

# Antiproton-Proton-Annihilation in $K_L K_S \pi^0 \pi^0$

Dissertation  
der Fakultät für Physik  
der Ludwig-Maximilians-Universität  
München

vorgelegt von  
CHRISTIAN FELIX  
aus München

München, den 18. Dezember 1998

1. Gutachter: Prof. Dr. M. A. Faessler

2. Gutachter: Prof. Dr. D. Schaile

Tag der mündlichen Prüfung:

## Meinen Eltern

# Zusammenfassung

Am CERN war es der Crystal-Barrel-Kollaboration mit einem Spektrometer neuester Generation möglich, gleichzeitig geladene und neutrale Endprodukte aus Antiproton-Proton-Vernichtungen bei einstellbar niedrigen Schwerpunktsenergien zu messen, und zwar mit einer bis dahin unerreichten Energie- und Winkelauflösung bei fast vollständiger Raumabdeckung. Neben anderen Annihilationskanälen wurde die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  mit in Flüssigwasserstoff gestoppten Antiprotonen erstmals einer Untersuchung zugänglich.

Hauptziel dieser Arbeit war die Bestimmung der Beiträge verschiedener Zerfallskaskaden, die über resonante Zwischenzustände verlaufen und zu den beobachteten Impulskorrelationen des Endzustandes führen. Besonderes Interesse galt den Eigenschaften von  $KK\pi$ -Resonanzen, die bisher nur im geladenen Zerfall gemessen werden konnten, womit sich lediglich deren  $G$ -Parität bestimmen ließ. Die  $C$ -Parität des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Systems – und damit auch die des Protonium-Anfangszustandes – ist mit  $C = -1$  jedoch a priori festgelegt. Dieser Quantenzahlfilter erleichtert die Einordnung gefundener Resonanzen in das noch lückenhafte Mesonenspektrum.

Insgesamt wurden 7434 kinematisch angepaßte  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse aus speziell getriggerten Rohdaten, die neutrale Ereignisse stark angereichert enthalten und  $480 \cdot 10^6$  Protonium-Annihilationen entsprechen, rekonstruiert. Das  $K_S$ -Meson wurde über den Zerfall in  $\pi^0 \pi^0$  nachgewiesen, die vier Pionen über den  $\gamma\gamma$ -Zerfall; das nicht im Detektor wechselwirkende  $K_L$ -Meson wurde dagegen aus fehlendem Viererimpuls ermittelt. Trotz der hohen  $\gamma\gamma$ -Kombinatorik der resultierenden Ereignissignatur von acht Photonen und fehlender Kaonmasse stellte sich der rekonstruierte Datensatz als rein und weitgehend untergrundfrei heraus. Über Monte-Carlo-Simulationen konnte das Verzweungsverhältnis der Reaktion zu  $(6,40 \pm 0,95) \cdot 10^{-4}$  berechnet werden.

Die Signale der Vektormesonen  $K^*(892)$  und  $\phi(1020)$  in den  $K\pi^0$ - bzw.  $K_L K_S$ -Massenspektren ließen auf einen Anteil von 75 %  $K^* K\pi^0$ - und 10 %  $\phi\pi^0 \pi^0$ -Ereignisse schließen. Schon die erste Inspektion der Massenspektren legte die Existenz von  $K^* K$ - und  $\phi\pi$ -Zuständen nahe. Quantitativen Aufschluß über alle beteiligten Zerfallsamplituden erbrachte eine Partialwellenanalyse, die sich des Helizitätsformalismusses und der Maximum-Likelihood-Methode bediente. Die Mesonen  $K_0^*$  und  $f_0$  wurden mit  $K\pi$ - bzw.  $\pi\pi$ -Streuamplituden, alle anderen Resonanzen mit Breit-Wigner-Funktionen parametrisiert. Es ergibt sich folgendes Bild:

Die Annihilation in den Endzustand  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  läuft dominant über die Produktion des Mesons  $K_1(1400)$ ; es zerfällt überwiegend in  $K^* \pi^0$  und nur geringfügig in  $K_0^* \pi^0$  und  $K f_0$ . Über seinen  $K^* \pi^0$ -Zerfall wurde auch das  $K_1(1270)$  nachgewiesen. Die Bestimmung der Massen und Zerfallsbreiten der beiden  $K_1$ -Zustände bestätigten die Messungen früherer Experimente. Etwa ein Viertel der Annihilationen folgen den primären Zerfällen in  $K^* K^*$  und  $K^* K_0^*$ . Das radial angeregte Vektormeson  $\phi(1680)$  konnte im  $K^* K$ - und erstmals auch im  $K_L K_S$ -Zerfall identifiziert werden. Seine Masse ergab sich zu  $m = (1683 \pm 8) \text{ MeV}/c^2$ , die Breite zu  $\Gamma = (105 \pm 20) \text{ MeV}/c^2$ . Die Erklärung des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Systems erfordert den dominanten Beitrag eines  $1^{+-}$ -Zustandes, dessen Masse zu  $(1504 \pm 10) \text{ MeV}/c^2$  und Breite zu  $(230 \pm 25) \text{ MeV}/c^2$  bestimmt wurde; die in  $K^* K$  zerfallende Resonanz ist vermutlich isoskalar und kann als  $h_1'$ -Meson interpretiert werden. Zum ersten Mal konnte auch der Übergang der radialen Anregung  $\rho(1450)$  in  $\phi\pi^0$  beobachtet werden, woraus sich  $m = (1428 \pm 7) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = (233 \pm 38) \text{ MeV}/c^2$  neu ergaben. Darüberhinaus gibt es Anzeichen für die Tensor-Resonanz  $K_2^*(1430)$  im  $K\pi^0$ - und  $K^* \pi^0$ -Zerfall und für einen neuen  $K^* K$ -Zustand mit  $J^{PC} = 2^{--}$ ,  $m \approx 1610 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma \approx 250 \text{ MeV}/c^2$ , möglicherweise ein noch unentdecktes D-Wellen-Meson.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Das Crystal-Barrel-Experiment</b>	<b>6</b>
2.1	Übersicht . . . . .	6
2.2	Das Elektromagnetische Kalorimeter . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>11</b>
3.1	Die Anfangszustände des Protoniums . . . . .	11
	Erhaltungsgrößen und das Termschema . . . . .	11
	Vernichtung aus der S- und P-Welle . . . . .	13
3.2	Die Mesonen im Quarkmodell . . . . .	15
	Das Standardmodell . . . . .	15
	Die Eigenschaften der Quarks . . . . .	16
	Die Eigenschaften der Mesonen . . . . .	19
	Die OZI-Regel . . . . .	24
3.3	Eigenschaften der Kaonen . . . . .	26
	Eigenzustände des $CP$ -Operators . . . . .	26
	$C$ -Parität und Isospin des $K\bar{K}$ -Systems . . . . .	28
	Das Meson-Antimeson-System . . . . .	30
3.4	Eigenschaften möglicher Zwischenzustände . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Datenrekonstruktion</b>	<b>33</b>
4.1	Signatur der $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ Ereignisse . . . . .	33
	Ein nicht wechselwirkendes $K_L$ -Meson . . . . .	33
	Ein neutral zerfallendes $K_S$ -Meson . . . . .	34
	Die Signatur des Endzustandes . . . . .	34
4.2	Verschiebung des $K_S$ -Zerfallsvertex . . . . .	35
4.3	Selektion der Ereignisse . . . . .	38
	Der <i>all neutral</i> -Datensatz und ein spezieller Trigger . . . . .	38
	Fehlende Masse in benachbarten Kanälen . . . . .	38
	Der Schnitt auf die Gesamtenergie . . . . .	41
	Weitere Schnitte an die Daten . . . . .	42
	Ein asymmetrisches Pionsignal . . . . .	44
	Die vorläufige Rekonstruktion der Pionen . . . . .	46
	Die Signale der Kaonen . . . . .	47

	Der Untergrund der vorläufig rekonstruierten Daten . . . . .	48
	Die abschließende Vorselektion . . . . .	49
4.4	Kinematische Anpassung . . . . .	50
	Die kinematischen Hypothesen . . . . .	51
	Die Güte der Anpassung und die Reinheit der Daten . . . . .	53
	Der Anteil falscher Rekonstruktionen . . . . .	56
	Die kinematischen Eigenschaften von $K_L$ und $K_S$ . . . . .	56
4.5	Monte-Carlo-Studien . . . . .	59
	Simulation mit und ohne $K_L$ -Wechselwirkung . . . . .	59
	Untergrund und Akzeptanz . . . . .	60
	Ein Ersatz für Monte-Carlo-Daten . . . . .	64
4.6	Ergebnisse . . . . .	65
	Das Verzweigungsverhältnis . . . . .	65
	Der Isospinzustand des $\pi\pi$ -Systems . . . . .	66
4.7	Zusammenfassung . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>69</b>
5.1	Theorie der Anpassung . . . . .	69
	Das Prinzip . . . . .	69
	Ein fünfdimensionaler Phasenraum . . . . .	70
	Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion . . . . .	71
	Die Likelihoodfunktion . . . . .	75
	Die Güte der Anpassung . . . . .	76
	Winkelverteilung der Zerfallsprodukte . . . . .	78
	Parametrisierung resonanter Zwischenzustände . . . . .	80
	Die gesamte Übergangsamplitude . . . . .	81
5.2	Analyse der Spektren . . . . .	82
	Die Signale von $\phi(1020)$ und $K^*(892)^\circ$ . . . . .	82
	Hinweise auf weitere Zwischenzustände . . . . .	87
	Aufteilung der Daten in $\phi\pi\pi$ - und $K^*K\pi$ -Ereignisse . . . . .	89
	Zweidimensionale Projektionen . . . . .	90
	Dalitzplot $K^*K\pi^\circ$ und $\phi\pi^\circ\pi^\circ$ . . . . .	93
	Weitere Untersuchungen des $K_L K_S \pi^\circ$ -Systems . . . . .	97
5.3	Partialwellenanalyse . . . . .	107
	Vorbemerkung . . . . .	108
	Das Minimalmodell . . . . .	109

Massen- und Breitenbestimmung von $\phi(1020)$ und $K^*(892)$ . . . . .	113
Massen- und Breitenbestimmung von $K_1(1270)$ und $K_1(1400)$ . . . . .	116
Radial angeregte Mesonen und weitere $K$ -Resonanzen . . . . .	118
Überblick $K_L K_S \pi^0$ -Resonanzen mit Spin 1 . . . . .	122
Das Meson $b_1(1235)$ . . . . .	126
$0^-(1^{+-})$ -Zustände bei 1410, 1480 und 1560 MeV/c <sup>2</sup> ? . . . . .	128
Das Meson $\rho(1450)$ . . . . .	134
Das Meson $\phi(1680)$ . . . . .	137
$K^*K$ -Resonanzen mit Spin 2 . . . . .	138
Beitrag aus der P-Welle . . . . .	138
Vergleich zwischen gemessenen und angepaßten Massenspektren . . . . .	140
<b>6 Zusammenfassung und Diskussion</b> . . . . .	<b>145</b>
Der experimentelle Datensatz . . . . .	145
Frühere Messungen . . . . .	146
Ergebnisse dieser Untersuchung . . . . .	149
Weiterführende Untersuchungen anderer Annihilationskanäle . . . . .	154
<b>A Isospin-Eigenzustände, C- und G-Parität</b> . . . . .	<b>156</b>
Quarks und Antiquarks in $SU(2)$ . . . . .	156
Die Wirkung von $\hat{C}$ und $\hat{G}$ auf die leichten Quarks und Mesonen . . . . .	158
Eigenzustände und Zerfallsamplituden von Resonanzen . . . . .	160
Der Zerfall $X \rightarrow \pi\pi$ . . . . .	161
Der Zerfall $X \rightarrow K\bar{K}$ . . . . .	162
Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow (K\bar{K})(\pi\pi)$ . . . . .	163
Der Zerfall $X \rightarrow K\pi$ . . . . .	163
Der Zerfall $X \rightarrow (K\pi)\pi$ . . . . .	164
Der Zerfall $X \rightarrow K(\pi\pi)$ . . . . .	165
Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow K(\bar{K}\pi\pi) + c.c.$ . . . . .	166
Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow (K\pi)(\bar{K}\pi)$ . . . . .	167
Der Zerfall $X \rightarrow (K\pi)\bar{K} + c.c.$ . . . . .	168
Der Zerfall $X \rightarrow (K\bar{K})\pi$ . . . . .	170
Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow (K\bar{K})\pi$ . . . . .	170
<b>B Maximum Likelihood Anpassung, MAXTOOL</b> . . . . .	<b>172</b>
Likelihood, Beiträge und Fehler . . . . .	173

Berücksichtigung der Detektorakzeptanz . . . . .	178
Möglichkeiten bei der Programmanwendung . . . . .	179
Modifikation und Erweiterung von SPIN . . . . .	180
Parametrisierung von Zwischenzuständen . . . . .	181
<b>C Kinematische Anpassung</b>	<b>187</b>
<b>D Projektionen einiger Übergangsamplituden</b>	<b>190</b>
<b>E Teilcheneigenschaften</b>	<b>202</b>
<b>Persönliche Anmerkung</b>	<b>209</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>210</b>



# Abbildungsverzeichnis

1	Der Crystal-Barrel-Detektor . . . . .	7
2	Schnittzeichnung des Kalorimeters . . . . .	8
3	Kapselung des Einzelkristalls zum Modul . . . . .	9
4	Atomare Kaskade des Protoniums . . . . .	14
5	Diagramm der $q\bar{q}$ -Zustände der Pseudoskalaren und Vektormesonen . . . . .	21
6	Spektrum der leichten Mesonen . . . . .	25
7	Verschobener $K_S$ -Zerfallsvertex . . . . .	36
8	Anzahl $\gamma$ -Quanten und geladener Spuren im <i>all neutral</i> Datensatz . . . . .	39
9	Fehlende Masse für verschiedene Multiplizitäten . . . . .	40
10	Totale Energie im <i>all neutral</i> Datensatz . . . . .	41
11	Kristall-Matrix und fehlender Impuls in $\theta$ - und $\phi$ -Richtung . . . . .	45
12	$\gamma$ -Energie und invariante $\gamma\gamma$ -Masse . . . . .	46
13	Totaler Impuls vs. totale Energie . . . . .	48
14	Fehlende Masse und $\pi^0\pi^0$ -Masse . . . . .	49
15	Konfidenzniveau und Pulls . . . . .	54
16	Pion- und Kaon-Signale kinematisch angepaßter Ereignisse . . . . .	55
17	Invariante Massen für falsche $\gamma\gamma$ - und $\pi^0\pi^0$ -Kombinationen . . . . .	57
18	Kaon-Impulse, $K_L\pi^0$ - und $K_S\pi^0$ -Massen . . . . .	58
19	Kaon-Impulse, $\pi^0\pi^0$ - und $K\pi^0$ -Massen der Monte-Carlo-Ereignisse . . . . .	62
20	$K_LK_S\pi^0$ - und $K\pi^0\pi^0$ -Massen der Monte-Carlo-Ereignisse . . . . .	64
21	$K_LK_S$ -, $K\pi^0$ -, $\pi^0\pi^0$ -, $K\pi^0\pi^0$ - und $K_LK_S\pi^0$ -Masse . . . . .	85
22	$m(K_LK_S)$ vs. $m(K\pi^0)$ und $m(K\pi^0)$ vs. $m(K\pi^0\pi^0)$ . . . . .	92
23	$m(K\pi^0)$ vs. $m(K_LK_S\pi^0)$ und $m(K\pi^0\pi^0)$ vs. $m(K_LK_S\pi^0)$ . . . . .	94
24	$\phi\pi^0\pi^0$ - und $K^*K\pi^0$ -Dalitzplot . . . . .	96
25	$K_LK_S\pi^0$ - und $K^*K$ -Masse . . . . .	97
26	$K_LK_S\pi^0$ -Masse mit verschiedenen Schnitten auf die $K_LK_S$ -Masse . . . . .	98
27	$K_LK_S\pi^0$ -Masse in Abhängigkeit der $K^*$ -Anzahl . . . . .	99
28	$K_LK_S\pi^0$ -Masse mit verschiedenen Schnitten auf die $K_LK_S$ -Masse in Abhängigkeit der $K^*$ -Anzahl . . . . .	101
29	Simulation $1^{+-} \rightarrow \phi\pi^0$ : $K_LK_S\pi^0$ -Masse mit Schnitt auf die $\phi$ -Masse in Abhängigkeit der $K^*$ -Anzahl . . . . .	102
30	$K^*$ -Statistiken simulierter Übergangsamplituden, $K\pi^0$ -Masse inkl. $\phi$ und exkl. $\phi$ . . . . .	104
31	Relativer und absoluter Anteil von $K^*$ und $\phi$ in $K_LK_S\pi^0$ . . . . .	105

32	Massen- und Breitenscan $\phi(1020)$ und $K^*(892)$ . . . . .	114
33	Massenscan $\frac{1}{2}(1^+) \rightarrow K\pi^0$ . . . . .	117
34	Massenscan $1^{--} \rightarrow K_L K_S$ und $\frac{1}{2}(1^-) \rightarrow K\pi^0$ . . . . .	120
35	Massenscan $\frac{1}{2}(2^+) \rightarrow K\pi^0, K\pi^0\pi^0$ . . . . .	122
36	Massenscan $1^{+-} \rightarrow K^*K, K_0^*K, \phi\pi^0$ und $1^{--} \rightarrow K^*K, \phi\pi^0$ . . . . .	124
37	Massen- und Breitenscan $1^{--} \rightarrow \phi\pi^0$ . . . . .	127
38	Breitenscan $1^{+-}(1480) \rightarrow K^*K$ . . . . .	129
39	Massenscan eines zweiten $1^{+-}$ -Zustandes, Anpassung an reale Daten . . . . .	130
40	Massenscan eines zweiten $1^{+-}$ -Zustandes, Anpassung an simulierte Daten . . . . .	131
41	Massenscan $1^{--} \rightarrow \phi\pi^0$ inkl. $1^{+-}(1500)$ . . . . .	135
42	Massen- und Breitenscan $2^{--} \rightarrow K^*K$ . . . . .	139
43	Verteilungen aller invarianter Massen mit endgültiger Anpassung . . . . .	143

## Tabellenverzeichnis

1	Quantenzahlen der Protoniumzustände . . . . .	15
2	Quantenzahlen und Masse der Quarks . . . . .	17
3	Isospin und Seltsamkeit der Pseudoskalaren und Vektormesonen . . . . .	23
4	Quantenzahlen des neutralen $K\bar{K}$ -Systems . . . . .	30
5	Ereignisstatistik aller verwendeter Datensätze . . . . .	43
6	Ereignisstatistik nach Schnitten der Vorselektion . . . . .	50
7	Ereignisstatistik der kinematischen Anpassung . . . . .	52
8	Ereignisstatistik dreier verschiedener Monte-Carlo-Datensätze . . . . .	63
9	Isospinzustände des neutralen $\pi\pi$ -Systems . . . . .	67
10	Bekannte und vermutete $K_L K_S \pi^0$ -Resonanzen . . . . .	89
11	Anpassungsergebnis für das Minimalmodell . . . . .	110
12	Anpassungsergebnis für das erweiterte Minimalmodell . . . . .	111
13	Anpassungsergebnis für das reduzierte Minimalmodell . . . . .	112
14	Ergebnis der $\phi(1020)$ -Anpassung . . . . .	115
15	Ergebnis der $K^*(892)$ -Anpassung . . . . .	116
16	Ergebnis der $K_1(1270)$ - und $K_1(1400)$ -Anpassung . . . . .	118
17	Ergebnis der $1^{+-}(1500)$ -Anpassung . . . . .	132
18	Ergebnis der $1^{+-}(1420)$ -Anpassung . . . . .	133
19	Ergebnis der $\rho(1450)$ -Anpassung . . . . .	136
20	Ergebnis der $\phi(1680)$ -Anpassung . . . . .	137
21	Anpassungsergebnis für das endgültige Annihilationsmodell . . . . .	141
22	Zusammenfassung gemessener Massen und Zerfallsbreiten . . . . .	151

# 1 Einleitung

Die Elementarteilchenphysik verfügt heute mit dem sogenannten Standardmodell über ein erfolgreiches, mit experimentellen Ergebnissen im Einklang stehendes Theoriegebäude. Danach läßt sich die uns umgebende Materie einschließlich der über hundert in den letzten sechs Jahrzehnten neu entdeckten, kurzlebigen Teilchen auf elementare Bausteine mit Spin  $\frac{1}{2}$  (Fermionen) zurückführen. Die zwischen ihnen wirkenden Kräfte werden über den Austausch von Teilchen mit Spin 1 (Bosonen) vermittelt. Die Physik kennt heute vier fundamentale Kräfte: die Gravitation, die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft. Es gelang, die elektromagnetische und die schwache Kraft in einer vereinheitlichten Theorie als elektroschwache Kraft zu beschreiben. Je nach Art der auftretenden Kräfte teilt man die Fermionen in zwei Gruppen: sechs nur elektroschwach wechselwirkende Leptonen und sechs sowohl elektroschwach als auch stark wechselwirkende Quarks. Hinzu kommt noch die gleiche Zahl der jeweiligen Antiteilchen. Quarks können im Gegensatz zu Leptonen nicht als freie Teilchen beobachtet werden: sie existieren nur im Verbund untereinander und bilden damit die Gruppe der Hadronen, die ebenfalls der starken Kernkraft unterliegen. Die Gravitation spielt bei den hier auftretenden Massen keine Rolle. Die Entwicklung von Theorien, die die fundamentalen Kräfte zwischen den Fermionen beschreiben, ist eng verknüpft mit dem Wechselspiel von experimentellen Entdeckungen und theoretischen Vorhersagen in unserem Jahrhundert:

Mit der Auffindung des ersten elementaren Teilchens, des Elektrons, begann vor hundert Jahren, als außer der Schwerkraft nur die von Maxwell vereinheitlichte elektrische und magnetische Kraft bekannt war, die Erforschung der subatomaren Phänomene. Rutherford interpretierte die Ergebnisse von Streuexperimenten mit seinem berühmten Atommodell. Die Schwierigkeiten bei der Beschreibung dieser Atome nach den Gesetzen der klassischen Physik führten über das Bohrsche Atommodell (1913) Anfang der zwanziger Jahre zum grundlegend neuen Konzept der Quantenmechanik. Die Suche nach einer Formulierung, die mit der speziellen Relativitätstheorie Einsteins im Einklang steht, mündete um 1930 in die bis heute erfolgreichste, abgeschlossene Theorie der Physik, die Quantenelektrodynamik (QED). Sie vermag nicht nur die elektromagnetische Wechselwirkung vollständig zu beschreiben und damit die experimentell aufgeschlüsselte Struktur der Atome zu erklären, sondern führte durch Dirac auch zur Vorhersage von Antiteilchen, von denen das Positron zwei Jahre später in der kosmischen Strahlung entdeckt wurde. Inzwischen war mit der Erforschung des Atomkerns und der Radioaktivität auch die Existenz der starken und schwachen Kraft bekannt. Aufgrund von Untersuchungen des  $\beta$ -Zerfalls postulierten Pauli und Fermi 1931 das Neutrino, das als erstes, nur schwach wechselwirkendes Fermion erst 1956 nachgewiesen wurde. Mit dem Bau von Beschleunigern begann die systematische Suche nach neuen Teilchen; sie wurden so zahlreich und mit so unterschiedlichen Eigenschaften gefunden, daß der entstandene "Teilchenzoo" nach tieferem Verständnis der Materie durch Rückführung auf elementare Bausteine verlangte. Der Erfolg des Standardmodells gründet sich in der widerspruchsfreien Erklärung all dieser experimentellen Befunde. Mit der Vorhersage der Masse von Bosonen der schwachen Kraft und der Existenz des sechsten und letzten, noch fehlenden, stark wechselwirkenden

Fermions bewies es seine prognostische Kraft: Die  $W$ - und  $Z$ -Bosonen wurden 1984 am CERN, das  $top$ -Quark 1994 am Fermilab entdeckt.

Die QED war die erste sogenannte eichinvariante Theorie. In einer solchen sind die Wechselwirkungen verknüpft mit der Invarianz bestimmter Feldgrößen unter einer Gruppe von Symmetrieoperationen. In der QED erfordert die Eichinvarianz bei Erhalt der (elektrischen) Ladung die Einführung eines masselosen Vektorfeldes, das die Austauschteilchen (Photonen) beschreibt. Eine wichtige Eigenschaft der Eichtheorie ist ihre Renormierbarkeit, d.h. Wechselwirkungsprozesse höherer Ordnung sind nicht divergent. Renormierung gelingt nur, wenn die Stärke der Wechselwirkung, die durch eine dimensionslose Kopplungskonstante  $\alpha$  charakterisiert wird, hinreichend klein ist ( $\alpha < 1$ ), so daß sich die Kräfte zwischen zwei Teilchen als Störung gegenüber der freien Bewegung behandeln und die Feldgleichungen lösen lassen. Die elektromagnetische Kopplungskonstante erfüllt mit  $\alpha \simeq 1/137$  diese Bedingung sehr gut. Mit der Erweiterung der QED auf die schwache Wechselwirkung gelang die Formulierung einer weiteren Eichtheorie, der Quantenflavourdynamik (QFD), die die Vereinheitlichung der elektromagnetischen und der schwachen Kraft beinhaltet. Von diesen Erfolgen ermutigt, entwickelte man auch für die starke Wechselwirkung eine Eichtheorie, die Quantenchromodynamik (QCD). Die Gravitation ließ sich bisher mit diesen Konzepten nicht in den Griff bekommen. Trotz einiger neuer, theoretischer Ansätze (Supergravitation, String-Theorie, M-Theorie der Membranen) passen die beiden Hauptsäulen der Physik, die allgemeine Relativitätstheorie und die Quantenmechanik, nicht zusammen. Eine allumfassende Theorie, die diesen Widerspruch auflöst und gleichzeitig imstande ist, alle Phänomene der Physik zu erklären, scheint noch in weiter Ferne zu liegen.

Aber auch im Standardmodell der Elementarteilchenphysik sind noch einige grundsätzliche Fragen offen. Da die Eichinvarianz masselose Austauschteilchen verlangt, versucht man die Masse der  $W$ - und  $Z$ -Bosonen auf die Wechselwirkung mit einem Hintergrundfeld zurückzuführen. Dieses Konzept setzt die Existenz eines Bosons ("Higgs") voraus, das nach theoretischen Vorhersagen mit den höchsten verfügbaren Beschleunigerenergien zu erzeugen sein müßte – die Suche blieb bis jetzt ohne Erfolg. Auf der anderen Seite stößt man in der QCD bei niedrigen Energien auf Probleme, die ihren Grund in der Natur der die starke Wechselwirkung vermittelnden Bosonen haben:

Quarks verfügen neben der elektrischen Ladung über drei zusätzliche ladungsartige innere Freiheitsgrade, die für die starke Wechselwirkung verantwortlich sind. Man bezeichnet sie mit den Farben Rot, Grün und Blau. Antiquarks tragen entsprechende Antifarben. Die Kräfte zwischen den Quarks werden als unveränderlich bei einer Vertauschung der Farben angesehen, was Invarianz gegenüber einer Transformation unter der Symmetriegruppe  $SU(3)$  bedeutet. Im Gegensatz zur QED sind nunmehr acht Vektorfelder erforderlich, um die Struktur der Wechselwirkung zu beschreiben. Diese entsprechen acht Bosonen, den sogenannten Gluonen. Während das Photon in der QED elektrisch neutral ist, tragen die Gluonen in der QCD selbst auch Farbladungen. Das ist eine Konsequenz aus der Forderung nach Ladungserhaltung. Die Gluonen sind damit den gleichen Kräften ausgeliefert, die sie ihrerseits zwischen den Quarks vermitteln.

Aus diesem Grund läßt sich die Störungsrechnung in der QCD nur eingeschränkt anwenden. Die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung  $\alpha_S$  ist nicht konstant, sondern hängt vom Impulsübertrag  $q^2$  ab. Mit wachsendem  $q^2$  wird  $\alpha_S$  sehr klein und geht schließlich gegen Null. Einem hohem Impulsübertrag entspricht ein kleiner Abstand  $r$ . Für  $q^2 \geq 30 \text{ GeV}/c$  bzw.  $r \leq 10^{-3} \text{ fm}$  dominiert der Ein-Gluon-Austausch und die Quarks verhalten sich wie quasi-freie Teilchen. Nach Entdeckung dieser *asymptotischen Freiheit* verhalf die Störungsrechnung der QCD im hochenergetischen Bereich zu großen Erfolgen. Im niederenergetischen Bereich, d.h. bei Quarkabständen um 1 fm, wie sie für gebundene, hadronische Zustände typisch sind, ist die Situation ungleich schwieriger. Die Selbstkopplung der Gluonen hat zur Folge, daß  $\alpha_S$  mit zunehmendem Quarkabstand durch Vakuumpolarisationseffekte immer größer wird. Bei der Kraftwirkung überwiegt der Austausch vieler Gluonen, so daß die Methoden der perturbativen QCD versagen. Zur Beschreibung der Hadronen muß man sich daher mit phänomenologischen Modellen (Bag-Modell, Potentialmodelle) oder numerischen Lösungsansätzen (Gitter-Eichtheorie) behelfen.

Ein Quark läßt sich nicht isolieren: Versuchte man, es aus seinem hadronischen Verbund zu entfernen, bekäme das umgebende Gluonfeld genügend Energie, um aus dem Vakuum neue Quark-Antiquark-Paare zu reißen. Quarks kommen daher nur in gebundenen Systemen vor. Diese erscheinen nach außen hin "farbneutral", befinden sich also in einem Farbsingulett. Die einfachsten hadronischen Zustände sind demnach Quark-Antiquark-Paare  $q\bar{q}$  (Mesonen), bei denen Farbe und zugehörige Antifarbe einander kompensieren. Drei-Quark-Zustände  $qqq$  (Baryonen) bilden mit den Farbladungen Rot, Grün, Blau ebenfalls ein Farbsingulett.

In fast allen Approximationen der QCD im niederenergetischen Bereich werden zusätzliche Farbsinguletts vorhergesagt, die als *exotische Resonanzen* in Erscheinung treten können: Hierzu zählen quarklose Hadronen, sogenannte *Gluonia* oder *Glueballs*, die aus zwei oder mehr Gluonen bestehen, deren Bindung auf dem Austausch virtueller Gluonen beruht. *Hybride* sind aus einem  $q\bar{q}$ -Paar aufgebaut, dem ein reelles Gluon oder eine Kette von Gluonen beigemischt ist ( $q\bar{q}g$ ). Hybride unterscheiden sich von herkömmlichen Mesonen, die lediglich virtuelle Gluonanteile enthalten, durch zusätzliche Vibrations- und Rotationsfreiheitsgrade. Schließlich können *Multiquarkzustände* aus vier Quarks aufgebaut sein ( $q\bar{q}q\bar{q}$ ), die *Diquonia*, oder aus zwei Mesonen, die ein molekulartig gebundenes System bilden. Der zweifelsfreie Nachweis solcher exotischer Hadronen wäre eine wichtige Bestätigung der Vorhersagen der QCD und ein Beitrag zu ihrem Verständnis im niederenergetischen Bereich.

Die Antiproton-Nukleon-Annihilation eignet sich zur Spektroskopie der Mesonen besonders gut, da sie schon bei kleinen Energien reich an Quarks und Gluonen ist, und damit die eventuelle Produktion von exotischen Zuständen begünstigt. Der Antiprotonenring LEAR<sup>1</sup> am Europäischen Teilchenforschungszentrum CERN<sup>2</sup> lieferte einen Strahl von Antiprotonen mit hoher Impulsschärfe und Intensität und bot damit ideale Vorausset-

---

<sup>1</sup> *Low Energy Antiproton Ring*

<sup>2</sup> *Conseil Européenne de Recherche Nucleaire*

zungen zur Untersuchung von Antiproton-Nukleon-Vernichtungen. Der Strahl traf beim Crystal-Barrel-Experiment auf ein wahlweise mit flüssigem oder gasförmigen Wasserstoff oder Deuterium gefülltes Target. Mit dem variablen Antiprotonenimpuls konnten beliebig kleine und mittlere Schwerpunkstnergien eingestellt werden. Zur Messung der aus der Annihilation hervorgehenden Endprodukte wurde ein Detektor neuester Generation, das Crystal-Barrel-Spektrometer, eingesetzt. Es ermöglichte erstmals den gleichzeitigen Nachweis geladener und neutraler Teilchen in den Endzuständen, und zwar mit einer bis dahin unerreichten Energie- und Winkelaufösung bei fast vollständiger Raumabdeckung. Bereits von anderen Experimenten beobachtete Reaktionen konnten jetzt mit großer Genauigkeit und sehr viel höherer Statistik neu gemessen werden. Vor allem aber wurden einige Zerfallskanäle überhaupt erst einer Untersuchung zugänglich gemacht.

Ein Ziel des Experimentes war die genaue Messung der Wirkungsquerschnitte, bzw. der Verzweigungsverhältnisse möglichst aller  $\bar{p}p$ -Reaktionen. Hiervon erhofft man sich Einblicke in die Dynamik der Annihilation, um damit einen Beitrag zum Verständnis der QCD für kleine Energien zu leisten. Wichtigste Aufgabe war jedoch die Spektroskopie der leichten Mesonen mit Massen zwischen ein und zwei  $\text{GeV}/c^2$ . Dazu gehört sowohl der Nachweis bislang nicht oder nicht zweifelsfrei beobachteter Zerfallsmoden bereits etablierter Mesonen als auch die Bestimmung der Eigenschaften wie Quantenzahlen, Masse und Zerfallsbreite wenig gesicherter oder vermuteter Resonanzen. Zu den spannendsten Aufgaben gehört die Suche nach neuen hadronischen Zuständen, die als Mesonen noch offene Plätze im Mesonenspektrum besetzen können oder exotischer Natur sind.

Mit  $\bar{p}p$ -Annihilationen bei kleinen Schwerpunkstnergien können nur Mesonen erzeugt werden, die aus den drei leichten Quarks  $u$ ,  $d$  und  $s$  und deren Antiquarks zusammengesetzt sind. Da die Quarks Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen sind, lassen sich die Drehimpulszustände der ganzzahligen Spin tragenden Mesonen nach dem Atommodell beschreiben. Es sind daher nur bestimmte Kombinationen der meßbaren Quantenzahlen Drehimpuls  $J$ , Parität  $P$  und Eigenzustand zur Ladungskonjugation  $C$  erlaubt. Die neun möglichen  $q\bar{q}$ -Paare der leichten Quarks bilden für jede Spin- und Bahndrehimpuls-Einstellung ein sogenanntes Nonett, das eindeutig durch  $J^{PC}$  gekennzeichnet ist. Innerhalb eines Nonetts werden die Zustände nach der Einstellung des Isospins  $I$  und der Seltsamkeitszahl  $S$  gruppiert, die den Quarkinhalt des Mesons charakterisieren. Die Gesamtheit der Nonette spannt das Spektrum der leichten Mesonen auf.

Die Suche nach exotischen Zuständen ist nicht einfach, denn die experimentell beobachtbaren Größen können auch mit der Hypothese eines konventionellen  $q\bar{q}$ -Mesons verträglich sein. Kandidaten exotischer Resonanzen sind daher zu allererst Zustände mit Quantenzahlen, die nicht in das Mesonenspektrum passen (*exotische Quantenzahlen*). Zustände mit gewöhnlichen Quantenzahlen stehen in Verdacht, Exoten zu sein, wenn das dazugehörige Nonett bereits vollständig besetzt ist. Aufschluß über die Natur einer Resonanz gibt auch ihr Zerfall. So ist etwa ein  $\phi\pi$ -Zustand mit dem Mesonenmodell kaum verträglich, denn der Zerfall läßt auf einen hohen  $s$ -Quarkanteil des Zustandes schließen, der nur für Mesonen mit  $I=0$  möglich ist, während  $\phi$  und  $\pi$  zu  $I=1$  koppeln.

Die meisten primären Annihilationsprodukte der  $\bar{p}p$ -Reaktion lassen sich nur indirekt

über ihren oft mehrstufigen Zerfall in langlebigere und damit meßbare Endzustände nachweisen. Nur ein kleiner Prozentsatz ( $\sim 2\%$ ) führt dabei zu Kaonen ( $K_L, K_S, K^\pm$ ). Der weitaus größte Teil ist pionischer Art ( $\pi^\circ, \pi^\pm$ ).

In dieser Arbeit wird zum ersten Mal die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ$  untersucht. Die Antiprotonen stoppen dabei in flüssigem Wasserstoff und annihilieren in einen rein neutralen Endzustand: Das  $K_S$ -Meson wird über den Zerfall in  $\pi^\circ \pi^\circ$  nachgewiesen, die vier Pionen über ihren  $\gamma\gamma$ -Zerfall und das nicht im Detektor wechselwirkende  $K_L$ -Meson über seine fehlende Masse. Die hohe Auflösung des Kalorimeters garantiert eine effiziente Rekonstruktion der Ereignisse. In einer Partialwellenanalyse werden verschiedene Annihilationsmodelle mit Amplituden, die erlaubte Übergänge des Protoniumanfangszustandes über resonante Zweikörper-Zwischenzustände in den gemessenen Endzustand beschreiben, an die Daten angepaßt. Da der Phasenraum des Vier-Teilchen-Endzustandes fünfdimensional ist, versagt die gebräuchliche Methode der  $\chi^2$ -Anpassung bei der zu erwartenden Datenstatistik. Stattdessen wird die rechenintensive Maximum-Likelihood-Methode angewandt, die ohne eine Gruppierung der Daten in Phasenraumsegmente auskommt. In den Modellen sind die Intensitäten und relativen Phasen aller Amplituden, sowie die Massen und Zerfallsbreiten der auftretenden Zwischenzustände als freie Parameter eingeführt und werden quantitativ bestimmt.

Man erwartet in den Systemen  $K\pi^\circ$  und  $K_L K_S$  dominante Signale der Vektormesonen  $K^*$  bzw.  $\phi$ . Der Kanal eignet sich also hervorragend zur Suche nach möglichen  $\phi\pi$ -Zuständen. Kandidat hierfür ist das sog.  $C$ -Meson bei einer Masse von  $1480 \text{ MeV}/c^2$ , das bislang nur bei einem Experiment beobachtet worden ist. Der fehlende Nachweis eines  $\omega\pi$ -Zerfalls unterstreicht die postulierte exotische Natur dieses Objektes. Auch etwaige  $\phi\pi$ -Zerfälle des Pseudovektors  $b_1(1235)$  oder der radialen Anregung  $\rho(1450)$  lassen sich überprüfen.

Eine Besonderheit des untersuchten Kanals liegt in der mit  $C = -1$  festgelegten  $C$ -Parität des  $K_L K_S \pi^\circ$ -Systems. Alle bisherigen Experimente konnten  $KK\pi$ -Zerfälle nur im geladenen Endzustand messen, der lediglich eine Bestimmung der  $G$ -Parität zuläßt. So wurde 1988 bei einem Kaonenstrahlexperiment ein in  $K^*K$  zerfallender Pseudovektor-Zustand mit einer Masse von  $1380 \text{ MeV}/c^2$  gefunden. Die  $C$ -Parität blieb unbestimmt, eine Bestätigung des Zustandes steht noch aus. Sein Nachweis im vorliegenden Annihilationskanal würde die Quantenzahlen mit  $J^{PC} = 1^{+-}$  festlegen und ihn als Kandidaten für den massereichen Partner des isoskalaren  $h_1$ -Mesons im  $^1P_1$ -Nonett favorisieren.

Neben der Bestimmung von Masse und Breite bereits etablierter, aber wenig erforschter Mesonen, etwa der radialen Anregung  $\phi(1680)$ , bietet der  $K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ$ -Endzustand auch die Gelegenheit, im  $KK\pi$ -System Mesonen mit verborgener Seltsamkeit aufzufinden, die als isoskalare Mitglieder noch offene Plätze in Nonetten mit negativer  $C$ -Parität besetzen können. Bis jetzt ist noch kein  $2^{--}$ -Zustand, der für das  $^3D_2$ -Nonett in Frage kommt, beobachtet worden. Dessen Mitglieder werden in dem hier zugänglichen Massenbereich erwartet.



## 2 Das Crystal-Barrel-Experiment

### 2.1 Übersicht

Die Antiproton-Nukleon-Vernichtung verläuft hauptsächlich über stark wechselwirkende, resonante Zwischenzustände in einen Endzustand mit "stabilen", d.h. langlebigen Teilchen, die nur schwach oder elektromagnetisch zerfallen können. Diese Endprodukte sind geladene Pionen und Kaonen, sowie Photonen (z.B. aus  $\pi^0$ -,  $\eta$ - und  $\eta'$ -Zerfällen) und in wenigen Fällen das langlebige  $K_L$ -Meson. Um daraus die kurzlebigen Resonanzen mit allen dazugehörigen Zerfallsmoden rekonstruieren zu können, muß die vollständige Kinematik aller "stabilen" Teilchen einer Messung zugänglich sein, um den Endzustand präparieren zu können. Ein entsprechender Detektor sollte daher geladene Pionen und Kaonen unterscheiden und deren Impulse mit großer Genauigkeit und Raumwinkelakzeptanz messen können. Gleichzeitig muß er imstande sein, über einen möglichst großen Raumwinkelbereich neutrale Teilchen mit hinreichend guter Energie- und Winkelauflösung nachzuweisen.

Allen bisherigen Experimenten mangelte es an einer geeigneten Möglichkeit, Photonen zu detektieren. Daher konnten nur Annihilationen mit maximal einem neutralen Teilchen im Endzustand untersucht werden. Dies entspricht nur etwa 40% aller möglichen Reaktionen. Der Crystal-Barrel-Detektor (siehe Abb. 1) erlaubt erstmals eine komplette Rekonstruktion der Kinematik aller Zerfallsprodukte [1].

Als Antiprotonenquelle diente der Speicherring LEAR. Er zeichnet sich durch seine hohe Strahlintensität ( $10^6 \bar{p}/s$ ) bei extrem niedriger Impulsunschärfe ( $\Delta p/p < 10^{-3}$ ) aus. Die Impulse können dabei im Bereich von 105 MeV/c für Annihilationen in Ruhe bis 2 GeV/c für Annihilationen im Fluge variiert werden<sup>3</sup>. Die Antiprotonen verlassen das Vakuumsystem des LEAR durch ein dünnes Beryllium-Fenster, dem Zähler zur Überwachung der Strahlintensität und zur Triggerung der Datenerfassung folgen. Daraufhin treten sie entlang der Symmetrieachse in das Feld des Solenoidmagneten (1,5 T) ein, der das gesamte Crystal-Barrel-Spektrometer umschließt. Im Zentrum des Detektors treffen sie auf das Wasserstoff-(Deuterium-)Target.

Zunächst wird die Anzahl der geladenen Annihilationsprodukte in zwei konzentrisch angeordneten Vieldrahtproportionalkammern (PWC's) gemessen. Diese sind von einer zylindrischen Driftkammer (JDC) umgeben. Aus der Krümmung der Spuren geladener Teilchen im Magnetfeld kann später deren Impuls rekonstruiert werden. Die Messung des Energieverlustes durch elektromagnetische Wechselwirkung mit den Molekülen des Kammergases (90%  $CO_2$  + 10% Isobutan) erlaubt eine Unterscheidung geladener Pionen und Kaonen. Außerhalb der JDC befindet sich schließlich das elektromagnetische Kalorimeter aus CsJ(Tl)-Kristallen zum Nachweis von Photonen. Es deckt nahezu den gesamten Raumwinkel ab ( $97,8\% \times 4\pi$ ).

<sup>3</sup>Für die in dieser Arbeit verwendeten Daten betrug der Anfangsimpuls der Antiprotonen 200 MeV/c. Dabei stoppen diese in der Mitte des Targets und vernichten dort mit den Wasserstoffkernen.

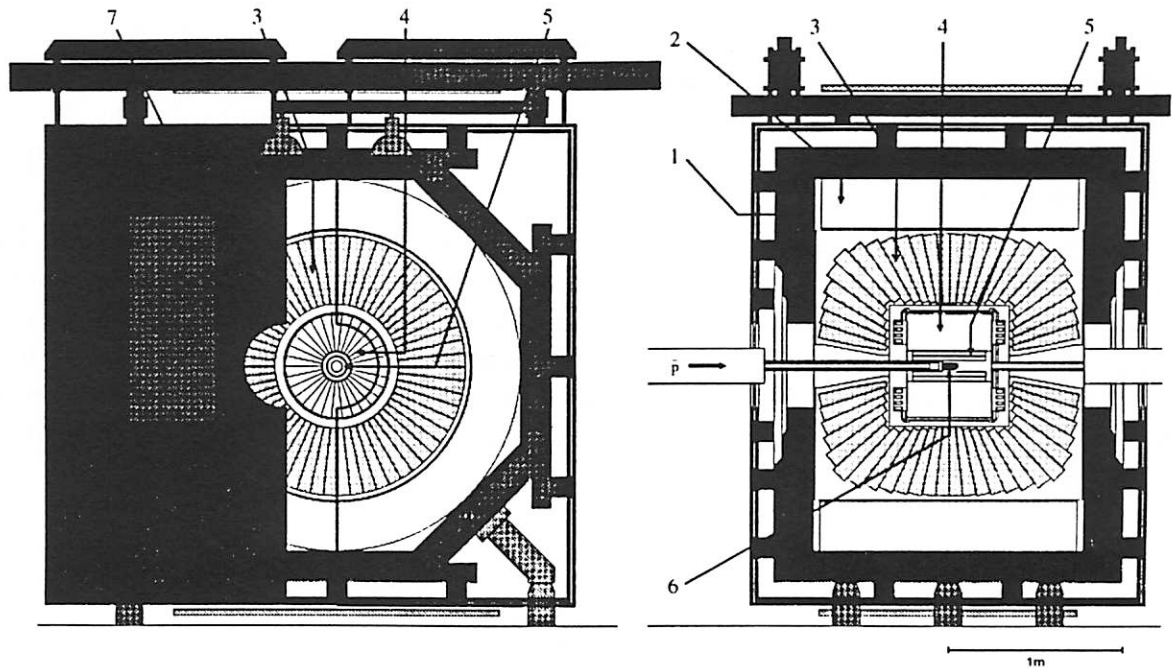


Abbildung 1: Der Crystal-Barrel-Detektor: 1: Eisenjoch, 2: Magnetspule, 3: CsJ-Kalorimeter, 4: Jet-Driftkammer (JDC), 5: Proportionaldrahtkammer (PWC), 6: Flüssigwasserstoff ( $LH_2$ )-Target und 7: Magnettür.

Der Aufbau des Detektors wurde Ende 1989 vollendet. Über sieben Jahre wurden damit einige hundert Mio. Ereignisse aufgezeichnet, bis das Experiment Ende 1996 planmäßig abgeschlossen wurde. Unter den Ereignisaufzeichnungen sind sowohl Annihilationen in Ruhe als auch im Fluge für Targets aus flüssigem Wasserstoff beziehungsweise Deuterium. Zusätzlich wurde mit verschiedenen Triggern gearbeitet. Ein Target zur Untersuchung von Annihilationen in gasförmigem Wasserstoff wurde erstmals Ende 1994 eingesetzt.

Der Speicherring LEAR wird in [2], der Crystal-Barrel-Detektor in [1] ausführlich beschrieben. Eine gute übersichtliche Darstellung findet sich auch z.B. in [31]. Auf eine eingehende Detektorbeschreibung wird an dieser Stelle verzichtet. Bei der Analyse des hier untersuchten Annihilationskanals gehen nur die Messungen des elektromagnetischen Kalorimeters ein, die Ereignisinformationen der Detektorkomponenten PWC und JDC werden lediglich benutzt, um geladene Endzustände auszuschließen.

## 2.2 Das Elektromagnetische Kalorimeter

Photonen, die vor allem aus den Zerfällen des  $\pi^0$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$  und  $\omega$  herrühren, werden in einem Schauerkalorimeter nachgewiesen [3]. Dabei wird ausgenutzt, daß die Wechselwirkung hochenergetischer Photonen mit Materie über Paarbildung und Bremsstrahlung zu einer Kaskade (Schauer) von Photonen, Elektronen und Positronen führt. In einem szintil-

lierenden Material hat dies eine Lumineszenzstrahlung zur Folge, deren Intensität ein Maß für die Energie des primär wechselwirkenden Photons ist. Beste Orts- und Energieauflösung liegt im Bereich zwischen 20 MeV bis 2000 MeV. Doch auch geladene Teilchen ( $\pi^\mp$ ,  $K^\pm$ ) und in wenigen Fällen das stark wechselwirkende  $K_L$  hinterlassen ihre Signatur im Kalorimeter.

Das modular aufgebaute, knapp 4 Tonnen schwere Kalorimeter besteht aus 1380 CsJ(Tl)-Kristallen in einer zum Vertex gerichteten Geometrie. Sie sind zu Gruppen von 60 bzw. 30 (für kleine  $\Theta$ ) Stück in 26 Ringen angeordnet, die einen Polarwinkelbereich von  $12^\circ$  bis  $168^\circ$  überstreichen (Abb. 2). Die Dimensionen der Kristalle variieren in polarer Richtung (13 unterschiedliche Typen), die Form gleicht an der Spitze abgeschnittenen Pyramiden. Die radiale Ausdehnung beträgt 300 mm (Abb. 3). Dies entspricht 16,1 Strahlungslängen.

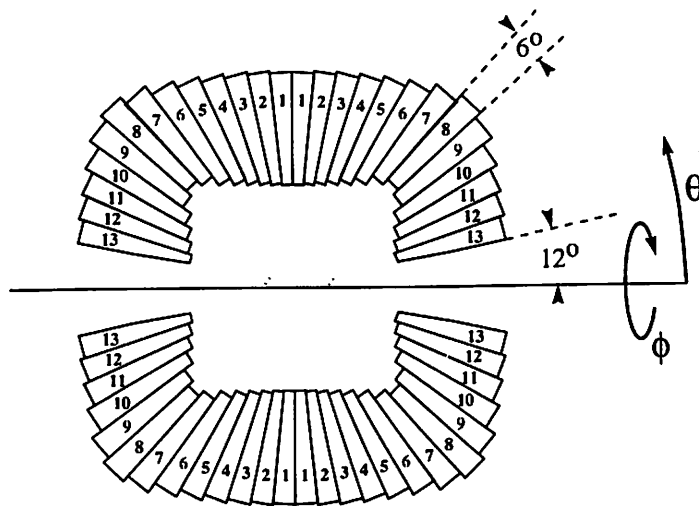


Abbildung 2: Schnittzeichnung des Kalorimeters bei festem Polarwinkel  $\Phi$ . Die Numerierung bezieht sich auf die 13, in ihrer Geometrie verschiedenen Kristalltypen.

In einem Kalorimeter dieser Tiefe wird nahezu die gesamte Energie eines 2-GeV-Photons deponiert. Ein einzelner Kristall deckt sowohl in azimuthaler als auch in polarer Richtung einen Winkel von  $6^\circ$  ab<sup>4</sup>.

Da sich das Kalorimeter in einem Magnetfeld von 1,5 Tesla befindet, ist keine Auslese über Photovervielfacher möglich. Es werden daher zu diesem Zweck Photodioden eingesetzt. Das Spektrum des von den CsJ(Tl)-Kristallen emittierten Lichtes liegt im grünen Bereich (500 bis 600 nm) des sichtbaren Wellenlängenspektrums. Die Sensitivität der Photodiode hingegen erreicht erst im Roten ihr Maximum. Um diese Diskrepanz auszugleichen, wurde zwischen Kristall und Diode ein Wellenlängenschieber (WLS) gesetzt.

<sup>4</sup>Für Kristalle bei sehr kleinen und sehr großen Polarwinkeln ( $\theta \leq 30^\circ$  und  $\theta \geq 150^\circ$ ) wurde der azimuthale Winkelbereich auf  $12^\circ$  pro Kristall erhöht.

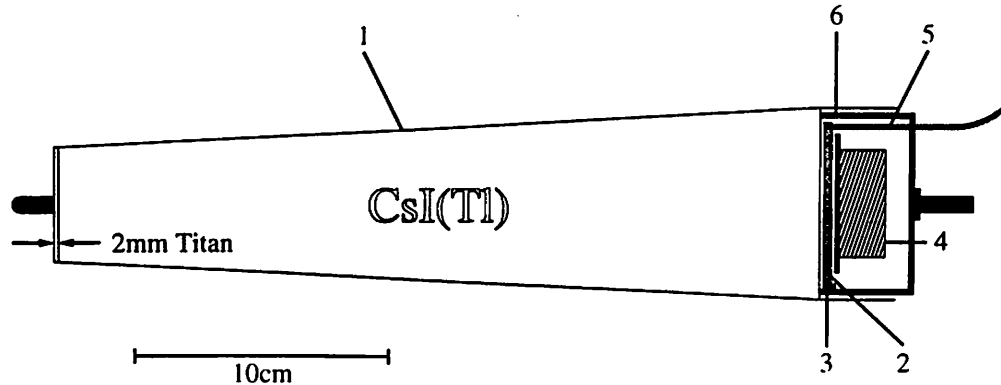


Abbildung 3: Die Kapselung des Einzelkristalls zum Modul. 1: Titanhülle, 2: Wellenlängenschieber, 3: Photodiode, 4: Vorverstärker, 5: optische Faser eines Lichtpulsersystems zum Testen der Kristalle, 6: Gehäusedeckel.

Dessen Absorptionsspektrum stimmt mit dem Emissionsspektrum von CsJ(Tl) überein. Er reemittiert das Licht jedoch in dem für die Silizium-PIN-Dioden günstigen Spektralbereich. Ein zusätzlicher Effekt des WLS ist die Anpassung der verschiedenen großen Kontaktflächen am Kristallende bzw. an der Photodiode. Der in der Photodiode nach Bestrahlung auftretende Ladungsimpuls wird über einen Vorverstärker an der Rückseite des Kristalls aus dem Detektor geleitet und über ein Spezialkabel dem Hauptverstärker zugeführt. Zwei unterschiedliche Analog-Digital-Wandler integrieren die eintreffende Ladung über eine Zeit von  $5 \mu\text{s}$  und quantifizieren sie mit einer 11 bit bzw. 12 bit großen Zahl, deren maximaler Wert einer Energie von 2000 MeV entspricht. Im unteren Skalenbereich bis 400 MeV liegt die Auflösung bei 0,1 MeV.

Die Kalibration des Kalorimeters vollzieht sich über mehrere Schritte. Jedem einzelnen Kristall sind Eichfaktoren zugeordnet, die solange variiert werden, bis die über die invariante  $\gamma\gamma$ -Masse gemessene Breite des  $\pi^0$ -Signals minimal wird. Zu jeder Meßperiode werden aus ungefähr  $10^6$  vollständig neutralen Daten die Eichkonstanten bestimmt. Die resultierende Energieauflösung des Kalorimeters beträgt:

$$\sigma/E \approx 2,5\%/\sqrt{E[\text{GeV}]}$$

Den digitalen ADC-Zahlen werden über die Eichfaktoren Energiewerte zugeordnet. Kristalle, deren Energie über einem festgesetzten Mindestwert liegt (1 MeV), werden zu sogenannten Clustern gruppiert, sofern sie mindestens eine Kante gemeinsam haben. Ist die Gesamtenergie des Clusters größer als 20 MeV, so geht dieser in die Ereignisauswertung ein. Zur Auflösung räumlich überlappender Schauer wird jeder Cluster nach lokalen Maxima untersucht. Existieren innerhalb eines Clusters mehrere lokale Maxima, so wird

jedes Maximum, dessen Zentralkristall oberhalb einer Schwelle von 20 MeV liegt, als Energiedeposition eines Teilchens (PED, *particle energy deposit*) definiert.

Die Energien für isolierte PEDs ergeben sich direkt als Summe der Energiedepositionen im Cluster. Die genaue Position wird über eine Schwerpunktsbestimmung der Energieverteilung innerhalb des Clusters rekonstruiert. Überlappen die Schauer, so wird für jedes PED die Energie des Zentralkristalls und seiner acht Nachbarkristalle aufsummiert:

$$E_9 = \sum_{i=1}^9 E_i$$

Dabei bleibt unberücksichtigt, ob sich Überschneidungen mit anderen PEDs ergeben oder der Energieeintrag in einem der Kristalle null ist. Die Gesamtenergie des Clusters  $E_{Cl}$  wird dann im Verhältnis dieser Summen auf die verschiedenen PEDs verteilt:

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{PEDs} E_9} E_{Cl}$$

Aufgrund von Leckverlusten in longitudinaler und lateraler Richtung wird die Energie des so rekonstruierten Photons nochmals um einen, in Monte-Carlo-Studien gewonnenen, winkel- und energieabhängigen Faktor korrigiert.

Da in dem Annihilationskanal der vorliegenden Untersuchung keine geladenen Teilchen auftreten, kann man davon ausgehen, daß jedes PED genau einem Photon entspricht<sup>5</sup>. Mit einer geringen Wahrscheinlichkeit kann aber der von einem Photon ausgelöste Schauer über Fluktuationen ein zweites, benachbartes Zentrum der Energiedeposition ausbilden ("elektromagnetischer" *splitt off*), das nach obigen Kriterien als eigenständiges PED gewertet wird. Stammen aber die Photonen des zu präparierenden Endzustandes ausschließlich vom Pionenzерfall, tritt als weiteres Photonen-Kriterium die Forderung hinzu, daß die invariante Masse aller Zweierkombinationen der PEDs die Masse des neutralen Pions ergeben muß. Diese Forderung wird von eventuell doch zwei vorhandenen *splitt offs* praktisch nie erfüllt.

---

<sup>5</sup> Bei geladenen Spuren wird der Auftreffpunkt der Teilchenbahn auf die Kristalle berechnet. Mit der Spur wird dann das nächst liegende PED in Verbindung gebracht (*matched PED*). Ist der Winkelabstand aber größer als die festgesetzte Schwelle von  $\cos(\Theta) < 0,98$ , bleibt das benachbarte PED unberücksichtigt. Die geladenen Teilchen können manchmal (wie das ungeladene  $K_L$ -Meson) komplexe hadronische Reaktionen mit den Atomkernen der CsJ-Kristallen auslösen. Die dabei entstehenden Reaktionsprodukte deponieren manchmal Energie in Bereichen des Kalorimeters, die weit entfernt vom Auftreffpunkt der Spuren liegen ("hadronische" *splitt offs*).

## 3 Physikalische Grundlagen

### 3.1 Die Anfangszustände des Protoniums

Als *Protonium* wird das kurzlebige, elektromagnetisch gebundene System aus Proton und Antiproton bezeichnet. Es kann quantenmechanisch auf ähnliche Weise behandelt werden wie etwa das Positronium. Da das Protonium aber aus hadronischen Komponenten besteht, ist zur vollständigen Charakterisierung seines Zustandes neben Spin- und Drehimpulsquantenzahl noch der Isospin nötig. Die Annihilation wird durch die starke Wechselwirkung beschrieben, daher bleiben alle Symmetrieeigenschaften hinsichtlich der Paritätsoperation  $\hat{P}$  und der Ladungskonjugation  $\hat{C}$  neben Gesamtdrehimpuls  $J$  und Isospin  $I$  erhalten (Ladung, Leptonen- und Baryonenzahl – hier alle gleich Null – sind bei allen Wechselwirkungen ebenso erhalten). Die Symmetrieeigenschaften der gemessenen mesonischen Endzustände sind also bereits durch den Anfangszustand bestimmt. Dessen Kenntnis ist daher wesentlich für die Untersuchung des Annihilationsmechanismus. Im folgenden wird das Schema der Charakterisierung des Ausgangszustandes erläutert.

#### Erhaltungsgrößen und das Termschema

Unmittelbar vor der Annihilation besitzt das Protonium den Gesamtdrehimpuls  $J$ . Dieser setzt sich aus der Addition des relativen Bahndrehimpulses  $L$  und des Spins der beiden Nukleonen zusammen, die zum Gesamtspin  $S=0$  oder  $S=1$  koppeln können. Diese drei Quantenzahlen spezifizieren bis auf den Isospin den Ausgangszustand der Protoniumvernichtung vollständig und werden wie in der Atomspektroskopie in der Termsymbolik

$$^{2S+1}L_J$$

zusammengefaßt, wobei für die Bahndrehimpulse  $L=0, 1, 2, 3$  die Buchstaben  $S, P, D, F$  eingesetzt werden.

Das Verhalten der Gesamtwellenfunktion  $\psi$ , die das Antiproton-Proton-System beschreibt, hängt bei Raumspiegelung  $\hat{P}$  nur vom relativen Bahndrehimpuls  $L$  ab. Wie beim Wasserstoffatom wird der vom Drehimpuls abhängige Teil der Wellenfunktion durch die Kugelfunktionen  $Y_L^m(\theta, \phi)$  beschrieben, deren Parität  $(-1)^L$  ist. Da Fermion und Antifermion entgegengesetzte Eigenparität besitzen, ergibt sich für den Paritäts-Eigenwert des Protoniums:

$$P(\bar{p}p) = (-1)^{L+1} .$$

Der Operator der Ladungskonjugation  $\hat{C}$  kehrt das Vorzeichen aller ladungsartigen Quantenzahlen um und ersetzt damit Teilchen durch Antiteilchen und umgekehrt. Um den  $C$ -Eigenwert der Gesamtwellenfunktion  $\psi$  – falls vorhanden – herzuleiten, betrachtet man das Verhalten ihrer separierten Komponenten – der Ortswellenfunktion  $\phi(\vec{r})$ , der Spinwellenfunktion  $\alpha(S)$  und des ladungsabhängigen Teils  $\chi(q)$  – bei Austausch von Proton und Antiproton. Dem Pauli-Prinzip zufolge verhält sich die Gesamtwellenfunktion

antisymmetrisch, d.h. ihr Vorzeichen muß sich unter Vertauschung der beiden Fermionen (Indices 1 und 2) ändern:

$$\phi(\vec{r}) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} -\phi(\vec{r}) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q)$$

Für die Ortswellenfunktion gilt wie oben  $\phi(\vec{r}) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^L \cdot \phi(\vec{r})$ . Die Spinwellenfunktion ändert ihr Vorzeichen bei antiparallelen Spins ( $S = 0$ ), bei parallelen Spins ( $S = 1$ ) dagegen nicht, also  $\alpha(S) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^{S+1} \cdot \alpha(S)$ . Der ladungsabhängige Teil verhält sich bei Vertauschung von Proton und Antiproton genau wie bei einer Anwendung des  $\hat{C}$ -Operators, womit der Eigenwert der Ladungskonjugation definiert wird:  $\chi(q) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} C \cdot \chi(q)$ . Da das Produkt dieser drei Eigenwerte  $-1$  sein muß, folgt:

$$C(|\bar{p}p\rangle) = (-1)^{L+S}$$

Aus Bahndrehimpuls und Spineinstellung der Nukleonen im Anfangszustand folgen also eindeutig die drei erhaltenen Quantenzahlen  $J$ ,  $P$  und  $C$  (solange nur S- und P-Zustände in Betracht kommen, gilt auch die Umkehrung). Zur Vollständigkeit der Beschreibung des Anfangszustandes fehlt noch – wie bereits erwähnt – der Isospin  $I$  des Protoniums. Auch dieser ist bei starker Wechselwirkung eine Erhaltungsgröße. Das Proton, bzw. Antiproton befindet sich gemäß seiner Ladung im Isospinzustand  $|I; I_z\rangle = |\frac{1}{2}; +\frac{1}{2}\rangle$  bzw.  $|\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\rangle$ . Beide können daher zum Gesamtisospin  $|I; I_z\rangle = |0; 0\rangle$  oder  $|1; 0\rangle$  koppeln. Diese Isospin-Eigenzustände sind zugleich Überlagerungen von Antiproton-Proton- und Antineutron-Neutron-Wellenfunktionen. Mit<sup>6</sup>

$$|I; I_z\rangle = |1; 0\rangle = (|\bar{p}p\rangle + |\bar{n}n\rangle)/\sqrt{2}$$

$$|I; I_z\rangle = |0; 0\rangle = (|\bar{p}p\rangle - |\bar{n}n\rangle)/\sqrt{2}$$

schreibt sich die Wellenfunktion des Protoniums:

$$|\bar{p}p\rangle = (|0; 0\rangle + |1; 0\rangle)/\sqrt{2}$$

Gebräuchlich ist außerdem noch der sogenannte  $\hat{G}$ -Operator, der eine Hintereinanderausführung von Drehung im Isospinraum um  $180^\circ$  um die y-Achse und anschließender Ladungskonjugation vorschreibt<sup>7</sup>:

$$\hat{G} = \hat{C} e^{-i\pi \hat{I}_y} .$$

Dabei ist der Generator  $\hat{I}_y$  einer der drei Isospinoperatoren, die den gleichen Vertauschungsbeziehungen gehorchen wie die Drehimpulsoperatoren:

$$[\hat{I}_j, \hat{I}_k] = i\epsilon_{jkl} \hat{I}_l .$$

<sup>6</sup> Die Vorzeichen sind konventionsabhängig.

<sup>7</sup> Mehr über Isorotationen findet sich in Anhang A.

Der Eigenwert von  $\hat{G}$  bleibt in der starken Wechselwirkung ebenfalls erhalten; er stellt allerdings keine fundamentale Quantenzahl dar, erlaubt aber eine vereinfachte Beschreibung von Endzuständen mit geladenen Teilchen, welche keine  $C$ -Parität besitzen. Die  $G$ -Eigenwerte des Proton-Antiproton-Systems berechnen sich zu

$$G(\bar{p}p) = (-1)^{L+S+I}$$

### Vernichtung aus der S- und P-Welle

Schon vor Inbetriebnahme des Crystal-Barrel-Detektors lieferte eine erste Generation von Experimenten am LEAR wichtige Beiträge zum Verständnis der Prozesse, die Antiprotonen im flüssigen oder gasförmigen Wasserstoff stoppen und dann zur Bildung von Protonium führen [4, 5]. Die anschließende Vernichtung nimmt ihren Lauf vorwiegend aus dem Anfangszustand mit Bahndrehimpuls  $L=0$  oder  $L=1$ , also aus der S- bzw. P-Welle. Im einzelnen verläuft die Annihilationsreaktion wie folgt:

Die in das Wasserstofftarget einlaufenden Antiprotonen werden zuerst durch elastische Stöße mit Wasserstoffmolekülen, bei denen diese ionisiert und dissoziiert werden, auf niedrigere Impulse moderiert. Bei kinetischen Energien im Elektronenvoltbereich kann das Antiproton schließlich mit dem Proton eines Wasserstoffatoms ein elektromagnetisch gebundenes System eingehen. Das einem Positronium ähnliche System befindet sich zunächst in einem Zustand mit hoher Hauptquantenzahl ( $n \approx 30$ ) und hohem Bahndrehimpuls ( $L \approx 20$ ).

In gasförmigem Wasserstoff ermöglichen Auger-Effekt, inelastische Stöße mit benachbarten  $H_2$ -Molekülen und Kaskaden von Röntgenübergängen ein Absinken auf niedrigere Energieniveaus. Schließlich überlappen die Wellenfunktionen der beiden Nukleonen so stark, daß eine Annihilation stattfinden kann. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist bei Erreichen des 2P-Niveaus bereits 100mal größer als der radiative Übergang in den Grundzustand.

In flüssigem Wasserstoff tritt ein Effekt in Erscheinung, der die Annihilation bereits bei höheren Hauptquantenzahlen ermöglicht. Da das Protonium aufgrund seiner hohen Masse wesentlich kleiner ist als die es umgebenden Wasserstoffmoleküle, kann es diese als nach außen hin neutrales Objekt durchqueren. Dabei erfährt es die starken elektrischen Felder im Innern der  $H_2$ -Moleküle [6]. Diese bewirken eine Mischung von Zuständen gleicher Haupt- aber unterschiedlicher Drehimpulsquantenzahl (Stark-Effekt), so daß Zuständen mit hohem Bahndrehimpuls  $L$  immer auch ein S-Wellenanteil ( $L=0$ ) beigemischt wird. Durch die relativ große Überlappung der Wellenfunktionen der beiden Nukleonen bei einem relativen Bahndrehimpuls von  $L=0$  kommt es schon bei hohen Hauptquantenzahlen vermehrt zu Annihilationen aus der S-Welle.

Der Stark-Effekt gewinnt umso mehr an Bedeutung, je wahrscheinlicher die Passage des Protoniums durch ein benachbartes Molekül, d.h. je dichter das Medium ist (siehe dazu Abb. 4). Annihilationen in flüssigem Wasserstoff finden daher überwiegend aus der S-Welle heraus statt [7]. Der genaue Anteil hängt jedoch von der Reaktionsdynamik des



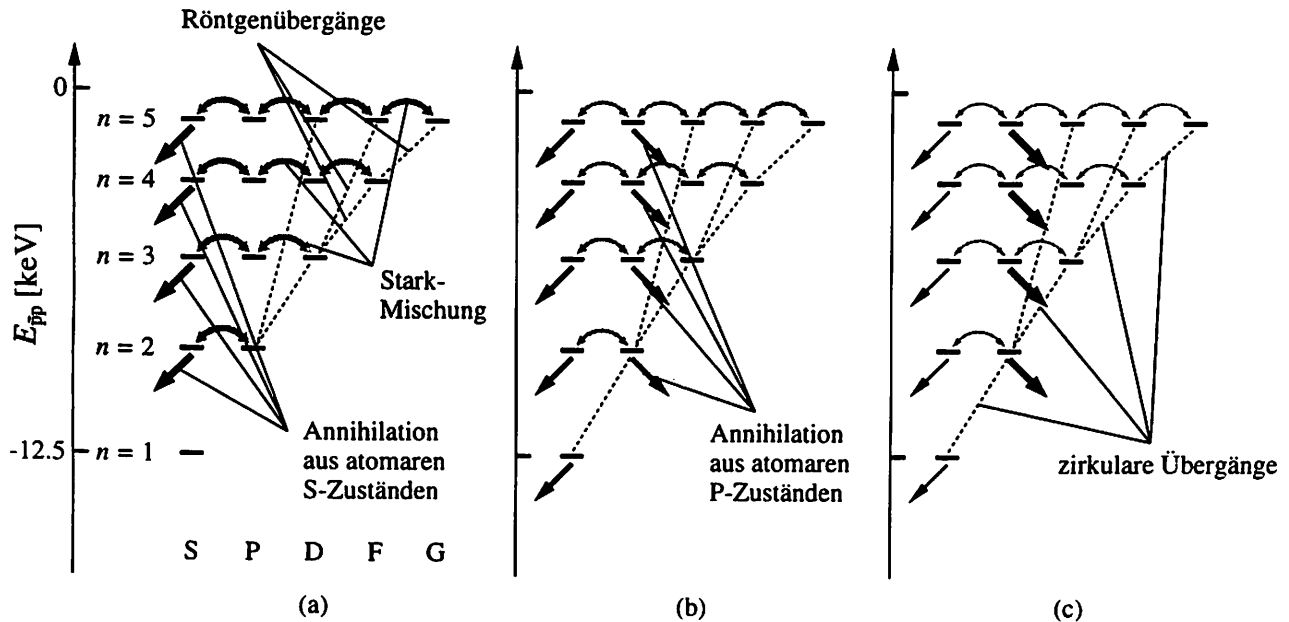


Abbildung 4: Atomare Kaskade unmittelbar vor der Annihilation des Protoniums. Die Dicke der Bögen symbolisiert die Bedeutung der Stark-Mischung, die der Pfeile die Vernichtungswahrscheinlichkeit aus Zuständen mit Bahndrehimpuls  $L=0$  und  $L=1$  (S- bzw. P-Welle). (a) In flüssigem Wasserstoff dominiert der Stark-Effekt, also die Mischung von Zuständen gleicher Haupt- aber verschiedener Drehimpuls-Quantenzahl. Dies führt zu einem hohen Anteil an S-Wellen-Annihilation. K-Röntgenübergänge werden nicht beobachtet. (b) In Wasserstoffgas sind Vernichtungen aus der S- und P-Welle etwa gleich häufig. (c) Bei einem Gasdruck von 300 mbar verlieren die durch den Stark-Effekt ausgelösten Übergänge an Bedeutung. Hier dominiert die P-Wellen-Annihilation.

untersuchten Annihilationskanals ab. In gasförmigem Wasserstoff halten sich dagegen Protoniumvernichtungen aus der S-Welle und solche aus der P-Welle in etwa die Waage. Durch Verdünnung des Gases kann sogar erreicht werden, daß der P-Wellen-Beitrag dominiert. Annihilationen aus D- oder F-Zuständen sind in jedem Fall weit unwahrscheinlicher als weitere radiative Übergänge.

Tab. 1 faßt die Anfangszustände des Protoniums in der S- und P-Welle und die entsprechenden Quantenzahlen  $J, P, C, I$  und  $G$  zusammen. Wie noch zu zeigen sein wird, ist die  $C$ -Parität in dem hier analysierten Endzustand mit  $C = -1$  festgelegt. Für dessen Untersuchung kommen daher nur zwei Anfangszustände des Protoniums in Betracht, und zwar der Triplett- $S_1$ - und der Singulett- $P_1$ -Zustand mit den entsprechenden Quantenzahlen:

$$J^{PC} = 1^{--} \quad \text{und} \quad J^{PC} = 1^{+-}$$

Die Beiträge der Anfangszustände zur Annihilation müssen in der Partialwellenanalyse inkohärent addiert werden, da die quasiautomaren Zustände des Protoniums vergleichsweise langlebig sind und darum nicht mischen. Dagegen ist der Isospin quantenmechanisch

Bahndrehimpuls $L_{\bar{p}p}$	Spin $S_{\bar{p}p}$	Isospin $I_{\bar{p}p}$	atomarer Zustand $^{2S+1}L_J$	Quantenzahlen $I^G(J^{PC})$
0	0	0	$^1S_0$	$0^+(0^{-+})$
0	0	1	$^1S_0$	$1^-(0^{-+})$
0	1	0	$^3S_1$	$0^-(1^{--})$
0	1	1	$^3S_1$	$1^+(1^{--})$
1	0	0	$^1P_1$	$0^-(1^{+-})$
1	0	1	$^1P_1$	$1^+(1^{+-})$
1	1	0	$^3P_0$	$0^+(0^{++})$
1	1	1	$^3P_0$	$1^-(0^{++})$
1	1	0	$^3P_1$	$0^+(1^{++})$
1	1	1	$^3P_1$	$1^-(1^{++})$
1	1	0	$^3P_2$	$0^+(2^{++})$
1	1	1	$^3P_2$	$1^-(2^{++})$

Tabelle 1: Anfangszustände des Protoniums in der S- und P-Welle

nicht festgelegt, er kann für jeden Ausgangszustand die Werte  $I=0$  und  $I=1$  annehmen. Der Gesamtzustand bei einer Überlappung der beiden Isospinwellenfunktionen ergibt sich in diesem Fall aus der kohärenten Addition beider Beiträge. Der Grad der Überlappung kann allerdings für die Anfangszustände verschieden sein und wird von der Annihilationsdynamik festgelegt. Die Mischung der Isospinwellenfunktionen findet ihren Ausdruck in den Beiträgen kohärenter komplexer Übergangsamplituden. Ziel der Partialwellenanalyse wird es sein, deren Intensitäten und relative Phasen zu bestimmen.

## 3.2 Die Mesonen im Quarkmodell

### Das Standardmodell

Alle bislang gefundenen Teilchen lassen sich nach dem Standardmodell der Teilchenphysik [8, 9, 10] auf elementare Bausteine mit Spin  $\frac{1}{2}$  (Fermionen) zurückführen. Die Kräfte zwischen diesen werden über den Austausch von Teilchen mit Spin 1 (Bosonen) vermittelt. Alle zwölf Fermionen und die entsprechenden Antifermionen lassen sich in zwei Gruppen unterteilen: sechs der schwachen Kraft unterliegenden Leptonen und sechs zusätzlich auch der starken Kraft unterliegenden Quarks, sowie die jeweils dazugehörigen Antiteilchen.

Die Gruppe der Leptonen wird von den negativ geladenen Elektronen  $e^-$ , Myonen  $\mu^-$  und Tauonen  $\tau^-$  gebildet, sowie von deren ungeladenen Partnern, den Neutrinos:  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  und  $\nu_\tau$  (linkshändige Leptonen). Die Leptonpartner stellen jeweils ein *Duplett* dar, das *Familie* genannt wird. Zwar können sich die Mitglieder einer Familie ineinander umwan-

deln, Übergänge zwischen Familien wurden allerdings niemals beobachtet, weshalb den drei Familien eine Leptonquantenzahl zugeordnet wird, die bei allen Wechselwirkungen erhalten bleibt. Leptonen können nur als Lepton-Antilepton-Paar einer Familie erzeugt oder vernichtet werden. Üblicherweise ordnet man die Mitglieder eines Dupletts so an, daß die Neutrinos oben stehen:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

Die sechs Quarksorten werden anhand ihres "Geschmackes" (*flavour*) unterschieden: *down*, *up*, *strange*, *charm*, *bottom* und *top* ( $d, u, s, c, b, t$ ). Während die ersten fünf Quark-Flavours seit Jahren bekannt sind, ist das letzte noch fehlende *top*-Quark im April 1994 am Fermilab entdeckt worden [11, 12, 13]. Quarks tragen die Ladung  $Q = -\frac{1}{3}$  oder  $Q = +\frac{2}{3}$ . Bis auf die Neutrinos wechselwirken damit alle elementaren Fermionen auch elektromagnetisch.

Wie die Leptonen gehören jeweils zwei Quarks einer Familie an, dem Flavour-Duplett. Eine Lepton- und Quarkfamilie bilden zusammen eine sogenannte *Generation*. Derer gibt es also insgesamt genau drei<sup>8</sup>. Wie Experimente beim LEP am CERN zeigten, kann es keine weiteren Generationen von elementaren Teilchen geben<sup>9</sup>. Die Liste der Leptonen und Quarks ist also vollständig. Wie bei den Leptonen ist es üblich, die Quarks in Dupletts so anzuordnen, daß das oben stehende Mitglied einer Familie eine um eine Einheit größere Ladung hat als das untere:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

### Die Eigenschaften der Quarks

Quarks sind Spin  $\frac{1}{2}$ -Teilchen. Sie besitzen die Baryonenzahl  $B = +\frac{1}{3}$  und ihre intrinsische Parität  $P$  ist positiv. Die Quarks  $u, c$  und  $t$  tragen die Ladung  $Q = +\frac{2}{3}$ , die anderen  $-\frac{1}{3}$ . Im Prinzip kann jeder Quarksorte eine Flavour-Quantenzahl ( $D, U, S, C, B, T$ ) zugewiesen werden. Anstatt aber dem *up*- und *down*-Quark eine Quantenzahl "upness" bzw. "downness" zuzuordnen, werden sie aufgrund ihrer etwa gleichen Masse zu einem Isospinduplett mit den Isospin-Einstellungen  $I_z = \pm\frac{1}{2}$  zusammengefaßt. Sie unterliegen damit der  $SU(2)$ -Symmetrie, ganz analog dem Isoduplett Proton und Neutron in der Kernphysik. Die vier schwereren Quarks besitzen stark unterschiedliche Massen, weshalb sie nicht als Mitglieder eines Isospinmultipletts aufgefaßt werden können ( $I = 0$ ). Die

<sup>8</sup> Auch wenn die uns umgebende, in ihrer Vielfalt unerschöpfliche Materie lediglich aus Elektronen, *up*- und *down*-Quarks aufgebaut ist, die alle der leichtesten Familie angehören, sind mindestens drei Generationen zum Aufbau von stabiler Materie im Universum nötig gewesen. Im Laufe seiner Evolution sind alle Generationen bis auf eine ausgestorben. Nur mancherorts – bei kosmischen, hochenergetischen Prozessen und in irdischen Teilchenbeschleunigern – werden Angehörige der toten Ahnen dem Vakuum entrissen und kurzzeitig zu neuem Leben erweckt.

<sup>9</sup> Offenbar wußte der Schöpfer des Universums, daß diesbezügliche Verschwendung seinem Werk keine Dienste erweisen würde.

elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen der Quarks lassen sich also mit Hilfe der Ladung  $Q$ , dem Isospin  $I$  und dessen  $z$ -Komponente  $I_z$  und den weiteren vier Quantenzahlen  $S$ ,  $C$ ,  $B$  und  $T$  erklären; deren Wert beträgt  $\pm 1$ , wobei das Vorzeichen gemäß Konvention sich nach dem Vorzeichen der Ladung des entsprechenden Quarks richtet.

Tab. 2 faßt alle Quantenzahlen zusammen und gibt die ungefähre Quarkmasse an [14]. Für Antiquarks wechselt jeweils das Vorzeichen der additiven (ladungsartigen) Quantenzahlen. Bei der Masse eines Quarks wird zwischen sogenannter nackter Quarkmasse  $m$  (auch Strom-Masse) und effektiver Masse  $M$  (auch Konstituenten-Masse) unterschieden. Letztere setzt sich aus der nackten Masse, wie man sie bei kleinen Abständen messen würde, und der Masse des die Quarks umgebenden Gluonfeldes zusammen<sup>10</sup> (zum Begriff des Gluons siehe weiter unten). Die  $u$ -,  $d$ - und  $s$ -Quarks werden als die *leichten* Quarks bezeichnet. Bei ihnen dominiert die Energie des Gluonfeldes. Anders bei den  $c$ -,  $b$ - und  $t$ -, den *schweren* Quarks: hier wird die effektive von der nackten Masse bestimmt.

Quark-Flavour	$d$	$u$	$s$	$c$	$b$	$t$
$Q$ elektr. Ladung	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$
$I$ Isospin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
$I_z$ $z$ -Komp. Isospin	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	0
$S$ Seltsamkeit	0	0	-1	0	0	0
$C$ <i>charm</i>	0	0	0	+1	0	0
$B$ <i>bottomness</i>	0	0	0	0	-1	0
$T$ <i>topness</i>	0	0	0	0	0	+1
$m$ nackt [GeV/c <sup>2</sup> ]	$5 \dots 15 \cdot 10^{-3}$	$2 \dots 8 \cdot 10^{-3}$	0, 1...0, 3	1, 0...1, 6	4, 1...4, 5	$176 \pm 13$
$M$ effektiv [GeV/c <sup>2</sup> ]	$\approx 0,3$	$\approx 0,3$	$\approx 0,5$	$\approx 1,5$	$\approx 5$	

Tabelle 2: Quantenzahlen und Masse aller sechs Quark-Sorten. Bis auf den Isospin  $I$  sind alle Quantenzahlen additiv, ihr Vorzeichen kehrt sich für die Antiquarks um.

Die starke Kraft erhält ebenso wie die elektromagnetische Kraft die Flavour-Quantenzahl, kann also die Quarks nicht ineinander umwandeln. Hierzu ist lediglich die schwache Kraft vermittels des Austausches eines geladenen Eichbosons zwischen Quarks und Leptonen fähig. Während die schwache Kraft bei den Leptonen Übergänge nur innerhalb einer Familie gestattet, können bei den Quarks Familien gewechselt werden. So kann sich z.B ein *strange*-Quark in ein *up*-Quark umwandeln, wobei ein  $W^-$ -Boson ausgesandt wird, das in ein Lepton-Antilepton-Paar zerfällt (diese Umwandlung ist typisch für den Zerfall der im nächsten Kapitel noch näher zu besprechenden seltsamen Kaonen):

$$s \rightarrow u + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

<sup>10</sup> Die nackte Masse der Quarks ist nicht direkt meßbar, sondern muß indirekt über ihren Einfluß auf hadronische Eigenschaften bestimmt werden; die angegebenen Werte sind daher von der exakten Definition der Quarks abhängig.

Die ebenfalls für die schwache Wechselwirkung charakteristischen neutralen Ströme, bei denen das neutrale Eichboson  $Z^0$  ausgetauscht wird, können dagegen den Flavour nicht ändern. Flavouränderung geht daher immer mit einer Ladungsänderung einher<sup>11</sup>.

Quarks werden nicht als freie Teilchen beobachtet, sondern sind in Hadronen eingefangen (sogenannter Quark-Einschluß oder *quark confinement*). Daraus postuliert die QCD die Farbeigenschaften der Quarks. Jedes Quark  $q$  trägt eine der drei Farbladungen *rot*, *grün* oder *blau* ( $R, G, B$ ), und jedes Antiquark  $\bar{q}$  eine der entsprechenden Antiladungen ( $\bar{R}, \bar{G}, \bar{B}$ ). Alle Hadronen erscheinen aber nach außen hin farbneutral, also in Analogie zur menschlichen Wahrnehmung von Licht entweder weiß oder schwarz. Das ist aber nur für gebundene Quarksysteme möglich, etwa  $q\bar{q}$  (Mesonen) mit  $R\bar{R}, G\bar{G}$  oder  $B\bar{B}$  oder  $qqq$  und  $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$  (Baryonen) mit  $RGB$  bzw.  $\bar{R}\bar{G}\bar{B}$ .

Nach der in der QCD angenommenen  $SU(3)_C$ -Symmetrie ( $C = colour$ ) koppeln die für die Bindung verantwortlichen Felder der starken Wechselwirkung nur an die Farbladungen. Die selbst Farbe tragenden Feldquanten (Eichbosonen) nennt man *Gluonen*. Die starke Wechselwirkung unterscheidet nicht zwischen den Quark-Sorten, ist also "flavour-blind". Eine Konsequenz daraus ist, daß die Differenz von Konstituenten- und Strom-Masse bei allen Quarks gleich groß sein sollte, da diese ja nur vom Gluonfeld bestimmt wird.

Weil sie die Farbe der Quarks ändern, sind die Gluonen Kombinationen von Farbe und Antifarbe. Mit drei Farben lassen sich also im Prinzip neun verschiedene Gluonen konstruieren, die ein sogenanntes Nonett bilden, das aber in ein Oktett und ein Singulett zerbricht (analog zur  $SU(3)_F$ -Symmetrie, siehe mehr dazu im nächsten Abschnitt). Nun ist die starke Kraft kurzreichweitig (Größenordnung eines Atomkerns,  $\sim 10^{-15}m$ ). Ein Farbsingulett würde aber auch an farbneutrale Systeme koppeln und damit Kernkräfte von unendlicher Reichweite zwischen Hadronen hervorrufen. Aus diesem Grund gibt es kein Farbsingulett.

Wesentlich für die spätere Bildung von Eigenzuständen der Mesonen zum Isospin oder zum Operator der  $G$ -Parität ist die Kenntnis des Transformationsverhaltens der Quarks unter  $SU(2)$ . Isotransformationen sind nicht unabhängig von der Teilchen-Antiteilchen-Konjugation  $\hat{C}$ . Bei einer  $\hat{C}$ -Operation werden Quarks in Antiquarks überführt und umgekehrt, wobei nach Konvention das Vorzeichen der Wellenfunktion unverändert bleibt, also  $\hat{C}|u\rangle = +|\bar{u}\rangle$  usw. Daraus folgt für die Bildung der Dupletts im Isoraum der Quarks und Antiquarks wegen  $SU(2)$ -Symmetrie:

$$\text{Iso-Duplett: } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \text{Iso-Antiduplett: } \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Dabei wird jeweils das obere Element dem ( $I_z = +\frac{1}{2}$ )- und das untere dem ( $I_z = -\frac{1}{2}$ )-Zustand zugeordnet. Das Minuszeichen vor dem  $\bar{u}$ -Quark ist wesentlich. Warum es hier

<sup>11</sup> Dennoch wird nicht ausgeschlossen, daß es Flavour ändernde neutrale Ströme geben kann. Von der Suche nach sogenannten *verbotenen Prozessen*, bei denen z.B. ein  $s$ -Quark in ein  $d$ -Quark verwandelt würde, erhofft man sich u.a. Aufschluß über die Existenz des vorhergesagten, exotischen Higgs-Teilchens  $H^0$ , von dem Theoretiker erwarten, daß es einen solchen Prozeß vermitteln könnte. Mit Hilfe des  $H^0$ -Bosons wird der Mechanismus erklärt, wie die Quarks ihre Massen erhalten. Es harret noch seiner Entdeckung.

erscheint, wird in Anhang A erklärt.

### Die Eigenschaften der Mesonen

Nahezu alle bekannten Mesonen können als gebundene  $q\bar{q}$ -Zustände verstanden werden.  $q$  und  $\bar{q}$  dürfen dabei verschiedenen Flavour besitzen. Wenn  $L$  der Bahndrehimpuls des  $q\bar{q}$ -Systems ist, ergibt sich wegen der umgekehrten intrinsischen Paritäten von Fermion und Antifermion analog zum Protonium für die Parität des Mesons

$$P(q\bar{q}) = (-1)^{L+1} .$$

Der Spin  $S$  kann 0 oder 1 sein. Falls das Meson aus einem Quark und seinem eigenen Anti-quark aufgebaut ist, befindet es sich auch in einem Eigenzustand der Ladungskonjugation. Das gleiche gilt für alle Mesonen, die Linearkombinationen von Quark-Antiquark-Paaren sind und also für alle additiven (ladungsartigen) Quantenzahlen den Wert Null einnehmen. Wie beim Protonium erhält man dann für den  $C$ -Eigenwert

$$C(q\bar{q}) = (-1)^{L+S} .$$

Für  $L=0$  ergeben sich zwei Gruppen von Mesonen mit den Quantenzahlen  $J^{PC} = 0^{-+}$  (atomarer Zustand  ${}^{2S+1}L_J = {}^1S_0$ ) und  $J^{PC} = 1^{--}$  ( ${}^3S_1$ ), die aufgrund ihres Verhaltens bei Raumspiegelung als *pseudoskalare* Mesonen bzw. *Vektormesonen* bezeichnet werden. Mit  $L=1$  folgen die *skalaren* Mesonen ( $J^{PC} = 0^{++}$  für  ${}^3P_0$ ), die *axialen Vektormesonen* ( $J^{PC} = 1^{+-}$  für  ${}^1P_1$  und  $1^{++}$  für  ${}^3P_1$ ) und schließlich die *Tensormesonen* ( $J^{PC} = 2^{++}$  für  ${}^3P_2$ ). Der  $C$ -Wert ist dabei jeweils nur für den Teil der Mesonen definiert, bei dem alle additiven Quantenzahlen den Wert Null einnehmen. Zustände mit den gleichen additiven Quantenzahlen und den gleichen  $(I)J^P$  können mischen. Dies ist auch tatsächlich bei den axialen Mesonen  $K_{1A}$  und  $K_{1B}$  der Fall – bei einem Mischungswinkel von nahezu  $45^\circ$  treten sie gleichwahrscheinlich in den beobachtbaren Resonanzen  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  auf. Befinden sich die Zustände zusätzlich auch in einem Eigenzustand zur Ladungskonjugation  $\hat{C}$ , müssen sie darüberhinaus auch im  $C$ -Wert übereinstimmen.

Eigenwerte zur Hintereinanderausführung der  $\hat{C}$ - und  $\hat{P}$ -Operation ergeben sich (sofern vorhanden) nach obigen Beziehungen zu

$$CP(q\bar{q}) = (-1)^{S+1} .$$

Mesonen der Serie  $P = (-1)^J$  müssen den Spin  $S=1$  haben, also  $CP = +1$ . Mitglieder dieser Serie mit  $CP = -1$  sind demnach im Quarkmodell verboten, ebenso der Zustand  $J^{PC} = 0^{--}$ . Die Existenz solcher Mesonen ist damit nicht ausgeschlossen, bei ihnen würde es sich aber um Objekte exotischer Natur handeln, die keine gebundenen  $q\bar{q}$ -Zustände sein können.

Mit den drei leichten Quarks  $u, d$  und  $s$  läßt sich bereits das gesamte Spektrum des  $q\bar{q}$ -Systems erklären, das bei der Protoniumvernichtung in Ruhe produziert werden kann. Enthält das System eines der drei schwereren Quarks, liegt die Masse des Objekts bereits

außerhalb des hier zugänglichen Massenbereiches. Wir beschränken uns daher im folgenden auf die annähernd der sogenannten  $SU(3)_F$ -Symmetrie ( $F = flavour$ ) unterliegenden Gruppe der leichten Quarks<sup>12</sup>. Die daraus hervorgehenden Mesonen werden als *leichte* Mesonen bezeichnet. Die additiven Quantenzahlen der leichten Quarks und Mesonen sind die Ladung  $Q$ , die Seltsamkeit  $S$ , die Baryonenzahl  $B$  und die starke Hyperladung  $Y$ , wobei

$$Y = B + S .$$

Die Ladung hängt mit der Hyperladung und der  $z$ -Komponente des Isospins über die Gell-Mann-Nishijima-Gleichung zusammen:

$$Q = I_z + \frac{Y}{2} . \quad (2)$$

Aus den drei Flavours  $u$ ,  $d$  und  $s$  und den entsprechenden Anti-Flavours lassen sich  $3 \times 3 = 9$  verschiedene  $q\bar{q}$ -Kombinationen bilden. Mit  $L = 0$  ergibt sich das Nonett der pseudoskalaren Mesonen für antiparallele Spins der Quarks und das Nonett der Vektor-Mesonen für parallele Spins. Sie können je nach Kombination Ladung und von Null verschiedene Quantenzahlen der  $I_z$ -Komponente und der Seltsamkeit  $S$  tragen. Da diese Quantenzahlen additiv sind, kann man die  $q\bar{q}$ -Zustände in einem  $I_z S$ -Diagramm veranschaulichen (Abb. 5). Die Zustände auf dem Rand lassen sich aufgrund ihrer Quantenzahlen direkt Mesonen zuordnen, also  $u\bar{d} = \pi^+$ ,  $u\bar{s} = K^+$ , etc. Die angegebenen Quark-Antiquark-Paare stellen dabei lediglich den Flavourinhalt eines Mesons dar und sind nicht als komplette Wellenfunktionen zu verstehen. Diese gestalten sich komplizierter, wie wir später sehen werden.

Die Kombinationen  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$  sind nicht direkt mit Elementarteilchen zu identifizieren. Durch deren Überlagerung lassen sich aber drei linear unabhängige Wellenfunktionen konstruieren, die drei neutrale Mesonen ohne Seltsamkeit darstellen. Diese Konstruktion gilt unter der Voraussetzung, daß die drei leichten Quarks streng einer  $SU(3)$ -Symmetrie unterliegen, die nur gültig wäre, wenn  $u$ -,  $d$ - und  $s$ -Quarks gleich schwer wären. Weil das  $s$ -Quark aber eine deutlich größere Masse besitzt, sind Modifikationen an den Wellenfunktionen anzubringen, wie später gezeigt wird. Zunächst seien aber die linear unabhängigen Wellenfunktionen in der  $SU(3)$ -Symmetrie anhand der pseudoskalaren Mesonen exemplarisch hergeleitet.

Wegen Isoinvarianz müssen die beobachtbaren Mesonen Eigenzustände zum Isospin sein. Die Quarkdarstellung des  $\pi^0$  erhält man durch Anwendung des Isospin-Absteigeoperators auf den positiven Isotriplettzustand, der lautet:

$$|\pi^+\rangle = |u\bar{d}\rangle .$$

Das Ergebnis dieser Operation läßt sich in den Tabellen der Clebsch-Gordan-Koeffizienten nachschlagen [14]:

$$|I; I_z\rangle = |1; 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}; +\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}; +\frac{1}{2} \right\rangle .$$

<sup>12</sup> Die  $SU(3)$ -Symmetrie spielte für das 3-Quark-Modell der vor 1974 bekannten Hadronen die wesentliche Rolle.

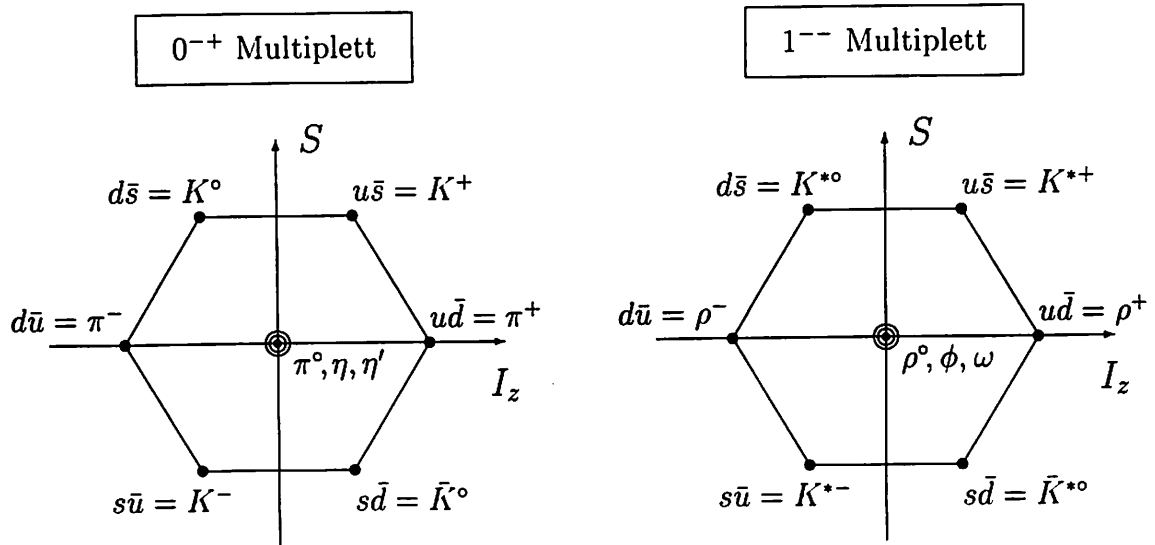


Abbildung 5: Diagramm der Quark-Antiquark-Zustände in der  $SU(3)$ -Symmetrie. Links das Nonett der pseudoskalaren Mesonen, rechts das der Vektormesonen. Die drei Zustände im Zentrum sind Überlagerungen von  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  und  $s\bar{s}$ , siehe Text.

Die Zuordnung der  $I_z$  zu Quark bzw. Antiquark erfolgt nun gemäß (1):

$$|\pi^0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} (|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle) .$$

Das  $\pi^0$  ist also der neutrale Zustand des Isotriplets. Das Minuszeichen vor dem  $\bar{u}$ -Quark ist zu beachten. Bei nochmaliger Anwendung des Absteigeoperators erhält man korrekterweise für die Wellenfunktion des negativen Zustandes ebenfalls ein Minuszeichen, was in Abb. 5 nicht berücksichtigt ist, weil es hier nur auf den Quarkinhalt ankommt:

$$|\pi^-\rangle = -|d\bar{u}\rangle .$$

Zur weiteren Konstruktion der neutralen Zustände wird nun das  $s$ -Quark ( $I = 0$ ) herangezogen. Hier nimmt die total symmetrische Kombination

$$|\eta_1\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle)$$

eine Sonderstellung ein. Bei zyklischer Vertauschung der drei Quarkflavours, d.h. bei einer beliebigen  $SU(3)$ -Transformation geht dieser Zustand immer in sich über. Das bedeutet, daß  $\eta_1$  ein  $SU(3)$ -Singulett (auch Flavour-Singulett genannt) bildet. Dieser Zustand kann näherungsweise mit dem  $\eta'(958)$  identifiziert werden.

Der dritte, zu  $\pi^0$  und  $\eta_1$  orthogonale Zustand lautet

$$|\eta_8\rangle = \sqrt{\frac{1}{6}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle)$$



und kann ungefähr dem  $\eta(547)$ -Meson zugeordnet werden.

Die acht Quark-Kombinationen  $\pi^\pm, \pi^0, K^\pm, K^0, \bar{K}^0$  und  $\eta_8$  gehören in ein Oktett, das unter  $SU(3)$ -Transformation wieder in sich abgebildet wird. Innerhalb dieses Oktetts bilden die Pionen ein Isospin-Triplett, kurz Isotriplett ( $I = 1$ ), dessen Mitglieder allgemein auch als isovektorielle Teilchen bezeichnet werden. Die Kaonen gruppieren sich zu zwei Isodupletts ( $I = \frac{1}{2}$ ). Sie besitzen keine definierte  $C$ -Parität. Der  $\eta_8$ -Zustand stellt schließlich ebenso wie der Flavour-Singulett-Zustand  $\eta_1$  ein Isosingulett ( $I = 0$ ) dar. Die entsprechenden Mesonen werden üblicherweise auch isoskalare Teilchen genannt.

Bei den Vektormesonen wird das Oktett von den drei isovektoriellen  $\rho$ -Mesonen, den vier  $K^*$ - bzw.  $\bar{K}^*$ -Mesonen, die zwei Isodupletts angehören, und von einem dem  $\eta_8$  entsprechenden isoskalaren Zustand  $\omega_8$  gebildet. Der dem  $\eta_1$  analoge isoskalare Zustand  $\omega_1$  stellt das  $SU(3)$ -Singulett dar.

Ganz allgemein besitzen die Mitglieder eines Isotripletts und die eines Isodupletts jeweils ungefähr gleiche Massen, d.h. das Massenspektrum der Mesonen ist hier entartet: die starke Kraft ist isoinvariant (Flavour-Blindheit führt zu gleichen Potentialen der starken Wechselwirkung zwischen den Quarks, wenn diese sich im gleichen Isospinzustand aufhalten). Die verbleibenden kleinen Massenunterschiede zwischen den geladenen und neutralen Versionen eines Isotripletts bzw. -dupletts werden auf elektromagnetische Effekte zurückgeführt (die elektromagnetische Kraft ist nicht isoinvariant).

