Computational Techniques and Applications Conference
- [17] CROW, L. ; LIPPHARDT, L. E.: Autogenous mills. In: WEISS, N. L. (Hrsg.): *SME Mineral Processing Handbook*. New York, NY : SME of AIME, 1985, S. 57–93
- [18] CUNDALL, P. A. ; STRACK, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies. In: *Géotechnique* 29 (1979), S. 47–65
- [19] DATTA, A. ; MISHRA, B. K. ; RAJAMANI, R. K.: Analysis of power draw in ball mills by the discrete element method. In: *Canadian Metallurgical Quarterly* 38 (1999), S. 133–140
- [20] DETTMER, P. B.: Trends in the design of large grinding mills. In: *Mining Engineering* 17 (1965), S. 57–63, 68–71
- [21] DREYER, H.: Die Berechnung des Arbeitsverbrauches der Rohrmühlen. In: *Zement* 18 (1929), S. 1434–1439
- [22] DUDA, W. H.: *Cement data book*. Bd. 1: *Internationale Verfahrenstechniken der Zementindustrie*. 3. Aufl. Wiesbaden : Bauverlag, 1985

- [23] DURY, C. M.: *Simulation der Teilchendynamik in rotierenden Trommeln*, Marburg, Philipps-Universität, Fachbereich Physik, Diss., 1998
- [24] ECK, B.: Ballistik der Kugelmühle. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 19 (1939), S. 185–188
- [25] EIBS, M.: *Untersuchungen über die grundsätzlichen Möglichkeiten der Kornformverbesserung von Zuschlagstoffen und ihre praktische Realisierung durch Schleuderprallbrecher*. Magdeburg, Technische Hochschule Otto von Guericke, Fakultät für Technische Wissenschaften, Diss., 1976
- [26] FISCHER, H.: Der Arbeitsvorgang in Kugelmühlen, insbesondere in Rohrmühlen. In: *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 48 (1904), S. 437–441
- [27] FRANK, W.-D. ; KLEINER, F.: A new generation of gearless mill drives for the ore industry. In: *Metals, Mining & More* (1996), Nr. 1. – Siemens-Firmenschrift
- [28] FRÜHWEIN, P.: *Kinematik und Axialvermischung in Kugelmühlen*, Karlsruhe, TH, Fakultät für Chemieingenieurwesen, Diss., 1979
- [29] GLOVER, G. ; DE BEER, J. C. K.: The application of the discrete element method to the optimisation of mill liner systems. In: *Proceedings of the XX IMPC - Aachen* (1997), S. 219–228
- [30] GÖRTLER, H.: *Dimensionsanalyse. Theorie der physikalischen Dimensionen mit Anwendungen*. Berlin : Springer, 1975
- [31] HADAWAY, J. ; ALDEN, J. ; S., Hall: Design aspects of large ball mills. In: *Mining Magazin* (1999), S. 230–236
- [32] HADAWAY, J. ; HECHT, E.: Extended detailed finite element analysis of a 9.6 metre autogenous SAG mill. In: *MSC 1993 World Users' Conference Proceedings*, 1993. – URL: <http://www.macsch.com/aerospace/Library/wuc93.html>
- [33] HAGEDORN, A. ; MÜLLER, H. J.: INTEGRAL drive and modern slide-shoe bearing for tube mills. In: *World Cement* (1996), S. 32–40
- [34] Kap. 4.12 Sturzmühlen In: HÖFFL, K.: *Zerkleinerungs- und Klassiermaschinen*. 2. Aufl. Hannover : SCHLÜTERSCHER Verlagsanstalt und Druckerei GmbH & Co., 1996, S. 204–250