In Tab. 3 sind noch einmal die Quarkzustände und Quantenzahlen der beiden Nonetts aufgelistet. Das Minuszeichen vor dem  $\bar{u}$ -Quark wird durch die  $SU(2)$ -Symmetrie erzwungen. Ganz korrekt sind die angegebenen Flavour-Wellenfunktionen allerdings noch nicht. Bei Berücksichtigung der Wirkung des  $\hat{C}$ -Operators auf die Mesonen müssen die Wellenfunktionen der pseudoskalaren Mesonen hinsichtlich ihres Quarkinhaltes symmetrisiert und die der Vektormesonen antisymmetrisiert werden. Man erhält dann z.B.

$$|\pi^+\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} (|u\bar{d}\rangle + |\bar{d}u\rangle) \quad \text{und} \quad |\rho^+\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} (|u\bar{d}\rangle - |\bar{d}u\rangle) .$$

Anhang A geht ausführlicher darauf ein<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> Mit der Symmetrisierung bzw. Antisymmetrisierung des Flavour-Anteils ist die Wellenfunktion eines Mesons allerdings noch nicht vollständig. Die Gesamtwellenfunktion im Quarkmodell ist vielmehr das Produkt aus Farb-, Flavour-, Spin- und Ortswellenfunktion. Da Quark und Antiquark einen farblosen Zustand bilden, muß für den Farbanteil der Wellenfunktion ein Singulett unter  $SU(3)_C$  angesetzt werden. Als Beispiel sei das  $\pi^+$  genommen. Für dieses spinlose Meson befindet sich auch der Spinanteil in einem Singulett. Mit der Notation  $\uparrow$  für aufwärts und  $\downarrow$  für abwärts gerichteten Spin erhalten wir die Gesamtwellenfunktion

$$|\pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|R\bar{R}\rangle + |G\bar{G}\rangle + |B\bar{B}\rangle) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{d}\rangle + |\bar{d}u\rangle) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \cdot Y_L^m(\theta, \phi) \cdot \frac{R(r)}{\sqrt{4\pi}}$$

Die Ortswellenfunktion  $Y_L^m(\theta, \phi)$  ist symmetrisch für Pseudoskalare und Vektormesonen ( $L = 0$ ). Die Gesamtwellenfunktion verhält sich nach dem Pauli-Prinzip bei Vertauschung der beiden Quarks antisymmetrisch. Die Radialwellenfunktion  $R(r)$  hängt vom verwendeten Quark-Antiquark-Potential ab.

$I$	$I_z$	$S$	$ q\bar{q}\rangle$	$0^{-+}$	$1^{--}$
1	+1	0	$+ u\bar{d}\rangle$	$\pi^+$	$\rho^+$
1	0	0	$(+ d\bar{d}\rangle -  u\bar{u}\rangle) / \sqrt{2}$	$\pi^0$	$\rho^0$
1	-1	0	$- d\bar{u}\rangle$	$\pi^-$	$\rho^-$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	$+ u\bar{s}\rangle$	$K^+$	$K^{*+}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	+1	$+ d\bar{s}\rangle$	$K^0$	$K^{*0}$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	$+ s\bar{d}\rangle$	$\bar{K}^0$	$\bar{K}^{*0}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$- s\bar{u}\rangle$	$K^-$	$K^{*-}$
0	0	0	$(+ d\bar{d}\rangle +  u\bar{u}\rangle -  2s\bar{s}\rangle) / \sqrt{6}$	$\eta_8$	$\omega_8$
0	0	0	$(+ d\bar{d}\rangle +  u\bar{u}\rangle +  s\bar{s}\rangle) / \sqrt{3}$	$\eta_1$	$\omega_1$

Tabelle 3: Isospin  $|I; I_z\rangle$  und Seltsamkeit  $S$  der Quarkzustände der pseudoskalaren Mesonen ( $0^{-+}$ ) bzw. Vektormesonen ( $1^{--}$ ). Zur Konstruktion korrekter Wellenfunktionen müssen erstere hinsichtlich ihres Quarkinhaltes symmetrisiert, letztere antisymmetrisiert werden.

Nun ist das  $s$ -Quark um mehr als eine Größenordnung schwerer als die  $u$ ,  $d$ -Quarks (vgl. Tab. 2), weshalb die  $SU(3)_F$ -Symmetrie für die leichten Quarks nicht streng erfüllt ist, man sagt, sie ist *gebrochen*. Die in der Natur beobachteten Mesonen  $\eta$  und  $\eta'$  ( $\phi$  und  $\omega$ ) sind deshalb nicht mit den Isosingulett-Zuständen  $\eta_8$  und  $\eta_1$  ( $\omega_8$  und  $\omega_1$ ) identifizierbar. Sie lassen sich aus ihnen formal durch eine Drehung gewinnen:

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos\theta_P |\eta_8\rangle - \sin\theta_P |\eta_1\rangle & (|\phi\rangle &= \cos\theta_V |\omega_8\rangle - \sin\theta_V |\omega_1\rangle) \\ |\eta'\rangle &= \sin\theta_P |\eta_8\rangle + \cos\theta_P |\eta_1\rangle & (|\omega\rangle &= \sin\theta_V |\omega_8\rangle + \cos\theta_V |\omega_1\rangle) \end{aligned}$$

$\theta_P$  und  $\theta_V$  sind die Mischungswinkel der Oktett-Singulett-Mischung der pseudoskalaren Mesonen und der Vektormesonen. Für  $\theta = 0$  gilt vollständige  $SU(3)$ -Symmetrie. Für  $\sin\theta = \sqrt{1/3}$  ( $\cos\theta = \sqrt{2/3}$ ), also  $\theta = 35,26^\circ$  geht die  $SU(3)$ - in die  $SU(2)$ -Symmetrie der  $u$ - und  $d$ -Quarks über, mit denen die  $s$ -Quarks dann nicht mehr mischen. In diesem Fall spricht man etwas verwirrend von *idealer* Mischung. Mit dem experimentellen Wert  $\theta_V = 36^\circ$  ist das  $\omega(783)$  tatsächlich fast ein  $(|d\bar{d}\rangle + |u\bar{u}\rangle) / \sqrt{2}$ -Zustand und das  $\phi(1020)$  nahezu ein reiner  $|s\bar{s}\rangle$ -Zustand, also ein Quarkonium, wie man es sonst nur von den schweren Quarks her kennt. Naiv gesehen erklärt sich daraus die Masse dieses Vektormesons. Im additiven Quarkmodell sind die Massen der Grundzustände der Hadronen ( $L=0$ ) durch die Summe der Konstituenten-Quark-Massen gegeben:  $M_{Hadron} = \sum M_q$ . Wegen  $M_u = M_d$  folgt aus dem Quarkinhalt der Vektormesonen (Tab. 3):

$$M_\phi = 2M_s = 2(M_s + M_u) - 2M_u = 2M_{K^*} - M_\rho.$$

Mit den in [14] angegebenen Werten  $M_\phi = 1020$ ,  $M_{K^*} = 892$  und  $M_\rho = 770$  ist diese Beziehung offenbar sehr gut erfüllt. Dies kann ebenso wie die ungefähre Gleichheit

der Massen von  $\rho$ - und  $\omega$ -Mesonen (gleicher Quarkinhalt) als Bestätigung für fast ideale Mischung der Vektormesonen angesehen werden. Die pseudoskalaren Mesonen erfüllen dagegen mit  $\theta_P = -23^\circ$  eher die  $SU(3)$ -Symmetrie.

Für  $q\bar{q}$ -Zustände mit relativem Bahndrehimpuls  $L = 1$  werden dem Quarkmodell zufolge vier Gruppen von jeweils neun Mesonen erwartet: ein Nonett für das Spinsingulett mit den Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{+-}$  (axial) und drei Nonetts für das Spintriplett mit  $J^{PC} = 0^{++}$  (skalar),  $1^{++}$  (axial) und  $2^{++}$  (tensor). Jedes Nonett sollte aus vier seltsamen, drei isovektoriellen und zwei isoskalaren Mesonen bestehen. Tatsächlich besitzen die meisten bisher gefundenen Mesonen genau diese Quantenzahlen.

Eine endgültige Zuordnung der aus dem Quarkmodell vorhergesagten  $P$ -Zustände zu den bislang beobachteten Mesonen steht allerdings noch aus, weil einerseits erwartete Zustände noch nicht oder noch nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden konnten, und weil andererseits scheinbar mehr Zustände gesehen werden, als das Quarkmodell erlaubt. Dabei muß hinzugefügt werden, daß  $q\bar{q}$ -Systeme mit höheren Hauptquantenzahlen  $n$  – sogenannte *radiale* Anregungen – im Prinzip beliebig viele Zustände mit gleichen Quantenzahlen  $J^{PC}$  ermöglichen. Die Massen bereits gefundener radialer Anregungen des fundamentalen Pseudoskalar-Nonetts, z.B.  $\pi(1300)$ , lassen jedoch vermuten, daß auch bei den  $P$ -Zuständen eine radiale Anregung mit erheblichem Massenzuwachs verbunden ist.

Abb. 3.2 gibt einen Überblick über die bisher gefundenen Zustände im Bereich bis  $2 \text{ GeV}/c^2$  und ihre mögliche Zuordnung zu Mesonen-Nonetten. Objekte, die mit  $q\bar{q}$ -Systemen nicht vereinbare Quantenzahlen besitzen, oder die in bereits vollständig besetzten Multipletts keinen Platz mehr haben, sind prinzipiell Kandidaten exotischer Zustände. Das können Gluonia, Diquonia, Hybride oder auch  $K\bar{K}$ -Moleküle sein. Quantenzahlen und sogar Existenz einiger dieser Objekte bedürfen allerdings noch einer Bestätigung.

### Die OZI-Regel

Hinweise auf die Natur eines Zustandes erhält man auch über das Verzweigungsverhältnis seiner Zerfallsmoden. Zerfällt eine Resonanz, die lediglich den Flavourinhalt  $u$  und  $d$  besitzt (alle Isospin-1-Teilchen wie etwa die  $\pi$ -,  $\rho$ -,  $a$ - und  $b$ -Mesonen), in Zustände, die Seltsamkeit enthalten, müssen die  $s$ - und  $\bar{s}$ -Quarks an Gluon-Vertices erzeugt werden. Handelt es sich bei einem der beiden Zerfallsprodukte um einen reinen  $s\bar{s}$ -Zustand, koppeln mindestens zwei Gluonen an das  $s\bar{s}$ -Paar, um ein Farbsingulett zu gewährleisten. Im Fall des  $\phi$ -Mesons, einem nahezu reinen  $s\bar{s}$ -Zustand, sind es sogar drei, weil sonst die negative  $C$ -Parität nicht erhalten wäre. Bei einem Zerfall in einen Zustand mit offener Seltsamkeit (alle Isospin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, die  $K$ -Mesonen), ist das nicht der Fall, weil sich die erzeugten  $s$ -Quarks mit einem aus der Mutterresonanz überlaufenden Quark arrangieren. Diesen Sachverhalt faßt die sog. OZI-Regel zusammen [16]. Nach ihr ist z.B. der Zerfall einer Resonanz, die keine  $s$ -Quark-Beimischung enthält, in  $\phi\pi$  stark unterdrückt (OZI-verboden) gegenüber einem Zerfall in  $K^*K$  (OZI-erlaubt).

Isoskalare Mesonen ohne verborgene Seltsamkeit (nur bei idealer Mischung möglich) und isovektorielle Mesonen koppeln demnach bevorzugt an Kanäle mit  $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\omega$  und nur

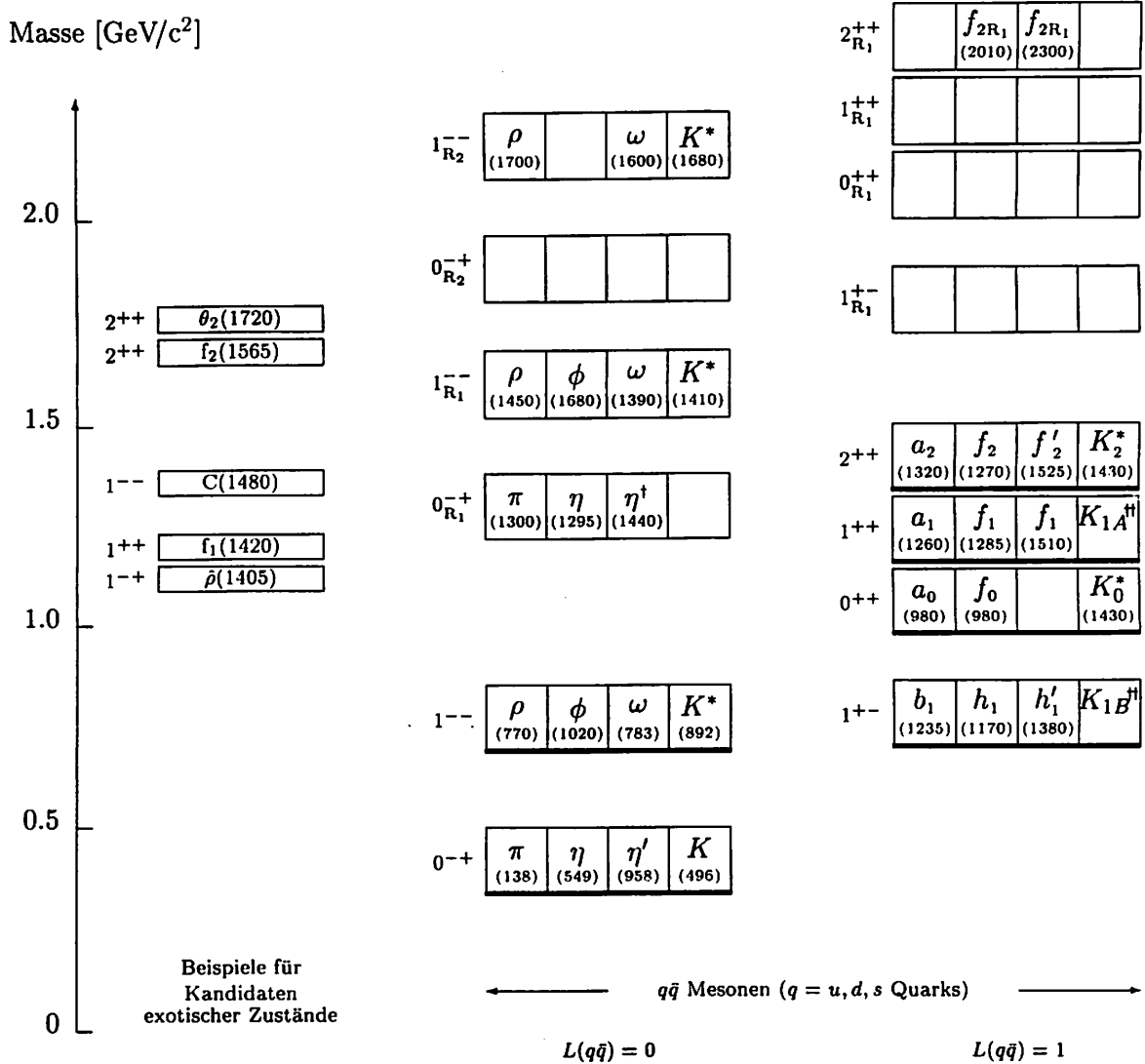


Abbildung 6: Schematisches Spektrum der leichten Mesonen: Die beiden rechten Spalten zeigen  $q\bar{q}$ -Mesonen und deren Quantenzahlen  $J^{PC}$  für die Bahndrehimpulse  $L=0$  und  $L=1$ . Die Mitglieder eines Nonetts sind zu einem mittleren Massenwert zusammengefaßt. Von links nach rechts sind jeweils das Isospintriplett, die zwei Singulettzustände und die zwei kaonischen Isospindubletts (dargestellt in einem Kästchen) aufgeführt. In der linken Spalte finden sich Beispiele für Zustände, deren Interpretation als  $q\bar{q}$ -Mesonen Schwierigkeiten bereitet. Einige dieser Objekte gelten als gesichert, Existenz und Quantenzahlen anderer Zustände harren allerdings einer Bestätigung noch aus.

†: Die Einordnung des  $\eta(1440)$  hängt zusammen mit der Klärung des sogenannten  $E/\iota$ -Puzzles.

††: Die beiden Mesonen  $K_{1A}$  und  $K_{1B}$  werden nicht als reine Zustände beobachtet. Gemessen werden deren Mischungen  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$ .

gering an solche mit  $K$ -Resonanzen. Isoskalare Mesonen mit verborgener Seltsamkeit (sog. *strangeoniums*<sup>14</sup>) zerfallen dagegen bevorzugt in  $(K\pi)K$ . Aus der Sicht des oben beschriebenen Mesonenmodells ist ein Zerfall in  $\phi\pi$  also an sich schon problematisch. Ein solcher verweist auf ein *strangeonium*, das als  $q\bar{q}$ -Meson nur isoskalar sein kann.  $\phi$  und  $\pi$  können aber nur zu  $I=1$  koppeln. Eine  $\phi\pi$ -Resonanz steht damit automatisch in Verdacht exotischer Natur zu sein.

### 3.3 Eigenschaften der Kaonen

Innerhalb der pseudoskalaren Mesonen nehmen die Kaonen eine gewisse Sonderstellung ein. Neutrale Kaonen zerfallen fast ausschließlich (zu mehr als  $\sim 99\%$ ) in zwei oder drei Pionen oder in ein Pion und zwei Leptonen. Da sich hierbei die Quantenzahl der Seltsamkeit um  $\Delta S = \pm 1$  ändert, kann für diese Zerfälle nicht die starke oder die elektromagnetische Kraft ursächlich sein. Vielmehr ermöglicht die schwache Wechselwirkung den Zerfall, bei dem ein geladenes  $W$ -Boson zwischen den Quarks bzw. Leptonen ausgetauscht wird, das den Flavour der Quarks ändert und also den Erhalt der Seltsamkeit nicht respektiert.

#### Eigenzustände des $CP$ -Operators

Da beide neutralen  $K$ -Mesonen in die gleichen Endzustände zerfallen, kommt es zu quantenmechanischen Interferenzen. Die schwache Wechselwirkung induziert in Prozessen höherer Ordnung damit auch Übergänge zwischen  $K^0$  und  $\bar{K}^0$ . Deren Zerfall kann also im Gegensatz zu den geladenen Kaonen nicht separat betrachtet werden. Zur Behandlung der neutralen Kaonen muß daher das Zweizustandssystem  $K^0\bar{K}^0$  als Ganzes betrachtet werden.

Die schwache Wechselwirkung erhält weder die Parität  $P$  noch den Eigenwert  $C$  zur Ladungskonjugation. Abgesehen von den hier vernachlässigbaren Effekten der  $CP$ -Verletzung bleiben jedoch die Eigenwerte zur Hintereinanderausführung der Operatoren  $\hat{C}\hat{P}$  erhalten. Es liegt daher nahe, die Eigenzustände  $K_1^0$  und  $K_2^0$  des  $CP$ -Operators zu betrachten<sup>15</sup>:

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad \text{und} \quad |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) .$$

Wegen<sup>16</sup>

$$\begin{aligned} \hat{P}|K^0\rangle &= -|K^0\rangle, & \hat{C}|K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle \\ \hat{P}|\bar{K}^0\rangle &= -|\bar{K}^0\rangle, & \hat{C}|\bar{K}^0\rangle &= |K^0\rangle \end{aligned}$$

<sup>14</sup> Im Deutschen konnte sich ein begriffliches Pendant, etwa "Seltsamonium", nicht etablieren.

<sup>15</sup> Die hier zur Geltung kommende Vorzeichenkonvention ist eine Konsequenz der in Anhang A getroffenen Phasenwahl bei Wirkung des  $C$ -Operators auf die  $u$ - und  $d$ -Quarks. Bei Vertauschung der Vorzeichen ändern sich die folgenden Überlegungen entsprechend. Von Konventionsfragen unberührt bleiben allerdings die Aussagen über die beobachtbaren  $K_L$ - und  $K_S$ -Mesonen.

<sup>16</sup> Die Eigenwerte zum  $P$ -Operators sind bei den pseudoskalaren Mesonen negativ, die Wirkung des  $C$ -Operators auf die Kaonen wird in Anhang A hergeleitet.

gilt nun

$$\begin{aligned} P(K_1^0) &= -1, & C(K_1^0) &= -1, & CP(K_1^0) &= +1 \\ P(K_2^0) &= -1, & C(K_2^0) &= +1, & CP(K_2^0) &= -1 \end{aligned}$$

Unter Voraussetzung von  $CP$ -Invarianz können keine Übergänge zwischen den Zuständen  $|K_1^0\rangle$  und  $|K_2^0\rangle$  stattfinden. Beide haben verschiedene Lebensdauern und Zerfallsmoden. Experimentell wird ein kurzlebiges, in zwei Pionen zerfallendes, neutrales Kaon ( $K_S$ , sprich  $K$ -short) und ein langlebiges, in drei Pionen zerfallendes, neutrales Kaon ( $K_L$ , sprich  $K$ -long) beobachtet. Da Kaonen und Pionen Pseudoskalare mit  $J^{PC} = 0^{-+}$  sind, befinden sich nach den Zerfällen die Pionen im relativen Bahndrehimpuls  $L = 0$ . Bei Vernachlässigung der sehr schwachen  $CP$ -Brechung kann das  $K_S$  mit dem Eigenzustand  $CP = +1$ , das  $K_L$  mit  $CP = -1$  identifiziert werden<sup>17</sup>:

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &\approx |K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \\ |K_L\rangle &\approx |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \end{aligned}$$

und umgekehrt:

$$\begin{aligned} |K^0\rangle &\approx \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_L\rangle + |K_S\rangle) \\ |\bar{K}^0\rangle &\approx \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_L\rangle - |K_S\rangle) . \end{aligned}$$

Somit sind  $K_L$  und  $K_S$  näherungsweise auch Eigenzustände der Ladungskonjugation:

$$\hat{C}|K_S\rangle \approx -|K_S\rangle, \quad \hat{C}|K_L\rangle \approx |K_L\rangle .$$

Demnach besitzt das  $K_S$ -Meson die exotischen Quantenzahl-Kombination  $J^{PC} = 0^{--}$ .

<sup>17</sup> Unter Voraussetzung von  $CPT$ -Invarianz kann die  $CP$ -Verletzung in der Mischung der Wellenfunktionen  $|K^0\rangle$  und  $|\bar{K}^0\rangle$  durch einen einfachen, komplexwertigen Parameter  $\epsilon$  beschrieben werden:

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= [(1 + \epsilon)|K^0\rangle - (1 - \epsilon)|\bar{K}^0\rangle] / \sqrt{2(1 + |\epsilon|^2)} \\ |K_L\rangle &= [(1 + \epsilon)|K^0\rangle + (1 - \epsilon)|\bar{K}^0\rangle] / \sqrt{2(1 + |\epsilon|^2)} . \end{aligned}$$

Die  $CP$ -Verletzung ist nur im halbleptonischen und mesonischen Zerfall von  $K_L$  beobachtbar:  $K_L \rightarrow \pi e\nu$ , bzw.  $K_L \rightarrow \pi\mu\nu$  und  $K_L \rightarrow \pi\pi$ . Zwar manifestiert sich die  $CP$ -Verletzung auch im Zerfall von  $K_S$  in drei Pionen, wegen des für diesen Zerfall aber etwa  $10^3$  mal kleineren Phasenraumfaktors ist nur bei  $10^9$   $K_S$ -Mesonen mit einem solchen Zerfall zu rechnen, womit dieser weit unterhalb des Nachweisbaren bleibt. Zum Studium der  $CP$ -Verletzung ist der Crystal-Barrel-Detektor in keinem Fall geeignet. Sie spielt bei der Analyse der hier untersuchten Annihilationskanäle auch keine Rolle.

### C-Parität und Isospin des $K\bar{K}$ -Systems

Da das Protonium keine offene Seltsamkeit trägt, wird bei einem Seltsamkeit erzeugenden Annihilationsprozeß mittels der starken Wechselwirkung ein (bei  $\bar{p}p$ -Vernichtung in Ruhe genau ein)  $K^\circ\bar{K}^\circ$ -Paar erzeugt. Falls neutrale Kaonen produziert werden, sind die  $C$ -Eigenzustände eines solchen Systems mit der Beobachtung von  $K_L$ - bzw.  $K_S$ -Mesonen festgelegt. Die Eigenzustände der  $C$ -Parität für die Zweiteilchenzustände und deren Umformulierungen lauten:

$$C = +1 : \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^\circ\bar{K}^\circ\rangle + |\bar{K}^\circ K^\circ\rangle) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_L K_L\rangle - |K_S K_S\rangle)$$

$$C = -1 : \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^\circ\bar{K}^\circ\rangle - |\bar{K}^\circ K^\circ\rangle) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_S K_L\rangle - |K_L K_S\rangle) .$$

Wird also ein  $K_L K_L$ - oder ein  $K_S K_S$ -Paar beobachtet, war das  $K^\circ\bar{K}^\circ$ -System in einem Zustand mit positiver  $C$ -Parität, bei Beobachtung eines  $K_L K_S$ -Paares befand es sich hingegen in einem Zustand mit negativer  $C$ -Parität. Neben den  $C$ -Eigenwerten der  $K^\circ\bar{K}^\circ$ -Systeme im Endzustand sind damit auch die der Anfangszustände des Protoniums in den hier betrachteten Reaktionen mit neutralen Kaonen und Pionen festgelegt. Die Anzahl möglicher Anfangszustände, die zur Annihilation in neutrale Kaonen führen können, ist also eingeschränkt. Diesem aus der Sicht der Analyse nützlichen Umstand steht allerdings der Nachteil gegenüber, daß sich keine Aussage über den Isospinzustand des  $K^\circ\bar{K}^\circ$ -Systems treffen läßt.

Zur Konstruktion der Eigenzustände des Isospinoperators müssen wir auch die geladenen Kaonen berücksichtigen. Das Kaon-System wird ebenso wie das Protonium durch die Überlagerung zweier Isospinwellenfunktionen beschrieben:

$$|I; I_z\rangle = |0; 0\rangle \quad \text{und} \quad |I; I_z\rangle = |1; 0\rangle .$$

Für zwei Teilchen mit halbzahligem Isospin sind das der Singulett und der neutrale Tripletzustand unter  $SU(2)$ :

$$|I; I_z\rangle = |0; 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}; +\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}; +\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$|I; I_z\rangle = |1; 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}; +\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}; +\frac{1}{2} \right\rangle$$

Wegen (1) und der Flavour-Wellenfunktionen der Kaonen (vgl. Tab. 3 und Anhang A) gilt nun für die Dupletts der Kaonen und Antikaonen:

$$\text{Kaon-Duplett: } \begin{pmatrix} K^+ \\ K^\circ \end{pmatrix} \quad \text{Kaon-Antiduplett: } \begin{pmatrix} \bar{K}^\circ \\ K^- \end{pmatrix} . \quad (3)$$

Das von der  $SU(2)$ -Symmetrie erzwungene Minuszeichen vor dem zweiten Element des Antidupletts ist bereits in der Flavour-Wellenfunktion des  $K^-$  enthalten<sup>18</sup>. Die Zuordnung

<sup>18</sup> Es müßte allerdings explizit erscheinen, wäre eine andere Konvention bezüglich der Wirkung von  $\hat{C}$  auf die Kaonen getroffen worden als in Anhang A angegeben. Dann hätte auch die eine oder andere Flavour-Wellenfunktion unterschiedliches Vorzeichen.

von Kaon und Antikaon im neutralen, seltsamkeitslosen  $K\bar{K}$ -System bereitet nun keine Schwierigkeiten (oberes Element der Dupletts:  $I_z = +\frac{1}{2}$ , unteres:  $I_z = -\frac{1}{2}$ ):

$$I = 0 : \quad \sqrt{\frac{1}{2}} (|K^+K^- \rangle - |K^0\bar{K}^0 \rangle)$$

$$I = 1 : \quad \sqrt{\frac{1}{2}} (|K^+K^- \rangle + |K^0\bar{K}^0 \rangle) .$$

Die Isospinzustände werden ihrerseits von den Eigenzuständen  $(K\bar{K} \pm \bar{K}K)/\sqrt{2}$  zu positiver bzw. negativer  $C$ -Parität überlagert. Damit erhalten wir die folgenden vier möglichen Kombinationen des Isospins und der  $C$ -Parität für das  $K\bar{K}$ -System mit den dazugehörigen Zustandsfunktionen und deren Umformungen für beobachtbare Mesonen:

$$C = +1, \quad I = 0 : \quad \frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle - |K^0\bar{K}^0 \rangle + |K^-K^+ \rangle - |\bar{K}^0K^0 \rangle) =$$

$$\frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle - |K_LK_L \rangle + |K^-K^+ \rangle + |K_SK_S \rangle)$$

$$C = +1, \quad I = 1 : \quad \frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle + |K^0\bar{K}^0 \rangle + |K^-K^+ \rangle + |\bar{K}^0K^0 \rangle) =$$

$$\frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle + |K_LK_L \rangle + |K^-K^+ \rangle - |K_SK_S \rangle)$$

$$C = -1, \quad I = 0 : \quad \frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle - |K^0\bar{K}^0 \rangle - |K^-K^+ \rangle + |\bar{K}^0K^0 \rangle) =$$

$$\frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle - |K_SK_L \rangle - |K^-K^+ \rangle + |K_LK_S \rangle)$$

$$C = -1, \quad I = 1 : \quad \frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle + |K^0\bar{K}^0 \rangle - |K^-K^+ \rangle - |\bar{K}^0K^0 \rangle) =$$

$$\frac{1}{2} (|K^+K^- \rangle + |K_SK_L \rangle - |K^-K^+ \rangle - |K_LK_S \rangle)$$

Zu einem in seiner  $C$ -Parität festgelegten  $K\bar{K}$ -Zustand kann demnach sowohl die ( $I=0$ )- als auch die ( $I=1$ )-Komponente beitragen. Im Augenblick der Messung kollabiert die Wellenfunktion auf eine der vier Teilamplituden, die dann eine spezifische Wechselwirkung im Detektor hinterläßt; dies geschieht nach den Regeln der Quantenmechanik mit einer Wahrscheinlichkeit, die dem Quadrat des jeweiligen Koeffizienten gleich ist. Unter der Annahme, daß das neutrale  $K\bar{K}$ -System gleich häufig in beiden Zuständen der  $C$ -Parität produziert wird, können die Wahrscheinlichkeiten für die Beobachtung von  $K^+K^-$ ,  $K_LK_S$ ,  $K_LK_L$  bzw.  $K_SK_S$  angegeben werden. In Tabelle 4 sind außerdem deren möglichen Zustände  $I^G$  und  $J^{PC}$  aufgelistet. Hierzu muß bedacht werden, daß hinsichtlich des Drehimpulses des  $K\bar{K}$ -Systems eine weitere wichtige Auswahlregel aufgestellt werden kann, da es sich um ein Meson-Antimeson-Paar handelt. Wir werden dieser Regel des öfteren begegnen, weshalb sie hier explizit für jedes Meson-Antimeson-System hergeleitet sei.



Beobachtung	$p$	$I^G$	$J^{PC}$
$K^+K^-$	0,5	$0^-, 0^+, 1^-, 1^+$	$0^{++}, 1^{--}, 2^{++}$
$K_LK_S$	0,25	$0^-, 1^+$	$1^{--}$
$K_LK_L$	0,125	$0^+, 1^-$	$0^{++}, 2^{++}$
$K_SK_S$	0,125	$0^+, 1^-$	$0^{++}, 2^{++}$

Tabelle 4: Ein neutrales  $K\bar{K}$ -System, von dem angenommen wird, es käme gleich häufig in beiden Zuständen der  $C$ -Parität vor, wird mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  als  $K^+K^-$ ,  $K_LK_S$ ,  $K_LK_L$  oder  $K_SK_S$ -Paar beobachtet. Es besitzt dann eine der angegebenen, möglichen Quantenzahlkombinationen.

### Das Meson-Antimeson-System

Die intrinsische Parität von Meson  $M$  und Antimeson  $\bar{M}$  ist stets gleich, da der Drehimpuls der Konstituentenquarks, sowie das Produkt derer inneren Paritäten in beiden Fällen identisch ist. Für die Parität eines Meson-Antimeson-Paares ergibt sich daher

$$P(M\bar{M}) = (-1)^L. \quad (4)$$

Das Theorem der Bose-Einstein-Statistik besagt nun weiter, daß die Gesamtwellenfunktion eines Meson-Antimeson-System symmetrisch ist, sie also unter Vertauschung der Teilchen ihr Vorzeichen beibehält:

$$\phi(x) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q) \xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} + \phi(x) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q).$$

Für die Ortswellenfunktion gilt wie beim Fermion-Antifermion-System folgende Abhängigkeit vom Drehimpuls  $L$ :  $\phi(x) \xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^L \cdot \phi(x)$ . Die Spinwellenfunktion wechselt das Vorzeichen nicht bei geradzahligem, jedoch bei ungeradzahligem Gesamtspin  $S$ :  $\alpha(x) \xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^S \cdot \alpha(x)$ . Das Verhalten des ladungsabhängigen Teils ist durch die jeweilige  $C$ -Parität festgelegt:  $\chi(x) \xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} C \cdot \chi(x)$ . Der Eigenwert zur Ladungskonjugation ergibt sich daher allgemein für Meson-Antimeson-Paare aus der Beziehung:

$$C(M\bar{M}) = (-1)^{L+S}. \quad (5)$$

Für die spinlosen Kaonen vereinfacht sie sich zu  $C = (-1)^L$ , womit automatisch gilt:  $P = C$ . Wir erhalten somit das wichtige Ergebnis, daß sich das  $K_LK_S$ -System wegen  $C = -1$  im Zustand  $J^{PC} = 1^{--}$  befindet, während sich  $K_SK_S$  bzw.  $K_LK_L$  wegen  $C = +1$  in den Zuständen  $0^{++}$  oder  $2^{++}$  aufhalten kann. Eine solche Einschränkung der Quantenzahlen gibt es für geladene Kaonen nicht, da die  $C$ -Parität hier nicht festgelegt ist.

### 3.4 Eigenschaften möglicher Zwischenzustände

Bisherige Analysen von Proton-Antiproton-Vernichtungen haben die Brauchbarkeit des sogenannten *Isobar*-Modells wiederholt bestätigt. Danach läßt sich der Prozeß der An-

nihilation in einen gemessenen Endzustand auf eine Kaskade von resonanten Zwischenzuständen zurückführen, die jeweils in zwei Teilchen zerfallen [15], z.B.  $\bar{p}p \rightarrow AB$ ,  $A \rightarrow CD$ . Je nach Endzustand stellen  $B$ ,  $C$  oder  $D$  weitere Zwei-Teilchen-Resonanzen dar. Drei- und Mehrkörperzerfälle treten nicht auf. Eine wesentliche Grundannahme der vorliegenden Untersuchung ist die Gültigkeit dieses Modells.

Die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  kann also über verschiedene Stufen verlaufen. Die sich hieraus ergebenden sechs Möglichkeiten werden folgendermaßen geordnet<sup>19 20</sup>:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (K\bar{K})(\pi\pi) \\ \bar{p}p &\longrightarrow (K\pi)(\bar{K}\pi) \\ \bar{p}p &\longrightarrow (K\pi\pi)\bar{K} + c.c. \\ &\quad \longmapsto (K\pi)\pi \\ \bar{p}p &\longrightarrow (K\pi\pi)\bar{K} + c.c. \\ &\quad \longmapsto K(\pi\pi) \\ \bar{p}p &\longrightarrow (K\bar{K}\pi)\pi \\ &\quad \longmapsto (K\pi)\bar{K} + c.c. \\ \bar{p}p &\longrightarrow (K\bar{K}\pi)\pi \\ &\quad \longmapsto (K\bar{K})\pi \end{aligned}$$

Die Wellenfunktionen der neutralen Kaonen spalten sich dabei nach den im vorhergehenden Kapitel besprochenen Beziehungen in  $K_L$ - und  $K_S$ -Mesonen auf. Die Suche nach möglichen Zwischenzuständen beschränkt sich nun auf die Zweiteilchensysteme  $(K\bar{K})$ ,  $(K\pi)$ ,  $(\pi\pi)$  und auf die Dreiteilchensysteme  $(K\bar{K}\pi)$  bzw.  $(K\pi\pi)$ .

Die Quantenzahlen dieser Systeme unterliegen strengen Auswahlkriterien, die die Zahl der in Frage kommenden intermediären Zustände einschränkt. Beim starken Zerfall der Art  $A \rightarrow BC$  bleibt der Gesamtdrehimpuls  $J_A$  und die Parität  $P_A$  erhalten. Das gilt auch für die Produktion der Zustände  $B$  und  $C$  aus der Annihilation eines Protoniums  $A$ . Die ganzzahligen Spins  $J_B$  und  $J_C$  der Teilchen  $B$  und  $C$  koppeln zum Gesamtspin  $S$ :

$$|J_B - J_C| \leq S \leq |J_B + J_C|. \quad (6)$$

Die Zusammenhänge zwischen dem Bahndrehimpuls  $L$  der Resonanzen, deren Paritäten

<sup>19</sup> *c.c.* steht abkürzend für *charge conjugated*. Üblicherweise wird hierdurch symbolisch angedeutet, daß zur korrekten Beschreibung der so gekennzeichneten Zerfälle die komplexkonjugierten Teilamplituden kohärent addiert bzw. subtrahiert werden müssen. Es gilt dann etwa:  $\bar{p}p \rightarrow (K\pi\pi)\bar{K} \pm (\bar{K}\pi\pi)K$ . Das Vorzeichen ist abhängig vom Eigenzustand des  $\bar{p}p$ -Systems zum Isospin und zur Ladungskonjugation. Anhang A beschäftigt sich hiermit eingehend.

<sup>20</sup> Zwei oder drei in Klammern gesetzte Teilchen symbolisieren eine Resonanz, die in diese Teilchen zerfällt, also etwa  $(K\bar{K})$  für  $A \rightarrow K\bar{K}$ .

und dem Spin  $J_A$  des Ausgangszustandes sind nun:

$$|L - J_C| \leq J_A \leq |L + J_C|. \quad (7)$$

$$P_A = (-1)^L \cdot P_B \cdot P_C \quad (8)$$

Wird ein Meson-Antimeson-Paar produziert, etwa  $\bar{p} \rightarrow K^* \bar{K}^*$  oder  $\bar{p} \rightarrow K_0^* \bar{K}_0^*$ , oder zerfällt eine Resonanz in ein solches, etwa  $A \rightarrow \pi^0 \pi^0$ , muß noch die Bose-Einstein-Statistik berücksichtigt werden, die Parität,  $C$ -Parität, Spin und Bahndrehimpuls gemäß Gl. (73) miteinander verknüpft (vgl. hierzu auch den entsprechenden Abschnitt auf Seite 3.3). Hieraus können sich weitere Einschränkungen für das System ergeben.

Da die starke Wechselwirkung auch den Isospin (bzw. die  $G$ -Parität) erhält, gelten weitere Auswahlregeln. Beispielsweise kann das resonante  $\pi^0 \pi^0$ -System nur Zuständen mit  $I=0$  zugeordnet werden. Hier sei auf Anhang A verwiesen, in dem für alle Zerfallstypen die Übergangsamplituden in Abhängigkeit des Isospins aufgestellt sind.

## 4 Datenrekonstruktion

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Problem, wie die gesuchten  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse aus den Datenaufzeichnungen des Crystal-Barrel-Experimentes gewonnen werden. Eine bestimmte Signatur der Kaonen und Pionen im Detektor erlaubt deren Identifizierung. Wichtig ist eine sorgfältige Formulierung der Auswahlkriterien, um einen möglichst reinen Datensatz an rekonstruierten Ereignissen zu erhalten. Auch andere Annihilationskanäle können zu einem geringen Prozentsatz solchen Vorschriften genügen. Deren Beitrag bezeichnet man als Untergrund. Er läßt sich an den Daten selbst ablesen, kann aber auch über sogenannte Monte-Carlo-Simulationen bestimmt werden. Letztere ermöglichen darüber hinaus die Berechnung der absoluten Produktionsrate des untersuchten Kanals aus der Protoniumvernichtung.

### 4.1 Signatur der $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ Ereignisse

Das  $K_L$ -Meson ist mit einer mittleren Lebenszeit  $\tau = 5,17 \cdot 10^{-8}$  s das langlebigste aller Mesonen. Ein Zerfall innerhalb des Crystal-Barrel-Detektors ist bei den Kaon-Impulsen, die in dem hier untersuchten Annihilationskanal eine Rolle spielen, sehr unwahrscheinlich. Man betrachte etwa den gemessenen mittleren  $K_L$ -Impuls  $\bar{p} = 326$  MeV/c (vgl. den Impuls rein phasenraumverteilter Kaonen von 367 MeV/c). Ist  $m = 497$  MeV/c<sup>2</sup> die Masse des  $K_L$ -Mesons, dann beträgt seine mittlere Flugweite  $\bar{x} = \tau \bar{p} / m = 10,2$  m.

Für die Datenrekonstruktion ist eine andere wichtige Eigenschaft neutraler Kaonen ebenfalls von Bedeutung: da sie nicht ionisieren, kann man sie nur über ihre starke, bzw. schwache Wechselwirkung nachweisen. Durch genaue Studien anderer  $K_L$  enthaltender Annihilationskanäle kennt man in etwa die Wahrscheinlichkeit  $P_{ww}$  einer inelastischen Wechselwirkung des  $K_L$ -Mesons mit Atomkernen der Kalorimeter-Kristalle: sie beträgt  $P_{ww} = (42 \pm 8)$  % innerhalb eines Impulsbereiches von 200...700 MeV/c, wobei sich eine Abhängigkeit vom  $K_L$ -Impuls mit der bisherigen Statistik nicht nachweisen ließ [17, 18]. Nur für kleine Impulse scheint  $P_{ww}$  jedoch geringfügig zuzunehmen.

#### Ein nicht wechselwirkendes $K_L$ -Meson

Beide Eigenschaften dieses seltsamen Mesons ermöglichen somit eine besondere Technik seiner Identifizierung: Wir fordern gerade, daß es dem gesamten Detektorsystem ungesehen entkommt. Seine Existenz verrät sich durch fehlende Energie und fehlenden Gesamtimpuls in jedem  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  Ereignis. Aus beiden Größen kann die fehlende Masse  $m_{miss}$  berechnet werden, die der des neutralen K-Mesons entsprechen muß. Wie unten gezeigt, werden im Kalorimeter lediglich Energie und Impuls von acht Photonen registriert. Die Methode der fehlenden Masse läßt den Schluß auf höchstens ein nicht detektiertes (neutrales) Teilchen eindeutig zu.

Mit dieser Methode büßen wir zwar etwa die Hälfte der Statistik ein, umgehen aber eine meist aufwendige Suche nach dem nicht immer eindeutigen Wechselwirkungssignal

des  $K_L$ . Darüberhinaus ließen sich lediglich Informationen bezüglich der Impulsrichtung des  $K_L$  gewinnen, nicht aber seiner Energie und seines Impulses selbst, weil die Produkte der starken Wechselwirkung des  $K_L$  nur in den seltensten Fällen vollständig vom Kalorimeter absorbiert werden. Es kann zudem in den Kristallen ein oder mehrere elektromagnetische Schauer auslösen, die als solche nicht von Gamma-induzierten Schauern unterscheidbar sind. Ihre Berücksichtigung würde den kombinatorischen Untergrund für die spätere Pionensuche stark erhöhen, was die gesamte Ereignisrekonstruktion weniger eindeutig machte.

Freilich muß möglichst ausgeschlossen werden, daß andere Teilchen spurlos verschwinden, etwa geladene Pionen, die entlang der Strahlachse fliegen und somit einer Detektion entgehen, was unter Umständen als fehlendes  $K_L$ -Meson mißinterpretiert werden könnte. Um dies zu vermeiden, werden kinematische Schnitte an die Daten notwendig sein, die noch beschrieben werden. Zunächst aber sei das Prinzip der  $K_S$ -Identifizierung erläutert.

### Ein neutral zerfallendes $K_S$ -Meson

Das mit  $0,9 \cdot 10^{-10}$  s im Vergleich zum  $K_L$  kurzlebigeres  $K_S$ -Meson wird über seine Anihilationsprodukte nachgewiesen. Es zerfällt zu 68,6 % in  $\pi^+\pi^-$  und zu 31,4 % in  $\pi^0\pi^0$ . Beide Kanäle sind mit dem Crystal-Barrel-Detektor beobachtbar, doch bietet der neutrale Zerfall gegenüber dem geladenen eindeutig einen Vorteil hinsichtlich der zu erwartenden Anzahl rekonstruierter Ereignisse.

Zwar zerfällt das  $K_S$ -Meson nur halb so oft in zwei neutrale Pionen wie in zwei geladene. Für die Rekonstruktion rein neutraler Zerfallsmoden stehen jedoch etwa  $17 \cdot 10^6$  Ereignisse zur Verfügung, die von einem speziellen – *all neutral* genannten – Trigger gesammelt wurden, der alle Ereignisse unterdrückt, deren Anihilationsprodukte Signale in den Drahtkammern auslösten. Da Anihilationen, bei denen keine geladenen Pionen oder Kaonen produziert werden, äußerst selten sind (sie machen nur etwa 3,5 % aller Ereignisse aus), können so Ereignisse mit mesonischen Endzuständen, die überwiegend in Photonen zerfallen, stark angereichert werden.

Im Fall von  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  ist die zu erwartende Anzahl rekonstruierter Anihilationen daher im neutralen Zerfallsmodus erheblich höher als in den geladenen Zerfallsmoden. Es ist in der mehr als 30-jährigen Geschichte der Mesonenspektroskopie das erste Mal, daß für gestoppte Antiprotonen  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  Ereignisse über den Zerfall  $K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0$  nachgewiesen werden.

Die Rekonstruktion der vier neutralen Pionen wird Standard gemäß durchgeführt: Ein  $\pi^0$  zerfällt zu 98,8 % in zwei Photonen. Sein Nachweis geschieht also über die Bildung der invarianten  $\gamma\gamma$ -Masse.

### Die Signatur des Endzustandes

Die Ereignisse der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  werden somit im rein neutralen Endzustand mit acht Photonen und fehlender Gesamtmasse rekonstruiert:

$$\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0 \rightarrow K_L^{miss} \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 \rightarrow K_L^{miss} 8\gamma$$

Die Detektor-Signatur dieser Ereignisse erfüllt zusammenfassend folgende Eigenschaften:

- Keine Signale geladener Teilchen in den beiden Proportionalkammern
- Keine Spuren geladener Teilchen in der Jet-Driftkammer
- Acht von den Photonen erzeugte elektromagnetische Schauer im Kalorimeter
- Die invariante Masse je zwei dieser Photonen

$$m_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - (\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2})^2}$$

ist gleich der Masse des neutralen Pions:  $134,97 \text{ MeV}/c^2$

- Die invariante Masse von genau zwei Pionen

$$m_{\pi^0\pi^0} = \sqrt{(E_{\pi^0_1} + E_{\pi^0_2})^2 - (\vec{p}_{\pi^0_1} + \vec{p}_{\pi^0_2})^2}$$

ist gleich der Masse des neutralen Kaons:  $497,67 \text{ MeV}/c^2$

- Der Impulsbereich jedes Kaons liegt zwischen 0 und  $685,70 \text{ MeV}/c$  (letzterer Wert gilt bei Rückstoß des  $K_L$  gegen die in gleiche Richtung fliegenden drei anderen Teilchen). Da das  $K_L$  nicht sichtbar ist, ergibt sich hieraus ein Fenster für die im Kalorimeter deponierte Gesamtenergie von  $1029,27$  bis  $1378,87 \text{ MeV}$ .
- Die gegen die acht Photonen rückstoßende, fehlende Masse

$$m_{miss} = \sqrt{(2 m_{proton} - \sum_{i=1}^8 E_{\gamma_i})^2 - (\sum_{i=1}^8 \vec{p}_{\gamma_i})^2}$$

ist gleich der Masse des neutralen Kaons:  $497,67 \text{ MeV}/c^2$

## 4.2 Verschiebung des $K_S$ -Zerfallsvertex

Aufgrund seiner relativ langen Lebensdauer wird ein  $K_S$ -Mesons i.a. nicht am Annihilationsort zerfallen. Je nach Flugweite und Zerfallskinetik werden dann die Impulse der aus dem Vertex hervorgehenden Photonen mehr oder weniger falsch gemessen, da der Ort des Zerfalls beim neutralen Übergang unbestimmt bleibt. Dies kann zu gewissen Schwierigkeiten bei der Rekonstruktion der  $K_S$ -Mesonen führen. Um abzuschätzen wie sehr sich dieser systematische Meßfehler auf die Bestimmung der Masse der Pionen auswirkt, die beim  $K_S$ -Zerfall entstehen, seien folgende vereinfachte Überlegungen angestellt.

Die mittlere Flugweite  $c\tau$  des  $K_S$ -Mesons beträgt  $2.675 \text{ cm}$ . Dies gilt bekanntlich, wenn die kinematischen Größen  $\beta = v/c$  und  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  die Bedingung  $\beta\gamma = 1$  erfüllen.

Im Falle des  $K_S$  entspricht dies einer Energie von  $\sqrt{2} m(K_S) = 704$  MeV. Da in dem hier betrachteten Annihilationskanal das mögliche Energieintervall für die Kaonen von 498 bis 847 MeV reicht, muß also mit einer  $K_S$ -Vertexverschiebung bis zu einigen *cm* gerechnet werden. Hier sei angemerkt, daß dies im Prinzip ein wunderbares Selektionskriterium darstellt für alle Ereignisse, die  $K_S$ -Mesonen enthalten, sofern man sich für den geladenen  $K_S$ -Zerfall interessiert. Denn der Ort des Zerfalls liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit in der äußeren Proportionalkammer, die dann genau zwei geladene Teilchenspuren mehr registriert als die innere.

Der hier betrachtete neutrale Zerfall  $K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0 \rightarrow 4\gamma$  führt nur dann zu keiner Falschmessung der  $\gamma$ -Impulse, wenn die Flugrichtung aller vier Photonen auf einer Geraden liegt, die durch den Ort der  $\bar{p}p$ -Annihilation läuft. Kinematisch ist das zwar möglich, aber beliebig unwahrscheinlich. Fast immer werden daher die  $\gamma$ -Impulse zu groß und damit die Massen der Pionen zu klein bestimmt.

Um das genauer zu verstehen, betrachte man den tatsächlichen Öffnungswinkel  $\vartheta$  des aus einem Pion hervorgehenden Photonenpaares  $\gamma_1 \gamma_2$  und den scheinbaren Öffnungswinkel  $\vartheta'$ , der zur Rekonstruktion des Ereignisses fälschlicherweise angenommen wird (vgl. dazu Abb. 7).

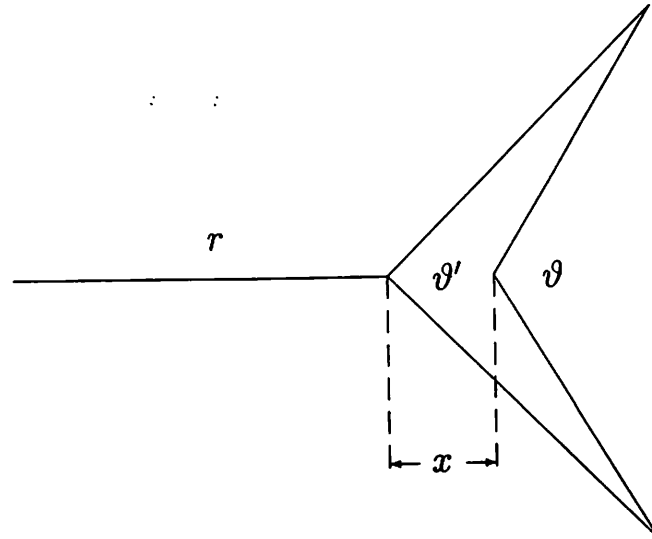


Abbildung 7: Ein Pion zerfällt transversal am Ort des um  $x$  verschobenen  $K_S$ -vertex. Die Photonen werden von den Kristallen im Abstand  $r$  vom Annihilationsort registriert.  $\vartheta$  und  $\vartheta'$  sind tatsächlicher, bzw. scheinbarer Öffnungswinkel des Photonenpaares.

Da stets  $\vartheta' < \vartheta$  ist der gemessene totale  $\gamma\gamma$ -Impuls wegen

$$p_{\gamma\gamma}^2 = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = p_1^2 + p_1 p_2 \cos \vartheta + p_2^2$$

größer als der Pionimpuls, und die gemessene invariante  $\gamma\gamma$ -Masse wegen

$$m_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2} = \sqrt{2 E_1 E_2 (1 - \cos \vartheta')} = 2 \sin \frac{\vartheta'}{2} \sqrt{E_1 E_2}$$

kleiner als die tatsächliche Pionmasse. Angenommen sei nun der einfach zu berechnende transversale Zerfall eines Pions, in dessen Ruhesystem die Photonen senkrecht und symmetrisch zum Impuls des  $K_S$ -Mesons wegfliegen. Für diesen Fall erwartet man eine hohe Massenverschiebung. Weiter sei  $r$  der Abstand der Kristalle zum Annihilationsvertex und  $x$  die Flugweite des  $K_S$ .  $\vartheta'$  läßt sich aus  $r$ ,  $x$  und  $\vartheta$  eindeutig bestimmen. Mit den Definitionen

$$\alpha := \frac{1}{\tan \frac{\vartheta}{2}} \quad \text{und} \quad \beta := 1 + \alpha^2$$

ist

$$\vartheta' = 2 \arcsin \frac{-\alpha x + \sqrt{\beta r^2 - x^2}}{\beta r}.$$

Wegen  $E_1 = E_2 =: E$  ist nun  $m_{\gamma\gamma} = 2E \sin(\vartheta'/2)$  und somit die Massenverschiebung

$$\delta m := m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0} = m_{\pi^0} \left( \frac{\sin \vartheta'/2}{\sin \vartheta/2} - 1 \right) < 0$$

Sie nimmt zu kleinen Öffnungswinkeln hin zu. Für realistische Parameter  $r = 30\text{cm}$  (JDC-Durchmesser) und  $x = 3\text{cm}$  erhalten wir für folgende drei ausgezeichnete Winkel die Wertepaare:

$$\begin{array}{ll} \vartheta = 180^\circ & \delta m = 0.7 \text{ MeV}/c^2 \\ \vartheta = 90^\circ & \delta m = 9.9 \text{ MeV}/c^2 \\ \vartheta \rightarrow 0^\circ & \delta m = 12.5 \text{ MeV}/c^2 \end{array}$$

Da etwa für  $\vartheta = 90^\circ$  die Massenverschiebung deutlich das Auflösungsvermögen des Detektors überwiegt, erwartet man im Bereich der linken Flanke des normalerweise Gaußverteilten Pionsignals im  $\gamma\gamma$ -Massenspektrum eine asymmetrische Erhöhung. Ebenso dürfte das  $K_S$ -Signal im invarianten  $\pi^0\pi^0$ -Spektrum zu kleineren Massen hin verschoben sein.

Dies gilt allerdings nicht für das  $\phi(1020)$  und Resonanzen, die in  $K_L K_S \pi^0$  zerfallen. Denn die negative Summe über die Impulse aller detektierten Teilchen wird als Impuls des  $K_L$ -Mesons interpretiert, so daß  $\vec{p}(K_S) + \vec{p}(K_L) = -\vec{p}(\pi^0_1) + \vec{p}(\pi^0_2)$ , bzw.  $\vec{p}(K_S) + \vec{p}(K_L) + \vec{p}(\pi^0_1) = -\vec{p}(\pi^0_2)$  wird.

Es wird sich herausstellen, daß das Problem der  $K_S$ -Vertexverschiebung für die Partialwellenanalyse letztendlich kaum eine Rolle spielt. Die Daten werden nämlich nach Anreicherung von  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen durch geeignete Selektionsschnitte einer sogenannten *kinematischen Anpassung* unterzogen. Dabei werden die Meßgrößen soweit korrigiert, bis sie bestimmte vorgegebene Randbedingungen erfüllen. Der statistische Fehler der Messungen wird zwar durch den systematischen Fehler der Winkelbestimmung bereichert. Die gemessenen Impulse der Photonen werden aber hinsichtlich ihrer Herkunft zu 90% richtig interpretiert und entsprechend korrigiert. Das werden uns die  $K_S$ - und  $K_L$ -Spektren mit kinematisch angepassten Daten zeigen.



### 4.3 Selektion der Ereignisse

Die Signatur eines bestimmten Annihilationstyps liefert zunächst nur ein grobes Schema, mit dessen Hilfe die entsprechenden Ereignisse von allen anderen Reaktionen unterschieden werden können. Um zuverlässige Auswahlkriterien zu formulieren, ist es einerseits notwendig, die exakten kinematischen Grenzen, wie sie zuvor in Kapitel 4.1 genannt wurden, aufzuweichen, um der Detektorauflösung Rechnung zu tragen.

Andererseits müssen weitere Bedingungen an die Eigenschaften der Ereignisse gestellt werden, um zu gewährleisten, daß Annihilationen, die zu anderen mesonischen Endzuständen führen, aber die gleiche Signatur aufweisen, verworfen werden. Diese Schnitte an die Daten dürfen nicht so scharf sein, daß sie den Phasenraum der zu untersuchenden Reaktion unnötig einschränken. Mit ihrer Hilfe soll aber ein möglichst reiner Satz von möglichst vielen der gewünschten Ereignisse extrahiert werden.

#### Der *all neutral*-Datensatz und ein spezieller Trigger

Für die Selektion der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0 \rightarrow K_L 8\gamma$  wurden alle mit dem Crystal Barrel Experiment gesammelten Daten herangezogen, bei denen Antiprotonen in flüssigem Wasserstoff gestoppt wurden und der *all neutral*-Trigger zum Einsatz kam. Bei der Datennahme wurden also nur solche Ereignisse aufgezeichnet, die keine Signale in einer der beiden Proportionalkammern hinterließen.

Während neun Experimentläufen zwischen Dezember 1989 und Oktober 1991 sind auf diese Weise 17,2 Mio. Ereignisse auf Band geschrieben worden. Das entspricht bei einem Anreicherungsfaktor des *all neutral*-Triggers von etwa 25 insgesamt 420 Mio.  $\bar{p}p$ -Vernichtungen.

Des Weiteren wurde ein im Juni 1991 speziell getriggert Datensatz verwendet, bei dem zusätzlich nur solche Ereignisse zugelassen wurden, deren Gesamtenergie einen Wert von 1600 MeV nicht übersteigt. Diese Bedingung ergab gegenüber den *all neutral* Daten nochmals einen Anreicherungsfaktor von 6,2, so daß 380 000 so gesammelte Ereignisse 59 Mio. Annihilationen entsprechen.

Für die Daten, die mit dem *all neutral* Trigger aufgenommen wurden, zeigt Abb. 8 die Anzahl der Energiedepositionen (PEDs) und die Anzahl der Spuren geladener Teilchen. Einträge für ein oder mehrere Spuren ergeben sich zu einem geringen Teil aus einer kleinen Ineffizienz der Proportionalkammern und zu einem größeren Teil aus Gammakonversionen in den Kammerwänden und -Drähten jenseits der Signaldrahtlage der äußeren PWC, sowie aus  $K_S$ -Zerfällen in zwei geladene Pionen.

#### Fehlende Masse in benachbarten Kanälen

Der Anteil neutraler Ereignisse mit genau einem  $K_L$  im Endzustand läßt sich für verschiedene Multiplizitäten bereits an einer Darstellung der fehlenden Masse grob abschätzen. In Abb. 9 ist bei etwa 500 MeV/c<sup>2</sup> deutlich ein Signal für  $K_L$ -Mesonen im Kanal mit vier

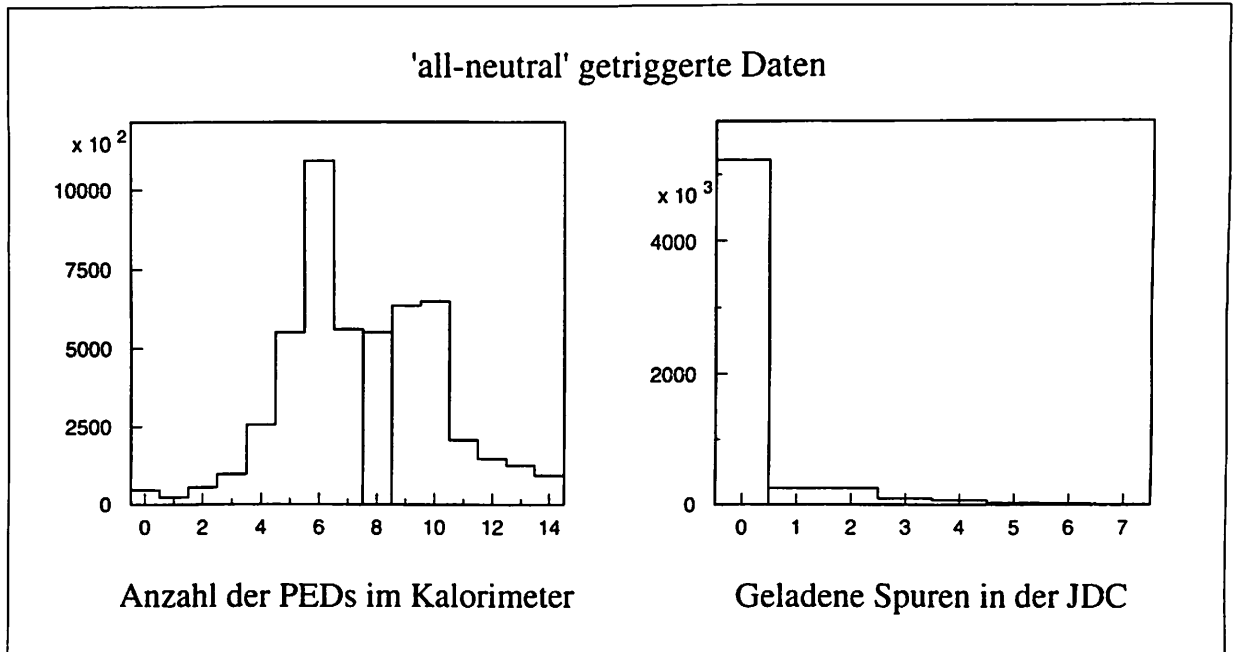


Abbildung 8: Verteilung der Anzahl von Energiedepositionen (PEDs) in den Kristallen (links) und der Anzahl geladener Teilchen (rechts) für Daten, die mit dem *all neutral* Trigger aufgezeichnet wurden. Die schattierten Bereiche markieren die gewünschten rein neutralen Ereignisse mit acht Gammas.

Gammas erkennbar. Diese stammen von der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \rightarrow K_L 4\gamma$ . Der Anteil kaonischer Endzustände nimmt für höhere Multiplizitäten offensichtlich ab. Erst bei acht Gammas findet sich wieder ein ausgeprägtes  $K_L$ -Signal.

Das Fehlen einer so deutlichen Signatur in den benachbarten Multiplizitäten läßt die Vermutung zumindest nicht abwägig erscheinen, daß Ereignisse der uns interessierenden Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} 8\gamma$  im Kanal mit acht gefundenen Gammas weitgehend vollständig vorliegen. Darüber hinaus spielen offenbar Reaktionen kaum eine Rolle, die zu einem ähnlichen Endzustand mit einem oder zwei abzüglich oder zusätzlichen Gammas führen, wie etwa  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S 3\pi^0$ , bzw.  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \eta$  mit  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ , beide mit Endzustand  $K_L^{miss} 10\gamma$ , oder  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \omega \rightarrow K_L^{miss} 7\gamma$ . Letztere Reaktion dürfte wegen ihres kleinen Phasenraumes so schwach vertreten sein.

Es darf also andererseits mit nur einer kleinen Verschmutzung durch Ereignisse der beschriebenen Art gerechnet werden, die aufgrund der zwar geringen, aber doch vorhandenen Detektorineffizienz in den selben selektierten Kanal rutschen können. Dies würde beispielsweise dann geschehen, wenn ein Photon nicht nachgewiesen wird, oder umgekehrt ein elektromagnetischer *split off* ein überzähliges Photon vortäuscht.

Ganz allgemein nennt man die Verschmutzung solcher und anderer Art Untergrund; hierzu gehören also alle Ereignisse, die die Auswahlbedingungen erfüllen, obwohl sie keine  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse sind. Aufgabe nun folgender Selektionskriterien wird es sein, diesen Untergrund weiter zu unterdrücken und damit  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse im Datensatz anzureichern.

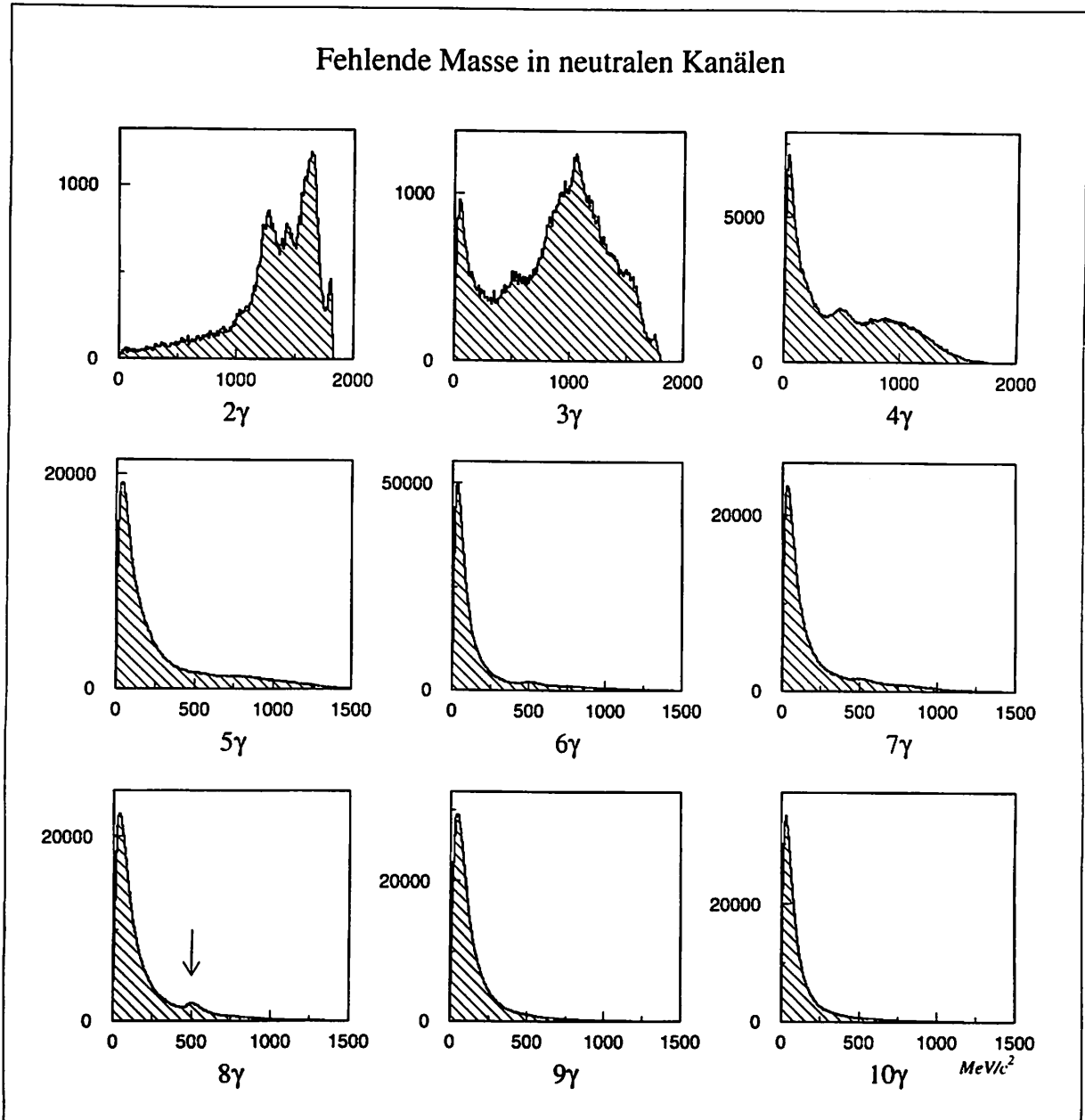


Abbildung 9: Fehlende Masse für verschiedene Multiplizitäten im rein neutralen Endzustand. Ein  $K_L$ -Signal bei  $500 \text{ MeV}/c^2$  wird ab vier Gammas sichtbar. Dieses Signal scheint für mehr Gammas im Endzustand zu verschwinden, um bei acht Gammas nochmal deutlich zu erscheinen (Pfeil).

### Der Schnitt auf die Gesamtenergie

Dafür seien als nächster Schritt Ereignisse im  $8\gamma$ -Kanal mit erhaltener oder zu kleiner Gesamtenergie herausgetrennt. In Abb. 10 ist der kinematisch erlaubte Bereich zwischen 970...1450 MeV innerhalb der totalen Energie markiert, in dem unter Berücksichtigung der Detektoraufösung alle gewünschten Ereignisse sein müssen. Gezeigt sind sowohl die Daten für alle neutralen Zerfallskanäle, als auch für Ereignisse, die mit dem oben erwähnten Trigger auf fehlende Energie gesammelt wurden.

Sein Zweck war es, in den Daten  $K_L$ -Mesonen anzureichern. So wurde ein Ereignis nur dann aufgezeichnet, wenn seine totale Energie 1600 MeV unterschritt. Die gute Effizienz des Triggers zeigt sich an der kaum vorhandenen Ansammlung von Ereignissen mit erhaltener Gesamtenergie bei 1876 MeV, der doppelten Protonenmasse, die bei ungetriggerten Daten freilich als Hauptspitze in der Energieverteilung hervortritt.

Deutlich erkennbar ist auch die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} K_S$ . Die zugehörigen Einträge bilden eine kleine Spitze bei 938 MeV, der einfachen Protonenmasse. Solche Ereignisse treten nur im  $4\gamma$ -Kanal auf und liegen zudem außerhalb des hier zulässigen kinematischen Bereiches. Es ist jedoch erstaunlich und ein Zeichen des einwandfreien Funktionierens des Detektors, daß ohne jegliche Datenpräparation bereits jetzt einzelne Annihilationskanäle klar zu Tage treten.

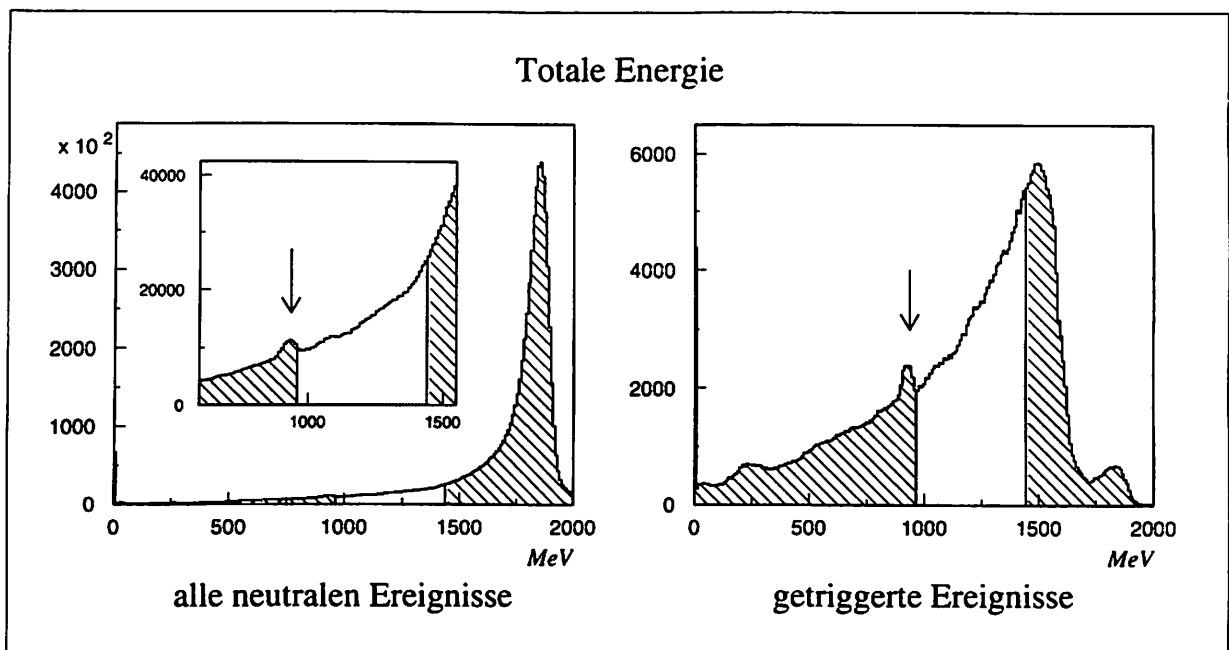


Abbildung 10: Im linken Bild ist die totale Energie für alle neutralen Ereignisse dargestellt (mit Ausschnitt). Die dominante Spitze stammt von Ereignissen, deren Gesamtenergie erhalten blieb. Das rechte Bild veranschaulicht die Wirkungsweise des Triggers, der nur Ereignisse zuließ, deren totale Energie kleiner als 1600 MeV betrug. Die Pfeile deuten bei 938 MeV auf Ereignisse der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} K_S$ , welche außerhalb des hier interessierenden kinematischen Bereiches zwischen 970...1450 MeV liegen (schattierte Fläche).

Tab. 5 listet die Ereignisstatistik über alle Meßperioden auf, in denen neutrale Zerfälle für gestoppte Antiprotonen aufgezeichnet wurden<sup>21</sup>. Um einen mit dem gewünschten Endzustand angereicherten Datensatz herzustellen, wurden nun Ereignisse folgenden Typs selektiert:

- im neutralen Datensatz verbliebene Ereignisse mit geladenen Spuren in der JDC
- Ereignisse, die nicht exakt acht Energiedepositionen (PEDs) im Kalorimeter hinterließen
- Ereignisse mit einer Gesamtenergie außerhalb des zulässigen Bereiches von 970...1450 MeV

Schließlich sei noch erwähnt, daß jedes Photon, um als solches gezählt zu werden, eine Energie von mindestens 20 MeV im Kalorimeter hinterlassen muß. Diese Grenze ist Standard gemäß der Software vorgegeben, die aus den Rohdaten die PEDs konstruiert. Sie dient als grober Schutz vor elektromagnetischen *split offs*, die überwiegend Energien von nur wenigen MeV aufweisen.

Allerdings ist das *split off* Problem für diesen Kanal ohnehin fast bedeutungslos, da sich alle acht Photonen als Zerfallsprodukte von vier Pionen erweisen müssen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein *split off* die kinematisch sehr einschränkende Bedingung erfüllt, mit einem der übrigen Photonen (oder einem zweiten *split off*) eine invariante Masse zu bilden, die auf ein Pion schließen läßt, ist klein.

Die Energieauflösung betrug für alle Experimentläufe  $\Delta E/E = 2.8\% / \sqrt{E[\text{GeV}]}$ . Die Winkelauflösung in polarer und azimuthaler Richtung lag je nach Photonenenergie zwischen 20 und 35 mrad.

### Weitere Schnitte an die Daten

An die verbleibenden 176 291 Annihilationen werden jetzt weitere Schnitte gesetzt, die den Anteil an reinen  $K_L 8\gamma$ -Ereignissen erhöhen. Auf eine gewisse Klasse von Ereignissen muß allerdings verzichtet werden, um Mehrdeutigkeiten auszuschließen.

Trifft der Schwerpunkt einer Energiedeposition im Kalorimeter den sog. Kristalltyp #13, hierzu gehören alle 60 dem Strahlrohr nächst gelegenen Randkristalle, wird das Ereignis verworfen. Dies geschieht nicht aus abergläubischen Motiven; vielmehr garantiert diese Bedingung, daß kein Gammaquant mitgezählt wird, dessen Energiemessung zu klein ausfiel, weil ein Teil seines elektromagnetischen Schauers dem Kalorimeter unerkannt entwich.

<sup>21</sup> Die Statistik enthält nur physikalisch relevante Ereignisse; die Anzahl der sog. *slow control* Ereignisse, die eine Kontrolle des aktuellen Experimentzustandes erlauben, aber keine Informationen über den physikalischen Verlauf einer Annihilation beinhalten, sind bereits abgezogen.

Meß- periode	Ereignisse insgesamt	davon geladen	neutral 8 PED	Schnitt Energie	Rate in %
Dez. '89	1 258 297	62 858	85 525	11 632	0,92
Juni '90	1 495 498	152 537	138 319	11 747	0,78
Juli '90	3 565 702	350 880	250 427	25 635	0,72
Sep. '90	1 313 379	166 974	119 869	13 610	1,04
Nov. '90	4 535 953	423 689	440 351	44 728	0,99
Mai '91	1 574 809	220 298	139 616	13 787	0,88
Juni '91	1 471 622	153 269	140 454	15 036	1,02
Aug. '91	1 685 878	200 356	159 998	17 924	1,06
Okt. '91	93 066	12 534	8 724	898	0,96
Summe	16 994 204	1 743 395	1 483 283	154 997	0,91
Trigger	375 720	19 144	38 334	21 294	5,67
Summe				176 291	

Tabelle 5: Ereignisstatistik für alle in der Analyse verwendeten Datensätze. Mit "Trigger" ist der spezielle, im Juni '91 aufgenommene Datensatz mit fehlender Gesamtenergie bezeichnet. Die vorletzte Spalte "Schnitt Energie" nennt die Anzahl der Ereignisse, die die Auswahlkriterien erfüllt haben. die letzte Spalte gibt deren Verhältnis zur Gesamtzahl aller aufgezeichneten Annihilationen in Prozent an.

Nun müssen noch Ereignisse ausgeschlossen werden, bei denen die Interpretation der fehlenden Masse als  $K_L$ -Meson nicht zwingend ist, sondern mehrdeutig. Eine solche Situation ergibt sich immer dann, wenn auch andere Teilchen mit einer invarianten Masse, die zufällig einem Kaon ähnelt, durch die Löcher des Kalorimeters schlüpfen.

Der Vektor des fehlenden Impulses muß daher in die Richtung der Kristalle zeigen, durch die einzig das  $K_L$ -Meson befähigt ist, ohne Wechselwirkung hindurchzufliegen. Er darf nicht auf die vom Kalorimeter ausgesparten Raumwinkelbereiche rund um das Strahlrohr gerichtet sein, wo eine Detektion neutraler Teilchen von vorne herein ausgeschlossen ist.

Die Kristalle decken in polarer Richtung einen Winkelbereich von  $12^\circ$  bis  $168^\circ$  ab. Dieser Bereich muß an den Rändern für ein sinnvolles Auswahlkriterium guter Ereignisse eingeschränkt werden, da die Richtung des fehlenden Impulses, der sich ja aus der negativen Summe aller acht Photonenimpulse berechnet, mit einem relativ großen Gesamtfehler behaftet ist.

Es hat sich als vernünftig erwiesen, wenn nun auf alle Ereignisse mit einem Gesamtimpuls verzichtet wird, der mit der z-Achse des Detektors einen Winkel  $\theta$  kleiner als  $21^\circ$  oder größer als  $159^\circ$  einschließt.

In Abb. 11 ist zu sehen, wie gerade nicht abgedeckte Raumbereiche im Kalorimeter Ursache für fehlende Energie sind. Dargestellt ist nach erfolgtem Schnitt auf Kristalltyp

# 13 die Anzahl der Ereignisse mit einer Gesamtenergie im oben erwähnten Bereich gegen die azimutalen und polaren Winkel  $\phi$  und  $\cos\theta$  des fehlenden Impulses.

Während die  $\phi$ -Verteilung erwartungsgemäß über alle Winkelbereiche flach verläuft (anderes wäre ein Hinweis auf ein oder mehrere nicht funktionierende Kristalle), steigt die Zahl der Einträge für  $\cos\theta$  unterhalb von etwa  $\theta = 20^\circ$ , bzw. oberhalb von  $\theta = 160^\circ$  dramatisch an. In der Mitte bei  $\theta = 90^\circ$  ist eine sanfte Erhöhung erkennbar, die von der einige Millimeter breiten Kristallücke herrührt, in der die Aluminiumhalterung der beiden Kalorimeterhälften Platz findet.

Für alle 96 559 Ereignisse, die die bislang genannten Schnittkriterien erfüllt haben, zeigt Abb. 12 die Energie der gemessenen Gammaquanten und deren invariante Masse. Wie oben erwähnt, ist mit keinem nennenswerten Beitrag von elektromagnetischen *split offs* in diesem Kanal zu rechnen.

Das zeigt nun auch die Energieverteilung: die für *split offs* typische Überhöhung der Kurve im niedrigen Energiebereich (nahe dem 20 MeV Schnitt), die ein Maximum in der Verteilung verdecken würde, fehlt. Vielmehr ist hier bei etwa 40 MeV ein Plateau zu sehen, das zu kleineren Werten hin sogar abfällt. So stammen offenbar fast alle Einträge für niedrige Energien von den Gammaquanten selbst.

### Ein asymmetrisches Pionsignal

Im Spektrum der invarianten  $\gamma\gamma$ -Masse ist das  $\pi^0$  als scharfe Spitze bei  $135 \text{ MeV}/c^2$  zu sehen. Ein signifikantes Signal für das  $\eta$ -Meson bei  $550 \text{ MeV}/c^2$  fehlt wegen des sehr kleinen Phasenraums für  $K_L K_S \pi^0 \eta$  Ereignisse. Die im letzten Kapitel diskutierte Verschiebung des  $K_S$ -Zerfallsortes macht sich in der  $\pi^0$ -Spitze bemerkbar.

Wie erwähnt, werden zwar die Energien der Photonen korrekt gemessen, deren Impulse sind aber zu kleineren Werten hin verschoben, sofern sie aus dem  $K_S$ -Zerfall stammen. Das führt nun auch zu kleineren invarianten Massen: das Pionsignal erscheint an seiner linken Flanke verbreitert. Wir können das Signal gut als Zusammensetzung zweier Gaußkurven mit unterschiedlicher Breite für die linke und rechte Flanke beschreiben, also durch eine stetig differenzierbare Funktion

$$f(x) = \begin{cases} A \exp \left\{ -(x - m)^2 / 2\sigma_1^2 \right\} & \text{wenn } x < m \\ A \exp \left\{ -(x - m)^2 / 2\sigma_2^2 \right\} & \text{wenn } x > m \end{cases}$$

Der Mittelwert  $m$  und die Normierungskonstante  $A$  sind neben den Breiten  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  die Bestimmungsparameter. Der Untergrund wird mit einem Polynom dritten Grades angepasst. Wir erhalten nun  $m = 136 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\sigma_1 = 10,2 \text{ MeV}/c^2$  und  $\sigma_2 = 6,0 \text{ MeV}/c^2$  (siehe den Ausschnitt in Abb. 12). Die kleinen Breiten geben das ausgezeichnete Auflösungsvermögen des Kalorimeters wieder.

Der Untergrund der Verteilung ist vor allem kombinatorischer Art: angenommen, alle acht detektierten Photonen sind die Zerfallsprodukte von Pionen, dann tragen nur vier von insgesamt 28 möglichen  $\gamma\gamma$ -Kombinationen zum Signal des Pions bei, das auf einer breiten Verteilung der invarianten Masse aller übrigen 24 Kombinationen aufsitzt.

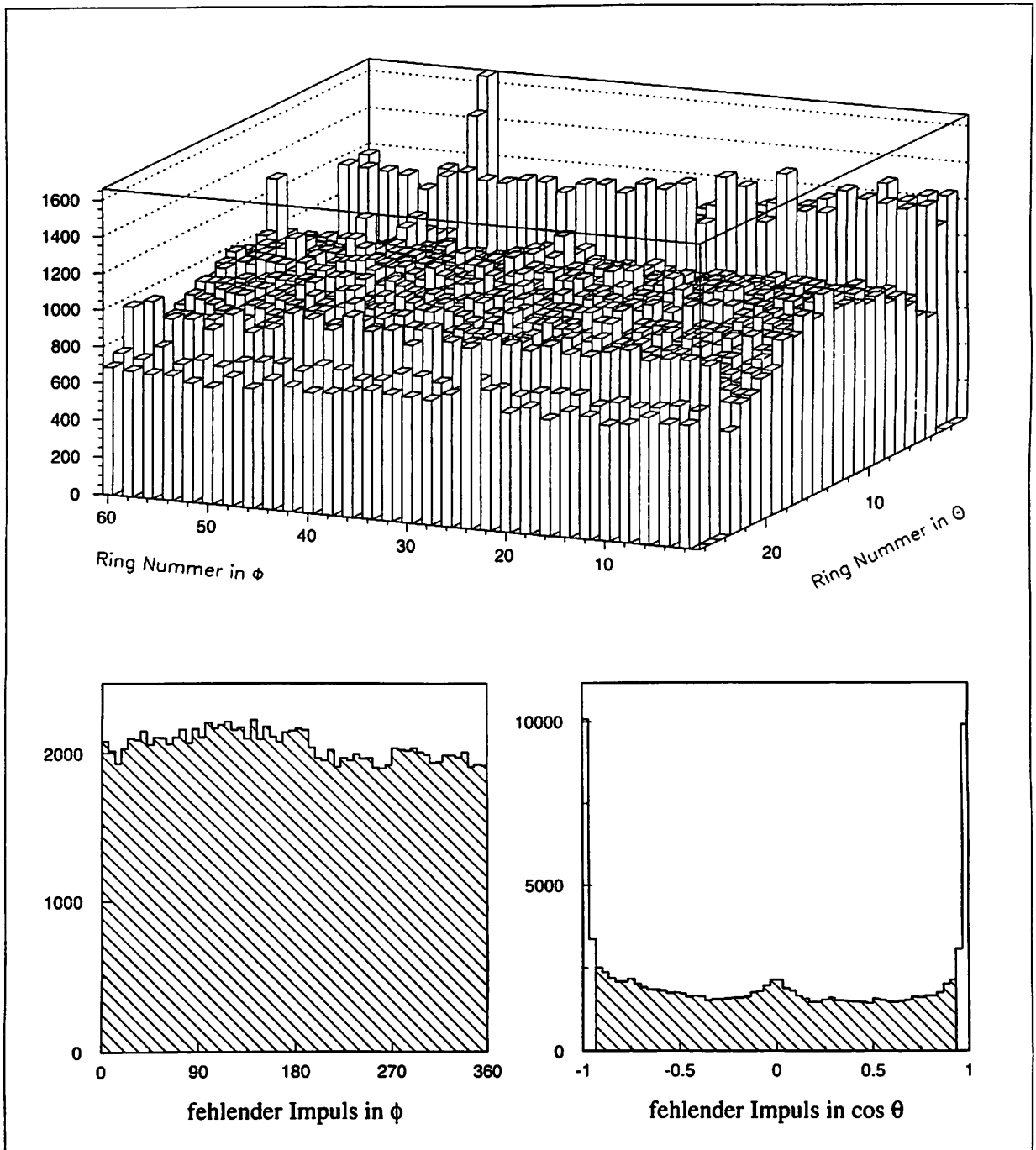


Abbildung 11: Oben: Häufigkeit der Treffer durch das Zentrum eines PED für jeden Kristall in der Darstellung des auseinander gerollten Kristallfassens. Die Kristalle der jeweils äußeren drei  $\phi$ -Ringe sind doppelt so breit wie die anderen und weisen daher mehr Einträge auf. Wurde Typ # 13 getroffen, bedeutete dies das Aus für das Ereignis (jeweils äußerster  $\phi$ -Ring). Links und rechts: Verteilung des fehlenden Impulses nach dem Schnitt in azimuthaler, bzw. polarer Richtung. Die  $\phi$ -Verteilung ist flach, während Einträge für  $\cos \theta$  an den Rändern stark anwachsen. Nur Ereignisse mit  $21^\circ < \theta < 159^\circ$  wurden akzeptiert (schraffierte Fläche).



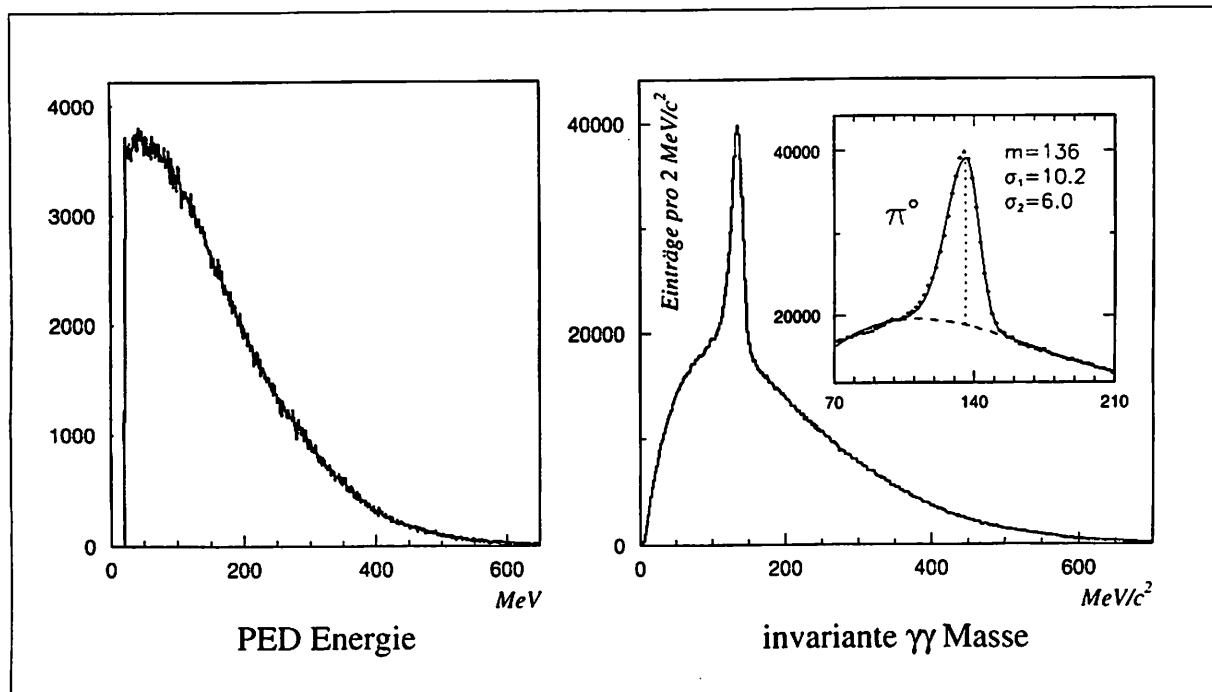


Abbildung 12: Energieverteilung der PEDs (links) und invariante  $\gamma\gamma$ -Masse (rechts) für alle Ereignisse, die die Selektionskriterien erfüllt haben. In der Energieverteilung sind keine wesentlichen Beiträge von *split offs* erkennbar. Das Spektrum der invarianten  $\gamma\gamma$ -Masse mit 28 Einträgen pro Ereignis zeigt ein scharfes Pionsignal (das  $\eta$ -Meson bei  $550 \text{ MeV}/c^2$  ist hier nicht sichtbar). Die Pionspitze kann beschrieben werden als asymmetrische Gaußkurve auf kubischem Untergrund (Ausschnitt, gestrichelte Linie). Angegeben sind die signifikanten Stellen für den Mittelwert  $m$  (gepunktete Linie) und die beiden Breiten  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ .

Eine erste Abschätzung der Anzahl gefundener Pionen  $N_{\pi^0}$  liefert die Normierungskonstante  $A$ , welche die Fläche unter dem Pionsignal angibt, gemessen in  $\text{MeV}/c^2$ . Um eine einheitslose Zahl zu bekommen, muß sie noch durch das Histogrammintervall (auch Klassenintervall genannt)  $\Delta m$  geteilt werden. Mit  $A = 2,02 \cdot 10^4 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Delta m = 2 \text{ MeV}/c^2$  erhalten wir

$$N_{\pi^0} = A \frac{1}{\Delta m} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (\sigma_1 + \sigma_2) = 2,05 \cdot 10^5$$

Das entspricht im Schnitt also etwa 2,12 Pionen pro Ereignis.

### Die vorläufige Rekonstruktion der Pionen

Um vorläufig Genaueres auszusagen, vor allem in Bezug auf die Produktion von  $K_L$ - und  $K_S$ -Mesonen, ist es nötig, die Pionen kinematisch zu rekonstruieren. Dabei wurde das eigens zur Pionensuche geschriebene Programm P10FND verwendet, das unter Berücksichtigung der Meßfehler für alle  $\gamma\gamma$ -Paare den  $\chi^2$ -Wert bezüglich einer vorgegebenen, empirischen Pionenmasse berechnet [19].

Liegt das  $\chi^2$  unterhalb einer ausgewählten Grenze, wird das entsprechende  $\gamma\gamma$ -Paar zunächst einem Pion zugeordnet. Dabei kann es jedoch zu Mehrdeutigkeiten kommen (wenn etwa ein Gamma gleichzeitig mit zwei anderen ein akzeptables  $\chi^2$  liefert). In diesem Fall wird diejenige Gesamtkombination ausgewählt, bei der das über alle gefundenen Pionen gemittelte  $\chi^2$  den kleinsten Wert besitzt.

Da dieses Programm nicht die Möglichkeit hat, den systematischen Fehler zu berücksichtigen, der sich aus der Unbestimmbarkeit des  $K_S$ -vertex ergibt (eine solche Berücksichtigung wäre auch schwierig zu formulieren), muß die empirische Masse des Pions gegenüber seiner Nominalmasse geringfügig herabgesetzt werden, um auch den zu klein gemessenen Öffnungswinkeln Rechnung zu tragen. Es hat sich gezeigt, daß bei einer um vier auf  $131 \text{ MeV}/c^2$  reduzierten Masse die Suche nach Pionen am ergiebigsten war. Hier wurden im Schnitt 2,7 Pionen pro Ereignis gezählt, also etwas mehr als tatsächlich vorhanden sind.

Dieser Überschuß an falschen Pionen rührt von der Tatsache her, daß bei der beschriebenen Methode lediglich die Information der  $\chi^2$ -Werte herangezogen wird, ohne weitere Randbedingungen an die Daten zu stellen. So werden auch "echte" Untergrundphotonen als pionische Zerfallsprodukte interpretiert, wenn ihre invariante Masse zufällig ein günstiges  $\chi^2$  ergibt. Insgesamt wurden 21 700 Ereignisse mit jeweils vier rekonstruierten Pionen gefunden.

### Die Signale der Kaonen

In einer zweidimensionalen Darstellung, in der für diese  $4\pi^\circ$ -Ereignisse der totale Impuls gegen die totale Energie aufgetragen ist, stechen die  $K_L$ -Mesonen bereits als klares Band hervor (Abb. 13).

Deutlich veranschaulicht auch das Spektrum der fehlenden Masse, daß wir mit den bisherigen Auswahlbedingungen einen fast reinen Datensatz  $K_L$  enthaltender Ereignisse erzeugen können: das  $K_L$ -Signal zeigt sich nahezu untergrundfrei (Abb. 14). Es verläuft gaußförmig und besitzt die Breite  $\sigma = 41 \text{ MeV}/c^2$  (der Untergrund verteilt sich quadratisch).

Bevor die Vierervektoren kinematisch angepasst werden, trennen wir uns noch von offensichtlich unsinnigen Ereignissen. Das sind bestimmt solche, bei denen die fehlende Masse zu imaginären Werten führt oder, noch einschränkender, außerhalb der Gaußkurve liegt. Wir setzen hier den Bereich für akzeptierte Ereignisse zwischen 400 und  $600 \text{ MeV}/c^2$  (vgl. Abb. 13 und 14). Die obere Grenze mag angesichts der Tatsache als zu knapp gewählt erscheinen, als sie die Glockenkurve am oberen Ende doch sichtbar schneidet. Später aber wird sie sich eher als konservativ erweisen.

Die invariante  $\pi^\circ\pi^\circ$ -Masse für Ereignisse innerhalb des genannten Bereichs legt das  $K_S$ -Meson frei. Auch hier wird der Untergrund von der Kombinatorik dominiert: nur zwei von sechs möglichen  $\pi^\circ\pi^\circ$ -Paaren erzeugen das  $K_S$ -Signal. Eine asymmetrische Gaußanpassung erbringt einen Mittelwert von  $m = 491 \text{ MeV}/c^2$ , der damit um gut sechs  $\text{MeV}/c^2$  niedriger liegt als die nominale  $K_S$ -Masse.

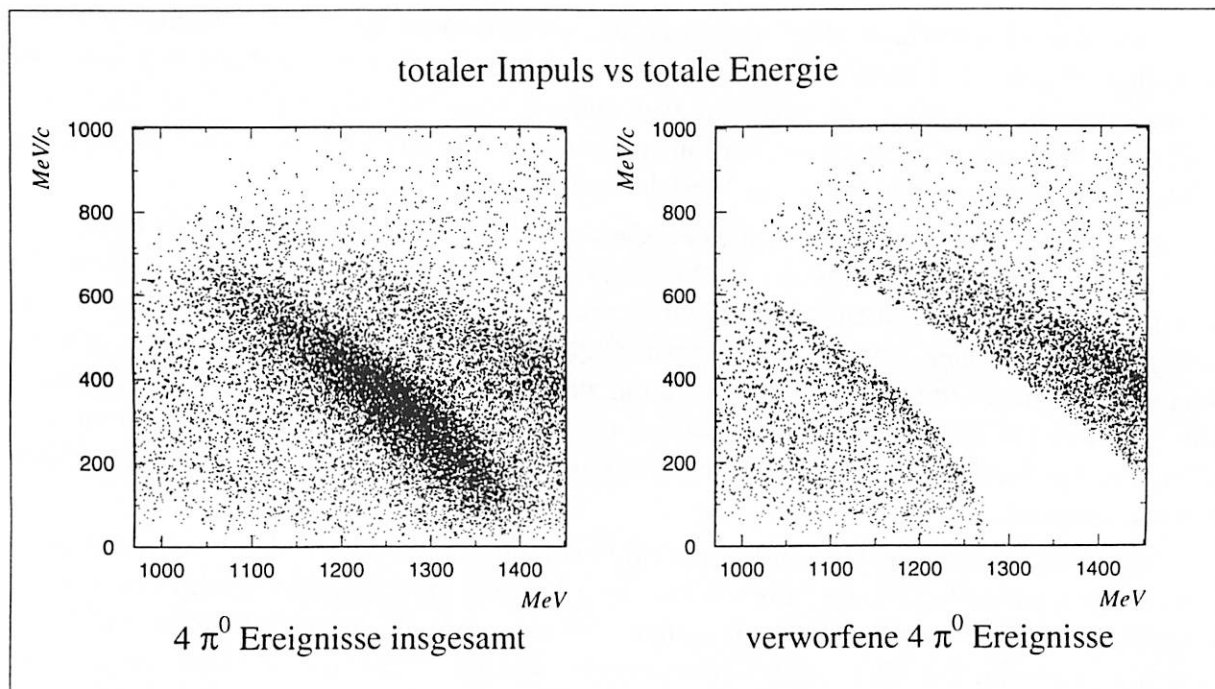


Abbildung 13: Totaler Impuls vs totale Energie für Ereignisse, in denen nach der im Text beschriebenen Methode vier Pionen rekonstruiert wurden. Deutlich ist links das Band der  $K_L$ -Mesonen erkennbar. Im rechten Bild sind alle Ereignisse ausgeschnitten, die eine fehlende Masse zwischen 400 und 600 MeV/c<sup>2</sup> haben.

Die Breiten sind  $\sigma_1 = 20 \text{ MeV}/c^2$  für die linke, bzw.  $\sigma_2 = 14 \text{ MeV}/c^2$  für die rechte Flanke (übrigens ist der  $\chi^2$ -Wert einer symmetrischen Anpassung mit 1,27 weit schlechter als der für die hier gezeigte asymmetrische mit 1,04). Die Verschiebung der gemessenen  $K_S$ -Masse um einige MeV/c<sup>2</sup> war aus den oben genannten Gründen erwartet worden.

### Der Untergrund der vorläufig rekonstruierten Daten

Die Vermessung der Signale mit Gaußkurven liefert noch eine andere interessante Information: Das  $K_L$ -Signal wird von 12 700 Ereignissen gebildet, das auf 2 200 Untergrundeignissen zwischen 400 und 600 MeV/c<sup>2</sup> aufsitzt, während die asymmetrische Glockenkurve der  $K_S$ -Spitze 11 370 Einträge unter sich sammelt. Jedes  $K_L 4\pi^0$  Ensemble scheint demnach mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% auch ein  $K_S$ -Meson zu enthalten.

Zur Rekonstruktion der  $K_S$ -Mesonen könnte man nun weiter vorgehen und von den pro Ereignis sechs möglichen  $\pi^0\pi^0$ -Paaren dasjenige auswählen, dessen invariante Masse innerhalb eines Fensters von 450 und 520 MeV/c<sup>2</sup> liegt, wobei bei Mehrdeutigkeiten, die überwiegen, das dem Mittelwert der Gaußanpassung nächst gelegene Paar zu verwenden wäre.

Nicht jedes so konstruierte Kaon wäre dabei ein tatsächliches. Vielmehr müßte mit einem gewissen Anteil scheinbarer, unechter  $K_S$ -Mesonen gerechnet werden, die zum einen

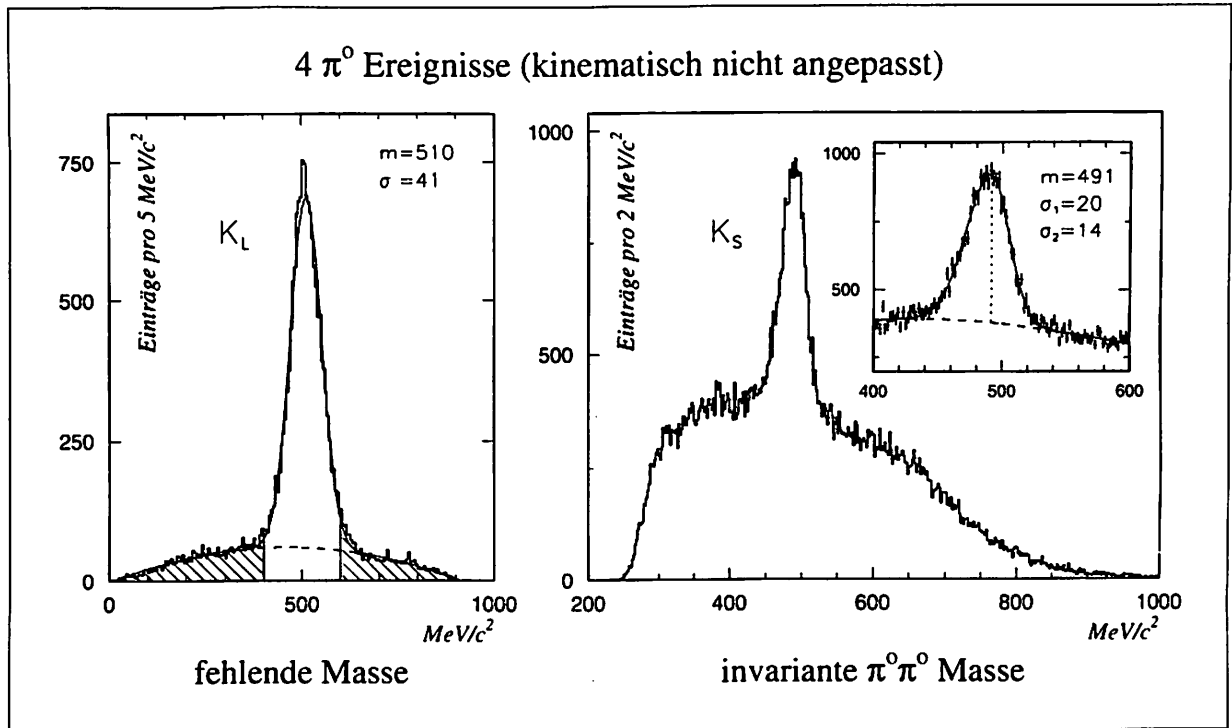


Abbildung 14: Fehlende Masse (links) und invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse (rechts) für Ereignisse, in denen nach der im Text beschriebenen Methode vier Pionen rekonstruiert wurden. In den kinematisch noch nicht angepassten Daten ist bereits ein fast untergrundfreies Signal für  $K_L$ -Mesonen zu sehen. Es sitzt gaußförmig mit der Breite  $\sigma$  auf quadratischem Untergrund. Das Spektrum der invarianten  $\pi^0\pi^0$ -Masse mit 6 Einträgen pro Ereignis zeigt ein scharfes  $K_S$ -Signal. Es besitzt die Breiten  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  einer asymmetrischen Gaußkurve mit Mittelwert  $m$  (Ausschnitt). Der Untergrund verläuft kubisch (gestrichelte Linie).

von falschen Pionkombinationen herrühren, und zum anderen aus dem pionischen Untergrund oder ihrerseits falsch rekonstruierten Pionen zusammengesetzt wären.

Letzterer Anteil kann grob abgeschätzt werden: In dem genannten Massenfenster befinden sich 24 710 Einträge, 13 340 davon tragen zum kombinatorischen und zum echten Untergrund bei, der insgesamt 78 170 Einträge ausmacht. Unter der Annahme, daß sich beide etwa gleichverteilen, liefert das Verhältnis beider Zahlen den Anteil der 2 200 Untergrundereignisse, bei denen nach der "Fenstermethode" mit Sicherheit ein falsches  $K_S$ -Meson konstruiert wird.

So kommen also zu den 11 370 echten  $K_S$  noch 375 oder 3,3% falsche hinzu. Der Anteil falscher Kombinationen jedoch, der so nicht ohne weiteres abschätzbar ist, dürfte allerdings noch weitaus größer sein (vgl. dazu das nächste Kapitel).

### Die abschließende Vorselektion

Der winzige Eingriff in den Phasenraum durch die erwähnten und im folgenden noch einmal zusammengefassten Schnitte wird dadurch ausgeglichen, daß für Monte Carlo Daten

diese ebenso angewendet werden. Für die spätere Partialwellenanalyse sind sie daher ohne Belang.

Ein Ereignis wird verworfen, wenn

- das Zentrum einer Energiedeposition einen Randkristall (sog. Typ #13) trifft
- der polare Winkel  $\theta_{\bar{p}}$  des fehlenden Impulses außerhalb des Bereiches  $21^\circ \dots 159^\circ$  liegt
- die fehlende Masse kleiner als  $400 \text{ MeV}/c^2$  oder größer als  $600 \text{ MeV}/c^2$  ist oder imaginäre Werte besitzt

Für alle Datensätze sind die Auswirkungen der Selektionskriterien auf die Ereignisstatistik in Tab. 6 zusammengefasst. Die insgesamt 44 608 verbleibenden Ereignisse werden jetzt einer kinematischen Anpassung unterzogen. Weil wir nach dem oben beschriebenen vorläufigen Verfahren zur Pionenrekonstruktion 11 370  $K_S$ -Mesonen gezählt haben, können wir davon ausgehen, daß etwa ein Viertel des abschließend vorselektierten Datensatzes  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse enthält.

Datensatz	bisher	Schnitt Typ #13	Schnitt $\theta_{\bar{p}}$	Schnitt $K_L$ -Masse	erfüllt
Dez. '89 + Juni '90	23 379	9 506	2 901	6 014	4 958
Juli '90	25 635	7 194	3 182	8 674	6 585
Nov. '90 I	23 729	6 377	3 839	7 139	6 374
Nov. '90 II	20 999	5 558	3 319	6 350	5 772
Trigger Juni '91	21 294	6 265	3 407	6 204	5 418
Mai + Juni '91	28 823	8 129	4 802	8 151	7 741
Aug. + Okt. '91	18 822	6 201	2 779	5 408	4 434
Sep. '90	13 610	4 162	2 111	4 011	3 326
<b>Summe</b>	<b>176 291</b>	<b>53 392</b>	<b>26 340</b>	<b>51 951</b>	<b>44 608</b>

Tabelle 6: Ereignisstatistik nach weiteren Schnitten an die Daten. Die Experimentläufe sind zu etwa gleich großen Datensätzen zusammengefasst (sie entsprechen Bandnummern). Spalten mit der Bezeichnung "Schnitt" nennen das Aufkommen an Ereignissen, die unter die im Text genauer beschriebenen Schnittbedingungen fielen. Die letzte Spalte gibt schließlich die Zahl der jeweils überlebenden Ereignisse an.

#### 4.4 Kinematische Anpassung

Die kinematische Anpassung korrigiert die Vierervektoren der gemessenen Teilchen soweit, bis bestimmte vorgegebene Randbedingungen erfüllt sind. Die Korrekturen an Energie und Impuls der Teilchen sollen dabei unter Berücksichtigung ihrer Meßfehler möglichst klein gehalten werden. Nun läßt sich durch den Vergleich der Meßfehler mit den zur

Einhaltung der Randbedingungen notwendigen Korrekturen die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit der die Messung die gemachten Annahmen über die kinematische Situation erfüllt.

Man nennt diese Wahrscheinlichkeit Konfidenzniveau (abgekürzt:  $CL$  von *confidence level*). Je höher es für ein bestimmtes Ereignis liegt, desto größer ist das Vertrauen in die Richtigkeit der der Anpassung zugrunde liegenden Hypothese. Verlangt man ein Mindestkonfidenzniveau, läßt sich auf diese Weise ein Großteil der die Randbedingungen nur scheinbar erfüllenden Ereignisse zurückweisen.

Dabei ist die Wahl dieser Mindestwahrscheinlichkeit nicht ganz frei von Willkür. Setzt man sie zu hoch, hat man die Statistik unnötig verringert; für zu tiefe Schwellen ist andererseits der Anteil an falschen Ereignissen zu hoch. Üblicherweise entscheidet man sich für die Stelle, an der die Verteilung des Konfidenzniveaus beginnt, zu anwachsenden Werten hin flach zu verlaufen.

Die Methode der kinematischen Anpassung der Meßgrößen nach erfolgter Vorselektion der Daten hat sich als wichtiges Instrument zur abschließenden Auswahl der Ereignisse bewährt. Mehr noch wird bei Verwendung der korrigierten Vierervektoren nach erfolgreicher kinematischer Anpassung eine wesentlich bessere Auflösung erzielt, da die korrigierten den wahren Größen sehr viel näher kommen als die gemessenen. So lassen sich mit größerer Zuverlässigkeit Rückschlüsse auf den Reaktionsverlauf führen, der bei Verwendung der selben Ereignisse ohne Korrektur wegen der Verschmierung durch die Meßfehler meist verborgen bleibt. Eine genauere Beschreibung der kinematischen Anpassung findet sich in Anhang C.

### Die kinematischen Hypothesen

Die 44 608 Ereignisse müssen sich nun einer zweistufigen kinematischen Anpassung unterziehen, wobei die erste Stufe gemeinsam für alle Ereignisse gilt, bei der zweiten aber zwei Hypothesen mit unterschiedlichen Zerfallskaskaden getestet werden:

- (1)  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} 8\gamma$
- (2a)  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} K_S \pi^0 \pi^0, K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0, 4\pi^0 \rightarrow 8\gamma$
- (2b)  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} 3\pi^0 \eta, 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma, \eta \rightarrow 2\gamma$

Eine Hypothese gilt zunächst als erfüllt, wenn ein Konfidenzniveau von mindestens 1 % erreicht wird. Ereignisse, die bereits an der ersten Hypothese scheitern, werden gleich ausgeschlossen. Alle anderen werden auch der zweiten unterworfen, und nur solche, die auch diese erfüllen, werden noch an der dritten Hypothese getestet. Letztere beschreibt physikalisch unerwünschte Zerfallskanäle, die aber zum selben Endzustand führen, wie etwa  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} K_S \pi^0 \eta$ , und dient daher als brauchbares Kriterium zur Unterdrückung von Untergrund. Es werden also nur Ereignisse in den letztgültigen Datensatz aufgenommen, die sowohl Hypothese (1) als auch (2a) erfüllen, aber nicht (2b).

In allen Fällen müssen Gesamtimpuls und Energie erhalten bleiben. Diese Forderung

stellt zunächst vier Randbedingungen (abgekürzt  $C$ , von *constraint*) dar. Weil aber in unserem Kanal Impuls und Energie fehlen, wird lediglich die Gleichheit der fehlenden Masse mit der  $K_L$ -Masse gefordert, so daß sich bei der ersten Hypothese die Zahl der Randbedingungen auf eins reduziert. Man spricht daher von einer  $1C$ -Anpassung.

Mit jeder weiteren Forderung nach einer invarianten Masse innerhalb des Zerfallskanals erhöht sich die Zahl der Randbedingungen jedoch wieder um eins. Die zweite Hypothese ist demnach eine  $6C$  und die dritte eine  $5C$ -Anpassung. Ganz allgemein gilt, je höher die Zahl der Randbedingungen ist, desto zuverlässiger erscheinen bei Erfüllung der jeweiligen Hypothese die korrigierten Meßgrößen.

Bei der ersten der oben genannten Hypothesen gibt es nur eine mögliche Kombination, die Teilchen anzuordnen. Bei der zweiten und dritten müssen hingegen 630 bzw. 420 Kombinationen geprüft werden. Da kann es vorkommen, daß für mehrere Kombinationen das vorgegebene Mindestkonfidenzniveau überschritten wird. In diesem Fall wird die Kombination mit dem besten Konfidenzniveau ausgewählt, ein Umstand, der allerdings nur bei Hypothese (2a) eine Rolle spielt, denn jedes Ereignis, das (2b) erfüllt, wird automatisch verworfen, egal ob das Konfidenzniveau für (2a) höher war oder nicht. Dies liefert die beste Absicherung gegen unerwünschte Untergrundereignisse.

Die kinematischen Anpassungen wurden mit einem bewährten, am Crystal- Barrel-Experiment entwickelten Programm bewerkstelligt [20]. Tabelle 7 listet die Anzahl der Ereignisse auf, die die genannten Hypothesen bzw. deren Kombinationen erfüllten. Es bleiben bei einem Mindestkonfidenzniveau von  $CL = 1\%$  genau 10815 Ereignisse übrig, die das oben genannte Auswahlkriterium passierten, was in guter Übereinstimmung mit unseren Erwartungen liegt.

Für mehr als die Hälfte dieser Ereignisse gibt es nun verschiedene Möglichkeiten, das  $K_S$ -Meson aus Pionpaaren zu rekonstruieren. Abb.15 zeigt neben der Anzahl dieser sog. guten Kombinationen für Hypothese (2a) die Verteilung des Konfidenzniveaus der jeweils besten Kombination. Sie beginnt erst ungefähr ab 10% flach zu verlaufen. In den abschließenden Datensatz werden deshalb nur Ereignisse mit  $CL > 10\%$  aufgenommen. Von den 17 Mio. *all neutral* getriggerten Ereignissen bleiben mithin 7434 übrig, die nun kinematisch angepasst einer Partialwellenanalyse unterzogen werden.

Kriterium	Ereignisse
vor kinematischer Anpassung	44 608
$CL(K_L 8\gamma) > 1\%$	37 230
$CL(K_L K_S \pi^0 \pi^0) > 1\%$	11 542
$CL(K_L K_S \pi^0 \pi^0) > 1\%$ , $CL(K_L K_S \pi^0 \eta) < 1\%$	10 815
$CL(K_L K_S \pi^0 \pi^0) > 10\%$ , $CL(K_L K_S \pi^0 \eta) < 1\%$	7 434

Tabelle 7: Anzahl der Ereignisse, welche die Bedingungen an die jeweils genannten kinematischen Hypothesen erfüllten. Die letzte Zeile nennt das Kriterium für den endgültigen Datensatz.

Zuvor wollen wir aber noch die Reinheit der Daten und die Zuverlässigkeit der kinematischen Anpassung prüfen und eine möglichst genaue Abschätzung für den Anteil falsch rekonstruierter Ereignisse angeben.

### Die Güte der Anpassung und die Reinheit der Daten

Neben der weitgehend flachen Verteilung der Vertrauenswahrscheinlichkeit oberhalb des Schnittes auf  $CL = 10\%$  kann die Untersuchung der sogenannten *pulls* Aufschluß über die Güte der Anpassung geben. Der *pull* ist in erster Näherung die Differenz zwischen angepaßtem Wert und Meßwert, geteilt durch den gegebenen Meßfehler, und stellt somit ein Maß für die Stärke der Korrektur der Meßgrößen dar.

Anhand der Breite der *pulls* kann die Richtigkeit der angenommenen Fehlergrößen überprüft werden. Ist der Fehler gaußisch verteilt, so sollte die Breite der Verteilung  $\sigma_{pull} = 1$  sein. Die unteren drei Bilder in Abb. 15 veranschaulichen die *pulls* der Photonenenergie und der Winkel  $\phi$  und  $\theta$  der Photonenimpulse. Die Breiten der Gaußanpassungen aller drei Pullverteilungen betragen im Rahmen der Anpassungsfehler eins.

Betrachten wir noch einmal die Signale aller stabilen Teilchen im Datensatz der 7434 Ereignisse nach dem Schnitt auf  $CL = 10\%$  in Abb. 16. In jedes Histogramm wurden *gemessene* Größen eingetragen, nicht die kinematisch korrigierten. Auf diese Weise erkennt man direkt, welche Ereignisse von der Anpassung ausgeschlossen wurden, und wie sich dies auf die Spektren auswirkt. Die Zuordnung von Photonen zu Pionen erfolgte allerdings gemäß den Anpassungsergebnissen.

Jegliche Andeutung eines etwaig vorhandenen  $\eta$ -Mesons bei  $550 \text{ MeV}/c^2$  in der invarianten  $\gamma\gamma$ -Masse fehlt erfreulicherweise. Das  $\pi^0$ -Signal ist im Vergleich zu Abb. 12 schmaler geworden, weist aber noch eine asymmetrische Struktur auf. Während die rechte Breite unverändert  $\sigma_2 = 6,0 \text{ MeV}/c^2$  beträgt, erscheint die linke mit  $\sigma_1 = 8,4 \text{ MeV}/c^2$  etwas reduziert, ein Zeichen dafür, daß einige Ereignisse mit hohem  $K_S$ -Impuls, der zu kleineren scheinbaren  $\pi^0$ -Massen führt, von der kinematischen Anpassung verworfen wurden.

Dieser Sachverhalt äußert sich noch deutlicher am  $K_S$ -Signal. Es ist gaußisch symmetrisch und besitzt die Breite  $\sigma = 13 \text{ MeV}/c^2$ , die damit um etwa  $7 \text{ MeV}/c^2$  schmaler ist, als die linke Breite  $\sigma_1$  des gleichen Signals in Abb. 14. Offenbar sind einige Ereignisse mit hohem  $K_S$ -Impuls verloren gegangen. Andererseits hält sich die systematische Beschneidung des  $K_S$ -Impulses offenbar in Grenzen, denn die mittlere gemessene Masse der  $K_S$ -Mesonen, die von der kinematischen Anpassung akzeptiert wurden, liegt wie beim Signal in Abb. 14 mit  $m = 492 \text{ MeV}/c^2$  noch um gut  $7 \text{ MeV}/c^2$  tiefer als die nominale Kaonmasse.

Die Verteilung der fehlenden Masse besitzt die Breite  $\sigma = 30 \text{ MeV}/c^2$ . Alle Ereignisse, die durch den Schnitt auf die fehlende Masse zwischen  $400$  und  $600 \text{ MeV}/c^2$  vorselektiert wurden, liegen somit in einem  $\pm 3,3\sigma$ -Bereich des  $K_L$ -Signals, was die Grenzen dieses Massenfensters nachträglich rechtfertigt. Sichtbarer Untergrund ist hier verschwunden.

Auch die  $K_S$ -Spitze sitzt auf Einträgen, die ausschließlich durch die Kombinatorik



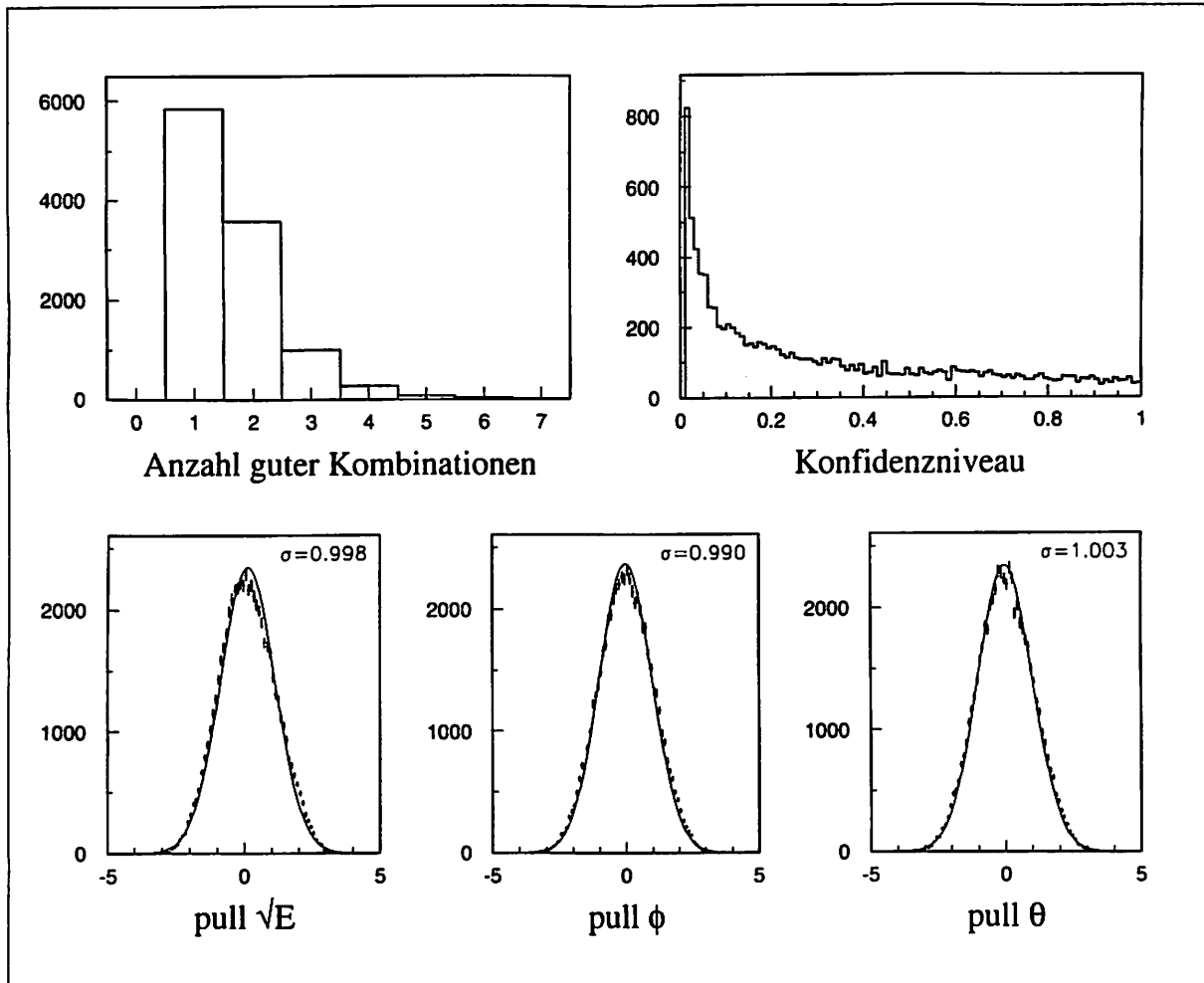


Abbildung 15: Anzahl möglicher Teilchenkombinationen für Hypothese (2a) mit  $CL \geq 1\%$  (oben links). Verteilung des Konfidenzniveaus für die jeweils beste Kombination (oben rechts). *Pull*-Verteilungen der Photonenenergie und der Impulsrichtung  $\phi$  und  $\theta$  nach dem Schnitt auf  $CL = 10\%$  (unten). Die Gaußanpassungen mit Breiten von eins beweisen die Richtigkeit der angenommenen Meßfehler.

der Pionen zustande kommen. Die an das  $K_S$ -Signal angepasste Gaußkurve sammelt nämlich  $7540 \pm 190$  Einträge unter sich, was innerhalb der Fehlergrenzen mit der Ereignisanzahl von 7434 übereinstimmt. Hatten wir bei unserer vorläufigen Methode der  $K_S$ -Rekonstruktion im letzten Kapitel noch einen Beitrag von 3,3% an Untergrundereignissen gezählt, ist dieser nun zu nicht nachweisbaren Werten zusammengeschrumpft.

Der untersuchte Datensatz scheint nach bisherigem Ermessen also rein an  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen zu sein. Nun muß aber noch mit Sorgfalt der Frage nachgegangen werden, wie oft die Anpassungsroutine vor allem aufgrund der scheinbar verschobenen  $K_S$ -Masse gerade die falschen Pionen zu Kaonen kombiniert. Der Datensatz enthält daher neben richtig rekonstruierten  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen auch einen gewissen Anteil falsch zugeordneter Gamma- oder Pionpaare. Ereignisse, bei denen die aus dem Zerfall eines korrekt rekonstruierten Kaons stammenden Pionen falschen Gamma- oder Pionpaaren zugeordnet werden,

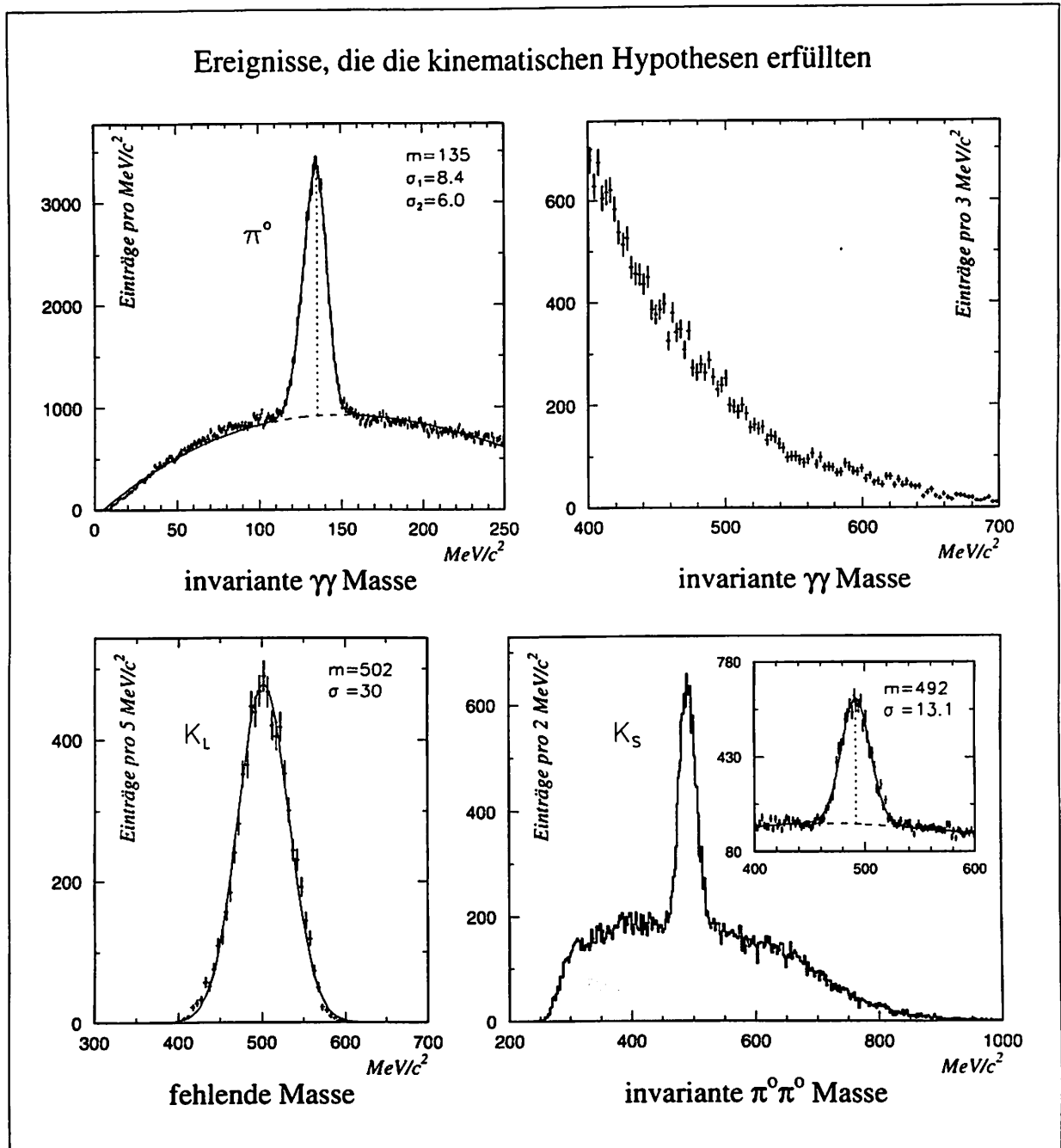


Abbildung 16: Signale aller stabilen Teilchen im endgültigen Datensatz. Die Zuordnung der Photonen zu Pionen erfolgte nach den Ergebnissen der kinematischen Anpassung. Aufgetragen wurden jedoch nicht die korrigierten, sondern die gemessenen Werte. Die invariante  $\gamma\gamma$ -Masse um  $550 \text{ MeV}/c^2$  zeigt kein Hinweis auf ein womöglich noch anwesendes  $\eta$ -Meson (oben rechts). Das Pionsignal ist asymmetrisch verteilt (oben links), das der beiden Kaonen hingegen symmetrisch (unten). Allerdings liefert die Gaußanpassung der  $K_S$ -Spitze einen deutlich geringeren Erwartungswert als die Nominalmasse. Die Anpassungsparameter sind auf signifikante Stellen angegeben.

tragen hierzu nicht bei, sofern die beiden anderen Pionen richtig rekombiniert wurden.

### Der Anteil falscher Rekonstruktionen

Den Anteil falsch rekonstruierter Pionen und  $K_S$ -Mesonen können wir abschätzen, wenn wir die  $\gamma\gamma$ -Masse bzw. die  $\pi^0\pi^0$ -Masse auftragen für alle Teilchenkombinationen, die von der kinematischen Anpassung keinem Pion bzw. keinem Kaon zugeordnet wurden. Im ersten Fall erhalten wir also 24, im zweiten fünf Einträge pro Ereignis. Übersehene oder falsch rekombinierte  $\pi^0$  und  $K_S$  werden in den Verteilungen als herausragende Signale bzw. Löcher erscheinen.

Wichtig ist, daß jetzt kinematisch angepasste Daten herangezogen werden. Denn Paare aus richtig rekonstruierten Pionen werden schärfer als etwaig übersehene Kaonen in der Massenverteilung hervortreten als dies bei Verwendung kinematisch nicht angepasster Werte der Fall wäre, da durch Verschmierung das Kaosignal geglättet und das Loch teilweise aufgefüllt würde.

Abb. 17 zeigt die beiden invarianten Massen. Alle Pionen sind offenbar richtig rekonstruiert worden. Jedenfalls sind keine signifikanten Abweichungen in der  $\gamma\gamma$ -Masse bei  $135 \text{ MeV}/c^2$  sichtbar. Dagegen liegen  $760 \pm 57$  Eintragungen für nicht identifizierte  $K_S$ -Mesonen in einer schmalen Spitze oberhalb der Kurve einer der  $\pi^0\pi^0$ -Massenverteilung angepassten kubischen Funktion, bzw.  $520 \pm 23$  Eintragungen für falsch kombinierte Pionpaare unterhalb dieser Kurve in einer Vertiefung an der Kaonmasse.

Die statistische Schwankung dieser Zahlen ergibt sich aus den absoluten Einträgen im Histogramm, nicht aus deren Differenzen (der Fehler der Kurvenanpassung ist als Null angenommen). Bei manchen Ereignissen werden also die aus einem schnell fliegenden Kaon kommenden Pionen zwar richtig erkannt, nicht aber das  $K_S$  selbst.

Insgesamt haben wir damit  $1280 \pm 60$  Eintragungen für falsch rekonstruierte Ereignisse. Die Frage ist nun, ob diese hierbei mehrfach gezählt werden. Es ist leicht einsehbar, daß ein "falsches" Ereignis genau doppelt beiträgt. Denn zu jedem Pionpaar, das aus einem nicht identifizierten  $K_S$  entsteht, gehört zumindest genau eine andere Pionkombination, die bei der kinematischen Anpassung bevorzugt wurde.

Die Flächen für Spitze und Vertiefung in Abb. 17 sollten daher in etwa gleich groß sein, was tatsächlich auch der Fall ist. Es reicht also, allein die Anzahl übersehener Kaonen zur Berechnung des Anteils falsch rekonstruierter Ereignisse heranzuziehen. Dieser setzt sich folglich aus  $760 \pm 57$  Ereignissen oder  $(10,2 \pm 0,8) \%$  zusammen.

### Die kinematischen Eigenschaften von $K_L$ und $K_S$

Der Annihilationsmechanismus unterscheidet bei festgelegter negativer  $C$ -Parität weder bei der Produktion resonanter Zwischenzustände noch bei deren Zerfall zwischen  $K_L$  und  $K_S$ . Alle kinematischen Variablen der Kaonen sollten deshalb gleichverteilt sein, was einen guten Test für die Güte der Rekonstruktion darstellt.

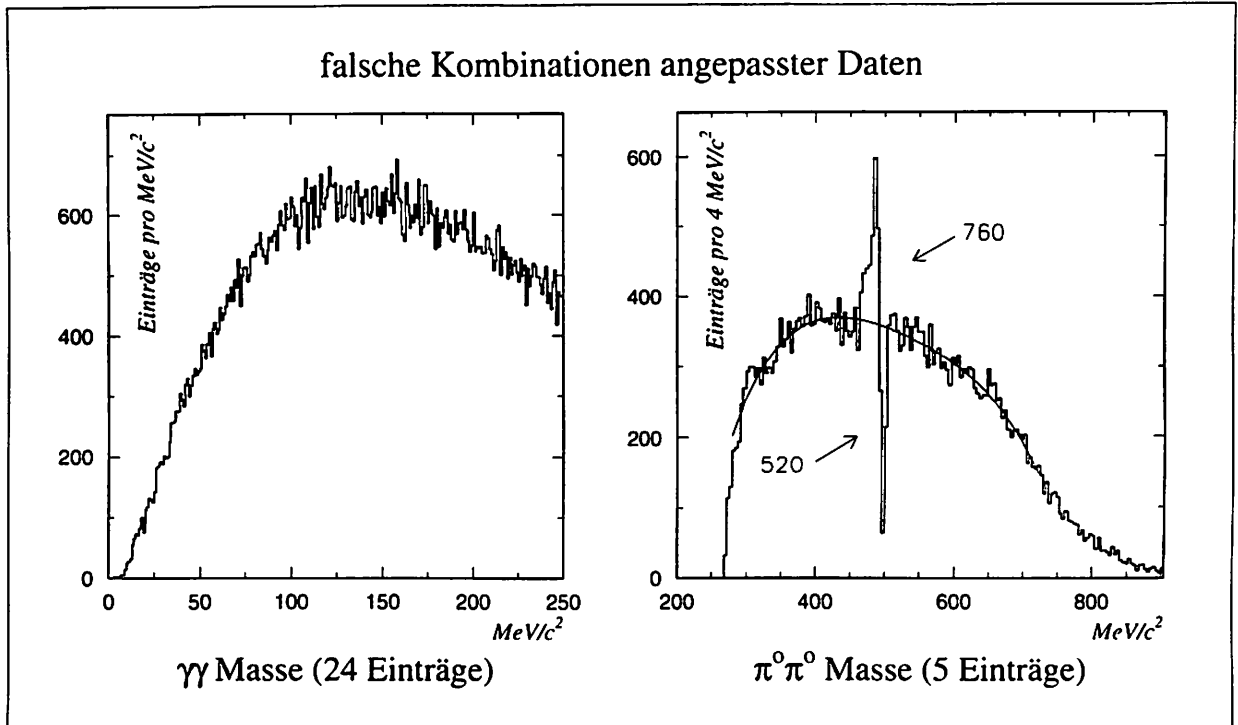


Abbildung 17: Invariante Massen von Gammas (links) und Pionen (rechts) für Kombinationen, die von der kinematischen Anpassung zur Rekonstruktion der Muttermesonen für falsch gehalten werden. Verwendet sind die *korrigierten* Vierervektoren mit 24 bzw. fünf Einträgen pro Ereignis. Falsch rekonstruierte Ereignisse führen nahe der  $K_S$ -Masse oberhalb und unterhalb einer der  $\pi^0\pi^0$ -Massenverteilung angepassten Kurve zu  $760 \pm 57$  bzw.  $520 \pm 23$  Eintragungen.

In Abb. 18 sind Impuls und die invariante  $K\pi^0$ -Masse für beide Kaonen in jeweils ein und dasselbe Histogramm eingetragen. Tatsächlich stimmen die Verteilungen im Wesentlichen überein. Es werden lediglich mehr  $K_S$ -Mesonen im unteren Impulsbereich bis etwa  $250 \text{ MeV}/c^2$  gezählt als  $K_L$ -Mesonen. Dies steht freilich im Einklang mit unseren Erwartungen, da aufgrund des verschobenen Zerfallsvertex  $K_S$ -Teilchen mit niedrigen Impulsen bei der Selektion begünstigt sind.

Entsprechend überwiegen relativ stark  $K_L$ -Mesonen bei Impulsen ab  $250 \text{ MeV}/c^2$  bis etwa  $480 \text{ MeV}/c^2$ . Interessanter Weise ist oberhalb dieses Wertes die Abweichung nur noch geringfügig. Offenbar spielt noch ein zweiter Effekt bei der Unterschiedlichkeit der Kaonselektion im unteren Impulsbereich eine Rolle: Wie im Kapitel 4.1 einleitend schon erwähnt, scheint die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von  $K_L$ -Mesonen mit niedrigen Impulsen größer zu sein. Hinzu kommt noch die erhöhte Zerfallswahrscheinlichkeit. Beides bewirkt nun bei der Ereignisauswahl eine Unterdrückung von langsameren  $K_L$ -Mesonen.

Signifikante Abweichungen der invarianten  $K\pi^0$ -Massen können kaum festgestellt werden. Insbesondere ist das Signal des  $K^*(892)$ -Mesons bei beiden Kaonen gleichverteilt. Im Bereich um etwa  $750 \text{ MeV}/c^2$  überwiegen allerdings Einträge für  $K_S\pi^0$ . Man kann nun *nicht* argumentieren, daß die Verteilung der  $K_S\pi^0$ -Masse prinzipiell eher der Wirklichkeit

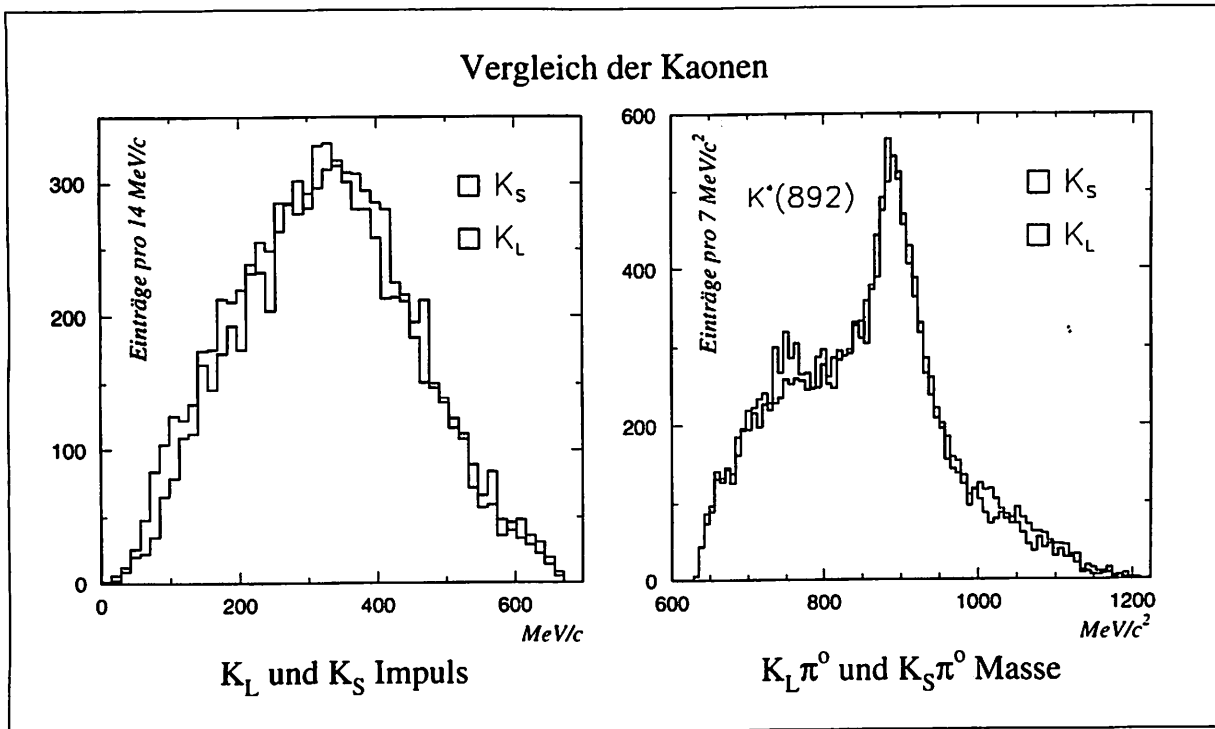


Abbildung 18: Impulsverteilungen der Kaonen (links) und invariante  $K\pi^0$ -Masse mit zwei Einträgen pro Ereignis (rechts) nach der kinematischen Anpassung. Einträge für  $K_L$ -Mesonen sind jeweils grau schattiert wiedergegeben. Die Verteilungen stimmen in beiden Fällen gut überein. Langsame  $K_S$ -Mesonen sind jedoch aufgrund der starken Verschiebung des Zerfallsvertex bei hohen Impulsen gegenüber den  $K_L$ -Mesonen geringfügig bevorzugt. Bei beiden  $K\pi^0$ -Massen ist das Signal des neutralen  $K^*(892)$ -Mesons mit  $896 \text{ MeV}/c^2$  Nominalmasse identisch. Die Anhäufung von  $K_S \pi^0$ -Massen bei etwa  $750 \text{ MeV}/c^2$  ist ein Artefakt, das auf den zehnprozentigen Anteil falsch rekonstruierter  $K_S$ -Mesonen zurückgeht (siehe Text).

entspricht als die der  $K_L \pi^0$ -Masse, weil die Möglichkeit besteht, daß bei Ereignissen mit einem falsch rekonstruierten Kaon durch die Hinzunahme eines dritten Pions die invariante  $K_S \pi^0$ -Masse wieder stimmt.

Wir haben nämlich *zwei* Einträge pro Ereignis, und bei den beiden Typen falscher  $K_S$ -Mesonen (entweder ein oder zwei Pionen sind falsch kombiniert) gelangen entweder ein richtiger und ein falscher Eintrag in das  $K_S \pi^0$ -Histogramm oder zwei falsche Einträge. Genau die gleichen Möglichkeiten ergeben sich aber auch beim  $K_L \pi^0$ -Histogramm, so daß eine Unterscheidung für beide Kaontypen hier nicht möglich ist (wie das übrigens für die invariante  $K\pi^0$ -Masse im Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0$  durchaus der Fall ist).

Besagte Anhäufung ist vielmehr direkte Folge des zehnprozentigen Anteils falscher  $K_S$ -Mesonen, also ein Artefakt, die Vortäuschung einer physikalischen Gegebenheit. Das zeigt sich, wenn die  $K\pi^0$ -Masse nur für Ereignisse aufgetragen wird, bei denen jede der fünf "falschen" Pionkombinationen eine Masse außerhalb des Bereichs  $m(\pi^0 \pi^0) = 464 \dots 492 \text{ MeV}/c^2$  liefert, wenn also der Anteil falscher  $K_S$ -Mesonen sicher ausgeschlossen wird. Dann werden die  $K\pi^0$ -Verteilungen beider Kaontypen im Rahmen statistischer

Fluktuationen im genannten Bereich ununterscheidbar.

## 4.5 Monte-Carlo-Studien

Wir haben gesehen, daß der kinematisch angepasste Datensatz einen etwa zehnpromigen Anteil falsch rekonstruierter  $K_S$ -Mesonen besitzt, aber vermutlich untergrundfrei ist, d.h. keinen nennenswerten, nachweisbaren Beitrag von Ereignissen anderer Annihilationskanäle enthält. Diese Mutmaßung sollen nun Monte-Carlo-Studien verifizieren. Sie erlauben darüber hinaus auch die Bestimmung der Akzeptanz des untersuchten Annihilationskanals durch Detektor und Rekonstruktionsprogramme. Mit Hilfe der Akzeptanz läßt sich angeben, welcher Bruchteil der ursprünglich auf Band geschriebenen  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse tatsächlich in den rekonstruierten Datensatz Eingang fand. Aus ihm kann schließlich die absolute Produktionsrate für diesen Kanal berechnet werden.

### Simulation mit und ohne $K_L$ -Wechselwirkung

Unter Monte-Carlo-Simulation versteht man die best mögliche Nachahmung aller physikalischen Prozesse, die zu einem Ereignis gehören, angefangen vom Austritt der mesonischen Zerfallsprodukte aus dem Annihilationspunkt über die Wechselwirkung dieser Mesonen und ihrer Zerfallsprodukte mit allen Detektorkomponenten bis hin zur Signalauslese und -aufbereitung. Die Bestimmung der Akzeptanz erfordert insbesondere die Berücksichtigung aller Effekte, die zu einem Verlust von Ereignissen führen können, etwa die nicht vollständige Raumwinkelabdeckung des Kalorimeters. Das hier verwendete Simulationsprogramm CBGEANT [21] wurde von der Crystal-Barrel-Kollaboration auf der Basis des am CERN erstellten Detektorsimulationsprogramms GEANT [22] entwickelt.

Die Identifikation der langlebigen Kaonen geschah ausschließlich mit der Methode der fehlenden Masse, eine inelastische Streuung der Kaonen in den Detektormaterialien wurde bei den selektierten Ereignissen ausgeschlossen. Für die Simulation der Daten ist es also ausreichend, die Wahrscheinlichkeit einer hadronischen Wechselwirkung des  $K_L$ -Mesons mit den Kristallen des Kalorimeters gleich Null zu setzen. Allerdings kann in der Realität diese Wahrscheinlichkeit mit dem Kaonimpuls variieren, was zu Akzeptanzschwankungen innerhalb des Phasenraums der selektierten Daten führen würde.

Die bestehenden theoretischen Konzepte und die bisher gemessenen  $K_L$ -Nukleon-Wirkungsquerschnitte reichen jedoch nicht aus, um die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit des  $K_L$  mit den Cäsium- und Jod-Kernen der Kristalle hinreichend genau zu berechnen. Mit dem Crystal-Barrel-Detektor konnten aber in anderen Annihilationskanälen, die zu Endzuständen mit Seltsamkeit führen, die hadronische Wechselwirkung von  $K_L$ -Mesonen im Kalorimeter beobachtet werden [17]. Der experimentell ermittelte Wert der Wahrscheinlichkeit beträgt dabei

$$P_{ww} = (42 \pm 8) \%$$

innerhalb eines Impulsbereiches  $p(K_L)$  von 200 MeV/c bis 700 MeV/c, wobei sich Varia-

tionen mit dem Kaonimpuls mit der bisher zur Verfügung stehenden Statistik nicht nachweisen lassen.

Der theoretische Wert von  $P_{ww}$  wird vom Simulationsprogramm GEANT mit etwa 97% viel zu hoch berechnet. Trotzdem soll auch ein Datensatz von Monte-Carlo-Ereignissen mit hadronischer  $K_L$ -Wechselwirkung generiert werden, um zu prüfen, ob die Simulation eine Impulsabhängigkeit von  $P_{ww}$  vorhersagt. Bei offensichtlich falscher Bestimmung der Wahrscheinlichkeit einer inelastischen Streuung ist eine solche Vorhersage freilich mit großer Vorsicht zu behandeln.

### Untergrund und Akzeptanz

Schließlich soll noch möglicher Untergrund im experimentellen Datensatz durch Monte-Carlo-Simulation untersucht werden. Zum Untergrund tragen Ereignisse bei, die alle Selektionsvorschriften und kinematischen Hypothesen erfüllen, obwohl sie keine  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse sind. Für seine exakte Bestimmung müßte man allerdings alle potentiellen Untergrundkanäle simulieren, was in diesem Fall nicht praktikabel ist, da sehr viele verschiedene Kanäle Beiträge zum Untergrund leisten können, deren Häufigkeit und Phasenraumverteilung noch dazu bisher wenig bekannt sind. Daher sei hier die Untersuchung auf den möglicherweise gefährlichsten, weil in seiner Zerfalls-Charakteristik sehr ähnlichen, kinematisch sogar identischen Untergrundkanal beschränkt:  $\bar{p}p \rightarrow K_S K_S \pi^0 \pi^0$ .

Bei dieser Reaktion annihiliert das Protonium mit positiver Ladungskonjugation, was also den an Zuständen mit  $C = -1$  reinen  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal mit falscher  $C$ -Parität kontaminieren würde. Für diesen Fall dürfen lediglich die Zerfallsprodukte eines der beiden  $K_S$ -Mesonen mit dem Detektor nicht wechselwirken. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist beliebig klein, wenn beide Kaonen neutral zerfallen, da dann alle vier zusätzlichen Photonen gleichzeitig durch die Löcher des Kalorimeters schlüpfen müßten, um ein  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignis vorzutäuschen.

Nicht so, wenn ein  $K_S$  geladen zerfällt. Für den Ausschluß des Falles, daß dabei beide geladenen Pionen von der inneren Proportionalkammer unerkant durch ein und dieselbe Kristallücke fliegen, sorgt schon der Schnitt auf die Impulsrichtung der fehlenden Masse in der Datenselektion. Die Flugrichtung bleibt aber unbestimmt, wenn das  $K_S$  in Ruhe zerfällt, und beide Pionen entgegengesetzt entlang des Strahlrohres entkommen. Ob dieser wohl unwahrscheinliche Fall tatsächlich eine Rolle spielt, soll mit simulierten Ereignissen getestet werden.

Insgesamt wurden drei verschiedene Monte-Carlo-Datensätze mit flacher Phasenraumverteilung erzeugt, um die Akzeptanz des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanals und einen womöglich beitragenden Untergrund zu bestimmen<sup>22</sup>. Alle simulierten Ereignisse werden dann denselben Auswahlkriterien unterworfen wie die experimentellen Daten. Die Selektionsvorschriften und die jeweils verbleibende Anzahl der Ereignisse sind in Tab. 8 aufgeführt.

- $\bar{p}p \rightarrow K_L^{*0} K_S \pi^0 \pi^0$ . Das  $K_L$ -Meson wird als rein fehlende Masse *missing mass*, al-

<sup>22</sup>Dank an Kersten Braune, der alle Simulationen durchgeführt hat.

so mit einer Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von Null simuliert. Das  $K_S$ -Meson zerfällt rein neutral. Von 20 000 erzeugten Ereignissen erfüllen 2 689 alle Selektionskriterien. Wir erhalten die Akzeptanz

$$\epsilon(K_L^{mm}K_S\pi^0\pi^0) = (13,4 \pm 0,3) \% . \quad (9)$$

- $\bar{p}p \rightarrow K_L^{uw}K_S\pi^0\pi^0$ . Das  $K_L$ -Meson wird mit der fehlerhaften Berechnung der hadronischen Wechselwirkung im Monte-Carlo-Programm GEANT simuliert. Auch hier zerfällt das  $K_S$ -Meson rein neutral. Von 60 000 erzeugten Ereignissen erfüllen nur 248 alle Selektionskriterien. Wir erhalten die Akzeptanz

$$\epsilon(K_L^{uw}K_S\pi^0\pi^0) = (0,41 \pm 0,03) \% . \quad (10)$$

Das Verhältnis der Akzeptanzen der Kanäle mit und ohne Wechselwirkung liefert direkt die zu hoch berechnete Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von 97 % für  $K_L$ -Mesonen.

- $\bar{p}p \rightarrow K_S K_S \pi^0 \pi^0$ . Ein  $K_S$  zerfällt immer neutral, das andere immer geladen. Das entspricht zwar nicht ganz dem Verzweigungsverhältnis beider  $K_S$ -Zerfallsmoden von etwa 1/3 zu 2/3, spielt hier aber auch keine Rolle, da es nur auf die prinzipielle Simulation eines Untergrundkanals ankommt. Von 40 000 erzeugten Ereignissen erfüllen gerade zwei die Selektionskriterien. Der Beitrag dieses favorisierten Kandidaten für einen Untergrundkanal ist demnach gänzlich vernachlässigbar: Geht man davon aus, daß der Endzustand  $K_S K_S \pi^0 \pi^0$  halb so oft aus der Protoniumvernichtung erreicht wird wie  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  (vgl. Tab. 4), dann ist die erwartete Anzahl an  $K_S K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen im  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Datensatz

$$7434 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \epsilon(K_S K_S \pi^0 \pi^0) \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}{\epsilon(K_L^{mm} K_L \pi^0 \pi^0) \cdot (1 - P_{uw})} = 1,06 . \quad (11)$$

Die Vermutung, der experimentelle Datensatz ist rein an  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen, bekam durch Monte-Carlo-Simulation ein weiteres Indiz. Auch der zehnpromtente Anteil an falsch rekonstruierten  $K_S$ -Mesonen kann so bestätigt werden. Trägt man nämlich für alle Monte-Carlo-Ereignisse ohne hadronische  $K_L$ -Wechselwirkung die invariante  $\pi^0 \pi^0$ -Masse für Paarkombinationen auf, die von der kinematischen Anpassung zur Rekonstruktion eines  $K_S$  verworfen wurden (fünf Einträge pro Ereignis), dann zählt man in der Region der Kaonmasse  $244 \pm 32$  Einträge oberhalb, bzw.  $168 \pm 15$  Einträge unterhalb einer Kurve, die den flach verteilten Phasenraum darstellt (siehe Abb. 19 oben). Berücksichtigen wir wieder nur die Einträge für "übersehene" Kaonen, erhalten wir bezogen auf alle 2 689 Monte-Carlo-Ereignisse einen Anteil falsch zusammengesetzter  $K_S$ -Mesonen von  $(9,1 \pm 1,2) \%$ .

Für gleiche Überlegungen ist der Datensatz der 248 Monte-Carlo-Ereignisse mit hadronischer  $K_L$ -Wechselwirkung mangels Statistik nicht geeignet. Dieser scheint vielmehr die prinzipielle Unzulänglichkeit der für die Simulation der inelastischen  $K_L$ -Streuung zuständigen Monte-Carlo-Routine offenzulegen. Erstens ist die totale Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit 97 % zu hoch gegriffen, und zweitens wird eine starke Abnahme



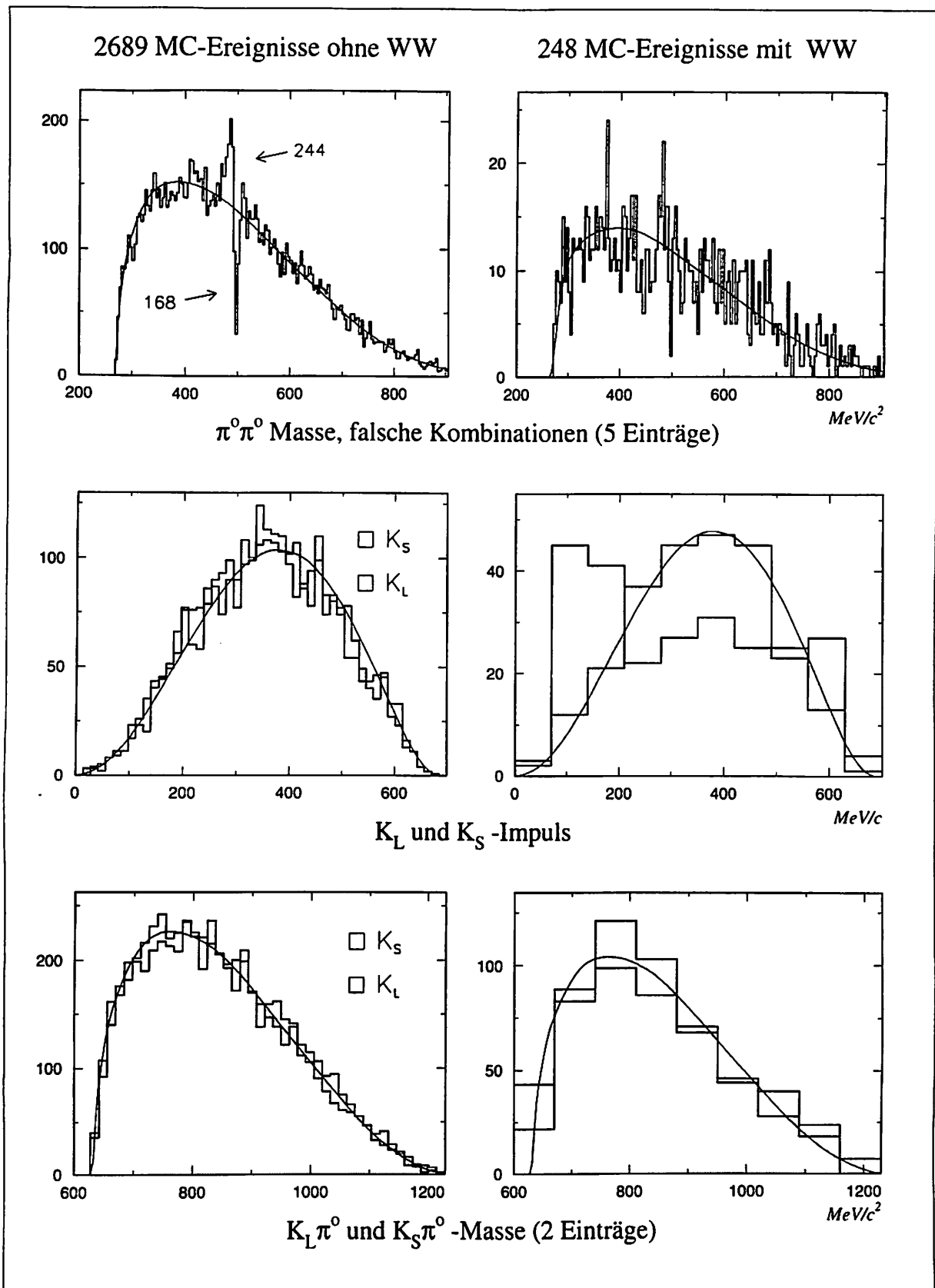


Abbildung 19: Monte-Carlo-Daten ohne und mit  $K_L$ -Wechselwirkung im Vergleich (linke bzw. rechte Bildhälfte). Gezeigt sind die invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse für Kombinationen, die von der Anpassung für falsch gehalten wurden (fünf Einträge pro Ereignis), sowie jeweils Impulse und invariante  $K\pi^0$ -Massen der  $K_L$ - und  $K_S$ -Mesonen. Die durchgezogenen Linien stellen den lorentzinvarianten Phasenraum dar.

Auswahlkriterien	$K_L^{mm} K_S 2\pi^\circ$	$K_L^{ww} K_S 2\pi^\circ$	$K_S K_S 2\pi^\circ$
insgesamt produziert	20 000	60 000	40 000
neutral	18 348	46 694	10 784
8 PEDs	10 010	8 952	100
$970 \text{ MeV} < E_{tot} < 1450 \text{ MeV}$	9 916	5 690	39
kein PED in Kristalltyp #13	7 827	4 460	29
$21^\circ < \theta_{\bar{p}} < 159^\circ$	7 365	3 852	19
$400 \text{ MeV}/c^2 < m_{miss} < 600 \text{ MeV}/c^2$	6 646	2 832	14
$CL(K_L 8\gamma) > 1\%$	6 298	2 214	11
$CL(K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ) > 1\%$	4 096	415	2
$CL(K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ) > 1\%$ , $CL(K_L K_S \pi^\circ \eta) < 1\%$	3 908	385	2
$CL(K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ) > 10\%$ , $CL(K_L K_S \pi^\circ \eta) < 1\%$	2 689	248	2
Akzeptanz $\epsilon$	0,134	$4,1 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 8: Ereignisstatistik von drei verschiedenen Monte-Carlo-Datensätzen bei Gebrauch derselben Kriterien von Vorselektion und kinematischer Anpassung, die schon auf den experimentellen Datensatz angewandt wurden. Ereignisse vom Typ  $K_L^{mm} K_S 2\pi^\circ$  wurden ohne jedwede Wechselwirkung des  $K_L$ -Mesons generiert ( $mm$  für *missing mass*), solche vom Typ  $K_L^{ww} K_S 2\pi^\circ$  dagegen mit. Die  $K_L$ -Wechselwirkungswahrscheinlichkeit wird vom Simulationsprogramm GEANT mit 97% deutlich zu hoch angenommen. Untergrundereignisse des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K_S K_S \pi^\circ \pi^\circ$ , wobei der Zerfall des einen  $K_S$  immer neutral, der des anderen immer geladen simuliert wurde, sind als Beiträge vernachlässigbar.

dieser Wahrscheinlichkeit zu kleinen  $K_L$ -Impulsen hin vorhergesagt (Abb. 19 Mitte rechts): während die  $K_S$ -Impulsverteilung dem Phasenraum in etwa folgt, überwiegen im unteren Bereich Einträge für  $K_L$ -Mesonen deutlich.

Das widerspricht nun eklatant den experimentellen Daten, die behaupten, eine Wechselwirkung wird bei kleineren Impulsen eher wahrscheinlicher. Diese Annahme wird auch von der Tatsache unterstützt, daß beim experimentellen Datensatz (Abb. 18) die Diskrepanz zwischen  $K_L$  und  $K_S$  in der Impulsverteilung stärker hervortritt als bei Monte-Carlo-Ereignissen ohne  $K_L$ -Wechselwirkung (Abb. 19 Mitte links), was offensichtlich nur durch die Wechselwirkung der realen Kaonen selbst erklärt werden kann.

Die Anhäufung von Einträgen für  $K_S \pi^\circ$ -Ereignisse bei  $750 \text{ MeV}/c^2$ , die bei den experimentellen Daten zu sehen war (Abb. 18 rechts), wird auch beim Monte-Carlo-Datensatz mit den Ereignissen ohne Wechselwirkung reproduziert (siehe Abb. 20 unten). Auch hier verschwindet dieses Artefaktum, wenn durch einen Schnitt in der  $\pi^\circ \pi^\circ$ -Masse falsch rekonstruierte Ereignisse ausgeschlossen werden.

### Ein Ersatz für Monte-Carlo-Daten

Die völlige Andersartigkeit der Rekonstruktion von  $K_L$ - und  $K_S$ -Mesonen wirkt sich auf die Monte-Carlo-Ereignisse ohne  $K_L$ -Wechselwirkung letztlich marginal aus. Zwischen beiden Mesonen wird hinsichtlich ihrer kinematischen Eigenschaften deshalb von nun an nicht mehr unterschieden. Die in Abb. 19 gezeigten Verteilungen stimmen darüberhinaus sehr gut mit dem lorentzinvarianten Phasenraum überein, der in allen Teilbildern als durchgezogene Linie dargestellt ist. Es erscheint praktikabel, für die in der Partialwellenanalyse notwendige Normierung der experimentellen Daten anstatt der Monte-Carlo-Ereignisse gleich den flachen Phasenraum zu verwenden.

Dies hat enorme Vorteile. Homogen im Phasenraum verteilte Ereignisse (hier als *LIPS*-Ereignisse bezeichnet) lassen sich praktisch in beliebiger Menge herstellen. Es wird notwendig sein, für bestimmte Tests etwa  $10^6$  von ihnen zu produzieren, was nur wenige Minuten in Anspruch nimmt. Entsprechend müßte eine schnelle CPU zur Simulation derselben Anzahl "echter" Monte-Carlo-Ereignisse eine Zeitdauer in der Größenordnung von Monaten arbeiten.

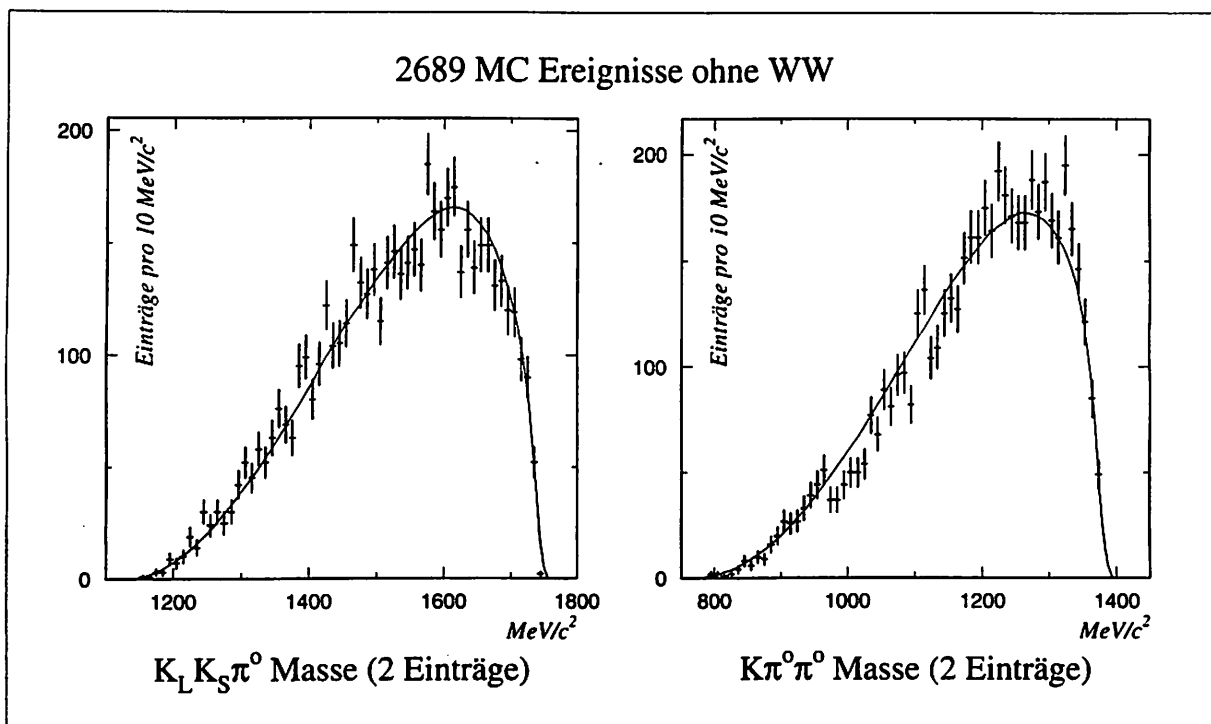


Abbildung 20: Invariante  $K_L K_S \pi^0$ - und  $K \pi^0 \pi^0$ -Masse mit jeweils zwei Einträgen pro Ereignis für den Monte-Carlo-Datensatz ohne hadronische  $K_L$ -Wechselwirkung. Die durchgezogenen Kurven repräsentieren homogen im Phasenraum verteilte Ereignisse.

Die hier gezeigte und im folgenden verwendete Besetzung des Phasenraums durch *LIPS*-Ereignisse ist jedoch nicht wirklich flach. Er wird vielmehr einer Behandlung unterzogen, die die Berücksichtigung einiger Detektormerkmale gewährleistet. Erzeugung und

einstellbare Manipulation der *LIPS*-Ereignisse wird von einem speziellen Programmpaket übernommen [25]. Zunächst werden  $K^0 K^0 \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse mit einem Gewicht von eins gewürfelt (die von der CERN-Routine GENBOD [26] hergestellten Phasenraumereignisse haben zunächst unterschiedliche Gewichte; ein Vergleich dieser Gewichte mit dem zu suchenden maximalen Gewicht erlaubt bei mehrfachem Würfeln die Erzeugung gleichverteilter Ereignisse). Eines der Kaonen wird sodann als nicht wechselwirkendes  $K_L$  definiert, das andere als  $K_S$ , welches neutral zerfällt. Alle Pionen zerfallen schließlich in Photonen. An das  $K_L$ -Meson und die acht Photonen werden dann folgende Schnitte angebracht:

- Die Photonen müssen eine Mindestenergie von 20 MeV besitzen. Das ist der gleiche Energieschnitt wie bei den experimentellen Daten. Er unterdrückt zu 8,6% ein Ereignis.
- Die Impulsrichtung jedes Photons muß innerhalb eines Bereiches des polaren Winkels  $\theta$  von  $21^\circ$  bis  $159^\circ$  liegen. Diese Bedingung garantiert, daß kein Photon durch die Löcher des Kalorimeters fliegen kann. Sie verwirft mit einer Wahrscheinlichkeit von 41,5% ein Ereignis.
- Der Winkel zwischen zwei beliebigen Photonen darf  $6^\circ$  nicht unterschreiten. Hierdurch soll verhindert werden, daß die Energiedepositionen dieser Photonen in den Kristallen ununterscheidbar zu einem einzigen PED verschmelzen würden. Dieser Schnitt schließt allerdings nur sehr selten ein Ereignis aus.
- Auch die Flugrichtung des  $K_L$ -Mesons muß sich innerhalb des  $\theta$ -Bereiches zwischen  $21^\circ$  und  $159^\circ$  befinden. Das ist dieselbe Bedingung, die auch an die realen Daten gestellt wird. Es werden dadurch 6,6% (das ist genau der Raumwinkelanteil) der Ereignisse verstoßen.

Die Tauglichkeit des so hergestellten, manipulierten Phasenraums zum Ersatz der Monte-Carlo-Daten ohne  $K_L$ -Wechselwirkung soll noch anhand der beiden anderen möglichen invarianten Massen demonstriert werden (Abb. 20). Der Phasenraum (durchgezogene Linie) repräsentiert recht gut sowohl die  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ - als auch die  $K \pi^0 \pi^0$ -Masse der Monte-Carlo-Ereignisse (Verteilung mit Fehlerbalken).

## 4.6 Ergebnisse

### Das Verzweigungsverhältnis

Aus den bisherigen Informationen läßt sich jetzt das absolute Verzweigungsverhältnis  $B(\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0)$  bei der Protoniumannihilation in Ruhe in den untersuchten Kanal bestimmen. Hierzu wird die Akzeptanz  $\epsilon$  der Monte-Carlo-Ereignisse ohne  $K_L$ -Wechselwirkung verwendet. Neben der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit  $P_{ww}$  ist noch die Kenntnis des Anreicherungsfaktors  $c_{trig}$  des *all-neutral*-Triggers erforderlich.

Neutrale Endzustände machen nur etwa 4 % aller Annihilationen aus. Den mit dem *all-neutral*-Trigger aufgezeichneten Ereignissen  $N_0$  (ohne *slow control* Ereignisse) liegen daher etwa 25 mal mehr Annihilationen zugrunde. Eine genaue Berechnung von  $c_{trig}$  für die Datensätze Dez. '89, Juni '90, Juli '90 und Nov. '90 wurde bereits anderweitig durchgeführt [23]. Der sich daraus ergebende Mittelwert mit entsprechender Schwankung wird hier für den gesamten *all-neutral*-Datensatz verwendet.

Zur Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses darf nur die Anzahl  $N$  der kinematisch angepassten Ereignisse herangezogen werden, welche direkt aus dem *all-neutral*-Datensatz hervorgehen, also alle rekonstruierten abzüglich der 793 Ereignisse, die aus dem Datensatz gewonnen wurden, welcher mit dem speziellen Trigger auf totale Energie im Juni '91 aufgenommen wurde. Schließlich geht in die Berechnung noch das relative Verhältnis  $B(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)$  [14] des neutralen  $K_S$ -Zerfallskanals zu allen anderen  $K_S$ -Zerfallsmoden ein. Wir erhalten

$$B(\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0) = \frac{N}{N_0 \cdot c_{trig} \cdot \epsilon \cdot (1 - P_{ww}) \cdot B(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = (6,40 \pm 0,95) \cdot 10^{-4}$$

mit

$$\begin{aligned} N &= 6641 \pm 81 \\ N_0 &= 16\,994\,204 \pm 4100 \\ c_{trig} &= 25,0 \pm 1,2 \\ \epsilon &= 0,134 \pm 0,003 \\ P_{ww} &= 0,42 \pm 0,08 \\ B(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0) &= 0,3139 \pm 0,0028 \end{aligned}$$

Die genannten Fehler für  $N$  und  $\epsilon$  sind rein statistischer Natur. Man hofft, daß eventuell verbliebene Unzulänglichkeiten der verwendeten Rekonstruktionsprogramme, die zum systematischen Fehler in der Bestimmung von  $N$  beitragen könnten, durch die Akzeptanzberechnung mittels Monte-Carlo-Daten, die ja dieselbe Selektionsprozedur durchwandern mußten, unwirksam gemacht werden. Etwaige Übelstände im Simulationsprogramm selbst sind allerdings von Natur aus nicht wissbar, da sie andernfalls beseitigt wären, und mögen dem systematischen Fehler zuarbeiten.

### Der Isospinzustand des $\pi\pi$ -Systems

Es ist das erste Mal, daß die Produktionsrate von  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  bei der Protoniumannihilation gemessen wurde. Das Verzweigungsverhältnis der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^+ \pi^-$  für in flüssigem Wasserstoff gestoppte Antiprotonen wurde hingegen bereits 1966 in einem Blasenammer-Experiment zu  $(2,79 \pm 0,42) \cdot 10^{-3}$  bestimmt [24]. Hierfür dienten 1418 rekonstruierte Ereignisse mit einem geladen zerfallenden  $K_S$  und einem unbeobachteten Kaon, das ein nicht wechselwirkendes  $K_L$  oder ein neutral zerfallendes  $K_S$  sein konnte. Die

Anzahl der  $K_L K_S \pi^+ \pi^-$  Ereignisse wurde nach Abzug des  $K_S K_S \pi^+ \pi^-$ -Anteils berechnet, welcher für geladene  $K_S$ -Zerfälle gemessen wurde.

Ein Vergleich der Produktionsraten beider Kanäle kann einen ersten Aufschluß des Isospinzustandes des  $\pi\pi$ -Systems erbringen. Wir erhalten den experimentellen Wert:

$$\frac{B(\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0)}{B(\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^+ \pi^-)} = 0,23 \pm 0,05$$

Sowohl das Protonium als auch das  $K_L K_S$ -System können im Isospinraum die Werte  $|I, I_z\rangle = |0,0\rangle$  und  $|1,0\rangle$  einnehmen. Eine theoretische Einschränkung der möglichen Isospinzustände des Dipions ergibt sich daraus also nicht. Das  $\pi^0 \pi^0$ -System kann in den Zuständen  $|0,0\rangle$  und  $|2,0\rangle$  auftreten, das  $\pi^+ \pi^-$ -System zusätzlich noch in  $|1,0\rangle$ , siehe hierzu Anhang A. Um aber einen Hinweis zu bekommen, welche Zustände realisiert sind, seien sieben vereinfachende Fälle unterschieden, die Tab. 9 zusammenfaßt.

$ 0,0\rangle$	$ 1,0\rangle$	$ 2,0\rangle$	$\frac{B(\pi^0 \pi^0)}{B(\pi^+ \pi^-)}$
1			0,5
	1		0
		1	2
1/2	1/2		0,2
1/2		1/2	1
	1/2	1/2	0,5
1/3	1/3	1/3	0,5

Tabelle 9: Sind die Isospinzustände  $|I, I_z\rangle$  des neutralen  $\pi\pi$ -Systems mit der jeweils angegebenen Wahrscheinlichkeit beteiligt, müßte sich unter Berücksichtigung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten das in der rechten Spalte aufgelistete Verhältnis der Produktionsraten von  $\pi^0 \pi^0$  zu  $\pi^+ \pi^-$  ergeben.

Der niedrige experimentell bestimmte Wert ist mit der vierten Annahme verträglich. Im Rahmen der Meßgenauigkeit darf also vermutet werden, daß das neutrale Dipion bei starker Unterdrückung des Zustandes mit  $I = 2$  etwa gleich wahrscheinlich mit Isospin  $I=0$  und  $I=1$  realisiert ist. Dieses Ergebnis ist freilich nicht überraschend.

## 4.7 Zusammenfassung

Der Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  wurde im Endzustand mit acht Photonen und einer fehlenden Masse, die auf ein  $K_L$ -Meson schließen läßt, aus allen Datenaufzeichnungen, die neutrale Ereignisse stark angereichert enthalten, extrahiert. Zusätzlich wurde als Datenquelle noch ein Experimentlauf verwendet, der mit Hilfe eines speziellen Triggers neutrale Ereignisse mit fehlender Energie gesammelt hat. Unter Berücksichtigung der Anreicherungs-faktoren

von 25 bzw. 155 entspricht das insgesamt 480 Mio. Protonium-Annihilationen in Ruhe, aus denen 7434 kinematisch angepasste  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse rekonstruiert wurden.

Das Verzweigungsverhältnis dieser Reaktion konnte über Monte-Carlo-Rechnungen zu  $(6,40 \pm 0,95) \cdot 10^{-4}$  bestimmt werden. Hierfür dienten 20 000 simulierte Monte-Carlo-Ereignisse ohne  $K_L$ -Wechselwirkung. Invariante Massenspektren und Impulsverteilungen dieser Ereignisse zeigten, daß sie gut durch den lorentzinvarianten Phasenraum, der den wichtigsten Kriterien der Vorselektion Genüge leistet, repräsentiert werden.

Simulationen, die versuchen eine inelastische Streuung der Kaonen im Kalorimeter zu berücksichtigen, sind unbrauchbar. Das Wissen über den genauen Mechanismus der  $K_L$ -Wechselwirkung mit den Kristallkernen reicht hierfür nicht aus. Experimentelle Untersuchungen anderer Seltsamkeit produzierender Kanäle beziffern die Wahrscheinlichkeit einer Interaktion der  $K_L$ -Mesonen mit dem Detektor auf  $(42 \pm 8) \%$ .

Die Vertexverschiebung schneller  $K_S$ -Mesonen führt zu einer scheinbaren Impulserhöhung der aus dem Zerfall hervorgehenden Photonen. Dieser systematische Fehler der Messung, die eine um etwa sechs  $MeV/c^2$  reduzierte  $K_S$ -Masse vortäuscht, konnte weitgehend durch die kinematische Anpassung eliminiert werden. Lediglich etwa zehn Prozent der Ereignisse enthalten aus falschen Pionkombinationen errechnete  $K_S$ -Mesonen.

Die als Untergrund bezeichnete Verunreinigung des experimentellen Datensatzes durch andere Annihilationskanäle lag dagegen unterhalb des Nachweisbaren. Insbesondere sind die rekonstruierten  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse frei von Beimengungen des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K_S K_S \pi^0 \pi^0$ . Der sehr reine Datensatz zeigte darüber hinaus weitgehende Übereinstimmung der beiden so unterschiedlich rekonstruierten Kaonen in allen relevanten kinematischen Eigenschaften.

Ein Vergleich des Verzweigungsverhältnisses mit Ergebnissen eines alten Blasenkammerexperimentes ergab, daß das neutrale  $\pi\pi$ -System ( $\pi^+\pi^-$ ,  $\pi^0\pi^0$ ) vermutlich gleich häufig mit Isospin  $I=0$  und  $I=1$  produziert wird.

## 5 Datenanalyse

In Kapitel 3 wurde gezeigt, daß die Annihilation von Proton und Antiproton aus je einem Anfangszustand der S- und P-Welle zum Endzustand  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  führen kann. Im Vernichtungsprozeß ist die Produktion mehrerer Resonanzen möglich, die kaskadenartig über verschiedene Zwischenzustände in die stabilen Teilchen des Endzustandes zerfallen. Ziel der Partialwellenanalyse ist es, den Beitrag der Anfangszustände und die Intensität und Interferenz der einzelnen Zerfallsamplituden quantitativ zu bestimmen. Darüberhinaus werden Eigenschaften der Resonanzen wie Masse und Breite untersucht; handelt es sich dabei um unbekannte oder wenig erforschte Zustände, sind auch deren Quantenzahlen ausfindig zu machen.

### 5.1 Theorie der Anpassung

Zunächst sei das der Partialwellenanalyse zugrunde liegende Prinzip erläutert. Eine wie beim Dreikörper-Endzustand übliche  $\chi^2$ -Anpassung der theoretischen Verteilung von Monte-Carlo-Ereignissen an die gemessenen Daten ist in dem hier untersuchten Annihilationskanal nicht möglich. Der fünfdimensionale Phasenraum des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Endzustandes erfordert die Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode, deren Formalismus im folgenden beschrieben wird.

#### Das Prinzip

Ausgangspunkt für die Partialwellenanalyse ist ein Satz von Monte-Carlo-Ereignissen, die von einem geeigneten Programm in großer Zahl erzeugt werden. Jedes Ereignis trägt abhängig von seiner Kinematik ein statistisches Gewicht, das sowohl der örtlichen Besetzungsdichte im Phasenraum als auch der Detektoreffizienz an dieser Stelle Rechnung trägt. Damit die Verteilung dieser Ereignisse aber möglichst gut den gemessenen Daten entspricht, bedarf es noch der Berechnung eines weiteren Gewichtes, das alle in Frage kommenden Übergangsamplituden berücksichtigt<sup>23</sup>.

Dieses dynamische Gewicht, das ebenfalls von den kinematischen Variablen abhängt, wird unter Zuhilfenahme von theoretischen Modellen berechnet, mit denen man hofft, die Annihilationsreaktion hinreichend gut zu beschreiben: neben dem in Kapitel 3.3 zitierten Isobarmodell wird der sogenannte Helizitätsformalismus zur Berechnung der Kopplung von Bahndrehimpuls und Teilchenspin herangezogen; in den Ausdruck des dynamischen Faktors gehen außerdem noch die unterschiedlichen Lebensdauern der einzelnen Zwischenzustände ein; dies geschieht – von Ausnahmen abgesehen – durch Verwendung relativistischer Breit-Wigner-Funktionen.

---

<sup>23</sup> Diese Überlegungen geben den bekannten Sachverhalt wieder, nach dem die Übergangswahrscheinlichkeit  $\omega$  vom Anfangszustand  $|i\rangle$  in den Endzustand  $|f\rangle$  gleich dem Produkt von Betragsquadrat der Übergangsamplitude  $A_{if}$  und Phasenraumdichte  $\rho$  ist:  $\omega = |A_{if}|^2 \cdot \rho$ .



Je nach Komplexität der zugrunde liegenden Hypothese treten bei der Berechnung des dynamischen Gewichtes verschiedene freie Parameter auf. In einem Anpassungsprozeß werden diese Variablen so festgelegt, daß die Verteilung der mit dem Produkt aus statistischen und dynamischen Faktor gewichteten Monte-Carlo-Ereignisse mit der gemessenen Daten möglichst gut übereinstimmt. Auf diese Weise lassen sich im Idealfall die Beiträge der Anfangszustände, relative Stärke einzelner Zerfallswege und die Eigenschaften beteiligter Resonanzen bestimmen.

Zu klären bleibt hier die Frage, worin der Vergleich beider Datensätze bestehen und wie ein Kriterium für "möglichst gutes" Übereinstimmen formuliert werden soll. Ein Ereignis ist durch die Angabe der Vierervektoren aller Teilchen im Endzustand vollständig charakterisiert. Für eine betrachtete Zerfallskette läßt sich dann die gesamte Kinematik des Annihilationsprozesses rekonstruieren. Die kinematischen Variablen der Vierervektoren sind allerdings nicht unabhängig voneinander, weshalb zur eindeutigen Beschreibung eines Ereignisses eine kleinere Anzahl ausreicht.

Zunächst verkleinert die Nebenbedingung, daß das Quadrat des Vierervektors eines jeden Teilchens gleich dessen Masse sein muß, die Anzahl der Variablen um vier. Energie und Impuls bleiben bei der gesamten Reaktion erhalten, also reduziert sich die Anzahl noch einmal um vier. Da man auch in der Wahl der Orientierung eines Koordinatensystems frei ist, können weitere drei Variablen eliminiert werden. Aus diesen Überlegungen ergibt sich etwa, daß bei nur drei Teilchen im Endzustand ein Ereignis durch die Angabe zweier kinematischer Variablen bereits eindeutig beschrieben wird.

Dreikörper-Endzustände lassen sich somit in einem zweidimensionalen Diagramm darstellen, dessen Achsen von den beiden unabhängigen Variablen gebildet werden<sup>24</sup>. Bei genügend hoher Ereignisstatistik wendet man üblicherweise zur Datenanpassung die sogenannte  $\chi^2$ -Methode an: Sowohl Daten- als auch Monte-Carlo-Diagramme werden in gleich große Zellen oder *bins* aufgeteilt. Die Anpassung gilt dann als möglichst gut, wenn die Summe über alle quadrierten (und durch die Meßfehler geteilten) Differenzen der Inhalte einander entsprechender Zellen – dem  $\chi^2$  – am kleinsten geworden ist. So läßt sich das Vergleichskriterium als Minimierungsproblem formulieren. Ein solches Vorgehen ist in unserem Zerfallskanal jedoch unmöglich. Der Grund liegt an den fünf Dimensionen, die den Phasenraum des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Endzustandes aufspannen.

### Ein fünfdimensionaler Phasenraum

Mit jedem weiteren Teilchen im Endzustand kommen drei neue, unabhängige Variablen hinzu. Ein Vierkörper-Endzustand ist also erst durch die Angabe von fünf kinematischen

---

<sup>24</sup> Günstigerweise wählt man als Achsen die invarianten Massenquadrate von zwei der drei möglichen Teilchenkombinationen. Homogen im Phasenraum verteilte Ereignisse bevölkern innerhalb der kinematischen Grenzen einen solchen *Dalitzplot* gleichmäßig. Jede in dem dargestellten Zerfallskanal vorhandene Resonanz hebt sich je nachdem, ob es sich dabei um eine konstruktive oder destruktive Interferenz handelt, als dunkles bzw. helles Band hervor, und zwar senkrecht zur Achse, die von der Kombination derjenigen Teilchen gebildet wird, in die sie zerfällt. Diagonale Bänder entsprechen einem Zerfall in die Teilchen der dritten Kombination.

Größen vollständig beschrieben. Einen geeigneten Satz unabhängiger Variablen zu finden, ist allerdings oft nicht einfach, wenn diesen zugleich eine anschauliche Bedeutung zukommen soll, wie etwa invariantes Massenquadrat oder Zerfallswinkel. Hinzu kommt das Problem, daß zur Bildung von Zwei- und Drei-Teilchenmassen insgesamt bereits zehn verschiedene Kombinationen zur Auswahl stehen. Beim  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  Endzustand sind das jeweils eine Kombination für  $\pi^0 \pi^0$  und  $K_L K_S$ , vier Kombinationen für  $K \pi^0$  und jeweils zwei für  $K K \pi^0$  und  $K \pi^0 \pi^0$ . Die invarianten Massen dieser zehn Kombinationen würden das System zwar vollständig beschreiben, doch wären nur die Hälfte solcher kinematischen Variablen signifikant.

Selbst wenn wir einen geeigneten fünfdimensionalen Raum gefunden hätten, in dem der  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  Endzustand beschrieben werden kann, wäre es nicht sinnvoll, die Daten in irgendeiner Weise zu *binnen*, d.h. diesen Raum in Zellen aufzuteilen: bei Einführung von nur zehn *bins* pro Dimension besäße der gesamte Phasenraum davon  $10^5$ . Mit 7434 Ereignissen hätten wir dann mit einer durchschnittlichen Besetzung von nur etwa 0,07 Ereignissen pro Zelle zu rechnen, wobei darüberhinaus etwa zwei Drittel der Zellen am Rand des Phasenraums liegen würden und damit einer Anpassung nicht zur Verfügung stünden.

Das Aufteilen des Phasenraums in Zellen, wie es für die  $\chi^2$ -Methode erforderlich ist, läßt sich aber umgehen, wenn jedem einzelnen Datenereignis eine Wahrscheinlichkeit bzw. ein Gewicht zugeschrieben wird. Die Datenanpassung besteht dann in der Maximierung der Gesamtwahrscheinlichkeit aller Ereignisse, der sogenannten *Likelihood*. Die sogenannte *Standard-Likelihood*- oder *Unbinned-Maximum-Likelihood*-Methode [27] [28] wurde von der Crystal-Barrel-Gruppe inzwischen auch auf andere Zerfallskanäle mit vier und fünf Teilchen im Endzustand erfolgreich angewandt [29] [30] [31]. Bevor wir die Likelihoodfunktion einführen, sei das Zustandekommen der Einzelgewichte erläutert.

### Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Zur besseren Klarheit werden vorweg alle Indizes, die im folgenden Formalismus eine Rolle spielen, zusammenfassend definiert. Kleine Buchstaben bezeichnen Laufvariablen, große die für jede Laufvariable maximal erreichbare Zahl:

$1 \dots i \dots I$	Anfangszustand ( <i>initial state</i> )
$1 \dots j \dots J(i)$	Zerfallsamplitude
$1 \dots n \dots N$	Daten-Ereignis
$1 \dots m \dots M$	Monte-Carlo-Ereignis

Die Anfangszustände besitzen i.a. eine unterschiedliche Anzahl von Zerfallsamplituden,  $J$  ist also eine Funktion von  $i$ . Unter Zerfallsamplitude wird hier bereits die Zusammenfassung aller eventuell zu symmetrisierenden bzw. antisymmetrisierenden Zerfallsketten in eine zu konstruierende Gesamtwellenfunktion verstanden<sup>25</sup>.

<sup>25</sup> Z.B. kann das Vektormeson  $K^*$  in  $K_L \pi^0$ ,  $K_S \pi^0$ ,  $K_L \pi^0_2$  oder  $K_S \pi^0_2$  zerfallen; alle diese

Die Gewichte der Ereignisse sind Werte der theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\omega(\vec{x}, \vec{\pi})$ . Der Vektor  $\vec{x}$  bezeichnet den Satz der zur vollständigen Beschreibung des Endzustandes nötigen kinematischen Variablen<sup>26</sup>. In  $\vec{\pi}$  sind die zu ermittelnden Parameter zusammengefaßt, also Koeffizienten und Phasen einzelner Zerfallsketten oder auch Breiten und Massen beteiligter Resonanzen, sofern letztere nicht als gegeben angenommen werden. Die Funktion  $\omega$  muß auf den Phasenraum  $\Omega$  normiert sein:

$$\int \omega d\Omega = 1 \quad (12)$$

Zur Berechnung des Integrals werden nun Monte-Carlo-Ereignisse herangezogen. Ist die Anzahl  $M$  der Ereignisse hinreichend groß, läßt sich das Phasenraumintegral berechnen, denn es gilt:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \omega(\vec{x}_m) = \int \omega d\Omega \quad (13)$$

Für generierte Ereignisse ist die Dichtefunktion  $\omega$  bis auf einen zu bestimmenden Normierungsfaktor  $\beta$  das Produkt dreier Funktionen, die das dynamische Gewicht  $\omega_D$ , das Gewicht für den Lorentz invarianten Phasenraum  $\omega_{LIPS}$  und die Detektoreffizienz  $\epsilon$  (auch Akzeptanz genannt) für ein Ereignis angeben:

$$\omega = \beta \cdot \omega_D \cdot \omega_{LIPS} \cdot \epsilon \quad (14)$$

Die Normierungskonstante  $\beta$  ist dann wegen (12):

$$\beta = \frac{M}{\sum_{m=1}^M \omega_D(\vec{x}_m, \vec{\pi}) \cdot \omega_{LIPS}(\vec{x}_m) \cdot \epsilon(\vec{x}_m)} \quad (15)$$

Das Gewicht realer Datenereignisse ist nur vom dynamischen Gewicht und der aus (14) berechneten Normierung abhängig ( $\omega_{LIPS}$  und  $\epsilon$  sind trivialerweise gleich eins):

$$\omega = \beta \cdot \omega_D \quad (16)$$

Auch Monte-Carlo-Ereignisse lassen sich in mehreren Durchgängen so erzeugen, daß  $\omega_{LIPS}$  und  $\epsilon$  gleich eins sind:

Dazu werden zunächst unter Verwendung von Programmen wie GENBOD [26] Ereignisse gewürfelt, die den Phasenraum mit einem für jedes Ereignis bekannten Gewicht  $\omega_{LIPS}$  besetzen. Ein bestimmtes Ereignis trägt innerhalb des gewürfelten Satzes ein maximales Gewicht, das sich leicht finden läßt. Teilt man die Gewichte aller Ereignisse durch dieses maximale Gewicht, erhält man die Wahrscheinlichkeit, mit der die Ereignisse in einen zweiten, reduzierten Datensatz aufgenommen werden, der dann eine homogene Verteilung bezüglich des Phasenraumes repräsentiert, wobei jedes Ereignis nun das Gewicht  $\omega_{LIPS} = 1$  trägt.

Möglichkeiten werden mit einer einzigen Amplitude berücksichtigt, wobei sich deren Wellenfunktion symmetrisch bei Pionen- und antisymmetrisch bei Kaonenaustausch verhält.

<sup>26</sup> Hier ist  $\vec{x}$  Element eines fünfdimensionalen Phasenraums.

Wenn sich die Ereignisse anschließend mit Hilfe von Programmen wie CBGEANT [21] einem simulierten Durchgang durch den Detektor unterziehen, wird dessen Effizienz für den untersuchten Zerfallskanal bestimmbar. Alle Ereignisse, die die Simulation passierten und also in den dritten, finalen Monte-Carlo-Datensatz gelangen, tragen somit auch den Wert  $\epsilon = 1$ .

Betrachten wir jetzt die dynamischen Gewichte genauer. In ihnen enthalten sind die für jede Zerfallskette typischen komplexen Gewichte  $A$  und der Satz der freien Parameter  $\vec{\pi}$ . Die Normierung (15) muß daher bei jeder Variation von  $\vec{\pi}$  neu durchgeführt werden. Die Amplitude einer Zerfallskette  $j$  für einen Anfangszustand  $i$  schreibt sich als das komplexwertige Produkt des Gewichtes  $A_{ij}$  und einer Zahl  $z_{ij}$ , die die relative Stärke  $a_{ij}$ , bzw. den relativen Beitrag  $a_{ij}^2$  und die Phase  $\phi_{ij}$  dieser Amplitude angibt:

$$z_{ij} = a_{ij} \cdot e^{i\phi_{ij}} . \quad (17)$$

Im Anpassungsprozeß werden alle  $z_{ij}$  ermittelt. Zunächst müssen aber die  $A_{ij}$  geeignet normiert werden. Eine Bedingung für die Normierungskonstanten  $\alpha_{ij}$  erhält man aus der Überlegung, daß jede Zerfallskette, wäre sie allein beteiligt, 100% zum Reaktionsgeschehen beiträgt (in diesem Fall ist also  $a_{ij}^2 = 1$ ):

$$\int |\sqrt{\alpha_{ij}} A_{ij}(\vec{x})|^2 d\Omega = 1 \quad (18)$$

also gilt für die Normierungskonstanten:

$$\alpha_{ij} = \frac{M}{\sum_{m=1}^M |A_{ij}(\vec{x}_m)|^2} \quad (19)$$

Das dynamische Gewicht eines Ereignisses berechnet sich nun aus der kohärenten Addition aller Übergangsamplituden eines Anfangszustandes. Die Anfangszustände werden dann inkohärent aufsummiert<sup>27</sup>:

$$\omega_D(\vec{x}) = \sum_{i=1}^I \left| \sum_{j=1}^{J(i)} \sqrt{\alpha_{ij}} \cdot z_{ij} \cdot A_{ij}(\vec{x}) \right|^2 + b \quad (20)$$

<sup>27</sup> In manchen Arbeiten findet sich die Behauptung, das dynamische Gewicht berechne sich nach der Formel

$$\omega_D = \sum_{i=1}^I c_i \left| \sum_{j=1}^J z_{ij} A_{ij} \right|^2 ,$$

wobei  $c_i$  für den relativen Anteil der entsprechenden Anfangszustände stehe. Davon abgesehen, daß hier die  $A_{ij}$  nicht normiert sind, ist diese Formel streng genommen nicht nur falsch, sondern sogar die dahinter stehende Absicht erscheint dubios. Zunächst wird hier offenbar vorausgesetzt, daß jeder Anfangszustand  $i$  einzeln normiert ist, daß also das jeweilige Phasenraumintegral für sich 100% ergibt. Das erfordert aber die Einführung von Normierungskonstanten  $\beta_i$  für *jeden* Anfangszustand, die in der zitierten Formel fehlen. Darüberhinaus können die dann notwendigen Parameter  $c_i$ , die den Anteil der Anfangszustände benennen, nicht anders als durch die weiter unten angegebene Gleichung (21) berechnet werden, die sich aber auf die in dieser Arbeit verwendeten Definition von  $\omega_D$  (20) bezieht.

Mit  $b$  ist ein Parameter bezeichnet, der den Beitrag eines gleichmäßig im Phasenraum verteilten Untergrundes (*background*) zum untersuchten Zerfallskanal angibt; er wird wie ein Anfangszustand inkohärent dazu addiert. Mit dem Begriff "Untergrund" werden alle Ereignisse zusammengefaßt, deren Kinematik nicht mit einer der betrachteten Zerfallsketten erklärbar ist. Es handelt sich dabei z.B. um falsch rekonstruierte Ereignisse oder um solche aus anderen Zerfallskanälen, die durch die Kriterien der Datenvorselektion nicht aussortiert wurden.

Ob sich dieser Untergrund tatsächlich im Phasenraum gleichmäßig verteilt, ist fraglich. Zumindest aber dient der Parameter  $b$  als erste und häufig auch beste Näherung für eine Verunreinigung, d.h. den Beitrag "falscher" Ereignisse zum selektierten Datensatz. Man kann sogar sagen, daß mit der getroffenen Hypothese über die zum Endzustand führenden Zerfallskaskaden die Daten am ehesten erklärt sind, wenn nach der Datenanpassung für  $b$  ein vergleichsweise kleiner oder verschwindender Wert gefunden wird (vorausgesetzt, die analysierten Daten sind tatsächlich mit nur wenigen Untergrundereignissen verunreinigt). Damit bietet sich eine erste Möglichkeit, die Güte der Anpassung im Groben zu beurteilen.

Die Parameter  $a_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$  und  $b$  sind Elemente von  $\vec{\pi}$  und treten in (20) explizit auf, während Parameter, die Eigenschaften von Zwischenzuständen beschreiben, in den  $A_{ij}$  enthalten sind. Wann immer letztere variiert werden, muß für alle Daten- und Monte-Carlo-Ereignisse derjenige Teil der  $A_{ij}$  neu berechnet werden, der von  $\vec{\pi}$  abhängig ist. Damit die Anpassung auch für komplexere Aufgaben in einer abwartbaren Zeit (höchsten Stunden) vollziehbar wird, ist es notwendig, die Routine so zu formulieren, daß das Programm selbstständig weiß, welche Rechenoperationen zu wirklich neuen Ergebnissen führen, und welche durch Rückgriff auf frühere Berechnungen vermieden werden können.

Der absolute Beitrag  $c$  (*contribution*) des Anfangszustandes  $i$  ist nun

$$c_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left| \sum_{j=1}^{J(i)} \sqrt{\alpha_{ij} \beta} \cdot a_{ij} e^{i\phi_{ij}} \cdot A_{ij}(\vec{x}_m) \right|^2. \quad (21)$$

Durch Ausmultiplizieren läßt sich das Betragsquadrat der kohärenten Summe umschreiben in eine Summe über die Intensitäten der Zerfallsamplituden und über alle Interferenzterme. Die Summenzeichen in dem so umgewandelten Ausdruck (21) können dann vertauscht werden, weshalb die explizite Summation über  $M$  Monte-Carlo-Ereignisse im Anpassungsprozeß nur jedes Mal dann durchzuführen ist, wenn sich die komplexen Gewichte  $A_{ij}$  ändern. Siehe hierzu Näheres in Anhang B.

Durch die Normierungsbedingung (12) ist gewährleistet, daß die addierten Beiträge aller Anfangszustände zusammen mit dem Untergrundanteil  $\beta b$  insgesamt 100% ausmachen. Es gibt auch alternative Normierungskonventionen. In der Analyse eines anderen Zerfallskanals [29] wird  $\omega$  etwa so normiert, daß die Summe aller quadrierten Koeffizienten  $\sum_{i,j} a_{ij}^2 = 1$  ergibt, was zu einem anderen Wert der Normierungskonstante  $\beta$  führt (ein Untergrund wurde hier nicht berücksichtigt)<sup>28</sup>. Es liegt auf der Hand, die  $a_{ij}^2$  dann

<sup>28</sup> Beide Normierungen unterscheiden sich lediglich in der Angabe der  $a_{ij}$  und von  $b$ . Zur späteren Berechnung der Likelihood muß in jedem Fall  $\omega$  auf den Phasenraum normiert werden.

anschaulich als den prozentualen Anteil der entsprechenden Zerfallskaskade am Gesamtgeschehen zu interpretieren, was aber genau genommen nur eine Sprechweise ist, denn wegen der Interferenzen können die Amplituden nicht für sich allein betrachtet werden. Die so getroffene Wahl der Normierung ist also nicht ganz frei vom Makel der Willkür. Darüber hinaus lassen sich die prozentualen Beiträge einzelner Anfangszustände, die mit Formel (21) im Prinzip exakt bestimmbar sind, mit dieser Normierung nicht mehr angeben (sofern tatsächlich Interferenzen vorhanden sind).

Bei Verwendung der Normierungskonvention (12) kann es in jedem Fall hilfreich sein, für die einzelnen Anfangszustände die Summe der Koeffizientenquadrate zu betrachten: die Amplituden interferieren überwiegend

$$\begin{aligned} & \text{destruktiv, wenn } \sum_j a_{ij}^2 > c_i \\ & \text{und konstruktiv, wenn } \sum_j a_{ij}^2 < c_i \quad . \end{aligned}$$

### Die Likelihoodfunktion

Die Likelihoodfunktion ist definiert als die Gesamtwahrscheinlichkeit  $\mathcal{L}$  (*likelihood*) eines gemessenen Datensatzes, also als das Produkt über die Gewichte  $\omega$  aller  $N$  Ereignisse:

$$\mathcal{L}(\vec{\pi}) = \prod_{n=1}^N \omega(\vec{x}_n, \vec{\pi}) \quad (22)$$

Kerngedanke der Likelihoodmethode ist, daß  $\mathcal{L}$  dann am größten ist, wenn  $\vec{\pi}$  der physikalischen Gegebenheit entspricht. Um diese zu finden, versucht man also die Likelihoodfunktion durch eine Variation der freien Parameter innerhalb sinnvoller Grenzen zu maximieren. Da  $\mathcal{L}$  das Produkt vieler kleiner Zahlen darstellt, ist es allgemein üblich, die Produktbildung durch Logarithmieren auf eine Summation zurückzuführen, um so die Rechengenauigkeit zu erhöhen und die Berechnungszeit zu beschleunigen:

$$\ln \mathcal{L}(\vec{\pi}) = \sum_{n=1}^N \ln \omega(\vec{x}_n, \vec{\pi}) \quad (23)$$

Wird in Gl. (23) das Vorzeichen umgekehrt, läuft das Maximierungs- auf ein Minimierungsproblem hinaus, wodurch es Minimierungsprogrammen wie z.B. MINUIT, das in der CERN Programmbibliothek zur Verfügung steht [32][33][34], zugänglich gemacht wird.

Die zu minimierende Funktion schreibt sich allgemein ohne explizite Verwendung einer Normierungskonstanten  $\beta$ :

$$-\ln \mathcal{L} = -N \ln M + N \ln \sum_{m=1}^M \omega_D(\vec{x}_m) \omega_{LIPS}(\vec{x}_m) \epsilon - \sum_{n=1}^N \ln \omega_D(\vec{x}_n) \quad (24)$$

Die beiden ersten Terme der rechten Seite dienen der Normierung. Wie man leicht sieht, ist die Funktion invariant gegenüber einer Multiplikation von  $\omega_D$  mit einer konstanten Zahl.

Dies führt zu der schon erwähnten Konsequenz, daß man bei der absoluten Angabe der Koeffizienten  $a_{ij}$  und des Parameters  $b$  freie Wahl hat (nur das Verhältnis der Koeffizienten folgt zwingend aus der Anpassung). Die in dieser Arbeit getroffene Konvention,  $\beta a_{ij}^2$  die Intensität einzelner Amplituden und  $\beta b$  den Beitrag des Untergrundes zu nennen, erscheint aber von allen Möglichkeiten am sinnvollsten. Mit den im letzten Abschnitt eingeführten Bezeichnungen ist nun

$$-\ln \mathcal{L} = -N \ln \beta - \sum_{n=1}^N \ln \left( \sum_{i=1}^I \left| \sum_{j=1}^{J(i)} \sqrt{\alpha_{ij}} \cdot a_{ij} e^{i\phi_{ij}} \cdot A_{ij}(\vec{x}_n) \right|^2 + b \right) \quad (25)$$

Da der Minimierungsprozeß die Koeffizienten nur relativ bestimmt, kann während der Anpassung insgesamt ein Koeffizient  $a_{ij}$  oder der Untergrund  $b$  willkürlich auf einen Wert größer Null festgehalten werden, d.h. konstant bleiben. Darüberhinaus ändert sich an  $-\ln \mathcal{L}$  ebenso nichts, wenn pro Anfangszustand eine Phase  $\phi_{ij}$  festgehalten wird. Bei Konstanthalten eines Koeffizienten ist allerdings darauf zu achten, daß hierfür eine Amplitude ausgewählt wird, die tatsächlich zum betrachteten Zerfallskanal beiträgt. Andernfalls versucht die Anpassungsroutine diese Amplitude zu negieren, indem sie alle anderen Koeffizienten gegen Unendlich gehen läßt. Entsprechendes gilt bei Konstanthalten des Untergrundes.