- [35] HOYER, D.: The discrete element method for fine grinding scale-up in Hicom mills. In: *Powder Technology* 105 (1999), S. 250–256
- [36] HUBER, H.-M.: *Zur Bewegung der Mühlenfüllung in Kugelmühlen*, München, TU, Fakultät für Maschinenwesen, Diss., 1989
- [37] IIW. *Fatigue design of welded joints and components*. IIW document XIII-1539-96 / XV-845-96, Abington Publishing. 1996
- [38] INOUE, T. ; OKAYA, K.: Analysis of grinding actions of ball mills by discrete element method. In: *Proceedings of the XIX IMPC, San Francisco, CA* (1995), S. 191–196
- [39] INOUE, T. ; OKAYA, K.: Grinding mechanism of centrifugal mills – a simulation study based on the discrete element method. In: *International Journal of Minerals Processing* 44–45 (1996), S. 425–435
- [40] JAUFMANN, C. ; KERSTIENS, P.: Untersuchungen zum Betriebsverhalten mehrmotoriger Rohrmühlenantriebe. In: *Antriebstechnik* 40 (2001), S. 34–39
- [41] KAFUI, K. D. ; THORNTON, C.: Numerical simulations of impact breakage of a spherical crystalline agglomerate. In: *Powder Technology* 109 (2000), S. 113–132
- [42] KAPUR, P. C. ; RANJAN, S. ; FUERSTENAU, D. W.: A cascade cataract charge flow model for power draft of tumbling mills. In: *International Journal of Minerals Processing* 36 (1992), S. 9–29
- [43] KÄSTINGSCHÄFER, G. ; GEBBE, R. ; STRECKHARDT, F.: Betriebszuverlässigkeit von Bauteilen und Maschinen in der Zementindustrie. In: *Zement-Kalk-Gips* 42 (1989), S. 347–352
- [44] KELLER, H. ; STOLZ, H. ; ZIEGLER, A. ; BRÄUNL, T.: Virtual Mechanics: Simulation and Animation of Rigid Body Systems / Universität Stuttgart, Fakultät Informatik. 1993. – Fakultätsbericht Nr. 1993/08. URL: <http://www.ee.uwa.edu.au/~braunl/aero/introduction.html>
- [45] KNECHT, J.: Konstruktive Entwicklungen bei modernen Rohrmühlen. In: *Zement-Kalk-Gips* 42 (1989), S. 613–618

- [46] KNECHT, J. ; RANZE, W.: Konstruktive Merkmale der größten Zementmahlanlage der Welt. In: *ZKG International* 44 (1991), S. 351–356
- [47] KOHRING, G. A.: Studies of diffusional mixing in rotating drums via computer simulations. In: *Journal de Physique I* 5 (1995), S. 1551–
- [48] KÖLTZSCH, P. ; WALDEN, F.: Ähnlichkeitstheorie und Modelltechnik: Heft 1 Grundlagen / Bergakademie Freiberg, Institut für Fluidmechanik und Thermodynamik. 1989. – Skript
- [49] KUN, F. ; HERRMANN, H. J.: A study of fragmentation processes using a discrete element method. In: *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 138 (1996), S. 3–18
- [50] KUWABARA, G. ; KONO, K.: Restitution coefficient in a collision between two spheres. In: *Japanese Journal of Applied Physics* 26 (1987), S. 1230–1233
- [51] LAMA, R. D. ; VUTUKURI, V. S.: *Series on Rock and Soil Mechanics*. Bd. II: *Handbook on Mechanical Properties of Rocks – Testing Techniques and Results*. Clausthal : Trans Tech Publications, 1978
- [52] LANGSTON, P. A. ; NIKITIDIS, M. S. ; TUZUN, U. ; HEYES, D. M. ; SPYROU, N. M.: Microstructural simulation and imaging of granular flows in two- and three-dimensional hoppers. In: *Powder Technology* 94 (1997), S. 59–72
- [53] LEONARD, J: Evolution to revolution. In: *Mining Magazin* (1999), S. 197–203
- [54] MANZ, R.: *Bewegungsverhalten der Mahlkörperfüllung an der Wand von Kugelmøhlen*, Karlsruhe, Universität, Fakultät für Chemieingenieurwesen, Diss., 1972
- [55] MASSON, S. ; MARTINEZ, J.: Effect of particle mechanical properties on silo flow and stresses from distinct element simulations. In: *Powder Technology* 109 (2000), S. 164–178
- [56] MATUTTIS, H.-G. ; S. LUDING, S. ; HERRMANN, H. J.: Discrete element methods for the simulation of dense packings and heaps made of spherical and non-spherical particles. In: *Powder Technology* 109 (2000), S. 278–292
- [57] MISHRA, B. K. ; RAJAMANI, R. K.: Analysis of media motion in industrial ball mills. In: KAWATRA, S.K. (Hrsg.): *Comminution – Theory and Practice*. Littleton, CO : SME, 1992, S. 427–440