Zur praktischen Durchführung all der genannten Berechnungen, vor allem was deren Effizienz angeht, ist noch einiges an Formelarbeit nötig. Anhang B geht hier ausführlich darauf ein.

### Die Güte der Anpassung

Die Likelihood-Methode birgt das Problem in sich, daß der Likelihood-Wert nur ein relatives aber kein absolutes Maß für die Güte einer Anpassung darstellt. Von zwei verschiedenen Anpassungen kann also immer gesagt werden, welche von beiden die bessere ist; man wird aber nie genau wissen, wann eine Anpassung als endgültig angesehen werden kann, sich eine Verbesserung also nicht mehr erreichen läßt. Die  $\chi^2$ -Methode bietet im Gegensatz dazu die Möglichkeit zu entscheiden, wann das Ziel erreicht ist: wird der  $\chi^2$ -Wert bezogen auf die Anzahl der Freiheitsgrade gleich eins, kann durch Einführung und Variation neuer Parameter keine Verbesserung der Anpassung mehr erwartet werden.

Die Vorgehensweise bei der Likelihood-Methode erfordert daher zunächst ein behutsames Annähern an die vermuteten physikalischen Gegebenheiten durch die Gestaltung eines Minimalmodells, das alle möglichen Übergangsamplituden beschreibt, die nur etablierte Resonanzen enthalten. Durch sukzessives Einführen neuer Übergänge oder auch durch Variation der Parameter weniger bekannter Zwischenzustände kann durch Vergleich des Likelihood-Wertes schrittweise eine Verbesserung der Anpassung erzielt werden. Irgendwann wird man feststellen, daß die Likelihood ein Maximum zu erreichen scheint, neue freie Parameter führen dann zu keiner wesentlichen Steigerung mehr.

Das Ergebnis der Anpassung läßt sich auch optisch begutachten, indem man Projektionen der Viererimpulse von Daten und angepassten Monte-Carlo-Ereignissen miteinander

vergleicht. Stellen, an denen die Anpassung Probleme aufweist, werden durch eine signifikante Differenz beider Verteilungen sichtbar. Die optische Übereinstimmung kann durch die Definition eines speziellen  $\chi^2$  auch quantifiziert werden. Hierzu werden wir später standardmäßig für beide Datensätze je fünf Histogramme erzeugen, die zur Darstellung der Verteilungen aller fünf möglichen invarianten Massen dienen. Die Monte-Carlo-Daten müssen dabei auf die Meßdaten normiert werden. Jedes Monte-Carlo-Ereignis wird daher beim Füllen in die entsprechenden Histogramme mit dem Faktor  $N\omega$  gewichtet ( $N$  ist die Anzahl der Datenereignisse,  $\omega$  die nach Gl. (14) berechnete Dichtefunktion). Hier sei  $\chi^2$  definiert als die mittlere quadratische Abweichung von Meßdaten und Anpassung pro Histogrammkanal (*bin*)<sup>29</sup>:

$$\chi^2/\text{bin} = \frac{1}{K} \sum_k \frac{(h_D(k) - h_{MC}(k))^2}{h_D(k) + (E_{MC}(k))^2}. \quad (26)$$

Dabei sind  $h_D(k)$  und  $h_{MC}(k)$  die Inhalte des  $k$ -ten Kanals im Daten- bzw. Monte-Carlo-Histogramm. Im Nenner steht die Summe der Quadrate der statistischen Fehler des  $k$ -ten Daten- bzw. Monte-Carlo-Kanals, der Fehler des ersteren ist gleich seinem Inhalt<sup>30</sup>.

Die Anwendung des  $\chi^2$ -Formalismus setzt eine hohe Datenstatistik voraus. Aus diesem Grund werden in die Summation nur solche Kanäle der Datenhistogramme einbezogen, die wenigstens fünf Eintragungen enthalten. Insgesamt sind dies  $K$  Kanäle. Die Information, die die übrigen Kanäle enthalten, geht somit verloren. Übersteigt die Anzahl der Monte-Carlo-Ereignisse  $M$  die der Daten  $N$  um ein Vielfaches, kann der Beitrag der  $(E_{MC}(k))^2$  im Nenner von Gl. (26) vernachlässigt werden, was in unserem Fall mit  $N = 7434$  und  $M = 30\,000$  näherungsweise erfüllt ist.

Man kann durch die Mittelwertbildung der einzelnen  $\chi^2$ -Werte nun ein globales  $\chi^2$  definieren:

$$\chi_{glob}^2 = \frac{1}{5} (\chi_{\pi\pi}^2 + \chi_{K\pi}^2 + \chi_{KK}^2 + \chi_{K\pi\pi}^2 + \chi_{KK\pi}^2). \quad (27)$$

Wie bereits im Abschnitt "Ein fünfdimensionaler Phasenraum" erwähnt, gibt es für die einzelnen Histogramme je nach Typus der invarianten Masse pro Ereignis ein bis vier Einträge, insgesamt zehn. Bei zehn Einträgen pro Ereignis, also genau doppelt so vielen wie für eine vollständige Darstellung der Kinematik erforderlich wäre, kann das hier definierte mittlere  $\chi_{glob}^2$  kein "echtes"  $\chi^2$  im Sinne der  $\chi^2$ -Methode sein, da für seine Berechnung dieselben Informationen verschiedene Male benutzt werden. Außerdem werden

<sup>29</sup> Alternativ dazu kann man ein  $\chi^2/dof$  definieren, das sich auf die Anzahl der Freiheitsgrade (*degree of freedom*) bezieht. Die Anzahl der Freiheitsgrade ist gleich der Anzahl der Histogrammkanäle minus der Anzahl der bei der Anpassung freigelassenen Parameter.

<sup>30</sup> Den statistischen Fehler der Monte-Carlo-Daten auf diese Art mitzuberücksichtigen, ist nur näherungsweise richtig. Die mathematisch korrekte Vorgehensweise gestaltet sich alles andere als trivial. Für hohe Monte-Carlo-Statistik verliert der statistische Fehler der Monte-Carlo-Ereignisse aber ohnehin an Bedeutung. Wir werden später das  $\chi^2$  nur als Vergleichszahl benutzen, so daß es auf die exakte Definition nicht ankommt. Als absoluter  $\chi^2$ -Wert ist Gl. (26) schon wegen der Vernachlässigung der Anzahl freier Parameter viel zu optimistisch angesetzt.



Korrelationen zwischen den einzelnen Parametern nicht berücksichtigt.  $\chi_{glob}^2$  ist daher nur ein Pseudo- $\chi^2$ . Es stellt trotz mangelnder Exaktheit unabhängig von der Likelihood ein brauchbares Maß für die Güte der Anpassung dar.

### Winkelverteilung der Zerfallsprodukte

Im Vorangegangenen wurden die Grundzüge der Likelihood-Methode skizziert, in diesem Abschnitt wird die Berechnung der komplexen Gewichte  $A_{ij}$  erläutert. Hier gehen Spin und Lebensdauer der Resonanzen, sowie die Helizitäten und Drehimpulse bei deren Zerfall ein.

Nach dem Isobar-Modell zerfällt eine Resonanz in genau zwei Teilchen. Die Impulse der Zerfallsprodukte sind im allgemeinen bezüglich des Ruhesystems der Mutterresonanz nicht isotrop im Raum verteilt. Die auftretenden Winkel hängen vielmehr von den Spins der beteiligten Teilchen und von den beim Zerfall erzeugten Bahndrehimpulsen ab. Umgekehrt kann diese Tatsache dazu dienen, den Spin einer Resonanz zu bestimmen.

Zur Berechnung der Winkelverteilung wurde in dieser Arbeit auf den Helizitätsformalismus zurückgegriffen [35] [36] [39]. Daneben existieren weitere Methoden, wie z.B. die nach Zemach [37] oder Rarita und Schwinger [38], die näherungsweise zu gleichen Ergebnissen führen.

Zunächst sei nur der einfache Zerfall eines Teilchens  $A$  mit Spin  $J$  in zwei Teilchen  $B$  und  $C$  mit den Spins  $s_1$  und  $s_2$  betrachtet. Daraus ergeben sich im Ruhesystem  $\Sigma_1$  von  $A$  insgesamt  $(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)$  mögliche Spineinstellungen. Der Drehimpuls zwischen den Tochterteilchen  $B$  und  $C$  sei  $\vec{L}$ . Wählt man jeweils die Flugrichtung der Zerfallsteilchen als Quantisierungsachse  $z$ , so können deren Zustände durch den Impuls  $\vec{p}$  und die Helizitäten

$$\lambda_i = \frac{(\vec{L} + \vec{s}_i) \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad (28)$$

beschrieben werden. Letztere entsprechen einer Projektion der Teilchenspins auf die durch die Impulsrichtung gegebene Achse  $z$ . Da der Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  senkrecht zum Impuls  $\vec{p}$  steht, reduziert sich  $\lambda_i$  für diese spezielle Wahl der  $z$ -Achse zu:

$$\lambda_i = m_{s_i} , \quad (29)$$

wobei  $m_{s_i}$  die  $z$ -Komponenten der Spins sind. Der Bahndrehimpuls tritt bei dieser Wahl des Koordinatensystems also nicht mehr explizit in Erscheinung. Der Endzustand  $|f\rangle$  ist somit durch die Größen  $p$ ,  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  bestimmt:

$$|f\rangle = |p\lambda_1\lambda_2\rangle . \quad (30)$$

Im Koordinatensystem  $\Sigma_1$ , dessen  $z$ -Achse der Flugrichtung von  $A$  entspreche, sei die Flugrichtung von  $B$  durch die Koordinaten  $\Theta$  und  $\Phi$  beschrieben. Die Helizitätszustände  $|p\lambda_1\lambda_2\rangle$  beziehen sich dann auf ein Koordinatensystem  $\Sigma_3$ , das aus dem ursprünglichen Ruhesystem  $\Sigma_1$  durch zwei aufeinanderfolgende Drehungen hervorgeht:

$$R(\Theta, \Phi) = R_{y_2}(\Theta) \cdot R_{z_1}(\Phi) . \quad (31)$$

$R_{z_1}(\Phi)$  rotiert dabei  $\Sigma_1$  in  $\Sigma_2$  mit dem Winkel  $\Phi$  um die  $z_1$ -Achse und  $R_{y_2}(\Theta)$  rotiert schließlich  $\Sigma_2$  in  $\Sigma_3$  mit dem Winkel  $\Theta$  um die  $y_2$ -Achse. Im Spinraum läßt sich  $R(\Theta, \Phi)$  durch die Rotationsmatrizen

$$D_{mm'}^J(\Theta, \Phi) = e^{im'\Phi} d_{mm'}^J(\Theta) \quad (32)$$

darstellen. Dabei sind  $m$  und  $m'$  die  $z$ -Komponenten des Gesamtdrehimpulses im Anfangs- bzw. Endzustand. Die Helizitätszustände (30) werden demnach im Ruhesystem  $\Sigma_1$  der Resonanz  $A$  mit Spin  $J$  und der  $z$ -Komponente  $M$  durch

$$|p\Theta\Phi\lambda_1\lambda_2\rangle = D_{M\lambda}^J(-\Theta, -\Phi) |p\lambda_1\lambda_2\rangle \quad (33)$$

beschrieben, wobei  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  gesetzt wurde.

Die Amplitude  $f_T = f_{\lambda_1\lambda_2;M}$  des Übergangs (*transition*) von  $A$  nach  $BC$  läßt sich nun als Matrix der Dimension  $[(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)] \times (2J + 1)$  darstellen:

$$\begin{aligned} f_{\lambda_1\lambda_2;M} &= \langle \lambda_2\lambda_1\Phi\Theta p | T | JM \rangle \\ &= D_{M\lambda}^{J*}(-\Theta, -\Phi) \langle \lambda_2\lambda_1 p | T | JM \rangle \\ &= D_{M\lambda}^{J*}(-\Theta, -\Phi) T_{\lambda_1\lambda_2} \\ &= D_{M\lambda}^J(\Theta, \Phi) T_{\lambda_1\lambda_2} \end{aligned}$$

Dabei wurde ausgenutzt, daß  $T$  rotationsinvariant ist [39].

Die Rotationsmatrix  $D_{M\lambda}^J$  beschreibt die Winkelverteilung der Zerfallsteilchen im Ruhesystem der Mutterresonanz. Die Dynamik des Zerfalls ist in der sogenannten Helizitätsamplitude  $T_{\lambda_1\lambda_2}$  enthalten. Ihre allgemeine Form lautet:

$$T_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{LS} \alpha_{LS} \langle J\lambda | LS0\lambda \rangle \langle S\lambda | s_1s_2\lambda_1, -\lambda_2 \rangle, \quad (34)$$

wobei die  $\alpha_{LS}$  anzupassende Parameter sind, und die beiden Klammern die Clebsch-Gordan-Koeffizienten zur Beschreibung der Kopplung von  $s_1$  und  $s_2$  zum Gesamtspin  $S$  und des Bahndrehimpulses  $L$  mit dem Gesamtspin  $S$  zum Gesamtdrehimpuls  $J$  darstellen. Die Summe erstreckt sich über alle Werte von  $L$  und  $S$ , sofern diese die Erhaltung der Parität  $P$ , der Ladungskonjugation  $C$  und des Gesamtdrehimpulses  $J$  erfüllen.

Oft reduziert sich  $T_{\lambda_1\lambda_2}$  auf nur einen Term, etwa beim Zerfall  $J^P = 1^+ \rightarrow 1^- 0^-$  (z.B.  $K_1(1270) \rightarrow K^*\pi$ ). Wenn man nur Drehimpulse  $L < 2$  berücksichtigt, ist hier die einzig mögliche Kombination  $L = 0$  und  $S = 1$ . Die Helizitätsamplitude ergibt sich in diesem Fall zu  $T_{\lambda_1\lambda_2} = 1$ .

Betrachtet man nun eine Zerfallskette, in der die Teilchen  $B$  und  $C$  in je zwei weitere Teilchen  $B_1$  und  $B_2$ , sowie  $C_1$  und  $C_2$  zerfallen, dann folgt für die Übergangsamplitude:

$$\begin{aligned} f_T &= [f(B) \otimes f(C)] f(A) \\ &= \sum_{\lambda(B)\lambda(C)} \left( [f_{\lambda(B_1)\lambda(B_2); \lambda(B)}] \otimes [f_{\lambda(C_1)\lambda(C_2); \lambda(C)}] \right) [f_{\lambda(B)\lambda(C); \lambda(A)}] \end{aligned}$$

Für eine Zerfallskette der Art  $A \rightarrow BC$ ,  $C \rightarrow C_1 C_2$ ,  $C_1 \rightarrow D_1 D_2$  gilt entsprechendes. Die hierbei jeweils auftretenden Winkel beziehen sich auf die Ruhesysteme der zerfallenden Zwischenzustände.

In der vorliegenden Analyse wurde die Modifikation<sup>31</sup> des in der Crystal-Barrel-Gruppe entwickelten Programms SPIN [40] genutzt, das die resultierenden Winkelverteilungen nach diesem Schema für alle beitragenden Zerfallskaskaden berechnet.

### Parametrisierung resonanter Zwischenzustände

Man muß noch berücksichtigen, daß die erzeugten Zwischenzustände beim Übergang des Proton-Antiproton-Systems in den jeweiligen Endzustand endliche Lebensdauern haben. Die Beschreibung des Zerfalls eines resonanten Zustandes in zwei weitere Teilchen (der Zerfall in drei oder mehr Teilchen wird nach dem Isobaren-Modell ausgeschlossen) folgt dem Konzept der elastischen Streuung. Streuamplituden, die ein Maximum durchlaufen, wenn die invariante Masse  $m$  der beiden Zerfallsprodukte gleich der nominalen Masse  $m_0$  der Mutter-Resonanz ist, können i.a. durch die sogenannte Breit-Wigner-Resonanzformel dargestellt werden [41]. Deren relativistische Form lautet:

$$BW(m) = \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - i m_0 \Gamma(m)} \quad (35)$$

$\Gamma_0$  ist die totale, feste Breite der Resonanz, während  $\Gamma(m)$  eine massenabhängige Breite ist, die noch vom (gemessenen) Impuls  $q$  der beiden Zerfallsteilchen in deren Schwerpunktsystem und von deren relativen Bahndrehimpuls  $L$  abhängt:

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{m_0 q F_L^2(q)}{m q_0 F_L^2(q_0)} \quad (36)$$

Dabei ist  $q_0$  der (berechnete) Impuls der beiden Teilchen mit Massen  $m_1$  und  $m_2$ , wenn sie aus dem Zerfall einer Masse  $m_0$  hervorgehen. Sind auch die Zerfallsprodukte instabile Mesonen, gelten deren Nominal- und nicht laufende invariante Massen.

Hieraus ergeben sich Schwierigkeiten:  $q_0$  ist nicht mehr definiert, wenn die Nominalmasse der Mutterresonanz kleiner ist als die Summe der Nominalmassen der Töchter. In der Analyse des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanals werden wir bei manchen Zerfallskaskaden solchen Fällen begegnen. Die obige Definition der Breit-Wigner-Funktion ist dann zu modifizieren, wobei mehrere Fälle zu unterscheiden sind. Alle diese Modifikationen sind in Anhang B, Gl. (99) ff, aufgeführt; dort finden sich auch die Formeln für die in der Berechnung von  $\Gamma(m)$  eingeführten sogenannten Blatt-Weisskopf-Dämpfungsfaktoren  $F_L$ , die die Überwindung der mit  $L$  ansteigenden Drehimpulsbarrieren berücksichtigen (Gl. (102)).

Zwei prinzipielle Ausnahmen von der Parametrisierung durch relativistische Breit-Wigner-Funktionen sind die Zerfälle in  $\pi^0 \pi^0$  und in  $K^0 \pi^0$  mit jeweils Bahndrehimpuls  $L = 0$ . Die theoretischen Beschreibungen der  $\pi^0 \pi^0$  bzw. der  $K^0 \pi^0$ -Systeme in der S-Welle beziehen sich vor allem auf Experimente zur  $\pi^0 \pi^0$ -Streuung [46] bzw.  $K \pi$ -Streuung

<sup>31</sup> Siehe hierzu mehr in Anhang B.

[47]. Die hierfür speziell parametrisierten Streuamplituden sind ebenfalls in Anhang B dokumentiert ( $\pi^0\pi^0$ -System: Gl. (115),  $K\pi$ -System: Gl. (116)). In Kapitel 5.3 wird auf die jeweils verwendete Parametrisierung verwiesen.

### Die gesamte Übergangsamplitude

Die in Gl. (35) für die Zerfallskette der Art  $A \rightarrow BC$ ,  $B \rightarrow B_1B_2$  und  $C \rightarrow C_1C_2$  angegebene Übergangsamplitude  $f_T$  berücksichtigt nur die Winkelverteilung der Zerfallsprodukte. Für eine vollständige Übergangsamplitude  $\mathcal{A}$  müssen nun noch die komplexwertigen Faktoren heranmultipliziert werden, mit denen die resonanten Zwischenzustände  $B$  und  $C$  parametrisiert sind:

$$\mathcal{A} = f_T \cdot F_{L_{BC}}(q_B) \cdot F_{L_{B_1B_2}}(q_{B_1}) \cdot F_{L_{C_1C_2}}(q_{C_1}) \cdot BW_B \cdot BW_C \quad (37)$$

Die hier auftretenden Blatt-Weisskopf-Dämpfungsfaktoren  $F_L$  tragen dem Umstand Rechnung, daß Zerfälle mit hohem Drehimpuls unterdrückt sind, wenn der Impuls der Zerfallsprodukte klein ist. Sie müssen in der Übergangsamplitude daher explizit erscheinen. Die Breit-Wigner-Faktoren  $BW$  bezeichnen die Parametrisierungen der Zwischenzustände. Für andere mathematische Beschreibungen von Resonanzen müssen sie durch geeignete Ausdrücke ersetzt werden.

Allgemein gilt nun für eine beliebige Zerfallskaskade  $j$  eines Anfangszustandes  $i$ :

$$\mathcal{A}_{ij} = f_T \cdot \prod_e BW_{p1(e)} BW_{p2(e)} F_{L_{p1(e)p2(e)}}(q_{p1(e)}) \quad (38)$$

Der Index  $e$  durchläuft alle Zerfallsebenen dieser Kaskade, wobei  $p1(e)$  und  $p2(e)$  die jeweiligen Zerfallspartner der Ebene  $e$  symbolisieren. Für stabile Teilchen setzt man hier  $BW = 1$ . In  $f_T$  wird entsprechend Gl. (35) die Winkelverteilung der Teilchen im Endzustand sukzessive über alle in der Kaskade auftretenden Zwischenzustände bis auf die Anfangsbedingung, d.h. die Spindichtematrix  $\rho_i$  des Proton-Antiproton-Systems zurückverfolgt.

Die Übergangsamplituden  $\mathcal{A}_{ij}$  der zu einem Anfangszustand  $i$  beitragenden Zerfallsketten  $j$  sind im allgemeinen Matrizen verschiedener Dimensionen. Sie müssen noch mit geeigneten Konstanten  $\sqrt{\alpha_{ij}}$  normiert werden, vgl. Gl. (19). Die normierten Amplituden werden dann mit komplexen Gewichten  $z_{ij}$  versehen, die die relative Stärke  $a_{ij}$  und die Phase  $\phi_{ij}$  der einzelnen Amplituden beschreiben, vgl. Gl. (17). Die gewichteten Amplituden addieren sich dann kohärent zur Gesamtamplitude des Übergangs vom Anfangszustand  $i$  zum Endzustand:  $\sum_j \sqrt{\alpha_{ij}} z_{ij} \mathcal{A}_{ij}$ . Das dynamische Gewicht  $\omega_D^i$  für diesen Anfangszustand erhält man nun über die Bildung der Spur mit der Spindichtematrix  $\rho_i$  des  $\bar{p}p$ -Systems:

$$\omega_D^i = \text{Tr} \left( \left( \sum_j \sqrt{\alpha_{ij}} \cdot z_{ij} \cdot \mathcal{A}_{ij} \right) \rho_i \left( \sum_j \sqrt{\alpha_{ij}} \cdot z_{ij} \cdot \mathcal{A}_{ij} \right)^\dagger \right) \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_j \alpha_{ij} a_{ij}^2 \text{Tr} (\mathcal{A}_{ij} \rho_i \mathcal{A}_{ij}^\dagger) \\
&\quad + 2 \sum_{j < k} \sqrt{\alpha_{ij} \alpha_{ik}} a_{ij} a_{ik} \text{Re} \left[ \text{Tr} (\mathcal{A}_{ij} \rho_i \mathcal{A}_{ik}^\dagger) \right] \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \\
&\quad + 2 \sum_{j < k} \sqrt{\alpha_{ij} \alpha_{ik}} a_{ij} a_{ik} \text{Im} \left[ \text{Tr} (\mathcal{A}_{ij} \rho_i \mathcal{A}_{ik}^\dagger) \right] \sin(\phi_{ij} - \phi_{ik})
\end{aligned} \tag{40}$$

Hier entspricht  $\omega_D^i$  dem Betragsquadrat in Gl. (20). Bei mehr als einem möglichen Anfangszustand berechnet sich, wie bereits dargelegt, das gesamte dynamische Gewicht  $\omega_D$  durch eine zusätzliche Summation der inkohärenten Beiträge  $\omega_D^i$  über alle Anfangszustände; optional kann noch ein inkohärenter Untergrund  $b$  dazuaddiert werden, siehe Gl. (20).

Die Spindichtematrix  $\rho_i$  ist eine  $(2J + 1) \times (2J + 1)$  Matrix, wobei  $J$  den Gesamtdrehimpuls des  $\bar{p}p$ -Systems im Anfangszustand  $i$  bezeichnet. Da die Quantenzahlen  $J^{PC}$  für jede Annihilation wohl definiert sind, ist sie als diagonal anzusetzen. Wenn wie in unserem Fall Antiprotonenstrahl und Target unpolarisiert sind, besitzen alle Diagonalelemente von  $\rho_i$  den Wert  $(2J + 1)^{-1}$ , da alle magnetischen Zustände gleichmäßig bevölkert werden.

Zur schnellen Berechnung von  $\omega_D$  ist es nötig, einige Ausdrücke geeignet zu substituieren und umzuformen. Zusätzliche Komplikation birgt noch die Tatsache in sich, daß in vielen Fällen die Amplituden der Zerfallskaskaden hinsichtlich der Produktion gleicher Bosonen symmetrisiert werden müssen. Die sich daraus ergebenden Formeln werden in Anhang B hergeleitet (Gl. (75) ff).

## 5.2 Analyse der Spektren

Zunächst dient die Inspektion der Verteilung der invarianten Massen zur heuristischen Untersuchung des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$ . Auffälligkeiten in den Strukturen der Spektren können so erste Hinweise auf die Dynamik des Reaktionsprozesses geben. Unter Umständen lassen sich bereits Indizien oder sogar Evidenzen für die Produktion bestimmter Resonanzen finden. Man darf indes nicht vergessen, daß jede Art der Projektion des fünfdimensionalen Phasenraums auf ein oder zwei Dimensionen einen Verlust an Information bedeutet. Mögliche Reflexionen von Zerfallsamplituden und deren Interferenzen können zudem das Vorhandensein etwaiger intermediärer Zustände vortäuschen. Ein Vergleich der Spektren mit Simulationen der in Frage kommenden Partialwellen kann hierüber jedoch aufklären. Bessere Gewissheit kann man sich letztlich aber nur mit Hilfe der Partialwellenanalyse verschaffen, für deren Vorgehensweise in der heuristischen Untersuchung zunächst eine Art Leitfaden erarbeitet werden soll.

### Die Signale von $\phi(1020)$ und $K^*(892)^\circ$

Fünf Kombinationen sind möglich, um die invariante Masse von zwei bzw. drei Teilchen des Endzustandes zu bilden:  $K_L K_S$  bzw.  $\pi^0 \pi^0$  mit einem Eintrag,  $K \pi^0$  mit vier und  $K \pi^0 \pi^0$

bzw.  $K_L K_S \pi^0$  mit je drei Einträgen pro Ereignis. In Abb. 21 sind die eindimensionalen Projektionen auf die entsprechende lineare Massenskala mit gleicher Auflösung (Einträge pro  $10 \text{ MeV}/c^2$ ) dargestellt. Die gestrichelten Kurven zeigen die Dichte von homogen im Phasenraum verteilten Ereignissen (sog. *LIPS*-Ereignisse), nachdem diese die in Abschnitt 4.5 besprochenen Detektorschnitte passierten, womit eine eventuell geringe, durch den Meßvorgang bedingte Verzerrung in der Besetzungsdichte des Phasenraums berücksichtigt wird<sup>32</sup>.

Die Massenspektren in Abb. 21 a) und b) verraten augenscheinlich im Annihilationskanal die Existenz zweier prominenter Resonanzen, die in  $K_L K_S$  bzw.  $K \pi^0$  zerfallen: die Vektormesonen  $\phi(1020)$  mit einer Nominalmasse von  $m = 1019,4 \text{ MeV}/c^2$  und einer Breite von  $\Gamma = 4,4 \text{ MeV}/c^2$  und  $K^*(892)^0$  mit  $m = 896,1 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = 50,5 \text{ MeV}/c^2$ .  $\bar{p}p$ -Vernichtungen, die ein  $\phi$  produzieren, erzeugen das skalare Meson  $f_0(400-1200)$  als Produktionspartner, das mit der in Anhang B besprochenen  $(\pi\pi)_S$ -Welle beschrieben wird:

$$\bar{p}p \longrightarrow \phi(\pi\pi)_S \quad (41)$$

Die beiden möglichen Bahndrehimpulse  $L=0$  und  $L=2$  zwischen den Mesonen sorgen für zwei unterschiedlich zu berücksichtigende Amplituden. Ob sich die Daten so interpretieren lassen, daß auch eine bisher nur zweifelhaft nachgewiesene Resonanz  $X$  mit Isospin 1, die in  $\phi\pi$  zerfällt und nach

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow X \pi^0 \\ &\quad \longmapsto \phi \pi^0 \end{aligned} \quad (42)$$

produziert werden könnte, zum  $\phi$ -Signal beiträgt, wird später noch untersucht werden. Im Prinzip könnte noch eine zweite Resonanz im  $K_L K_S$ -Spektrum auftauchen, nämlich die radiale Anregung des  $\phi$ -Mesons, die nach

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow \phi(1680)(\pi\pi)_S \\ &\quad \longmapsto K_L K_S \end{aligned} \quad (43)$$

produziert werden könnte. Die Breite dieser Resonanz von  $\Gamma = 150 \text{ MeV}/c^2$  könnte den Nachweis des Zerfalls in  $K_L K_S$ , der eventuell bislang lediglich in einem  $e^+e^-$ -Collider-Experiment gesehen wurde [48], trotz des engen Phasenraums ermöglichen. Allerdings läßt sich diesbezüglich im Spektrum selbst nichts erkennen, erst die empfindliche Methode der Partialwellenanalyse wird hierzu genaueres aussagen können.

Der Nachweis eines deutlichen  $K^*$ -Signals überrascht nicht. Eine ganze Palette von Zerfallskanälen verläuft über die Produktion von bzw. den Zerfall in  $K^*$ -Mesonen. Später werden sich als die wichtigsten herausstellen:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_1(1400)^0 \bar{K}^0 + c.c. \\ &\quad \longmapsto K^{*0} \pi^0 \end{aligned} \quad (44)$$

<sup>32</sup> Bei allen hier und im folgenden gezeigten Bildern wurden  $10^7$  Ereignisse zur Darstellung der *LIPS*-Verteilung herangezogen, weshalb der Kurvenverlauf frei von sichtbaren statistischen Schwankungen ist. Die Verteilungen sind auf 7434, der Anzahl der Datenereignisse, normiert.

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_1(1270)^\circ \bar{K}^\circ + c.c. \\ &\quad \longmapsto K^{*\circ} \pi^\circ \end{aligned} \quad (45)$$

$$\bar{p}p \longrightarrow K^{*\circ} \bar{K}^{*\circ} \quad (46)$$

$$\bar{p}p \longrightarrow (K\pi)_S \bar{K}^{*\circ} + c.c. \quad (47)$$

Auch hier können verschiedene Bahndrehimpulse oder Spineinstellungen zu zwei oder drei Amplituden pro Übergang führen. Mit  $(K\pi)_S$  ist die in Anhang B beschriebene Parametrisierung des skalaren Mesons  $K_0^*(1430)$  bezeichnet. Und natürlich bleibt die Frage zu klären, inwieweit sich wenig etablierte oder neu zu postulierende Zwischenzustände  $Y$ , die nach

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow Y\pi^\circ \\ &\quad \longmapsto K^{*\circ} \bar{K}^\circ + c.c. \end{aligned} \quad (48)$$

in  $K^*K$  zerfallen, nachweisen lassen.

Die Signale von  $\phi$  und  $K^*$  heben sich vom Untergrund so klar ab, daß sie sich mittels Kurvenanpassung vermessen lassen (siehe Ausschnitte in den beiden oberen Bildern von Abb. 21). Eine Gaussfunktion soll uns hierbei als erste Näherung genügen<sup>33</sup>. Zur Beschreibung des Untergrundes in der Umgebung der Signale wird für die  $K_L K_S$ -Verteilung ein Polynom dritten Grades, für die  $K\pi^\circ$ -Verteilung ein Polynom vierten Grades angenommen. Zur Abschätzung des Untergrundes ist die Kenntnis seines Verlaufes unter den Signalen wesentlich. Im  $K_L K_S$ -Fall stehen nur einige Histogrammkanäle über die rechte Flanke hinaus zur Verfügung, weshalb hier die Untergrundabschätzung mit einer größeren Unsicherheit behaftet ist. Das kubische Polynom verhält sich nach der Anpassung nahezu linear.

Die Gaussanpassung liefert als  $\phi$ -Masse (gepunktete Linie in der Ausschnittvergrößerung)  $m = (1020, 8 \pm 0, 5) \text{ MeV}/c^2$ , ein erstaunlich genauer Wert, der auf diese einfache Weise ermittelt wird; die Nominalmasse von  $\phi(1020)$  liegt noch im  $3\sigma$  Bereich. Die angepaßte Signalbreite von  $\sigma = (9, 8 \pm 0, 9) \text{ MeV}/c^2$  erklärt sich ungefähr aus dem Wert der halben Resonanzbreite ( $\Gamma/2 = 2, 2 \text{ MeV}/c^2$ ), der um die Detektorauflösung erweitert wird. Die Fläche der Glockenkurve beläuft sich nun auf  $(740 \pm 80) \phi\pi\pi$  Ereignisse, was bezogen auf 7434 Datenereignisse einen Anteil von  $(10, 0 \pm 1, 1) \%$  ausmacht.

Die  $K^*$ -Masse läßt sich mit der einfachen Methode der Gaussanpassung offenbar nicht ganz so gut bestimmen:  $m = (893, 5 \pm 0, 7) \text{ MeV}/c^2$ ; die Nominalmasse des neutralen

<sup>33</sup> Exakt könnte der Verlauf der Signale beschrieben werden durch eine Faltung (sog. Voigt-Verteilung) einer Breit-Wigner-Funktion, die die endliche Lebensdauer der Mesonen beschreibt, mit einer Gaussverteilung, die die endliche Auflösung des Detektors berücksichtigt. Die (quadrierte) Breit-Wigner-Funktion ist zwar in der Spitze schmäler ausgeprägt als eine Normalverteilung, sie verläuft dennoch ungefähr symmetrisch und ist der Normalverteilung nicht völlig unähnlich. Der gemachte Fehler bei einer reinen Gaussanpassung wird zumindest beim  $\phi$ -Signal unerheblich sein, da hier die endliche Detektorauflösung die Resonanzbreite überwiegt.

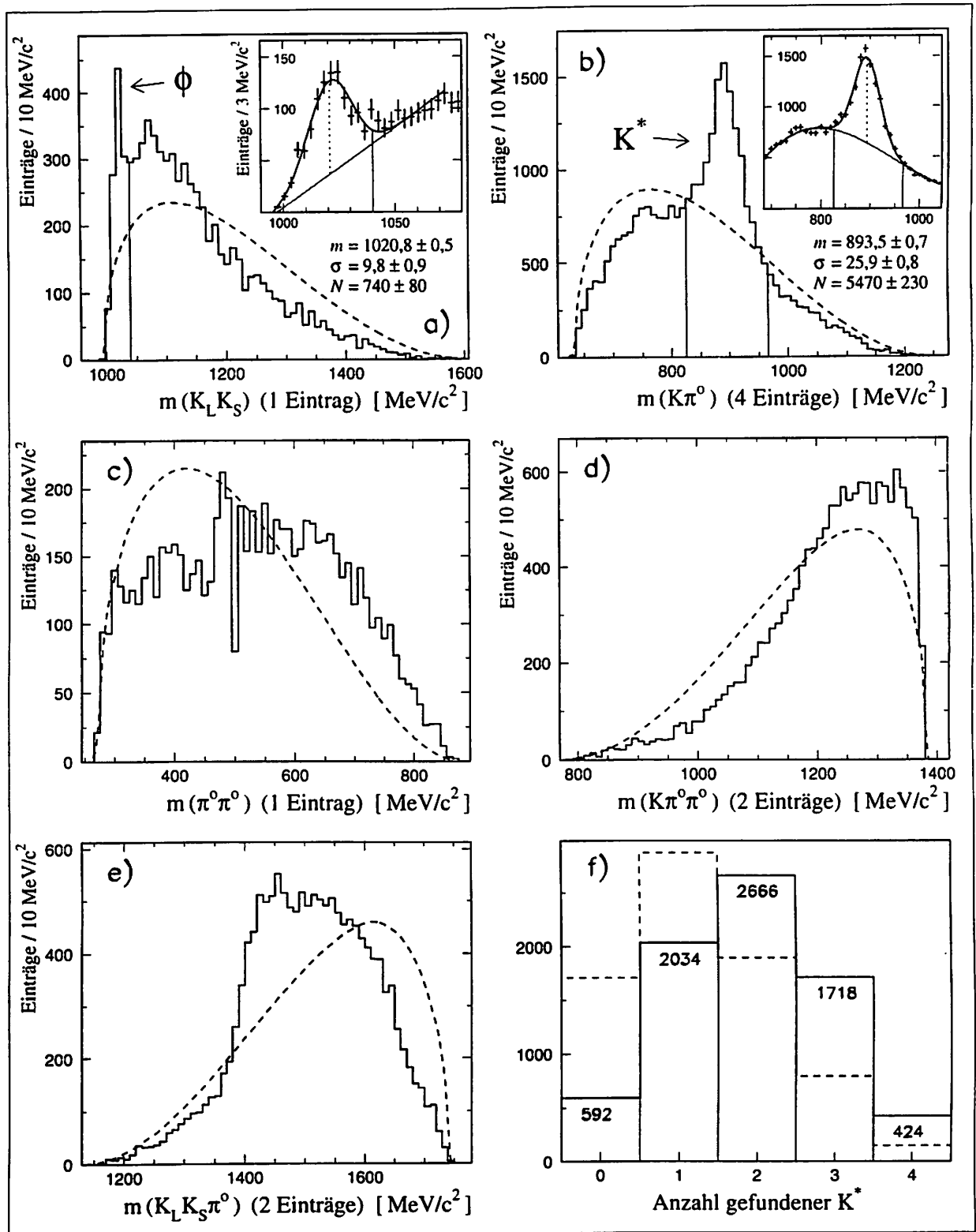


Abbildung 21: Die Histogramme a) - e) zeigen die invarianten Massen aller möglichen Teilchenkombinationen. In den Spektren a) und b) treten die Vektormesonen  $\phi(1020)$  bzw.  $K^*(892)^0$  deutlich hervor. An deren Signale wurden Gausskurven angepaßt, die auf geeignet parametrisiertem Untergrund (dünne Linie) aufsitzen und durch Masse  $m$ , Breite  $\sigma$  und Anzahl der Einträge  $N$  charakterisiert sind. Die senkrechten Striche markieren die später verwendeten Schnitte auf die Mesonen. Statistik f) zeigt die Aufteilung des Datensatzes in fünf Kategorien, die angeben, wieviele der vier möglichen invarianten  $K\pi$ -Massen pro Ereignis innerhalb des in b) gezeichneten  $K^*$ -Fensters zwischen 826 und 966  $\text{MeV}/c^2$  liegen. In allen Fällen repräsentieren die gestrichelten Linien homogen im Phasenraum verteilte Ereignisse.



$K^*$  befindet sich knapp im  $4\sigma$  Bereich dieser Messung<sup>34</sup>. Die Breite der Gausskurve ist mit  $\sigma = (25,9 \pm 0,8) \text{ MeV}/c^2$  nur geringfügig größer als die halbe Resonanzbreite ( $\Gamma/2 = 25,2 \text{ MeV}/c^2$ ). Die Glockenkurve sammelt  $5470 \pm 230$  Einträge unter sich. Wie am Verlauf der angepaßten Funktion zu sehen ist, macht sich die schmalere Spitze der Breit-Wigner-Funktion im  $K^*$ -Signal bemerkbar; die Gaussfläche ist um etwa 100 Einträge zu klein (Abschätzung), das Signal wird also von ca. 5570 Einträgen gebildet. Der Untergrund verhält sich erstaunlich proportional zur Verteilung der *LIPS*-Ereignisse. Es liegt daher der Schluß nahe, daß der  $K\pi^\circ$ -Untergrund vor allem kombinatorischer Art ist. Tatsächlich erhält man einen dominierenden Beitrag von Zerfallsketten, die über  $K^*$  verlaufen: Vernachlässigt man zunächst den noch unbekannt, aber vermutlich kleinen Anteil von Reaktionen der Art  $\bar{p}p \rightarrow K^*K^*$ , erhält man bezogen auf 7434 Datenereignisse  $(75,0 \pm 3,2) \% K^*K\pi$  Ereignisse.

Schon jetzt läßt sich feststellen, daß ca. 10 % der Ereignisse ein  $\phi$ -Meson und ca. 75 % ein  $K^*$ -Meson enthalten. Beide Ereignistypen schließen einander aus. Zieht man von den verbleibenden 15 % noch den 10 %igen Anteil falsch rekonstruierter Ereignisse ab, verlaufen nur ca. 5 % aller  $\bar{p}p$ -Reaktionen, die zum Endzustand  $K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ$  führen, weder über die Zwischenzustände  $\phi$  noch  $K^*$ . Vor allem folgende Zerfallsketten kommen dabei in Frage:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_1(1400)^\circ \bar{K}^\circ + c.c. & (49) \\ &\quad \longmapsto (K\pi)_S \pi^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_1(1400)^\circ \bar{K}^\circ + c.c. & (50) \\ &\quad \longmapsto K(\pi\pi)_S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_1(1270)^\circ \bar{K}^\circ + c.c. & (51) \\ &\quad \longmapsto (K\pi)_S \pi^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_1(1270)^\circ \bar{K}^\circ + c.c. & (52) \\ &\quad \longmapsto K(\pi\pi)_S \end{aligned}$$

$$\bar{p}p \longrightarrow (K\pi)_S (\bar{K}\pi)_S \quad (53)$$

<sup>34</sup> Der angegebene Fehler ist rein statistischer Natur. Hinzu kommt noch ein systematischer Fehler, der tendenziell die  $K^*$ -Masse zu kleineren Werten scheinbar verschiebt: Führt man die gleiche Kurvenanpassung für einen Datensatz aus, bei dem die  $\phi$ -Mesonen durch die Nebenbedingung  $m(K_L K_S) > 1040 \text{ MeV}/c^2$  ausgeschlossen wurden, erhält man eine  $K^*$ -Masse, die um  $1,0 \text{ MeV}/c^2$  höher liegt, bei einer um  $0,4 \text{ MeV}/c^2$  kleineren Breite (ansonsten gleiche Anpassungsfehler), vgl. hierzu die  $K\pi^\circ$ -Massenverteilung für diesen Datensatz in Abb. 30 unten rechts.  $\phi\pi^\circ\pi^\circ$ -Ereignisse tragen also zu einer Verbreiterung der linken Flanke des  $K^*$ -Signals bei. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird hierfür ein Grund angegeben, der zum indirekten Nachweis einer  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz führen könnte.

### Hinweise auf weitere Zwischenzustände

Die invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse in Abb. 21 c) offenbart keine schmalen Resonanzen. Der einzig mögliche Zwischenzustand, der in  $\pi\pi$  zerfällt, ist das sehr breite skalare Meson  $f_0(400-1200)$ , das - wie bereits erwähnt - besser mit einer  $\pi\pi$ -Streuamplitude in der S-Welle als mit einer Breit-Wigner-Funktion parametrisiert wird. Wie in Anhang A eingehend erklärt wird, können  $a$ - und  $b$ -Mesonen nicht in zwei Pionen zerfallen. Beispiele für Übergänge, die über den Zwischenzustand  $f_0$  verlaufen, sind (41), (50) oder (52). Die schroffe Erhöhung in der  $\pi^0\pi^0$ -Massenverteilung zweier Histogrammkanäle bei etwa  $500 \text{ MeV}/c^2$ , unmittelbar gefolgt von einer Einkerbung, rührt von dem in Abschnitt 4.4 erklärten Umstand her, der zu falsch rekonstruierten  $K_S$ -Ereignissen führte.

Auffallend im Spektrum der  $K\pi^0\pi^0$ -Masse, Bild d), ist die Anhäufung von Einträgen oberhalb  $1200 \text{ MeV}/c^2$ , die sich im Vergleich zur *LIPS*-Verteilung zum Rand des Phasenraumes hin noch vermehrt akkumulieren. In diesem Bereich machen sich die beiden Mischzustände  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  der axialen Vektormesonen bemerkbar. Eine Breite von  $\Gamma = 174 \text{ MeV}/c^2$  ist der Grund dafür, warum das  $K_1(1400)$ -Meson produziert werden kann, obwohl seine Nominalmasse von  $m = 1402 \text{ MeV}/c^2$  außerhalb des kinematisch zugänglichen Bereiches liegt, der bei  $1379 \text{ MeV}/c^2$  endet. Auch das  $K_1(1270)$ -Meson mit  $\Gamma = 90 \text{ MeV}/c^2$  kann bei seiner Nominalmasse von  $m = 1273 \text{ MeV}/c^2$  nicht als einzelne Spitze in Erscheinung treten. Die beiden ( $K\pi^0\pi^0$ )-Resonanzen werden in den Zerfallsketten (44), (45), (49), (50), (51) und (52) produziert.

Im Prinzip ist auch der Beitrag noch schwererer  $K$ -Resonanzen, die in  $K^*\pi$  zerfallen können, denkbar: die mit  $227 \text{ MeV}/c^2$  sehr breite radiale Anregung des  $K^*$  bei  $1412 \text{ MeV}/c^2$  oder das Tensorteilchen  $K_2^*(1430)$  bei  $1425,4 \text{ MeV}/c^2$ , das aufgrund des zu erzeugenden Spins und wegen der vergleichsweise schmalen Breite von  $98,4 \text{ MeV}/c^2$  im  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal kaum beobachtet werden dürfte. Unwahrscheinlich auch, daß Zustände mit noch höheren Massen wie etwa die vermutete  $K(1460)$ -Resonanz beteiligt sind.

Die Eigenschaften der für das  $K\pi^0\pi^0$ -System in Frage kommenden  $K$ -Resonanzen sind tabellarisch in Anhang E aufgeführt. Alle Seltsamkeit tragenden Teilchen mit einer Nominalmasse von mehr als  $1400 \text{ MeV}/c^2$  sind übrigens bislang ausschließlich in Kaonenstrahl-Experimenten beobachtet worden. Deren Nachweis in  $\bar{p}p$ -Reaktionen wäre erstmalig.

Am interessantesten dürfte aber zunächst das  $K_L K_S \pi^0$ -Spektrum sein, da in dem hier zugänglichen Massenbereich zwischen  $1300 \text{ MeV}/c^2$  und  $1600 \text{ MeV}/c^2$  ein prominenter Zustand mit negativer  $C$ -Parität zwar erwartet wird, bislang aber nicht eindeutig identifiziert werden konnte. Die LASS-Kollaboration am SLAC forderte 1988 zur Interpretation der bei der Reaktion  $K^-p \rightarrow K_S K^\pm \pi^\mp \Lambda$  gesammelten Daten mittels Partialwellenanalyse des  $K_S K^\pm \pi^\mp$ -Systems die Existenz einer Resonanz mit Nominalmasse  $m = (1380 \pm 20) \text{ MeV}/c^2$  und Breite  $\Gamma = (80 \pm 30) \text{ MeV}/c^2$ ;  $C$ -Parität und Isospin mußten unbestimmt bleiben [47]. Die  $K^*K$ -Resonanz wäre geeignet, eine Lücke im Nonett der axialen Vektormesonen zu schließen: es könnte sich neben dem  $h_1(1170)$ -Meson um den zweiten isoskalaren Zustand im Nonett handeln. Damit wären die Quantenzahlen festgelegt:  $I^G(I^{PC}) = 0^-(1^{+-})$ . Dieses  $h_1'$  genannte Meson wäre demnach im Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  beobachtbar. Sein

Nachweis würde die negative  $C$ -Parität sichern, der Isospin bliebe unbestimmt. Nach dem Quarkmodell kommt für ein in Kaonen zerfallendes Meson allerdings nur  $I = 0$  in Frage. Ließe sich ein Zerfall in  $\phi\pi$  nachweisen, wäre die Resonanz isovektoriell und damit gleichzeitig ein potentieller Kandidat eines nicht-mesonischen Zustandes; die Lücke im  $1^{+-}$  Nonett dann bliebe weiterhin offen.

In Serpukov wurden 1987 Indizien für einen um  $100 \text{ MeV}/c^2$  schwereren  $\phi\pi$ -Zustand bei  $(1480 \pm 40) \text{ MeV}/c^2$  mit einer Breite von  $(130 \pm 60) \text{ MeV}/c^2$  gefunden, der als exotisch postuliert wurde [49]. Die Existenz dieses Zustandes ist umstritten, Zerfälle in  $\phi\pi$  wurden bis jetzt von keinem anderen Experiment beobachtet. Möglicherweise könnte es sich dabei aber auch um die radiale Anregung des Vektormesons  $\rho$  handeln, der gegen die OZI-Regel verstoßend in  $\phi\pi$  zerfällt: der isovektorielle Zustand  $\rho(1450)$  mit  $I^G(I^{PC}) = 1^+(1^{--})$ , Masse  $m = (1452 \pm 8) \text{ MeV}/c^2$  und Breite  $\Gamma = (310 \pm 60) \text{ MeV}/c^2$ . Masse und Breite stellen die gemittelten Ergebnisse von Experimenten dar, die Zerfälle dieses Zustandes in  $\eta\rho$ ,  $\pi^+\pi^-$  und  $\omega\pi$  untersuchten [14].

Wie auch immer, ein Blick auf Bild e) verrät folgendes: einen Hinweis auf einen Zustand bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  scheint es partout nicht zu geben. Um so prägnanter ist dafür der abrupte Anstieg im Spektrum bei etwa  $1390 \text{ MeV}/c^2$ . Sollten wir es hier tatsächlich mit dem Signal einer Resonanz zu tun haben, müßte diese relativ schmal sein: im Vergleich zur  $LIPS$ -Verteilung fällt das Signal bei etwa  $1460 \text{ MeV}/c^2$  bereits wieder ab. Die Nominalmasse läge somit im Bereich  $1400 \dots 1450 \text{ MeV}/c^2$ . Ob diese statistisch signifikante Erhöhung im Spektrum als Indiz für das  $h'_1$ -Meson oder das  $\rho(1450)$ -Meson interpretiert werden kann, oder ob sich diese Erscheinung am Ende nur als eine Reflexion z.B. der  $K_1^0$ -Mesonen herausstellt, bleibt Gegenstand weiterer Untersuchungen.

Im Mesonenspektrum sind  $h'_1$  und  $\rho(1450)$  keineswegs die einzigen vermuteten bzw. bekannten Zustände, die in  $K_L K_S \pi^0$  zerfallen können. Im fraglichen Massenbereich ist das auch prinzipiell möglich für den Isospin 1 Zustand der axialen Vektormesonen  $b_1(1235)$ , die radiale Anregung des  $\phi$ -Mesons  $\phi(1680)$  oder etwa auch dessen isoskalaren Partner  $\omega(1420)$ . Bei  $b_1(1235)$  (Breite  $142 \text{ MeV}/c^2$ ) ist neben dem Zerfall in  $(K\pi)_S K$  auch einer in  $\phi\pi$  denkbar, der allerdings OZI-verboden wäre. Zerfälle dieser Art sind bisher nicht beobachtet worden. Experimentelle Obergrenzen für beide Zerfälle sind 8 % bzw. 1,5 % im Vergleich zum Zerfallsmodus  $\omega\pi$  [14]. In der invarianten  $K_L K_S \pi^0$ -Masse, Bild e), ist erstaunlicherweise tatsächlich bei  $1235 \text{ MeV}/c^2$  eine kleine Spitze zu erkennen. Amplituden für Zerfälle des  $b_1(1235)$  sollten in der Partialwellenanalyse also Beachtung finden.

Alle bekannten bzw. vermuteten Resonanzen, die man bei der Analyse des  $K_L K_S \pi^0$ -Systems berücksichtigen muß, und die über einen oder mehrere der drei in (54) schematisierten Wege zerfallen, sind in Tab.10 zusammengefaßt. Möglicherweise erhöhen verschiedene mögliche Bahndrehimpulse bei manchen Zerfällen die Zahl der jeweils beteiligten Partialwellen; diese müssen ohnehin bereits doppelt oder vierfach angeschrieben werden, je nachdem, ob nur zwischen den Pionen symmetrisiert oder zusätzlich auch zwischen den Kaonen antisymmetrisiert werden muß.

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (K_L K_S \pi^0) \pi^0 & (54) \\ &\quad \longmapsto (K\pi)_S \bar{K}^0 + c.c. \\ &\quad \longmapsto K^{*0} \bar{K}^0 + c.c. \\ &\quad \longmapsto \phi \pi^0 \end{aligned}$$

$(K_L K_S \pi^0)$	$I^G (J^{PC})$	$m$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\Gamma_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$(K\pi)_S K^0$	$K^{*0} K^0$	$\phi \pi^0$
$b_1(1235)^0$	$1^+ (1^{+-})$	$1231 \pm 10$	$142 \pm 8$	?	?	$< 1,5\%$
$h'_1(1380)$	$0^- (1^{+-})$	$1380 \pm 20$	$80 \pm 30$	?	gesehen	
$\omega(1420)$	$0^- (1^{--})$	$1419 \pm 31$	$174 \pm 59$	?	?	
$\rho(1450)^0$	$1^+ (1^{--})$	$1465 \pm 25$	$310 \pm 60$	?	?	$< 1\%$
$\phi(1680)$	$0^- (1^{--})$	$1680 \pm 50$	$150 \pm 50$	?	dominant	

Tabelle 10: Fünf bekannte oder vermutete Resonanzen können im  $K_L K_S \pi^0$ -System in Erscheinung treten. Insgesamt zwölf Zerfallsketten müssen dabei berücksichtigt werden. Bis auf den Übergang  $\phi(1680) \rightarrow K^* \bar{K} + c.c.$  ist bis jetzt keiner dieser Zerfälle experimentell zweifelsfrei nachgewiesen worden. Die Zahlen geben obere Grenzen für das Verhältnis von Zerfallsbreite zur Gesamtbreite bei einem Confidence Niveau von 84 % bzw. 95 % an. Der Zustand  $h'_1(1380)$  wurde bis jetzt nur von LASS in der Partialwellenanalyse des Systems  $K_S K^\pm \pi^\mp$  im Zerfall nach  $K^* K$  gesehen [47].

### Aufteilung der Daten in $\phi\pi\pi$ - und $K^*K\pi$ -Ereignisse

Nachdem der Datensatz von  $K^*K\pi$ - und  $\phi\pi\pi$ -Ereignissen dominiert wird, stellt sich die Frage, inwieweit es sinnvoll ist, die Daten durch Setzen von Massenfenstern auf die schmalen Signale der  $\phi$ - und  $K^*$ -Mesonen in zwei Untersätze aufzuteilen. Da beide Signalspitzen auf einer hohen Verteilung aufsitzen, ist klar, daß ein solches Unternehmen lediglich zu Anreicherungen von  $K^*K\pi$ - und  $\phi\pi\pi$ -Ereignissen in den jeweiligen Untersätzen führen wird; alle sich daraus ergebenden Schlußfolgerungen können nur unter großem Vorbehalt getroffen werden. Wie hoch der Anreicherungsgrad bzw. die Identifikationswahrscheinlichkeit eines Ereignisses dabei ist, soll nun überlegt werden.

Durch einen Schnitt auf die invariante  $K_L K_S$ -Masse bei  $1040 \text{ MeV}/c^2$  erhält man einen Satz von 1199 Ereignissen mit geringerer Masse, vgl. Ausschnitt in Abb. 21 a). Wie oben dargelegt, befinden sich hierin  $740 \pm 80$  "echte"  $\phi\pi\pi$ -Ereignisse, was einem Anteil von ca. 60 % entspricht.

Zur Separation von  $K^*K\pi$ -Ereignissen eignet sich das Setzen eines Fensters von  $\pm 70 \text{ MeV}/c^2$  auf die nominale  $K^*$ -Masse, vgl. Ausschnitt in Abb. 21 b). Jedes Ereignis wird also in den  $K^*K\pi$ -Datensatz aufgenommen, wenn dessen invariante  $K\pi^0$ -Masse zwischen

826 MeV/c<sup>2</sup> und 966 MeV/c<sup>2</sup> liegt, wobei alle vier  $K\pi^0$ -Kombinationen berücksichtigt werden müssen. Es ist somit wahrscheinlich, daß ein und dasselbe Ereignis dieses Kriterium mehrfach erfüllt. Diagramm f) in Abb. 21 zeigt eine Statistik über die Anzahl der positiven Entscheidungsausgänge<sup>35</sup>. Die Zahlen geben an, wieviele Ereignisse zur jeweiligen Kategorie gehören. Zum Vergleich ist die entsprechende Statistik für *LIPS*-Ereignisse gestrichelt dargestellt.

Demnach genügen nur 592 Ereignisse dem  $K^*$ -Kriterium überhaupt nicht. Für manche der folgenden Untersuchungen ist es sinnvoller, die vier Kategorien innerhalb des  $K^*K\pi$ -Datensatzes getrennt zu betrachten. Ist  $N_i$  die Anzahl der Ereignisse, die das  $K^*$ -Kriterium  $i$  mal erfüllen, dann befinden sich  $\sum_i iN_i = 14\,216$  Einträge innerhalb des  $K^*$ -Fensters. Bei einer  $K^*$ -Signalstärke von  $5570 \pm 230$  stammen mit einer Wahrscheinlichkeit von knapp 40 % die Teilchen  $K$  und  $\pi^0$ , deren invariante Masse einen Wert zwischen 826 MeV/c<sup>2</sup> und 966 MeV/c<sup>2</sup> ergibt, also tatsächlich von einem  $K^*$ -Zerfall.

Die Verteilung der Daten-Ereignisse (*LIPS*-Ereignisse) in f) besitzt einen Schwerpunkt von 1,91 (1,29) bei einer Streuung von 1,02 (1,00). Offenbar wird das  $K^*$ -Kriterium bei homogen im Phasenraum verteilten Ereignissen im Schnitt bereits knapp 1,3 mal pro Ereignis erfüllt, bei den realen Daten gut 1,9 mal. Man darf also erst ab mindestens etwa zwei gefundenen  $K\pi^0$ -Kombinationen, deren invariante Masse im  $K^*$ -Fenster liegt, mit dem signifikanten Beitrag eines "echten"  $K^*$ -Mesons rechnen. Die Differenz der Schwerpunkte beider Verteilungen besagt noch folgendes: Unter der Voraussetzung, daß jedes "echte"  $K^*K\pi^0$ -Ereignis im Mittel das  $K^*$ -Kriterium genau einmal mehr erfüllt, wären etwa 62 % aller Datenereignisse tatsächliche  $K^*K\pi^0$ -Ereignisse, was gut 10 % weniger ist, als nach obigen Überlegungen erwartet wird. Diese Methode zur Abschätzung des Beitrags von  $K^*K\pi^0$ -Ereignissen ist allerdings zu ungenau. Zwar verlagern  $K^*$ -Ereignisse den Schwerpunkt der  $K^*$ -Statistik nach rechts, umgekehrt läßt die  $K^*$ -Statistik aber nur schwerlich Rückschlüsse auf den Ereignistyp zu. Hiervon kann man sich anhand simulierter Zerfallsamplituden, auf die später noch näher eingegangen wird, ein Bild machen, siehe Abb. 30. Selbst die Annahme, Einträge in der Kategorie der vier " $K^*$ " speisen sich in erster Linie von  $K^*K^*$ -Ereignissen, da hier von vorne herein bereits zwei  $K^*$ -Mesonen vorhanden sind, wäre ein Irrtum. Ein Beitrag von  $K^*\bar{K}^*$  an der Gesamtreaktion läßt sich auf diese einfache Weise also nicht abschätzen.

## Zweidimensionale Projektionen

Zweidimensionale Streudiagramme wie in Abb. 22 sind i.a. auch für Vier-Teilchen-Endzustände aussagekräftiger als deren eindimensionale Projektionen, die quantitative Auswertung und die Interpretation der sichtbaren Strukturen ist allerdings schwierig, da es sich in keinem Fall um einen Dalitzplot handelt<sup>36</sup>. Relativ eindeutig lassen sich aber horizontale und vertikale Bänder Resonanzen zuordnen.

<sup>35</sup> Jede invariante  $K\pi^0$ -Masse, die sich im genannten Fenster befindet, wird dabei falsche Tatsachen suggerierend aber platzsparend als " $K^*$ " bezeichnet.

<sup>36</sup> Auch das Auftragen der invarianten Massenquadrate anstatt der einfachen Massen führt bei vier Teilchen nicht zu einer flachen Darstellung des Phasenraums. Schräg verlaufende Bänder, die Resonanzen

Die Abbildungen 22 und 23 zeigen die invarianten Massen der Teilchenkombinationen  $K\pi^\circ$  versus  $K_L K_S$  bzw.  $K\pi^\circ$  versus  $K\pi^\circ\pi^\circ$  und  $K\pi^\circ$  versus  $K_L K_S\pi^\circ$  bzw.  $K\pi^\circ\pi^\circ$  versus  $K_L K_S\pi^\circ$  mit je vier Einträgen pro Ereignis. In a) und b) ist jeweils die entsprechende Dichteverteilung von homogen im Phasenraum verteilten Ereignissen zum Vergleich in Form von Höhenlinien dargestellt. Die höchste Ereignisdichte befindet sich im Zentrum der innersten geschlossenen Kurve. Unterdrückt man den doppelten Wichtungsfaktor für  $K\pi^\circ\pi^\circ$  und  $K_L K_S\pi^\circ$  bzw. den vierfachen für  $K_L K_S$ , dann führen die horizontalen und vertikalen Projektionen der Streudiagramme zu den in Abb. 21 a) und b) bzw. d) und e) dargestellten Verteilungen.

In Abb. 22 c) wird deutlich: Das waagerechte Band der  $K^*$ -Mesonen reicht noch in das senkrechte der  $\phi$ -Mesonen am linken Rand des Phasenraums hinein, und umgekehrt. Der Schnitt auf die Signale von  $\phi$  und  $K^*$  bewirkt daher nicht die vollständige Trennung beider Mesonen in zwei unterschiedliche Datensätze, sondern lediglich deren Anreicherung. Unter dem 40%igen Untergrund der  $\phi\pi\pi$  Ereignisse befindet sich ein gewisser Anteil von  $K^*K\pi^\circ$ , der sich allerdings wesentlich schwieriger abschätzen läßt, wie dies für den Gesamtbeitrag der  $K^*$ -Mesonen in Abb. 21 b) geschehen ist, vgl. hierzu die Verteilung der invarianten  $K\pi^\circ$ -Masse für den  $\phi\pi^\circ\pi^\circ$  Datensatz in Abb. 30 unten links. Offenbar ist das  $K^*$ -Signal der  $K^*K\pi^\circ$ -Ereignisse von der Spitze der Massenverteilung anderer Ereignisse überlagert. Wie bereits angedeutet, wird später hierfür der Versuch einer Erklärung gegeben. Eine Gaussionpassung auf kubischem Untergrund an das  $K^*$ -Signal ergibt eine nur grobe Abschätzung der  $K^*$ -Signalstärke von  $500 \pm 120$ , was bezogen auf die Gesamtzahl von 1199 Ereignissen also einen Anteil von  $(42 \pm 10)\%$  ausmacht. Dieses wenig überraschende Ergebnis bedeutet nun, daß praktisch der gesamte  $\phi\pi^\circ\pi^\circ$  "Untergrund" von  $K^*K\pi^\circ$ -Ereignissen gebildet wird.

Noch ein zweites läßt sich in Bild c) erkennen: Im linken unteren Bereich gibt es ein schräg verlaufendes, geschwungenes Band, das eine Reflexion der  $K^*$ -Mesonen darstellt; hier sammeln sich vermehrt Einträge von  $K^*K\pi^\circ$  Ereignisse, bei denen die aus dem Zerfall von  $K^*$  stammenden Kaonen und Pionen zur Bildung der invarianten  $K\pi^\circ$ -Masse gerade mit dem jeweils anderen Kaon bzw. Pion kombiniert werden. In der eindimensionalen  $K_L K_S$ -Projektion führt dies zu einer Spitze bei etwa  $1070 \text{ MeV}/c^2$ . Simulationen zeigen, daß die Position dieser Spitze variiert, je nachdem, aus welchem Zerfall die  $K^*$ -Mesonen hervorgehen. Die Daten lassen hier auf den dominanten Zerfallsweg  $\bar{p}p \rightarrow K_1(1400)K \rightarrow K^*\pi^\circ K$  schließen.

Auch in Bild d) treten die  $K^*$ -Mesonen als waagerechtes Band hervor. Eine Verdickung bei etwa  $1250 \text{ MeV}/c^2$  weist nur undeutlich auf den Zustand  $K_1(1270)$  hin.  $K_1(1400)$ -Mesonen lassen sich allenfalls indirekt im Vergleich zu Bild b) nachweisen: die Dichte der Einträge bleibt im Datendiagramm zum rechten Rand des dargestellten Phasenraums hin in etwa konstant, was mit einer relativen Zunahme der Einträge, verursacht durch  $K_1(1400)K\pi^\circ$  Ereignisse, erklärt werden kann.

In den Datendiagrammen in Abb. 23 sind die  $K^*$ -Mesonen ebenso prägend: Einmal als horizontales Band in Bild c) an gewohnter Stelle, und schließlich als diagonal von repräsentieren, sind oft gekrümmt.

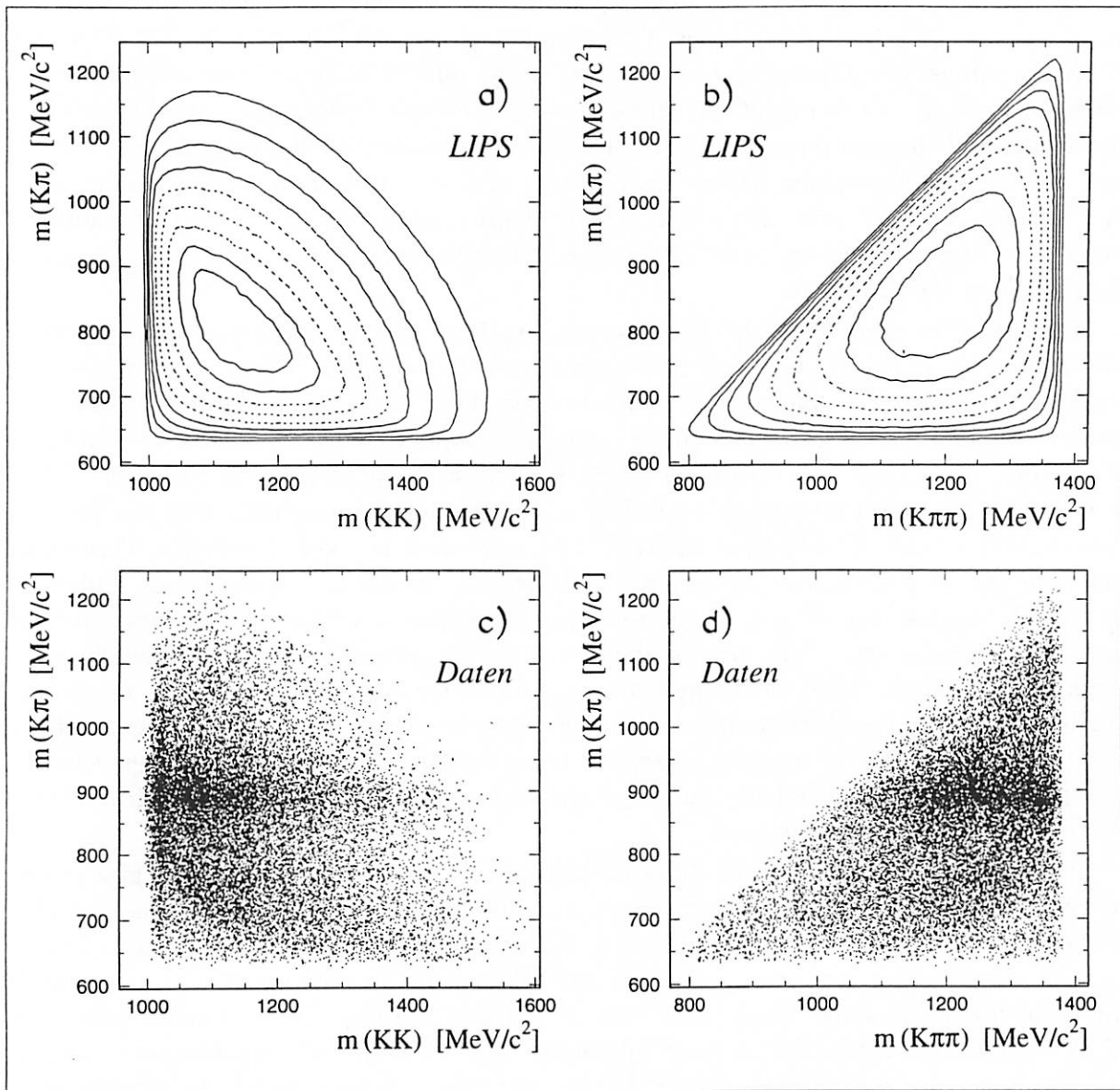


Abbildung 22: In zweidimensionalen Streudiagrammen lassen sich manche Gegebenheiten besser erkennen als in eindimensionalen Projektionen. c) zeigt die invariante  $K_L K_S$ -Masse gegen die  $K\pi^\circ$ -Masse. Die Bänder der  $K^*$  und der  $\phi$  Mesonen überlagern sich am linken Rand des Phasenraums. Eine vollständige Trennung des Datensatzes in  $K^* K\pi^\circ$ - und  $\phi\pi^\circ\pi^\circ$ -Ereignisse ist daher nicht möglich. In d) ist die invariante  $K\pi^\circ$ -Masse gegen die  $K\pi^\circ\pi^\circ$ -Masse dargestellt. Auch hier erkennt man das waagerechte Band, in dem sich  $K^*$ -Mesonen sammeln. Nur undeutlich weist eine Verdickung des Bandes bei etwa 1250 MeV/c<sup>2</sup> auf  $K_1(1270)$ -Mesonen hin. Die Existenz von  $K_1(1400)$ -Mesonen lässt sich nur indirekt erkennen: die Dichte der Einträge bleibt zum rechten Rand des dargestellten Phasenraums hin in etwa gleich, bei nicht Vorhandensein der schweren  $K\pi^\circ\pi^\circ$ -Resonanz würde man eine gleichmäßige Dichteabnahme erwarten, wie ein Vergleich mit Bild b) offenbart: hier ist ebenso wie in a) die Dichteverteilung von homogen im Phasenraum verteilten Ereignissen in Form von Höhenlinien wiedergegeben. Streudiagramme der hier gezeigten Art stellen im Gegensatz zu Dalitzplots den Phasenraum nicht flach dar. Wegen der  $K\pi$ -Kombinatorik sind alle Diagramme mit vier Einträgen pro Ereignis gefüllt.

oben Mitte nach rechts unten verlaufende Spur in Bild d). An beiden Bildern ist bemerkenswert, daß sich ein vertikales Band zwischen 1400 und 1450 MeV/c<sup>2</sup> sehen läßt, was als Indiz für eine  $K_S K_L \pi^\circ$ -Resonanz interpretiert werden kann. Besonders augenscheinlich ist dies in Bild c). Am Rand des Phasenraums, wo sich die  $K_L K_S \pi^\circ$ - und  $K^*$ -Bänder überlagern, ist vor allem im Vergleich zu a) die Ereignisdichte stark erhöht, möglicherweise ein schöner Hinweis auf den Übergang  $\bar{p}p \rightarrow (K^* K) \pi^\circ$ . In c) sind übrigens auch die  $\phi$  Teilchen sichtbar, und zwar entlang der von links unten nach rechts oben verlaufenden Phasenraumgrenze. Hier wird klar, daß ein Schnitt auf  $K^*$ -Mesonen zur Untersuchung des  $K_L K_S \pi^\circ$ -Systems in der Massenregion um 1420 MeV/c<sup>2</sup> automatisch auch zu einer Anreicherung der  $\phi$ -Mesonen führt, oder umgekehrt, der oben beschriebene Schnitt auf  $\phi$ -Ereignisse bewirkt zwangsläufig eine Erhöhung der invarianten  $\phi \pi^\circ$ -Masse in der Gegend um 1420 MeV/c<sup>2</sup>, die nach Definition ja nichts weiter ist, als die Darstellung der  $K_L K_S \pi^\circ$ -Masse mit Beschränkung auf den schmalen Bereich entlang der diagonalen Phasenraumgrenze in Bild c). Freilich kann nicht ausgeschlossen werden, daß zusätzlich auch eine  $\phi \pi^\circ$ -Resonanz zur sichtbaren Erhöhung der Ereignisdichte im erwähnten Bereich beiträgt. Des weiteren muß man sich der prinzipiellen Schwierigkeit bei der Interpretation sichtbarer Strukturen von zweidimensionalen Projektionen eines Vierkörper-Endzustandes bewußt sein:  $\phi$ -Ereignisse sammeln sich zwar aus kinematischen Gründen zwangsläufig entlang der Diagonale in Bild c), was aber nicht bedeutet, daß diese allein ursächlich für die sichtbare Verdickung sind. Einige andere Zerfallsketten, die nicht über die Produktion von  $\phi$ -Mesonen verlaufen, besitzen auch eine Signatur, die durch vermehrte Einträge innerhalb dieses schmalen Bandes gekennzeichnet ist. Die Streudiagramme von Abb. 23 sind für die wichtigsten Übergangsamplituden des  $K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ$ -Kanals in Anhang D dargestellt und geben hierüber reichlich Anschauungsmaterial.

### Dalitzplot $K^* K \pi^\circ$ und $\phi \pi^\circ \pi^\circ$

Der Rückgriff auf den  $K^* K \pi^\circ$ - und den  $\phi \pi^\circ \pi^\circ$ -Datensatz kann zur Klärung der Frage beitragen, inwieweit sich tatsächlich eine  $K_L K_S \pi^\circ$ -Resonanz, die in  $K^* K$  oder auch in  $\phi \pi^\circ$  zerfällt, nachweisen läßt. In beiden Fällen handelt es sich um eine Art Dreikörper-Endzustand, und man kann unter Vorbehalt einen Dalitzplot erzeugen.

Der Grund für die Vorsicht ist leicht einzusehen: Im Fall der  $K^* K \pi^\circ$ -Ereignisse bekommt man trotz der Unterscheidbarkeit der drei Teilchen wegen der Uneindeutigkeit des  $K^*$ -Mesons ein bis vier Einträge pro Ereignis, je nachdem, wie oft das  $K^*$ -Kriterium erfüllt ist; in den meisten Fällen ist dann nur *ein* "echtes"  $K^*$ -Meson darunter, selten zwei, oft gar keines. Wie oben gezeigt wurde, handelt es sich beim Füllen des Dalitzplots in nur knapp 40% aller Einträge tatsächlich um ein richtig "rekonstruiertes"  $K^* K \pi^\circ$ -Ereignis. Der Rest besteht aus falschen  $K \pi^\circ$ -Kombinationen oder aus einem ganz anderen Ereignistyp, z.B.  $\phi \pi^\circ \pi^\circ$ .

Im Fall des  $\phi \pi^\circ \pi^\circ$ -Datensatzes ist zwar die Rekonstruktion des Dreiteilchen-Endzustandes mit einer Trefferquote von 60% für ein richtiges  $\phi$ -Meson eindeutiger, man erhält wegen der Ununterscheidbarkeit der Pionen exakt zwei Einträge pro Ereignis, doch



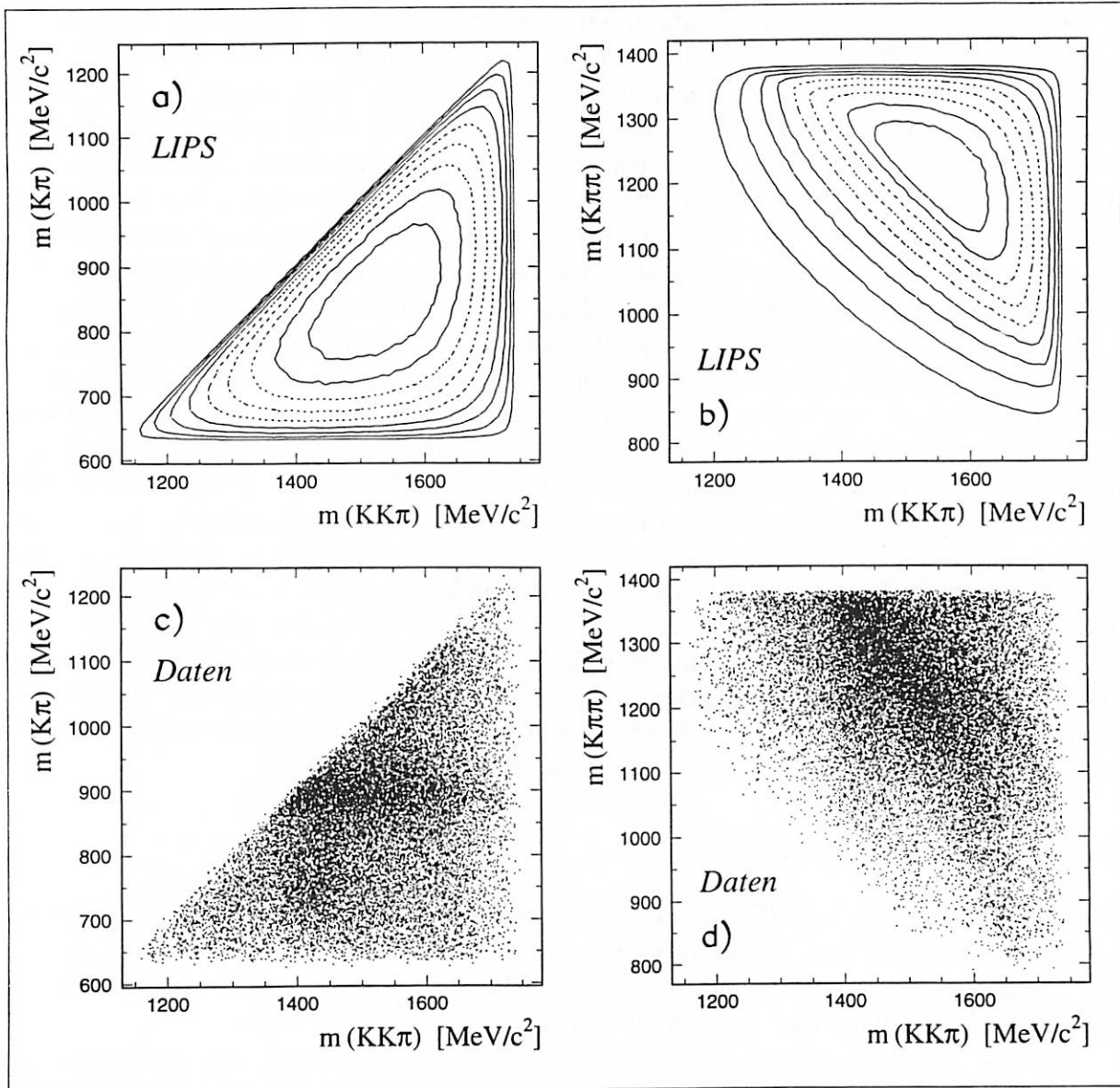


Abbildung 23: Die oberen Bilder zeigen wie in Abb. 22 die Dichteverteilung von homogen im Phasenraum verteilten Ereignissen (*LIPS*) in der Darstellung von Höhenlinien. Die unteren Bilder geben die Verteilung der Datenereignisse wieder (jeweils vier Einträge pro Ereignis). Im Diagramm  $K\pi^\circ$  versus  $K_L K_S \pi^\circ$ , Bild c), ist neben dem waagerechten Band der  $K^*$ -Mesonen ein senkrechtes Band im Bereich zwischen 1400 und 1450  $\text{MeV}/c^2$  deutlich zu erkennen, ein möglicher Hinweis auf eine  $K_L K_S \pi^\circ$ -Resonanz. Am Rand des Phasenraums, dort wo sich beide Bänder überlappen, ist die Ereignisanhäufung besonders stark ausgeprägt. Auch im Diagramm  $K\pi^\circ \pi^\circ$  versus  $K_L K_S \pi^\circ$ , Bild d), lässt sich ein etwas schwächer in Erscheinung tretendes, senkrechtes Band im gleichen Massenbereich ausmachen.  $K^*$ -Mesonen sorgen hier für die langgezogene, diagonal von links oben nach rechts unten verlaufende Schwärzungsspur.

auch hier führt der 40 % ige Untergrund, der, wie oben nachgewiesen wurde, ausschließlich aus  $K^*K\pi^0$  besteht, zu falschen Einträgen.

In beiden Fällen würde ein Antischnitt auf  $\phi$ - bzw.  $K^*$ -Mesonen eine Deformation des Dalitzplots verursachen, die Bänder, positive oder negative Interferenz vortäuschen würde. Ebenso wäre beim  $K^*K\pi^0$ -Dalitzplot die Beschränkung auf die Unterdatensätze der ein oder zwei gefundenen  $K\pi^0$ -Kombinationen, deren invariante Masse im  $K^*$ -Fenster liegt, der falsche Ausweg, auch hier wären herbe Schnitte in den Phasenraum zu beklagen.

In Abb. 24 zeigen die beiden oberen Bilder a) und b) die Dichteverteilung von *LIPS* Ereignissen; die Darstellung des Phasenraums ist frei von Einschnitten und weitgehend flach, besonders im Fall des  $\phi\pi^0\pi^0$  Dalitzplots, weil beim Schnitt auf das  $\phi$ -Meson das gewählte Massenfenster wesentlich schmaler ist als im Fall des  $K^*$ -Mesons.

Der  $K^*K\pi^0$  Dalitzplot für die gemessenen Daten, Bild c), offenbart nun drei Strukturen: Erwartungsgemäß am deutlichsten zunächst ein horizontales Band bei  $0,8 \text{ GeV}^2/c^4$  für die  $K^*$ -Mesonen. Knapp darüber und darunter verläuft zweitens bei etwa  $2,1 \text{ GeV}^2/c^4$  eine vertikal orientierte Anhäufung von Einträgen, die auch als stumpfe Spitze in der Projektion auf die quadratische  $K^*K$ -Massenskala, Bild e), sichtbar wird; auch hier also wieder ein Indiz für eine in  $K^*K$  zerfallende Resonanz mit einer Masse zwischen  $1400$  und  $1450 \text{ MeV}/c^2$ . Und drittens fällt im Dalitzplot noch die diagonale Strähne am unteren Rand des Phasenraums auf, was einer hohen  $K^*\pi^0$ -Masse entspricht. Zweifelsohne machen sich hier die Zustände  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  bemerkbar. Doch auch hierfür können andere Zerfallsamplituden verantwortlich sein, wie in Anhang D gezeigt wird.

Die einzig wahrnehmbare, aber signifikante Struktur im relativ kleinen Phasenraum des  $\phi\pi^0\pi^0$  Dalitzplots, Bild d), sind die sich senkrecht kreuzenden, schmalen Bänder bei knapp  $2 \text{ GeV}^2/c^4$ . In der Projektion, Bild f), erscheint diese Struktur als beinahe naddelförmige Spitze auf der  $\phi\pi^0$ -Skala. Es kann an dieser Stelle noch nicht entschieden werden, ob es sich dabei nun um das Signal einer sehr schmalen, in  $\phi\pi^0$  zerfallenden Resonanz mit Nominalmasse von etwa  $1410 \text{ MeV}/c^2$  handelt, oder ob der Schnitt auf die invariante  $K_LK_S$ -Masse, der zur Selektion der  $\phi$ -Mesonen dient, den Phasenraum des 40 % igen  $K^*K\pi^0$ -“Untergrundes” derart beschneidet, daß die sichtbare Struktur im Dalitzplot als Artefakt erklärt werden kann, vergleiche hierzu vor allem die Dalitzplotdarstellungen anderer beitragender Übergangsamplituden in Anhang D. Es scheint, als hätte die  $\phi\pi^0$ -Spitze nichts mit der senkrechten Struktur des  $K^*K\pi^0$  Dalitzplots zu tun, die breiter ist und bei einer höheren Masse erscheint. Denkbar ist schließlich auch die Möglichkeit einer sowohl in  $\phi\pi^0$  als auch in  $K^*K$  zerfallenden, schmalen Resonanz bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$ , diese träte in beiden Zerfallsmodi auf der  $\phi\pi^0$ -Skala in Erscheinung (die hier gezeigte sog.  $\phi\pi^0$ -Masse ist identisch mit der invarianten  $K_LK_S\pi^0$ -Masse, die der Nebenbedingung  $\text{Masse}(K_LK_S) < 1040 \text{ MeV}/c^2$  genügt.). Hierfür spräche dann auch der sehr steile Anstieg von Einträgen bis etwa  $2 \text{ GeV}^2/c^4$  in der  $K^*K$ -Projektion. In diesem Fall hätte man es also mit zwei Objekten zu tun: ein schmaler Zustand mit Isospin 1 bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$  und einer bei  $1425 \text{ MeV}/c^2$ , der vermutlich Isospin 0 besitzen würde.

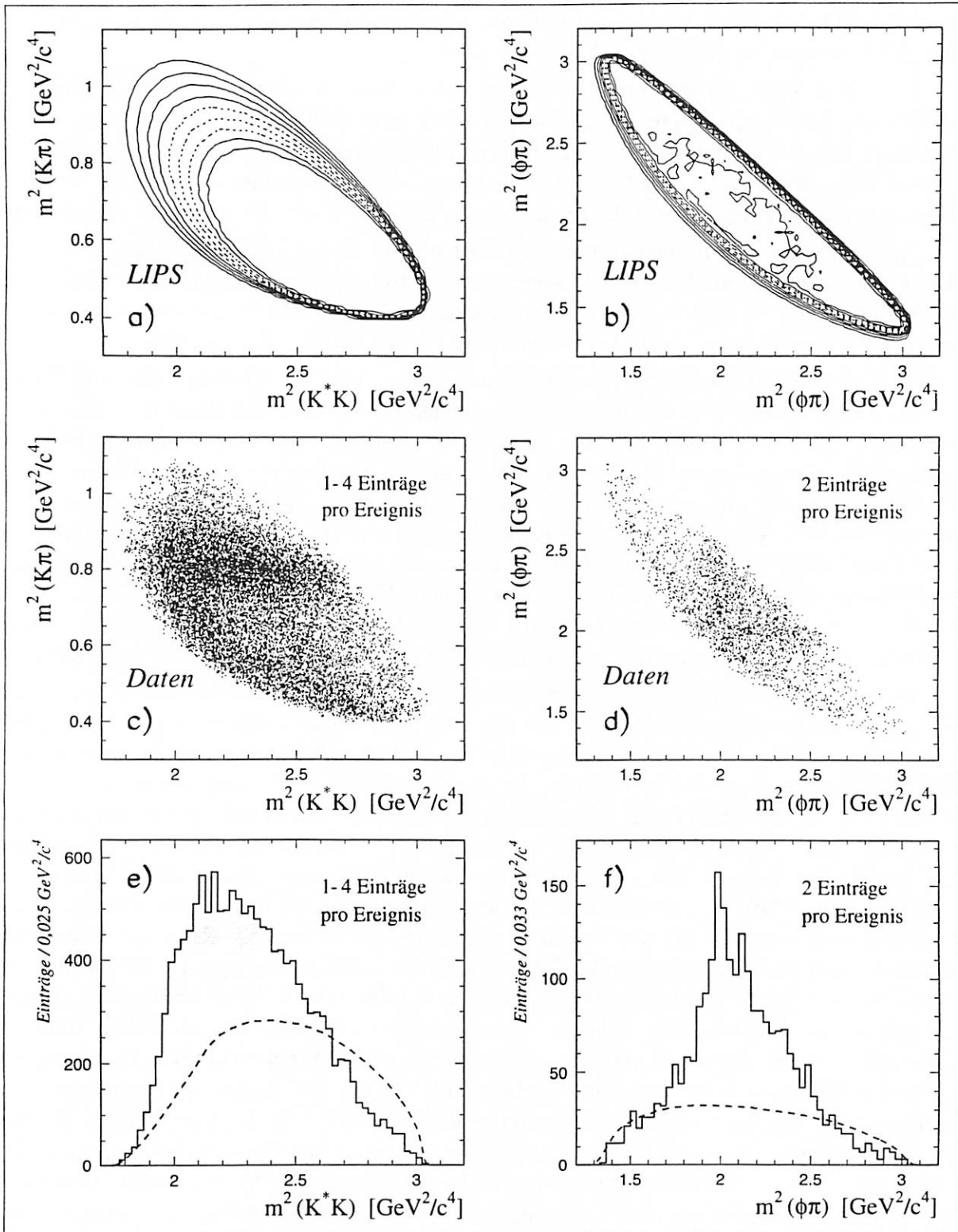


Abbildung 24: Dalitzplots  $K^*K\pi^0$  und  $\phi\pi^0\pi^0$ . Aufgetragen sind die invarianten Massenquadrate  $K\pi^0$  versus  $K^*K$  (linke Hälfte), hier wegen der Uneindeutigkeit der Konstruktion des  $K^*$ -Mesons mit ein bis vier Einträgen pro Ereignis, bzw.  $\phi\pi^0$  versus  $\phi\pi^0$  (rechte Hälfte), mit zwei Einträgen pro Ereignis. Die Bilder a) und b) zeigen die Dichteverteilung von homogen verteilten Ereignissen. Die Datenereignisse sind in c) und d) dargestellt, deren Projektionen auf die  $K^*K$ - bzw.  $\phi\pi^0$ -Achse in e) und f) (gestrichelte Linie: Projektion der *LIPS* Ereignisse). Zu den sichtbaren Strukturen siehe Text.

### Weitere Untersuchungen des $K_L K_S \pi^0$ -Systems

In diesem letzten Abschnitt der Spektrenanalyse wird noch nach weiteren Hinweisen gesucht, die zur Klärung der Situation beitragen. Diese stellt sich als vertrackt heraus. Während sich eine  $K^* K$ -Resonanz vermutlich bereits offen in den Spektren präsentiert, spricht die naive Interpretation des  $\phi \pi^0 \pi^0$  Dalitzplots zunächst auch für eine  $\phi \pi^0$ -Resonanz. Einfache Überlegungen führen aber zu Argumenten, die einen solchen Zustand zunichte machen. Diese Überlegungen werden sich wiederum als vordergründig erweisen; eine genaue Betrachtung der Verhältnisse legt am Ende die Existenz einer  $\phi \pi^0$ -Resonanz doch nahe. Endgültige Beweise kann die alleinige Untersuchung von Phasenraumprojektionen nicht liefern.

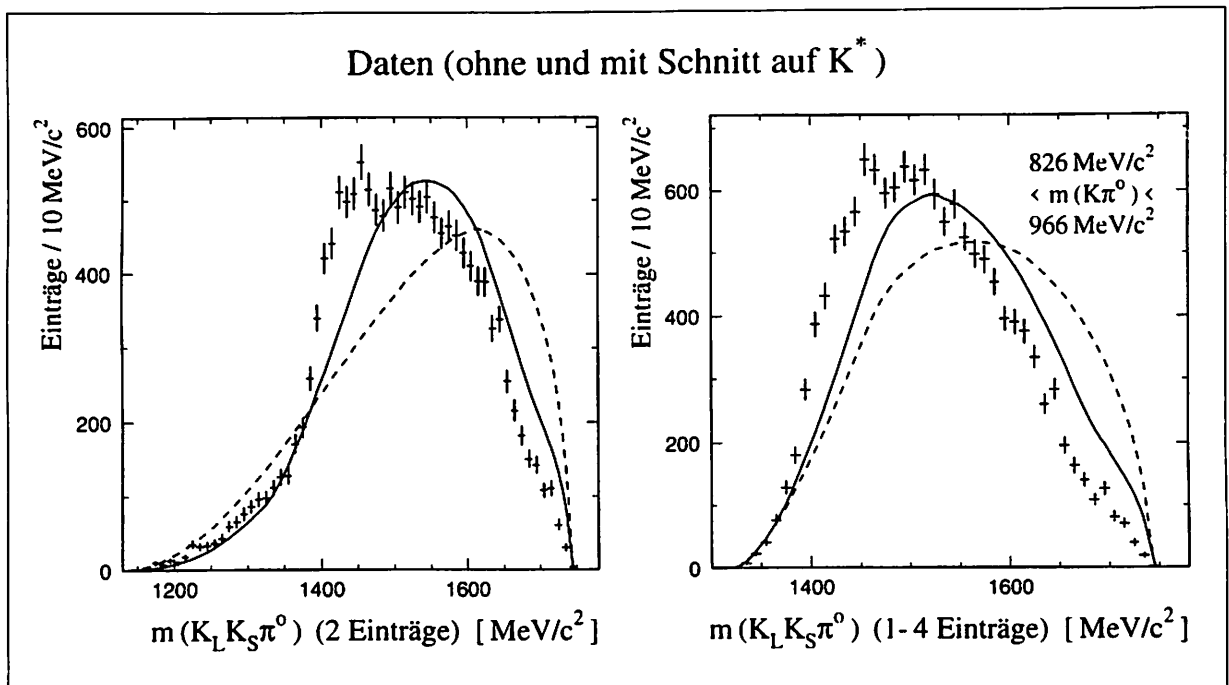


Abbildung 25: Links ist mit zwei Einträgen pro Ereignis die invariante  $K_L K_S \pi^0$ -, rechts die  $K^* K$ -Masse dargestellt, wegen der Uneindeutigkeit der  $K^*$ -Mesonen hier mit ein bis vier Einträgen pro Ereignis. Die gestrichelten Linien zeigen den Verlauf der auf die Anzahl der Dateneinträge normierten *LIPS*-Verteilung. Die durchgezogenen Linien repräsentieren dagegen *LIPS*-Ereignisse, die zusätzlich auf die Anzahl der gefundenen  $K \pi^0$ -Kombinationen mit einer Masse innerhalb des  $K^*$ -Fensters normiert sind, weshalb deren Verteilung derjenigen der Datenereignisse in Grundzügen folgt. Letztere sind dennoch im Bereich zwischen 1400 und 1450  $\text{MeV}/c^2$  überrepräsentiert.

Ausgangspunkt der Argumentationskette ist die invariante  $K_L K_S \pi^0$ -Masse, deren Verteilung noch einmal in Abb.25 gezeigt ist. Rechts daneben ist der aus der Projektion des Dalitzplot, Abb. 24 e), schon bekannte Verlauf einer Art invarianten  $K^* K$ -Masse zu sehen. Da die  $K^*$ -Mesonen nicht eindeutig identifiziert werden können, sondern sich nur durch die bereits beschriebene Methode eines Schnittes auf das Signal in der  $K \pi^0$ -Masse anreichern lassen, ist die dargestellte Verteilung mit ein bis vier Einträgen pro Ereignis

mit einem hohen Untergrund behaftet. In beiden Diagrammen ist zum Vergleich die Verteilung von *LIPS*-Ereignissen als gestrichelte Linie gezeigt, die hier anders als in der Dalitzplotprojektion normiert ist auf die Anzahl der Dateneinträge. Die durchgezogene Linie repräsentiert jeweils dagegen eine Verteilung von *LIPS*-Ereignissen, die zusätzlich auch auf alle fünf Unterdatensätze der  $K^*$ -Kategorien normiert wurde<sup>37</sup>. Auf diese Weise läßt sich das  $K_L K_S \pi^0$ - und das  $K^* K$ -Spektrum ohne Annahme irgendwelcher Zerfallsamplituden bereits besser verstehen.  $K^* K$ -Resonanzen sollten sich dennoch von dieser speziell normierten *LIPS*-Verteilung abheben. Im Massenbereich zwischen 1400 und 1450  $\text{MeV}/c^2$  legen in der Tat die erhöhten Einträge in beiden Diagrammen nach wie vor die Existenz eines  $K^* K$ -Zustandes nahe.

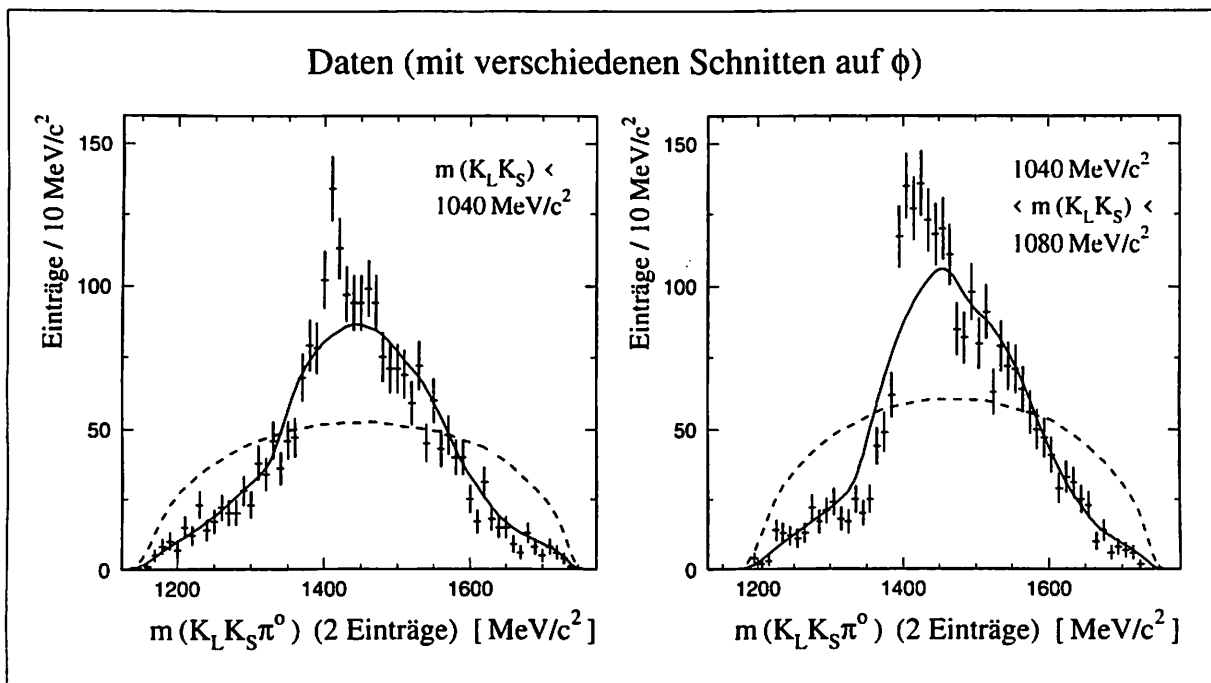


Abbildung 26: Ein Schnitt auf die  $K_L K_S$ -Masse mit  $m(K_L K_S) < 1040 \text{ MeV}/c^2$  zur Selektion von  $\phi$ -Mesonen liefert eine untergrundbehaftete invariante  $\phi\pi^0$ -Masse (links). Ein um  $40 \text{ MeV}/c^2$  seitlich versetztes Fenster auf die  $K_L K_S$ -Masse führt zu einer  $K_L K_S \pi^0$ -Massenverteilung von ganz ähnlicher Form (rechts). Daß dies kein zwingendes Argument gegen die Interpretation der Spitze bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$  als Signal einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz gewertet werden kann, siehe Text. Die gestrichelt gekennzeichnete Linie stellt die Verteilung der *LIPS* Ereignisse dar, die durchgezogene repräsentiert deren spezielle Normierung auf die  $K^*$ -Statistik, vgl. hierzu Text und Abb. 25.

In der invarianten  $K_L K_S \pi^0$ -Masse sind neben  $K^* K$ - auch etwaige  $\phi\pi^0$ -Resonanzen enthalten. Um letztere herauszufiltern, hilft der Schnitt auf das  $\phi$ -Signal, also die Bedingung, daß die  $K_L K_S$ -Masse weniger als  $1040 \text{ MeV}/c^2$  beträgt. Das Ergebnis ist eine Art invariante  $\phi\pi^0$ -Masse, die allerdings bekanntermaßen einen rund 40%igen Anteil von Ereignissen aufweist, die kein  $\phi$ -Meson enthalten. Die Verteilung in Abb. 26 links zeigt

<sup>37</sup> Die in Abb. 21 f) gestrichelt dargestellte Statistik würde für den so normierten *LIPS*-Datensatz also mit den gemessenen Daten übereinstimmen.

die aus der Projektion des  $\phi\pi^\circ$  Dalitzplot bereits bekannte Form. Diese läßt sich grob offenbar allein mit der Dominanz des  $K^*$ -Signals verstehen, denn die durchgezogene Linie, welche die auf die  $K^*$ -Statistik normierte *LIPS* Verteilung darstellt, schmiegt sich gut an die Daten an<sup>38</sup>. Auffallend bleibt die schmale Spitze bei etwa  $1410 \text{ MeV}/c^2$ , die signifikant über diese speziell normierte *LIPS* Verteilung hinausragt.

Die Euphorie über einen erstmals entdeckten  $\phi\pi^\circ$ -Zustand könnte schnell verblassen, wenn man sich in Abb. 26 das rechts neben stehende  $K_L K_S \pi^\circ$ -Massenspektrum für einen anderen Schnitt ansieht: hier sind nur Ereignisse eingetragen, die eine invariante  $K_L K_S$ -Masse größer  $1040$  und kleiner  $1080 \text{ MeV}/c^2$  besitzen. Bei etwa gleicher Gesamtzahl an Ereignissen (1288 gegenüber 1199) dürfte der Anteil von  $\phi$ -Mesonen nur noch marginal sein (Simulationen zufolge beträgt er höchstens 3 bis 4 %); eine wenn auch breitere, zwischen  $1400$  und  $1450 \text{ MeV}/c^2$  lokalisierte Spitze ist trotzdem vorhanden. Damit scheint zunächst klar zu sein, daß diese vom  $K^*K$ -Untergrund herrührt und nicht das Signal einer  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz darstellt.

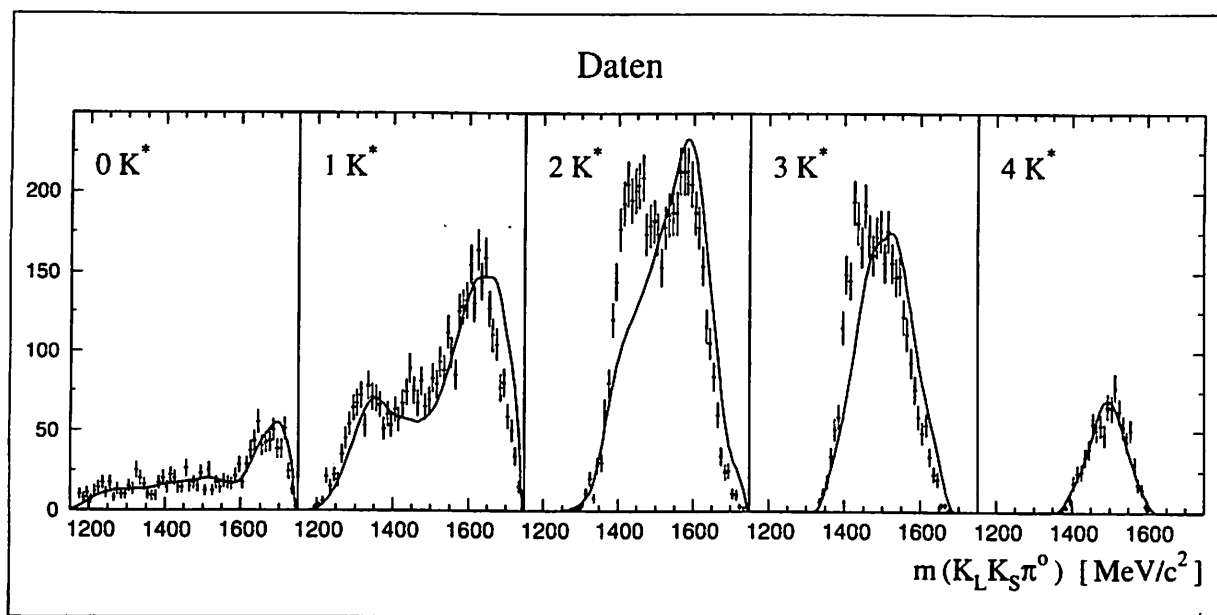


Abbildung 27: Invariante  $K_L K_S \pi^\circ$ -Masse in Abhängigkeit der Anzahl gefundener Kombinationen von Kaonen und Pionen, die eine invariante Masse innerhalb des  $K^*$ -Fensters besitzen, hier verkürzt als " $K^*$ " bezeichnet. Die fünf Histogramme sind mit jeweils zwei Einträgen pro Ereignis gefüllt, die Ordinatenkala mißt Einträge pro  $10 \text{ MeV}/c^2$ . Während die Verteilung der Datenereignisse für die Kategorien der 0, 1 und 4 " $K^*$ " im wesentlichen durch den Verlauf der normierten *LIPS*-Verteilungen (durchgezogene Linien) erklärt werden kann, weist die signifikante Anhäufung von Ereignissen im Bereich um  $1425 \text{ MeV}/c^2$  für zwei " $K^*$ " auf die Existenz einer  $K^*K$ -Resonanz hin. Vermutlich macht sich für drei " $K^*$ " nahe  $1400 \text{ MeV}/c^2$  paradoxerweise eine  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz bemerkbar.

<sup>38</sup> Das ist noch kein Argument gegen eine  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz, denn es wird sich herausstellen, daß eine solche Resonanz gerade in den Untersätzen mit einer hohen  $K^*$ -Zahl anzutreffen wäre. Die Normierung auf die  $K^*$ -Statistik stellt automatisch auch teilweise eine Normierung auf die Verteilung von  $(\phi\pi^\circ)\pi^\circ$ -Ereignisse dar.

Jedoch: die Natur der Einträge im Massenbereich  $1400\dots1450 \text{ MeV}/c^2$  läßt sich noch genauer bestimmen. Aufgeteilt in die Untersätze der fünf  $K^*$ -Kategorien stellt sich die  $K_L K_S \pi^0$ -Masse unterschiedlich dar. Nach dem, was früher gesagt wurde, kann mit dem signifikanten Beitrag "echter"  $K^*$ -Mesonen erst ab einschließlich zwei gefundenen  $K\pi^0$ -Kombinationen, deren invariante Masse im  $K^*$ -Fenster liegt, gerechnet werden. Eine  $K^*K$ -Resonanz sollte daher nur in den Spektren für "2  $K^*$ " und auch "3  $K^*$ " in Erscheinung treten. Abb. 27 zeigt nun tatsächlich signifikante Signale für beide Kategorien im fraglichen Massenbereich, für "2  $K^*$ " scheint die Signalmitte bei etwas höherer Masse zu liegen als für "3  $K^*$ ". Die Spektren der drei anderen Kategorien lassen sich bereits gut mit der Verteilung der *LIPS* Ereignisse erklären.

Man könnte meinen, daß in der Kategorie "0  $K^*$ "  $\phi$ -Mesonen und damit, falls überhaupt vorhanden, auch  $\phi\pi^0$ -Resonanzen angereichert sein müssten. Ein Blick auf den Phasenraum für die  $K_L K_S \pi^0$ -Masse von Ereignissen im  $\phi$ -Fenster, Abb. 28 oben, zeigt aber, daß  $\phi\pi^0$ -Resonanzen zwischen  $1380$  und  $1550 \text{ MeV}/c^2$  in der Kategorie "0  $K^*$ " kinematisch gar nicht möglich sind. Der Grund ist folgender: Wegen der vergleichsweise geringen Pionmasse wird bei der  $\bar{p}p$ -Annihilation die  $\phi\pi^0$ -Resonanz praktisch in Ruhe produziert. Bei einer angenommenen Resonanzmasse im Bereich  $1400\dots1450 \text{ MeV}/c^2$  übernimmt das produzierte Pion fast die ganze verbleibende kinematische Energie von gut  $300 \text{ MeV}$ . Nach dem Zerfall der Resonanz befindet sich das vergleichsweise schwere  $\phi$ -Meson ebenfalls nahezu in Ruhe. Auch hier trägt der Zerfallspartner  $\pi^0$  den Löwenanteil der kinematischen Energie von knapp  $300 \text{ MeV}/c^2$  davon. Da die  $\phi$ -Masse nur wenig oberhalb der doppelten  $K$ -Masse angesiedelt ist, bewegen sich wiederum die beiden Kaonen nach dessen Zerfall nur sehr langsam.

Insgesamt ist der Endzustand einer Zerfallskette, die über einen ( $\phi\pi^0$ )-Zustand verläuft, also von einer besonderen Situation gekennzeichnet: zwei Pionen mit annähernd gleich hoher Energie und zwei in erster Näherung im Laborsystem ruhende Kaonen. Das bedeutet nun, daß alle vier möglichen invarianten  $K\pi^0$ -Massen einen ähnlichen Wert haben müssen. Es läßt sich leicht ausrechnen, daß dieser für den Bereich der angenommenen Nominalmasse der  $\phi\pi$ -Resonanz etwa zwischen  $820$  und  $890 \text{ MeV}/c^2$  liegt und nur gering streut. Die Verteilung der invarianten  $K\pi^0$ -Masse ist demnach schmal und beschränkt sich vorwiegend ausgerechnet auf das  $K^*$ -Fenster. Dieses Faktum ist wesentlich zum Verständnis der Daten.  $\phi\pi^0$ -Resonanzen treten vorwiegend in den Kategorien der drei und vier gefundenen " $K^*$ " auf.

Die in Abb. 30 dargestellten  $K^*$ -Statistiken, die für alle wichtigen Übergangsamplituden simuliert wurden, machen sogar eines klar: Für keine andere Zerfallskette liegt der Schwerpunkt der Verteilung so weit rechts, nur bei der Produktion eines Zwischenzustandes  $\phi\pi^0$  gibt es anteilmäßig die meisten Eintragungen der  $K\pi^0$ -Masse innerhalb des  $K^*$ -Fensters. Selbst die Statistiken der beiden  $K^*K^*$ -Amplituden haben eindeutig ihr Maximum bei "2  $K^*$ ".

Aus diesem Grund kann ein signifikantes Signal einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz in der  $K_L K_S \pi^0$ -Masse mit Schnitt auf  $\phi$ -Mesonen nur für drei und vier " $K^*$ " erwartet werden. Dieses muß bei einem Schnitt auf die  $K_L K_S$ -Masse, der  $\phi$ -Mesonen ausschließt, verschwinden. Die

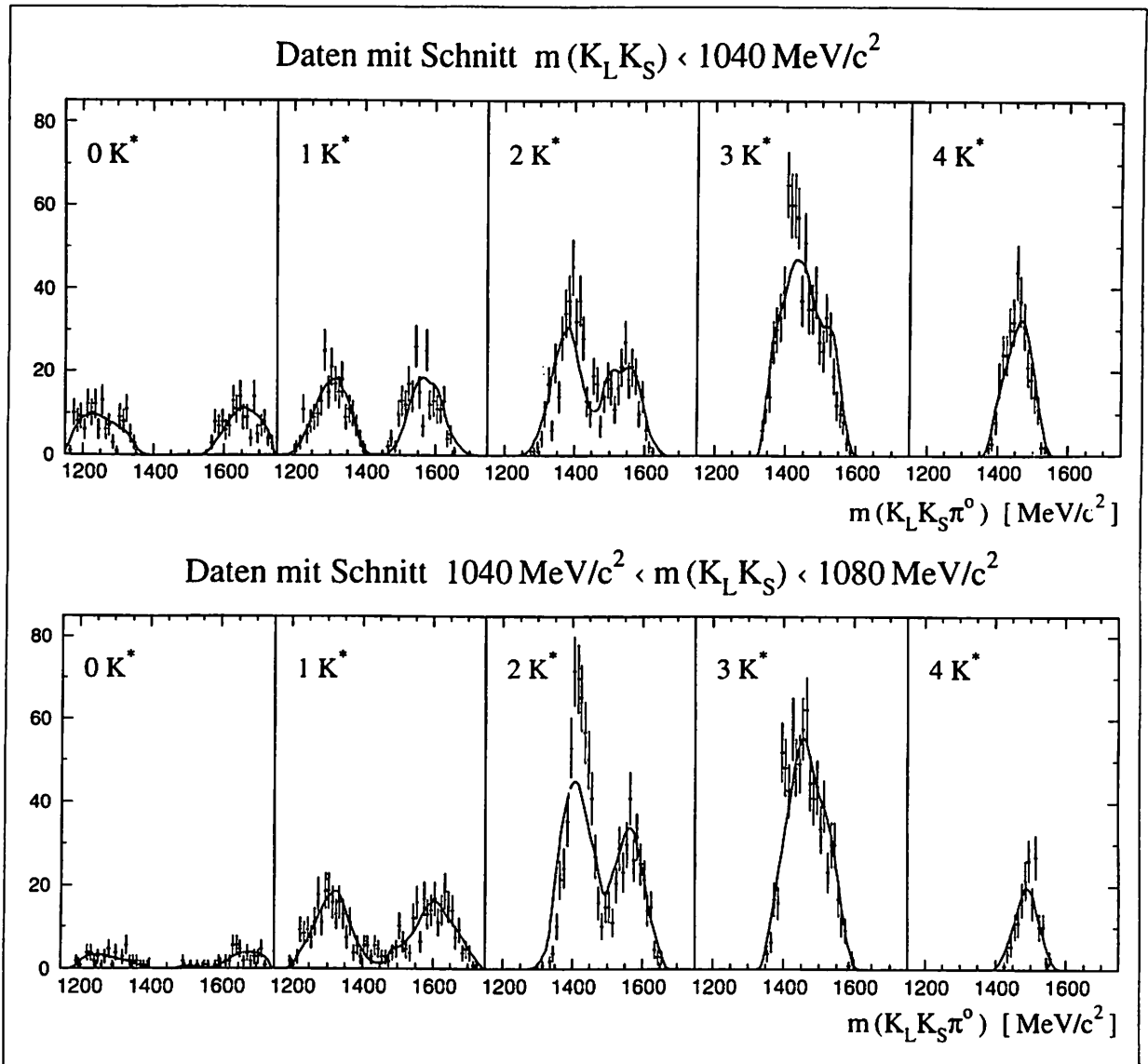


Abbildung 28: Wie in Abb. 27 ist hier die invariante  $K_L K_S \pi^0$ -Masse in Abhängigkeit der " $K^*$ "-Anzahl aufgetragen, in der oberen Reihe mit Schnitt auf das  $\phi$ -Signal, in der unteren mit einem Fenster auf die  $K_L K_S$ -Masse, das um  $40 \text{ MeV}/c^2$  rechts neben das  $\phi$ -Signal gesetzt ist. Der Anteil an  $\phi$ -Mesonen dürfte oben bei ca. 60% liegen, unten ist er hingegen vernachlässigbar. Zum besseren Vergleich ist die Gesamtzahl der Ereignisse (ursprünglich 1288) der unteren auf diejenige der oberen Reihe (1199) normiert. Auffallend ist die Abnahme der Einträge in der unteren Reihe für 0, 3 und 4 " $K^*$ " gegenüber der oberen und die Zunahme für 2 " $K^*$ ". Für letztere können  $\phi$ -Mesonen nicht ursächlich sein, vielmehr stammen die hohen Einträge zwischen  $1400$  und  $1450 \text{ MeV}/c^2$  von  $K^* K$ . Für die Signale im selben Massenbereich in der Kategorie der "3  $K^*$ " und "4  $K^*$ " der oberen Reihe sind dagegen  $\phi$ -Mesonen verantwortlich. Aus kinematischen Gründen spielt der Beitrag einer möglichen  $\phi \pi^0$ -Resonanz in den Kategorien 0 bis 2 " $K^*$ " eine untergeordnete Rolle. Die Verteilung von LIPS-Ereignissen (durchgezogene Linie) ist in jedem Histogramm auf die Anzahl der Dateneinträge normiert. Etwa 65 Einträge ragen im fraglichen Massenbereich für "3  $K^*$ " (obere Reihe) über die LIPS-Verteilung hinaus, die wegen der Normierung einen gewissen Teil des Signals verschlucken dürfte.



Daten erfüllen diese Erwartung offenbar genau, wie anhand von Abb. 28 überprüft werden kann. Die obere Reihe zeigt in Abhängigkeit der " $K^*$ " Zahl die invariante  $K_L K_S \pi^0$ -Masse für Ereignisse des  $\phi\pi^0\pi^0$ -Datensatzes, die untere Reihe dokumentiert das Verhalten des  $K_L K_S \pi^0$ -Spektrums bei Ausschluß der  $\phi$ -Mesonen, der wie in Abb. 26 durch einen um  $40 \text{ MeV}/c^2$  seitlich neben das  $\phi$ -Signal versetzten Schnitt auf die  $K_L K_S$ -Masse erzielt wird. Erwartungsgemäß nehmen auch die Eintragungen für " $0 K^*$ " ab, da in diese Kategorie vor allem der Übergang  $\bar{p}p \rightarrow \phi(\pi\pi)_S$  Ereignisse beisteuert. Deutlich erhöht erscheint dagegen die Spitze oberhalb von  $1400 \text{ MeV}/c^2$  bei " $2 K^*$ ", wobei es sich hier um das gleiche Signal handelt, das schon in Abb. 27 sichtbar war, und für das nun durch das verschobene  $\phi$ -Fenster die kinematischen Bedingungen günstiger sind.

Das Signal in Abb. 28, " $3 K^*$ ", wird von 65 Ereignissen gebildet, die oberhalb der auf die Anzahl der Dateneinträge normierten *LIPS*-Verteilung liegen. Nimmt man an, daß die Einträge ausschließlich von einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz verursacht werden, führt die Ereignisabzählung zu einer unteren Grenze ihres Beitrages, weil das Signal von der *LIPS*-Verteilung zum Teil sicher verschluckt wird. Da laut Simulation für beide Amplituden  $1^{+-} \rightarrow \phi\pi^0$  und  $1^{--} \rightarrow \phi\pi^0$  Einträge zu ca. 42% in der " $3 K^*$ " Kategorie erfolgen, ergibt die Abschätzung für die untere Grenze etwa 155  $(\phi\pi^0)\pi^0$  Ereignisse. Die Resonanz würde also zu ca. 2% im Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  produziert werden, vorausgesetzt, die Natur des Signals ist richtig interpretiert.

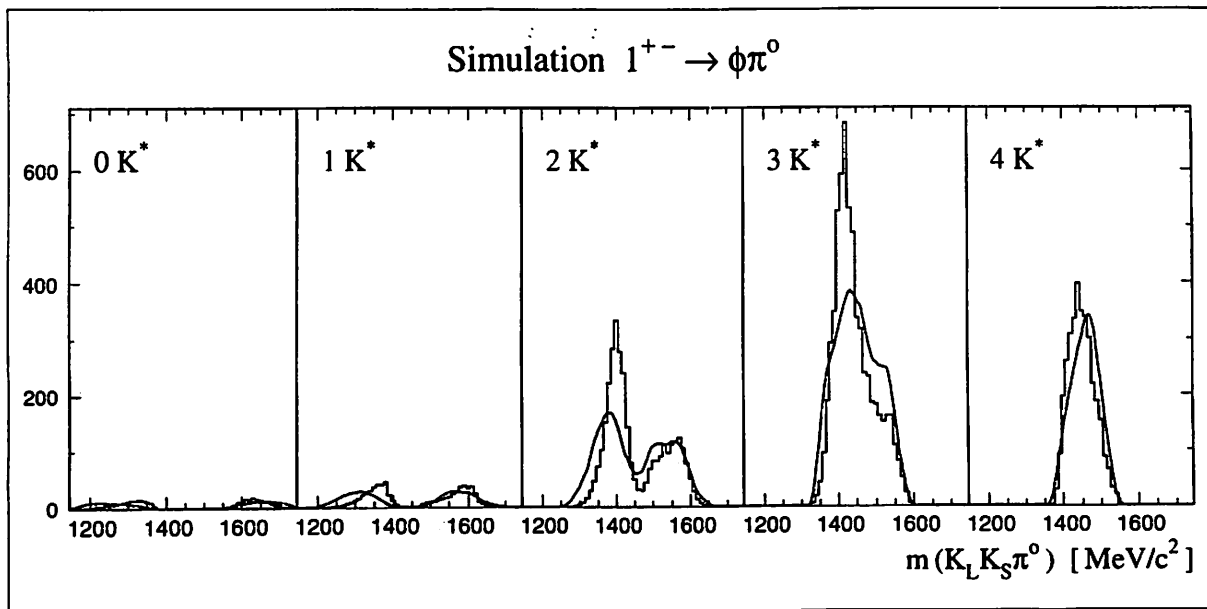


Abbildung 29: Die fünf Histogramme zeigen wie die obere Reihe in Abb. 28 die invariante  $K_L K_S \pi^0$ -Masse in Abhängigkeit der  $K^*$ -Zahl mit Schnitt auf das  $\phi$ -Signal, hier für simulierte Ereignisse des Übergangs  $\bar{p}p \rightarrow 1^{+-} \pi^0 \rightarrow \phi\pi^0 \pi^0 \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$ . Die Masse der  $\phi\pi^0$ -Resonanz beträgt  $1410 \text{ MeV}/c^2$ , deren Breite  $80 \text{ MeV}/c^2$ . Die durchgezogene Linie veranschaulicht wieder die Verteilung der *LIPS*-Ereignisse. Ein Vergleich mit Abb. 28 zeigt die weitgehende Übereinstimmung von Simulation und Daten in der Kategorie der zwei bis vier " $K^*$ ".

Die Daten stehen offenbar im Einklang mit der Annahme der Existenz eines  $\phi\pi^0$ -

Zustandes bei ca.  $1410 \text{ MeV}/c^2$ . Das verdeutlicht auch ein Vergleich mit Abb. 29, in der die entsprechenden Verteilungen der  $K_L K_S \pi^0$ -Masse für eine Simulation des Übergangs  $\bar{p}p \rightarrow 1^{+-}\pi^0 \rightarrow \phi\pi^0\pi^0$  gezeigt ist. Das oben beschriebene Signal in den Daten und der Vergleich mit der Simulation darf allerdings nur als Indiz für eine  $\phi\pi^0$ -Resonanz gewertet werden. Die Schwierigkeit bei der Interpretation des Signals resultiert aus dem Umstand, daß der Schnitt auf das  $\phi$ -Meson nicht nur  $\phi\pi^0\pi^0$  Ereignisse anreichert, sondern auch bei den übrigen Ereignissen gerade jene kinematische Situation ausfiltert, die zu einer invarianten  $K_L K_S \pi^0$ -Masse in der Nähe von  $1400 \text{ MeV}/c^2$  führen kann. Die meisten anderen Zerfallskaskaden verlaufen ja über die Erzeugung von ein oder zwei  $K^*$ -Mesonen; wenn nun zusätzlich für  $K_L K_S$  eine invariante Masse im Bereich des  $\phi$ -Mesons gefordert wird, ist es wahrscheinlicher, daß wie im Fall einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz auch die übrigen  $K\pi^0$ -Kombinationen eine invariante Masse in der Nähe der  $K^*$ -Nominalmasse ergeben. Ein eigentliches  $\phi\pi^0$ -Signal in der  $K_L K_S \pi^0$ -Masse mit Schnitt auf  $\phi$  wird dann von einem *zwangsläufig* ähnlichen, nur schwer unterscheidbaren Scheinsignal anderer Amplituden überdeckt. Die  $K^*$ -Statistik der Daten mit Schnitt auf  $\phi$  in Abb. 30 ist demnach im Vergleich zur Statistik des komplementären Datensatzes so zu interpretieren: einerseits verweist der relativ hohe Eintrag für "0  $K^*$ " auf  $\phi(\pi\pi)_S$ -Ereignisse; andererseits sind in den großen Beträgen für "4  $K^*$ " und besonders für "3  $K^*$ " vermutlich  $(\phi\pi^0)\pi^0$ -Ereignisse mit solchen summiert, die ein oder zwei  $K^*$ -Mesonen enthalten und aufgrund der  $\phi$ -Selektion eine ähnliche Kinematik besitzen.

Einen klareren Blick auf die Verhältnisse und damit einen möglichen Ausweg aus dem beschriebenen Dilemma der weitgehenden Ununterscheidbarkeit der  $(\phi\pi^0)\pi^0$ -Ereignisse vom Anteil einiger  $K^*$  produzierender Amplituden mit Schnitt auf  $\phi$  bietet Abb. 31. Die beiden Diagramme enthalten mehr Aussagekraft als alle bisher gezeigten Massenplots, da sie im Prinzip die invarianten  $\phi\pi^0$ - und  $K^*K$ - Massen zeigen, und dabei ohne jeden Schnitt an die Daten auskommen, also untergrundfrei sind. Die Dominanz des  $K^*$ -Signals im  $K\pi^0$ -Spektrum und die des  $\phi$ -Mesons im  $K_L K_S$ -Spektrum erlaubt nämlich eine direkte Bestimmung der  $K^*$ - bzw.  $\phi$ -Anteile im  $K_L K_S \pi^0$ -System in Abhängigkeit von dessen Masse. Zur Messung des  $K^*$ -Signals wurde das  $K_L K_S \pi^0$ -Massenspektrum in Schritten von  $25 \text{ MeV}/c^2$  unterteilt, beginnend bei  $1375 \text{ MeV}/c^2$  und endend mit  $1750 \text{ MeV}/c^2$ . Da  $\phi$ -Mesonen nur zu etwa 10% am Gesamtgeschehen beteiligt sind, wurde zur Messung ihres schwächeren Signals die  $K_L K_S \pi^0$ -Masse im Bereich zwischen 1200 und  $1750 \text{ MeV}/c^2$  in doppelt so breite Segmente unterteilt. Für jedes dieser 15 bzw. 11 Massenfenster zeigt das  $K\pi^0$ -Spektrum ein deutliches  $K^*$ -Signal, und das  $K_L K_S$ -Spektrum ein ebenso eindeutiges  $\phi$ -Signal, deren jeweilige Stärke sich mittels Kurvenanpassung bestimmen läßt. Bei allen Anpassungen wurden der Mittelwert und die Breite der Gausskurve festgehalten, und zwar auf die Werte, die sich bei der Gaussvermessung der Signale im Gesamtspektrum, Abb. 21 a) und b), ergaben. Lediglich die Parameter für die Höhe und den kubischen Untergrund konnten frei variieren. Aus der angepaßten Höhe kann der prozentuale  $K^*$ - und  $\phi$ -Anteil im jeweiligen  $K_L K_S \pi^0$ -Massensegment direkt berechnet werden. Der Fehler des Anteils ergibt sich aus den statistischen Anpassungsfehlern. Das Ergebnis dieser Berechnungen ist in Abb. 31, links, skizziert.

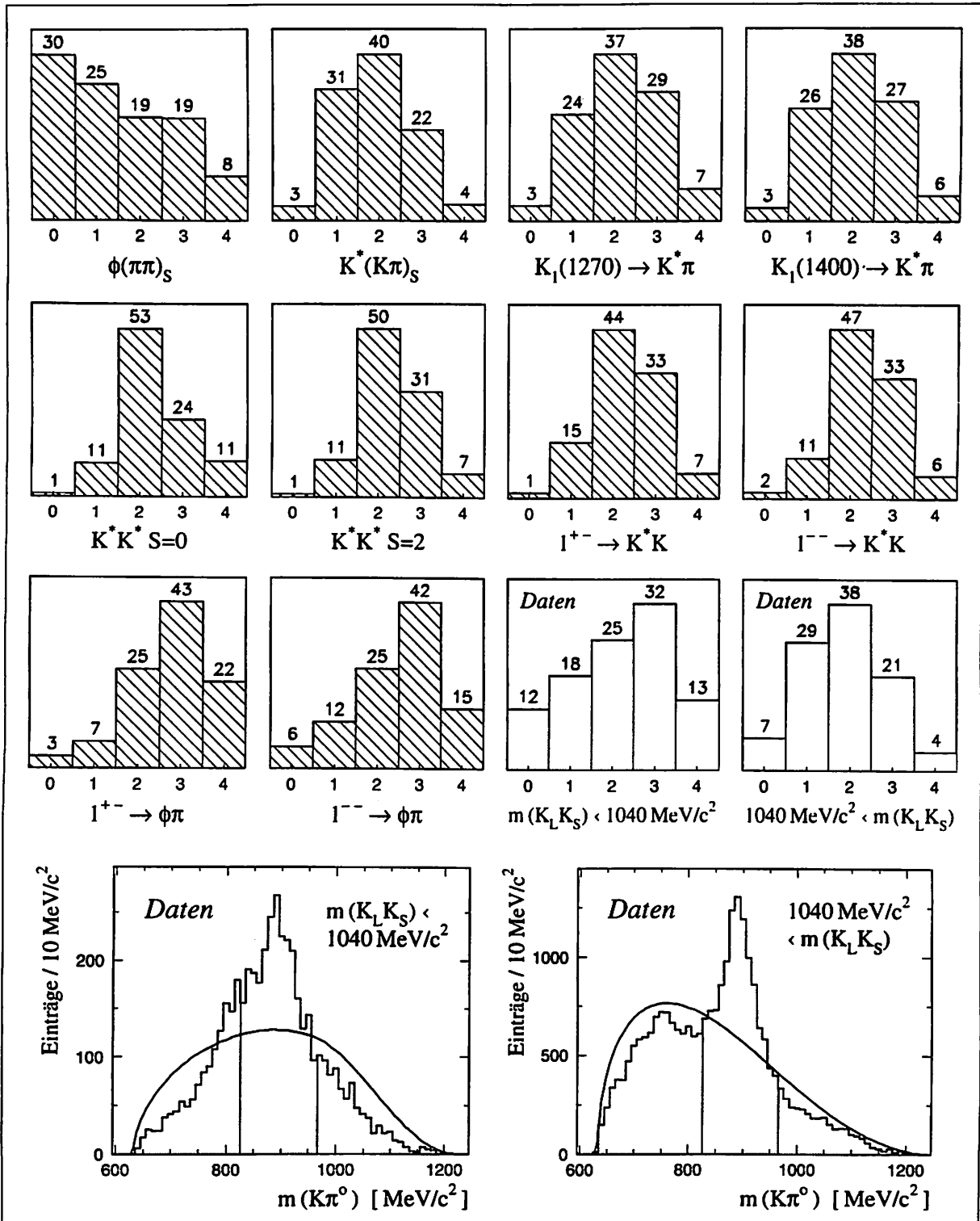


Abbildung 30: Die oberen drei Reihen zeigen die  $K^*$ -Statistiken der zehn wichtigsten Übergangsamplituden (schraffiert; Parameter der  $K^*K$ - und  $\phi\pi^\circ$ -Resonanzen siehe Anhang D). Die Zahlen geben den prozentualen Anteil der fünf  $K^*$ -Kategorien an (mit vernachlässigbarem Fehler bei  $10^6$  Ereignissen). Die wenigsten (scheinbaren)  $K^*$  werden für  $\phi(\pi\pi)_S$  gefunden, die meisten für  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz produzierende Amplituden. Grau unterlegte Verteilungen gelten für den  $\phi\pi^\circ\pi^\circ$ -Datensatz ( $m(K_L K_S) < 1040 \text{ MeV}/c^2$ , 1199 Ereignisse) bzw. für Daten ohne  $\phi$  ( $m(K_L K_S) > 1040 \text{ MeV}/c^2$ , 6235 Ereignisse). In den  $K\pi^\circ$ -Massenplots stellen durchgezogene Linien die jeweils normierten LIPS-Verteilungen dar. Die  $K^*$ -Statistik für  $\phi\pi^\circ\pi^\circ$ -Ereignisse ähnelt sehr derjenigen für simulierte Ereignisse mit  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz.

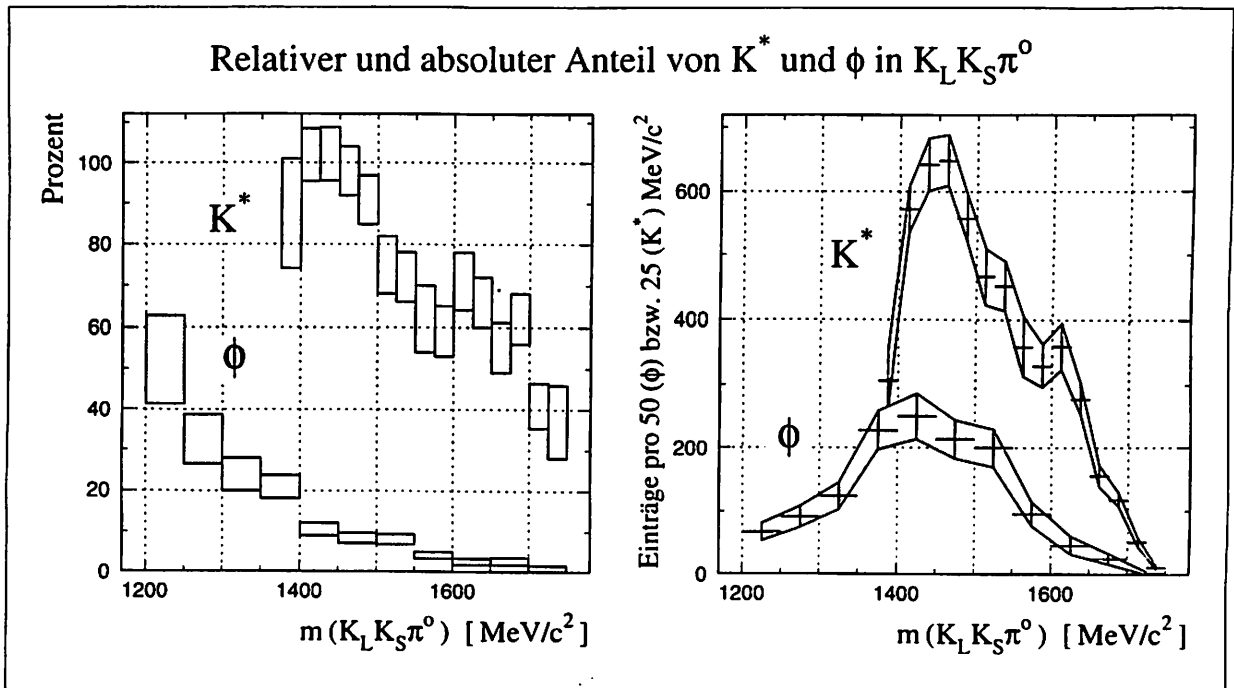


Abbildung 31: Wie in Abb. 21 a) und b) gezeigt, kann die Signalstärke der  $K^*$ - und  $\phi$ -Mesonen mit einer Kurvenanpassung relativ gut gemessen werden. Die linke Graphik gibt den prozentualen Anteil dieser Mesonen im  $K_L K_S \pi^0$ -System in Abhängigkeit von dessen Masse an, die zur Bestimmung der Signalstärke der  $K^*$  und  $\phi$  in Schritten von 25 bzw. 50  $\text{MeV}/c^2$  unterteilt wurde. Die Höhe der Kästchen veranschaulicht den statistischen Fehler der einzelnen Kurvenanpassungen, bei denen neben den Untergrundparametern nur die Höhe der Gausskurve frei variieren konnte. Mittelwert und Breite wurden auf die in Abb. 21 a) und b) zitierten Werte festgehalten. Obwohl  $K^*$ - und  $\phi$ -Mesonen einander ausschließen, liegt die Summe beider Anteile nach Öffnen des  $K^* K$ -Kanals über 100%. Eine Erklärung hierfür wird im Text gegeben. Das rechte Diagramm stellt den jeweiligen Verlauf des absoluten Anteils graphisch dar. Prinzipiell geben die Kurven die invarianten Massen  $K^* K$  mit durchschnittlich einem Eintrag und  $\phi \pi^0$  mit genau zwei Einträgen pro Ereignis untergrundfrei wieder. Die Spitzen der  $K^* K$ - und  $\phi \pi^0$ -Massen zwischen 1400 und 1450  $\text{MeV}/c^2$  können vermutlich zwei verschiedenen Resonanzen zugeordnet werden. Oberhalb 1600  $\text{MeV}/c^2$  zeigt sich der Zerfall  $\phi(1680) \rightarrow K^* K$ .

Die Kästchen erstrecken sich jeweils über die Breite jeder  $K_L K_S \pi^0$ -Massenunterteilung, deren Höhe gibt die Anpassungsfehler wieder. Der durchschnittliche prozentuale Anteil der  $K^*$ -Mesonen beträgt  $(76,4 \pm 1,9)\%$ , der der  $\phi$ -Mesonen  $(9,1 \pm 0,5)\%$ ; beide Werte stehen in guter Übereinstimmung mit den bereits am Anfang dieses Kapitels angegebenen Zahlen für den Beitrag der  $K^*$ - und  $\phi$ -Mesonen, was bedeutet, daß bei der hier angewandten Methode kein systematischer Fehler begangen wurde.

Am unteren Ende des Phasenraums sind  $\phi$ -Mesonen offenbar zu ungefähr 50% am  $K_L K_S \pi^0$ -System beteiligt<sup>39</sup>, ihr Anteil scheint mit wachsender invarianter  $K_L K_S \pi^0$ -Masse exponentiell abzunehmen. Sobald sich der  $K^* K$ -Kanal öffnet, fällt der  $\phi$ -Beitrag erwartungsgemäß stark ab, und zwar von 20% auf die Hälfte. Bei etwa 1550  $\text{MeV}/c^2$  ist nochmal

<sup>39</sup> Aufgrund der geringen Auflösung und des großen Meßfehlers kann nicht entschieden werden, ob der hohe  $\phi$ -Anteil etwa auf den Zerfall  $b_1(1235) \rightarrow \phi \pi^0$  zurückgeführt werden kann.

eine sprunghafte Abnahme zu verzeichnen. Der  $K^*K$ -Anteil dominiert an der Schwelle mit 100 % und bleibt bis knapp  $1500 \text{ MeV}/c^2$  auf diesem Niveau. Am oberen Ende des Phasenraums ist er auf 40 % gefallen. Bemerkenswert sind auch hier der sprunghafte Abfall bei  $1500 \text{ MeV}/c^2$  und eine offenbar erhöhte Präsenz zwischen  $1600$  und  $1700 \text{ MeV}/c^2$ .

Erstaunlich ist nun die Beobachtung, daß im Bereich  $1450 \pm 50 \text{ MeV}/c^2$  die Summe aus  $K^*K$ - und  $\phi\pi^0$ -Anteil signifikant über 100 % liegt, was bei korrekter Messung der Signalstärke ja eigentlich nicht sein dürfte. Zwei Gründe können hierfür gefunden werden. Zum einen tragen  $K^*K$ -Ereignisse in diesem Massenbereich doppelt zum  $K^*$ -Signal bei, und sorgen so für einen überhöhten prozentualen  $K^*$ -Anteil; wie man an den Projektionen in Anhang D sehen kann, kommt hierbei allerdings nur die  $K^*K$ -Amplitude für den Gesamtspin  $S=2$  in Frage. Der zweite Grund führt auf die Existenz einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz. In der Projektion des Phasenraums auf die  $K_L K_S$ -Masse ist nämlich deren Reflexion vom  $K^*$ -Signal de facto nicht zu unterscheiden, weshalb das  $K^*$ -Signal auch hier überhöht wird<sup>40</sup>. Damit ist der scheinbar über 100 % ige  $K^*$ -Anteil oberhalb  $1400 \text{ MeV}/c^2$  auch ein indirekter Beleg für einen  $\phi\pi^0$ -Zustand, denn  $(\phi\pi^0)\pi^0$ -Ereignisse werden doppelt gezählt, im  $\phi$ - und im  $K^*$ -Anteil. Umgekehrt führt aber keine der zahlreichen Amplituden, die Zwischenzustände mit einem oder zwei  $K^*$  beschreiben, zu einer Reflexion in der  $K_L K_S$ -Masse innerhalb des sehr schmalen  $\phi$ -Signals<sup>41</sup>. Der in Abb. 31 gezeigte  $\phi$ -Beitrag darf also im Rahmen der statistischen Anpassungsfehler als echt gelten. Ein Teil davon trägt höchst wahrscheinlich zur  $K^*$ -Signalüberhöhung bei.  $\phi(\pi\pi)_S$ -Ereignisse kommen hierfür nicht in Frage, weil sie von einer Kinematik charakterisiert sind, die diesen Effekt ausschließt. Als Konsequenz bleibt also nur das Postulat einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz.

Den absoluten Anteil von  $K^*$ - und  $\phi$ -Mesonen im  $K_L K_S \pi^0$ -System zeigt das rechte Diagramm in Abb. 31. Die Gesamtsumme der Einträge für  $K^*$  beläuft sich auf 5161, für  $\phi$  auf 1342. Abgesehen von der Überhöhung des  $K^*$ -Anteils im Bereich  $1400$  bis  $1450 \text{ MeV}/c^2$  durch  $\phi\pi^0\pi^0$ -Ereignisse stellt diese Graphik die invarianten  $K^*K$ - bzw.  $\phi\pi^0$ -Massen bei relativ geringer Auflösung, aber untergrundfrei dar, und zwar mit durchschnittlich einem Eintrag pro  $K^*K\pi^0$ -Ereignis und genau zwei Einträgen für jedes  $\phi\pi^0\pi^0$ -Ereignis. Weil die Massensegmente für den  $\phi$ -Anteil doppelt so breit gewählt wurden, muß die Signalhöhe der  $\phi\pi^0$ -Masse insgesamt durch vier geteilt werden, um sie mit der von  $K^*K$  direkt vergleichen zu können. Die Spitze von  $\phi\pi^0$  im Bereich  $1400\dots1450 \text{ MeV}/c^2$  kann nun nicht mehr dadurch erklärt werden, daß mit einem Schnitt in den Phasenraum eine bestimmte kinematische Situation begünstigt und damit eine künstliche Spitze in der  $\phi\pi^0$ -Projektion verursacht wird. Die  $K^*K$ -Masse dominiert bei etwa  $1450 \text{ MeV}/c^2$  selbst bei Berücksichtigung der Überhöhung durch andere Ereignisse. Noch ein zweiter  $K^*K$ -Zustand macht sich oberhalb  $1600 \text{ MeV}/c^2$  als Nebenmaximum bemerkbar. Offensichtlich kommt hier das radial

<sup>40</sup> Da der Schwerpunkt der relativ scharfen Reflexion einige  $10 \text{ MeV}/c^2$  unterhalb der  $K^*$ -Nominalmasse sitzt, scheint die linke Flanke des  $K^*$ -Signals verbreitert und die Signalmitte um etwa  $1 \text{ MeV}/c^2$  nach unten verschoben. Das erklärt den am Anfang dieses Kapitels bereits festgestellten Effekt der vermittels Kurvenanpassung zu niedrig gemessenen  $K^*$ -Masse.  $K^*K$ -Ereignisse können diesen Effekt dagegen nicht hervorrufen.

<sup>41</sup> Es besteht auch nicht die Gefahr, daß die Kurve auf einen eventuell höher liegenden Reflex "gerutscht" sein könnte, da Mittelwert und Breite der Gausskurve bei der Anpassung festgehalten wurden.

angeregte Meson  $\phi(1680)$  zum Vorschein.

Diese teilweise sehr deutlichen Anzeichen für  $K_L K_S \pi^0$ -Resonanzen stellen eine Basis für die folgende Partialwellenanalyse dar. Während sich  $K^* K$ -Zustände offen zu zeigen scheinen, gibt es mehrere Argumente für und wider eine  $\phi \pi^0$ -Resonanz bei ca.  $1410 \text{ MeV}/c^2$ . Die Annahme ihrer Existenz kann mühelos alle hier noch einmal zusammengefaßten Fakten, die sich in den Daten finden ließen, erklären; jeder Versuch einer anderen Hypothese sähe sich mit der Schwierigkeit konfrontiert, die folgenden Tatsachen in Einklang zu bringen:

- Bei einem Schnitt auf das  $\phi$ -Meson in der  $K_L K_S$ -Masse zeigt die invariante  $K_L K_S \pi^0$ -Masse eine schmale, ausgeprägte Spitze bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$ . Diese tritt besonders in der Kategorie "3  $K^*$ " zu Tage und verschwindet dort bei einem Antischnitt auf das  $\phi$ -Meson.
- Bei einer invarianten  $K_L K_S \pi^0$ -Masse im Bereich  $1400 \dots 1450 \text{ MeV}/c^2$  findet man im Mittel mehr als ein  $K^*$ -Meson pro Ereignis. Da im selben Massenbereich der Anteil an  $\phi$ -Mesonen etwa 10% beträgt, gibt es einen kräftigen Überschuß an echten und/oder scheinbaren  $K^*$ . Dieser kann sich nur zum Teil von  $K^* K^*$ -Ereignissen nähern. Die Annahme einer Spitze in der (tatsächlichen) invarianten  $\phi \pi^0$ -Masse in der Gegend von  $1410 \text{ MeV}/c^2$  führt zu einer scharfen Reflexion in der  $K \pi^0$ -Masse, die das  $K^*$ -Signal überhöht darstellt. Kinematisch gesehen ist keine andere Übergangsamplitude zu einer solchen Reflexion in der Lage.
- Die Messung der  $K^*$ -Masse mit Hilfe einer Gaußkurve führt signifikant zu einem zu kleinen Wert. Bei einem Antischnitt auf das  $\phi$ -Meson liegt die Messung deutlich näher an der  $K^*$ -Nominalmasse. Offensichtlich bewirken  $\phi \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse eine Verbreiterung der linken  $K^*$ -Flanke.  $\phi(\pi\pi)_S$ -Ereignisse sind aufgrund ihrer Kinematik hierzu nicht fähig.
- Die untergrundfreie invariante  $\phi \pi^0$ -Masse, die durch Messung der Signalstärke des  $\phi$ -Mesons in Abhängigkeit der  $K_L K_S \pi^0$ -Masse gewonnen wurde, besitzt im Bereich  $1400 \dots 1450 \text{ MeV}/c^2$  ein signifikantes Maximum.

Mehr Gewißheit verschafft die Partialwellenanalyse, nicht nur, weil sie die Verteilung der Ereignisse im Phasenraum untersuchen kann, ohne dabei auf Projektionen oder gar Schnitte zurückgreifen zu müssen. In ihr gehen alle Informationen ein, die die Messung zur Verfügung stellt, einschließlich der Winkelverteilungen bei Zerfällen. Damit können neben Masse und Breite auch die Quantenzahlen von Resonanzen bestimmt werden, eine Möglichkeit, die sich bei der Inspektion der Spektren praktisch noch nicht auftat.

### 5.3 Partialwellenanalyse

Die Anwendung der nach Kapitel 5.1 beschriebenen Methode der Partialwellenanalyse beschränkt sich zunächst auf eine Art Minimalmodell, das wenige Übergangsamplituden

enthält, deren Beiträge aber als gesichert gelten, werden sie doch theoretisch erwartet und in Zerfallskanälen mit vergleichbarem Endzustand eindeutig beobachtet. Da das Minimalmodell ausschließlich etablierte Resonanzen enthält, kann die Tauglichkeit der angewandten Maximum-Likelihood-Methode über die Messung von Masse und Breite der ein oder anderen Resonanz überprüft werden, vielleicht ist sogar eine genauere Bestimmung dieser Parameter gegenüber anderen Experimenten erreichbar.

Durch Hinzunahme weiterer einzelner Amplituden, versuchsweise auch aus der P-Welle, wird das Modell schrittweise erweitert, und geprüft, ob durch Anpassung der freien Parameter im Rahmen der Ereignisstatistik eine nennenswerte Verbesserung in der Beschreibung der Daten erzielt werden kann. Die Auswahl der Amplituden orientiert sich dabei an den Hinweisen auf Zustände, die die Untersuchung der Massenspektren im letzten Kapitel erbrachte.

### Vorbemerkung

Um bei den folgenden Anpassungen vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, bleibt die Ausgangssituation jeweils gleich: Es werden alle 7434 Datenereignisse ohne irgendwelche kinematischen Schnitte herangezogen. Zur Berechnung des Phasenraumintegrals werden genau 30 000 Monte-Carlo-Ereignisse nach dem im Abschnitt 4.5 auf Seite 64 beschriebenen Verfahren erzeugt. Neben der empfindlichen (positiven) logarithmierten Likelihood  $\ln \mathcal{L}$  (Gl. (25) auf Seite 76 bzw. Gl. (88) auf Seite 176), dient noch der gröbere globale Pseudo- $\chi^2$ -Wert  $\chi_{glob}^2$  als Vergleichszahl, der nach den Formeln (26) und (27) berechnet wird. Die Mittelwertbildung in (27) erstreckt sich dabei über die einzelnen  $\chi^2$ -Werte der fünf in Abb. 21 gezeigten invarianten Massen, die jeweils einen Bereich von  $2 \cdot [m(p) - m(K^0) - m(\pi^0)] = 611,25 \text{ MeV}/c^2$  überdecken, womit linker und rechter Rand der Histogramme exakt den jeweiligen kinematischen Grenzen des Phasenraums entsprechen (also anders als in Abb. 21). Jedes Histogramm ist in 60 Kanäle (*bins*) aufgeteilt, jedes *bin* überstreicht somit einen Massenbereich von  $10,19 \text{ MeV}/c^2$ . Da nur *bins* mit mindestens fünf Einträgen in der  $\chi^2$ -Bildung berücksichtigt werden, geht der Inhalt einiger *bins* verloren, das sind 10 *bins* bei  $K_L K_S$ , 3 bei  $K\pi^0$ , 2 bei  $\pi^0\pi^0$ , 5 bei  $K\pi^0\pi^0$  und 4 bei  $K_L K_S \pi^0$ .

Nach Anpassung der Modelle an die Daten genügt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Normierungsbedingung (12), d.h. die Summe über die Beiträge der einzelnen Anfangszustände plus einem inkohärenten Untergrund ergibt genau 1. Wegen Interferenzen der Partialwellen untereinander entspricht i.a. die Addition der Intensitäten (= Quadrate der Koeffizienten) der Amplituden eines Anfangszustandes nicht dessen Beitrag zur Annihilation. Bei starker destruktiver Interferenz kann in Einzelfällen die Intensität einer Amplitude 100 % überschreiten, was eigentlich zu einer unsinnigen Aussage führt, denn die einzelnen Amplituden sind für sich ja bereits so normiert, daß sie zu höchstens 100 % beitragen können (vgl. die Normierungsbedingung (18) auf Seite 73). In einem solchen Fall heben sich die Terme zweier oder mehrerer Partialwellen gegenseitig weitgehend auf, womit eine gewisse Willkür hinsichtlich der Intensitätsbestimmung einhergeht.

Da sich die Amplituden eines Anfangszustandes prinzipiell kohärent addieren, ist die Interpretation der Intensität als Häufigkeit, Zerfallswahrscheinlichkeit oder relative Zerfallsbreite problematisch. Finden keine Interferenzen zwischen den Partialwellen statt, werden diese Begriffe jedoch synonym. Als Indikator für diese Begriffsannäherung mag die Nähe der Summe über alle Intensitäten  $\sum \alpha^2$  zu 1 dienen.

Der Beitrag eines Anfangszustandes berechnet sich nach Gl. (21) bzw. Gl. (90) auf Seite 177, dessen Fehler nach Gl. (92) ff.

### Das Minimalmodell

Ausgangspunkt für das Minimalmodell ist nun ein einfaches Zerfalls-Schema, das lediglich die beiden Mischzustände  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  der Pseudovektoren, die Vektormesonen  $K^*(892)^\circ$  und  $\phi(1020)$  und die parametrisierten Streuamplituden der  $(K\pi)_S$ - und  $(\pi\pi)_S$ -Welle als skalare Zustände umfaßt. Zunächst kommen nur Annihilationen aus dem  $^3S_1$ -Zustand des Protoniums in Frage. Die beiden  $K_1$ -Mesonen werden hinsichtlich ihrer Zerfallsmoden gleichwertig behandelt; das sind die drei Zerfälle nach  $K^*\pi^\circ$ ,  $(K\pi)_S\pi^\circ$  und  $K^\circ(\pi\pi)_S$ . In allen Modellen zerfallen die skalaren und Vektor-Mesonen grundsätzlich nach:

$$\begin{aligned} (\pi\pi)_S &\longrightarrow \pi^\circ\pi^\circ & L=0 & S=0 \\ (K\pi)_S &\longrightarrow K^\circ\pi^\circ & L=0 & S=0 \\ K^*(892)^\circ &\longrightarrow K^\circ\pi^\circ & L=1 & S=0 \\ \phi(1020) &\longrightarrow K_L K_S & L=1 & S=0 \end{aligned}$$

$L$  und  $S$  sind der Bahndrehimpuls und der Gesamtspin der Zerfallsprodukte. Das Ergebnis der Anpassung der Intensitäten und der Phasen der elf involvierten Amplituden ist in Tab 11 wiedergegeben<sup>42</sup>.

Die Summe aller Intensitäten beläuft sich auf über 200 %, was bedeutet, daß einige Amplituden stark destruktiv interferieren. Allein schon die Intensität der Partialwelle  $K_1(1400) \rightarrow K^*\pi^\circ$  liegt bei 1,3. Es zeigt sich, daß bei Herausnahme der  $K^*(\bar{K}\pi)_S$ -Amplitude diese Intensität auf die Hälfte, die der Partialwelle  $K_1(1270) \rightarrow K^*\pi^\circ$  auf ein Viertel abfällt. Der Wert  $\ln \mathcal{L}$  sinkt um 49,  $\chi_{glob}^2$  steigt um 0,08. Alle anderen Amplituden bleiben nach der Anpassung in ihrer Intensität und Phase unverändert, ebenso der Beitrag der S-Welle insgesamt und der des Untergrundes. Die Interferenzterme der  $K^*\pi^\circ$ -Partialwellen der beiden  $K_1$ -Mischzustände mit der  $K^*(\bar{K}\pi)_S$ -Amplitude, die mit einer Intensität von 0,25 die zweitwichtigste Rolle im Modell zu spielen scheint, heben sich also weitgehend auf, weshalb die Anpassung die Intensitäten dieser Amplituden vergrößert und im Fall des Übergangs  $K_1(1400) \rightarrow K^*\pi^\circ$  den Beitrag zunächst sogar auf physikalisch unsinnige 130 % bringt.

Die Produktion des Mesons  $K_1(1400)$  ist in jedem Fall dominant. Es zerfällt überwiegend in  $K^*\pi^\circ$ , im Einklang mit [14]. In der Zerfallswahrscheinlichkeit folgen die

<sup>42</sup> Die Werte beziehen sich auf die nach Schema (76) und (77) auf Seite 174 (anti-)symmetrisierten Amplituden.



Tabelle 11: Anpassungsergebnis für das Minimalmodell mit 11 Amplituden

$\ln \mathcal{L} = 3080$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall		$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$\chi_{glob}^2 = 1,83$	${}^3S_1(1^{--}) \rightarrow$				$(77,0 \pm 8,5) \%$	
$\sum \alpha^2 = 2,26$	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1			
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$1,301 \pm 0,103$		0 (fest)
	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,095 \pm 0,025$		$255 \pm 5$
	$\hookrightarrow K(\pi\pi)_S$	1	0	$0,035 \pm 0,011$		$188 \pm 34$
	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1			
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$0,097 \pm 0,012$		$60 \pm 4$
	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,024 \pm 0,024$		$239 \pm 27$
	$\hookrightarrow K(\pi\pi)_S$	1	0	$0,019 \pm 0,028$		$252 \pm 41$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,054 \pm 0,010$		$81 \pm 5$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,104 \pm 0,016$		$294 \pm 4$
	$K^*(\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,251 \pm 0,034$		$150 \pm 4$
	$(K\pi)_S(\bar{K}\pi)_S$	1	0	$0,037 \pm 0,012$		$65 \pm 15$
	$\phi(\pi\pi)_S$	0	1	$0,035 \pm 0,006$		$272 \pm 15$
	Untergrund $b$				$(23,0 \pm 3,4) \%$	

Übergänge nach  $(K\pi)_S \pi^0$  und  $K(\pi\pi)_S$ . Die Zerfallswege des anderen  $1^+$ -Mischzustandes  $K_1(1270)$  ordnen sich relativ in der gleichen Reihenfolge hinsichtlich der Intensitäten. Absolut gesehen wird der  $K_1(1270)$ -Zustand aber wesentlich "seltener" produziert. Stark beitragend sind die beiden  $K^* \bar{K}^*$  Amplituden. Die Produktion des  $\phi$ -Mesons über die  $\phi(\pi\pi)_S$ -Amplitude fällt relativ gering aus. Der Beitrag eines inkohärenten Untergrundes ist mit 23% in diesem Minimalmodell noch recht hoch.

In einem erweiterten Minimalmodell sollen nun versuchsweise Amplituden hinzegenommen werden, die bei den signifikant beitragenden Übergängen, wenn möglich, einen nächst höheren Bahndrehimpuls in der Zerfallskaskade berücksichtigen. Das sind die Partialwellen  $K_1(1400) \rightarrow K^* \pi^0$  und  $K_1(1270) \rightarrow K^* \pi^0$  mit je  $L=2$ ,  $\bar{p}p \rightarrow K^* \bar{K}^*$  mit  $S=2$  und  $L=3$  (dürfte wegen dem stark einschränkenden Dämpfungsfaktor in der Breit-Wigner-Funktion keine Rolle spielen) und  $\bar{p}p \rightarrow \phi(\pi\pi)_S$  mit  $L=2$ .

Wie das Anpassungsergebnis in Tab. 12 zeigt, ist die Likelihood um 69 angestiegen,  $\chi_{glob}^2$  um 0,09 gesunken. Allerdings hat sich die Berücksichtigung höherer Bahndrehimpulse nur bei den Amplituden  $K_1(1400) \rightarrow K^* \pi^0$  und  $\bar{p}p \rightarrow \phi(\pi\pi)_S$  mit jeweils  $L=2$

Tabelle 12: Anpassungsergebnis für das erweiterte Minimalmodell mit 15 Amplituden

$\ln \mathcal{L} = 3149$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$\chi_{glob}^2 = 1,74$	${}^3S_1 (1^{--}) \longrightarrow$			$(78,1 \pm 7,5) \%$	
$\sum \alpha^2 = 2,14$	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\longmapsto K^* \pi^0$	0	1	$1,189 \pm 0,036$	0 (fest)
	$\longmapsto K^* \pi^0$	2	1	$0,024 \pm 0,007$	$316 \pm 7$
	$\longmapsto (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,088 \pm 0,015$	$268 \pm 6$
	$\longmapsto K (\pi\pi)_S$	1	0	$0,005 \pm 0,018$	$156 \pm 123$
	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\longmapsto K^* \pi^0$	0	1	$0,095 \pm 0,009$	$66 \pm 4$
	$\longmapsto K^* \pi^0$	2	1	$0,005 \pm 0,003$	$299 \pm 15$
	$\longmapsto (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,018 \pm 0,008$	$261 \pm 8$
	$\longmapsto K (\pi\pi)_S$	1	0	$0,025 \pm 0,024$	$253 \pm 21$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,067 \pm 0,007$	$53 \pm 7$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,065 \pm 0,008$	$287 \pm 5$
	$K^* \bar{K}^*$	3	2	$0,001 \pm 0,001$	$265 \pm 39$
	$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,265 \pm 0,029$	$144 \pm 5$
	$(K\pi)_S (\bar{K}\pi)_S$	1	0	$0,038 \pm 0,011$	$71 \pm 15$
	$\phi (\pi\pi)_S$	0	1	$0,005 \pm 0,002$	$113 \pm 22$
	$\phi (\pi\pi)_S$	2	1	$0,035 \pm 0,030$	$116 \pm 6$
	Untergrund $b$			$(21,9 \pm 1,4) \%$	

gelohnt. Letztere scheint sogar die Schwesteramplitude mit  $L = 0$  ganz zu verdrängen. Das ist aus kinematischen Gründen durchaus denkbar, bleibt nach Erzeugung einer  $\phi$ - und zweier  $\pi^\circ$ -Massen wie bei keinem anderen Annihilationsweg doch noch soviel kinetische Energie "übrig", daß die Produktion eines Bahndrehimpulses  $L=2$  wahrscheinlicher wird. Ein Austausch der  $L=0$  Amplitude gegen  $L=2$  verbessert die Likelihood allerdings kaum, verschlechtert dagegen den  $\chi_{glob}^2$ -Wert, weshalb die  $\bar{p}p \rightarrow \phi(\pi\pi)_S$  Amplitude mit  $L=2$  für künftige Modelle ausgeschlossen wird. Der wechselseitige Austausch beider Amplituden verändert das Verhalten der anderen übrigens ebenso wenig wie das völlige Weglassen, woraus man schließen kann, daß sie nicht interferieren. Die Intensität von rund 4% stellt damit also gleichzeitig den absoluten Beitrag zum Annihilationsgeschehen dar. Nach dem Vermessen des  $\phi$ -Signals im letzten Kapitel waren allerdings etwa 10% erwartet worden; es müssen demnach noch andere Amplituden einen Beitrag leisten, die das  $\phi$ -Meson als Zwischenzustand enthalten.

Tabelle 13: Anpassungsergebnis für das reduzierte Minimalmodell mit 9 Amplituden

$\ln \mathcal{L} = 3090$					
$\chi_{glob}^2 = 1,80$					
$\sum \alpha^2 = 2,25$					
$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]	
${}^3S_1(1^{--}) \rightarrow$			$(76,1 \pm 9,0) \%$		
$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1			
$\hookrightarrow K^* \pi^\circ$	0	1	$1,317 \pm 0,041$	0 (fest)	
$\hookrightarrow K^* \pi^\circ$	2	1	$0,023 \pm 0,008$	$325 \pm 8$	
$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^\circ$	1	0	$0,106 \pm 0,026$	$281 \pm 7$	
$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1			
$\hookrightarrow K^* \pi^\circ$	0	1	$0,109 \pm 0,011$	$66 \pm 3$	
$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,065 \pm 0,012$	$46 \pm 7$	
$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,086 \pm 0,014$	$282 \pm 9$	
$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,237 \pm 0,031$	$148 \pm 6$	
$(K\pi)_S (\bar{K}\pi)_S$	1	0	$0,025 \pm 0,010$	$65 \pm 14$	
$\phi(\pi\pi)_S$	0	1	$0,040 \pm 0,006$	$295 \pm 9$	
Untergrund $b$			$(23,9 \pm 2,1) \%$		

Aus dem erweiterten Minimalmodell können noch weitere Amplituden gestrichen werden: solche, deren Intensität in der gleichen Größenordnung der Anpassungsfehler liegt. Das sind  $K_1(1400) \rightarrow K(\pi\pi)_S$ ,  $K_1(1270) \rightarrow (K\pi)_S \pi^\circ$  und  $K_1(1400) \rightarrow K(\pi\pi)_S$ . Bei diesen schwach beitragenden Amplituden ist naturgemäß auch der Phasenfehler sehr groß. Die Likelihood verringert sich nach der Anpassung um 59 gegenüber dem erweiterten

Minimalmodell,  $\chi_{glob}^2$  verschlechtert sich um lediglich 0,06, siehe Tab. 13; mit nur neun Amplituden ist das reduzierte Modell wesentlich handlicher und stabiler gegenüber weiteren Anpassungen, die neue Zwischenzustände einbeziehen. Es enthält bis auf die beiden Partialwellen  $(K\pi)_S(K\pi)_S$  und  $K_1(1400) \rightarrow K^*\pi^0$  mit  $L=2$  ausschließlich Amplituden mit  $\alpha^2 > 0,04$ . Zur Massen- und Breitenbestimmung der Mesonen  $\phi$ ,  $K^*$ ,  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  wird auf die letzt genannten Amplituden verzichtet, weil sie im Annihilationskanal doch relativ unbedeutend sind.

### Massen- und Breitenbestimmung von $\phi(1020)$ und $K^*(892)$

Die Likelihoodmethode ist so empfindlich, daß sie eine genauere Festlegung von Masse und Breite der  $\phi$ - und  $K^*$ -Mesonen erlaubt als die einfache Methode der Kurvenanpassung an die  $K_L K_S$ - und  $K\pi^0$ -Spektren im letzten Kapitel. Für alle anderen Resonanzen ist die Massen- und Breitenbestimmung jetzt überhaupt erst möglich geworden, weil diese Zustände selten produziert werden und in der Regel recht breit sind, weshalb sie in den Spektren nicht als isolierte Spitzen auftauchen.

Bevor Masse und Breite als freie Parameter in das Annihilationsmodell eingehen, verschafft deren schrittweise Variation innerhalb eines gewünschten Bereiches einen Überblick über die Form der Likelihood, deren höchster Punkt den genauen Sitz der Resonanz offenbart. Da nach jedem neuen Schritt eine komplette Anpassung der Parameter vollzogen wird, liefert das Durchscannen von Masse und Breite einen echten Schnitt durch die mehrdimensionale Landschaft der Likelihood entlang der Massen- bzw. Breitenachse. Dem Maximum des  $\ln \mathcal{L}$ -Wertes sollte ein Minimum von  $\chi_{glob}^2$  entsprechen. Andernfalls ist die Existenz der Resonanz fragwürdig.

Das Ergebnis des Durchscannens von  $m_0$  und  $\Gamma_0$  für  $\phi$  und  $K^*$  ist in Abb. 32 graphisch wiedergegeben. Massen und Breiten wurden in  $1 \text{ MeV}/c^2$  Schritten systematisch erhöht. Die sich daraus ergebende Likelihood-Verteilung ist völlig frei von statistischer Schwankung, so daß sie sich als glatte Kurve repräsentieren läßt. Die Stelle der maximalen Likelihood stimmt genau mit einem  $\chi_{glob}^2$ -Minimum überein. Das Verhältnis der relativen Maximal- und Minimalwerte  $\Delta \ln \mathcal{L} / \Delta \chi_{glob}^2$  liegt für beide Massenscans bei 200 und für die Breitenscans bei etwa 280. In die Diagramme sind zur Veranschaulichung zusätzlich noch die invarianten Massenspektren mit Fehlerbalken einprojiziert. Man sieht, daß der Verlauf der Likelihood in erster Näherung sogar die Signale der Mesonen nachzeichnet, und dabei natürlich den Untergrund unberücksichtigt läßt. Der Massenscan ist gewissermaßen so etwas wie der Blick auf die invariante Masse durch eine spezielle Brille der dem Zwischenzustand zugeordneten Quantenzahlen. Es zeigt sich, daß bei variierender Resonanzbreite, die dem Massenscan zugrunde liegt, sich zwar die absoluten  $\ln \mathcal{L}$ -Werte verschieben, die Position des Maximums und die Form der  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung aber weitgehend unverändert bleibt.

Fügt man dem Anpassungsprozeß  $m_0$  und  $\Gamma_0$  als freie Parameter hinzu, erhält man im Rahmen der Datenanalyse die bestmöglichen Resonanzwerte mit entsprechenden statistischen Fehlern. Für bekannte Zustände dienen die in [14] zitierten Parameter als Startwer-

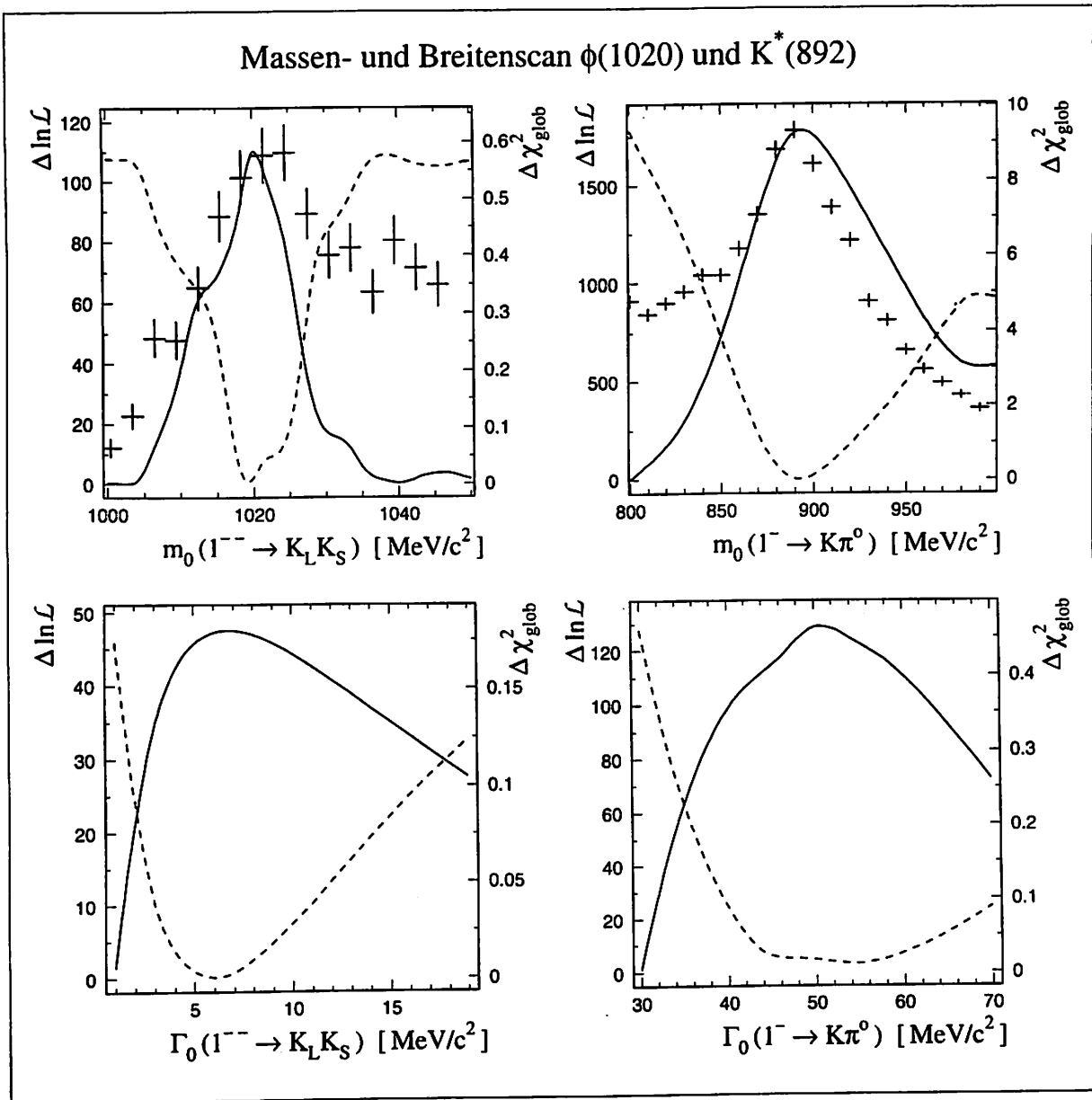


Abbildung 32: Die Bilder zeigen die Veränderung der Likelihood und des globalen  $\chi^2$ -Wertes bei Variation von Masse  $m_0$  und Breite  $\Gamma_0$  der Mesonen  $\phi(1020)$  und  $K^*(892)$ . Dafür wurden  $m_0$  und  $\Gamma_0$  jeweils in 1 MeV/c<sup>2</sup>-Schritten vergrößert und das Minimalmodell jedesmal neu angepaßt. Die sich ergebenden Abhängigkeiten von  $\Delta \ln \mathcal{L}$  (durchgezogene Linie, linke Ordinatenskala) und  $\Delta \chi^2_{glob}$  (gestrichelte Linie, rechte Ordinatenskala) lassen sich als glatte Kurven darstellen. Ihr Verlauf ist nahezu komplementär. Einem  $\ln \mathcal{L}$ -Maximum entspricht ein  $\chi^2_{glob}$ -Minimum an beinahe exakt gleicher Stelle. Lediglich das  $\chi^2_{glob}$ -Minimum des  $K^*$ -Breitenscans ist wesentlich undeutlicher ausgeprägt als das entsprechende  $\ln \mathcal{L}$ -Maximum. Bei den Massenscans beträgt das Verhältnis  $\Delta \ln \mathcal{L} / \Delta \chi^2_{glob}$  etwa 200, bei den Breitenscans etwa 280. In die oberen Diagramme ist zum Vergleich gegenüber der Likelihood-Verteilung noch die invariante  $K_L K_S$ - bzw.  $K\pi^0$ -Masse einprojiziert (auf eine Ordinatenskala für die Einträge wurde in dieser Darstellung verzichtet, man orientiere sich dazu an den Abbildungen 21 a und 21 b oder an die Höhe der Fehlerbalken). Der Verlauf von  $\Delta \ln \mathcal{L}$  folgt in etwa der Signalform der  $\phi$ - und  $K^*$ -Mesonen, und das untergrundfrei.

te, für vermutete Resonanzen die Maxima der Likelihood in den Massen- und Breitenscans. Hierdurch wird die Anpassungszeit lediglich beschleunigt, das Ergebnis selbst ist völlig unempfindlich gegenüber den Startwerten, solange diese in der "Nähe" der Resonanz lokalisiert sind. Sogar die Wahl der dem Annihilationsmodell zugrundeliegenden Amplituden beeinträchtigt die Massen- und Breitenbestimmung von Resonanzen kaum; dies äußert sich auch in den den Parametern zugeordneten globalen Korrelationskoeffizienten, die bei Masse und Breite meist Werte um 0,5 annehmen, bei Amplitudenstärken und Phasen dagegen oft nahe bei 1 liegen. Ausgangssituation bei allen Massen- und Breitenanpassungen ist das Minimalmodell mit Amplituden, die eine Intensität von wenigstens ca. 4 % besitzen.

Tabelle 14: Ergebnis der  $\phi(1020)$ -Anpassung

$\phi(1020)$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$m_0 = 1020,2 \pm 0,6$	${}^3S_1 (1^{--}) \rightarrow$				
$\Gamma_0 = 7,7 \pm 0,7$				$(76,3 \pm 3,8) \%$	
$\ln \mathcal{L} = 3039$	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1		
$\chi_{glob}^2 = 1,97$	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$1,263 \pm 0,038$	0 (fest)
$\Sigma \alpha^2 = 2,12$	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,072 \pm 0,006$	$286 \pm 3$
	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$0,109 \pm 0,011$	$66 \pm 3$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,063 \pm 0,006$	$80 \pm 5$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,104 \pm 0,010$	$291 \pm 6$
	$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,231 \pm 0,028$	$144 \pm 2$
	$\phi (\pi\pi)_S$	0	1	$0,039 \pm 0,005$	$48 \pm 10$
	Untergrund $b$			$(23,7 \pm 1,9) \%$	

Die Ergebnisse der  $\phi(1020)$ - und  $K^*(892)$ -Anpassungen sind in den Tabellen 14 und 15 dargelegt. Wie man bereits aufgrund der Maximumpositionen in den Massenscans ahnen konnte, liegt der angepaßte Wert  $m_0$  für  $\phi(1020)$  tiefer (um  $0,6 \text{ MeV}/c^2$ ) und für  $K^*(892)$  höher (um  $0,8 \text{ MeV}/c^2$ ) als die nach den Kurvenanpassungen an die Signale gefundenen Mittelwerte der Gaussverteilungen (Abb. 21 oben, Seite 85). Die Fehler sind hingegen mit  $0,6$  bzw.  $0,7 \text{ MeV}/c^2$  gleich, und im Nachhinein erweisen sich die durch die Kurvenanpassung gefundenen Werte für die Nominalmassen als erstaunlich genau. Der Grund für den zu kleinen Gaussmittelwert des  $K^*$ -Signals wurde im letzten Kapitel ausführlich geschildert; er bleibt auf die Likelihood-Methode freilich ohne Einfluß.

Masse und Breite des  $\phi$ -Mesons konnte bereits in anderen Experimenten um

Größenordnungen exakter bestimmt werden, da dort wesentlich mehr  $\phi$ -Ereignisse zur Verfügung standen [14]. Eine genauere Analyse der Masse und insbesondere der Breite durch Berücksichtigung der Detektoraufösung lohnt sich im vorliegenden Fall also nicht. Erwähnenswert bleibt, daß sich die hier gefundene Nominalmasse von  $(1020,2 \pm 0,6) \text{ MeV}/c^2$  einreicht in die Ergebnisse von Experimenten mit vergleichbarer Statistik ( $\sim 700$   $\phi$ -Ereignisse).

Tabelle 15: Ergebnis der  $K^*(892)$ -Anpassung

$K^*(892)$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$m_0 = 894,3 \pm 0,7$	$^3S_1 (1^{--}) \rightarrow$				$(74,2 \pm 3,4) \%$
$\Gamma_0 = 47,0 \pm 1,4$	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1		
$\ln \mathcal{L} = 3037$	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$1,235 \pm 0,035$	0 (fest)
$\chi^2_{glob} = 1,91$	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,071 \pm 0,006$	$288 \pm 3$
$\sum \alpha^2 = 2,08$	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$0,108 \pm 0,012$	$61 \pm 3$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,061 \pm 0,006$	$81 \pm 6$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,096 \pm 0,009$	$289 \pm 5$
	$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,222 \pm 0,024$	$146 \pm 2$
	$\phi (\pi\pi)_S$	0	1	$0,032 \pm 0,003$	$124 \pm 10$
	Untergrund $b$			$(25,8 \pm 1,5) \%$	

Die Detektoraufösung spielt bei der Bestimmung der  $K^*$ -Breite kaum eine Rolle, weil  $\Gamma_0$  um ein Vielfaches größer ist. Sie fällt mit  $47,0 \pm 1,4 \text{ MeV}/c^2$  merklich kleiner aus als der in [14] angegebene, über verschiedene Experimente gemittelte Wert von  $50,5 \pm 0,6 \text{ MeV}/c^2$ , liegt aber näher an dem bisher einzigen, ebenfalls aus einem  $\bar{p}p$ -Experiment (1180 Ereignisse) gewonnenen Wert von  $45,9 \pm 4,8 \text{ MeV}/c^2$  [50]. Die in unserem Fall gefundene Nominalmasse von  $894,3 \pm 0,7 \text{ MeV}/c^2$  ist jedoch deutlich geringer als die im selben Experiment angegebene Masse von  $898,4 \pm 1,4 \text{ MeV}/c^2$  und noch etwas kleiner als der in [14] gemittelte Wert von  $896,10 \pm 0,28 \text{ MeV}/c^2$ .

### Massen- und Breitenbestimmung von $K_1(1270)$ und $K_1(1400)$

In Abb. 33 ist der Verlauf von  $\ln \mathcal{L}$  in Abhängigkeit der Masse einer  $1^+$ -Resonanz bei konstanter Breite  $\Gamma_0 = 90 \text{ MeV}/c^2$  dargestellt. Die Masse durchläuft in  $10 \text{ MeV}/c^2$ -Schritten den kinematischen Bereich zwischen  $1100$  und  $1550 \text{ MeV}/c^2$ , wobei die vier Zerfälle

$(1^+) \rightarrow K^* \pi^0$  mit  $L = 0/2$ ,  $(1^+) \rightarrow (K\pi)_S \pi^0$  und  $(1^+) \rightarrow K(\pi\pi)_S$  simuliert wurden. Daneben wurden noch die beiden  $K^* \bar{K}^*$ -Amplituden sowie die  $K^*(\bar{K}\pi)_S$ - und die  $\phi(\pi\pi)_S$ -Amplitude einbezogen. Da weder der Mischzustand  $K_1(1270)$  oder  $K_1(1400)$  in diesem Annihilationsmodell explizit vorkommt, erwartet man im Massenscan zwei Maxima, und zwar lokalisiert bei den jeweiligen Nominalmassen. Tatsächlich sind Maxima bei etwa  $1260 \text{ MeV}/c^2$  und noch klarer ausgeprägt für das wesentlich stärker beitragende  $K_1(1400)$  knapp oberhalb  $1400 \text{ MeV}/c^2$  zu sehen. Die korrespondierenden Minima in der  $\chi^2_{\text{glob}}$ -Kurve sind sogar noch deutlicher. Es ist erstaunlich, daß sich die Likelihood-Methode auch in einem Bereich als erfolgreich erweist, der für die invariante  $K\pi^0\pi^0$ -Masse bereits unzugänglich ist, was im linken Bild durch Einprojektion der Daten verdeutlicht wurde: der Phasenraum ist bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  zu Ende. Die Existenz der beiden  $K_1$ -Maxima in der  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung ist auch der eindeutige Beweis für den Beitrag oben genannter Amplituden, insbesondere für die Dominanz des Übergangs  $K_1(1400) \rightarrow K^* \pi^0$ .

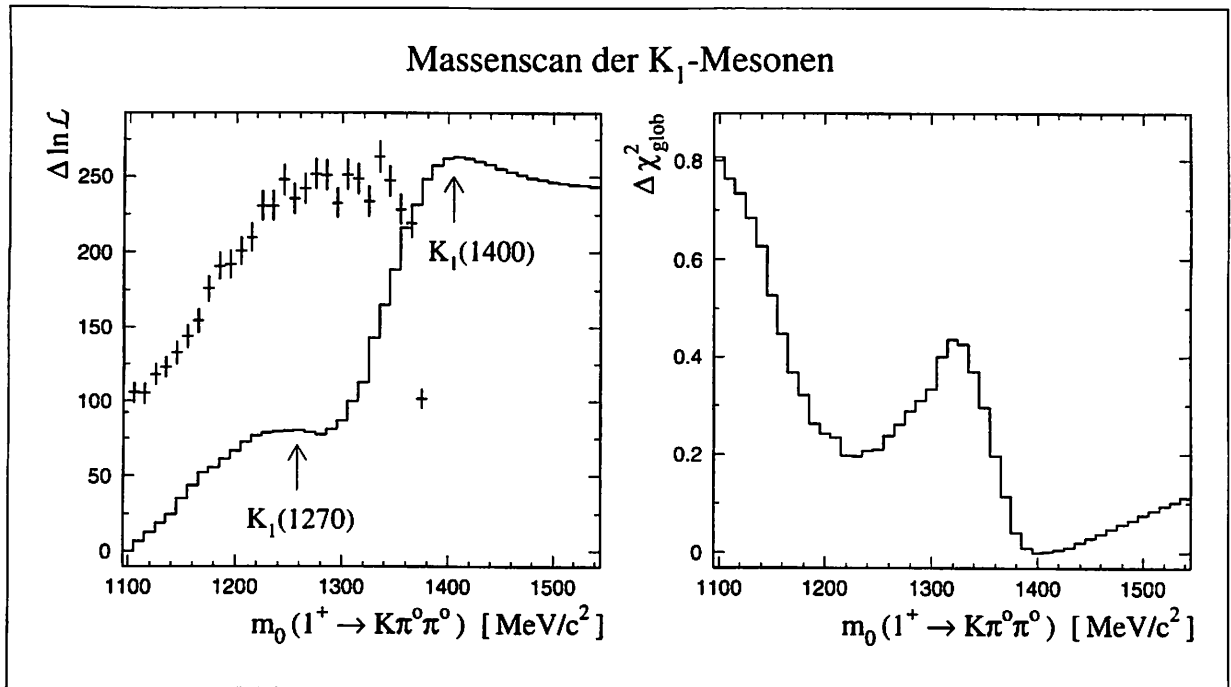


Abbildung 33: In Schritten von  $10 \text{ MeV}/c^2$  variiert die Masse einer  $1^+$ -Resonanz bei konstanter Breite  $\Gamma_0 = 90 \text{ MeV}/c^2$ . Berücksichtigt sind die vier Zerfälle nach  $K^* \pi^0$  mit  $L = 0/2$ ,  $(K\pi)_S \pi^0$  und  $K(\pi\pi)_S$ . Der Likelihoodverlauf, links, zeigt deutlich zwei Maxima für die Mesonen  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$ , obwohl diese nicht in der gemessenen Verteilung der invarianten  $K\pi^0\pi^0$ -Masse (Fehlerbalken) als Erhebungen erscheinen, im Fall des  $K_1(1400)$  liegt die Phasenraumgrenze sogar rund  $20 \text{ MeV}/c^2$  vor der Nominalmasse. Die entsprechenden Minima in der  $\chi^2$ -Verteilung, rechts, sind noch stärker ausgeprägt.

Das Maximum für das  $K_1(1270)$ -Meson erscheint eindeutiger und isoliert vom Maximum des  $K_1(1400)$ -Mesons, wenn letzteres explizit im Modell berücksichtigt wird. Masse und Breite beider Resonanzen lassen sich als freie Parameter in das Annihilationsmodell einbauen und bestimmen (Tab. 16). Auf die Angabe der Amplitudenbeiträge wurde verzichtet, weil sie sich kaum von denen der vorherigen Anpassungen unterscheiden.



Die Nominalmasse des  $K_1(1270)$  ist um  $21 \text{ MeV}/c^2$  signifikant kleiner als der in [14] gemittelte Wert von  $(1273 \pm 7) \text{ MeV}/c^2$ , liegt allerdings um  $10 \text{ MeV}/c^2$  höher als das bisher einzige veröffentlichte Ergebnis eines  $\bar{p}p$ -Experimentes zur Messung der  $K_1(1270)$ -Masse [51]. Das gleiche Experiment gibt die Breite mit  $127_{-25}^{+7} \text{ MeV}/c^2$  an, was gut  $12 \text{ MeV}/c^2$  mehr sind als der hier ermittelte Wert. Dieser liegt im  $1...2\sigma$ -Bereich der in [14] geschätzten Breite von  $(90 \pm 20) \text{ MeV}/c^2$ .

Da der weitaus größte Teil der  $\bar{p}p$ -Vernichtung über die Produktion des  $K_1(1400)$ -Mesons verläuft, kann dessen Nominalmasse und -breite sehr genau festgelegt werden; es ist dies eine Premiere für  $\bar{p}p$ -Experimente. Die Likelihood-Methode gestattet diese Anpassung, obwohl - wie bereits besprochen - die invariante  $K\pi^0\pi^0$ -Masse nicht an die Nominalmasse des  $K_1(1400)$  heranreicht. Die in Tab. 16 aufgeführten Anpassungsergebnisse sind sowohl im Nominalwert als auch in der Fehlerangabe nahezu identisch mit den in [14] gemittelten Zahlen ( $m_0 = (1402 \pm 7) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (174 \pm 13) \text{ MeV}/c^2$ ).

### Radial angeregte Mesonen und weitere $K$ -Resonanzen

Versuchsweise werden in das Annihilationsmodell weitere Resonanzen aufgenommen: Ein Meson namens  $K(1460)$ , dessen Existenz als wenig gesichert gilt, wird in [14] als radiale Anregung des Kaons interpretiert. Zustände der  $K^*$ - und  $\phi$ -Mesonen mit Hauptquantenzahl 2 sind dagegen etabliert und werden mit  $K^*(1410)$  bzw.  $\phi(1680)$  bezeichnet.

Die Breite der  $K(1460)$ -Resonanz wird auf  $260 \text{ MeV}/c^2$  geschätzt. Das Kaon kann aus der  $\bar{p}p$ -Vernichtung nur über zwei Amplituden produziert werden:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K(1460) \bar{K} + c.c. & L = 1 & S = 0 \\ &\quad \longmapsto K^* \pi^0 & L = 1 & S = 1 \\ \bar{p}p &\longrightarrow K(1460) \bar{K} + c.c. & L = 1 & S = 0 \\ &\quad \longmapsto (K\pi)_S \pi^0 & L = 0 & S = 0 \end{aligned}$$

Die Simulation dieser Amplituden im Massenscan eines  $0^-$ -Zustandes mit entsprechender Breite erbrachte im fraglichen Bereich nicht das geringste Anzeichen seiner Existenz. Lediglich bei  $1270 \text{ MeV}/c^2$  zeigt sich eine Erhöhung der  $\ln \mathcal{L}$ -Werte um wenige Punkte, was aber darauf zurückzuführen ist, daß die Likelihood-Methode hier auf die Anwesenheit

Tabelle 16: Ergebnis der  $K_1(1270)$ - und  $K_1(1400)$ -Anpassung

$K_1(1270)$	$K_1(1400)$
$m_0 = (1251,6 \pm 5,5) \text{ MeV}/c^2$	$m_0 = (1406,7 \pm 7,8) \text{ MeV}/c^2$
$\Gamma_0 = (114,5 \pm 9,2) \text{ MeV}/c^2$	$\Gamma_0 = (173,6 \pm 5,7) \text{ MeV}/c^2$

des  $K_1(1270)$  als  $K\pi\pi$ -Resonanz reagiert<sup>43</sup>. Die Resonanz  $K(1460)$  wird daher in den folgenden Modellen nicht weiter berücksichtigt.

Ein anderes Bild ergibt sich für die radial angeregten Vektormesonen. Neben den  $K$ -Resonanzen mit unbestimmter  $C$ -Parität können nun auch die isoskalaren und -vektoriellen Mitglieder des Nonetts im  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal wegen ihrer negativen  $C$ -Parität in Erscheinung treten. Das Meson  $\phi(1680)$  läßt sich auf zwei Wege produzieren<sup>44</sup>:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow \phi(1680) (\pi\pi)_S & L=0 & S=1 \\ &\quad \longmapsto K_L K_S & L=1 & S=0 \\ \bar{p}p &\longrightarrow \phi(1680) \pi^0 & L=1 & S=1 \\ &\quad \longmapsto K^* \bar{K} + c.c. & L=1 & S=1 \end{aligned}$$

Da der Phasenraum zur Produktion des  $\phi(1680)$  in der erst genannten Amplitude äußerst knapp und im Prinzip nur durch die geschätzte Breite von  $150 \text{ MeV}/c^2$  möglich ist, kann auf den noch unwahrscheinlicheren Fall mit  $L=2$  zwischen  $\phi(1680)$  und dem Dipion verzichtet werden.

Für die radiale Anregung  $K^*(1410)$  kommen im  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal nur folgende Amplituden in Betracht:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K^*(1410) \bar{K}^* + c.c. & L=1 & S=0/1/2 \\ &\quad \longmapsto K \pi^0 & L=1 & S=0 \\ \bar{p}p &\longrightarrow K^*(1410) (\bar{K}\pi)_S + c.c. & L=0 & S=1 \\ &\quad \longmapsto K \pi^0 & L=1 & S=0 \\ \bar{p}p &\longrightarrow K^*(1410) \bar{K} + c.c. & L=1 & S=1 \\ &\quad \longmapsto K^* \pi^0 & L=1 & S=1 \end{aligned}$$

In den ersten beiden Amplituden zerfällt das  $K^*(1410)$  in  $K\pi$ ; es ergeben sich deshalb die gleichen Drehimpulse wie bei den entsprechenden Amplituden mit  $K^*(892)$ . Im Gegensatz zu  $K^* \bar{K}^*$  handelt es sich bei  $K^*(1410) \bar{K}^*$  allerdings nicht um ein Meson-Antimeson-Paar, sondern um zwei Mesonen mit unterschiedlichen Hauptquantenzahlen bzw. Massen, weshalb die Auswahlregel 73 auf Seite 161 in Anhang A (vgl. hierzu auch den Abschnitt *Meson-Antimeson-System* auf Seite 30) nicht in Kraft tritt, und folglich auch die Einstellung  $S=1$  möglich ist.

In Abb. 34 wird jeweils eine  $1^-$ -Masse in Schritten von  $10 \text{ MeV}/c^2$  über einen Bereich von  $800 \text{ MeV}/c^2$  durchscannt, wobei die oben genannten Zerfälle nach  $K_L K_S$  bzw.  $K\pi^0$  berücksichtigt sind. Die schon aus Abb. 32 bekannten Spitzen in der Likelihoodverteilung für die Vektormesonen  $\phi(1020)$  bzw.  $K^*(892)$  ragen am linken Rand markant empor. Zum Vergleich ist wieder die gemessene invariante  $K_L K_S$ - bzw.  $K\pi^0$ -Masse mit Fehlerbalken in beide Diagramme einprojiziert.

<sup>43</sup> Die Quantenzahlen des Zustandes machen sich in den Winkelverteilungen der Zerfallsprodukte bemerkbar, auf die die Methode weniger empfindlich ist. Erst ein Vergleich der  $\ln \mathcal{L}$ -Werte für Simulationen verschiedener Quantenzahlen offenbart die Natur des Zustandes.

<sup>44</sup> Mögliche Zerfallswege des  $\omega(1420)$  und des ungeladenen  $\rho(1450)^0$  sind analog.

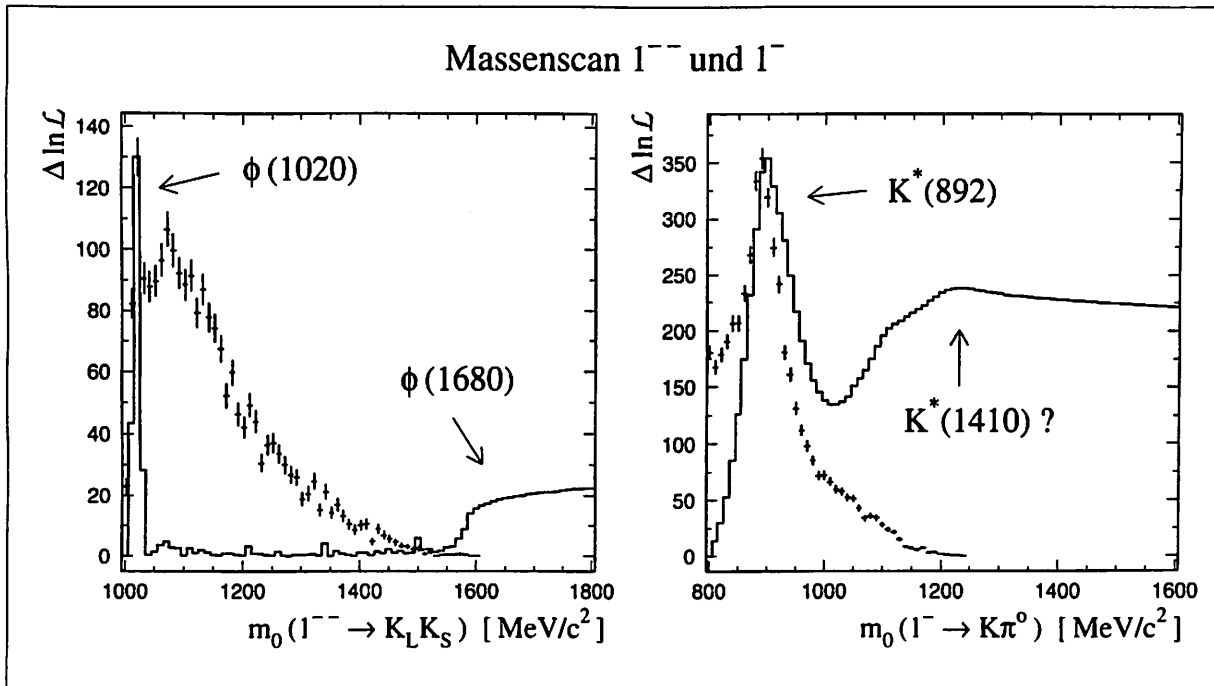


Abbildung 34: Die in Abb. 32 gezeigte Abhängigkeit der Likelihood von der  $\phi$ - bzw.  $K^*$ -Masse wurde hier in grau unterlegter Darstellung auf den gesamten Phasenraum ausgedehnt: Über einen Bereich von  $800 \text{ MeV}/c^2$  variiert in Schritten von  $10 \text{ MeV}/c^2$  die Masse einer Vektorresonanz mit  $I^G(J^{PC})=0^-(1^{--})$  und  $\Gamma_0 = 4,4 \text{ MeV}/c^2$  bzw.  $I(J^P) = \frac{1}{2}(1^-)$  und  $\Gamma_0 = 50,5 \text{ MeV}/c^2$ . Das reduzierte Minimalmodell liefert die zugrundeliegenden Amplituden. Im linken Bild ist das Meson  $\phi(1020)$  mit seiner radialen Anregung  $\phi(1680)$  im Zerfall  $K_L K_S$  zu sehen. Neben der  $K^*(892)$ -Spitze zeigt das rechte Bild vermutlich ein Signal des radial angeregten Mesons  $K^*(1410)$ . Wegen der enormen Breite dieser Resonanz ist die hier verwendete Breit-Wigner-Funktion zur Parametrisierung wahrscheinlich ungeeignet. In beide Diagramme sind zum Vergleich die invarianten Massen  $K_L K_S$  bzw.  $K\pi^0$  mit Fehlerbalken einprojiziert.

Nach dem nadelförmigen Ausschlag für das  $\phi(1020)$  bleibt die Likelihoodverteilung zu aufsteigenden  $K_L K_S$ -Massen hin zunächst konstant flach. Insbesondere zeigt sich im Bereich zwischen  $1400$  und  $1500 \text{ MeV}/c^2$  keinerlei Erhebung, was als indirekter Beweis gewertet werden kann, daß die experimentell nachgewiesenen  $1^{--}$ -Resonanzen bei  $1420$  und  $1450 \text{ MeV}/c^2$  tatsächlich angeregte  $\omega$ - bzw.  $\rho$ -Mesonen sind, weil sie offenbar nicht in  $K_L K_S$  zerfallen (vgl. hierzu die Quarkwellenfunktion und die diesbezügliche Erläuterung auf Seite 162 in Anhang A).

Etwa  $100 \text{ MeV}/c^2$  vor dem oberen Ende des Phasenraums steigt jedoch der  $\ln \mathcal{L}$ -Wert signifikant an. Es ist klar, daß dies nur ein Signal des radial angeregten  $\phi$ -Mesons sein kann. Die Nominalmasse sitzt mit rund  $75 \text{ MeV}/c^2$  sehr viel weiter oberhalb der Phasenraumgrenze als etwa das  $K_1(1400)$ -Meson (ca.  $25 \text{ MeV}/c^2$ ), weshalb die Likelihoodverteilung kein ausgeprägtes Maximum aufweist. Mit Hilfe des Zerfalls in  $K_L K_S$  wird sich die Nominalmasse des  $\phi(1680)$  also nicht exakt bestimmen lassen. Es bleibt aber zu erwarten, daß der dominante Zerfall in  $K^* \bar{K}$  beobachtet werden kann und Chancen zur Massenbestimmung bietet, siehe nächsten Abschnitt.

Der Zerfall  $\phi(1680) \rightarrow K\bar{K}$  wurde bisher nur von einem  $e^+e^-$ -Experiment gesehen [48]. Die Beobachtung dieses Zustandes stellt für  $\bar{p}p$ -Experimente nun ein Novum dar; sein Nachweis im  $K_L K_S$ -System ist gleichzeitig Beweis für die negative  $C$ -Parität. Unter Annahme von  $m_0 = 1680 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = 150 \text{ MeV}/c^2$  trägt die Amplitude  $\bar{p}p \rightarrow \phi(1680) (\pi\pi)_S \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  zu  $(2, 5 \pm 0, 5) \%$  bei und verbessert den  $\ln \mathcal{L}$ -Wert des reduzierten Minimalmodells, Tab. 13, um 30, ohne den Beitrag der anderen Amplituden zu verändern.

Schwieriger gestaltet sich die Interpretation des Likelihoodverlaufs im rechten Bild für den Zerfall eines  $1^-$ -Zustandes in  $K\pi^0$  oberhalb des  $K^*$ -Signals<sup>45</sup>. Das schwach ausgeprägte Maximum bei etwa  $1220 \text{ MeV}/c^2$  mit steil ansteigender, aber flach abfallender Flanke könnte ein Signal des radial angeregten Vektormesons  $K^*(1410)$  sein. Zwar liegt der niedrigste Wert, der von anderen Experimenten für die Nominalmasse dieses Zustandes bestimmt wurde, bei  $(1367 \pm 54) \text{ MeV}/c^2$  [52], und die über alle relevanten Experimente gemittelte Masse ist deutlich größer:  $(1412 \pm 12) \text{ MeV}/c^2$  [14]. Andererseits wird die Breite in [14] mit  $(\Gamma_0 = 227 \pm 22) \text{ MeV}/c^2$  angegeben, so daß ihr Einfluß auf den knappen Phasenraum für die oben beschriebenen Zerfallswege durchaus noch eine Rolle spielt, möglicherweise mit dem Effekt einer scheinbar nach unten verschobenen Nominalmasse. Alle genannten  $K^*(1410)$ -Amplituden schlagen darauf an, tragen aber mit nur geringer Intensität dazu bei. Der Anpassungsfehler bewegt sich dabei meist in der Größenordnung der jeweiligen Intensität. Die prinzipielle Schwierigkeit liegt vermutlich in der Parametrisierung der Resonanz durch eine Breit-Wigner-Funktion, die für sehr breite Zustände unzulänglich ist. Ähnlich wie bei den Mesonen  $f_0(400\dots 1200)$  und  $K_0^*(1430)$  müßte hier nach einer geeigneten, speziellen Parametrisierung gesucht werden. Aufgrund seiner begrenzten Kinematik eignet sich aber der  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal nicht, den noch recht unerforschten radial angeregten  $1^-$ -Zustand weiter zu studieren. Auf eine explizite Einbeziehung der  $K^*(1410)$ -Resonanz in die folgenden Annihilationsmodelle wird daher verzichtet.

Etwas günstiger stellen sich die Verhältnisse für die mit  $\Gamma_0 \approx 100 \text{ MeV}/c^2$  vergleichsweise schmale Tensorresonanz  $K_2^*(1430)$  dar, die über folgende Amplituden produziert werden kann:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_2^*(1430) \bar{K}^* + c.c. & L = 0 & S = 1 & (55) \\ &\quad \longmapsto K \pi^0 & L = 2 & S = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_2^*(1430) (\bar{K}\pi)_S + c.c. & L = 1 & S = 2 & (56) \\ &\quad \longmapsto K \pi^0 & L = 2 & S = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow K_2^*(1430) \bar{K} + c.c. & L = 2 & S = 2 & (57) \\ &\quad \longmapsto K^* \pi^0 & L = 2 & S = 1 \end{aligned}$$

Den Massenscan einer  $2^+$ -Resonanz für diese Amplituden, die zum reduzierten Annihilationsmodell hinzugenommen wurden, zeigt Abb. 35. Das bei etwa  $1390 \text{ MeV}/c^2$  lokalisierte

<sup>45</sup> Der hier nicht gezeigte Likelihoodverlauf für die Amplitude  $(1^-) \rightarrow K^* \pi^0$  verhält sich für  $m_0 > 1000 \text{ MeV}/c^2$  ganz ähnlich.

Maximum der  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung liegt erstaunlich dicht an der Nominalmasse der Resonanz, die in [14] mit  $m_0 = (1432, 4 \pm 1, 3) \text{ MeV}/c^2$  angegeben wird, wenn man bedenkt, daß sie außerhalb des  $K\pi^0\pi^0$ - und erst recht des  $K\pi^0$ -Phasenraums beheimatet ist. Eine starke Präsenz dieses Tensorteilchens konnte man ohnehin nicht im  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal erwarten, entsprechend gering ist die Änderung der Likelihood und die Intensität der drei oben genannten Amplituden, die für (55) bei 0,11 %, für (56) bei 1,7 % und für (57) bei 0,70 % liegt. Dennoch kann der erstmalige mutmaßliche Nachweis von  $K_2^*(1430)$  sowohl im  $K\pi^0$ - als auch im  $K^*\pi^0$ -Zerfall bei einer  $\bar{p}p$ -Reaktion als kleine Sensation gewertet werden.