- [58] MORRELL, S.: Prediction grinding-mill power. In: *Transactions of SME/AIME* 101 (1992), S. 25–32
- [59] MOYS, M. H. ; SKORUPA, J.: Measurement of the radial and tangential forces exerted by the load on a liner in a ball mill, as a function of load volume and mill speeds. In: *International Journal of Minerals Processing* 37 (1993), S. 239–256
- [60] MOYS, M. H. ; SMIT, I. ; STANGE, W.: The measurement of forces exerted by the load on liners in rotary mills (wet and dry). In: *International Journal of Minerals Processing* 44–45 (1996), S. 383–393
- [61] MUGURUMA, Y. ; TANAKA, T. ; KAWATAKE, S. ; TSUJI, Y.: Discrete particle simulation of a rotary vessel mixer with baffles. In: *Powder Technology* 93 (1997), S. 261–266
- [62] MÜLLER, F.: Vermischung körniger Feststoffmassen. In: *Aufbereitungs-Technik* 7 (1966), S. 274–285
- [63] MUNSCHAU, J.: Analyse von Spannungen, Dehnungen und Verformungen mittels Modellen. In: ROHRBACH, C. (Hrsg.): *Handbuch der experimentellen Spannungsanalyse*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1989, Kapitel C3, S. 80–138
- [64] VAN NIEROP, M. A. ; GLOVER, G. ; HINDE, A. L. ; MOYS, M. H.: A discrete element method investigation of the charge motion and power draw of an experimental two-dimensional mill. In: *International Journal of Minerals Processing* 61 (2001), S. 77–92
- [65] NORMAN, T. E. ; DECKER, J. D.: Tumbling mill, characteristics. In: WEISS, N. L. (Hrsg.): *SME Mineral Processing Handbook*. New York, NY : SME of AIME, 1985, S. 1–25
- [66] PAJER, G. ; KUHN, H. ; KURTH, F. ; KURTH, F. (Hrsg.): *Stetigförderer*. 5. Aufl. Berlin : Verlag Technik, 1988
- [67] PÖSCHEL, T. ; BUCHHOLTZ, V.: Static friction phenomena in granular materials: Coulomb law versus particle geometry. In: *Physical Review Letters* 71 (1993), S. 3963

- [68] POTAPOV, A. V. ; HUNT, M. L. ; CAMPBELL, C. S.: Liquid–solid flows using smoothed particle hydrodynamics and the discrete element method. In: *Powder Technology* 116 (2001), S. 204–213
- [69] POWELL, M. S.: The effect of liner design on the motion of the outer grinding elements in a rotary mill. In: *International Journal of Minerals Processing* 31 (1991), S. 163–193
- [70] RAJAMANI, R. K. ; MISHRA, B. K. ; SONGFACK, P. ; VENUGOPAL, R.: Millsoft – simulation software for tumbling-mill design and trouble shooting. In: *Mining Engineering* (1999), S. 41–47
- [71] RAMAMURTI, V. ; SIVAPRASAD, N. ; RAYUDU, G. V. N.: Stress analysis of mill heads of large tube mills. In: *Zement-Kalk-Gips* 36 (1983), S. 633–638
- [72] RISTOW, G. H.: Dynamics of granular materials in a rotating drum. In: *Europhysics Letters* 34 (1996), S. 263–268
- [73] RISTOW, G. H.: *Flow properties of granular materials in three-dimensional geometries*, Marburg, Philipps-Universität, Fachbereich Physik, Habil., 1998
- [74] ROLF, L.: Über die Bewegungs- und Beanspruchungsvorgänge in Kugelmöhlen. In: *Zement-Kalk-Gips* 46 (1993), S. 117–122
- [75] ROTH, K.: *Konstruieren mit Konstruktionskatalogen*. Bd. 2: *Kataloge*. 2. Aufl. Berlin : Springer, 1994
- [76] ROTHKEGEL, B.: *Örtliche Verteilung der Stoßenergien $\geq 22\text{mJ}$ und die zugeordneten Bewegungszustände von Modellmahlkörpern in einer Modellkugelmühle*, Berlin, TU, Institut für Verfahrenstechnik, Diss., 1992
- [77] ROWLAND, C. A.: Ball Mills. In: WEISS, N. L. (Hrsg.): *SME Mineral Processing Handbook*. New York, NY : SME of AIME, 1985, S. 26–43
- [78] ROWLAND, C. A.: Rod Mills. In: WEISS, N. L. (Hrsg.): *SME Mineral Processing Handbook*. New York, NY : SME of AIME, 1985, S. 44–56
- [79] SAWLEY, M. L. ; CLEARY, P. W.: A parallel discrete element method for industrial granular flow simulations. In: *EPFL Supercomputing Review* 11 (1999), S. 23–29