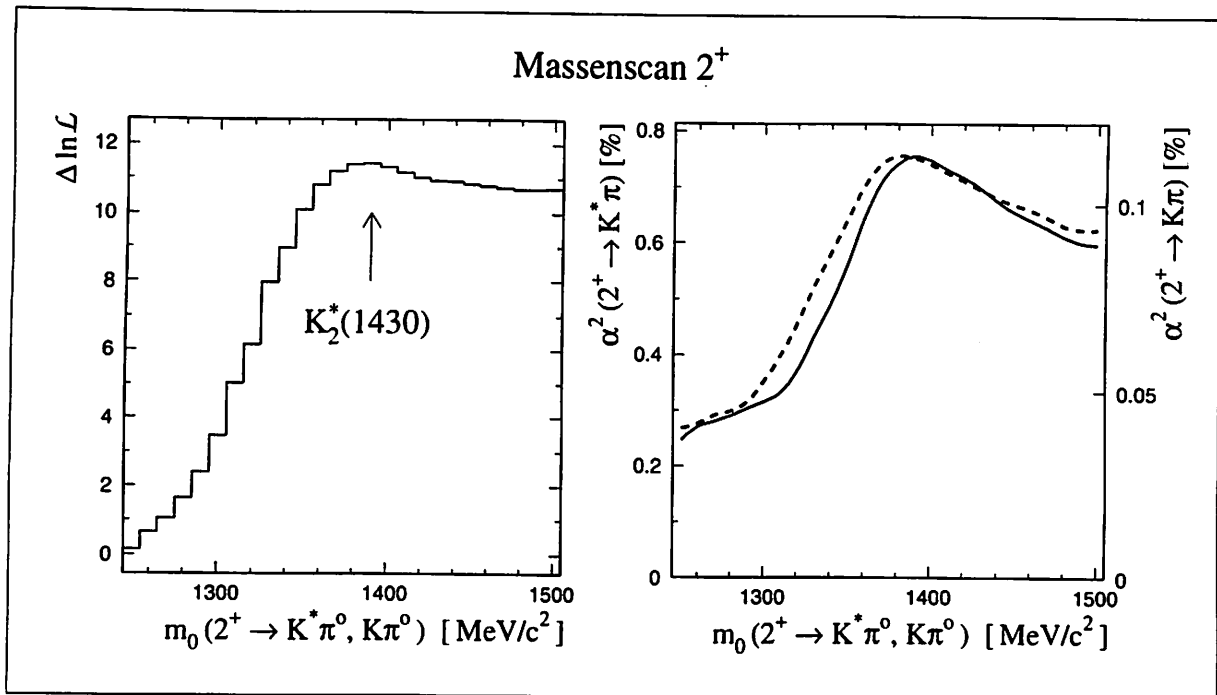


Abbildung 35: Das linke Bild zeigt die Änderung von  $\ln \mathcal{L}$  in Abhängigkeit der Masse einer Tensorresonanz mit  $I(J^P) = \frac{1}{2}(2^+)$  und  $\Gamma_0 = 109 \text{ MeV}/c^2$ . Simuliert wurden die drei im Text beschriebenen Amplituden (55), (56) und (57) mit den Zerfällen in  $K\pi^0$  und  $K^*\pi^0$ . Die Likelihood variiert zwar nicht stark, dennoch ist das Maximum nahe  $1400 \text{ MeV}/c^2$  deutlich ausgeprägt und ein sicherer Hinweis auf eine schwache Produktion von  $K_2^*(1430)$ . Das rechte Bild veranschaulicht, welche Amplituden für dieses Maximum verantwortlich sind: die durchgezogene Linie stellt den Intensitätsverlauf  $\alpha^2$  der Amplitude (57) (linke Ordinatenkala) dar, die gestrichelte den der Amplitude (55) (rechte Ordinatenkala). Die beinahe exakt gleiche relative Form der Intensitätsverteilungen für zwei vollkommen unterschiedliche Zerfallswege unterstützt die These der  $K_2^*(1430)$ -Produktion.

### Überblick $K_L K_S \pi^0$ -Resonanzen mit Spin 1

Die Natur des  $KK\pi$ -Systems, hinter dem sich möglicherweise mehrere Zustände verbergen, stellte sich bereits im Kapitel 5.2 bei der Inspektion der Spektren als viel versprechend wenn auch etwas kompliziert heraus. Die Ergebnisse der Spektreninspektion (Seite 97 ff.) erfordern nun die Überprüfung und Ergänzung durch das sensiblere Instrument der

Maximum-Likelihood-Methode. Zumindest zwei  $KK\pi$ -Zustände waren postuliert worden: ein isovektorieller bei zwischen 1400 und 1450  $\text{MeV}/c^2$  und ein isoskalarer bei etwa 1450  $\text{MeV}/c^2$ . Diese sollen jetzt verifiziert, und – wenn möglich – die zugehörigen Quantenzahlen bestimmt werden.

Hierzu wurde der gesamte  $KK\pi$ -Phasenraum zunächst für die Zustände  $1^{+-}$  und  $1^{--}$  in den Zerfällen  $K^*K$ ,  $(K\pi)_S K$  und  $\phi\pi^0$  systematisch durchscannt. Die beiden Zustände können über folgende Zerfallsketten produziert werden:

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (1^{+-})\pi^0 & L=0 \quad S=1 & \quad (58) \\ &\quad \longmapsto K^* \bar{K} + c.c. & L=0 \quad S=1 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (1^{+-})\pi^0 & L=0 \quad S=1 & \quad (59) \\ &\quad \longmapsto (K\pi)_S \bar{K} + c.c. & L=1 \quad S=0 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (1^{+-})\pi^0 & L=0 \quad S=1 & \quad (60) \\ &\quad \longmapsto \phi\pi^0 & L=0 \quad S=1 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (1^{--})\pi^0 & L=1 \quad S=1 & \quad (61) \\ &\quad \longmapsto K^* \bar{K} + c.c. & L=1 \quad S=1 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}p &\longrightarrow (1^{--})\pi^0 & L=1 \quad S=1 & \quad (62) \\ &\quad \longmapsto \phi\pi^0 & L=1 \quad S=1 & \end{aligned}$$

Der Zerfall  $1^{--} \rightarrow K_L K_S$  war bereits im letzten Abschnitt besprochen worden mit dem positiven Ergebnis des Nachweises der radialen Anregung  $\phi(1680)$ , die nun auch in  $K^*K$  gesehen werden sollte. Der Übergang  $1^{+-} \rightarrow K_L K_S$  ist nicht möglich, ebensowenig wie  $1^{--} \rightarrow (K\pi)_S K$ .

Abb. 36 stellt das Ergebnis der Untersuchung für den  $1^{+-}$ -Zustand (oben) und den  $1^{--}$ -Zustand (unten) graphisch dar. Die Linien zeigen die Änderung der Likelihood (links) bzw. des  $\chi^2$ -Wertes (rechts) für die jeweils möglichen Zerfallswege. Bei den Zerfällen in  $\phi\pi^0$  und  $(K\pi)_S K$  ist die Breite  $\Gamma_0 = 100 \text{ MeV}/c^2$ . Da der Massenscan bereits bei 1160  $\text{MeV}/c^2$  beginnt, also weit unterhalb der  $K^*K$ -Schwelle, die bei 1394  $\text{MeV}/c^2$  liegt, muß die  $K^*K$ -Resonanz mit der modifizierten Breit-Wigner-Funktion (109) (Seite 184) parametrisiert werden; die Breite  $\Gamma_{(K\pi)K}$  bezieht sich dann auf die herabgesetzte Zerfallsschwelle, die gleich der Massensumme der Zerfallsprodukte im Endzustand ist, also  $2m_{K^0} + m_{\pi^0} = 1131 \text{ MeV}/c^2$ ; sie hat nicht die anschauliche Bedeutung der Breite des Signals bei halber Maximalhöhe (*full width half maximum*, abgekürzt: FWHM). Beim Massenscan beider  $K^*K$ -Resonanzen ist  $\Gamma_{(K\pi)K} = 200 \text{ MeV}/c^2$  konstant; oberhalb der  $K^*K$ -Schwelle entspricht dies einer Breite  $\Gamma_{FWHM}$ , die von Null ausgehend, zu großen Massen hin stetig anwachsend sich dem Wert  $\Gamma_{(K\pi)K}$  asymptotisch nähert.

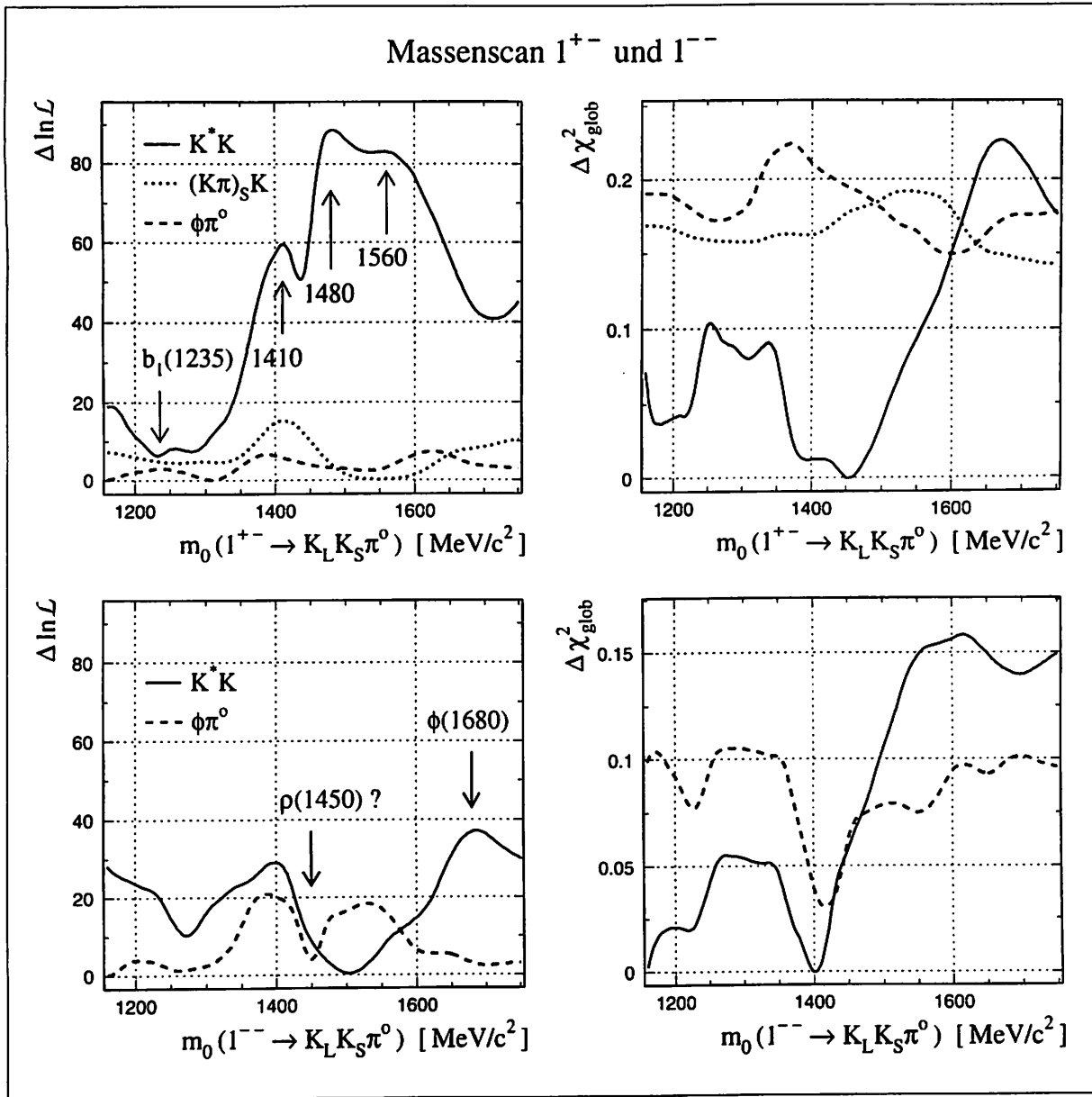
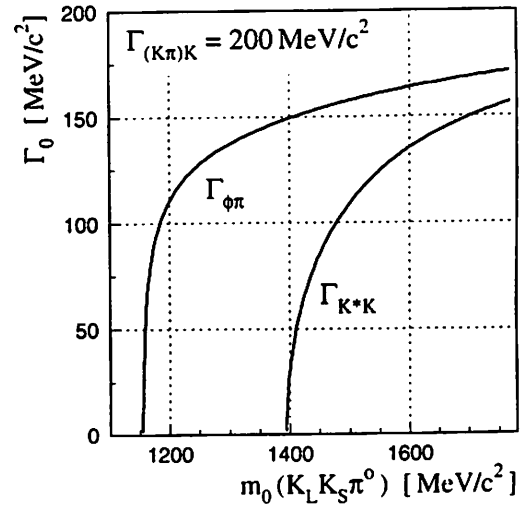


Abbildung 36: Die Masse einer  $K_L K_S \pi^0$ -Resonanz mit  $J^{PC} = 1^{+-}$  (oben) und  $J^{PC} = 1^{--}$  (unten) durchläuft den gesamten Phasenraum. Die Bilder zeigen die resultierende Änderung der Likelihood-Funktion (links) und die des  $\chi^2$ -Wertes (rechts) für die jeweils möglichen Zerfälle. Die Ordinaten-skalen der Likelihood-Diagramme sind zum besseren Vergleich identisch: die Null-Linie liegt bei  $\ln \mathcal{L} = 3048$ , die Achse endet bei  $\ln \mathcal{L} = 3144$ . Die Resonanzbreiten wurden bei den  $(K\pi)_S K$ - (gepunktete Linien) und  $\phi\pi^0$ -Amplituden (gestrichelte Linien) auf  $\Gamma_0 = 100 \text{ MeV}/c^2$  konstant gehalten. Für Zerfälle in  $K^*K$  (durchgezogene Linien) sind die Resonanzen mit der modifizierten Breit-Wigner-Funktion (109) parametrisiert, um auch den Massenbereich unterhalb der  $K^*K$ -Schwelle zu erschließen; hier gilt  $\Gamma_{(K\pi)K} = 200 \text{ MeV}/c^2$ . Folgende Maxima lassen sich in der  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung lokalisieren:  $1^{+-} \rightarrow K^*K$ : bei 1410, 1480 und 1550  $\text{MeV}/c^2$ .  $1^{+-} \rightarrow (K\pi)_S K$ : bei 1410  $\text{MeV}/c^2$ .  $1^{+-} \rightarrow \phi\pi^0$ : bei 1235, 1385 und 1620  $\text{MeV}/c^2$ .  $1^{--} \rightarrow K^*K$ : bei 1390 und 1680  $\text{MeV}/c^2$ .  $1^{--} \rightarrow \phi\pi^0$ : bei 1220, 1380 und 1530  $\text{MeV}/c^2$ . Fast alle Maxima stimmen mit entsprechenden Minima der  $\chi^2$ -Verteilung überein. Etablierte Resonanzen sind lediglich das Meson  $\phi(1680)$ , das hier im  $K^*K$ -Zerfall identifiziert werden kann, und das Meson  $b_1(1235)$ , für welches die  $\chi^2$ -Verteilung des  $\phi\pi^0$ -Zerfalls immerhin schwache Evidenz zeigt, wenn auch für die falsche Parität.

Die nebenstehende Graphik zeigt gemäß Gl.(110) auf Seite 184 Anhang B die Funktionen zur Umrechnung von  $\Gamma_{(K\pi)K} = 200 \text{ MeV}/c^2 \rightarrow \Gamma_{K^*K}$  bzw.  $\Gamma_{\phi\pi^0}$  in Abhängigkeit der  $K_L K_S \pi^0$ -Masse oberhalb der  $K^*K$ - bzw.  $\phi\pi^0$ -Schwelle. Die neu berechneten Breiten  $\Gamma_0$  beziehen sich dann auf die dazugehörigen Zerfallsschwellen, und können wie üblich als FWHM interpretiert werden. So rechnet sich z.B. für eine  $K^*K$ -Resonanz mit  $m_0 = 1700 \text{ MeV}/c^2$  die Breite  $\Gamma_{(K\pi)K} = 200 \text{ MeV}/c^2$  in ein FWHM von  $\Gamma_{K^*K} = 150 \text{ MeV}/c^2$  um.



Die Likelihoodverteilung offenbart nun für die unterschiedlichen Zerfallsamplituden teilweise übereinstimmende Maxima, die darüber hinaus oft mit Einsenkungen der  $\chi^2_{glob}$ -Verteilung korrespondieren und die Existenz einer Resonanz mit entsprechender Masse vermuten lassen. Insgesamt offeriert diese Art der Untersuchung des  $K_L K_S \pi^0$ -Systems ein kleines Puzzle, das sich nach aufsteigenden Massen geordnet folgendermaßen präsentiert:

- Bei  $1240 \text{ MeV}/c^2$  indiziert eine kleine Erhöhung mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 3,0$  im  $\phi\pi^0$ -Zerfall möglicherweise die Anwesenheit des isovektoriellen Pseudovektormeson  $b_1(1235)$ . Aber auch im  $1^{--}$ -Massenscan ist ein lokales Maximum im  $\phi\pi^0$ -Zerfall an etwa gleicher Stelle mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 4,7$  auszumachen. Besonders hier zeigt die  $\chi^2$ -Verteilung mit  $\Delta\chi^2 = 0,03$  ein ausgeprägtes Minimum. Vermutlich ist die Anpassung wegen der geringen Ereignisstatistik nicht empfindlich genug, um in den Daten die Quantenzahlen unterscheiden zu können.
- Um  $1410 \text{ MeV}/c^2$  verursacht die  $K^*K$ - und  $(K\pi)_S K$ -Partialwelle in der Likelihood-Verteilung des  $1^{+-}$ -Zustandes jeweils ein schmales Maximum. Interpretiert man dies als "Signal" einer Resonanz, so wäre diese wahrscheinlich isoskalar. Der  $\phi\pi^0$ -Zerfall trägt offensichtlich nicht dazu bei; Quantenzahlen und Masse stimmen dann recht gut mit dem von LASS gefundenen Zustand  $h'_1(1380)$  überein [47]. Die Breite dieses mutmaßlichen Zustandes muß noch genauer analysiert werden.

Ebenfalls bei etwa  $1400 \text{ MeV}/c^2$  zeigen auch die Likelihood-Verteilungen der  $K^*K$ - und der  $\phi\pi^0$ -Partialwelle eines gesannten  $1^{--}$ -Zustandes Maxima. Beide korrespondieren augenfällig mit Minima der  $\chi^2$ -Verteilung, von denen vor allem das für den  $\phi\pi^0$ -Zerfall mit  $\Delta\chi^2 = 0,07$  relativ markant ausgeprägt ist; tiefster Punkt liegt hier bei etwa  $1420 \text{ MeV}/c^2$ . Die genauere Analyse von Masse und Breite dieses isovektoriellen Zustandes wird seine Ähnlichkeit mit den von anderen Experimenten bestimmten Daten des als  $\rho(1450)$  bezeichneten Mesons erweisen.

- Bei  $1480 \text{ MeV}/c^2$  ist im  $K^*K$ -Zerfall mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 85$  der stärkste Zuwachs der Likelihood für  $1^{+-}$ -Zustände zu verzeichnen. Das imposante Minimum der  $\chi^2$ -Verteilung



mit  $\Delta\chi^2 = 0,23$  an gleicher Stelle unterstützt die Evidenz einer Resonanz mit entsprechender Masse. Dieser pseudovektorielle Zustand zerfällt offenbar weder über  $(K\pi)_S K$  noch  $\phi\pi^0$ .

- Bei  $1560 \text{ MeV}/c^2$  scheint sich im Spektrum der  $K_L K_S \pi^0$ -Masse mit positiver Parität ein dritter Zustand anzukündigen. Möglicherweise handelt es sich hier aber nicht um eine separate Resonanz, sondern lediglich um eine Verbreiterung der rechten Flanke des "Signals" bei  $1480 \text{ MeV}/c^2$ . In diesem Fall wäre die Nominalmasse des Zustandes höher als  $1480 \text{ MeV}/c^2$ , seine Breite wesentlich größer als aufgrund des steilen Anstieges vermutet werden könnte. Dennoch kann ein dritter Zustand nicht völlig ausgeschlossen werden: der Likelihoodverlauf geht auch konform mit der Vorstellung einer schmalen Resonanz bei  $1480$  und einer breiteren bei  $1560 \text{ MeV}/c^2$ . Die  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung der  $\phi\pi^0$ -Partialwelle des  $1^{--}$ -Zustandes bietet ebenfalls bei  $1540 \text{ MeV}/c^2$  ein Maximum an. Dieses wächst bei ansteigender Resonanzbreite allerdings mit dem ersten bei  $1400 \text{ MeV}/c^2$  zusammen; somit sind wahrscheinlich die beiden Maxima, die sich beim Durchscannen der Masse mit  $\Gamma_0 = 100 \text{ MeV}/c^2$  ergeben, auf die Anwesenheit des  $\rho(1450)$ -Mesons zurückzuführen.
- Bei  $1680 \text{ MeV}/c^2$  liegt mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 39$  das absolut höchste Maximum der Likelihoodverteilung für Zustände mit negativer Parität. Es dürfte sich hierbei um das Signal des radial angeregten  $\phi$ -Mesons handeln, das durch die Brille der Partialwellenanalyse schon im  $K_L K_S$ -Zerfall gesichtet wurde.

Drei, möglicherweise vier  $K_L K_S \pi^0$ -Resonanzen können also in den Daten nachgewiesen werden: zwei mit den Quantenzahlen des  $h'_1$ -Mesons übereinstimmende Zustände – ein schmaler bei etwa  $1410 \text{ MeV}/c^2$  und mit starker Evidenz ein breiter bei ungefähr  $1500 \text{ MeV}/c^2$  –, sowie das isovektorielle Meson  $\rho(1450)$  und das radial angeregte  $\phi(1680)$ . Hinzu kommen Andeutungen für das Meson  $b_1(1235)$  im  $\phi\pi^0$ -Zerfall. Die Anzeichen der ersten vier genannten Zustände im Massenspektrum der Likelihood sind genügend groß, um eine genaue Massen- und Breitenbestimmung durchführen zu können. Im folgenden werden die aus den Daten gewinnbaren Informationen für die genannten fünf Zustände zusammengefaßt.

### Das Meson $b_1(1235)$

Das Meson  $b_1(1235)$  mit  $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$  ist in zahlreichen Experimenten untersucht worden, seine Masse und Breite ist mit  $m_0 = (1230,9 \pm 3,1) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (142 \pm 8) \text{ MeV}/c^2$  sehr genau bekannt. Während der Zerfall in  $\omega\pi$  dominant ist, konnten für die erlaubten Zerfälle in  $K_L K_S \pi^\pm$  und  $\phi\pi$  bisher nur experimentelle Obergrenzen zu 6 % ( $CL = 90\%$ ) [53] bzw. 1,5 % ( $CL = 84\%$ ) [54] bestimmt werden.

Für den Zerfall in  $(K\pi)_S K$  gibt es auch im Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  keinerlei Anzeichen. Dafür ist im  $\phi\pi^0$ -Zerfall ein schwaches Signal in der Likelihoodverteilung bei  $1235 \text{ MeV}/c^2$

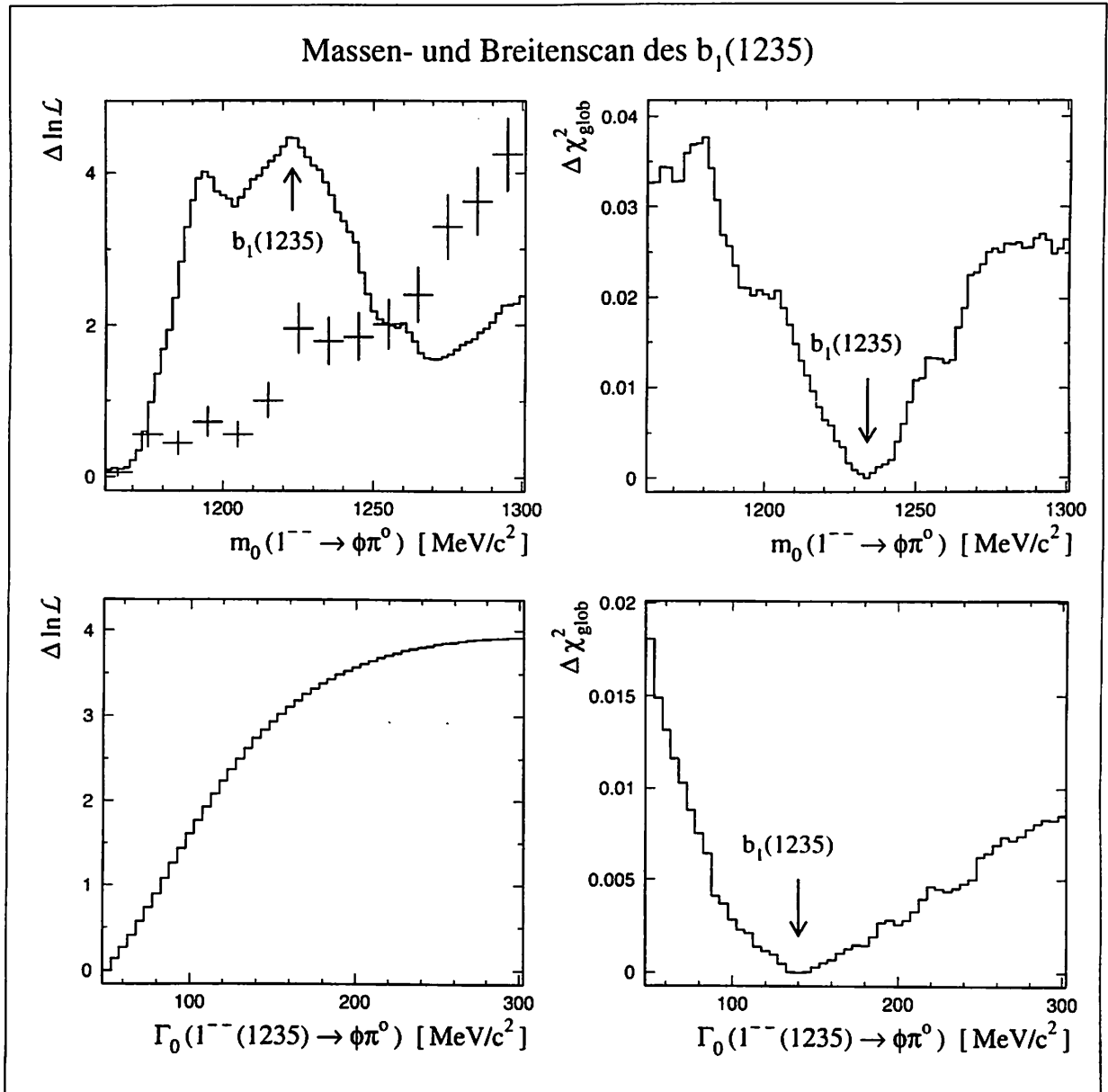


Abbildung 37: Die Bilder zeigen die Änderung der Likelihood und des  $\chi^2$ -Wertes bei Einschluß der Partialwelle  $1^{--} \rightarrow \phi\pi^0$  in Abhängigkeit der Masse des  $1^{--}$ -Zustandes (Breite 150 MeV/c<sup>2</sup>), oben, bzw. in Abhängigkeit der seiner Breite (Masse 1235 MeV/c<sup>2</sup>), unten. Obwohl die Parität des hypothetischen Zustandes negativ ist, läßt sich seine Nominalmasse anhand des  $\ln \mathcal{L}$ -Maximums und  $\chi^2$ -Minimums mit der Masse des  $b_1$ -Mesons identifizieren:  $m_0 \approx 1235$  MeV/c<sup>2</sup>. Zumindest die  $\chi^2$ -Verteilung für den Breitenscan liefert auch den richtigen Wert für die Breite des  $b_1$ -Mesons:  $\Gamma_0 \approx 140$  MeV/c<sup>2</sup>. Entsprechende Scans für einen  $1^{+-}$ -Zustand zeigen ähnliche, wenn auch weniger ausgeprägte Strukturen. Die Datenstatistik ist so gering, daß die extreme Schwäche des  $b_1$ -Signals ( $\Delta \ln \mathcal{L} \approx 4$ ) eine Unterscheidung der Quantenzahlen unmöglich macht und wohl nur zu einer zufälligen Bevorzugung der falschen Parität durch die Anpassung führt: Der Beitrag dieser Amplitude läßt auf nur  $44 \pm 22$   $b_1$ -Ereignisse schließen. Völlig abwegig wäre aber eine negative Parität nicht: zwei Experimente proklamieren einen  $\rho$ -ähnlichen Zustand in der Massenregion 1250...1300 MeV/c<sup>2</sup> mit einer Breite von  $\sim 90$  bzw.  $\sim 300$  MeV/c<sup>2</sup>. Zum Vergleich ist wie in einigen der vorigen Abbildungen wieder die invariante Masse der Zerfallsprodukte (hier  $K_L K_S \pi^0$  mit zwei Einträgen pro Ereignis, oben links) in das Massendiagramm ohne eigene Ordinatenskala einprojiziert; zur Abschätzung der Einträge orientiere man sich an die Größe der Fehlerbalken. Bei 1235 MeV/c<sup>2</sup> offenbart auch die invariante Masse eine kleine Erhebung: ein weiteres Indiz für die Produktion des  $b_1$ -Mesons, das wahrscheinlich nun zum erstenmal im  $\phi\pi^0$ -Zerfall nachgewiesen wurde.

sichtbar, und zwar für beide Zustände mit positiver und negativer Parität. Die Likelihoodanpassung ist auf die Quantenzahlbestimmung offenbar nicht sensitiv genug, wofür vor allem die geringe Statistik ausschlaggebend sein dürfte: die Amplitudenintensität von  $(0,6 \pm 0,3)\%$  entspricht – keine Interferenz vorausgesetzt – nur  $44 \pm 22$  Ereignissen des Typs  $\bar{p}p \rightarrow b_1(1235)\pi^0$ .

Immerhin können im  $\phi\pi^0$ -Zerfall anhand der  $\ln\mathcal{L}$ - und  $\chi^2$ -Verteilung (siehe Abb. 37) die Werte für Masse und Breite des  $b_1(1235)$  genau bestätigt werden, ein starkes Indiz für die tatsächliche Produktion dieses Mesons im vorliegenden Annihilationskanal. Dies funktioniert allerdings nur beim Durchscannen von Masse und Breite – für deren Einführung als freie Parameter im Annihilationsmodell ist das Signal zu schwach. Der Nachweis des Zerfalls  $b_1(1235) \rightarrow \phi\pi^0$  ist hiermit möglicherweise erstmals gelungen.

Andererseits erscheint auch ein  $1^-$ -Zustand in der Massenregion um  $1250\text{ MeV}/c^2$  nicht völlig ausgeschlossen. Hier fanden zwei andere Experimente im  $\omega\phi$ -Zerfall Hinweise auf einen Zustand, der einem  $\rho$ -Meson zugeordnet werden könnte. Die Resonanzparameter werden mit  $m_0 = (1287 \pm 28)\text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (87 \pm 28)\text{ MeV}/c^2$  [71] bzw.  $m_0 = 1290 \pm 40\text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = 320 \pm 100\text{ MeV}/c^2$  [57] angegeben. Allerdings konnte letzt genanntes Experiment den gefundenen Zustand seinerseits nicht ganz vom  $b_1(1235)$  separieren.

### $0^-(1^{+-})$ -Zustände bei 1410, 1480 und $1560\text{ MeV}/c^2$ ?

Die drei Maxima in der Likelihoodverteilung im Massenbereich zwischen  $1300$  und  $1700\text{ MeV}/c^2$  in Abb. 36 berechtigen zunächst zu der Vermutung, es könne sich hierbei um den "Fingerabdruck" dreier verschiedener  $1^{+-}$ -Zustände handeln – von denen wenigstens einer exotisch sein müßte, da nur noch ein Platz im entsprechenden Mesonennonett unbesetzt ist. Ob dem nun wirklich so ist, werden weitere Massenscans mit einem schrittweise um diese Zustände erweiterten Anpassungsmodell zeigen.

Das absolute Likelihoodmaximum befindet sich bei  $1480\text{ MeV}/c^2$ , im Einklang mit einem  $\chi^2$ -Minimum an etwa derselben Stelle, vgl. Abb. 36 oben rechts. Am tatsächlichen Vorhandensein einer  $K^*K$ -Resonanz mit positiver Parität und einer um  $1480\text{ MeV}/c^2$  lokalisierten Nominalmasse besteht kein Zweifel: die bei etablierten Zuständen gemachte Erfahrung mit der Likelihoodmethode lehrt, daß eine Verbesserung des Likelihoodwertes von  $\Delta\ln\mathcal{L} \approx 100$  und  $\Delta\chi_{glob}^2 \approx 0,2$  ein untrügerisches Zeichen für deren Existenz ist.

Laut Abb. 38 kann einem  $1^{+-}$ -Zustand mit  $m_0 = 1480\text{ MeV}/c^2$  eine Breite  $\Gamma_0 = 160\text{ MeV}/c^2$  zugeordnet werden, auch hier stimmt das  $\ln\mathcal{L}$ -Maximum mit einem  $\chi^2$ -Minimum überein. Die Intensität der Partialwelle  $1^{+-} \rightarrow K^*K$  beträgt hierbei  $\alpha^2 = (9,8 \pm 2,1)\%$ . Der Massenbereich zwischen  $1300$  und  $1700\text{ MeV}/c^2$  wird nun unter Hinzunahme einer weiteren  $1^{+-}$ -Resonanz erneut für die Zerfälle  $K^*K$ ,  $(K\pi)_S K$  und  $\phi\pi^0$  gescannt. Das Ergebnis ist in Abb. 39 oben dargestellt. Die unteren Bilder zeigen den gleichen Sachverhalt für den hypothetischen Fall, die erst genannte  $1^{+-}$ -Resonanz hätte eine um  $70\text{ MeV}/c^2$  höhere Nominalmasse und eine größere Breite von  $\Gamma_0 = 250\text{ MeV}/c^2$ .

Während die Likelihoodverteilungen für die  $(K\pi)_S K$ - und  $\phi\pi^0$ -Partialwellen durch die Erhöhung von Masse und Breite der  $1^{+-}$ -Resonanz erwartungsgemäß kaum eine Änderung

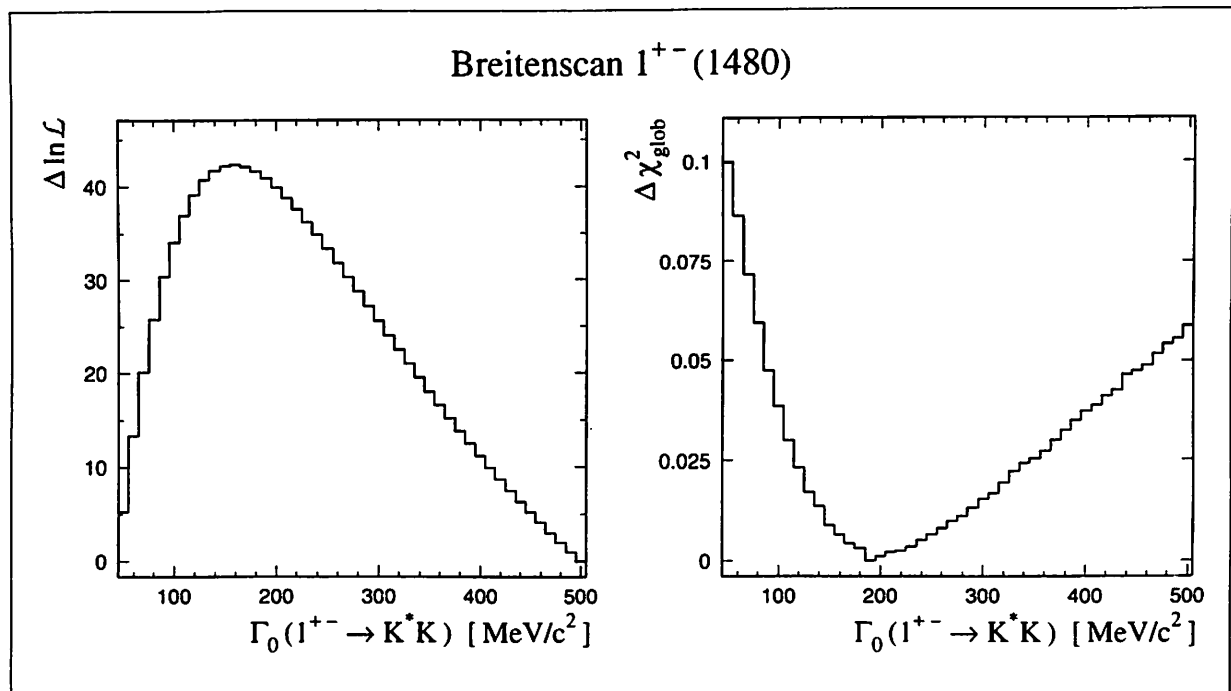


Abbildung 38: Die Likelihoodverteilung für den Breitenscan einer  $1^{+-}$ -Resonanz mit  $m_0 = 1480 \text{ MeV}/c^2$ , links, gipfelt bei etwa  $\Gamma_0 = 160 \text{ MeV}/c^2$ , die entsprechende  $\chi^2$ -Verteilung, rechts, hat bei etwa  $190 \text{ MeV}/c^2$  ihren tiefsten Punkt. Die fast übereinstimmenden Werte und die starke Änderung der beiden Funktionen in der Umgebung des Maximums bzw. Minimums zeugen von der Existenz des  $1^{+-}$ -Zustandes. Die gezeigte Likelihoodfunktion weist deutlich zwei Unstetigkeitsstellen auf, die sich so erklären: Ausgehend vom absoluten  $\ln \mathcal{L}$ -Maximum fällt die Anpassung unterhalb von  $m_0 = 1340 \text{ MeV}/c^2$  und oberhalb von  $m_0 = 1570 \text{ MeV}/c^2$  in ein benachbartes  $\ln \mathcal{L}$ -Maximum, vgl. hierzu den Text. In diesen Bereichen ist es offenbar günstiger, die Amplitude  $1^{--} \rightarrow K^*K$  auf Null zu setzen und dafür die Intensität der  $\phi(\pi\pi)_S$ -Amplitude anzuheben; letztere erleidet an den genannten Stellen außerdem einen Phasensprung von  $\approx 90^\circ$ .

erfahren, bleibt für die  $K^*K$ -Partialwelle im ersten Fall ein "Hügel" bei  $1580 \text{ MeV}/c^2$  übrig, im zweiten Fall aber bei  $1480 \text{ MeV}/c^2$ , was in der Tat für zwei verschiedene Resonanzen mit den jeweiligen Nominalmassen spricht. Lässt man dagegen nur eine in  $K^*K$  zerfallende  $1^{+-}$ -Resonanz zu und definiert Masse und Breite als freie Parameter, erhält man nach Anpassung folgende Werte:

Ein erneuter Massenscan, der hier nicht abgebildet ist, zeigt nach Einführung der so parametrisierten  $1^{+-}$ -Resonanz für eine zweite, hypothetische  $K^*K$ -Partialwelle zwei kleine Likelihoodmaxima wieder bei  $1480 \text{ MeV}/c^2$  und  $1580 \text{ MeV}/c^2$ , die auch durch eine Verbreiterung der ersten Resonanz nicht beseitigbar sind. Im folgenden wird jedoch nur von einem Zustand ausgegangen, dessen Masse entsprechend obiger Anpassung bei  $1504 \text{ MeV}/c^2$  liegt. Bedingt durch die geringe Datenstatistik kann die Hypothese von zwei unterschiedlich schweren Zuständen mit gleichen Quantenzahlen nicht weiter verifiziert werden; hinzu käme noch die Schwierigkeit der Interpretation dieser Zustände als Mesonen, da für einen  $1^{+-}$ -Zustand im fraglichen Massenbereich nur der isoskalare Partner des

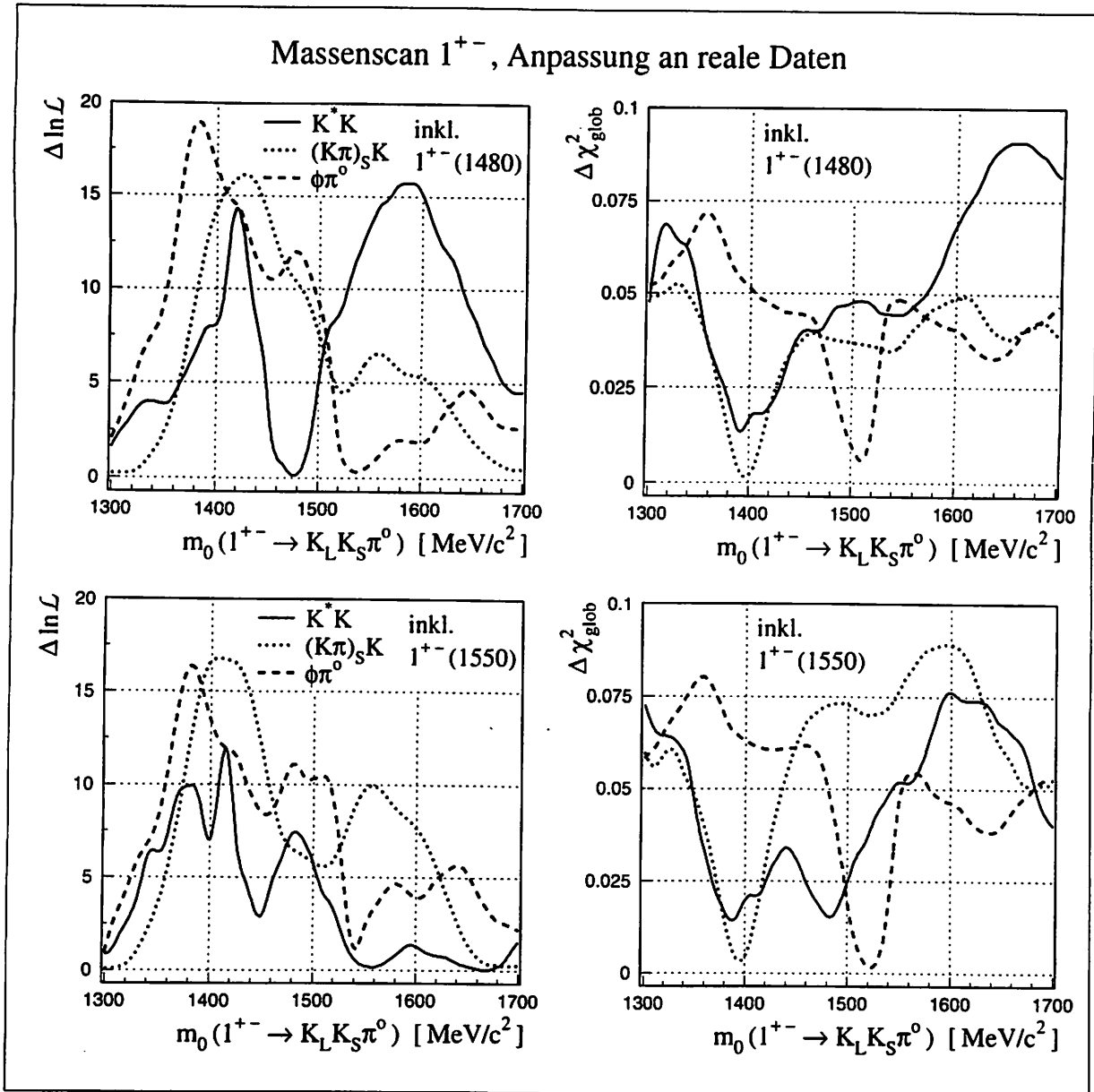


Abbildung 39: Die dargestellten Kurven haben die gleiche Bedeutung wie die oberen Bilder in Abb. 36, beziehen sich jedoch auf den Massenscan einer zweiten  $1^{+-}$ -Resonanz. Ein erster  $1^{+-}$ -Zustand, der ausschließlich in  $K^*K$  zerfällt, ist hier bereits Bestandteil des Anpassungsmodells. In den beiden oberen Bildern besitzt er die Nominalmasse  $m_0 = 1480$  MeV/c<sup>2</sup> und die Breite  $\Gamma_0 = 160$  MeV/c<sup>2</sup>, in den unteren ist  $m_0 = 1550$  MeV/c<sup>2</sup> und  $\Gamma_0 = 270$  MeV/c<sup>2</sup>; die Werte ergeben sich versuchsweise aus den Maxima für die  $K^*K$ -Partialwelle in Abb. 36. Die Breite der gescannten Resonanz ist schmäler als in Abb. 36: Für die Zerfälle in  $(K\pi)_S K$  und  $\phi\pi^0$  gilt  $\Gamma_0 = 50$  MeV/c<sup>2</sup>, der Zerfall in  $K^*K$  ist wieder mit der modifizierten Breit-Wigner-Funktion (109) parametrisiert, hier ist  $\Gamma_{(K\pi)K} = 150$  MeV/c<sup>2</sup>, ein Wert, der sich für eine Nominalmasse von 1410 MeV/c<sup>2</sup> in  $\Gamma_0 = 50$  MeV/c<sup>2</sup> umrechnet. Während sich die Likelihoodverteilung für die  $(K\pi)_S K$ - und  $\phi\pi^0$ -Partialwelle bei der Variation der Parameter des ersten  $1^{+-}$ -Zustandes kaum ändert, ergibt sich im oberen Bild für die  $K^*K$ -Partialwelle ein Likelihoodmaximum bei 1580 MeV/c<sup>2</sup>, im unteren bei 1480 MeV/c<sup>2</sup>, was ein Indiz für zwei  $1^{+-}$ -Resonanzen unterschiedlicher Masse liefert. Unabhängig davon zeigt sich zusätzlich in allen Fällen ein Maximum bei  $\approx 1410$  MeV/c<sup>2</sup>, und zwar sowohl für die  $(K\pi)_S K$ - als auch für die  $K^*K$ -Partialwelle.

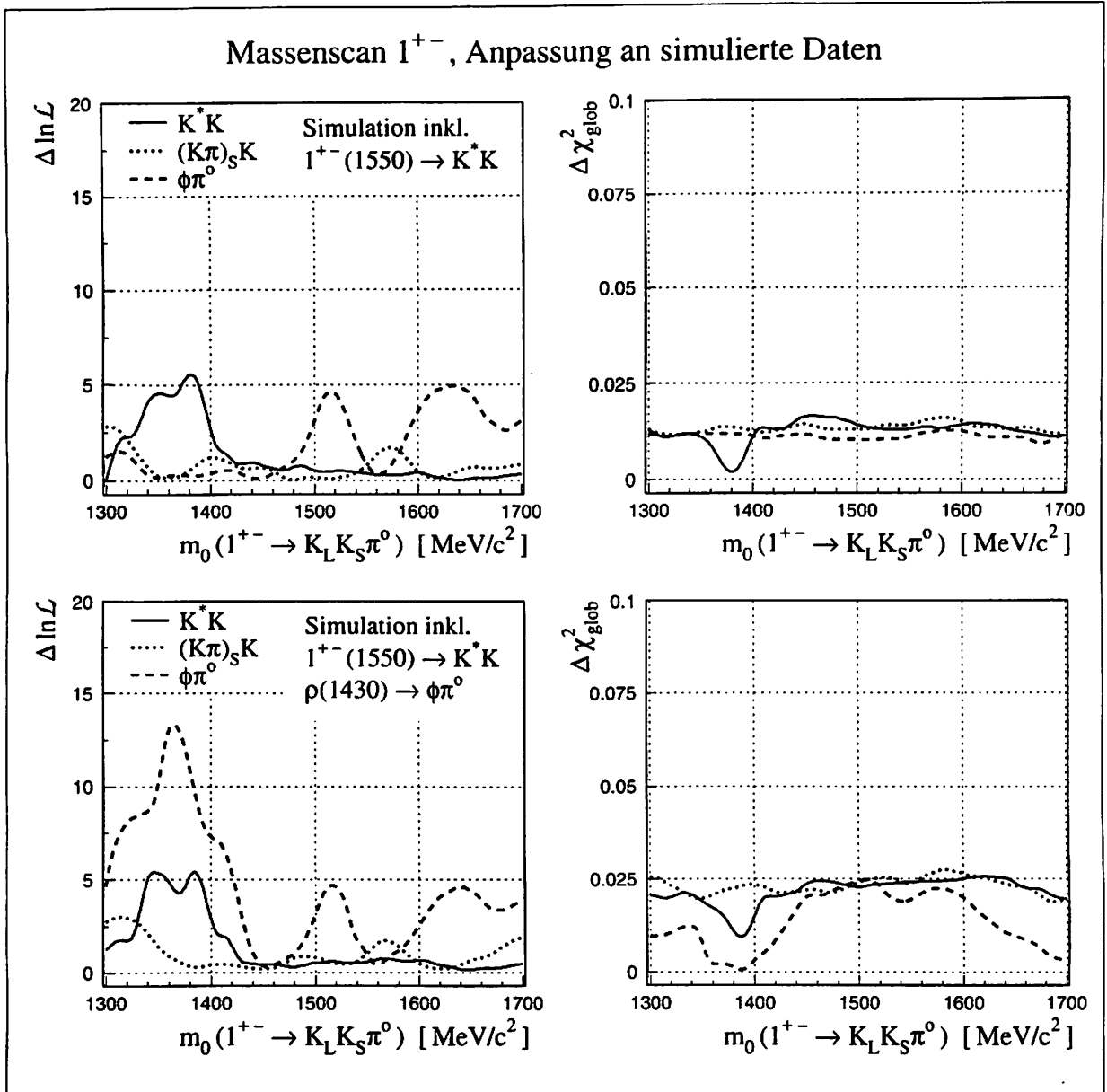


Abbildung 40: Die hier gezeigten Verteilungen haben dieselbe Bedeutung wie in der vorangegangenen Abbildung, unterscheiden sich aber ganz wesentlich darin, daß die acht Amplituden des zugrundeliegenden Annihilationsmodells nicht an reale, sondern an simulierte Daten angepaßt wurden. Grundlage der Simulationen sind für die beiden oberen Bilder die in Tab. 17 enthaltenen Amplitudenwerte, für die unteren ist dagegen das Anpassungsergebnis in Tab. 19 maßgebend, das zusätzlich zu der in der ersten Simulation breits involvierten  $1^{+-}$ -Resonanz mit  $m_0 = 1504$  MeV/c<sup>2</sup> und  $\Gamma_0 = 230$  MeV/c<sup>2</sup> auch das radial angeregte  $\rho$ -Meson berücksichtigt. Die Partialwelle  $\rho(1450) \rightarrow \phi\pi^0$  besitzt laut Tab. 19 eine Intensität von 3,3%, wobei  $m_0 = 1428$  MeV/c<sup>2</sup> und  $\Gamma_0 = 233$  MeV/c<sup>2</sup>. Um die Statistik beizubehalten, wurden in beiden Fällen 7434 Ereignisse simuliert. Die Veränderungen in den beiden unteren Bildern gegenüber den oberen können demnach nur durch die zusätzliche Aufnahme des  $\rho$ -Mesons in die simulierten Daten erklärt werden. Während sich die entsprechenden Verteilungen für die  $K^*K$ - und  $(K\pi)_S K$ -Welle des zweiten  $1^{+-}$ -Zustandes erwartungsgemäß kaum ändern, reagiert die  $\phi\pi^0$ -Welle mit einem "Aussschlag" der Likelihoodfunktion bei  $m_0 = 1380$  MeV/c<sup>2</sup>. Unabhängig davon läßt sich noch ein Schwelleneffekt erkennen: bei 1392 MeV/c<sup>2</sup>, wo sich der Zerfallskanal einer  $K^*K$ -Resonanz öffnet, verbessert sich die Likelihood der  $K^*K$ -Partialwelle, obwohl keine  $1^{+-}$ -Resonanz mit  $m_0 = 1392$  MeV/c<sup>2</sup> simuliert wurde.

Tabelle 17: Ergebnis der  $1^{+-}(1500)$ -Anpassung

$1^{+-}(1500)$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$m_0 = 1504 \pm 10$	${}^3S_1 (1^{--}) \rightarrow$				
$\Gamma_0 = 230 \pm 25$	(76,2 ± 3,6) %				
$\ln \mathcal{L} = 3151$	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1		
$\chi^2_{glob} = 1,76$	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$1,257 \pm 0,056$	0 (fest)
$\sum \alpha^2 = 2,21$	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,061 \pm 0,009$	$294 \pm 6$
	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$0,093 \pm 0,019$	$52 \pm 6$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,069 \pm 0,007$	$104 \pm 8$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,083 \pm 0,010$	$291 \pm 7$
	$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,246 \pm 0,027$	$118 \pm 9$
	$\phi (\pi\pi)_S$	0	1	$0,035 \pm 0,003$	$317 \pm 11$
	$1^{+-}(1500) \pi^0$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \bar{K} + c.c.$	0	1	$0,132 \pm 0,009$	$318 \pm 5$
	Untergrund $b$			(23,8 ± 1,7) %	

$h_1(1170)$ -Mesons in Betracht kommt, für den LASS 1988 einen Kandidaten präsentierte [47], der um rund  $120 \text{ MeV}/c^2$  allerdings erheblich leichter ist als der hier proklamierte Zustand.

Das bislang nicht beachtete Maximum bei  $\approx 1410 \text{ MeV}/c^2$  in Abb. 39 bedarf noch einer Interpretation. Es taucht in allen Massenscans auf und kann nicht durch eine noch so breite  $1^{+-}$ -Resonanz bei  $\approx 1500 \text{ MeV}/c^2$  "absorbiert" werden. Ein weiteres Indiz für einen möglichen Zustand bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$  ist die Tatsache, daß an exakt der selben Stelle auch die  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung der  $(K\pi)_S K$ -Welle ein Maximum zeigt, welches in allen Fällen mit einem  $\chi^2$ -Minimum korrespondiert. Sowohl für die  $K^* K$ - wie für die  $(K\pi)_S K$ -Amplitude kann durch Scannen die Breite des hypothetischen Zustandes ermittelt werden: in beiden Fällen ergibt sich ein Wert von  $\Gamma_0 \approx 50 \text{ MeV}/c^2$ . Masse und Breite lassen sich sogar als freie Parameter einführen. Unter Hinzunahme der eben diskutierten  $1^{+-}$ -Resonanz bei  $1504 \text{ MeV}/c^2$  in das Annihilationsmodell erhöht sich die Likelihood gegenüber Tab. 17 um 30 auf 1381:

Sollte vielleicht eher dieser angenommene  $1^{+-}$ -Zustand das noch zu verifizierende  $h'_1$ -Meson sein? Seine Masse und vor allem die Breite befänden sich wesentlich näher an den von LASS ermittelten Werten. Dann bliebe die Interpretation des Zu-

standes bei  $1500 \text{ MeV}/c^2$  weiter offen. Die Intensitäten des schmalen Zustandes bei  $\sim 1410 \text{ MeV}/c^2$  sind allerdings relativ klein und bewegen sich innerhalb eines  $4\sigma$ -Bereiches des Anpassungsfehlers:  $\alpha^2(1^{+-} \rightarrow K^*K) = (1,4 \pm 0,4\%)$  und  $\alpha^2(1^{+-} \rightarrow (K\pi)_S K) = (1,7 \pm 0,5)\%$ . Seine Existenz läßt sich im Rahmen der hier zur Verfügung stehenden Statistik also nicht mit großer Signifikanz feststellen. Auffallend ist die exakte Übereinstimmung von Masse und Breite mit dem als Exoten gehandelten isoskalaren  $1^{+-}$ -Meson  $f_1(1420)$ . Hierfür gibt [14] die über die Ergebnisse verschiedener  $\bar{p}p$ -Experimente gemittelten Werte von  $m_0 = (1414,9 \pm 3,5) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (52 \pm 4)$  an. Da der Zustand dominant über  $K\bar{K}\pi$  zerfällt, war die Bestimmung der  $C$ -Parität vor der Entwicklung eines "neutralen" Detektors von Annahmen behaftet. Es ist daher nicht ausgeschlossen, daß dieser  $f_1$ -Zustand in Wirklichkeit negative  $C$ -Parität besitzt. Ein  $1^{+-}$ -Signal in den hier analysierten Daten durch den Beitrag eines  $K_S K_S \pi^0 \pi^0$ -Untergrund ist nicht möglich: nach Gl. 11 erwartet man im Mittel nur ein einziges  $K_S K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignis im Datensatz der 7434  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse.

Es muß noch die Frage untersucht werden, ob der eine bzw. die beiden  $1^{+-}$ -Zustände tatsächlich isoskalar sind, oder ob zumindest ein Zerfall in  $\phi\pi^0$  ausgeschlossen werden kann. Die in Abb. 39 als gestrichelte Linie dargestellte Likelihoodverteilung für die  $\phi\pi^0$ -Partialwelle zeigt bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  mit  $\Delta \ln \mathcal{L} \approx 18$  und um  $1500 \text{ MeV}/c^2$  mit  $\Delta \ln \mathcal{L} \approx 12$  zwei Maxima, die verdächtig nahe an den Nominalmassen der beiden oben diskutierten möglichen  $K^*K$ -Resonanzen liegen. Für das höhere Maximum läßt sich sogar ein ausgeprägtes Minimum in der  $\chi^2$ -Verteilung feststellen. Da diese Strukturen bei  $\sim 1500 \text{ MeV}/c^2$  in Abb. 36 nicht zu sehen sind, kommen sie offensichtlich durch Interferenz mit der ersten  $K^*K$ -Resonanz zustande; wird für diese die angepaßte Masse von  $1504 \text{ MeV}/c^2$  angenommen, vergrößern sich sogar Maximum und Minimum für die  $\phi\pi^0$ -Amplitude, deren Intensität dann sogar auf über  $2\%$  steigt. Allerdings muß bedacht werden, daß die durchscannte  $\phi\pi$ -Resonanz mit  $\Gamma_0 = 50 \text{ MeV}/c^2$  wesentlich schmaler ist als der  $K^*K$ -Zustand mit  $\Gamma_0 \approx 200 \text{ MeV}/c^2$ . Setzt man diese Breite für beide Zustände, sinkt die Intensität der  $\phi\pi$ -Amplitude auf unter  $1\%$ . Es ist somit unwahrscheinlich, aber nicht ausgeschlossen, daß der Zustand  $1^{+-}(1500)$  auch in  $\phi\pi$  zerfällt.

Das Likelihood-Maximum bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  für die  $\phi\pi^0$ -Partialwelle, die hier eine Intensität von  $\sim 1\%$  besitzt, liegt um rund  $40 \text{ MeV}/c^2$  niedriger als die Nominalmasse  $m_0 = 1418 \text{ MeV}/c^2$ . Es ist daher schwer einzusehen, daß es sich beide Male um den selben Zustand handeln könnte. Die Struktur bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  für die  $\phi\pi^0$ -Partialwelle läßt sich

Tabelle 18: Ergebnis der  $1^{+-}(1420)$ -Anpassung

$1^{+-}(1420)$	
$m_0 =$	$(1417,9 \pm 3,7) \text{ MeV}/c^2$
$\Gamma_0 =$	$(48 \pm 9) \text{ MeV}/c^2$



sogar als Artefakt "enttarnen":

Hierzu betrachte man Abb. 40. Die dargestellten Kurven der beiden oberen bzw. unteren Bilder haben dieselbe Bedeutung wie in Abb. 39, repräsentieren jedoch nicht Anpassungen an reale Daten, sondern Anpassungen an zwei unterschiedliche Datensätze von jeweils 7434 zufällig ausgewählten, simulierten Ereignissen, die statistisch im Phasenraum so verteilt sind, daß sie für die oberen Bilder dem Anpassungsergebnis von Tab. 17 und für die unteren Bilder dem von Tab. 19 entsprechen. Die zweite Simulation unterscheidet sich von der ersten nur darin, daß das im folgenden Abschnitt noch zu untersuchende radial angeregte  $\rho$ -Meson in das Annihilationsmodell mitaufgenommen wurde. Während die Likelihoodverteilung der  $\phi\pi^0$ -Partialwelle im linken oberen Bild keine Erhöhung um  $1380 \text{ MeV}/c^2$  erkennen läßt, zeigt diejenige im unteren Bild gerade das aus der Anpassung an reale Daten bekannte Verhalten: bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  befindet sich ein  $\ln \mathcal{L}$ -Maximum, das offensichtlich nur von der Existenz des Mesons  $\rho(1450)$  verursacht sein kann. Alle in Frage kommenden  $K^*K$ -Resonanzen mit positiver Parität zerfallen daher nicht in  $\phi\pi^0$  und sind somit vermutlich isoskalar. Für den Zustand bei  $\sim 1500 \text{ MeV}/c^2$  gilt das allerdings nur mit Vorbehalt.

Bei allen in Abb. 39 dargestellten Likelihoodverteilungen für die  $K^*K$ -Partialwelle läßt sich auch sehr schön ein Schwelleneffekt erkennen: Obwohl in den Simulationen *keine*  $K^*K$ -Resonanz mit  $m_0 = 1390 \text{ MeV}/c^2$  angenommen wurde, wird eine solche Resonanz von der Anpassung scheinbar favorisiert. Das zeigt das  $\ln \mathcal{L}$ -Maximum bzw.  $\chi^2$ -Minimum an der  $K^*K$ -Schwelle. Da die Zerfallsprodukte  $K$  und  $K^*$  der vermeintlichen Resonanz in deren Ruhesystem keine kinetische Energie davon tragen können, weisen deren Impulsvektoren im Laborsystem in dieselbe Richtung. Die Winkelverteilungen sind daher unabhängig von den Quantenzahlen der angenommenen Resonanz, weshalb jede Partialwelle, die den Zerfall eines Zustandes in  $K^*K$  beschreibt, beim Durchscannen der Masse die Likelihood erhöht, sobald sich der  $K^*K$ -Kanal öffnet. Das mag auch die Spitze der Likelihood um  $1400 \text{ MeV}/c^2$  für den  $1^{--} \rightarrow K^*K$ -Massenscan in Abb. 36 erklären. Im Prinzip kann man auch versuchen, den oben angepaßten Zustand  $1^{+-}(1420)$  auf einen Schwelleneffekt zurückzuführen, allerdings ist die Differenz zwischen Nominalmasse und  $K^*K$ -Schwelle mit knapp  $30 \text{ MeV}/c^2$  relativ groß.

### Das Meson $\rho(1450)$

In den letzten Jahren etablierte sich nach zahlreichen Experimenten die Auffassung, daß der seit den siebziger Jahren vermutete Zustand  $\rho(1600)$  ersetzt werden muß durch zwei  $\rho$ -gleiche Zustände in der Massenregion um  $1600 \text{ MeV}/c^2$ : die Resonanzen  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  mit  $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$ . Möglicherweise existiert noch ein dritter  $\rho$ -Zustand um  $1250 \text{ MeV}/c^2$  [56] [57] <sup>46</sup>. Während sich die Quarks des  $1700 \text{ MeV}/c^2$  schweren Zustandes wahrscheinlich in der  $D$ -Welle befinden, besetzt das  $\rho(1450)$  vermutlich den  $2^3S_1$ -Platz

<sup>46</sup> In der vorliegenden Untersuchung wurde beim Massenscan eines  $1^{--}$ -Zustandes im  $\phi\pi^0$ -Zerfall tatsächlich ein schwaches Anzeichen für eine Resonanz beobachtet. Der extrem schwache Beitrag läßt aber eine Separation vom Meson  $b_1(1235)$  kaum zu, siehe Seite 126.

im Mesonenspektrum und stellt damit die radiale  $\rho$ -Anregung dar. Die Angaben zur Nominalmasse schwanken je nach Experiment und untersuchtem Zerfall zwischen  $(1424 \pm 25) \text{ MeV}/c^2$  im  $\pi^+\pi^-$ -Zerfall [58] und  $(1480 \pm 40) \text{ MeV}/c^2$  im  $\phi\pi$ -Zerfall [49]. Die Breite wird grob auf  $\Gamma_0 = (310 \pm 60) \text{ MeV}/c^2$  geschätzt [14]; auch hier streuen die Angaben in den verschiedenen Veröffentlichungen ziemlich stark.

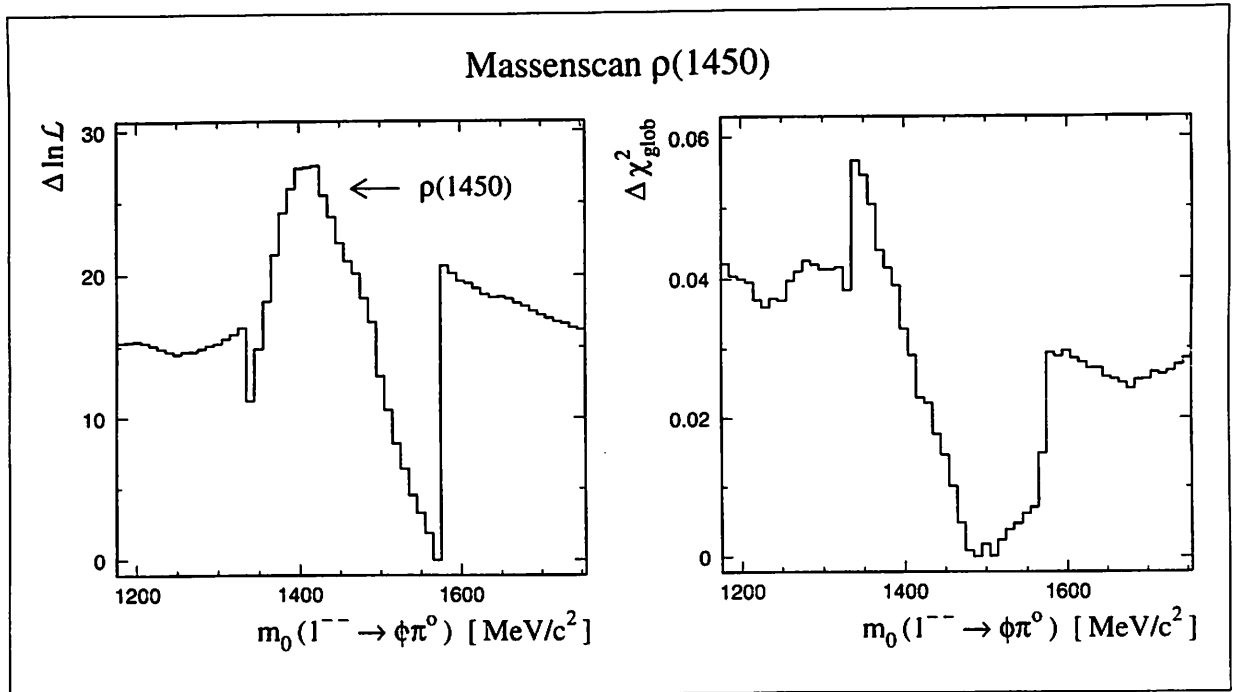


Abbildung 41: Likelihood- (links) und  $\chi^2$ -Funktion (rechts) in Abhängigkeit der Masse eines  $1^{--}$ -Zustandes für den  $\phi\pi^0$ -Zerfall. Die Diagramme unterscheiden sich von der gestrichelt dargestellten Kurve in Abb. 36 insofern, als einerseits die Breite der gescannten Resonanz mit  $\Gamma_0 = 230 \text{ MeV}/c^2$  wesentlich größer ist, und andererseits die Zerfallsamplitude  $1^{+-}(1500) \rightarrow K^*K$  in das Modell mitaufgenommen wurde. Die Spitze der  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung bei  $1420 \text{ MeV}/c^2$  deutet auf die Anwesenheit des radial angeregten  $\rho$ -Mesons hin. Das Minimum der  $\chi^2$ -Verteilung befindet sich bei  $1480 \text{ MeV}/c^2$ . Die Werte bewegen sich innerhalb der Bandbreite der in der Literatur angegebenen Nominalmasse des als  $\rho(1450)$  bezeichneten Mesons.

Der in Abb. 41 dargestellte, erneute Massenscan einer Resonanz mit  $J^{PC} = 1^{--}$  und  $\Gamma_0 = 230 \text{ MeV}/c^2$  – diesmal mit Beteiligung der Partialwelle  $1^{+-}(1500) \rightarrow K^*K$  – zeigt ein Likelihoodmaximum bei  $1420 \text{ MeV}/c^2$ , das ausgeprägt genug erscheint, um  $m_0$  und  $\Gamma_0$  als freie Parameter der Anpassungsprozedur zuzuführen. Das Ergebnis findet sich in Tab. 19 wieder.

Allein die Tatsache, daß sich Masse und Breite des angeregten  $\rho$ -Mesons einwandfrei anpassen ließen, ist aller Erfahrung nach bereits ein starkes Indiz für die Existenz dieses Teilchens und seinen Zerfall in  $\phi\pi^0$ . Sowohl die Nominalmasse von  $(1428 \pm 7) \text{ MeV}/c^2$  als auch die Breite von  $(233 \pm 38) \text{ MeV}/c^2$  liegen genau im erwarteten Bereich<sup>47</sup>. Die signifikante Intensität der  $\rho$ -Amplitude von  $(3,3 \pm 0,8) \%$  geht offenbar zum Teil zu Lasten

<sup>47</sup> Masse und Breite stimmen zwar noch besser mit den in [59] gemessenen Werten für die radiale

Tabelle 19: Ergebnis der  $\rho(1450)$ -Anpassung

$\rho(1450)$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$m_0 = 1428 \pm 10$	${}^3S_1 (1^{--}) \rightarrow$				
$\Gamma_0 = 230 \pm 40$				$(76,8 \pm 3,8) \%$	
$\ln \mathcal{L} = 3167$	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1		
$\chi_{glob}^2 = 1,73$	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$1,299 \pm 0,060$	0 (fest)
$\sum \alpha^2 = 2,21$	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,059 \pm 0,011$	$286 \pm 8$
	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$0,095 \pm 0,010$	$48 \pm 6$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,068 \pm 0,008$	$101 \pm 5$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,075 \pm 0,008$	$286 \pm 8$
	$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,204 \pm 0,041$	$121 \pm 12$
	$\phi (\pi\pi)_S$	0	1	$0,016 \pm 0,004$	$31 \pm 10$
	$1^{+-}(1500) \pi^0$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \bar{K} + c.c.$	0	1	$0,131 \pm 0,005$	$318 \pm 6$
	$\rho(1450) \pi^0$	1	1		
	$\hookrightarrow \phi \pi^0$	1	1	$0,033 \pm 0,008$	$309 \pm 7$
	Untergrund $b$			$(23,2 \pm 1,8) \%$	

der Intensität der  $\phi(\pi\pi)_S$ -Partialwelle, die sich mit 1,6% mehr als halbiert, während alle anderen Amplituden weitgehend unverändert bleiben. Die Phase der  $\phi(\pi\pi)_S$ -Welle vollzog einen Sprung von 90°; offenbar befinden sich hier zwei benachbarte Maxima in der Likelihood-Landschaft. Das andere, hier nicht beschriebene Maximum ist tiefer und weniger ausgeprägt, belässt die  $\phi(\pi\pi)_S$ -Amplitude so wie in Tab. 17 angegeben und negiert eine  $1^{--}$ -Resonanz bei 1428 MeV/c<sup>2</sup>. Das Auffinden der radialen Anregung des  $\rho$ -Mesons hängt daher von der Wahl passender Startwerte ab.

Die absolute Zahl der produzierten  $\phi$ -Mesonen liegt bei Einbeziehung der  $\rho(1450)\pi^0$ -Amplitude deutlich höher und damit näher an den etwa 10%, die mittels Gaussianpassung an das  $\phi$ -Signal in der invarianten  $K_L K_S$ -Masse abgeschätzt wurden. Die noch "fehlenden" rund 5% lassen sich möglicherweise durch negative Interferenz erklären. Die Anwesenheit des radial angeregten  $\rho$ -Mesons überrascht an dieser Stelle nicht: für die Existenz

Anregung des  $\omega$ -Mesons überein; hier ist  $m_0 = (1419 \pm 31) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (174 \pm 59) \text{ MeV}/c^2$ . Die  $1^{--}$ -Resonanz  $\omega(1420)$  kann aber wegen  $I=0$  nicht in  $\phi\pi^0$  zerfallen.

einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz in diesem Massenbereich gab es bei der Inspektion der Massenspektren bereits starke Argumente, siehe hierzu die Ausführungen auf Seite 107.

### Das Meson $\phi(1680)$

Als letzte Spin 1-Resonanz im  $KK\pi$ -System wird nun die radiale Anregung  $\phi(1680)$  untersucht, für die es in den Zerfällen nach  $K_L K_S$  und  $K^* K$  unabhängig von einander bereits klare Evidenzen gab. Während der  $K_L K_S$ -Zerfall für eine Massen- und Breitenbestimmung des Mesons bedingt durch den begrenzten Phasenraum nicht geeignet war, gelingt das jetzt für den  $K^* K$ -Zerfall. Schon die Likelihoodverteilung zeigte beim Scannen des  $1^{--}$ -Zustandes das absolute Maximum bei einer  $K^* K$ -Masse von  $1680 \text{ MeV}/c^2$ . Das Anpassungsergebnis nach Einführung von  $m_0$  und  $\Gamma_0$  als freie Parameter ist in Tab. 20 wiedergegeben.

Tabelle 20: Ergebnis der  $\phi(1680)$ -Anpassung

$\phi(1680)$
$m_0 = (1683 \pm 8) \text{ MeV}/c^2$
$\Gamma_0 = (105 \pm 20) \text{ MeV}/c^2$

Die Intensität der Amplitude  $\bar{p}p \rightarrow \phi(1680)\pi^0 \rightarrow (K^* K)\pi^0$  beträgt  $(2,1 \pm 0,5) \%$ , die der Amplitude  $\bar{p}p \rightarrow \phi(1680)(\pi\pi)_S \rightarrow (K_L K_S)(\pi\pi)_S$   $(6,1 \pm 2,2) \%$ . Die Gesamtintensität der  $\phi(1680)$ -Produktion summiert sich damit auf etwa  $8 \%$ . Die Beiträge und Phasen der anderen Amplituden unterscheiden sich im Rahmen ihrer Fehler von den Angaben der vorangegangenen Tabellen nicht. Die Bestimmung von  $m_0$  und  $\Gamma_0$  ist sehr stabil, das Ergebnis variiert nur unwesentlich bei wahlweisem Ausschluß der Zwischenzustände  $1^{+-}(1500)$  und  $\rho(1450)$  aus dem Annihilationsmodell.

Es ist das erste Mal, daß die Existenz des Mesons  $\phi(1680)$  in einem  $\bar{p}p$ -Experiment nachgewiesen wurde. Masse und Breite bestätigen hervorragend die in [14] auf  $m_0 = (1681 \pm 8) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (150 \pm 50) \text{ MeV}/c^2$  geschätzten Werte, die sich ausnahmslos auf  $e^+e^-$ -Experimente berufen. Das Verzweigungsverhältnis  $\Gamma(K\bar{K}) / \Gamma(K\bar{K}^*(892) + c.c.)$  wird in [48] mit  $0,07 \pm 0,01$  angegeben, was dem hier gefundenen Verhältnis der Intensitäten beider Partialwellen zu widersprechen scheint. Ein direkter Vergleich der Verzweigungsverhältnisse ist aber nicht möglich, weil der Phasenraum für die Produktion des  $\phi(1680)$  in beiden Zerfallskaskaden unterschiedlich ist. Hinzu kommt noch der mit  $36 \%$  ziemlich große relative Anpassungsfehler der Intensität der Partialwelle  $\phi(1680) \rightarrow K_L K_S$ .

### $K^*K$ -Resonanzen mit Spin 2

Die Jagd nach  $K_L K_S \pi^0$ -Resonanzen soll auch vor Zuständen mit  $J=2$  keinen Halt machen. Ein Tensorteilchen mit den Quantenzahlen  $2^{+-}$  wäre exotisch, ein möglicherweise in  $K_L K_S \pi^0$  zerfallender Hybridzustand oder Glueball mit einer Masse unterhalb von  $2 \text{ GeV}/c^2$  gilt als ausgeschlossen. Massenscans in dem hier zugänglichen Bereich liefern tatsächlich keinerlei Hinweise auf irgendeinen  $2^{+-}$ -Zustand.

Anders verhält es sich mit einem Pseudotensorteilchen. Die Quantenzahlen  $2^{--}$  gehören zum  ${}^3D_2$ -Nonett im Mesonenspektrum, dessen Plätze bis auf die durch die mutmaßlichen  $K_2(1820)$ -Resonanzen okkupierten vier Seltsamkeits-Zustände noch unbesetzt sind. Sowohl isoskalare wie isovektorielle Mesonen werden hier im Massenbereich zwischen  $1600$  und  $1800 \text{ MeV}/c^2$  erwartet, sind aber bislang noch von keinem Experiment beobachtet worden.

In Abb. 42 (oben) ist der Verlauf der Likelihood und des  $\chi^2$ -Wertes für den Massenscan eines in  $K^*K$  zerfallenden  $2^{--}$ -Zustandes gezeigt. Der maximale Likelihood-Wert liegt in Übereinstimmung mit einem  $\chi^2$ -Minimum bei etwa  $1600 \text{ MeV}/c^2$ . Die relativ große Verbesserung beider Werte ( $\Delta \ln \mathcal{L} = 30$  und  $\Delta \chi^2 = 0,1$ ) rückt eine  $K^*K$ -Resonanz mit  $J^{PC} = 2^{--}$  durchaus in den Bereich der Möglichkeit.

Allerdings schließt sich nach der steil ansteigenden  $\ln \mathcal{L}$ -Flanke ein Plateau an, das auch zu großen Massen hin mehr oder weniger konstant bleibt. Die Nominalmasse einer etwaigen  $2^{--}$ -Resonanz ist daher schwer zu lokalisieren. Diese Unsicherheit spiegelt sich im Breitenscan wider: Der Likelihoodverlauf der Nominalmasse bei konstantem  $m_0 = 1610 \text{ MeV}/c^2$  in Abb. 42 (unten) erreicht bei etwa  $\Gamma_0 = 250 \text{ MeV}/c^2$  ebenfalls ein nur leicht abfallendes Plateau. Die  $\chi^2$ -Funktion zeichnet insgesamt klarere Verhältnisse. Eindeutig ist das Minimum bei  $m_0 = 1600 \text{ MeV}/c^2$ , die Breite  $\Gamma_0 = 250 \text{ MeV}/c^2$  wird zumindest bestätigt.

Mit einiger Vorsicht kann also davon gesprochen werden, daß möglicherweise erstmals ein D-Wellen Meson mit  $J^{PC} = 2^{--}$ ,  $m_0 \approx 1600 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 \approx 250 \text{ MeV}/c^2$  beobachtet wurde. Wegen der Kopplung an den  $K^*K$ -Kanal sollte es verborgene Seltsamkeit tragen und könnte also  $\phi_2(1600)$  heißen. Die Intensität der Amplitude beträgt  $\alpha^2 = (3, 2 \pm 1, 5) \%$ . Angesichts der genannten Unzulänglichkeiten bei der Massenbestimmung und des relativ großen Anpassungsfehlers muß die Existenz dieser Resonanz unsicher bleiben. Sie wird hier nicht weiter verfolgt.

### Beitrag aus der P-Welle

Das Protonium kann auch aus der P-Welle annihilieren, was aber als unwahrscheinlich gilt, wenn wie in der hier untersuchten Reaktion die Antiprotonen in flüssigem Wasserstoff gestoppt werden. Ein trotzdem möglicher P-Wellenbeitrag kann durch Anpassung direkt bestimmt werden. Er addiert sich inkohärent mit dem Beitrag der S-Welle und dem Untergrund. Weil der Endzustand negative  $C$ -Parität besitzt, kommt für die P-Welle nur der Anfangszustand  ${}^1P_1$  mit  $J^{PC} = 1^{+-}$  in Frage.

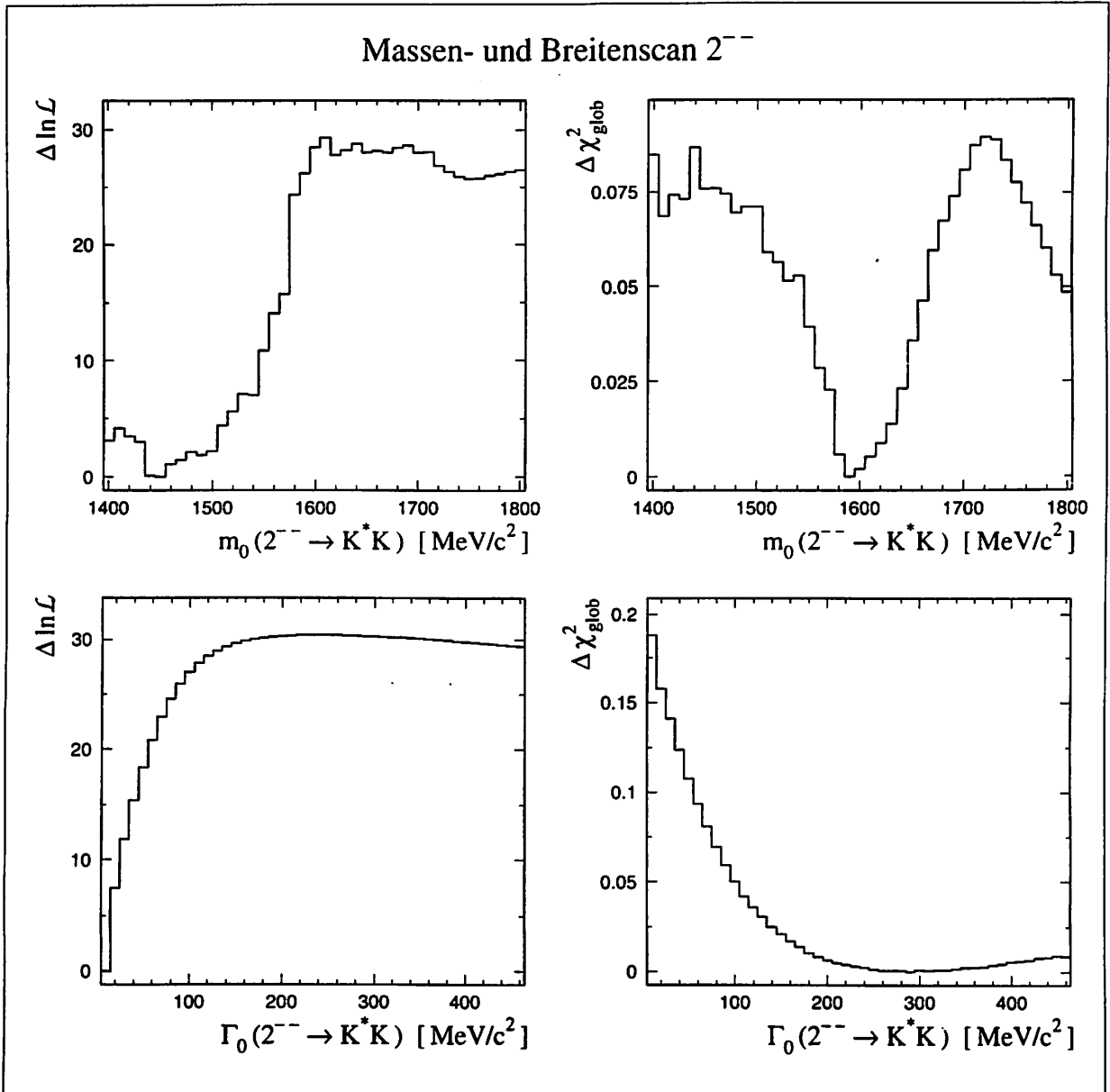


Abbildung 42: Die Bilder zeigen wieder den Verlauf der Likelihood (links) und des  $\chi^2$ -Wertes (rechts) in Abhängigkeit von Nominalmasse (oben) bzw. Breite (unten) diesmal einer  $K^*K$ -Resonanz mit  $J^{PC} = 2^{--}$ . Die Masse wird bei konstantem  $\Gamma_0 = 100 \text{ MeV}/c^2$ , die Breite bei konstantem  $m_0 = 1610 \text{ MeV}/c^2$  in Schritten von  $10 \text{ MeV}/c^2$  variiert. Laut  $\ln \mathcal{L}$ -Verteilung wäre die Nominalmasse einer  $2^{--}$ -Resonanz irgendwo auf dem plateau-artigen Niveau zwischen  $1600$  und  $1700 \text{ MeV}/c^2$  anzusiedeln. Die  $\chi^2$ -Verteilung favorisiert allerdings eindeutig einen Zustand bei  $1600 \text{ MeV}/c^2$ . Zu einer angenommenen Masse von  $m_0 = 1610 \text{ MeV}/c^2$  läßt sich eine Breite von  $\Gamma_0 = 250 \text{ MeV}/c^2$  dingfest machen, die allerdings - wie die beiden unteren Verteilungen zeigen - auch zu noch größeren Werten hin offen zu sein scheint. Die Intensität der so parametrisierten Pseudotensoramplitude beträgt bei der  $\bar{p}p$ -Vernichtung immerhin gut 3%. In dem genannten Massenbereich werden bislang unentdeckt gebliebene Mesonen erwartet, die Lücken im  ${}^3D_2$ -Nonett des Mesonenspektrums schließen würden.

Bis auf die Partialwelle  $\bar{p}p \rightarrow (K\pi)_S (\bar{K}\pi)_S$  sind alle in Tab. 21 genannten Zerfallskaskaden auch aus dem  $^1P_1$ -Zustand möglich. Allerdings gibt es anstatt zwei  $K^*\bar{K}^*$ -Amplituden jetzt nur eine, und zwar mit  $L=0$  und  $S=1$  (vgl. Kap. 3.3, Seite 30). Bei allen anderen in Tab. 21 aufgelisteten Zerfallsamplituden ändert sich lediglich der Bahndrehimpuls  $L$  zwischen den produzierten Teilchen der ersten Kaskade: er wechselt von 0 nach 1 bzw. von 1 nach 0.

Das Resultat nach gleichzeitiger Anpassung der Amplituden der S- und P-Welle besagt nun, daß die P-Welle kaum an der Protoniumvernichtung beteiligt ist: einen nennenswerten, letztlich aber vernachlässigbaren Beitrag steuert nur die schon in der S-Welle dominante Partialwelle  $K_1(1400) \rightarrow K^*\pi^0$  mit  $\alpha^2 \approx 0,02$  bei, der Untergrund verringert sich entsprechend um 2%. Alle anderen P-Wellen-Amplituden werden von der Anpassung nahezu vollständig unterdrückt. Die Annahme, der Endzustand  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  wird bei gestoppten Antiprotonen fast ausschließlich vom Anfangszustand  $^3S_1$  mit  $J^{PC} = 1^{--}$  erreicht, war also richtig. Damit kann das in Tab. 21 gezeigte Ergebnis der Partialwellenanalyse als vollständig und abgeschlossen betrachtet werden.

### Vergleich zwischen gemessenen und angepaßten Massenspektren

In Tab. 21 ist die Anpassung aller relevanten S-Wellen-Amplituden aufgeführt. Im Vergleich zum erweiterten Minimalmodell Tab. 12 hat der  $(K\pi)_S (\bar{K}\pi)_S$ -Beitrag an Signifikanz völlig verloren. Es ist auffallend, daß die Intensitäten aller Amplituden, die einen Zerfall über  $(K\pi)_S$  oder  $(\pi\pi)_S$  beschreiben, vergleichsweise große Anpassungsfehler haben. Die Parametrisierung dieser Zustände ist wohl noch verbesserungsbedürftig. Aber möglicherweise lassen sie sich im Rahmen des Isobarenmodells überhaupt schlecht parametrisieren.

Gemessen an äußeren Kriterien gelingt die Anpassung dieses Amplitudenmodells sehr gut: Die Kovarianzmatrix ist genau definiert und muß nicht angenähert werden, die Fehler der Anpassungsparameter lassen sich eindeutig berechnen. Es ist auch ein gutes Zeichen, daß die Intensität der dominanten Amplitude  $K_1(1400) \rightarrow K^*\pi^0$  bei 100% liegt und nicht signifikant darüber, wie bei den vorhergehenden Anpassungen. Die Partialwellenbeiträge der beiden Zerfallsmoden des  $1^{+-}(1420)$ -Zustandes sind mit je 1,3% sehr klein, besitzen aber nur geringe Fehler. Der Beitrag der  $\phi((\pi\pi)_S)$ -Amplitude liegt in der selben Größenordnung. Entfernt man den  $1^{+-}(1420)$ -Zustand aus dem Modell, steigt die Intensität des schwereren Zustandes  $1^{+-}(1500)$  auf über 10% (der  $\ln \mathcal{L}$ -Wert fällt dabei um 30).

Zum Abschluß wird das nach Tab. 21 angepaßte Annihilationsmodell mit den gemessenen Daten optisch verglichen: In Abb. 43 sind die Verteilungen der invarianten Massen für die Teilchenkombinationen  $K_L K_S$ ,  $K\pi^0$ ,  $\pi^0\pi^0$ ,  $K\pi^0\pi^0$ ,  $K_L K_S \pi^0$  und  $\phi\pi^0$  gezeigt, wobei zur Anreicherung von  $\phi$ -Mesonen wie in Abb. 26 ein Schnitt auf die invariante  $K_L K_S$ -Masse bei  $1040 \text{ MeV}/c^2$  angewandt wurde; wie dort dargelegt, kann mit einer  $\phi$ -Anreicherung von rund 60% gerechnet werden. Die Datenereignisse werden durch Fehlerbalken symbolisiert, die Massenverteilungen des angepaßten Annihilationsmodells sind als

Tabelle 21: Ergebnis der endgültigen Anpassung. Die hier aufgelisteten Partialwellen bilden mit den angegebenen Intensitäten und Phasen die bestmögliche Beschreibung der Daten für Annihilationen aus der S-Welle unter Einbindung aller bekannten und mutmaßlichen Zustände. Masse  $m_0$  und Breite  $\Gamma_0$  der etablierten Mesonen  $\phi$ ,  $K^*$ ,  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  wurden zuvor einzeln gemessen und stimmen im Rahmen der Fehler mit den in [14] zitierten Werten überein. Die angepaßten Parameter der anderen Resonanzen:  $1^{+-}(1500)$ :  $m_0 = 1504 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\Gamma_0 = 230 \text{ MeV}/c^2$ ,  $1^{+-}(1420)$ :  $m_0 = 1418 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\Gamma_0 = 48 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\rho(1450)$ :  $m_0 = 1504 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\Gamma_0 = 230 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\phi(1680)$ :  $m_0 = 1683 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\Gamma_0 = 105 \text{ MeV}/c^2$ .

$\ln \mathcal{L} = 3283$	$\bar{p}p$ -Zustand / Zerfall	$L$	$S$	Beitrag $c$ / Intensität $\alpha^2$	Phase $\phi$ [°]
$\chi_{glob}^2 = 1,55$					
$\sum \alpha^2 = 2,01$					
	${}^3S_1 (1^{--}) \rightarrow$			$(81,8 \pm 5,1) \%$	
	$K_1(1400) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$1,055 \pm 0,095$	0 (fest)
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	2	1	$0,029 \pm 0,007$	$358 \pm 9$
	$\hookrightarrow (K\pi)_S \pi^0$	1	0	$0,124 \pm 0,029$	$306 \pm 8$
	$\hookrightarrow K (\pi\pi)_S$	1	0	$0,118 \pm 0,029$	$337 \pm 13$
	$K_1(1270) \bar{K} + c.c.$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \pi^0$	0	1	$0,061 \pm 0,010$	$53 \pm 4$
	$K^* \bar{K}^*$	1	0	$0,065 \pm 0,007$	$76 \pm 6$
	$K^* \bar{K}^*$	1	2	$0,031 \pm 0,007$	$281 \pm 8$
	$K^* (\bar{K}\pi)_S + c.c.$	0	1	$0,123 \pm 0,034$	$112 \pm 9$
	$(K\pi)_S (\bar{K}\pi)_S$	1	0	$0,019 \pm 0,018$	$93 \pm 17$
	$\phi (\pi\pi)_S$	0	1	$0,016 \pm 0,004$	$26 \pm 9$
	$1^{+-}(1500) \pi^0$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \bar{K} + c.c.$	0	1	$0,085 \pm 0,012$	$300 \pm 3$
	$1^{+-}(1420) \pi^0$	0	1		
	$\hookrightarrow K^* \bar{K} + c.c.$	0	1	$0,013 \pm 0,003$	$286 \pm 8$
	$\hookrightarrow (K\pi)_S \bar{K} + c.c.$	0	1	$0,013 \pm 0,004$	$14 \pm 10$
	$\rho(1450) \pi^0$	1	1		
	$\hookrightarrow \phi \pi^0$	1	1	$0,034 \pm 0,005$	$302 \pm 8$
	$\phi(1680) \pi^0$	1	1		
	$\hookrightarrow K^* \bar{K} + c.c.$	1	1	$0,013 \pm 0,003$	$332 \pm 9$
	$\phi(1680) (\pi\pi)_S$	0	1		
	$\hookrightarrow K_L K_S$	1	0	$0,036 \pm 0,016$	$164 \pm 12$
	Untergrund $b$			$(18,2 \pm 1,8) \%$	



durchgezogene Linien gezeichnet, die keine statistischen Schwankungen erkennen lassen, da zu ihrer Darstellung  $4 \cdot 10^6$  Monte-Carlo-Ereignisse simuliert wurden.

Die gestrichelte Linie repräsentiert den Anteil der  $\rho(1450)$ -Amplitude am Annihilationsprozeß. Er ergibt sich aus der Differenz zwischen der Verteilung für das vollständige Modell und der Verteilung für ein Modell mit eliminiertes  $\rho$ -Amplitude, wobei die Parameter aller anderen Amplituden gemäß Tab. 21 unverändert bleiben<sup>48</sup>. Weil die Linie überall im positiven Bereich verläuft, interferiert die  $\rho$ -Amplitude konstruktiv. Der breite, in  $\phi\pi$  zerfallende Zustand  $\rho(1450)$  führt zu einer flachen Verteilung in Bild f), deren Massenabhängigkeit sich ganz ähnlich verhält wie die in erster Näherung untergrundfreie Darstellung der invarianten  $\phi\pi^0$ -Masse, Abb. 31. Die dort getroffenen Aussagen zur Interpretation der Massenverteilung lassen sich also mit den Ergebnissen der Partialwellenanalyse bestätigen. Das gilt auch für die vorhergesagte Verbreiterung der linken Flanke des  $K^*$ -Signals, Bild b): Das Maximum des Beitrages der  $\rho$ -Amplitude liegt bei etwa  $850 \text{ MeV}/c^2$ . Dieser Effekt ist zwar sehr klein, aber erkennbar.

Die schmale Spitze in der Datenverteilung in f) bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$  wird ganz offensichtlich nicht von einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz hervorgerufen. Hierfür ist das  $(K\bar{K})\pi^0$ -System verantwortlich. Die Pseudovektor-Amplitude des schwereren Zustandes bei  $1500 \text{ MeV}/c^2$  (gepunktete Linie) interferiert überwiegend destruktiv. Ein kleiner positiver Beitrag paart sich mit dem der  $1^+$ -Amplitude der leichteren Resonanz (fette Linie) bei  $1410 \text{ MeV}/c^2$ . Nach wie vor sieht es so aus, als gäbe es tatsächlich zwei  $1^{+-}$ -Resonanzen im  $K\bar{K}\pi^0$ -System: eine konstruktiv bei  $\sim 1410 \text{ MeV}/c^2$  und eine destruktiv interferierende bei  $\sim 1500 \text{ MeV}/c^2$ . Es ist jetzt auch klar, woher die  $K\bar{K}\pi^0$ -Massenverteilung in e) ihre Form erhält: nicht – wie ursprünglich vermutet – von einer  $K^*K$ -Resonanz bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$ , die das sich dort befindende Maximum in der Verteilung hervorruft, sondern in erster Linie durch eine starke, destruktive Interferenz, die bei  $\sim 1500 \text{ MeV}/c^2$  zu einer Abflachung der Massenverteilung führt.

Die in Abb. 43 für jede invariante Masse genannten  $\chi^2$ -Werte mitteln sich zu dem in Tab. 21 angegebenen Wert  $\chi_{glob}^2 = 1,55$ . Den schlechtesten  $\chi^2$ -Wert liefert die invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse, Bild c). Verantwortlich hierfür sind die durch falsche  $\pi^0\pi^0$ -Kombinationen rekonstruierten  $K_S$ -Mesonen, die sich als überschüssige bzw. fehlende Dateneinträge in den um  $500 \text{ MeV}/c^2$  gruppierten Histogrammbins bemerkbar machen, siehe hierzu Kapitel 4.4 Seite 56 ff. Ansonsten folgt die angepaßte Monte-Carlo-Verteilung der gemessenen sehr gut.

Das gilt insbesondere auch für die Signale der  $\phi$ - und  $K^*$ -Mesonen, Bilder a) und b). Lediglich im Bereich zwischen  $750$  und  $800 \text{ MeV}/c^2$  unterhalb des  $K^*$ -Signals differieren die Dateneinträge von der Monte-Carlo-Verteilung merklich, was zu dem relativ hohen  $\chi^2$ -Wert von  $1,37$  führt. Auch hier sind wieder die falsch rekonstruierten  $K_S$ -Mesonen ursächlich, man beachte dazu die Erläuterungen zur Abb. 18 in Kapitel 4.4. Das  $\phi$ -Signal, Bild a), wird offenbar in erster Linie von der  $\rho$ - und nicht von der  $\phi(\pi\pi)_S$ -Amplitude gebildet; quantitativ sagte das bereits das Intensitätsverhältnis der beiden Amplituden in

<sup>48</sup> Dies ist natürlich etwas anderes als die Verteilung, die sich für die "nackte"  $\rho$ -Amplitude ergeben würde, da hier Interferenzterme unberücksichtigt blieben.

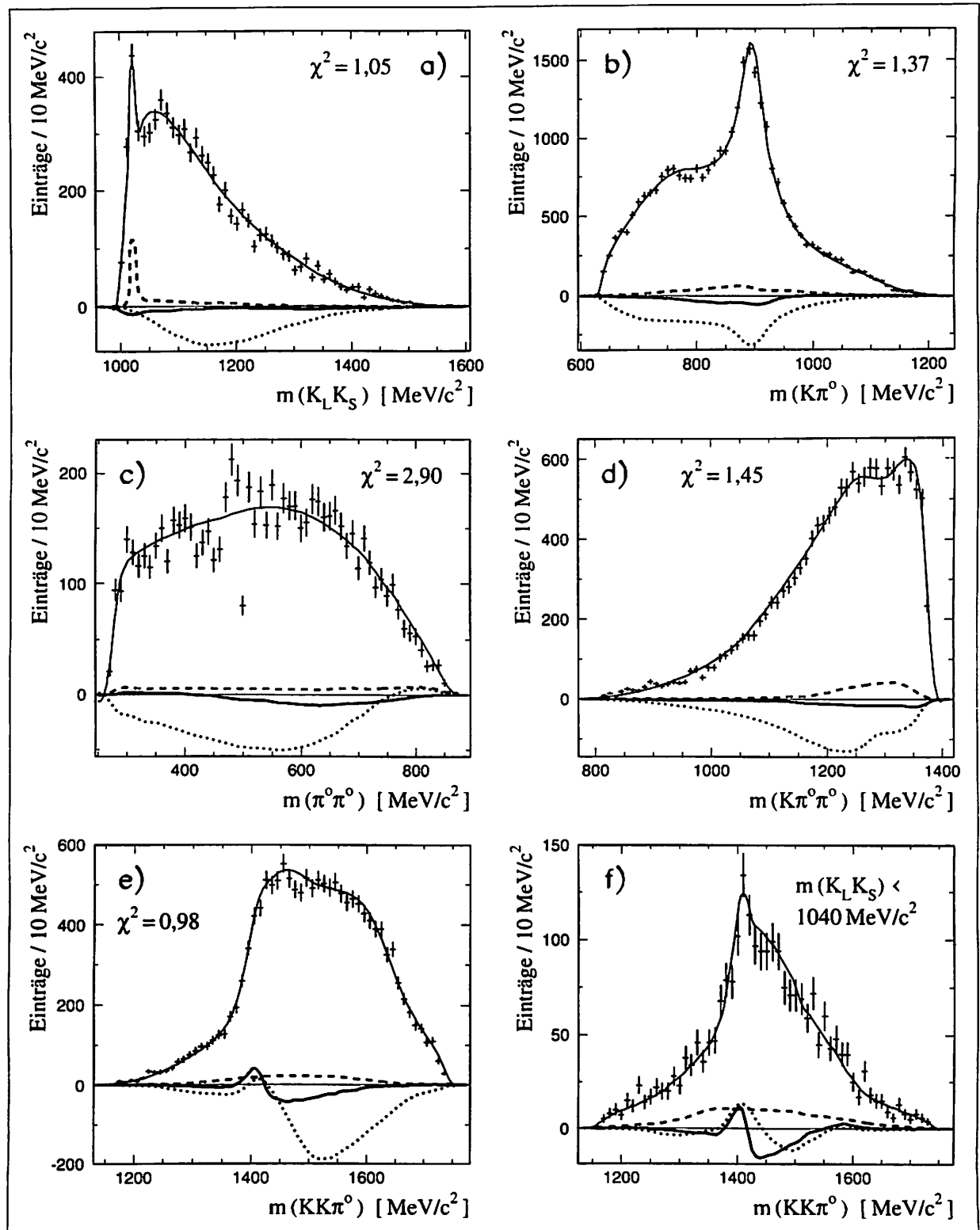


Abbildung 43: Die Histogramme veranschaulichen anhand invarianter Massenverteilungen das beste Anpassungsergebnis für S-Wellen-Annihilation (lt. Tab. 21). Bild f) zeigt wie e) die  $K_L K_S \pi^0$ -Masse, hier mit der Nebenbedingung  $m(K_L K_S) < 1040 \text{ MeV}/c^2$ , wodurch  $\phi \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse zu etwa 60% angereichert werden. Gemessene Daten sind mit Fehlerbalken dargestellt, durchgezogene Linien repräsentieren die angepaßten Monte-Carlo-Verteilungen. Die einzelnen  $\chi^2$ -Werte mitteln sich zu  $\chi^2_{glob} = 1,55$ . Gestrichelte Linien zeichnen den Beitrag der  $\rho(1450)$ -, gepunktete den der  $1^+(1500)$ - und fette den der  $1^+(1420)$ -Amplitude.

Tab. 21 aus.

Den mit 0,98 vergleichsweise besten  $\chi^2$ -Wert erhält man für Bild e), was als Zeichen gewertet werden kann, daß das  $K_L K_S \pi^0$ -System mit den im Annihilationsmodell gemachten Annahmen hinreichend gut beschrieben wird. Die statistisch problematische Tatsache, daß  $\chi^2 < 1$  ist, geht auf die hier verwendete, viel zu "optimistische" Definition von  $\chi^2$  in Gl. (26) zurück, die aber nicht stört, weil zur vergleichenden Beurteilung der Anpassungen nur die Änderung von  $\chi^2$  betrachtet wird.

## 6 Zusammenfassung und Diskussion

Im folgenden werden die Ergebnisse der Untersuchung der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe in den Endzustand  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  zusammengefaßt und mit früheren Messungen verglichen. Mögliche weiterführende Experimente, die zur Klärung noch offener Fragen beitragen können, werden vorgeschlagen.

### Der experimentelle Datensatz

Antiprotonen vom *Low Energy Antiproton Ring* (LEAR) in CERN fielen mit einer Intensität von  $10^4 \bar{p}/s$  und einem Impuls von 200 MeV/c in den Crystal-Barrel-Detektor ein und wurden in seinem Zentrum in einem Target aus flüssigem Wasserstoff gestoppt. Das Spektrometer gestattete erstmals die gleichzeitige Messung geladener und neutraler Endprodukte aus  $\bar{p}p$ -Annihilationen. Fass-förmig um das Target angeordnet deckte das zum Nachweis neutraler Teilchen dienende elektromagnetische Kalorimeter einen Raumwinkel von  $\Omega = 0,95 \cdot 4\pi$  sr ab; seine Energieauflösung betrug  $\sigma/E \approx 2,5\%/\sqrt{E[\text{GeV}]}$ , die Winkelauflösung  $\sigma \approx 20$  mr. Neben anderen Annihilationskanälen wurde die Reaktion



zum ersten Mal einer Untersuchung zugänglich.

Das  $K_S$ -Meson wurde dabei über den neutralen Zerfall in  $\pi^0 \pi^0$  nachgewiesen, die vier  $\pi^0$ -Mesonen über den Zerfall in  $\gamma\gamma$ . Das nicht im Spektrometer wechselwirkende  $K_L$ -Meson wurde dagegen aus fehlendem Gesamtimpuls und -energie rekonstruiert. Die Ereignissignatur des  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Endzustandes ist somit von acht Photonen und einer fehlenden Masse, die auf ein Kaon schließen läßt, gekennzeichnet. Zur Extraktion der  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignisse wurden alle verfügbaren, auf rein neutrale Signaturen getriggerte Rohdaten herangezogen, einschließlich eines Datensatzes, der dank eines speziellen Triggers neutrale Ereignisse mit fehlender Energie stark angereichert enthält. Unter Berücksichtigung der Anreicherungsfaktoren von 25 bzw. 155 entspricht die Ausgangssituation  $480 \cdot 10^6$  Protonium-Annihilationen in Ruhe. Nach einem mehrstufigen Auswahlprozeß mit Kriterien, die bei möglichst geringem Eingriff in den Phasenraum die gesuchten Daten von einem unerwünschten Untergrund befreien sollten, blieben schließlich 7434 Ereignisse übrig; diese wurden einer kinematischen Anpassung unterzogen, d.h. die gemessenen Impulsvektoren der Photonen wurden unter Beachtung der Meßfehler derart korrigiert, daß sie exakt die kinematischen Randbedingungen des Endzustandes erfüllen.

Trotz der 28 Möglichkeiten zwei  $\gamma$ -Quanten zu kombinieren, um daraus ein Pion zu rekonstruieren, stellte sich der gewonnene Datensatz als rein und weitgehend untergrundfrei heraus. Lediglich etwa 10% der Ereignisse enthalten aus falschen Pionkombinationen errechnete Vierervektoren der  $K_S$ -Mesonen. Der Grund hierfür liegt in einem vom Annihilationspunkt verschobenen Zerfallsvertex schneller  $K_S$ -Mesonen, der einen größeren Impuls der hervorgehenden Photonen vortäuscht und so die  $K_S$ -Masse um etwa sechs MeV/c<sup>2</sup> scheinbar reduziert. Abgesehen von diesem für die später durchgeführte Par-

tialwellenanalyse unbedeutenden Effekt zeigten die völlig unterschiedlich rekonstruierten Kaonen weitgehende Übereinstimmung in allen relevanten kinematischen Eigenschaften.

Das absolute Verzweigungsverhältnis der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  wurde zu  $(6,40 \pm 0,95) \cdot 10^{-4}$  berechnet. Dabei dienten 20 000 Monte-Carlo-Ereignisse ohne  $K_L$ -Wechselwirkung zur Bestimmung der Detektorakzeptanz ( $\approx 13\%$ ). In die Berechnung des Verzweigungsverhältnisses geht daher u.a. noch der aus anderen Experimenten gewonnene, im wesentlichen impulsunabhängige Wert der Wahrscheinlichkeit einer Interaktion der  $K_L$ -Mesonen mit dem Detektor ein, der auf  $(42 \pm 8)\%$  beziffert wird [17].

### Frühere Messungen

Da der Endzustand der hier untersuchten Reaktion rein neutral ist, gibt es keinen unmittelbaren Vergleich mit den Ergebnissen früherer Experimente, die die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow KK\pi\pi$  untersucht hatten. Vor Crystal-Barrel konnte anhand fehlender Masse gerade ein neutrales Teilchen in einem sonst geladenen Endzustand rekonstruiert werden. Der Vorteil in der Analyse neutraler  $KK\pi\pi$ -Endzustände liegt in der Vorbestimmtheit ihrer  $C$ -Parität: bei  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  ist er negativ, bei  $K_L K_L \pi^0 \pi^0$  und  $K_S K_S \pi^0 \pi^0$  positiv. Die Zahl der an der Reaktion möglicherweise beteiligten Anfangszustände und auch die der intermediären Zwischenzustände, über die der Reaktionsprozeß verläuft, ist damit kleiner als bei geladenen Endzuständen, deren  $C$ -Parität unbestimmt bleibt.

Die meisten Blaskammer-Experimente hatten darüberhinaus  $KK\pi\pi$ -Endzustände bei höheren Schwerpunktsenergien gemessen, das heißt für Annihilationen im Fluge. Dadurch verschiebt sich nicht nur der Phasenraum zu größeren Energien, es ändert sich auch die Annihilationsdynamik; so müssen höhere  $\bar{p}p$ -Bahndrehimpulse bis  $L \approx 5$  berücksichtigt werden. Beispiele für Annihilation im Fluge der Reaktionsart

$$\bar{p}p \rightarrow K_S K^\pm \pi^\mp \pi^0$$

mit  $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$  finden sich u.a. in [60, 61, 62, 63].

Eine gewisse Ausnahme bildet [24]. Mit dem Blaskammer-Experiment wurde die Reaktion

$$\bar{p}p \rightarrow K^{miss} K_S \pi^+ \pi^-$$

für Annihilationen in Ruhe untersucht. Während das  $K_S$ -Meson im geladenen Zerfall detektiert wurde, konnte  $K^{miss}$  ein nicht wechselwirkendes  $K_L$  oder ein in  $\pi^0 \pi^0$  zerfallendes  $K_S$  sein. Die geringe Zahl rekonstruierter Ereignisse erlaubte keine Partialwellenanalyse, der gemischt geladen-neutrale Endzustand und die zweideutige Natur von  $K^{miss}$  verhindern ohnehin einen direkten Vergleich der Reaktionsgeschehen. Dennoch sind die Produktionsraten von  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  und  $K_L K_S \pi^+ \pi^-$  aus der Protoniumvernichtung in Ruhe über den Isospin des Dipions korreliert: Nimmt man an, das  $\pi\pi$ -System wird gleich wahrscheinlich mit  $I = 0$  und  $I = 1$  produziert, läßt sich das Verzweigungsverhältnis von  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^+ \pi^-$  eindeutig vorhersagen: es wäre um den Faktor 5 größer als das von  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$ , also  $(3,20 \pm 0,48) \cdot 10^{-3}$ . Das Blaskammer-Experiment

findet nach Abzug des  $K_S K_S \pi^+ \pi^-$ -Anteils von  $K^{miss} K_S \pi^+ \pi^-$ , welcher für  $K_S$ -Zerfälle gemessen wurde, 1418  $K_L K_S \pi^+ \pi^-$ -Ereignisse und berechnet daraus das absolute Verzweigungsverhältnis zu  $(2,79 \pm 0,42) \cdot 10^{-3}$ . Unter der genannten Voraussetzung stimmen beide Werte innerhalb der Fehlergrenzen also überein.

Für die beobachteten intermediären Zustände mit offener und verborgener Seltsamkeit stellt sich die Situation anders dar. Hier können die Ergebnisse mit denen anderer Experimente verglichen werden, auch wenn dort Reaktionen mit ganz unterschiedlichen Produktionsmechanismen untersucht wurden.  $K\pi$ - und  $K\pi\pi$ -Resonanzen haben keine definierte  $C$ -Parität, weshalb sie in zahlreichen  $\bar{p}p$ -Annihilationskanälen mit kaonischem Endzustand unabhängig von dessen  $C$ -Parität auftreten können. Die bestmögliche Ausbeute an Kaon-Resonanzen liefern jedoch Experimente mit Kaonenstrahlen. Beispiele sind  $K^\pm p \rightarrow (K^\pm \pi^+ \pi^-) p$  [64, 65],  $K^- p \rightarrow (K^- \pi^+) n$  [66] und  $K^- p \rightarrow (K^0 \pi^+ \pi^-) n$  [67, 68]. Mit solchen Reaktionen konnten Masse und Zerfallsbreite der auch in dieser Arbeit untersuchten, Seltsamkeit tragenden Mesonen  $K_1(1270)$ ,  $K_1(1400)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_0^*(1430)$  und  $K_2^*(1430)$  gemessen werden. Die über zahlreiche Experimente gemittelten Ergebnisse sind in [14] zusammengestellt und werden in Anhang E dieser Arbeit zitiert.

Resonanzen mit verborgener Seltsamkeit und negativer  $C$ -Parität sind vor Crystal Barrel von keinem  $\bar{p}p$ -Experiment gesehen worden. Dagegen wurde in einem Pionenstrahl-Experiment in Serpukhov die Reaktion

$$\pi^- p \rightarrow \phi \pi^0 n, \quad \phi \rightarrow K^+ K^-$$

untersucht, und im  $\phi\pi^0$ -System ein Zustand mit  $m = (1480 \pm 40) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = (130 \pm 60) \text{ MeV}/c^2$  gefunden [49]. Die  $C(1480)$  genannte, isovektorielle Resonanz besitzt die Spin-Paritäts-Zahlen  $J^{PC} = 1^{--}$ . Wegen der die OZI-Regel verletzenden starken Kopplung an den  $\phi\pi^0$ -Kanal wurde die Resonanz als Vier-Quark-Zustand interpretiert<sup>49</sup>. Die Ergebnisse sind bislang jedoch von keinem anderen Experiment bestätigt worden. Es ist aber möglich, daß in Serpukhov erstmals der  $\phi\pi^0$ -Zerfall des radial angeregten Mesons  $\rho(1450)$  beobachtet wurde. Dessen Masse und Breite wurden in den letzten Jahren mit Pionenstrahl- und  $e^+e^-$ -Kollisions-Experimenten [69, 70] im  $\pi^+\pi^-$ - und  $\omega\pi^0$ -Zerfall zu  $m = (1452 \pm 8) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = (310 \pm 60) \text{ MeV}/c^2$  bestimmt. Ein weiteres angeregtes  $\rho$ -Meson scheint sich bei  $1700 \text{ MeV}/c^2$  zu befinden [14], das allerdings in der hier untersuchten Reaktion wegen des begrenzten Phasenraums keine Rolle spielt. Unklar ist, ob noch ein drittes radial angeregtes Vektormeson mit  $I = 1$  bei niedriger Masse existiert,  $\rho(1300)$ , für das LASS in der Reaktion

$$K^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- \Lambda$$

mit  $m = (1287 \pm 28) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = (87 \pm 28) \text{ MeV}/c^2$  Evidenz fand [56, 71]. Von [57] wurde in der Photoproduktion

$$\gamma p \rightarrow \omega \pi^0 p$$

<sup>49</sup> Ein Quark-Antiquark-Meson mit dem Flavourinhalt  $(d\bar{d} - u\bar{u})/\sqrt{2}$  müßte bevorzugt in  $\omega\pi^0$  zerfallen. Siehe hierzu Kapitel 3.2

im  $\omega\pi^0$ -System ein Zustand bei  $(1290 \pm 40)$  MeV/c<sup>2</sup> beobachtet. Eine Paritätsbestimmung blieb offen, so daß der Zustand vom Pseudovektormeson  $b_1(1235)$  nicht separiert werden konnte. Crystal-Barrel fand kürzlich in der Analyse des Annihilationskanals

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0$$

keine zwingende Bestätigung für die Existenz von  $\rho(1300)$  [72].

Die radiale Anregung  $\phi(1680)$  wird seit 1980 sowohl in Reaktionen der Art [73, 74, 75, 76, 77]

$$e^+e^- \rightarrow K\bar{K}, K\bar{K}\pi$$

als auch in der Photoproduktion [78, 79, 80]

$$\gamma p \rightarrow K\bar{K}X$$

beobachtet. Die Angaben für die Masse dieser isoskalaren  $1^{--}$ -Resonanz schwanken zwischen 1655 und 1760 MeV/c<sup>2</sup>, die der Breite zwischen 80 und 207 MeV/c<sup>2</sup>. Die genauesten Angaben macht [48] für die Reaktion

$$e^+e^- \rightarrow K_L K_S, K^+K^-, K_S K^\pm \pi^\mp$$

mit  $m = (1680 \pm 10)$  MeV/c<sup>2</sup> und  $\Gamma = (180 \pm 20)$  MeV/c<sup>2</sup>. Der Zerfall in  $K^*K$  dominiert den Zerfall in  $K\bar{K}$ .

Am SLAC wurde 1988 Wasserstoff mit 11 GeV/c Kaonen beschossen, und 3900 Ereignisse der Hyperladung austauschenden Reaktion

$$K^-p \rightarrow K_S K^\pm \pi^\mp \Lambda$$

mit dem LASS-Spektrometer untersucht [47]. In der Partialwellenanalyse des  $K\bar{K}\pi$ -Systems wurde Evidenz für zwei in  $K^*K$  zerfallende Vektormesonen mit  $m = (1380 \pm 20)$  MeV/c<sup>2</sup>,  $\Gamma = (80 \pm 30)$  MeV/c<sup>2</sup> und  $m = (1530 \pm 10)$  MeV/c<sup>2</sup>,  $\Gamma = (100 \pm 40)$  MeV/c<sup>2</sup> gefunden. Die Nominalmasse des leichteren Zustandes wurde durch Anpassung einer Breit-Wigner-Funktion an die Intensitätsverteilung der  $1^+$ -Amplitude oberhalb der  $K^*K$ -Schwelle ermittelt. Der Endzustand mit neutralem und geladenem Kaon erlaubt die Bestimmung der  $G$ -Parität durch Interferenzmessung der  $|K\bar{K}^*\rangle$ - und  $|\bar{K}K^*\rangle$ -Amplituden<sup>50</sup>,  $C$ -Parität und Isospin müssen dagegen unbestimmt bleiben. Die Daten lassen auf Eigenzustände zu unterschiedlicher  $G$ -Parität schließen. Unter der Annahme, beide Vektormesonen seien isoskalar, folgt für den Zustand bei 1380 MeV/c<sup>2</sup>  $J^{PC} = 1^{+-}$ , womit er sich als  $h'_1$ -Meson interpretieren läßt, für den Zustand bei 1530 MeV/c<sup>2</sup> dagegen  $J^{PC} = 1^{++}$ , was dem Meson  $f'_1$  entspricht. Letzteres ist lediglich noch von zwei anderen Experimenten ausschließlich im  $K^*K$ -Zerfall gesehen worden [82, 83] und gilt nun mit der Bezeichnung  $f_1(1510)$  als Mitglied des  $^3P_1$ -Nonetts. Die mögliche Existenz des Mesons  $h'_1(1380)$  machte sich bislang bei keinem anderen Experiment bemerkbar.

<sup>50</sup> Siehe hierzu die Ausführungen auf Seite 168 f im Anhang A.

## Ergebnisse dieser Untersuchung

Gemessen an den oben zitierten Zahlen gesammelter Ereignisse des Endzustandes  $K_L K_S \pi^+ \pi^-$  oder  $K_S K^\pm \pi^\mp \Lambda$ , in dem immerhin Evidenz für einen als  $h'_1$ -Meson interpretierbaren Zustand gefunden wurde, gaben die 7434 Ereignisse der in dieser Arbeit analysierten Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  Anlaß zur Hoffnung auf vergleichbar signifikante Aussagen über einige der darin auftretenden Zwischenzustände. Zunächst zeigten die Verteilungen der invarianten  $K\pi^-$ - und  $K_L K_S$ -Massen klare Signale der Vektormesonen  $K^*(892)$  bzw.  $\phi(1020)$ . Durch Kurvenanpassung von Gaussfunktionen auf geeignet parametrisiertem Untergrund konnten Massen-Zentrum und Gauss-Breite der Signale gemessen werden. Es ergab sich für das  $K^*(892)$ :  $m = (893, 5 \pm 0, 7) \text{ MeV}/c^2$ ,  $\sigma = (25, 9 \pm 0, 8) \text{ MeV}/c^2$ , und für das  $\phi(1020)$ :  $m = (1020, 8 \pm 0, 5) \text{ MeV}/c^2$ ,  $\sigma = (9, 8 \pm 0, 9) \text{ MeV}/c^2$ . Die Breite des  $\phi$ -Signals wird hauptsächlich durch die instrumentelle Auflösung bestimmt. Die Signalstärken ließen auf einen Anteil von 75 %  $K^* K\pi^-$ - und 10 %  $\phi\pi^0\pi^0$ -Ereignisse am gesamten Datensatz schließen.

Die anderen bekannten, zum Teil wesentlich breiteren  $K\pi^-$ -,  $K\pi^0\pi^0$ - und  $KK\pi^0$ -Zwischenzustände lassen sich in Projektionen des Phasenraums auf ein- oder zweidimensionale, invariante Massenskalen nur schwer, meistens gar nicht erkennen. Häufig führen Reflexionen und Interferenzen der Zerfallsamplituden zu Massenverteilungen, die sogar zu Fehlinterpretationen verleiten können<sup>51</sup>. Dennoch legte die genaue Inspektion der Spektren die Existenz einer  $K^*K$ -Resonanz im Massenbereich zwischen 1450 und 1500  $\text{MeV}/c^2$  nahe, vermutlich sogar die eines  $\phi\pi^0$ -Zustandes zwischen 1400 und 1450  $\text{MeV}/c^2$ . Hierfür gab es mehrere indirekte Hinweise; so führt die Zerfallskinetik einer  $\phi\pi$ -Resonanz zu einer scheinbaren Verbreiterung der linken Flanke des  $K^*$ -Signals, die tatsächlich nachweisbar ist. Darüberhinaus zeigt die untergrundfreie Darstellung der invarianten  $\phi\pi$ -Masse, die durch Messung der Signalstärke des  $\phi$ -Mesons in Abhängigkeit der invarianten  $K_L K_S \pi^0$ -Masse gewonnen wurde, eine breite, signifikante Spitze im genannten Massenbereich.

Einblick in die komplexe Zerfalldynamik und quantitativen Aufschluß über alle am Annihilationsgeschehen beteiligten Zwischenzustände und Zerfallsamplituden konnte nur eine Partialwellenanalyse verschaffen. Grundlage hierfür war zum einen das Isobar-Modell, nach dem die Reaktion ausschließlich über resonante Zweikörper-Zustände kaskadenartig in den gemessenen Endzustand verläuft, und zum anderen der Helizitätsformalismus, der die in den einzelnen Zerfällen auftretenden Bahndrehimpulse und Teilchenspins berücksichtigt, die die gemessenen Winkelverteilungen der Endprodukte bedingen. Die mesonischen Zustände  $K_0^*(1430)$  und  $f_0(400-1200)$  wurden mit Streuamplituden in der S-Welle – hier mit  $(K\pi)_S$  bzw.  $(\pi\pi)_S$  symbolisiert –, alle anderen Resonanzen mit Breit-Wigner-Funktionen parametrisiert.

Wegen der geringen Besetzungsdichte des fünfdimensionalen Phasenraums, den der Vierkörper-Endzustand aufspannt, war eine Analyse der Daten mit der  $\chi^2$ -Methode aus-

<sup>51</sup> In Anhang D werden die Massenverteilungen für einige ausgewählte, simulierte Übergangsamplituden gezeigt.



geschlossen. Stattdessen wurde nach der rechenaufwendigeren Maximum-Likelihood-Methode verfahren, und die Parameter der Stärke und Phase der Zerfallsamplituden, sowie wahlweise auch Masse und Breite der Resonanzen an die ungebinnten Daten angepaßt. Zur Normierung dienten 30 000 homogen im Phasenraum verteilte Ereignisse, die der Detektorakzeptanz Rechnung trugen. Ausgehend von einem minimalen Ensemble von Amplituden, die Zerfallskaskaden ausschließlich über etablierte Resonanzen beschreiben, wurde das Annihilationsmodell schrittweise um Amplituden erweitert, die auch weniger gesicherte und unbekannte Zustände involvierten. Die graphische Darstellung der Likelihoodfunktion in Abhängigkeit von deren Masse oder Breite machte sonst möglicherweise verborgen gebliebene Strukturen "sichtbar" und verhinderte gleichzeitig, daß signifikante Beiträge irgendwelcher Zustände unbekannter Masse unentdeckt blieben. Zur Kontrolle wurden nach jeder Anpassung die  $\chi^2$ -Werte der fünf möglichen, eindimensionalen  $\pi\pi$ -,  $K\pi$ -,  $KK$ -,  $K\pi\pi$ - und  $KK\pi$ -Massenverteilungen berechnet und zu einem globalen  $\chi^2$ -Wert gemittelt, der so ein ungefähres Maß für die Güte des Ergebnisses darstellt. Das sich insgesamt ergebende Bild von der Dynamik des Annihilationsgeschehens bestätigt zum Teil die Erwartungen, sorgt aber auch für einige Überraschungen:

Die Annihilation in den Endzustand  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  erfolgt für in Flüssigwasserstoff gestoppte Antiprotonen erwartungsgemäß fast ausschließlich aus dem  $^3S_1$ -Anfangszustand. Dominant ist die Produktion des Mesons  $K_1(1400)$ , das überwiegend in  $K^* \pi^0$  und nur geringfügig in  $(K\pi)_S \pi^0$  und  $K(\pi\pi)_S$  zerfällt. Auch der andere  $K_1$ -Mischzustand  $K_1(1270)$  wurde über seinen Zerfall in  $K^* \pi^0$  nachgewiesen. Seine Produktion ist zu schwach, um auch hier Zerfälle in  $(K\pi)_S \pi^0$  und  $K(\pi\pi)_S$  zu messen. Ein gutes Viertel der Annihilationen folgen den primären Zerfällen in  $K^* K^*$  (die Partialwellenbeiträge für Spin  $S=0$  und  $S=2$  stehen etwa im Verhältnis 2 : 1),  $K^*(K\pi)_S$  und mit geringer Intensität auch in  $(K\pi)_S(K\pi)_S$ . Diese Ergebnisse decken sich mit der Partialwellenanalyse der ebenfalls am Crystal-Barrel-Experiment studierten Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L^{miss} K^\pm \pi^\mp \pi^0$  [81].

Die relativen Fehler der Intensitäten aller Amplituden, die einen Zerfall über  $(K\pi)_S$  oder  $(\pi\pi)_S$  beschreiben, fallen vergleichsweise relativ hoch aus. Dabei könnte es sich um den Hinweis handeln, die benutzte Parametrisierung mit Streuamplituden der beiden  $S$ -Wellenzustände sei noch verbesserungsbedürftig; die Parametrisierung mit Breit-Wigner-Funktionen der anderen, schmalen Resonanzen führt offenbar zu präziseren Aussagen (vgl. hierzu die Intensitäten und deren Fehler in Tab.21).

Die nach der Maximum-Likelihood-Methode angepaßten Massen  $m_0$  und Zerfallsbreiten  $\Gamma_0$  aller in der Reaktion auftretenden Breit-Wigner-Resonanzen sind in Tab. 22 zusammengefaßt. In der um  $3,3 \text{ MeV}/c^2$  zu groß gemessenen Breite des schmalen Mesons  $\phi(1020)$  spiegelt sich die Detektorauflösung wider.  $m_0$  und  $\Gamma_0$  der Mesonen  $K^*(892)$  und  $K_1(1270)$  bestätigen innerhalb des 2- bis 3- $\sigma$ -Bereiches die in [14] angegebenen Werte. Die Anpassungsfehler für das dominante  $K_1(1400)$ , das zum ersten Mal bei einer  $\bar{p}p$ -Reaktion beobachtet wurde, sind vergleichsweise sehr klein; sie sind bislang von anderen Experimenten kaum erreicht worden. Die in [14] gemittelten Messungen der Masse und Breite des  $K_1(1400)$  liegen hier sogar noch innerhalb des 1- $\sigma$ -Bereiches.

Das Vektormeson  $\phi(1680)$  konnte erstmals bei einer Protoniumvernichtung identifiziert

Resonanz	$I^G (J^{PC})$	$m_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\Gamma_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	gemessener Zerfall
$\phi(1020)$	$0^- (1^{--})$	$1020,2 \pm 0,6$	$7,7 \pm 0,7$	$K_L K_S$
" $f_1(1420)$ "	$0^- (1^{+-})$	$1417,9 \pm 3,7$	$48 \pm 9$	$K\bar{K}^* + c.c., (K\pi)_S \bar{K} + c.c.$
$\rho(1450)^0$	$1^+ (1^{--})$	$1428 \pm 10$	$230 \pm 40$	$\phi\pi^0$
$h'_1(1500)$	$?^? (1^{+-})$	$1504 \pm 10$	$230 \pm 25$	$K\bar{K}^* + c.c.$
$\phi(1680)$	$0^- (1^{--})$	$1683 \pm 8$	$105 \pm 20$	$K\bar{K}^* + c.c., K_L K_S$
$\phi_2(1600)$	$0^- (2^{--})$	$\sim 1610$	$\sim 250$	$K\bar{K}^* + c.c.$
$K^*(892)^0$	$\frac{1}{2} (1^-)$	$894,3 \pm 0,7$	$47,0 \pm 1,4$	$K\pi^0$
$K_1(1270)^0$	$\frac{1}{2} (1^+)$	$1251,6 \pm 5,5$	$114,5 \pm 9,2$	$K^*\pi^0$
$K_1(1400)^0$	$\frac{1}{2} (1^+)$	$1406,7 \pm 7,8$	$173,6 \pm 5,7$	$K^*\pi^0, (K\pi)_S \pi^0, K(\pi\pi)_S$
$K_2^*(1430)^0$	$\frac{1}{2} (2^+)$	$\sim 1400$		$K\pi^0, K^*\pi^0$

Tabelle 22: Masse  $m_0$  und Breite  $\Gamma_0$  wurden für die beobachteten Zerfälle der Breit-Wigner-Resonanzen nach der Maximum-Likelihood-Methode angepaßt. Die statistischen Fehler sind teilweise kleiner als vergleichbare Ergebnisse anderer Experimente. Die gemessene Breite des Mesons  $\phi(1020)$  wird vor allem durch die instrumentelle Auflösung bedingt. Die Interpretation des schmalen  $1^{+-}$ -Zustandes bei  $1418 \text{ MeV}/c^2$  ist nicht unproblematisch; bislang wurde er als vermeintliches  $f_1$ -Meson (früher  $E$ -Meson) dem  $1^{++}$ -Nonett zugeordnet – möglicherweise zu unrecht, da die  $C$ -Parität des hier untersuchten Endzustandes unstrittig ist. Zweifel an der Deutung der neuen,  $1500 \text{ MeV}/c^2$  schweren  $K^*K$ -Resonanz als isoskalares  $h'_1$ -Meson sind gerechtfertigt, da ein Zerfall in  $\phi\pi$  nicht ausgeschlossen werden kann. Für  $\rho(1450)$  ist ein solcher Zerfall erlaubt; er wurde erstmals nachgewiesen. Der  $2^{--}$ -Zustand um  $1610 \text{ MeV}/c^2$  ist ein guter Kandidat für ein Mitglied der bislang unentdeckt gebliebenen D-Wellen-Mesonen, die in diesem Massenbereich erwartet werden. Die Kopplung an den  $K^*K$ -Kanal favorisiert ihn als  $\phi_2$ -Meson.

werden. Neben dem Zerfall in  $K^*K$  wurde auch der Zerfall in  $K_L K_S$  beobachtet. Damit besteht kein Zweifel mehr, daß es sich bei diesem Zustand tatsächlich um die radiale Anregung des  $\phi$ -Mesons handelt, und nicht, wie noch vor zehn Jahren angenommen, um die des  $\omega$ -Mesons. Das Ergebnis der Massen Anpassung dieser insgesamt zu etwa 5% beitragenden Resonanz deckt sich mit der bislang genauesten Messung [48]. Die statistischen Fehler von Masse und Breite sind kleiner als die diejenigen anderer Experimente.

Indizien für ein in  $\phi\pi^0$  zerfallendes  $\rho(1300)$  konnten nicht gefunden werden. Zwar ergab sich eine geringfügige Verbesserung der Likelihood und des  $\chi^2$ -Wertes bei der Massen- und Breitenvariation einer  $\phi\pi^0$ -Resonanz mit  $J^{PC} = 1^{--}$ , die zu  $m_0 \approx 1235 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 \approx 140 \text{ MeV}/c^2$  führte; die Stärke des Signals ließ aber auf nur  $44 \pm 22$  Ereignisse schließen – zu wenige um signifikante Aussagen machen zu können. Die geringe Statistik erlaubt auch keine definitive Festlegung der Parität, möglicherweise ist also für das Signal auch der Zerfall  $b_1(1235) \rightarrow \phi\pi^0$  ursächlich; dieser wäre damit freilich zum ersten Mal beobachtet.

Der von [49] postulierte exotische Vier-Quark-Zustand  $C(1480)$  mit  $J^{PC} = 1^{--}$  konnte weder im  $K^*K$ - noch im  $\phi\pi$ -System festgestellt werden. Stattdessen gelang der Nachweis der Existenz einer  $\phi\pi^\circ$ -Resonanz bei  $m = (1428 \pm 10) \text{ MeV}/c^2$  mit  $\Gamma = (230 \pm 40) \text{ MeV}/c^2$ . Die Intensität der Vektor-Amplitude beträgt dabei 3,5% und ist hauptverantwortlich für die gemessene Häufigkeit des  $\phi(1020)$ -Mesons. Masse und Breite stehen im guten Einklang mit den kürzlich von Crystal-Barrel gefundenen Werten  $m = (1411 \pm 14) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = (343 \pm 20) \text{ MeV}/c^2$  für das Vektormeson  $\rho(1450)$ , das im  $\pi^-\pi^\circ$ -System der Reaktion  $\bar{p}n \rightarrow \pi^-\pi^\circ\pi^\circ p$  analysiert wurde [72]. Die bisher veröffentlichten Werte anderer Experimente streuen etwa im selben Bereich. Das Meson gilt als radiale  $\rho$ -Anregung und ist damit ein Quark-Antiquark-Paar mit dem Flavourinhalt  $(d\bar{d} - u\bar{u})/\sqrt{2}$ . Der Zerfall in  $\omega\pi^\circ$ , den z.B. [84] nachweist, ist daher nach der OZI-Regel gegenüber  $\phi\pi^\circ$  stark bevorzugt. Das erklärt die schwache Produktion dieses Vektormesons im  $K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ$ -Kanal; da hier  $\omega$  nicht als intermediärer Zustand auftreten kann, ist ein direkter Vergleich zwischen den  $\phi\pi$ - und  $\omega\pi$ -Zerfallsmoden unmöglich. Allerdings sollte sich  $\rho(1450)$  im  $K^*K$ -System nachweisen lassen, was hier mit keiner ausreichenden Signifikanz gelang. Eine exotische Interpretation sollte aber deswegen nicht gleich bemüht werden. Es ist somit das erste Mal, daß vermutlich das isovektorielle  $\rho(1450)$  bei der Protoniumvernichtung beobachtet wurde; der Nachweis seines Zerfalls in  $\phi\pi^\circ$  gelang damit erstmalig.

Im  $K_L K_S \pi^\circ$ -System wurde ein dominanter  $1^{+-}$ -Zustand festgestellt. Die Amplitude, die den Zerfall der rund  $1500 \text{ MeV}/c^2$  schweren und  $230 \text{ MeV}/c^2$  breiten Resonanz in  $K^*K$  beschreibt, besitzt eine Intensität von 11% und verbessert die Likelihood um  $\Delta \ln \mathcal{L} \approx 100$ , den globalen  $\chi^2$ -Wert um 0,2. Ein Zerfall in  $\phi\pi$  scheint sich anzudeuten, ist aber nicht signifikant. Die Annahme, der Zustand sei isoskalar, ist vertretbar. Damit läßt er sich als massereicher Partner des isoskalaren  $h_1(1170)$  im Nonett der  $^1P_1$ -Mesonen interpretieren.

Diese Aussage ist allerdings nicht vereinbar mit den Vorhersagen der LASS-Kollaboration, die – wie oben erwähnt – Evidenz für einen Pseudovektor-Zustand mit verborgener Seltsamkeit unterhalb der  $K^*K$ -Schwelle fanden. Es scheint vielmehr so, als sei der andere, von LASS gemessene, mit  $\sim 1530 \text{ MeV}/c^2$  ähnlich schwere Eigenzustand zu positiver  $G$ -Parität identisch mit der hier gefundenen Resonanz. Dann allerdings muß die von LASS gemachte Annahme, der Zustand sei isoskalar, aufgegeben werden, denn andernfalls hätten beide Zustände wegen  $C = G(-1)^I$  unterschiedliche  $C$ -Parität. Das würde den in dieser Analyse nicht auszuschließenden Zerfall in  $\phi\pi^\circ$  plausibel machen. Eine Interpretation als  $h'_1$ -Meson wäre damit vom Tisch. Auch das LASS-Objekt kann dann – wie vermutet – nicht mehr das isoskalare  $1^{++}$ -Meson  $f_1(1510)$  sein, welches ohnehin als nicht sehr gut etabliert gilt. Versucht man nun das isovektorielle Pseudovektormeson als Quark-Antiquark-Zustand zu interpretieren, kommt nur die radiale Anregung des  $b_1$ -Mesons in Frage, also etwa  $b_1(1500)$ . Dafür wäre aber die Masse etwas zu niedrig und der Zustand wohl zu schmal. Dagegen stünde auch die starke Kopplung an den  $K^*K$ -Kanal, die für isovektorielle Mesonen, welche im Prinzip keine  $s$ -Quark-Beimischung enthalten, ausgeschlossen ist. Man kann weiter spekulieren, ob es sich dann um einen Vier-Quark-Zustand oder um ein  $K^*K$ -Molekül handeln könnte, wogegen es keine theoretischen Einwände gibt.

Sollten aber beide Zustände tatsächlich isoskalar sein, steht man vor dem Dilemma,

zwei Anwärter für das  $h'_1$ -Meson zu haben. Ihr Massenunterschied von  $120 \text{ MeV}/c^2$  ist für eine Deutung als Meßfehler zu groß. Da im Mesonenmodell kein zweiter Platz für ein  $1^{+-}$ -Meson im Grundzustand vorhanden ist, muß einer der beiden exotischer Natur sein. Oder das LASS-Objekt bei  $1380 \text{ MeV}/c^2$  geht auf einen Schwelleneffekt zurück, den LASS allerdings ausschloß. Die Situation vereinfacht sich nicht, wenn man in Rechnung stellt, daß bei der hier analysierten Reaktion die  $1^+$ -Amplitude des  $K^*K$ -Systems sich so verhält, als sei der mit  $230 \text{ MeV}/c^2$  relativ breite Zustand bei  $1500 \text{ MeV}/c^2$  eine Überlagerung eines schmalen Zustandes bei  $1480 \text{ MeV}/c^2$  und eines breiteren bei  $1560 \text{ MeV}/c^2$ . Für endgültige Aussagen ist die Statistik zu gering.

Zu verifizieren ist auch die Existenz einer weiteren isoskalaren  $1^+$ -Resonanz bei  $\sim 1420 \text{ MeV}/c^2$ . Wegen ihrer kleinen Zerfallsbreite läßt sie sich gut von der breiteren Struktur um  $\sim 1500 \text{ MeV}/c^2$  separieren, obwohl die den Zerfall über  $K^*K$  und  $(K\pi)_S K$  beschreibenden Amplituden die geringe Intensität von jeweils etwa 1,5% besitzen; sie erhöhen die Likelihood um 30. Ein Zerfall in  $\phi\pi$  läßt sich nicht beobachten. Die  $K^*K$ - und  $(K\pi)_S K$ -Zerfälle erlauben eine exakte Massen- und Breitenbestimmung, die in beiden Fällen das gleiche Ergebnis liefert:  $m_0 = (1417,9 \pm 3,7) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (48 \pm 9) \text{ MeV}/c^2$ . Da die Masse näher an der  $K^*K$ -Schwelle sitzt, könnte es sich bei diesem Zustand eher um das LASS-Objekt handeln. Es mag aber kein Zufall sein, daß Masse und Breite genau mit dem als exotischen Zustand gehandelten, isoskalaren  $f_1(1420)$ , dem früheren  $E$ -Meson, übereinstimmen, dessen Parameter in [14] über alle  $\bar{p}p$ -Experimente gemittelt werden:  $m_0 = (1414,9 \pm 3,5) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = (52 \pm 4)$ . Der  $1^{++}$ -Zustand zerfällt dominant in  $K\bar{K}\pi$ . Vor dem Einsatz eines Spektrometers zur Detektion neutraler Teilchen war man auf die Analyse geladener Endzustände angewiesen; die Bestimmung der  $C$ -Parität hatte daher stets den Makel, mit Annahmen behaftet zu sein. Die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  bietet erstmals die Chance, die  $C$ -Parität des Mesons  $f_1(1420)$  vorurteilsfrei zu bestimmen: läßt sich seine Produktion in diesem Kanal verifizieren, ist sie negativ. Das würde auch zwanglos erklären, warum das leichtere  $f_1(1285)$  im radiativen Zerfall  $1^{++} \rightarrow \phi\gamma$  gesehen wird, nicht aber  $f_1(1420)$  [85]. Eine Kontamination des hier zugrunde liegenden Datensatzes mit  $K_S K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen, die positive  $C$ -Parität tragen und ein  $f_1$ -Signal verursachen könnten, ist ausgeschlossen: Nach Monte-Carlo-Studien erwartet man gerade nur ein solches Untergrund-Ereignis. Damit ist das alte  $E/\nu$ -Puzzle um einen rätselhaften Aspekt bereichert.

Schließlich gibt es noch Andeutungen für die Tensor-Resonanz  $K_2^*(1430)$  im  $K\pi^0$ - und im  $K^*\pi^0$ -Zerfall. Dieses seltsame Meson, das dem  $2^{++}$ -Nonett angehört, ist seit den ersten Blaskammer-Experimenten bekannt und genau vermessen worden. Für eine Massen- oder Breitenbestimmung ist sein Beitrag im  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Kanal zu schwach. Ein zweites Spin-2-Teilchen scheint sich im  $K^*K$ -System bemerkbar zu machen. Eine Pseudotensor-Amplitude verursacht ein Likelihood-Maximum und ein globales  $\chi^2$ -Minimum bei  $m_0 \approx 1600 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 \approx 250 \text{ MeV}/c^2$ . Die oberen Grenzen beider Parameter lassen sich aufgrund der Beschränktheit des zur Verfügung stehenden Phasenraums schwer abschätzen. Die Intensität der Amplitude ist mit über 3% relativ stark. Die neue  $2^{--}$  Resonanz mit verborgener Seltsamkeit ist ein sehr guter Kandidat etwa

für das  $\phi_2$ -Meson. Im genannten Massenbereich werden die Mitglieder des  ${}^3D_2$ -Nonetts erwartet, das bis auf den vom  $K_2(1820)$  beanspruchten Platz für Isospin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen noch völlig unbesetzt ist. Die Beobachtung eines dieser Mesonen wäre eine Premiere.

### Weiterführende Untersuchungen anderer Annihilationskanäle

Die Analyse des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  warf zum Teil neue Hypothesen auf. Am meisten klärungsbedürftigt erscheint die Situation der Zustände mit verborgener Seltsamkeit im Massenbereich zwischen 1380 und 1600 MeV/c<sup>2</sup>. In dieser Region waren mit Kandidaten exotischer Natur und dem  $E/\iota$ -Puzzle schon immer die interessanten Probleme der Mesonenspektroskopie angesiedelt. Die in dieser Arbeit aufgetauchten Fragestellungen reihen sich gewissermaßen in diese Tradition ein: Besitzt der als  $f_1(1420)$  bezeichnete Zustand nicht doch negative  $C$ -Parität? Könnte er dann das isoskalare Pseudovektormeson  $h_1'$  sein? Wie würde sich in diesem Fall die Natur des  $1^{+-}$ -Zustandes bei 1500 MeV/c<sup>2</sup> erklären? Kann dessen Zerfall in  $\phi\pi$  wirklich ausgeschlossen werden? Läßt sich die Existenz eines D-Wellen-Mesons verifizieren?

Die Beantwortung dieser Fragen erfordert in erster Linie eine höhere Datenstatistik. Der hier begangene Weg der Ausfilterung von  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ -Ereignissen ist allerdings ausgereizt, da alle vom *all neutral* Trigger aufgezeichneten, 17 Mio. neutrale Ereignisse Eingang in die Analyse gefunden haben. Die Ausdehnung der Analyse auf  $\bar{p}p$ -Annihilationen im Fluge in den selben Endzustand ist vielversprechend, weil hier ein größerer Phasenraum zur Verfügung steht, und die Reaktionen nicht auf die S-Welle beschränkt bleiben. Eine Überprüfung massereicher  $K^*K$ -Resonanzen wie dem  $2^{--}$ -Zustand bei 1610 MeV/c<sup>2</sup> als aussichtsreichem Kandidaten für das  $\phi_2$ -Meson erscheint lohnend.

Den Crystal-Barrel-Detektor gibt es inzwischen nicht mehr, aber Millionen von aufgezeichneten  $\bar{p}p$ - und  $\bar{p}n$ -Ereignissen warten noch auf ihre Analyse. Neben dem bereits untersuchten Kanal [31, 81]

$$\bar{p}p \rightarrow K_L K^\pm \pi^\mp \pi^0$$

ist eine Vielzahl weiterer Reaktionen prinzipiell beobachtbar. Einige der in Frage kommenden Endzustände lassen sich aber nur mühsam aus den Rohdaten separieren und versprechen keine ausreichende Statistik. Als realistisch und aussichtsreich erscheinen dagegen die folgenden Reaktionen:

- (1)  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  und  $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$
- (2)  $\bar{p}p \rightarrow K_S K^\pm \pi^\mp \pi^0$  und  $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$
- (3)  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^+ \pi^-$  und  $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$
- (4)  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^+ \pi^-$  und  $K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0$
- (5)  $\bar{p}p \rightarrow K^+ K^- \pi^0 \pi^0$

Sie führen zu geladenen Endzuständen und können deshalb nur für  $\bar{p}p$ -Vernichtungen in Ruhe untersucht werden. Bei Annihilationen im Fluge können die geladenen Pio-

nen und Kaonen schlechter voneinander unterschieden werden. Die entsprechenden Endzustände würden sich daher einer zuverlässigen Separation entziehen. Die genannten Reaktionen lassen sich aber ebenso gut messen, wenn die Antiprotonen in gasförmigen Wasserstoff gestoppt werden. In diesem Fall überwiegt der Anteil von Annihilationen aus der P-Welle gegenüber solchen aus der S-Welle. Die Zwischenzustände könnten dann für eine andere Zerfallsdynamik studiert werden.

Die Reaktionen (1) und (2) sind den beiden bereits am Crystal-Barrel-Experiment gemessenen äquivalent. Ihre Untersuchung ermöglicht eine unabhängige Kontrolle der jeweiligen Ergebnisse. Außerdem ließen sich eventuell unerwartete Einflüsse der Daten-selektion auf die Partialwellenanalyse erkennen. Darüber hinaus wurde in den letzten Monaten des Experimentes erfolgreich ein neu entwickelter Vertex-Detektor eingesetzt, um Ereignisse mit geladenem  $K_S$ -Zerfall selektiv anzureichern. Für die Reaktionen (1) bis (3) steht daher eine hinreichend große Ereignisstatistik zur Verfügung. Anhand der Pionspuren kann der Zerfallsvertex des  $K_S$ -Mesons genau rekonstruiert werden, was für den neutralen Zerfall nicht ohne weiters möglich war und eine geringe, scheinbare Herabsetzung der gemessenen  $K_S$ -Masse zur Folge hatte.

Die Reaktionen (3) und (4) sind vor allem deshalb interessant, weil nur geladene  $KK\pi$ -Resonanzen auftreten können. Die Existenz isovektorieller Zustände läßt sich so hervorragend überprüfen. Der Annihilationstyp (5) ist von allen geladenen Endzuständen dem in dieser Arbeit untersuchten Kanal bzw. der Reaktion (1) im Hinblick auf  $KK\pi$ -Resonanzen am ähnlichsten, weil zwar deren  $C$ -Parität nicht von vorne herein festgelegt ist, aber über die Interferenz der  $K^*$ -Bänder gemessen werden kann. Stammen die Kaonen aus einem  $\phi$ -Zerfall, besitzt die  $\phi\pi$ -Resonanz per se negative  $C$ -Parität. In geladenen Endzuständen mit einem neutralen Kaon läßt sich nur die  $G$ -Parität bestimmen.

Auch an einem Deuterium-Target wurde eine große Zahl von Daten genommen. Die Beschränkung auf den Isospin-Eigenzustand  $|I, I_3\rangle = |1, -1\rangle$  erleichtert die Analyse geladener Endzustände. Isovektorielle  $KK\pi$ -Zustände sollten hier angereichert sein. Für die Reaktionen  $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0 \pi^0$  und  $\bar{p}n \rightarrow K_L K^- \pi^0 \pi^0$  sind die Endzustände gut zu separieren. Sie eignen sich für eine nähere Untersuchung.

## A Isospin-Eigenzustände, $C$ - und $G$ -Parität

Bei der Proton-Antiproton-Annihilation in einen bestimmten Zerfallskanal stellt sich das Problem, inwieweit der gemessene Endzustand Rückschlüsse auf Isospin und  $C$ -Parität resonanter Zwischenzustände erlaubt. Im Fall des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}\pi\pi$  zeigt sich, daß der rein neutrale Endzustand  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$  a priori die restriktivsten Aussagen über die Quantenzahlen von Resonanzen liefert und die Zahl möglicher Anfangszustände, aber auch die der Zwischenzustände stark einschränkt. Bei Resonanzen, die in Meson und Antimeson zerfallen, lassen sich sogar Regeln für Spin und Parität angeben. Handelt es sich dagegen um neutrale, aber geladen zerfallende Zustände, ist häufig die Betrachtung der  $G$ -Parität hilfreich, die bei starken Wechselwirkungen ebenfalls eine Erhaltungsgröße darstellt. Isospin und  $C$ -Parität an sich bleiben in diesem Fall unbestimmt.

Bevor nun mit der Konstruktion von Zerfallsamplituden von Resonanzen, die in Kaonen und Pionen zerfallen, begonnen wird, bedarf es noch eines Ausfluges in die Besonderheiten der  $SU(2)$ -Transformationen. Diese spielen beim Aufstellen von Antiquark-Wellenfunktionen eine Rolle, welche wiederum zur Konstruktion von Mesonen und deren Eigenzustände zum Isospin und zur  $C$ -Parität benötigt werden.

### Quarks und Antiquarks in $SU(2)$

Die drei schweren Quarks  $c$ ,  $b$  und  $t$  stellen eigene Flavour-Zustände dar, die nicht mischen, weil ihre Massen sehr unterschiedlich sind. Dies gilt näherungsweise auch für das  $s$ -Quark. Die jedem Flavour eines schweren Quarks zugeordnete Quantenzahl bleibt bei der starken Wechselwirkung erhalten. Dem gegenüber können die gleich schweren  $u$ - und  $d$ -Quarks als zwei Einstellungen eines leichten Quarkzustandes  $|q\rangle$  angesehen werden (siehe Kapitel 3.2).  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  bilden die Basisvektoren eines 2-dimensionalen komplexwertigen Vektorraums. Physikalisch bedeutet dies, daß den  $u$ - und  $d$ -Quarks der Isospin  $I = \frac{1}{2}$  mit den Einstellungen  $\pm \frac{1}{2}$  für die  $z$ -Komponente  $I_z$  zugeordnet wird:

$$\begin{aligned} |u\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |\tfrac{1}{2}; +\tfrac{1}{2}\rangle \\ |d\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |\tfrac{1}{2}; -\tfrac{1}{2}\rangle. \end{aligned} \tag{63}$$

Ein beliebiger Mischungszustand in diesem 2-dimensionalen Raum ist durch

$$|q\rangle = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \tag{64}$$

gegeben. Durch unitäre Transformationen können verschiedene Quarkzustände, die die Flavours  $u$  und  $d$  enthalten, ineinander überführt werden:

$$|q'\rangle = U|q\rangle.$$

Die Matrizen  $U$  mit  $\det U = 1$  bilden die Gruppe der unitären, unimodularen Transformationen in zwei Dimensionen, abgekürzt  $SU(2)$ . Jedes Element von  $SU(2)$  läßt sich in die Form

$$U(\vartheta, \vec{n}) = e^{-i\vartheta \vec{n} \vec{\sigma}/2} = \cos \frac{\vartheta}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - i \sin \frac{\vartheta}{2} \vec{n} \vec{\sigma} \quad (65)$$

bringen. Dabei sind  $\vec{\sigma}$  die spurlosen, hermiteschen Paulimatrizen,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$\vec{n}$  ist der Richtungsvektor in einem zum  $R^3$  isomorphen, abstrakten Vektorraum, dem Isoraum, und  $\vartheta$  ist der Drehwinkel um diese Richtung.

Von großer Bedeutung ist die Drehung um die y-Achse des Isoraums. Wegen  $n_y = 1$  und  $n_{x,z} = 0$  folgt aus (65)

$$U = \begin{pmatrix} \cos \vartheta/2 & -\sin \vartheta/2 \\ \sin \vartheta/2 & \cos \vartheta/2 \end{pmatrix}, \quad (66)$$

also

$$\begin{aligned} u' &= u \cos \vartheta/2 - d \sin \vartheta/2 \\ d' &= u \sin \vartheta/2 + d \cos \vartheta/2. \end{aligned} \quad (67)$$

Damit diese Transformationen ihre Gültigkeit auch im Raum der Antiquarks beibehalten, müssen  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  durch geeignete Zustandsvektoren der Antiquarks ersetzt werden. Da die Gell-Mann-Nishijima-Relation (2) generell für alle leichten Quarks gilt, haben die Antiquarks  $\bar{u}$  und  $\bar{d}$  die Isospineinstellungen  $I_z = -\frac{1}{2}$  bzw.  $I_z = +\frac{1}{2}$ . Die Zuordnung  $|\bar{u}\rangle = |\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\rangle$  und  $|\bar{d}\rangle = |\frac{1}{2}; +\frac{1}{2}\rangle$  führt aber zu Widersprüchen, weil Isotransformationen und die Teilchen-Antiteilchen-Konjugation  $\hat{C}$  nicht unabhängig voneinander sind. Mit der speziellen Phasenwahl

$$\begin{aligned} \hat{C}|u\rangle &= +|\bar{u}\rangle \\ \hat{C}|d\rangle &= +|\bar{d}\rangle \end{aligned} \quad (68)$$

folgt bei Anwendung des  $\hat{C}$ -Operators auf (67), daß die Transformation  $U$  für Antiquarks

$$|\bar{q}'\rangle = U|\bar{q}\rangle$$

nur dann der Beziehung (66) genügt, wenn gilt:

$$\begin{aligned} +|\bar{d}\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = +|\frac{1}{2}; +\frac{1}{2}\rangle \\ -|\bar{u}\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = +|\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\rangle. \end{aligned} \quad (69)$$



Das Isoduplett im Raum der Antiquarks wird also durch

$$|\bar{q}\rangle = \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix} \quad (70)$$

dargestellt.

### Die Wirkung von $\hat{C}$ und $\hat{G}$ auf die leichten Quarks und Mesonen

Die im vorherigen Abschnitt getroffene Wahl der Phase für ladungskonjugierte  $u$ - und  $d$ -Quarks wird nun auch für das  $s$ -Quark übernommen. Das  $s$ -Quark selbst besitzt keinen Isospin ( $I=0$ ). Eingeführt sei an dieser Stelle auch der für spätere Überlegungen wichtige  $\hat{G}$ -Operator. Er ist definiert als Rotation im Isoraum um die  $y$ -Achse um  $180^\circ$  und anschließender Ladungskonjugation. Mit den Isospinoperatoren

$$\hat{I}_i = \frac{\sigma_i}{2}$$

schreibt er sich

$$\hat{G} = \hat{C}e^{-i\pi\hat{I}_y},$$

wobei mit  $\vartheta=\pi$  für die Rotation wegen (66)

$$e^{-i\pi\hat{I}_y} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

gilt.

Die Wirkung des  $\hat{G}$ -Operators auf alle drei leichten Quarks ist nun festgelegt<sup>52</sup>:

$\hat{C}u = +\bar{u}$	$e^{-i\pi\hat{I}_y}u = +d$	$\hat{G}u = +\bar{d}$
$\hat{C}\bar{u} = +u$	$e^{-i\pi\hat{I}_y}\bar{u} = +\bar{d}$	$\hat{G}\bar{u} = +d$
$\hat{C}d = +\bar{d}$	$e^{-i\pi\hat{I}_y}d = -u$	$\hat{G}d = -\bar{u}$
$\hat{C}\bar{d} = +d$	$e^{-i\pi\hat{I}_y}\bar{d} = -\bar{u}$	$\hat{G}\bar{d} = -u$
$\hat{C}s = +\bar{s}$	$e^{-i\pi\hat{I}_y}s = +s$	$\hat{G}s = +\bar{s}$
$\hat{C}\bar{s} = +s$	$e^{-i\pi\hat{I}_y}\bar{s} = +\bar{s}$	$\hat{G}\bar{s} = +s$

Die Flavourwellenfunktionen der Pseudoskalare müssen bezüglich der Stellung von Quarks und Antiquarks symmetrisiert, die der Vektormesonen antisymmetrisiert werden.

<sup>52</sup> Im Folgenden wird der besseren Lesbarkeit halber von der Diracschen *bra* und *ket* Schreibweise für die Zustandsvektoren abgesehen. So ist etwa  $u$  als  $|u\rangle$  zu verstehen.

Die Mitglieder der Isotriplets und -dupletts der beiden Nonetts schreiben sich wegen (63) und (69) dann:

$$\begin{aligned}
 \pi^+ &= + (u\bar{d} + \bar{d}u) / \sqrt{2} \\
 \pi^0 &= + [(d\bar{d} - u\bar{u}) + (\bar{d}d - \bar{u}u)] / 2 \\
 \pi^- &= - (d\bar{u} + \bar{u}d) / \sqrt{2} \\
 \\ 
 K^+ &= + (u\bar{s} + \bar{s}u) / \sqrt{2} \\
 K^0 &= + (d\bar{s} + \bar{s}d) / \sqrt{2} \\
 \bar{K}^0 &= + (s\bar{d} + \bar{d}s) / \sqrt{2} \\
 K^- &= - (s\bar{u} + \bar{u}s) / \sqrt{2} \\
 \\ 
 \rho^+ &= + (u\bar{d} - \bar{d}u) / \sqrt{2} \\
 \rho^0 &= + [(d\bar{d} - u\bar{u}) - (\bar{d}d - \bar{u}u)] / 2 \\
 \rho^- &= - (d\bar{u} - \bar{u}d) / \sqrt{2} \\
 \\ 
 K^{*+} &= + (u\bar{s} - \bar{s}u) / \sqrt{2} \\
 K^{*0} &= + (d\bar{s} - \bar{s}d) / \sqrt{2} \\
 \bar{K}^{*0} &= + (s\bar{d} - \bar{d}s) / \sqrt{2} \\
 K^{*-} &= - (s\bar{u} - \bar{u}s) / \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Anhand der Flavourwellenfunktionen läßt sich herleiten, was bei Anwendung der  $\hat{C}$ - und  $\hat{G}$ -Operatoren auf Pseudoskalare und Vektormesonen geschieht. Die unten stehende Tabelle faßt das Ergebnis zusammen. Lediglich die  $\pi^0$ - und  $\rho^0$ -Mesonen sind zugleich Eigenzustände zur  $G$ -Parität, deren neutrale Versionen zusätzlich noch zur  $C$ -Parität. Alle seltsamen Mesonen stellen sich erst bei einer zweifachen Anwendung von  $\hat{G}$  als Eigenzustände heraus, was einer Rotation im Isoraum um  $2\pi$  entspricht und mit  $\hat{G}^2$  symbolisiert wird. Die Zustandsvektoren werden dabei nicht in sich überführt, sondern ändern ihr Vorzeichen, analog zu einer Drehung um  $2\pi$  im Spinraum für Spin  $\frac{1}{2}$ -Teilchen.

Befindet sich ein System in einem Eigenzustand zur Ladungskonjugation und zum Isospin mit ganzzahligem Eigenwert, kann die  $G$ -Parität auch einfach aus den Eigenwerten  $C$  und  $I$  berechnet werden:

$$G = (-1)^I C . \quad (71)$$

Für alle isoskalaren Teilchen, die in der Tabelle nicht aufgeführt sind, gilt wegen  $I = 0$  trivialerweise  $G = C$ . Wie ein Blick auf deren Flavourwellenfunktionen zeigt, richtet sich die  $C$ -Parität der isoskalaren Zustände nach dem Nonett, dem sie angehören. Dies gilt natürlich auch für alle Mischzustände innerhalb eines Nonetts wie  $\eta$  oder  $\omega$ .

$\hat{C}\pi^+ = -\pi^-$	$\hat{G}\pi^+ = -\pi^+$	$\hat{G}^2\pi^+ = +\pi^+$
$\hat{C}\pi^0 = +\pi^0$	$\hat{G}\pi^0 = -\pi^0$	$\hat{G}^2\pi^0 = +\pi^0$
$\hat{C}\pi^- = -\pi^+$	$\hat{G}\pi^- = -\pi^-$	$\hat{G}^2\pi^- = +\pi^-$
$\hat{C}K^+ = -K^-$	$\hat{G}K^+ = +\bar{K}^0$	$\hat{G}^2K^+ = -K^+$
$\hat{C}K^0 = +\bar{K}^0$	$\hat{G}K^0 = +K^-$	$\hat{G}^2K^0 = -K^0$
$\hat{C}\bar{K}^0 = +K^0$	$\hat{G}\bar{K}^0 = -K^+$	$\hat{G}^2\bar{K}^0 = -\bar{K}^0$
$\hat{C}K^- = -K^+$	$\hat{G}K^- = -K^0$	$\hat{G}^2K^- = -K^-$
$\hat{C}\rho^+ = +\rho^-$	$\hat{G}\rho^+ = +\rho^+$	$\hat{G}^2\rho^+ = +\rho^+$
$\hat{C}\rho^0 = -\rho^0$	$\hat{G}\rho^0 = +\rho^0$	$\hat{G}^2\rho^0 = +\rho^0$
$\hat{C}\rho^- = +\rho^+$	$\hat{G}\rho^- = +\rho^-$	$\hat{G}^2\rho^- = +\rho^-$
$\hat{C}K^{*+} = +K^{*-}$	$\hat{G}K^{*+} = -\bar{K}^{*0}$	$\hat{G}^2K^{*+} = -K^{*+}$
$\hat{C}K^{*0} = -\bar{K}^{*0}$	$\hat{G}K^{*0} = -K^{*-}$	$\hat{G}^2K^{*0} = -K^{*0}$
$\hat{C}\bar{K}^{*0} = -K^{*0}$	$\hat{G}\bar{K}^{*0} = +K^{*+}$	$\hat{G}^2\bar{K}^{*0} = -\bar{K}^{*0}$
$\hat{C}K^{*-} = +K^{*+}$	$\hat{G}K^{*-} = +K^{*0}$	$\hat{G}^2K^{*-} = -K^{*-}$

### Eigenzustände und Zerfallsamplituden von Resonanzen

Will man die Operatoren  $\hat{C}$  und  $\hat{G}$  auf höhere  $q\bar{q}$ -Zustände anwenden, ist für das Resultat nur die  $C$ -Parität des Nonetts ausschlaggebend, dem sie zugeordnet werden: bei positiver  $C$ -Parität gelten die gleichen Regeln wie für Pionen und Kaonen, bei negativer dagegen die der  $\rho$ - und  $K^*$ -Mesonen. Alle  $K$ -Resonanzen, das sind solche mit offener Seltsamkeit, tragen als Mitglieder eines Isodupletts halbzahligen Isospin. Die jeweiligen  $z$ -Komponenten ergeben sich analog zu den Kaonen und  $K^*$ -Mesonen in Tabelle 3.

Hier soll es allerdings nicht bloß darum gehen, eine möglichst vollständige Liste für das Verhalten der Wellenfunktionen bekannter Mesonen aufzustellen. Das eigentliche Interesse richtet sich vielmehr auf die Frage, inwieweit die Quantenzahlen unbekannter Resonanzen bestimmbar sind, ob diese nun in das Mesonenschema eingeordnet werden können oder nicht. Je nach gemessenem Endzustand und rekonstruierter Zerfallskaskade sind dabei verschieden genaue Aussagen über Quantenzahlen wie Isospin, Parität oder  $C$ -Parität der Resonanzen möglich.

Dazu ist es nötig die Eigenfunktionen zu Isospin und  $C$ -Parität zu konstruieren, die dann gleichzeitig als Zerfallsamplituden der betrachteten Zustände angesehen werden können insofern, als sie das erwartete Verhältnis von z.B. neutralem zu geladenem Zerfall angeben. Der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}\pi\pi$  gemäß sollen nun der Isospin und – soweit vorhanden – die  $C$ -Parität von  $(KK)$ -,  $(K\pi)$ -,  $(\pi\pi)$ -,  $(KK\pi)$ - und  $(K\pi\pi)$ -Resonanzen untersucht werden. Prinzipiell können Eigenzustände zur Ladungskonjugation von  $K$ -

Resonanzen nur aus Superpositionen der ungeladenen und geladenen Wellenfunktionen gewonnen werden.

Die Wellenfunktionen der neutralen Kaonen werden mit den in Kapitel 3.3 eingeführten beobachtbaren  $K_L$ - und  $K_S$ -Mesonen identifiziert:

$$\begin{aligned} K^0 &= \sqrt{\frac{1}{2}}(K_L + K_S) \\ \bar{K}^0 &= \sqrt{\frac{1}{2}}(K_L - K_S). \end{aligned} \quad (72)$$

Diese Beziehungen gelten bei  $CP$ -Invarianz, die näherungsweise erfüllt ist.  $K_L$  und  $K_S$  sind dann auch Eigenzustände zur Ladungskonjugation, nicht aber zu den Operatoren  $\hat{G}$  und  $\hat{G}^2$ . Man beachte, daß das  $K_S$  die exotischen Quantenzahlen  $J^{PC} = 0^{--}$  besitzt:

$\hat{C}K_S = -K_S$	$\hat{G}K_S = K^- + K^+$	$\hat{G}^2K_S = -K_L$
$\hat{C}K_L = +K_L$	$\hat{G}K_L = K^- - K^+$	$\hat{G}^2K_L = -K_S$

Zur richtigen Beschreibung der Annihilation und der Zerfallswege ist nun noch die Tatsache bedeutsam, daß das Protonium zwar einen definierten  $J^{PC}$ -Eigenzustand einnimmt, die Eigenfunktionen des Isospins sich jedoch kohärent überlagern. Das Verhältnis der Beiträge von  $I = 0$  und  $I = 1$  und der Mischungswinkel ist von der betrachteten Reaktion abhängig und also a priori nicht festgelegt [86][87].

### Der Zerfall $X \rightarrow \pi\pi$

Zwei Pionen können im Prinzip zu den Isospinwerten 0, 1 oder 2 koppeln. Ein  $\pi\pi$ -System mit  $I = 2$  findet allerdings im Quarkmodell der Mesonen keinen Platz. Die hier angegebenen Zerfallsamplituden beziehen sich auf das neutrale Dipion ( $I_z = 0$ ), das einen Eigenzustand zur  $C$ - bzw.  $G$ -Parität darstellt:

$C$	$I$	$G$	<i>Wellenfunktion</i>
+1	0	+1	$+\sqrt{\frac{1}{3}}\pi^+\pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^0\pi^0 + \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^-\pi^+$
-1	1	+1	$+\sqrt{\frac{1}{2}}\pi^+\pi^- - \sqrt{\frac{1}{2}}\pi^-\pi^+$

Die angegebenen  $C$ -Eigenwerte ergeben sich aus dem Symmetrieverhalten der Amplituden bei Anwendung des  $\hat{C}$ -Operators.

Bei den hier beschriebenen neutralen  $\pi\pi$ -Systemen handelt es sich um Meson-Antimeson-Paare, für welche die Paritäten  $P$ - und  $C$  mit dem relativen Bahndrehimpuls  $L$  und dem Gesamtspin  $S$  des Paares zusammenhängen (vgl. Kapitel 3.3):

$$\begin{aligned} P &= (-1)^L \\ C &= P(-1)^S = (-1)^{L+S} \end{aligned} \quad (73)$$

Da Pionen keinen Spin besitzen, werden Parität und  $C$ -Parität des Dipions zur Identität. Darüber hinaus ist der Bahndrehimpuls des Paares stark eingeschränkt: bei negativer Parität muß er ungerade, bei positiver dagegen geradzahlig sein. So kommen als Quantenzahlen für den Zustand  $I^G = 1^-$  nur  $J^{PC} = 1^{--}$  und für  $I^G = 0^+$  nur  $0^{++}$  oder  $2^{++}$  in Frage. Das ist auch der Grund, warum  $a$ - und  $b$ -Mesonen nicht in zwei Pionen zerfallen können.

Im geladenen Endzustand muß zur Feststellung des Isospins geprüft werden, ob sich bei Vertauschung von  $\pi^+$  und  $\pi^-$  positive oder negative Interferenz ergibt. Der Zustand mit  $I^G = 1^-$  und  $J^{PC} = 1^{--}$ , der den  $\rho$ -Mesonen zugeordnet wird, kann offensichtlich nur geladen zerfallen. Zwei detektierte neutrale Pionen, die aus einer Resonanz hervorgehen, sind daher ein sicherer Hinweis auf ein isoskalares Dipion mit  $P=C=+1$ .

Im Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  kann also nur das isoskalare Meson  $f_0(1300)$  mit  $J^{PC} = 0^{++}$  produziert werden. Es wird in der vorliegenden Untersuchung mit einer geeigneten Parametrisierung der  $\pi\pi$ -Streuung in der S-Welle beschrieben und mit  $(\pi\pi)_S$  symbolisiert<sup>53</sup>. Diese Resonanz zerfällt offenbar zu 2/3 geladen und zu 1/3 neutral.

### Der Zerfall $X \rightarrow K\bar{K}$

Der Zerfall des  $K\bar{K}$ -Systems und der anschließend schwache Übergang der Kaonen wird ausführlicher in Kapitel 3.3 behandelt. Hier seien noch einmal die Eigenzustände zum Isospin und zur  $C$ - und  $G$ -Parität angegeben.

$C$	$I$	$G$	Wellenfunktion
+1	0	+1	$\frac{1}{2} (K^+ K^- - K_L K_L + K^- K^+ + K_S K_S)$
+1	1	-1	$\frac{1}{2} (K^+ K^- + K_L K_L + K^- K^+ - K_S K_S)$
-1	0	-1	$\frac{1}{2} (K^+ K^- - K_S K_L - K^- K^+ + K_L K_S)$
-1	1	+1	$\frac{1}{2} (K^+ K^- + K_S K_L - K^- K^+ - K_L K_S)$

Für die spinlosen Kaonen gelten die selben Beziehungen zwischen Parität,  $C$ -Parität, Gesamtspin und Bahndrehimpuls wie für die Pionen (Gl. 73). Deshalb können nur Zustände in  $K\bar{K}$  zerfallen, bei denen  $P$  und  $C$  gleich sind. Der Zerfall in  $K_L K_S$  schränkt die Möglichkeiten weiter dramatisch ein: lediglich die beiden Zustände  $I^G = 0^-$  und  $1^+$  mit jeweils  $J^{PC} = 1^{--}$  kommen für diesen Zerfall in Betracht. Das ist bei den Vektormesonen aufgrund seiner gerade ausreichenden Masse das  $\phi(1020)$ , bei den radial angeregten Vektormesonen (in Abb. 3.2 mit  $1_{R_1}^-$  bezeichnet) im Prinzip das isovektorielle  $\rho(1450)^0$  und die beiden isoskalaren Zustände  $\phi(1680)$  und  $\omega(1420)$ .

Man geht nun aber davon aus, daß ein Zerfall in Teilchen mit offener Seltsamkeit bevorzugt oder sogar ausschließlich nur von Zuständen bewerkstelligt werden kann, deren

<sup>53</sup> In der Literatur findet sich gelegentlich auch die Bezeichnung  $\sigma$ .

Quarkwellenfunktionen bereits Anteile von  $s\bar{s}$  enthalten (verborgene Seltsamkeit). Da die radial angeregten Vektormesonen wahrscheinlich ebenso wie die Vektormesonen *ideal gemischt* sind (siehe Kapitel 3.2), kann hier nur vom  $\phi(1680)$  als vermutlich reinen  $s\bar{s}$ -Zustand ein Zerfall in  $K_L K_S$  erwartet werden. Das  $\omega(1420)$  mit dem Flavourinhalt  $(|d\bar{d}\rangle + |u\bar{u}\rangle)/\sqrt{2}$  scheidet dann als Kandidat ebenso aus wie das  $\rho(1450)^0$  mit  $(|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle)/\sqrt{2}$ .

### Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow (K\bar{K})(\pi\pi)$

Beschränkt man sich bei Betrachtung des Annihilationstyps  $\bar{p}p \rightarrow (K\bar{K})(\pi\pi)$  auf neutrale Endzustände mit negativer  $C$ -Parität, können nach den Ausführungen der beiden letzten Abschnitte nur zwei Reaktionen eine Rolle spielen:

$$\begin{aligned}\bar{p}p &\rightarrow \phi(1020) (\pi\pi)_S \\ \bar{p}p &\rightarrow \phi(1680) (\pi\pi)_S\end{aligned}$$

Da das  $f_0$  (bzw. die  $(\pi\pi)_S$ -Welle) und die  $\phi$ -Mesonen isoskalar sind, kann zu beiden Reaktionen nur die Isospinkomponente  $I=0$  des Protoniums beitragen.

Der Phasenraum bei Annihilationen in Ruhe ist für die Produktion des  $\phi(1680)$  etwas knapp, bei einer vermuteten Breite dieses Mesons von 150 MeV ist sie allerdings auch nicht ausgeschlossen. Ein Nachweis der letzt genannten Reaktion wäre ein aufregendes Indiz für die Existenz der noch wenig erforschten radialen Anregung des  $\phi$ -Mesons.

### Der Zerfall $X \rightarrow K\pi$

Wie schon erwähnt, stellen  $K^*$ -Mesonen und alle weiteren resonanten Zustände im  $K\pi$ - bzw.  $\bar{K}\pi$ -System keinen Eigenzustand zur  $C$ - oder  $G$ -Parität dar, denn die Seltsamkeitszahl  $S$  dieser Systeme ist ungleich Null. Sehr wohl können aber die Eigenzustände zum Isospin angegeben werden. Aus Gründen der Vollständigkeit seien sowohl geladene als auch neutrale Resonanzen berücksichtigt. Jede dieser Resonanzen kann über zwei Wege zerfallen. Deren Beitrag und relative Phase wird von den Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Kopplung von Isospin  $\frac{1}{2}$  und Isospin 1 zum Gesamtisospin  $I = \frac{1}{2}$  festgelegt<sup>54</sup>. Die  $z$ -Komponente  $I_z$  des Gesamtisospins kann dabei  $+\frac{1}{2}$  oder  $-\frac{1}{2}$  sein:

$$\begin{aligned}|I; I_z\rangle &= |\tfrac{1}{2}; +\tfrac{1}{2}\rangle = +\sqrt{\tfrac{2}{3}} |\tfrac{1}{2}; -\tfrac{1}{2}\rangle |1; +1\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}} |\tfrac{1}{2}; +\tfrac{1}{2}\rangle |1; 0\rangle \\ |I; I_z\rangle &= |\tfrac{1}{2}; -\tfrac{1}{2}\rangle = -\sqrt{\tfrac{2}{3}} |\tfrac{1}{2}; +\tfrac{1}{2}\rangle |1; -1\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}} |\tfrac{1}{2}; -\tfrac{1}{2}\rangle |1; 0\rangle\end{aligned}$$

Eine relative Phase von Null (gleiches Vorzeichen beider Terme) bedeutet konstruktive Interferenz der Zerfallswege, eine Phase von  $180^\circ$  (ungleiches Vorzeichen) dagegen negative Interferenz. Die Zuordnung der Zustände zu Mesonen erfolgt gemäß Tabelle 3. Hier seien

<sup>54</sup> Die im Prinzip mögliche Kopplung zu  $I = \frac{3}{2}$  ist als Meson nicht realisiert.

die  $K^*$ -Mesonen stellvertretend für alle  $(K\pi)$ -Resonanzen (wie etwa den  $K_0^*$ -Mesonen bzw. der  $K\pi$ -Streuung in der S-Welle,  $(K\pi)_S$ ) betrachtet. Für deren Zerfall in geladene und neutrale Pionen und Kaonen bzw. in die beobachtbaren  $CP$ -Eigenzustände  $K_L$  und  $K_S$  ergeben sich nun folgende Amplituden:

$$K^{*+} = +\sqrt{\frac{1}{3}} K_L \pi^+ + \sqrt{\frac{1}{3}} K_S \pi^+ - \sqrt{\frac{1}{3}} K^+ \pi^0$$

$$\bar{K}^{*0} = +\sqrt{\frac{2}{3}} K^- \pi^+ - \sqrt{\frac{1}{6}} K_L \pi^0 + \sqrt{\frac{1}{6}} K_S \pi^0$$

$$K^{*-} = -\sqrt{\frac{1}{3}} K_L \pi^- + \sqrt{\frac{1}{3}} K_S \pi^- + \sqrt{\frac{1}{3}} K^- \pi^0$$

$$K^{*0} = -\sqrt{\frac{2}{3}} K^+ \pi^- + \sqrt{\frac{1}{6}} K_L \pi^0 + \sqrt{\frac{1}{6}} K_S \pi^0$$

Im neutralen Endzustand sind nur die Teilamplituden

$$K^{*0} \rightarrow +\sqrt{\frac{1}{6}} K_L \pi^0 + \sqrt{\frac{1}{6}} K_S \pi^0 \quad \text{bzw.} \quad \bar{K}^{*0} \rightarrow -\sqrt{\frac{1}{6}} K_L \pi^0 + \sqrt{\frac{1}{6}} K_S \pi^0$$

registrierbar.

### Der Zerfall $X \rightarrow (K\pi)\pi$

Auch für Zustände, die in  $K\pi\pi$  zerfallen, können keine Eigenfunktionen zur Ladungskonjugation aufgestellt werden, da sie, wie alle  $K$ -Resonanzen, offene Seltsamkeit tragen. Die beiden wichtigsten Vertreter dieser Art sind das dem  $1^{+-}$ -Nonett angehörige  $K_{1B}$  und das zum  $1^{++}$ -Nonett gehörende  $K_{1A}$ . Da sich diese beiden axialen Mesonen in den Quantenzahlen  $J^P$  gleichen – die  $C$ -Parität ist für Mitglieder eines Isodupletts ja nicht definiert – können sie mischen. Mit einem gemessenen Mischungswinkel von etwa  $45^\circ$  überlagern sich ihre Wellenfunktionen zu den in der Natur beobachtbaren Resonanzen  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$ :

$$\begin{aligned} K_1(1270) &\approx \sqrt{\frac{1}{2}} (K_{1A} - K_{1B}) \\ K_1(1400) &\approx \sqrt{\frac{1}{2}} (K_{1A} + K_{1B}) . \end{aligned} \tag{74}$$

Für die Zerfallsamplituden dieser Resonanzen in geladene und ungeladene Kanäle spielt der  $\hat{C}$ -Operator keine Rolle. Hierfür reicht allein die Kenntnis des Isospins.

Bei der Untersuchung von Zerfällen der Art  $X \rightarrow K\pi\pi$  sei abkürzend  $K_1$  anstelle der Mesonen  $K_1(1270)$  oder  $K_1(1400)$  geschrieben. Die angegebenen Zusammenhänge gelten dabei genauso für andere in  $K\pi\pi$  zerfallenden Resonanzen, wie etwa dem radial angeregten Vektormeson  $K^*(1410)$ , dem Tensorteilchen  $K_2^*(1430)$ , oder der radialen Anregung

$K(1460)$ . Wie im  $K\pi$ -System koppeln auch hier die Isospins  $\frac{1}{2}$  und 1 zu  $I = \frac{1}{2}$ , und man erhält für den Zerfall des neutralen Objekts:

$$\begin{aligned} K_1^{\circ} &= -\sqrt{\frac{2}{3}} K^{*+} \pi^{-} + \sqrt{\frac{1}{3}} K^{*\circ} \pi^{\circ} \\ &= -\frac{2}{3} (K^{\circ} \pi^{+}) \pi^{-} + \sqrt{\frac{2}{9}} (K^{+} \pi^{\circ}) \pi^{-} \\ &\quad - \sqrt{\frac{2}{9}} (K^{+} \pi^{-}) \pi^{\circ} + \frac{1}{3} (K^{\circ} \pi^{\circ}) \pi^{\circ} \end{aligned}$$

Für die anderen drei Ladungszustände gilt Entsprechendes. Im Prinzip könnten die  $K\pi\pi$ -Mesonen auch über einen resonanten  $K\pi$ -Zustand mit Isospin  $\frac{3}{2}$  zerfallen, was zu den gleichen Endzuständen mit allerdings wesentlich verschiedenen Koeffizienten führte. Ein solches Objekt ist aber mit dem Quarkmodell der Mesonen unvereinbar, weshalb derlei Zerfallswege unberücksichtigt bleiben müssen.

Im neutralen  $K^{\circ} \bar{K}^{\circ} \pi^{\circ} \pi^{\circ}$ -Endzustand sind schließlich nur die Teilamplituden

$$K_1^{\circ} \rightarrow +\sqrt{\frac{1}{18}} (K_L \pi^{\circ}) \pi^{\circ} + \sqrt{\frac{1}{18}} (K_S \pi^{\circ}) \pi^{\circ}$$

bzw.

$$\bar{K}_1^{\circ} \rightarrow +\sqrt{\frac{1}{18}} (K_L \pi^{\circ}) \pi^{\circ} - \sqrt{\frac{1}{18}} (K_S \pi^{\circ}) \pi^{\circ}$$

meßbar.

### Der Zerfall $X \rightarrow K(\pi\pi)$

$(K\pi\pi)$ -Resonanzen können auch über resonante  $\pi\pi$ -Zustände zerfallen. Hier gibt es je nach deren Isospin zwei unterschiedliche Möglichkeiten:

$$\begin{aligned} K_1^{\circ} &= K^{\circ} f_0 \\ &= +\sqrt{\frac{1}{3}} K^{\circ} (\pi^{+} \pi^{-}) - \sqrt{\frac{1}{3}} K^{\circ} (\pi^{\circ} \pi^{\circ}) + \sqrt{\frac{1}{3}} K^{\circ} (\pi^{-} \pi^{+}) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} K_1^{\circ} &= +\sqrt{\frac{1}{3}} K^{\circ} \rho^{\circ} - \sqrt{\frac{2}{3}} K^{+} \rho^{-} \\ &= +\sqrt{\frac{1}{6}} K^{\circ} (\pi^{+} \pi^{-}) - \sqrt{\frac{1}{6}} K^{\circ} (\pi^{-} \pi^{+}) \\ &\quad - \sqrt{\frac{2}{6}} K^{+} (\pi^{\circ} \pi^{-}) + \sqrt{\frac{2}{6}} K^{+} (\pi^{-} \pi^{\circ}) \end{aligned}$$



Die anderen drei Ladungszustände ergeben sich analog. Wie beim Zerfall  $X \rightarrow \pi\pi$  bereits erläutert, ist im Kanal mit neutralen Teilchen im Endzustand der Zerfallsweg über die  $\rho$ -Mesonen (Isospin 1) versperrt. So müssen lediglich die Teilamplituden

$$K_1^0 \rightarrow -\sqrt{\frac{1}{6}} K_L(\pi^0\pi^0) - \sqrt{\frac{1}{6}} K_S(\pi^0\pi^0)$$

bzw.

$$\bar{K}_1^0 \rightarrow -\sqrt{\frac{1}{6}} K_L(\pi^0\pi^0) + \sqrt{\frac{1}{6}} K_S(\pi^0\pi^0)$$

berücksichtigt werden.

**Die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow K(\bar{K}\pi\pi) + c.c.$**

Bei der Untersuchung dieses Reaktionstyps muß im Wesentlichen nur die Produktion der Mesonen  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  betrachtet werden:

$$\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}_1(1270) + c.c.$$

$$\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}_1(1400) + c.c.$$

Je nach Anfangszustand des Protoniums sind verschiedene  $I$ - und  $C$ -Eigenfunktionen zu konstruieren. Das Vorhaben, korrekte Amplituden für beide Reaktionen aufzustellen, ist nun von gewissen Schwierigkeiten begleitet. Zunächst sind nämlich nur Aussagen über die reinen Zustände  $K_{1A}$  und  $K_{1B}$  machbar. Deren Wellenfunktionen lassen sich dann aber mit Umformung von Gleichung (74) durch die beobachtbaren Resonanzen ersetzen.

Die Wellenfunktionen von  $K_{1A}$  und  $K_{1B}$  verhalten sich unter Ladungskonjugation ähnlich wie die der Kaonen bzw.  $K^*$ -Mesonen, entsprechend der  $C$ -Parität des jeweils zugeordneten Nonetts. Da das Protonium neutral ist, sind nur die *neutralen* Zustände  $(K\bar{K}_1)^0$  zu untersuchen<sup>55</sup>:

$$\hat{C}(K\bar{K}_{1A})^0 = +(\bar{K}K_{1A})^0$$

$$\hat{C}(K\bar{K}_{1B})^0 = -(\bar{K}K_{1B})^0.$$

Die Isospinfunktionen eines Protoniums, das sich in einem Eigenzustand zur Ladungskonjugation mit dem Eigenwert  $C$  befindet und nach obiger Reaktion annihilert, sind dann:

<sup>55</sup> Bei Antiproton-Neutron-Vernichtungen muß beachtet werden, daß sich die ladungskonjugierten Wellenfunktionen der negativ geladenen Zustände  $(K\bar{K}_1)^-$  hinsichtlich ihrer Vorzeichen genau umgekehrt verhalten. Eigenfunktionen zur Ladungskonjugation lassen sich hier nicht konstruieren.

$I$	Wellenfunktion
0	$\frac{1}{2} \left[ (K^+ K_{1A}^- - K^0 \bar{K}_{1A}^0) + C \cdot (K^- K_{1A}^+ - \bar{K}^0 K_{1A}^0) \right]$
1	$\frac{1}{2} \left[ (K^+ K_{1A}^- + K^0 \bar{K}_{1A}^0) + C \cdot (K^- K_{1A}^+ + \bar{K}^0 K_{1A}^0) \right]$
0	$\frac{1}{2} \left[ (K^+ K_{1B}^- - K^0 \bar{K}_{1B}^0) - C \cdot (K^- K_{1B}^+ - \bar{K}^0 K_{1B}^0) \right]$
1	$\frac{1}{2} \left[ (K^+ K_{1B}^- + K^0 \bar{K}_{1B}^0) - C \cdot (K^- K_{1B}^+ + \bar{K}^0 K_{1B}^0) \right]$

Da beide Isospinkomponenten des Protoniums mischen, kann über deren Beiträge von vorne herein nichts ausgesagt werden. Nur eine Messung der Interferenz der geladenen und neutralen Teilamplituden könnte hierüber Aufschluß geben. Im rein neutralen Zerfallskanal ist dies nicht möglich. Die Unbestimmtheit des Isospins im Anfangszustand führt jedoch nicht zu einer Unkenntnis des Isospins der  $(K\pi\pi)$ -Resonanzen, wie das bei Zwischenzuständen ohne Seltsamkeit der Fall sein kann (siehe etwa die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow (K\bar{K}\pi)\pi$ ). Denn der Isospin aller  $(K\pi\pi)$ -Resonanzen kann nur  $I = \frac{1}{2}$  sein.

#### Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow (K\pi)(\bar{K}\pi)$

Die beiden wichtigsten  $(K\pi)$ -Resonanzen sind das Vektormeson  $K^*$  und das zum  $0^{++}$ -Nonett gehörende skalare  $K_0^*(1430)$ , welches hier als  $K\pi$ -Streuung in der S-Welle beschrieben und als  $(K\pi)_S$  bezeichnet wird. Für die zusammengesetzten ungeladenen  $(K\pi)(\bar{K}\pi)$ -Systeme gelten nun die einfach zu verifizierenden Regeln:

$$\begin{aligned} \hat{C}(K^* \bar{K}^*)^0 &= +(\bar{K}^* K^*)^0 \\ \hat{C}(K^* \bar{K}_0^*)^0 &= -(\bar{K}^* K_0^*)^0 \\ \hat{C}(K_0^* \bar{K}_0^*)^0 &= +(\bar{K}_0^* K_0^*)^0. \end{aligned}$$

Für feste  $C$ -Paritäten lauten die Isospinwellenfunktionen:

$I$	Wellenfunktion
0	$\frac{1}{2} \left[ (K^{*+} K^{*-} - K^{*0} \bar{K}^{*0}) + C \cdot (K^{*-} K^{*+} - \bar{K}^{*0} K^{*0}) \right]$
1	$\frac{1}{2} \left[ (K^{*+} K^{*-} + K^{*0} \bar{K}^{*0}) + C \cdot (K^{*-} K^{*+} + \bar{K}^{*0} K^{*0}) \right]$
0	$\frac{1}{2} \left[ (K^{*+} K_0^{*-} - K^{*0} \bar{K}_0^{*0}) - C \cdot (K_0^{*0} K_0^{*+} - \bar{K}_0^{*0} K_0^{*0}) \right]$
1	$\frac{1}{2} \left[ (K^{*+} K_0^{*-} + K^{*0} \bar{K}_0^{*0}) - C \cdot (K_0^{*0} K_0^{*+} + \bar{K}_0^{*0} K_0^{*0}) \right]$
0	$\frac{1}{2} \left[ (K_0^{*+} K_0^{*-} - K_0^{*0} \bar{K}_0^{*0}) + C \cdot (K_0^{*-} K_0^{*+} - \bar{K}_0^{*0} K_0^{*0}) \right]$
1	$\frac{1}{2} \left[ (K_0^{*+} K_0^{*-} + K_0^{*0} \bar{K}_0^{*0}) + C \cdot (K_0^{*-} K_0^{*+} + \bar{K}_0^{*0} K_0^{*0}) \right]$

Auch hier überlagern sich wieder die beiden Isospinwellenfunktionen im Anfangszustand, und für keine der drei genannten Reaktionen kann die Mischung vorhergesagt werden. Für die Systeme  $K^*\bar{K}^*$  und  $K_0^*\bar{K}_0^*$  ist schließlich noch zu beachten, daß es sich hierbei um Meson-Antimeson-Paare handelt. Die Bose-Einstein-Statistik macht Parität und C-Parität über Spin und Drehimpuls des Paares gemäß den Gleichungen (73) voneinander abhängig. So zeigt sich, daß  $K^*\bar{K}^*$  aus allen S- und P-Anfangszuständen produziert werden kann,  $K_0^*\bar{K}_0^*$  hingegen nur aus den Zuständen  $1^{--}$ ,  $0^{++}$  und  $2^{++}$ .

### Der Zerfall $X \rightarrow (K\pi)\bar{K} + c.c.$

Bei der Untersuchung des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}\pi\pi$  zählen  $(K\pi)\bar{K}$  bzw.  $(\bar{K}\pi)K$ -Resonanzen zu den interessantesten Objekten; über sie ist nur wenig bekannt, und die Existenz neuer Zustände wird nicht ausgeschlossen. Aussagen über deren Isospin sind a priori nicht möglich, weil zwei Isospin  $\frac{1}{2}$ -Teilchen zu  $I=0$  und  $I=1$  koppeln können.

Zur Konstruktion von Eigenfunktionen zur Ladungskonjugation muß unterschieden werden, in welche  $(K\pi)$ -Resonanz –  $K^*$  oder  $K_0^*$  – ein hypothetischer  $(K\pi)K$ -Zustand zerfällt, da der  $\hat{C}$ -Operator auf das zusammengesetzte System entsprechend anders wirkt. Für neutrale Zustände gilt:

$$\begin{aligned}\hat{C}(K^*\bar{K})^0 &= -(\bar{K}^*K)^0 \\ \hat{C}(K_0^*\bar{K})^0 &= +(\bar{K}_0^*K)^0.\end{aligned}$$

Bei geladenen Zuständen bekommt man dagegen:

$$\begin{aligned}\hat{C}(K^*\bar{K})^\pm &= +(\bar{K}^*K)^\mp \\ \hat{C}(K_0^*\bar{K})^\pm &= -(\bar{K}_0^*K)^\mp.\end{aligned}$$

Unter Beschränkung auf neutrale  $(K\pi)K$ -Resonanzen ( $I_z = 0$ ) schreiben sich die Eigenzustände:

$C$	$I$	$G$	Wellenfunktion
+1	0	+1	$\frac{1}{2} [(K^{*+}K^- - K^{*0}\bar{K}^0) - (K^{*-}K^+ - \bar{K}^{*0}K^0)]$
+1	1	-1	$\frac{1}{2} [(K^{*+}K^- + K^{*0}\bar{K}^0) - (K^{*-}K^+ + \bar{K}^{*0}K^0)]$
-1	0	-1	$\frac{1}{2} [(K^{*+}K^- - K^{*0}\bar{K}^0) + (K^{*-}K^+ - \bar{K}^{*0}K^0)]$
-1	1	+1	$\frac{1}{2} [(K^{*+}K^- + K^{*0}\bar{K}^0) + (K^{*-}K^+ + \bar{K}^{*0}K^0)]$
+1	0	+1	$\frac{1}{2} [(K_0^{*+}K^- - K_0^{*0}\bar{K}^0) + (K_0^{*-}K^+ - \bar{K}_0^{*0}K^0)]$
+1	1	-1	$\frac{1}{2} [(K_0^{*+}K^- + K_0^{*0}\bar{K}^0) + (K_0^{*-}K^+ + \bar{K}_0^{*0}K^0)]$
-1	0	-1	$\frac{1}{2} [(K_0^{*+}K^- - K_0^{*0}\bar{K}^0) - (K_0^{*-}K^+ - \bar{K}_0^{*0}K^0)]$
-1	1	+1	$\frac{1}{2} [(K_0^{*+}K^- + K_0^{*0}\bar{K}^0) - (K_0^{*-}K^+ + \bar{K}_0^{*0}K^0)]$

Es lohnt sich, die Wellenfunktionen der Endzustände explizit auszurechnen. Sie können für alle neutralen  $(K\pi)K$ -Zustände mit Hilfe der Eigenwerte  $C$  und  $G$  zu einer Funktion zusammengefaßt werden:

$$\begin{aligned}
(K^* \bar{K})^0 + c.c. = & + \{ (K_L \pi^+) K^- + G \cdot (K^- \pi^+) K_L \} / \sqrt{12} \\
& + C \cdot \{ (K_L \pi^-) K^+ + G \cdot (K^+ \pi^-) K_L \} / \sqrt{12} \\
& + \{ (K_S \pi^+) K^- + G \cdot (K^- \pi^+) K_S \} / \sqrt{12} \\
& - C \cdot \{ (K_S \pi^-) K^+ + G \cdot (K^+ \pi^-) K_S \} / \sqrt{12} \\
& - \{ (K^+ \pi^0) K^- + C \cdot (K^- \pi^0) K^+ \} / \sqrt{12} \\
& + \frac{1}{2} G \cdot (C - 1) \cdot \{ (K_L \pi^0) K_S - (K_S \pi^0) K_L \} / \sqrt{12} \\
& - \frac{1}{2} G \cdot (C + 1) \cdot \{ (K_L \pi^0) K_L \} / \sqrt{12} \\
& + \frac{1}{2} G \cdot (C + 1) \cdot \{ (K_S \pi^0) K_S \} / \sqrt{12}
\end{aligned}$$

Die meßbaren Endzustände sind in geschweiften Klammern gruppiert. Neutrale Zerfälle filtern offensichtlich Eigenzustände zur  $C$ -Parität aus. Zerfälle in  $K_L K_L \pi^0$  und  $K_S K_S \pi^0$  sind nur für  $C = +1$  möglich, der Zerfall in  $K_L K_S \pi^0$  hingegen nur für  $C = -1$ ; hier verhält sich die Amplitude antisymmetrisch bei Kaonenaustausch. Vorzeichenumkehr der  $G$ -Parität, bzw. ein Wechsel des Isospins entspricht einer Multiplikation der neutralen Amplituden mit  $-1$ , was sich auf die Messung nicht auswirkt (in der Wahl eines globalen Phasenfaktors ist man immer frei).

Im geladenen  $K^+ K^- \pi^0$ -Endzustand steht die  $C$ -Parität zwar nicht von vorne herein fest, kann aber über die Messung der Interferenz der komplex konjugierten Teilamplituden bestimmt werden: konstruktive Interferenz läßt auf  $C = +1$  schließen, destruktive auf  $C = -1$ . Bei allen anderen geladenen Zerfällen (geladenes Pion, ein neutrales Kaon) kann nur die  $G$ -Parität gemessen werden, wobei die Art der Interferenz zwischen den Teilamplituden ihrem Vorzeichen entspricht. Hierzu ein Beispiel:

Betrachtet seien die beiden Endzustände  $K_S K^\pm \pi^\mp$ . Zwar bestimmt die  $C$ -Parität das relative Vorzeichen der den Endzuständen entsprechenden Terme innerhalb der Gesamtamplitude, da aber die Endzustände unterscheidbar sind und nicht interferieren können, ist die  $C$ -Parität nicht meßbar. Dagegen entscheidet in beiden Fällen die Interferenz zwischen den  $|K^* \bar{K}\rangle$ - und  $|\bar{K}^* K\rangle$ -Amplituden über das Vorzeichen der  $G$ -Parität. Stellt man etwa im Dalitzplot  $m^2(K_S \pi^+)$  vs.  $m^2(K^- \pi^+)$  bzw.  $m^2(K^+ \pi^-)$  vs.  $m^2(K_S \pi^-)$  eine Abschwächung im Bereich der Überlappung beider  $K^*$ -Bänder fest, liegt negative  $G$ -Parität vor, und umgekehrt. Es ist dies genau die Situation, die 1988 die LASS-Kollaboration zwei Eigenzustände zu unterschiedlicher  $G$ -Parität entdecken ließ, und zur Proklamation des Mesons  $h_1'(1380)$  mit  $I^G(J^{PC}) = ?+(1^{+?})$  führte [47].

### Der Zerfall $X \rightarrow (K\bar{K})\pi$

Die im letzten Abschnitt besprochenen  $(K\pi)\bar{K}$ -Resonanzen könnten auch in  $(K\bar{K})\pi$  zerfallen. Richtet sich das Augenmerk speziell auf  $(K_L K_S)\pi$ -Resonanzen, so kommen hierfür praktisch nur Zustände mit Isospin 1 in Frage, denn die einzige in dem hier zugänglichen Massenbereich gesicherte Resonanz, die in  $K_L K_S$  zerfällt, ist das isoskalare  $\phi(1020)$ . Es würde mit dem isovektoriellen Pion koppeln, womit neben dem Isospin auch die C-Parität festgelegt ist:

$$\begin{aligned}\hat{C}(\phi\pi)^+ &= +(\phi\pi)^- \\ \hat{C}(\phi\pi)^0 &= -(\phi\pi)^0 \\ \hat{C}(\phi\pi)^- &= +(\phi\pi)^+ .\end{aligned}$$

Resonanzen, die in  $\phi\pi$  zerfallen, sind bislang nicht oder nicht eindeutig identifiziert worden. Ihr Nachweis würde gleichzeitig auch die Existenz eines isovektoriellen  $(K^*\bar{K})$ - oder  $(K_0^*\bar{K})$ -Zustand postulieren.

### Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow (K\bar{K}\pi)\pi$

Besitzt ein  $(K\bar{K}\pi)$ -Zustand die Quantenzahlen  $|C; I, I_z\rangle$ , wobei  $C$  nur für neutrale Objekte definiert ist und ansonsten die Zugehörigkeit zu einem bestimmten Nonett markiert, dann gelten folgende Regeln:

$$\begin{aligned}\hat{C}(|C; 1, +\frac{1}{2}\rangle\pi^-) &= +C \cdot |C; 1, -\frac{1}{2}\rangle\pi^+ \\ \hat{C}(|C; 1, 0\rangle\pi^0) &= +C \cdot |C; 1, 0\rangle\pi^0 \\ \hat{C}(|C; 1, -\frac{1}{2}\rangle\pi^+) &= +C \cdot |C; 1, +\frac{1}{2}\rangle\pi^- \\ \hat{C}(|C; 0, 0\rangle\pi^0) &= +C \cdot |C; 0, 0\rangle\pi^0\end{aligned}$$

Für den Zustand  $|C; I, I_z\rangle$  erhält man die Amplituden:

$C$	$I$	$G$	Wellenfunktion
+1	0	+1	$+\sqrt{\frac{1}{3}} +1; 1, +\frac{1}{2}\rangle\pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}} +1; 1, 0\rangle\pi^0 + \sqrt{\frac{1}{3}} +1; 1, -\frac{1}{2}\rangle\pi^+$
-1	0	-1	$+\sqrt{\frac{1}{3}} -1; 1, +\frac{1}{2}\rangle\pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}} -1; 1, 0\rangle\pi^0 + \sqrt{\frac{1}{3}} -1; 1, -\frac{1}{2}\rangle\pi^+$
+1	1	-1	$+\sqrt{\frac{1}{2}} -1; 1, +\frac{1}{2}\rangle\pi^- - \sqrt{\frac{1}{2}} -1; 1, -\frac{1}{2}\rangle\pi^+$
-1	1	+1	$+\sqrt{\frac{1}{2}} +1; 1, +\frac{1}{2}\rangle\pi^- - \sqrt{\frac{1}{2}} +1; 1, -\frac{1}{2}\rangle\pi^+$
+1	1	-1	$ +1; 0, 0\rangle\pi^0$
-1	1	+1	$ -1; 0, 0\rangle\pi^0$

An den Wellenfunktionen der Tabelle läßt sich nun ablesen: Bei Annihilation in einen rein neutralen Endzustand kann eine isovektorielle ( $K\bar{K}\pi$ )-Resonanz ausschließlich aus der ( $I=0$ )-Komponente des Anfangszustandes produziert werden, ein isoskalärer Zustand dagegen nur aus einem Anfangszustand mit  $I=1$ . In beiden Fällen ist die  $C$ -Parität der Resonanz gleich der des Anfangszustandes. Ein Teilchen, das in  $\phi\pi^0$  zerfällt, geht z.B. aus der Annihilation des Protoniums mit  $C=-1$  und  $I=0$  hervor. Die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow \phi(1680)\pi^0$  mit  $\phi(1680) \rightarrow K\bar{K}^* + c.c.$  läßt dagegen auf den Anfangszustand  $C=-1$ ,  $I=1$  schließen.

Für Endzustände mit geladenen Pionen ist die Bestimmung der Quantenzahlen nicht so eindeutig. Immerhin läßt sich etwa für den Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^+ \pi^-$  sagen, daß die  $G$ -Parität des Anfangszustandes negativ ist. Findet man darüber hinaus zwischen den Teilamplituden  $(K_L K_S \pi^+) \pi^-$  und  $(K_L K_S \pi^-) \pi^+$  konstruktive Interferenz, kommt als Anfangszustand nur  $C=-1$  und  $I=0$  in Frage, bei destruktiver Interferenz sind die Quantenzahlen mit  $C=+1$  und  $I=1$  festgelegt. Da die  $C$ -Parität für geladene Resonanzen nicht definiert ist, setzen diese Überlegungen voraus, daß geladene, in  $K\bar{K}\pi$  zerfallende Zustände, die zu Nonetts mit verschiedener  $C$ -Parität gehören, nicht mischen.

## B Maximum Likelihood Anpassung, MAXTOOL

Die Maximum Likelihood Anpassung bildet das wichtigste Instrument bei der Partialwellenanalyse des in dieser Arbeit untersuchten Annihilationskanals. Der weitaus größte Zeitaufwand floss dabei in die Realisierung eines funktionsfähigen Programms, mit dem sich zuverlässig eine solche Anpassung durchführen läßt. Nach langjähriger Arbeit entstand ein komplexes Software-Paket namens MAXTOOL, das mit ca. 10 000 Zeilen Programmcode dem Benutzer beinahe alle erdenklichen Möglichkeiten der Partialwellenanalyse zur Verfügung stellt. Da sich diese Software innerhalb der Crystal-Barrel-Gruppe als Standardwerkzeug etablierte, soll hier dem an Analyse interessierten Leser ein grober Überblick auf die Funktionsweise und Anwendungsbereiche von MAXTOOL verschafft werden. Dokumentiert werden u.a. die wichtigsten Formeln und deren Herleitungen im Zusammenhang mit der Likelihood-Methode und die Möglichkeiten intermediäre Resonanzen zu parametrisieren. Eine detaillierte Bedienungsanleitung findet man in [25]. MAXTOOL greift zur Berechnung der Übergangsamplituden auf eine modifizierte Version von SPIN [40] zurück. Das Minimierungsproblem wird mit Hilfe von MINUIT [32] gelöst.

### Vorbemerkung

Die Likelihood-Methode wurde in der Crystal-Barrel-Gruppe früher schon gelegentlich bei anderen Zerfallskanälen angewandt und bewährte sich dort. Die dabei verwendeten Routinen besaßen aber Mängel. Zuerst waren sie auf einen ganz bestimmten Reaktionstyp zugeschnitten und also für Analysen anderer Kanäle nicht benutzbar. Die Folge war eine Diversität an kleineren, ähnlichen Programmen, von denen jedes neu auf Fehler untersucht werden mußte durch eigene, aber nicht allgemein anwendbare oder standardisierte Tests. Manches Programm brach bei dem Versuch einer Erweiterung auseinander, andere konnten bestimmte Dinge gar nicht tun oder waren zu langsam.

Daraus erwuchs die Idee einer allgemein benutzbaren Routine, die in das Projekt mündete, ein Analyseprogramm zu schreiben, das in keinerlei Hinsicht irgendeiner Einschränkung unterliegen sollte. Jedes bei der Analyse nur denkbare Problem sollte eine Berücksichtigung finden oder dessen Behandlung in Zukunft zumindest leicht einbaubar sein, und zwar in einer dafür geeigneten Umgebung einer bereits vorhandenen Struktur.