- [80] SCHÄFER, J. ; DIPPEL, S. ; WOLF, D. E.: Force schemes in simulations of granular materials. In: *Journal de Physique I* 6 (1996), S. 5–20
- [81] SCHEIBE, W.: 100 Jahre Rohrkugelmühle – ein historischer Rückblick. In: *Zement-Kalk-Gips* 46 (1993), S. 123–128
- [82] SCHUBERT, H.: *Aufbereitung fester mineralischer Rohstoffe*. 4. Aufl. Leipzig : VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1989
- [83] SCHWETLIK, H. ; KRETZSCHMAR, H.: *Numerische Verfahren für Naturwissenschaftler und Ingenieure*. 1. Aufl. Leipzig : Fachbuchverlag, 1991
- [84] SHERMAN, M. ; RAJAMANI, R.: *The effect of lifter design on Alumbra's SAG mill performance: Design expectations and optimization*. 1999. – URL: http://www.mines.utah.edu/~wmraj/sherman_rkr.html
- [85] SILBERMANN, F.: Porphyrische Kupfererzvorkommen / TU Bergakademie Freiberg, Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik. 1999. – Vortrag. (unveröffentlicht)
- [86] VON STEIGER, R.: Die Bewegung der Mahlkörper in Rohrmühlen. In: *Zement* 18 (1929), S. 1106–1108
- [87] STRECKHARDT, F. ; GROTHAUS, H. ; LÜCKE, H.: Computed Aided Engineering (CAE) in der Konstruktion von Mahlanlagen. In: *Zement-Kalk-Gips* 37 (1984), S. 125–130
- [88] SVALBONAS, V.: Some considerations in computer structural analysis of large grinding mill shells. In: *Transactions of SME/AIME* 266 (1980), S. 1997–2003
- [89] Svedala: *The world of Svedala*. 1998. – Firmenschrift
- [90] SZABÓ, I.: *Einführung in die Technische Mechanik*. 8. Aufl. Berlin : Springer, 1975
- [91] TANAKA, T. ; KOHAMA, H.: Erste Betriebserfahrungen mit einer 8 000 kW-Rohrmühle für Zement. In: *Zement-Kalk-Gips* 38 (1985), S. 717–719
- [92] TENGG, C.: *Auswirkungen einer Hochdruckwalzenpresse zur Zementvermahlung auf die Produkteigenschaften, sowie die Parameter spezifischer Energieverbrauch*

- und Durchsatzleistung des Herstellungsprozesses*, Montanuniversität Loeben, Institut für Gesteinshüttenkunde, Diplomarbeit, 1996
- [93] TSUJI, Y. ; TANAKA, T. ; ISHIDA, T.: Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. In: *Powder Technology* 71 (1992), S. 239–250
- [94] UETZ, H. (Hrsg.): *Abrasion und Erosion*. München : Carl Hanser Verlag, 1986
- [95] UNLAND, G. ; LUNGFIEL, A. ; KNECHT, J.: Stress calculations and measurements on SAG mills – load assumptions. In: BARRATT, D. J. (Hrsg.) ; ALLAN, M. J. (Hrsg.) ; MULAR, A. L. (Hrsg.): *International Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2001* Bd. II. Vancouver, B. C., Canada, Sept. 30 – Oct. 3 2001. – Proceedings of the SAG conference 2001, S. 44–56
- [96] U.S.G.S.: *Minerals Yearbook*. Volume I. – Metals and Minerals. U.S. Geological Survey, Reston, VA. – URL: <http://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/commodity/myb/>
- [97] VALDERRAMA, W. ; GRANDELA, P. ; MAGNE, L.: Liner shape and power consumption in rotary mills. In: *Proceedings of the XIX IMPC, San Francisco, CA* (1995), S. 177–182
- [98] VANĚČEK, M. (Hrsg.): *Mineral deposits of the world: ores industrial minerals and rock*. Amsterdam : Elsevier, 1994 (Developments in Economic Geology 28)
- [99] WOLLHOFEN, G. P.: Tribotechnik offen laufender Zahnkranzantriebe – Status quo und Entwicklungsmöglichkeiten. In: *Zement-Kalk-Gips* 33 (1980), S. 250–259