Die Maxime der allgemeinen Anwendbarkeit, die nicht zuletzt durch konsequent modularen Aufbau verwirklicht wurde, erwies sich letztlich auch für die Analyse des hier vorgestellten Kanals als Segen: eine zu frühe Spezialisierung auf bestimmte Probleme hätte bei Erweiterung der Fragestellungen eine Umformulierung des Codes zur Folge gehabt, die dann bald die Prozedur der Neustrukturierung und des Austestens nach sich gezogen hätte, was bei mehrfacher Wiederholung erfahrungsgemäß irgendwann zum Kollaps des Ganzen führen würde. Die Verwirklichung allgemein anwendbarer Prinzipien erfordert weniger Aufwand als die Realisierung von vorne herein begrenzter Lösungswege.

## Likelihood, Beiträge und Fehler

Viele  $\bar{p}p$ -Reaktionen produzieren Endzustände mit mehreren Teilchen, die ununterscheidbar sind. Betrachten wir z.B. die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow AB \rightarrow c_1 c_2 d_1 d_2$ , wobei  $c_1$  und  $c_2$ , bzw.  $d_1$  und  $d_2$  in diesem Sinne gleiche Teilchen darstellen. Im folgenden Sprachgebrauch einigen wir uns darauf, unterschiedliche Zerfallswege der Art  $A \rightarrow c_i d_j$  mit  $i, j \in \{1, 2\}$  Teilzerfälle des Zerfalls  $A \rightarrow cd$  zu nennen. Das Symmetrieverhalten der Amplitude eines solchen Zerfalls muß bei Vertauschung der Indizes 1 mit 2 in der Definition der Amplitude seinen Ausdruck finden.

Bei Anwendung von MAXTOOL werden dazu alle möglichen Zerfallskaskaden in die Resonanzkarte geschrieben, wobei die Teilzerfälle  $A \rightarrow c_1 d_1$ ,  $A \rightarrow c_1 d_2$ , usw. explizit hintereinander aufzuführen sind (was möglich ist, da die Teilchen des Endzustandes im Kopf der Resonanzkarte einzeln definiert und durchnummeriert wurden). Dabei werden die zu symmetrisierenden Teilamplituden (z.B. bei  $c_1, c_2 = \pi^0$ ) mit dem Vorfaktor 1 und der relativen Phase 0 versehen, antisymmetrisierende Teilamplituden (z.B. bei  $d_1 = K_L$  und  $d_2 = K_S$ ) erhalten dagegen den Vorfaktor  $-1$  und die relative Phase 0 (oder alternativ Vorfaktor 1 und Phase  $\pi$ ).

Da Speicherplatz und Rechenzeit ungefähr quadratisch mit der Zahl der Zerfallsketten anwachsen, ist es unvermeidlich, die Teilamplituden vor Beginn des Anpassungsprozesses zusammenzufassen<sup>56</sup>. Die Vorschrift hierfür ist einfach eine Addition der Teilamplituden mit relativer Stärke 1 und relativer Phase 0 (das Symmetrieverhalten ist durch die Vorfaktoren der Teilamplituden bereits festgelegt). MAXTOOL formt nun auf diese Weise aus allen komplexen Gewichten der Teilamplituden die komplexen Gewichte der Zerfallsamplituden und reduziert so die Zahl der in der Anpassung zu berücksichtigenden Zerfallsketten. Damit wird auch die enorme Anzahl der Anpassungsparameter, von denen die meisten zu fixieren wären, auf ein überschaubares Maß beschränkt.

Die Teilamplituden werden nun mit  $\mu$  oder  $\nu$  indiziert, wobei die Indizes alle Zahlen von eins bis zur Anzahl aller insgesamt pro Anfangszustand  $i$  beteiligten Teilamplituden durchlaufen. Die Teilamplituden gruppieren sich jeweils zur Amplitude des Zerfalls  $j$  bzw.  $k$ . So habe die erste Teilamplitude des  $j$ -ten Zerfalls für den Anfangszustand  $i$  den Index  $\lambda(j, i)$ , die letzte  $\Lambda(j, i)$ . Diese und alle weiteren Indizes sind hier zur Übersicht

---

<sup>56</sup> Die Rechenzeit ist genau genommen proportional zur Anzahl der Aufrufe der Programmroutine, die die Likelihood berechnet. Für eine gegebene Anpassungsaufgabe schwankt diese Anzahl je nach Wahl der Startwerte. Es zeigte sich aber, daß die maximale Anzahl der Aufrufe  $N_{max}$  auch bei schlechter Startkondition durch die Abhängigkeit  $N_{max} \approx 25 \cdot p^{1.9}$  beschrieben werden kann, wobei  $p$  die Anzahl der freien Parameter ist.



noch einmal zusammengestellt:

1... $i$ ... $I$	Index Anfangszustand ( <i>initial state</i> )
1... $j, k$ ... $J(i)$	Index Gesamtamplitude symmetrisierter Zerfälle
$\lambda(i, j)$ ... $\mu, \nu$ ... $\Lambda(i, j)$	Index Teilamplitude des $j$ -ten Zerfalls für Anfangszustand $i$
1... $n$ ... $N$	Index Daten-Ereignis
1... $m$ ... $M$	Index Monte-Carlo-Ereignis

Über die Bildung der Spur der Teilamplituden  $\mathcal{A}_{i\mu}$  mit der Spindichtematrix  $\rho_i$  des Proton-Antiproton-Systems wird nun weiter das komplexwertige Interferenzgewicht

$$\mathcal{T}_{\mu\nu}^{in} = \text{Tr} \left( \mathcal{A}_{i\mu}(\vec{x}_n) \rho_i \mathcal{A}_{i\nu}^\dagger(\vec{x}_n) \right) \quad (75)$$

der Teilzerfälle  $\mu$  und  $\nu$  für den Anfangszustand  $i$  gebildet<sup>57</sup>.

Jetzt können wir zwei Typen von reellwertigen, quadratischen Matrizen einführen,  $\hat{a}_{jk}^i$  und  $\hat{A}_{jk}^{in}$ ; erstere werden von den Normierungskonstanten  $\alpha_{ij}$ , den Koeffizienten  $a_{ij}$  und Phasen  $\phi_{ij}$  der zusammengefaßten Teilamplituden gebildet, letztere stellen deren Interferenzgewicht dar:

$$\hat{a}_{jk}^i = \begin{cases} \alpha_{ij} \cdot a_{ij}^2 & \forall j = k \\ 2 \sqrt{\alpha_{ij} \alpha_{ik}} \cdot a_{ij} a_{ik} \cdot \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) & \forall j < k \\ 2 \sqrt{\alpha_{ij} \alpha_{ik}} \cdot a_{ij} a_{ik} \cdot \sin(\phi_{ik} - \phi_{ij}) & \forall j > k \end{cases} \quad (76)$$

$$\hat{A}_{jk}^{in} = \begin{cases} \sum_{\mu=\lambda(i,j)}^{\Lambda(i,j)} \left( \text{Re} [\mathcal{T}_{\mu\mu}^{in}] + 2 \sum_{\nu=\mu+1}^{\Lambda(i,j)} \text{Re} [\mathcal{T}_{\mu\nu}^{in}] \right) & \forall j = k \\ \sum_{\mu=\lambda(i,j)}^{\Lambda(i,k)} \sum_{\nu=\lambda(i,k)}^{\Lambda(i,k)} \text{Re} [\mathcal{T}_{\mu\nu}^{in}] & \forall j < k \\ \sum_{\mu=\lambda(i,j)}^{\Lambda(i,j)} \sum_{\nu=\lambda(i,k)}^{\Lambda(i,k)} \text{Im} [\mathcal{T}_{\nu\mu}^{in}] & \forall j > k \end{cases} \quad (77)$$

Man beachte, daß die oberen Indizes der hier eingeführten Matrizen Anfangszustände und Ereignisse nummerieren, die unteren dagegen Matrixelemente herausgreifen. Die Matrizen  $\hat{A}_{jk}^{in}$  müssen nun bei Veränderung der die Zwischenzustände beschreibenden Parameter

<sup>57</sup> Die Elemente der diagonalen Matrix  $\rho_i$  sind bei unpolarisiertem Target gleich dem Ausdruck  $(2J + 1)^{-1}$ , wobei  $J$  der Gesamtdrehimpuls des  $\bar{p}p$ -Systems ist. Man kann also  $\rho_i$  der Einheitsmatrix gleichsetzen; der dabei begangene Fehler für  $J > 0$  wird durch die Normierungsfaktoren ausgeglichen.

für alle Ereignisse neu berechnet werden, und damit auch die Normierungskonstanten  $\alpha_{ij}$  durch Summation über alle  $M$  Monte-Carlo-Ereignisse:

$$\alpha_{ij} = \frac{M}{\sum_{m=1}^M \hat{A}_{jj}^{im}} \quad (78)$$

Es ist letztlich unerheblich, daß die  $\alpha_{ij}$  Teil der  $\hat{a}_{jk}^i$  sind, und nicht der  $\hat{A}_{jk}^{in}$ . Lediglich die Rechenzeit profitiert bei Massen- oder Breiten-Anpassungen von Resonanzen mit der hier getroffenen Wahl der Matrizen.<sup>58</sup>

Der enorme Vorteil der Einführung obiger Matrizen ergibt sich aus der Tatsache, daß bei Variation der Amplitudenstärken oder Phasen nur die  $\hat{a}_{jk}^i$  berechnet werden müssen. Das dynamische Gewicht  $\omega_D$  läßt sich jetzt kompakt anschreiben und einfach auswerten. Hierbei ist es programmtechnisch sinnvoller,  $\omega_D$  nicht als Funktion der Vierervektoren eines Ereignisses  $\omega_D(\vec{x})$  aufzufassen, sondern als Funktion der quadratischen Matrix  $\hat{A}$ . Es ist dann  $\omega_D^n$  das dynamische Gewicht des  $n$ -ten Datenereignisses:

$$\omega_D^n \equiv \omega_D(\hat{A}^n) \quad (79)$$

$$= b + \sum_{i=1}^I \left\{ \sum_{j=1}^{J(i)} \left[ \hat{a}_{jj}^i \hat{A}_{jj}^{in} + \sum_{k=j+1}^{J(i)} (\hat{a}_{jk}^i \hat{A}_{jk}^{in} + \hat{a}_{kj}^i \hat{A}_{kj}^{in}) \right] \right\} \quad (80)$$

$$= b + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{J(i)} \hat{a}_{jk}^i \hat{A}_{jk}^{in} \quad (81)$$

Das dynamische Gewicht  $\omega_D^n$  eines einzelnen Monte-Carlo-Ereignisses wird später nur zum Vergleich der angepaßten Monte-Carlo-Daten und der gemessenen Viererimpulse benötigt, nicht aber zur Berechnung der zu minimierenden Likelihood-Funktion. Hierfür betrachten wir vielmehr das gemittelte dynamische Monte-Carlo-Gewicht  $\bar{\omega}_D$ , welches dem Phasenraumintegral entspricht. Es läßt sich mit der neu einzuführenden mittleren Gewichtematrix

$$\bar{A}_{jk}^i \equiv \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{A}_{jk}^{im} \quad (82)$$

schnell berechnen, da die in (84) auftretenden Summenzeichen vertauschbar sind:

$$\bar{\omega}_D \equiv \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \omega_D^m \quad (83)$$

$$= \frac{1}{M} \left( Mb + \sum_{m=1}^M \sum_{ijk} \hat{a}_{jk}^i \hat{A}_{jk}^{im} \right) \quad (84)$$

<sup>58</sup> Da Interferenzterme  $\hat{A}_{jk}^{in}$  für  $j \neq k$  in die Rechnung nicht eingehen, bietet MAXTOOL die Möglichkeit, die Normierungskonstante jeder Amplitude separat für eine beliebig hohe Anzahl von Monte-Carlo-Ereignissen unabhängig von den Ereignissen zu berechnen, die zur Bildung der Likelihood benötigt werden. Dies ist von Vorteil, wenn man den statistischen Fehler der  $\alpha_{ij}$  minimieren möchte, ohne Zeit für die in diesem Fall unnötige Berechnung der Interferenzterme aufzuwenden.

$$= b + \sum_{ijk} \hat{a}_{jk}^i \bar{A}_{jk}^i \quad (85)$$

$$= \omega_D(\bar{A}) \quad (86)$$

Die globale Normierungskonstante  $\beta$  ist nun einfach der Kehrwert des gemittelten dynamischen Gewichtes:

$$\beta = \frac{M}{\sum_{m=1}^M \omega_D^m} = \frac{1}{\bar{\omega}_D} \quad (87)$$

Die logarithmierte Likelihood-Funktion benötigt bei Variation der Parameter  $\hat{a}_{jk}^i$  neben den Matrizen für die Dateneignisse  $\hat{A}_{jk}^{in}$  lediglich die gemittelte Gewichtematrix  $\bar{A}_{jk}^i$ . Die Summation über die dynamischen Gewichte aller Monte-Carlo-Ereignisse fällt also weg:

$$-\ln \mathcal{L} = N \ln \left( b + \sum_{ijk} \hat{a}_{jk}^i \bar{A}_{jk}^i \right) - \sum_{n=1}^N \ln \left( b + \sum_{ijk} \hat{a}_{jk}^i \hat{A}_{kj}^{in} \right) \quad (88)$$

$$= N \ln \bar{\omega}_D - \sum_{n=1}^N \ln \omega_D^n \quad (89)$$

Der jeweils erste Summand der rechten Seite erübrigt sich, wenn anstatt des dynamischen Gewichtes das bereits auf den Phasenraum normierte totale Gewicht betrachtet wird (wenn in der Notation von Kapitel 5.1  $\omega_D$  durch  $\omega$  ersetzt wird).

Die Parameter der Amplituden werden von MAXTOOL an MINUIT so übergeben, daß sie ohne durch Grenzwerte eingeschränkt zu sein frei variieren können<sup>59</sup>. Die Gründe hierfür liegen in der Unzuverlässigkeit der errechneten Fehler von limitierten Parametern, wenn deren Werte sich nach der Anpassung im Randbereich aufhalten. Außerdem wird vermieden, daß während der Anpassung eine Phase  $\phi_{ij}$  in die Nähe ihres Grenzwertes "rutscht" und dort "hängenbleibt", was ein falsches Minimum vortäuschen würde. Darüberhinaus entfällt bei Offenhalten der Grenzen auch die MINUIT-interne Umrechnung in nichtlimitierte Parameter, und das bedeutet immerhin ein Einsparen an Rechenzeit. MAXTOOL verwendet zur Berechnung der Likelihood daher die Werte  $|a_{ij}|$  bzw.  $(\phi_{ij} \text{ modulo } 2\pi)$ . Es kann passieren, daß die Parameter, die in MINUIT die Phasen repräsentieren, während des Anpassungsprozesses zu hohen positiven oder negativen Werten springen; eine eventuell hierdurch verursachte Rechenungenauigkeit ist allerdings kaum zu erwarten, da MINUIT die Anpassung der Parameter mit der FORTRAN-internen Genauigkeit *double precision* ausführt.

MAXTOOL erlaubt das Konstanthalten beliebig vieler Phasen, Amplitudenstärken und des Untergrundes. Um den Phasen einen absoluten Bezugspunkt zu geben, erwartet MAXTOOL pro Anfangszustand mindestens einen festgehaltenen Wert einer Phase (andernfalls wird automatisch die erste Phase eines Anfangszustandes festgehalten). Wegen Normierung (87) kann auch irgendeine Amplitudenstärke oder der Untergrund auf

<sup>59</sup> Eine Ausnahme bilden die Parameter für Resonanzmassen und -breiten. Hier müssen Grenzbereiche angegeben werden.

einen willkürlichen Wert größer Null konstantgehalten werden, ohne daß sich dabei etwas an der Likelihood oder an den absoluten Beiträgen ändern würde. Zu beachten ist allerdings, daß hierfür eine Amplitude ausgesucht wird, die tatsächlich einen Beitrag zum Annihilationsgeschehen leistet, da andernfalls während des Anpassungsprozesses alle anderen Stärkeparameter gegen Unendlich laufen (gleiches gilt für den Untergrund). Es zeigte sich jedoch, daß die Anpassung schneller vollzogen ist, wenn *alle* Stärkeparameter frei variieren können, obwohl dann der absolute Bezugspunkt fehlt, die Amplitudenstärken zusammen mit dem Untergrund also gewissermaßen auf einem unbestimmten Offset schwimmen.

Die hier beschriebene Verfahrensweise zur Berechnung von  $\omega_D$  und  $-\ln \mathcal{L}$  stellte sich als die schnellste unter vielen möglichen Methoden heraus. Man könnte z.B. genauso gut  $\omega_D$  im komplexen Raum berechnen, wofür FORTRAN sehr gut geeignet ist (immerhin fielen dann die Auswertung der trigonometrischen Funktionen weg); bei der versuchsweisen Realisierung dieser u.ä. Alternativen zeigte sich allerdings eine Verlangsamung der Berechnung von  $\omega_D$  etwa um den Faktor zwei.

Wir müssen noch die Berechnung des absoluten Beitrags eines Anfangszustandes  $i$  und dessen Fehler angeben. Mit der gemittelten Gewichtematrix (82) reduziert sich Gleichung (21) auf einen einfachen Ausdruck:

$$c_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^{J(i)} \left[ \beta \hat{a}_{jj}^i \hat{A}_{jj}^{im} + \sum_{k=j+1}^{J(i)} (\beta \hat{a}_{jk}^i \hat{A}_{jk}^{im} + \beta \hat{a}_{kj}^i \hat{A}_{kj}^{im}) \right] \right\} \quad (90)$$

$$= \beta \sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{J(i)} \hat{a}_{jk}^i \bar{A}_{jk}^i \quad (91)$$

Nehmen wir an, der Fehler des Beitrags  $c_i$  hängt nur von den Amplitudenparametern ab, also von den relativen Stärken  $a_{ij}$  und den Phasen  $\phi_{ij}$ , wobei deren Fehler  $\Delta a_{ij}$  und  $\Delta \phi_{ij}$  während der Anpassung von MINUIT bestimmt wird. Dann ist

$$\Delta c_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{J(i)} \left[ \left( \frac{\partial c_i}{\partial a_{ij}} \cdot \Delta a_{ij} \right)^2 + \left( \frac{\partial c_i}{\partial \phi_{ij}} \cdot \Delta \phi_{ij} \right)^2 \right]} \quad (92)$$

der Fehler des Beitrages des  $i$ -ten Anfangszustandes. Die partiellen Ableitungen lassen sich ausrechnen; mit der abkürzenden Schreibweise  $\delta_{jk}^i := \phi_{ij} - \phi_{ik}$  bekommen wir:

$$\frac{\partial c_i}{\partial a_{ij}} = 2\beta \sqrt{\alpha_{ij}} \left[ \sum_{k=1}^j \sqrt{\alpha_{ik}} a_{ik} (\bar{A}_{kj}^i \cos \delta_{jk}^i + \bar{A}_{jk}^i \sin \delta_{jk}^i) + \sum_{k=j+1}^J \sqrt{\alpha_{ik}} a_{ik} (\bar{A}_{jk}^i \cos \delta_{jk}^i - \bar{A}_{kj}^i \sin \delta_{jk}^i) \right] \quad (93)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial \phi_{ij}} = 2\beta \sqrt{\alpha_{ij}} a_{ij} \left[ \sum_{k=1}^{j-1} \sqrt{\alpha_{ik}} a_{ik} (-\bar{A}_{kj}^i \sin \delta_{jk}^i + \bar{A}_{jk}^i \cos \delta_{jk}^i) + \right] \quad (94)$$

$$\left. \sum_{k=j+1}^J \sqrt{\alpha_{ik}} a_{ik} \left( -\bar{A}_{jk}^i \sin \delta_{jk}^i - \bar{A}_{kj}^i \cos \delta_{jk}^i \right) \right]$$

### Berücksichtigung der Detektorakzeptanz

Wie gezeigt, gehen in die Berechnung des absoluten Beitrags  $c$  eines Anfangszustandes  $i$  (und dessen Fehler) neben den angepaßten Parametern mit  $\bar{A}_{jk}^i$  auch die Interferenzterme der Teilamplituden  $j$  und  $k$  ein. Da die Interferenzterme über eine Monte-Carlo-Simulation bestimmt werden, ist der nach (90) berechnete Wert von der Ereignis-Akzeptanz des Detektors abhängig. Um aber die Beiträge der Anfangszustände mit anderen Experimenten vergleichen zu können, ist eine von Akzeptanz-Einflüssen unabhängige Angabe nötig.

Hierzu verfährt man folgendermaßen: In einem ersten Schritt werden die gemessenen Ereignisse mit MAXTOOL an Monte-Carlo-Ereignisse angepaßt, welche die Akzeptanz des Detektors möglichst gut simulieren. Die daraus gewonnenen Parameter (die relativen Stärken  $a_{ij}$  und Phasen  $\phi_{ij}$  der Amplituden, eventuell weitere Resonanzparameter) beschreiben die physikalische Gegebenheit je nach verfügbarer Ereignis-Statistik und Glaubwürdigkeit der Simulation korrekt. Mit den angepaßten Parametern wird dann MAXTOOL ein zweites Mal durchlaufen, wozu keine gemessenen Datenereignisse gebraucht werden, der Monte-Carlo-Datensatz diesmal aber nur Ereignisse enthält, die sich homogen im Phasenraum verteilen (GENBOD-Daten ohne Detektorschritte). Alle Möglichkeiten der Variation der Parameter (Anpassung oder Durchscannen) sind dabei ausgeschaltet. Die von MAXTOOL berechneten und auf den Phasenraum normierten Beiträge  $c_i$  sind somit unabhängig vom Experiment.

Der Anwender von MAXTOOL verfügt zwar über die Möglichkeit, die Normierungsfaktoren der Amplituden  $\alpha_{ij}$  einzeln festzulegen und die globale Phasenraum-Normierung  $\beta$  ein- oder auszuschalten. Bei eingeschalteter Automatik bezieht sich die Normierung aber immer auf den zugrunde liegenden Monte-Carlo-Datensatz, so daß sich der Anwender bei der hier geschilderten Vorgehensweise über die Normierung keine Gedanken zu machen braucht.

Die Unterscheidung zwischen Monte-Carlo-Daten, die den Detektor simulieren, und solchen, die sich im Phasenraum gleichmäßig verteilen, was den doppelten MAXTOOL-Durchlauf erfordert, ist im allgemeinen nur bei geladenen Zerfallskanälen notwendig, da hier mit Akzeptanzschwankungen zu rechnen ist. Und freilich spielen diese Überlegungen nur eine Rolle, wenn mehr als ein Anfangszustand in den untersuchten Annihilationskanal einbezogen oder ein Untergrund  $b$  mitberücksichtigt wird, und von mindestens einem der Anfangszustände mehr als eine Zerfallsamplitude beitragen kann, da nur dann Interferenzterme auftreten können.

## Möglichkeiten bei der Programmanwendung

Dem Anwender von MAXTOOL steht eine Vielzahl von unterschiedlichen Analysemethoden und Hilfsmitteln zur Verfügung, von denen hier einige geschildert sind:

- MAXTOOL verfügt über einen einfachen Monte-Carlo-Generator, der einige Schritte an die gewürfelten Viererimpulse zuläßt, um den Einfluß des Detektors zu simulieren. Möglich sind die Vorgaben einer Mindestenergie von Photonen (üblicherweise 20 MeV), ein Mindestwinkel zwischen zwei Photonen und ein Mindestwinkel zwischen der z-Achse und einem Photon bzw. zwischen der z-Achse und einem  $K_L$ -Meson. Um die Photonen eines Endzustandes auch den richtigen neutralen Mesonen zuzuordnen, sind einfache Zerfallskaskaden "stabiler" Mesonen definierbar; dabei sind Zwei-Körperzerfälle (z.B.  $K_S \rightarrow \pi^0\pi^0$ ,  $\pi \rightarrow \gamma\gamma$ ) und Drei-Körperzerfälle (z.B.  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ ) erlaubt.
- Masse und Breite einer Resonanz können für den Anpassungsprozeß als freie Parameter innerhalb fester Grenzen definiert werden. Nach erfolgter Minimierung erhält man für ein Maximum innerhalb des Variationsbereiches Werte für Masse und Breite mit entsprechenden Fehlern. Ist man sich nicht sicher, ob dieses Maximum absolut ist oder am Rand des Bereiches liegt, gibt es die Möglichkeit, Masse oder Breite der zu untersuchenden Resonanz mit einstellbarer Schrittweite zu durchscannen. Die anderen Parameter werden dabei nicht festgehalten, sondern jedesmal einer Maximum-Likelihood-Anpassung unterzogen. Man erhält auf diese Weise eine Art Bild der Likelihood-Landschaft für den vorgegebenen Variationsbereich. Befindet sich darin tatsächlich eine Resonanz, ähnelt bei einem Massenscan der Verlauf der Likelihood in aller erster Näherung sogar der Form der Resonanz in einer Darstellung der invarianten Massen der Zerfallsprodukte, und zwar "gesehen" durch eine Art Filter für die Quantenzahlen, mit denen die Resonanz parametrisiert ist.
- Histogramme für alle möglichen Kombinationen von invarianten Massen der Teilchen im Endzustand werden automatisch angelegt und mit den gemessenen Vierervektoren bzw. den angepassten Monte-Carlo-Ereignissen gefüllt. Mehrfacheinträge für ununterscheidbare Teilchen werden dabei vom Programm selbstständig erkannt und durchgeführt. Der Vergleich der Daten-Histogrammen mit den angepassten Monte-Carlo-Histogrammen liefert für jede Darstellung der möglichen invarianten Massen einen  $\chi^2$ -Wert. Ein für alle Darstellungen gemittelter  $\chi^2$ -Wert wird beim oben genannten Durchscannen von Resonanz-Parametern für den entsprechenden Variationsbereich berechnet. Beim graphischen Vergleich sollte ein Maximum der Likelihood-Verteilung einem Minimum der  $\chi^2$ -Verteilung entsprechen.
- Beliebig viele Vierervektoren unterschiedlich gewichteter Monte-Carlo-Ereignisse können in einem Datensatz gesammelt werden. Die einzelnen Gewichte können das Ergebnis einer Maximum-Likelihood-Anpassung sein oder einer festen Vorgabe von Übergängen mit individuellen Beiträgen und Phasen bestimmter Zerfallsamplituden

entsprechen. Die Verteilung dieser Vierervektoren kann so gewählt werden, daß jedes Ereignis das statistische Gewicht 1 erhält. Dieser Datensatz verhält sich dann formal wie ein experimenteller Satz von gemessenen (kinematisch angepaßten) Daten. Er kann als Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen mit der Maximum-Likelihood-Methode dienen; z.B. läßt sich das Verhalten einer Anpassung auf künstlich erzeugte Resonanzen studieren.

- Die Bestimmung von Masse und Breite einer Resonanz durch Scannen dieser Parameter kann je nach Rechnerleistung und Komplexität des zugrundeliegenden Anihilationsmodells mehrere Stunden bis Tage CPU-Zeit in Anspruch nehmen. Ein Abbruch des Programmablaufs führt jedoch nicht zu einem Verlust der bis dahin vollzogenen Berechnungen, da alle wesentlichen Ergebnisse kontinuierlich auf Festplatte gespeichert und bei einem Neustart des Programms auf Wunsch wiedergeborgern werden.

### Modifikation und Erweiterung von SPIN

Das von C. Amsler entwickelte und von S. v. Dombrowski erweiterte Programm zur Berechnung der Übergangsamplituden [40] hat sich zur Untersuchung von Drei-Körper-Endzuständen hervorragend bewährt [88]. Vergleiche der Ergebnisse mit Analysen anderer Zerfallskanäle, bei denen die Amplituden "von Hand" ausgerechnet wurden, legten die Richtigkeit des in SPIN niedergeschriebenen Formalismus nahe<sup>60</sup> [29].

Allerdings stellte sich SPIN als relativ starr und unflexibel hinsichtlich jeglicher Erweiterung heraus, und zwar was die Zahl involvierter Zwischenzustände, der Zerfallsketten oder auch die Berücksichtigung verschiedener Anfangszustände betraf. Unmöglich erschien der Versuch, die Routine auch zur Anpassung von Masse und Breite oder anderer Parameter von Resonanzen zu benutzen. Und schließlich sollten außer der implementierten Breit-Wigner-Funktion auch andere Parametrisierungen resonanter Zustände auswählbar sein.

Vor allem aber mußte das Programm enorm beschleunigt werden, da ein Maximum-Likelihood-Fit ohnehin viel Rechenzeit beansprucht, und eine Variation von Resonanzparametern Vielfachaufrufe von SPIN innerhalb einer Anpassungsaufgabe erfordert. Man bedenke, daß zur Anpassung etwa der Masse eines Teilchens die Übergangsamplituden der Zerfallsketten einige hundert Mal (= einige hundert SPIN-Aufrufe) für alle Daten- und Monte-Carlo-Ereignisse ausgerechnet werden müssen.

Hier sei eine kurze Zusammenstellung der Veränderungen und Erweiterungen wiedergeben, die an SPIN vorgenommen wurden:

#### Beschleunigungen:

- Die Routine zur Berechnung der Kinematik (FINKIN) ausgehend von den gemesse-

<sup>60</sup> Ein später entdeckter, gravierender Fehler, der sich u.U. bei Vier-Körper-Endzuständen bemerkbar machte, ist inzwischen beseitigt.

nen Viererimpulsen über die Zerfallskaskade bis hinauf zum Protonium wurde völlig neu konzipiert. Ein kompletter SPIN-Durchlauf wurde dadurch insgesamt um etwa 15% schneller.

- Die Dimension einiger *arrays* wurde reduziert, sofern dies möglich war. Das komplexwertige Feld der Übergangsmatrizen wurde separiert in solche für Teilchen und Zerfallsketten.
- Einige für die Analyse letztlich unnötigen Berechnungen wurden entfernt. Dazu gehört die Beseitigung ganzer Unterroutinen, deren Aufgaben teilweise von anderen übernommen wurden (darunter: BAND, BOOK, BWFAC, FIXDEN, INIDEN, INVMAS, START).
- Die Spindichte-Matrix des  $\bar{p}p$ -Systems ist bei Annihilationen im Crystal-Barrel-Detektor immer diagonal, weshalb auf sie beim expliziten Ausrechnen der Übergangsamplituden ganz verzichtet werden kann. Dadurch wurden Matrixmultiplikationen (in Routine TRACE) bedeutend schneller.

#### Erweiterungen:

- Die Anzahl möglicher Teilchen und die der Zerfallsketten ist nicht mehr starr vorgegeben, sondern kann durch Verändern eines entsprechenden Parameterwertes und anschließendem Neukompilieren den Anforderungen angepaßt werden.
- In den Zerfallskaskaden können jetzt auch Spin-2-Teilchen berücksichtigt werden. Vorher war dies aufgrund eines Fehlers im Code in bestimmten Fällen nicht möglich.
- Durch neue Unterroutinen lassen sich Parametrisierungen von Zwischenzuständen leichter austauschen. Die Berechnung von Breit-Wigner-Funktionswerten wurden dadurch zugleich beschleunigt (darunter: BLATTW, EPS, GETANG, P2BODY).
- Durch optionales Schreiben und Lesen von Matrixwerten auf Festplatte konnte erreicht werden, daß bei Variation von Breite oder Masse einer Resonanz immer wiederkehrende, gleiche Rechenschritte vermieden wurden, wodurch die Anpassung dieser Parameter entscheidend beschleunigt, ja erst ermöglicht wurde.
- Neben der Breit-Wigner-Parametrisierung und der  $(\pi\pi)_S$ -Welle sind nun auch die Parametrisierung der  $(K\pi)_S$ -Welle und der Flatté-Formalismus implementiert (siehe hierzu mehr weiter unten).

### **Parametrisierung von Zwischenzuständen**

Verschiedene Parametrisierungen resonanter Zwischenzustände stehen zur Auswahl und werden in einer Karte definiert, die gleichzeitig Spin, Bahndrehimpuls und Zerfälle der Resonanzen festlegt. Die entsprechenden Parameter werden optional als Zahlenwert oder in Form einer Zeichenkette übergeben, die ein bestimmtes Teilchen repräsentiert.



Der Benutzer muß sich sorgfältig Gedanken darüber machen, welche Parametrisierung für das behandelte Problem am besten geeignet ist. Vorsicht ist vor allem geboten, wenn während einer Anpassung die Masse einer Resonanz variiert wird. Hierbei kann es zu mathematischen Unsinnigkeiten kommen<sup>61</sup>.

Das Problem liegt in den verschiedenen Fällen, die zu unterscheiden sind, wenn eine Resonanz mit der Masse  $M$  in zwei Töchter mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  zerfällt. Der für beide Zerfallsprodukte identische Impulsbetrag  $Q$  im Ruhesystem der Resonanz berechnet sich wegen

$$M = \sqrt{Q^2 + m_1^2} + \sqrt{Q^2 + m_2^2} \quad (95)$$

zu

$$Q^2(M; m_1, m_2) = \frac{M^2}{4} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^2} - \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2) \quad (96)$$

$$= \frac{(M^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}{4M^2} \quad (97)$$

$$= \left( \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} \right)^2 - m_1^2 \quad (98)$$

Die kürzeste Berechnung von  $Q$  erfolgt nach (98), die Symmetrie zwischen  $m_1$  und  $m_2$  zeigt sich dagegen in (96) oder (97). Für einen realen Impuls muß  $Q^2 \geq 0$  sein. Wie man leicht aus (97) herleiten kann, ist die einzige Voraussetzung hierfür:  $M \geq |m_1 \pm m_2|$ . Danach könnte ein Tochterteilchen auch eine größere Masse als die Mutterresonanz besitzen, was physikalisch freilich unsinnig ist. Im Programm wird daher stets geprüft, ob die Forderung  $M \geq m_1 + m_2$  erfüllt ist (bei Massenadjustierungen läßt sich dies keineswegs immer von vorne herein sicher stellen).

Zu entscheiden ist nun die Frage, welche konkreten Größen für  $M$ ,  $m_1$  und  $m_2$  einzusetzen sind. Handelt es sich um laufende invariante Massen, bzw. die Massen stabiler Tochterteilchen, ist die Berechnung von  $Q$  kein Problem, dann ist  $Q$  identisch mit dem gemessenen Impuls im Ruhesystem der Resonanz. Ist eines der Zerfallsprodukte wiederum instabil (oder beide), kann es physikalisch möglich sein, daß die Nominalmasse der Tochterresonanz größer ist als die der Mutterresonanz. Dann zerfällt - wie man sagt - eine Resonanz in den "Schwanz" der anderen. Darüberhinaus können die Verhältnisse für zwei verschiedene Zerfallswege unterschiedlich sein. Durch Modifikation der üblichen Breit-Wigner-Funktion mit massenabhängiger Breite [41] lassen sich diese Spezialfälle auffangen. Die im Programm implementierten Parametrisierungen lauten im einzelnen:

- Relativistische Breit-Wigner-Funktion mit fester Breite:

$$BW(m) = \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - i m_0 \Gamma_0} \quad (99)$$

<sup>61</sup> MAXTOOL umgeht diese durch einen automatischen Wechsel der Parametrisierung, wobei Warnungen ausgegeben werden.

Hier bedeutet  $m$  die laufende invariante Masse der beiden Tochterteilchen, die aus dem Zerfall einer Resonanz mit nominaler Masse  $m_0$  und totaler Breite  $\Gamma_0$  hervorgehen. Da diese Parametrisierung vom Impuls unabhängig ist, gilt sie auch für Zwischenzustände mit kleinerer Nominalmasse als die Massen der Zerfallsprodukte. Allerdings beschreibt sie schmale Resonanzen nur unzulänglich. Die Form von  $|BW(m)|^2$  ist symmetrisch. Drehimpulsbarrieren bleiben unberücksichtigt.

- Relativistische Breit-Wigner-Funktion mit massenabhängiger Breite:

$$BW(m) = \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - i m_0 \Gamma(m)} \quad (100)$$

Im Nenner von Gleichung (99) wurde hier die feste Breite  $\Gamma_0$  durch eine variable Breite  $\Gamma(m)$  ersetzt, die vom Impuls  $q$  der Zerfallsprodukte und vom relativen Bahndrehimpuls  $L$  abhängt:

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{m_0 q}{m q_0} \frac{F_L^2(q)}{F_L^2(q_0)} \quad (101)$$

Dabei ist  $q$  der gemessene Impuls, während sich  $q_0$  auf die Nominalmasse  $m_0$  der Resonanz bezieht:

$$q_0 = Q(m_0; m_1, m_2) . \quad (102)$$

Hier sind  $m_1$  und  $m_2$  die Massen der Zerfallsprodukte; sind diese ebenfalls instabil, werden Nominal- und nicht laufende invariante Massen eingesetzt.

Die Blatt-Weisskopf-Dämpfungsfaktoren  $F_L$  tragen der Überwindung der Drehimpulsbarrieren Rechnung[42]. Nach [43] werden sie folgendermaßen berechnet:

$$F_0(q) = 1 \quad (103)$$

$$F_1(q) = \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \quad (104)$$

$$F_2(q) = \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2 + 9z}} \quad (105)$$

$$F_3(q) = \sqrt{\frac{277z^3}{z(z-15)^2 + 9(2z-5)^2}} \quad (106)$$

$$F_4(q) = \sqrt{\frac{12746z^4}{(z^2 - 45z + 105)^2 + 25z(2z-21)^2}} \quad (107)$$

Die Zahl  $z$  ist impulsabhängig:

$$z = \left( \frac{q}{197,3 \text{ MeV}/c} \right)^2 \quad (108)$$

Der Zahlenwert im Nenner ergibt sich rechnerisch aus  $\hbar c/ef = 197,3 \text{ MeV}$   
 ( $f = 1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$ ).

$|BW(m)|^2$  ist nicht symmetrisch.  $\Gamma_0$  beziffert anschaulich die Breite der Resonanz auf halber Höhe der Spitze, weshalb  $\Gamma_0$  auch FWHM (*full width half maximum*) genannt wird. Diese Breit-Wigner-Amplitude eignet sich zur Parametrisierung eher langlebiger, stark zerfallender Zwischenzustände. Sie versagt, wenn  $m_0 < m_1 + m_2$ .

- Relativistische Breit-Wigner-Funktion mit herabgesetzter Zerfallsschwelle:

Die Funktionen (100) und (101) behalten ihre Form. Lediglich die Berechnung des Impulses  $q_0$  wird derart modifiziert, daß nicht mehr der Wert für die Nominalmasse des einen oder beider Zerfallsprodukte in (102) eingesetzt wird, sondern ein kleinerer Wert  $\mu_1$ , bzw.  $\mu_2$ , so daß stets  $m_0 \geq \mu_1 + \mu_2$  gilt:

$$q_0 = Q(m_0; \mu_1, \mu_2) . \quad (109)$$

Geeignete Werte für  $\mu_1$  und  $\mu_2$  sind jeweils die Summen der Massen der Teilchen im Endzustand, in welche die Tochterprodukte letztlich weiter zerfallen. Auf diese Weise kann eine schmale Resonanz mit Hilfe einer Breit-Wigner-Amplitude parametrisiert werden, auch wenn deren Nominalmasse unterhalb der Zerfallsschwelle  $m_1 + m_2$  liegt. Allerdings verliert hier  $\Gamma_0$  die Bedeutung eines FWHM und wird besser umgetauft in  $\Gamma_{\mu_1, \mu_2}$ , wobei die Indizes die Zerfallsmassen angeben. Der Parameter  $\Gamma_{\mu_1, \mu_2}$  kann in einen Wert  $\Gamma_{m_1, m_2} = \Gamma_{FWHM}$ , der wie oben die Bedeutung eines FWHM besitzt, umgerechnet werden, sobald die Nominalmasse  $m_0$  der Resonanz oberhalb der Zerfallsschwelle liegt:

$$\Gamma_{FWHM} = \Gamma_{\mu_1, \mu_2} \cdot \frac{Q(m_0; m_1, m_2)}{Q(m_0; \mu_1, \mu_2)} . \quad (110)$$

Beispiele für Parametrisierungen dieser Art werden in Kapitel 5 behandelt.

- Flatté-Formalismus:

Es gibt Resonanzen, deren nominale Masse  $m_0$  für den Zerfall in zwei Teilchen  $A$  und  $B$  oberhalb, aber für den Zerfall in die Teilchen  $C$  und  $D$  unterhalb der Schwelle liegt. Um das Schwellenverhalten geeignet in einer Amplitude zu formulieren, schlug Flatté [44] [45] eine Abänderung in der Berechnung der Breite vor, die beide Zerfälle gleichermaßen berücksichtigt. Die Funktionen (100) und (101) behalten allerdings auch hier ihre Form. Die dort einzusetzenden Impulse  $q$  und  $q_0$  berechnen sich jedoch anders:

$$q_0 = Q(m_0; m_A, m_B) \quad (111)$$

$$q_{AB} = Q(m; m_A, m_B) \quad (112)$$

$$q_{CD} = Q(m; m_C, m_D) \quad (113)$$

$$q = q_{AB} + k \cdot q_{BC} \quad (114)$$

Dabei ist  $k$  das Verhältnis der beiden Kopplungskonstanten für den Zerfall in  $DC$  bzw. in  $AB$ . Beim Zerfall der Resonanz in  $AB$  kann es sein, daß die invariante Masse  $m$  der Teilchen  $A$  und  $B$  kleiner ist als  $m_C + m_D$ . In diesem Fall wird  $q_{CD} = 0$  gesetzt. (Beim Zerfall in  $DC$  braucht diese Regel nicht beachtet zu werden, da laut Voraussetzung immer  $m_C + m_D > m_A + m_B$  ist.)

In MAXTOOL können  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $m_C$ ,  $m_D$  und  $k$  frei gewählt werden,  $\Gamma_0$  und  $m_0$  lassen sich zudem als freie Parameter definieren. Paradebeispiel für die Anwendung des Flatté-Formalismus ist der Zerfall des  $a_0$ -Mesons in  $\eta\pi$  bzw.  $K\bar{K}$  [31]. Die  $a_0$ -Masse von  $980 \text{ MeV}/c^2$  liegt nur knapp unterhalb der doppelten Kaonen-Masse. Der Zerfall in  $K\bar{K}$  kann daher nicht mit einer Standard-Breit-Wigner-Amplitude dargestellt werden. Stattdessen setzt man für die oben eingeführten Zerfallsmassen  $m_A = m_\eta$ ,  $m_B = m_\pi$ ,  $m_C = m_D = m_K$  und für das aus SU(3)-Vorhersagen folgende Verhältnis der Kopplungskonstanten ( $a_0 \rightarrow K\bar{K}$  zu  $a_0 \rightarrow \eta\pi$ )  $k = \frac{3}{2}$ . Die invariante Masse ist je nach Betrachtung der Zerfallskanäle  $m = m_{K\bar{K}}$  oder  $m = m_{\eta\pi}$ .

- $(\pi\pi)_S$ -Welle:

Der Zerfall einer Resonanz in  $\pi^0\pi^0$  mit Bahndrehimpuls  $L = 0$  (S-Welle) kann nicht durch eine relativistische Breit-Wigner-Funktion parametrisiert werden. Die theoretische Beschreibung bezieht sich vor allem auf Experimente zur  $\pi^0\pi^0$ -Streuung. Nach [46] wird die Streuamplitude  $A_{(\pi\pi)_S}$  durch die Form

$$A_{(\pi\pi)_S}(m) = \frac{m \eta(m) e^{2i\delta(m)} - 1}{q \cdot 2i} \quad (115)$$

dargestellt. Die Elastizität  $\eta$  und die Phase  $\delta$  sind in 24 Stützpunkten tabelliert:

$m[\text{GeV}/c^2]$	0,28	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98
$\eta$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$2\delta$	0,00	0,42	1,13	1,62	2,01	2,37	2,79	3,42	3,63	3,93	4,31	5,13
$m[\text{GeV}/c^2]$	1,00	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70
$\eta$	0,764	0,618	0,636	0,673	0,727	0,755	0,836	0,836	0,800	0,691	0,545	0,436
$2\delta$	6,61	7,78	8,38	8,69	8,90	9,08	9,60	10,04	10,54	11,19	11,97	13,00

Die dazwischen liegenden Werte werden linear interpoliert<sup>62</sup>.

- $(K\pi)_S$ -Welle:

Die Streuamplitude  $A_{(K\pi)_S}$  des Zerfalls eines  $K\pi$ -Systems mit Bahndrehimpuls  $L = 0$  (S-Welle) läßt sich mit Hilfe der  $K$ -Matrix in der Form

$$A_{(K\pi)_S}(m) = \frac{m}{q} \cdot \frac{K}{1 - iK} \quad (116)$$

darstellen. Mit der impulsabhängigen Funktion

$$\rho(q) = \frac{2q}{m} \quad (117)$$

<sup>62</sup> Die Parametrisierung der  $(\pi\pi)_S$ -Welle wurde von S.v. Dombrowski [88] implementiert.

schreibt sich die Matrix  $K = \rho \hat{K}$ , wobei  $q$  wie oben der Zerfallsimpuls im Ruhesystem der Resonanz ist, hier des  $K\pi$ -Systems. Die Parametrisierung von  $\hat{K}$  enthält zwei Terme, einen Pol für das Meson  $K_0^*(1430)$  und einen Untergrundbeitrag  $\hat{K}_{bg}$ :

$$\hat{K} = \frac{m_0 \Gamma_0 / \rho_0}{m_0^2 - m^2} + \hat{K}_{bg}. \quad (118)$$

Der Untergrund wird durch den Ausdruck

$$q \cot \delta = \frac{1}{a} + \frac{bq^2}{2} \quad (119)$$

angenähert, wobei  $a$  die Streulänge und  $b$  die effektive Reichweite ist. Die Phase  $\delta$  ist über

$$K = \frac{1}{\cot \delta} \quad (120)$$

mit der  $K$ -Matrix verknüpft. Das führt auf den Untergrundterm

$$\hat{K}_{bg} = \frac{a m}{2 + abq^2}. \quad (121)$$

Amplitude und Phase der  $(K\pi)_S$ -Welle wurde von der LASS-Kollaboration [47] im  $K\pi$ -Massenbereich zwischen 800 und 1600 MeV/c<sup>2</sup> gemessen<sup>63</sup>. Die freien Parameter  $a$  und  $b$  wurden durch eine Anpassung des Terms  $K/(1-iK)$  an die Daten von LASS bestimmt<sup>64</sup>:  $a = (1,79 \pm 0,09)(\text{GeV}/c)^{-1}$  und  $b = (3,46 \pm 0,2)(\text{GeV}/c)^{-1}$ . Die Parameter für Masse und Breite wurden ebenfalls angepaßt:  $m_0 = 0,1345 \text{ GeV}/c^2$ . Der Impuls im Ruhesystem ergibt sich damit zu  $q_0 = 0,57149 \text{ GeV}/c$ .

<sup>63</sup> Untersucht wurde das  $K\bar{K}\pi$ -System in der Reaktion  $K^-p \rightarrow K_S K^\pm \pi^\mp \Lambda$  bei einem Kaonenstrahl-impuls von 11 GeV/c.

<sup>64</sup> Die Parametrisierung der  $(K\pi)_S$ -Welle wurde von K. Braune [89] implementiert.

## C Kinematische Anpassung

Die kinematische Anpassung ist ein Instrument, mit dessen Hilfe die gemessenen Viererimpulse derart korrigiert werden, daß sie die kinematischen Randbedingungen des ausgewählten Endzustandes exakt erfüllen. Die jeweilige Variation der Werte richtet sich dabei nach den für die verschiedenen Meßgrößen bestimmten Fehlern. Gleichzeitig ergibt sich daraus ein quantitatives Maß für die Wahrscheinlichkeit, ob die beobachteten Energien und Impulse im Rahmen der Auflösung mit einer zu überprüfenden Hypothese vereinbar sind.

Ziel der Anpassung ist es also, einerseits die Korrekturen an den kinematischen Variablen hinsichtlich ihrer Meßfehler möglichst gering zu halten und andererseits die gegebenen Randbedingungen zu erfüllen. Mathematisch handelt es sich demnach um eine Minimierung unter Nebenbedingungen:

Seien nun  $x_1 \dots x_N$  die gemessenen Energien und Impulse aller Teilchen im Endzustand (bei vier Teilchen wäre also  $N = 16$ ),  $\sigma_1 \dots \sigma_N$  deren Meßfehler und  $\xi_1 \dots \xi_N$  die jeweils korrigierten Werte, dann läßt sich ein zu minimierendes  $\chi^2$  definieren<sup>65</sup>:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\xi_i - x_i}{\sigma_i} \right)^2. \quad (122)$$

Die  $L$  Randbedingungen werden mit Hilfe der Funktionen  $F_1 \dots F_L$  realisiert, indem  $F_\lambda(\xi_1 \dots \xi_N) = 0$  gefordert wird. Die Minimierungsaufgabe unter Nebenbedingungen ist durch Einführung von Langrangemultiplikatoren  $2\alpha_\lambda$  lösbar. Das  $\chi^2$  erweitert sich dann zu

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\xi_i - x_i}{\sigma_i} \right)^2 + 2 \cdot \sum_{\lambda=1}^L \alpha_\lambda F_\lambda(\xi_1 \dots \xi_N). \quad (123)$$

Um diesen Ausdruck zu minimieren, werden die partiellen Ableitungen von  $\chi^2$  nach  $\xi_i$  und  $\alpha_\lambda$  gleich Null gesetzt:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial \xi_i} = \frac{\xi_i - x_i}{\sigma_i^2} + \sum_{\lambda=1}^L \alpha_\lambda \cdot \frac{\partial F_\lambda}{\partial \xi_i} \stackrel{!}{=} 0 \quad (124)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha_\lambda} = F_\lambda(\xi_1 \dots \xi_N) \stackrel{!}{=} 0 \quad (125)$$

Diese Bedingung stellt ein Gleichungssystem aus  $(N+L)$  Gleichungen dar, und zwar für die  $N$  kinematischen Variablen  $\xi_i$  und die  $L$  Langrangemultiplikatoren  $\alpha_\lambda$  der Randbedingung  $F_\lambda$ . Letztere sind im allgemeinen keine linearen Funktionen der Variablen  $\xi_i$ . Die Lösung muß daher in einem iterativen Prozeß ermittelt werden.

<sup>65</sup> Die hier gegebene Definition gilt nur für den Fall nicht korrelierter Fehler. Monte-Carlo-Studien rechtfertigen diese Annahme.

In dem verwendeten Programm CBKFIT [20], das nach den Erfordernissen des Crystal-Barrel-Experimentes entwickelt worden ist, werden dazu die Funktionen  $F_\lambda$  linear genähert. Für den  $n$ -ten Iterationsschritt

$$\xi_i(n+1) = \xi_i(n) + \Delta\xi_i \quad (126)$$

gilt:

$$F_\lambda(\vec{\xi}(n+1)) = F_\lambda(\vec{\xi}(n)) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial F_\lambda(\vec{\xi}(n))}{\partial \xi_j} \cdot \Delta\xi_j + \mathcal{O}(\Delta\xi)^2 \quad (127)$$

Vernachlässigt man den Term zweiter Ordnung und setzt  $\vec{\xi}(n+1)$  ein, so werden die  $N$  Gleichungen aus Glchg. (124) ( $i = 1, \dots, N$ ):

$$\frac{\Delta\xi_i}{\sigma_i^2} + \frac{\xi_i(n) - x_i}{\sigma_i^2} + \sum_{\lambda=1}^L \alpha_\lambda \cdot \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left( F_\lambda(\vec{\xi}(n)) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial F_\lambda(\vec{\xi}(n))}{\partial \xi_j} \cdot \Delta\xi_j \right) = 0 \quad (128)$$

und die  $L$  Gleichungen aus Glchg. (125) ( $\lambda = 1, \dots, L$ ):

$$F_\lambda(\vec{\xi}(n)) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial F_\lambda(\vec{\xi}(n))}{\partial \xi_j} \cdot \Delta\xi_j = 0 \quad (129)$$

linear in den  $\Delta\xi_i$ . Mit der Lösung für  $\Delta\xi$  ist die Iterationsvorschrift gegeben.

Die Differenzen zwischen den korrigierten und gemessenen kinematischen Größen sollten gaußförmig streuen, und zwar mit der Breite der erwarteten Meßfehler, wenn der Detektor richtig kalibriert ist. Die Abweichungen der variierten Werte lassen sich auf die jeweiligen Fehler normieren. Die graphische Darstellung dieser normierten Abweichungen (sog. *pulls*) zeigen für eine gegebene Hypothese des betrachteten Endzustandes eine Normalverteilung. Sind die Meßfehler richtig angesetzt, erwartet man für diese *pull*-Verteilungen eine Breite von eins.

Das Ergebnis einer kinematischen Anpassung läßt sich schließlich anhand des entsprechenden  $\chi^2$ -Wertes beurteilen. Muß ein Meßwert oder mehrere um ein Vielfaches der erwarteten Fehler  $\sigma$  korrigiert werden, um die Randbedingungen zu erfüllen, so wächst  $\chi^2$  stark an.

Es läßt sich sogar die Wahrscheinlichkeit angeben, mit der die Meßwerte von den korrigierten, als wahr angenommenen Werten abweichen würden, sofern die Meßwerte um diese wahren Werte mit den Fehlern  $\sigma$  als Breite normalverteilt sind:

$$CL(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{z^{n/2-1} e^{-z/2}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} dz \quad (130)$$

$n$  bezeichnet hier die Anzahl der Freiheitsgrade bei der Anpassung. Dieses sogenannte *confidence level* (kurz: *CL*) stellt ein Maß für die Güte der Anpassung dar; je höher der *CL*-Wert, desto wahrscheinlicher stimmt die Annahme über die physikalischen Eigenschaften des Ereignisses mit den Meßwerten überein. Der *CL*-Wert einer kinematische

Anpassung beurteilt also nicht die Qualität einer Messung als solcher, sondern deren Vereinbarkeit mit einer physikalischen Hypothese. Die Festlegung eines minimalen *confidence levels*, bzw. eines maximalen  $\chi^2$  ermöglicht daher die Trennung von "guten und "schlechten Ereignissen. Bei einer korrekten Bestimmung der Meßfehler und sauber selektierten Ereignissen ist oberhalb einer gewissen Schwelle eine flache Verteilung der *CL*-Werte zu erwarten.



## D Projektionen einiger Übergangsamplituden

Auf den folgenden Seiten sind ein- und zweidimensionale Projektionen des Phasenraums dargestellt, der mit jeweils  $10^6$  simulierten Ereignissen von zehn unterschiedlichen Übergangsamplituden gefüllt wurde. Bei den Projektionen handelt es sich um die beiden Streudiagramme  $K\pi^\circ$  vs.  $K_L K_S \pi^\circ$  und  $K\pi^\circ \pi^\circ$  vs.  $K_L K_S \pi^\circ$  mit linearer Massenskala (je vier Einträge pro Ereignis), sowie die einfachen invarianten Massen  $K_L K_S$  (zwei),  $K\pi^\circ$  (vier),  $K\pi^\circ \pi^\circ$  und  $K_L K_S \pi^\circ$  (je zwei Einträge pro Ereignis). Die Verteilung der  $K_L K_S \pi^\circ$  Masse ist im selben Diagramm einmal ohne und einmal mit Schnitt auf das  $\phi$ -Meson (Bedingung  $m(K_L K_S) < 1040 \text{ MeV}/c^2$ ) zu sehen.

Man vergleiche die Streudiagramme der simulierten Ereignisse mit denen der Datenereignisse in Abb. 23. Die eindimensionalen Massenverteilungen der Datenereignisse sind mit Fehlerbalken zusätzlich in die entsprechenden Histogramme der simulierten Ereignisse eingetragen, die Verteilungen letzterer, die sich mangels statistischer Schwankung als glatte Kurven darstellen lassen, wurden auf die Gesamtzahl der Datenereignisse normiert (vgl. zu den Datenverteilungen auch Abb. 21 bzw. Abb. 26 links).

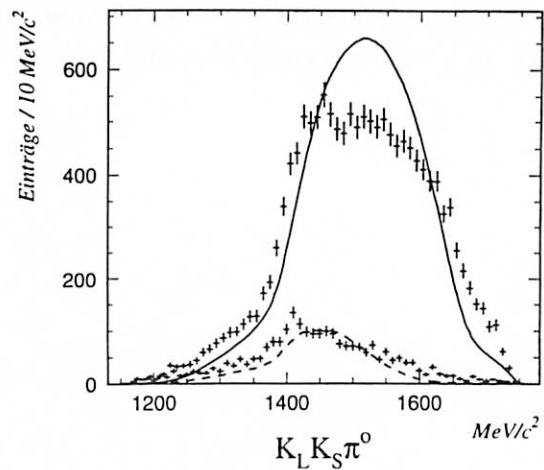
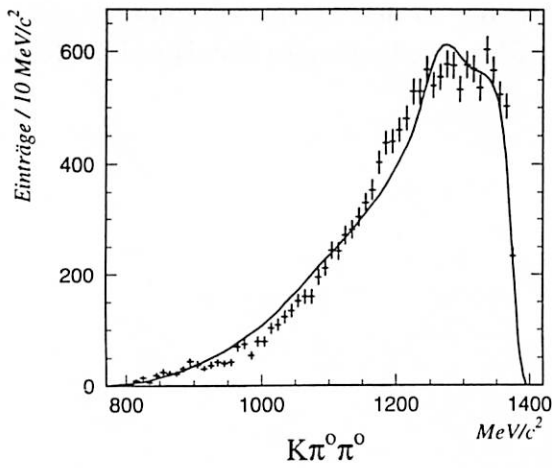
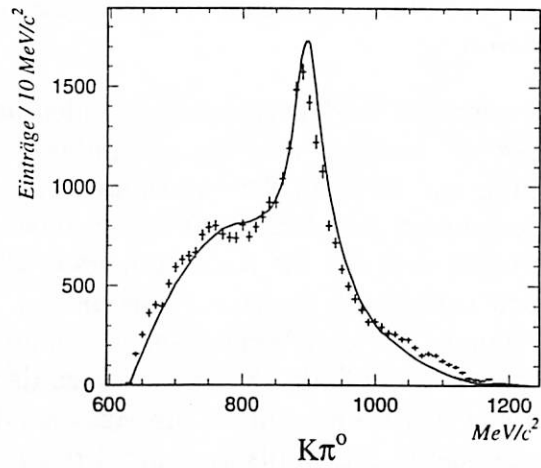
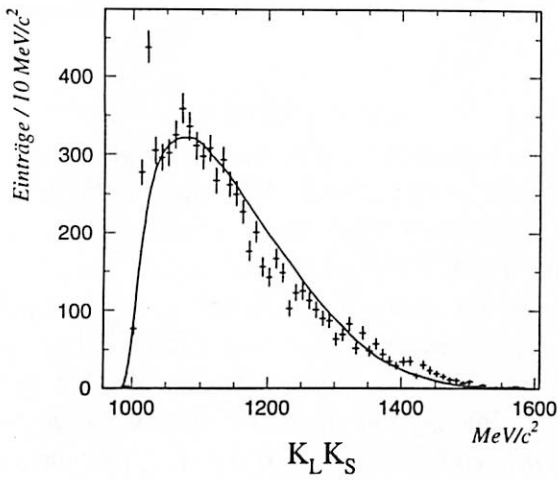
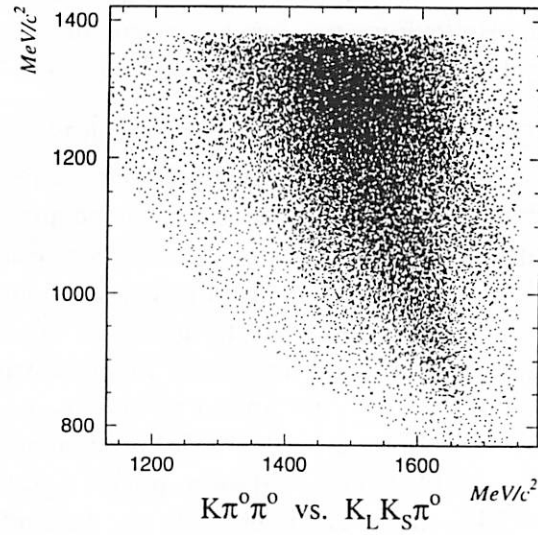
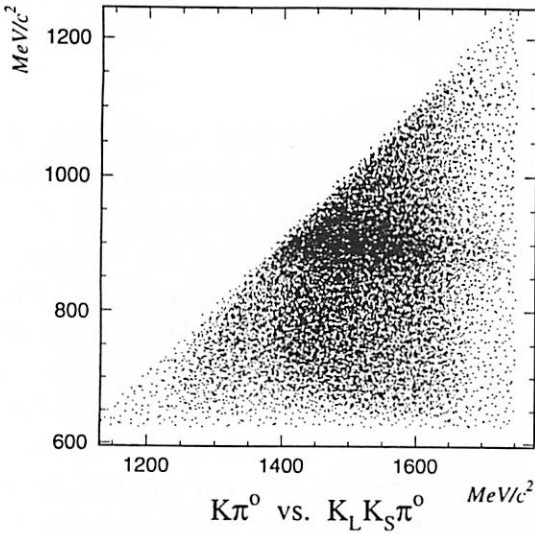
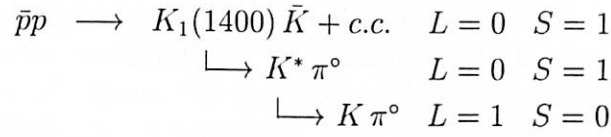
Die zehn Zerfallswege, die alle der S-Wellenannihilation entspringen, wurden vor allem im Hinblick auf die Untersuchung des  $K_L K_S \pi^\circ$ -Systems ausgewählt. Die Zwischenzustände der Zerfallskaskaden, Bahndrehimpuls  $L$  und Spineinstellung  $S$  sind im Seitenkopf angegeben. Wenn nicht anders notiert, entsprechen Nominalmasse  $m_0$  und Zerfallsbreite  $\Gamma_0$  der Breit-Wigner-Resonanzen den Angaben in [14] bzw. den in Anhang E tabellierten Werten; die Parametrisierung der Streuamplituden der  $(\pi\pi)_S$ - und  $(K\pi)_S$ -Welle sind in Anhang B S. 185 ff dokumentiert. Für die in  $K^*K$  zerfallende  $1^{+-}$  bzw.  $1^{--}$ -Resonanz wurde versuchsweise  $m_0 = 1425 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = 100 \text{ MeV}/c^2$  gesetzt, für die in  $\phi\pi^\circ$  zerfallende  $1^{+-}$  bzw.  $1^{--}$ -Resonanz  $m_0 = 1410 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma_0 = 80 \text{ MeV}/c^2$ .

Man erkennt die Schwierigkeit, die entsteht, den fünfdimensionalen Phasenraum des  $K_L K_S \pi^\circ \pi^\circ$ -Endzustandes allein durch Betrachtung der Massenspektren und Streudiagramme analysieren zu wollen. Insbesondere ist die Natur einzelner Spitzen in den Verteilungen invarianter Massen keinesfalls automatisch auf Resonanzen mit entsprechender Nominalmasse zurückzuführen. Die folgenden Seiten veranschaulichen, daß "gewöhnliche" Resonanzen in den Projektionen an verschiedenen, häufig zunächst überraschenden Stellen zu Reflexionen führen, was zu Mißdeutungen verleiten kann. Darüberhinaus können die Amplituden untereinander positiv oder negativ interferieren und dadurch Spitzen oder Löcher in den Massenverteilungen hervorrufen, ein Effekt, der hier freilich ausgeschlossen ist, da in den Darstellungen nur einzelne Amplituden simuliert wurden. Die zusätzliche Berücksichtigung von Interferenztermen ist Bestand der Partialwellenanalyse. Folgende, erstaunliche Verhaltensweisen der einzelnen Amplituden, die zum Teil allein schon auf die Kinematik der entsprechenden Zerfallswege zurückzuführen ist, lassen sich aber bereits an den Projektionen ablesen:

- Das plateau-artige Aussehen in der  $K\pi^\circ \pi^\circ$  Masse der Datenereignisse am oberen Rand des Phasenraums, die hohen Einträge und das abrupte Abfallen der rech-

ten Flanke kann nur unzureichend allein mit der  $K\pi^0\pi^0$ -Resonanz  $K_1(1400)$ , deren Nominalmasse sich bereits außerhalb des Phasenraums befindet, erklärt werden. Vielmehr sind hierfür offenbar  $\phi\pi^0\pi^0$ -Ereignisse verantwortlich, namentlich der Übergang  $\bar{p}p \rightarrow \phi(\pi\pi)_S$  oder auch der eventuell beitragende Übergang  $\bar{p}p \rightarrow 1^{+-}\pi^0 \rightarrow \phi\pi^0\pi^0$  bzw.  $\bar{p}p \rightarrow 1^{--}\pi^0 \rightarrow \phi\pi^0\pi^0$ . Auch ein hypothetischer  $K^*K$ -Zustand bildet, abhängig von seiner Breite, eine mehr oder weniger scharfe Reflexion am obersten Rand der  $K\pi^0\pi^0$  Masse:  $\bar{p}p \rightarrow 1^{--}\pi^0 \rightarrow K^*K\pi^0$  und scheinbar besonders  $\bar{p}p \rightarrow 1^{+-}\pi^0 \rightarrow K^*K\pi^0$ .

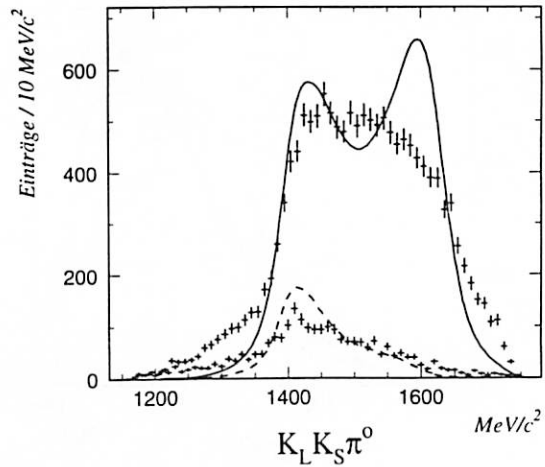
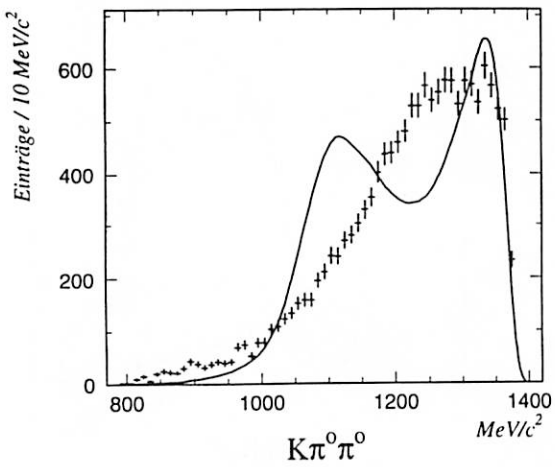
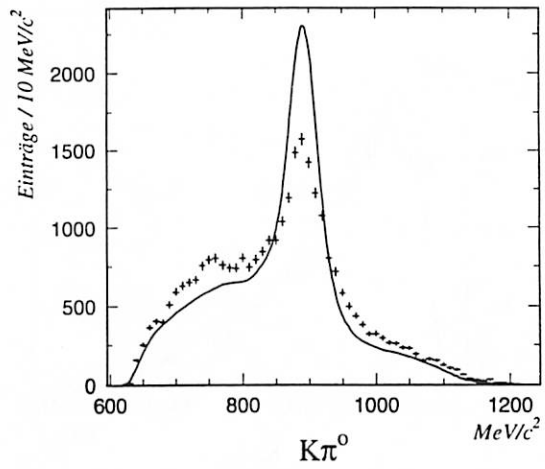
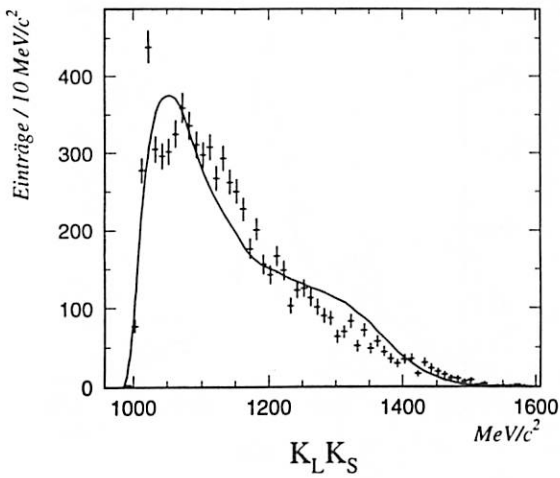
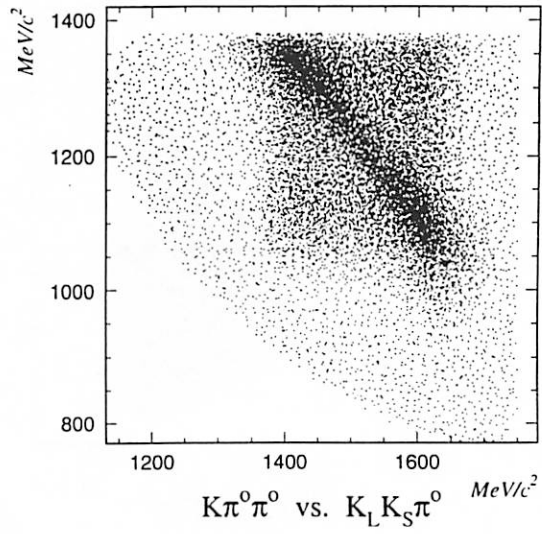
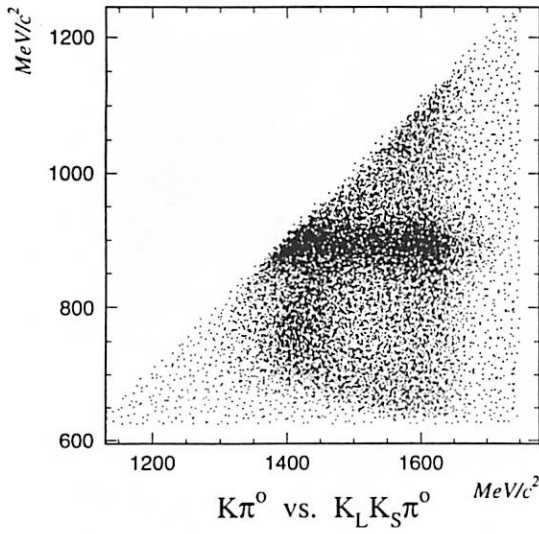
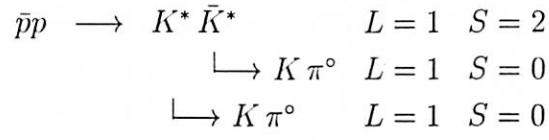
- Die beiden Amplituden  $\bar{p}p \rightarrow K^*\bar{K}^*$  mit  $S = 0$  und  $S = 2$  führen zu völlig verschiedenen Ereignisverteilungen. Die  $K^*$ -Bänder in den Streudiagrammen offenbaren in ihren jeweiligen Zentren positive Interferenz der  $K^*$ -Mesonen für  $S = 0$  und negative für  $S = 2$ . Dies sorgt im letzteren Fall wie bei den im vorherigen Punkt erwähnten Amplituden vermehrt für Einträge bei sehr hohen  $K\pi^0\pi^0$  Massen. Neben den hypothetischen  $K^*K$  und  $\phi\pi^0$  Resonanzen ist die  $K^*\bar{K}^*$  Amplitude mit  $S = 2$  auch imstande, in der invarianten  $K_L K_S \pi^0$  Masse zwischen 1400 und 1450 MeV/c<sup>2</sup> eine Spitze zu erzeugen. Eine zweite Spitze macht sich aufgrund der  $K^*$ -Interferenz bei 1600 MeV/c<sup>2</sup> bemerkbar, ebenso in der invarianten  $K\pi^0\pi^0$  Masse bei 1100 MeV/c<sup>2</sup>. Diese doppelte Spitze fehlt allerdings bei den gemessenen Daten vollkommen, ein Umstand, der zumindest nicht für einen dominanten Beitrag dieser Amplitude spricht und der Existenz von  $K^*K$ - oder  $\phi\pi^0$ -Zuständen Chancen einräumt.
- Ereignisse der Übergangsamplituden  $\bar{p}p \rightarrow 1^{+-}\pi^0 \rightarrow \phi\pi^0\pi^0$  und  $\bar{p}p \rightarrow 1^{--}\pi^0 \rightarrow \phi\pi^0\pi^0$  besitzen eine sehr charakteristische Kinematik, die eine schmale Verteilung vor allem in der invarianten  $K\pi^0$ -Masse bewirkt. Alle vier möglichen  $K\pi^0$ -Kombinationen führen zu einem annähernd gleichen Wert dicht unterhalb der  $K^*$  Masse, weil sich die Kaonen in erster Näherung in Ruhe befinden, und sich die Pionen energetisch gleichen. Aus diesem Grund ist auch die  $K_L K_S \pi^0$  Masse ähnlich schmal. Auf den Verlauf der invarianten  $K\pi^0\pi^0$  Masse hat dieser Effekt keinen so großen Einfluß, da im Gegensatz zu den beiden anderen Systemen der Winkel zwischen den Pionimpulsen zur Massenbildung eingeht, der natürlich sehr verschieden sein kann. Jedenfalls täuschen Ereignisse mit  $\phi\pi^0$ -Resonanz in der  $K\pi$ -Projektion eine Art starkes Signal von  $K^*$ -Mesonen vor, das in den Streudiagrammen (in  $K\pi$  vs.  $KK\pi$  als waagerechtes und in  $K\pi\pi$  vs.  $KK\pi$  als diagonales Band) freilich fehlt.







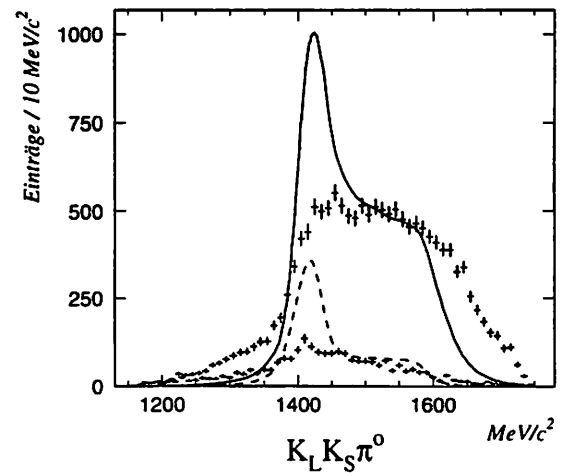
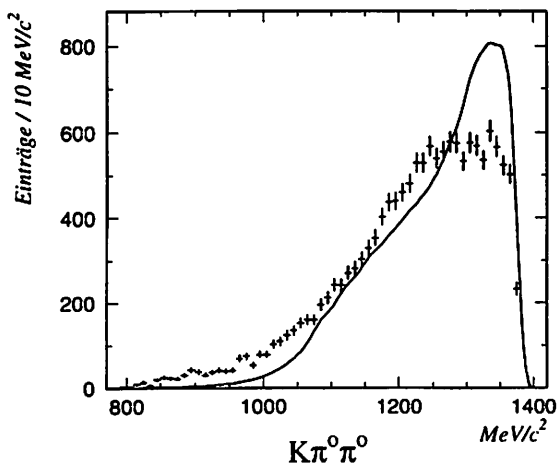
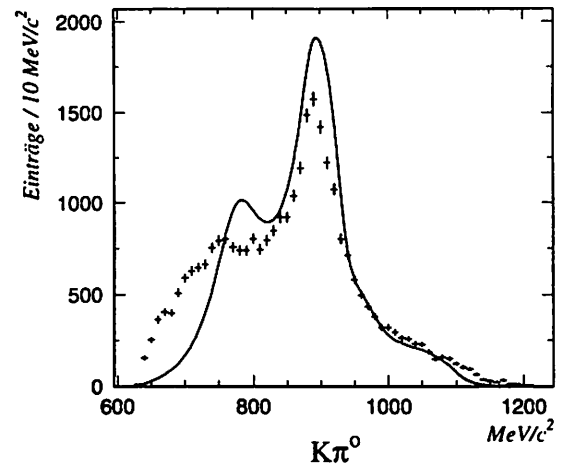
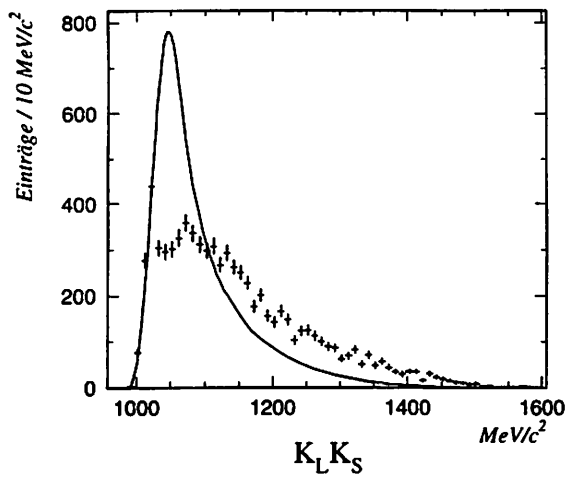
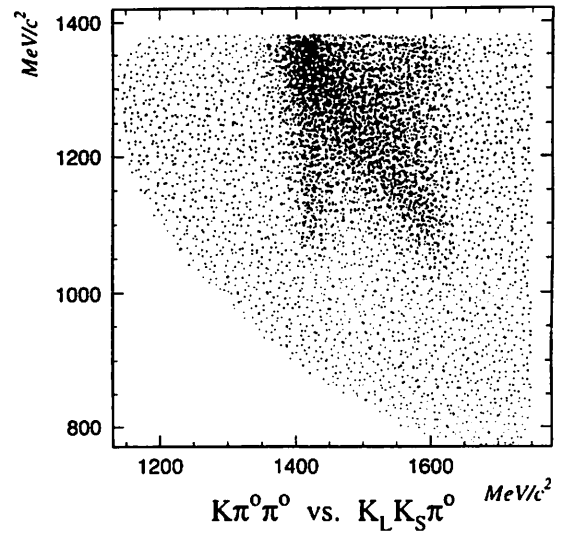
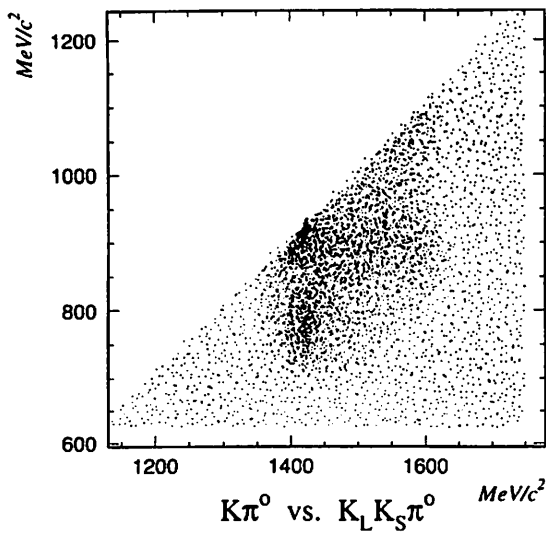
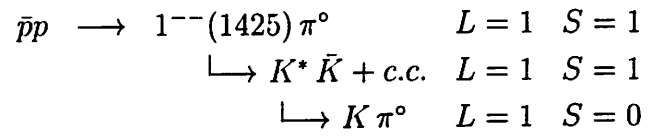


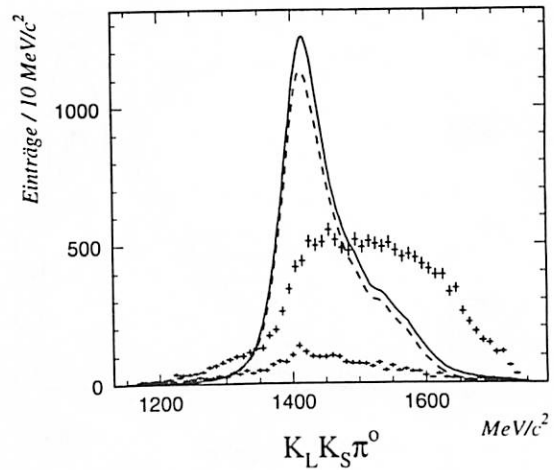
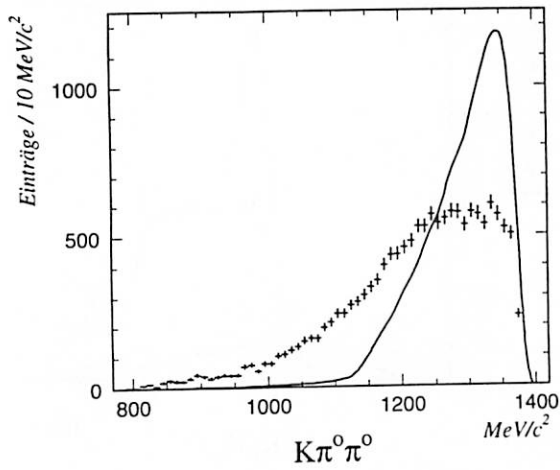
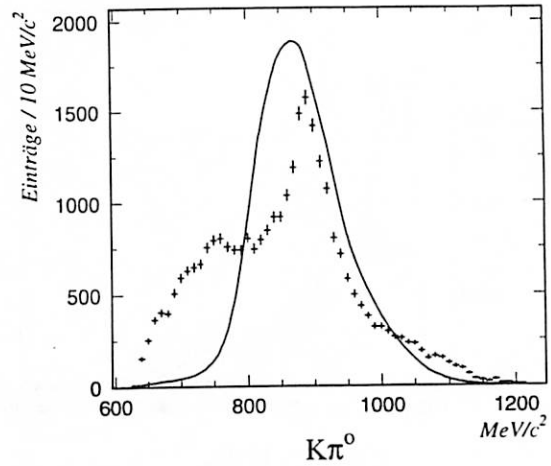
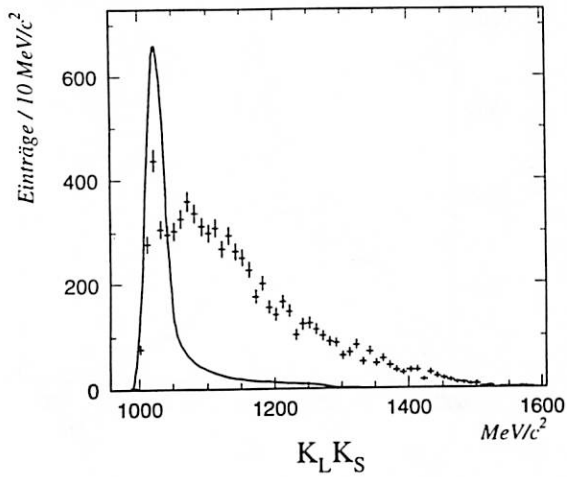
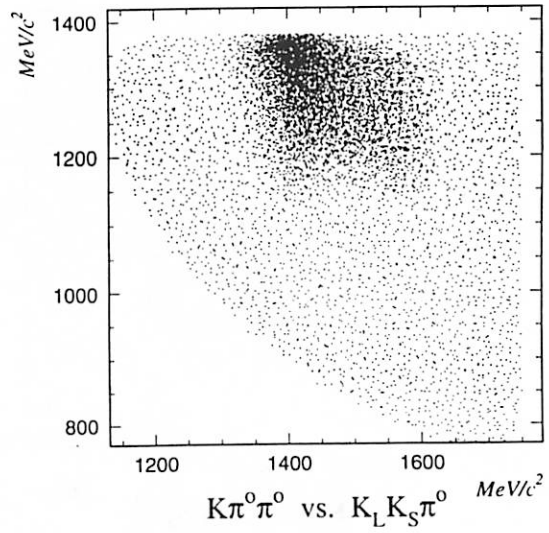
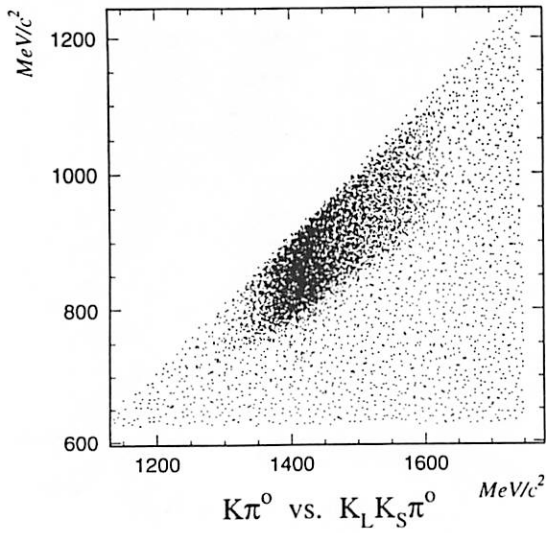
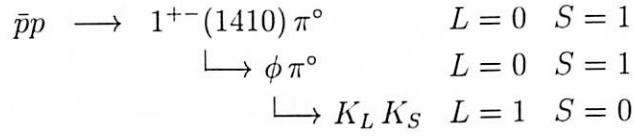


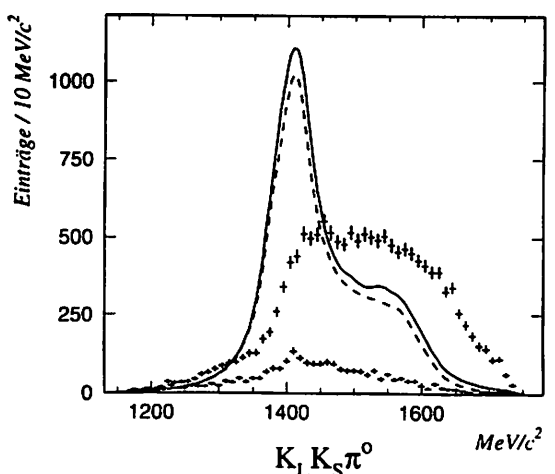
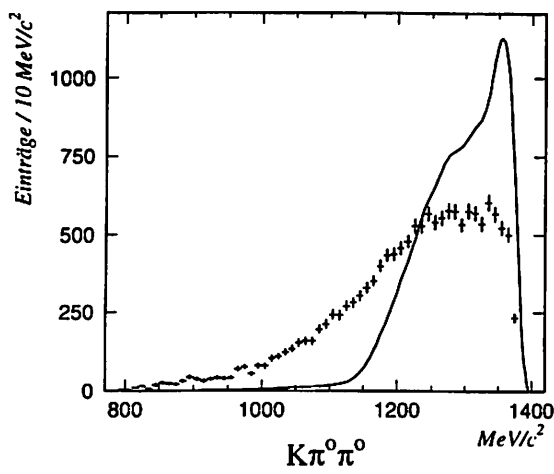
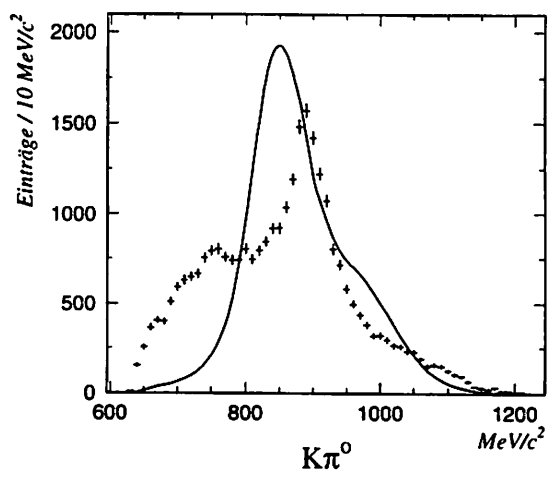
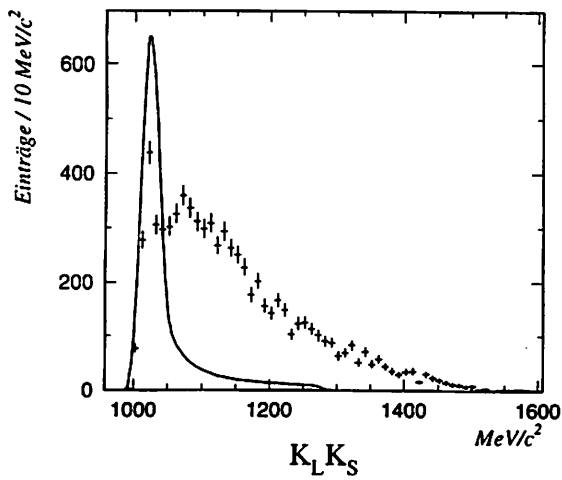
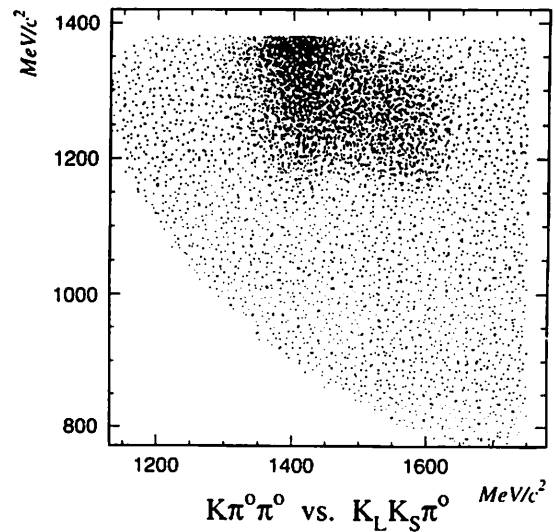
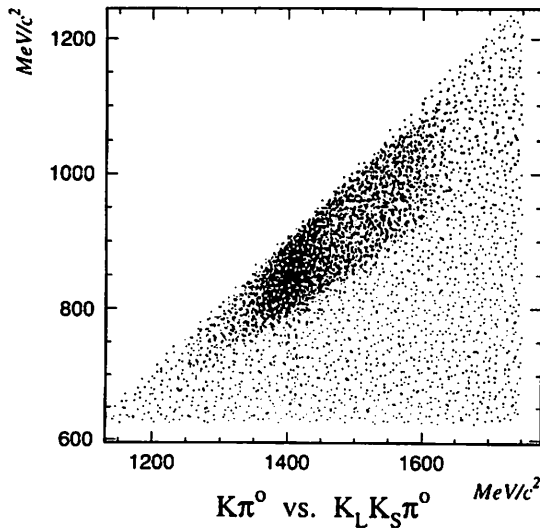
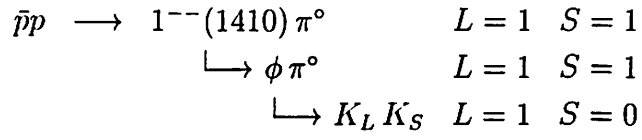












## E Teilcheneigenschaften

Die folgenden zwei Tabellen stellen alle bekannten oder vermuteten Resonanzen zusammen, die im Kanal  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  auftreten oder auftreten könnten, einschließlich der bei der Daten-selektion relevanten stabilen Teilchen. Aufgeführt werden Masse  $m_0$ , Breite  $\Gamma_0$  (auch FWHM für *full width half maximum*), Quantenzahlen und Zerfälle der Teilchen. Die angegebenen Werte sind dem aktuellen Band "Review of Particle Properties" der *Particle Data Group* entnommen [14]. Die Resonanzen werden von einer Breit-Wigner-Amplitude mit den Parametern  $m_0$  und  $\Gamma_0$  dargestellt (Gl. 100). Soweit das Ergebnis der vorliegenden Untersuchung genauere Aussagen über die Eigenschaften der Resonanzen erlaubt, werden diese explizit im Kapitel 5.3 genannt. Solche Eigenschaften sind hier mit \* gekennzeichnet. In den beiden letzten Spalten der Tabellen werden nur die in der Analyse berücksichtigten Zerfälle mit entsprechendem Verzweigungs-verhältnis, soweit bekannt, angegeben. Für manche, noch ungenügend erforschte Zerfallsmoden beziffert *CL* das Konfidenzniveau für ein oberes Limit einer Zerfallswahrscheinlichkeit. Ein ? kennzeichnet einen im Prinzip möglichen Zerfall, über den aber mangels experimenteller Daten keine genaueren Angaben machbar sind.

Teilchen	$I^G (J^{PC})$	$m_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\Gamma_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	Zerfall	Verzweigung
$\pi^0$	$1^- (0^{-+})$	134,9764(6)	$7,8 \cdot 10^{-6}$ ††	$\gamma\gamma$	0,98798(32)
$\eta$	$0^+ (0^{-+})$	$547,30 \pm 0,12$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$\gamma\gamma$	0,388(5)
$f_0(980)^\dagger$	$0^+ (0^{++})$	$980 \pm 10$	40...400	$\pi\pi$	0,781(24)
$\phi(1020)$	$0^- (1^{--})$	1019,413(8)	$4,43 \pm 0,05$	$K_L K_S$	0,343(7)
$b_1(1235)^0$	$1^+ (1^{+-})$	$1229,5 \pm 3,2$	$142 \pm 9$	$K \bar{K}_0^* + c.c.$ $\phi\pi$	? < 0,015 <i>CL</i> 84%
$f_0(400-1200)^\dagger$	$0^+ (0^{++})$	1000...1500	150...400	$\pi\pi$	0,936(17)
$h'_1(1380)^{\dagger\dagger}$	$?^- (1^{+?})$	$1380 \pm 20$ *	$80 \pm 30$ *	$K \bar{K}_0^* + c.c.$ $K \bar{K}^* + c.c.$	? gesehen
$f_1(1420)$	$0^+ (1^{++})$	$1426,2 \pm 1,2$	$55,0 \pm 3,0$	$K \bar{K} \pi$ $K \bar{K}^* + c.c.$	dominant dominant
$\omega(1420)^{\dagger\dagger\dagger}$	$0^- (1^{--})$	$1419 \pm 31$	$174 \pm 59$	$K \bar{K}_0^* + c.c.$ $K \bar{K}^* + c.c.$	? ?
$\rho(1450)^0 \dagger\dagger\dagger$	$1^+ (1^{--})$	$1452 \pm 8$ *	$310 \pm 60$ *	$K \bar{K}_0^* + c.c.$ $K \bar{K}^* + c.c.$ $\phi\pi$	? ? < 0,01
$\phi(1680)$	$0^- (1^{--})$	$1681 \pm 8$ *	$150 \pm 50$ *	$K \bar{K}_0^* + c.c.$ $K \bar{K}^* + c.c.$ $K \bar{K}$	? dominant gesehen

Teilchen	$I^G (J^{PC})$	$m_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\Gamma_0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	Zerfall	Verzweigung
$K_S$	(0 <sup>-</sup> -)	497,672(31)	$7,4 \cdot 10^{-12}$ ††	$\pi^0 \pi^0$	0,3139(28)
$K_L$	(0 <sup>-</sup> +) )	497,672(31)	$1,3 \cdot 10^{-14}$ ††		
$K^*(892)^0$	$\frac{1}{2}$ (1 <sup>-</sup> )	$896,10 \pm 0,28$	$50,5 \pm 0,6$	$K\pi$	0,99770(20)
$K_1(1270)^0$	$\frac{1}{2}$ (1 <sup>+</sup> )	$1273 \pm 7$	$87 \pm 7$	$K^*\pi$ $K_0^*\pi$ $Kf_0$	$0,16 \pm 0,05$ $0,28 \pm 0,04$ $0,03 \pm 0,02$
$K_1(1400)^0$	$\frac{1}{2}$ (1 <sup>+</sup> )	$1402 \pm 7$	$174 \pm 13$	$K^*\pi$ $K_0^*\pi$ $Kf_0$	$0,94 \pm 0,06$ ? $0,02 \pm 0,02$
$K^*(1410)^0$	$\frac{1}{2}$ (1 <sup>-</sup> )	$1414 \pm 15$	$232 \pm 21$	$K^*\pi$ $K\pi$	$> 0,4$ CL 95 % $0,066 \pm 0,013$
$K_0^*(1430)^0$ †	$\frac{1}{2}$ (0 <sup>+</sup> )	$1429 \pm 7$	$287 \pm 24$	$K\pi$	$0,93 \pm 0,10$
$K_2^*(1430)^0$	$\frac{1}{2}$ (2 <sup>+</sup> )	$1432,4 \pm 1,3$	$109 \pm 5$	$K^*\pi$ $K\pi$ $K\pi\pi$	$0,252 \pm 0,017$ $0,497 \pm 0,012$ $0,130 \pm 0,023$
$K(1460)^0$ †††	$\frac{1}{2}$ (0 <sup>-</sup> )	$\sim 1460$	$\sim 250$	$K^*\pi$ $K_0^*\pi$	? ?
$K^*(1680)^0$	$\frac{1}{2}$ (1 <sup>-</sup> )	$1717 \pm 27$	$322 \pm 110$	$K^*\pi$ $K\pi$	$0,299^{+0,022}_{-0,047}$ $0,387 \pm 0,025$

- † Die Resonanzen  $f_0(980)$  und  $f_0(400-1200)$  werden besser von einer speziellen Parametrisierung der  $(\pi\pi)$ -S-Welle als von einer Breit-Wigner-Amplitude dargestellt, Schreibweise:  $(\pi\pi)_S$ . Gelegentlich findet sich für die  $(\pi\pi)$ -S-Welle in der Literatur auch die Bezeichnung  $\sigma$ . Entsprechendes gilt für die Resonanz  $K_0^*(1430)$ : sie wird genauer durch eine geeignete Parametrisierung der  $(K\pi)$ -S-Welle beschrieben, Schreibweise:  $(K\pi)_S$ . Siehe hierzu die Erläuterungen in Kapitel 5.
- †† Die mittlere Lebensdauer  $\tau$  läßt sich aus der Breite  $\Gamma$  nach der Unschärferelation berechnen:  $\tau = \hbar/\Gamma$ . Für die "stabilen" Teilchen sind die mittleren Lebenszeiten:  
 $\tau_{\pi^0} = (8,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-17}$  s  
 $\tau_{K_S} = (0,8926 \pm 0,0012) \cdot 10^{-10}$  s  
 $\tau_{K_L} = (5,17 \pm 0,04) \cdot 10^{-8}$  s  
Aus dem mittleren Impuls  $\bar{p}$  der Teilchen errechnet sich die mittlere Flugweite  $\bar{x} = \tau \bar{p}/m$ .
- ††† Die Existenz dieser Resonanzen ist nicht gesichert.

## Literatur

- [1] E. Aker *et al.*: The Crystal-Barrel Spectrometer at LEAR, Nucl. Instr. & Meth. A 321 (1992) 69
- [2] P. Lefèvre: Proc. Fourth LEAR Workshop (1987), Villars-sur-Ollon (Schweiz), Hrsg.: C. Amsler *et al.*: Harvard Academic Publishers: Harvard (1988)
- [3] W. Schott: Das CsJ(Tl)-Kalorimeter des Crystal-Barrel-Detektors, Dissertation, Universität Karlsruhe (1989)
- [4] M. Doser *et al.*: Nucl. Phys. A 486 (1988) 493
- [5] C.J. Batty: Rep. Prog. Phys. 52 (1989) 1165
- [6] G.A. Snow, J. Sucher: Phys. Rev. 118 (1960) 864
- [7] C. Amsler *et al.*: Phys. Lett. B 297 (1992) 214
- [8] F. Halzen und A.D. Martin: Quarks and Leptons, John Wiley and sons, (1984)
- [9] P. Schmüser: Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (1988)
- [10] Chr. Berger: Teilchenphysik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (1992)
- [11] F. Abe *et al.*: Phys. Rev. D50 (1994) und Phys. Rev. D51 (1994)
- [12] F. Abe *et al.*: Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2626
- [13] S. Abachi *et al.*: Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2632
- [14] Particals and Fields: Phys. Rev. D, Volume 45, Part II, Review of Particle Properties (1998)
- [15] D. Meindon *et al.*: Phys. Rev. D11 (1975) 3165
- [16] S. Okubo: Phys. Lett. 5 (1963) 165,  
G. Zweig: CERN preprint No. 8419/TH412 (1964)  
I. Iizuka: Progr. Thor. Phys. Suppl. 37 (1966) 21
- [17] H.P. Dietz: Protoniumvernichtung in  $K^{\circ}\bar{K}^{\circ}\pi^{\circ}$  und  $K^{\circ}\bar{K}^{\circ}\eta$ , Dissertation, Universität München (1994)
- [18] O. Cramer: Protoniumvernichtung in  $K_L^{\circ}K_S^{\circ}$ , Diplomarbeit, Universität München (1993)

- [19] P. Schmidt: Pi0 Reconstruction And Optional Fitting Software, Ver. 2.0, CB-note 133 (1991)
- [20] P. Hidas, G. Pinter: Kinematic Fitting Software, Ver. 2.09/00, CB-note 120 (1992)
- [21] R. Bossingham: Monte Carlo Software CBGEANT, Ver. 4.06/03, CB-note 169 (1992)
- [22] R. Brun *et al.*: GEANT 3, Internal Report, CERN DD/EE/84-1 (1987)
- [23] M. Englert: Untersuchung Radiativer  $\bar{p}p$ -Annihilationen, Dissertation, Universität München (1993)
- [24] N. Barash *et al.*: Annihilations of Antiprotons at Rest in Hydrogen. IV.  $\bar{p}p \rightarrow \bar{K} K \pi \pi$ . Phys. Rev., Vol. 145 Nr. 4 (1966) 1095
- [25] C. W. Felix: Maxtool, Analysis Program Package, Release 96.01 CB-note 244 (1996)
- [26] GENBOD N-body Monte Carlo Generator, Cern Program Library W515
- [27] K. Königsmann: Fits to Unbinned Data, CB-note 195 (1992)
- [28] C. Amsler: Likelihood Fitting, CB-note 1xx (1992)
- [29] C. A. Mayer: The Analysis of  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  in the  $\pi^+ \pi^- 6\gamma$  Final State, CB-note 221 (1993)
- [30] P. Illinger: Zerfall von Protonium in  $\pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0$ , Dissertation, Universität München (1994)
- [31] C. Kolo: Protoniumvernichtung in  $K_L K^\pm \pi^\mp \pi^0$  und  $K_L K^\pm \pi^\mp \pi^0 \pi^0$ , Dissertation, Universität München (1995)
- [32] F. James: MINUIT Function Minimization and Error Analysis, CERN Program Library, Entry D506, Ver. 92.1 (1992)
- [33] F. James: Interpretation of the Errors on Parameters given by MINUIT, CERN DD Suppl. D506 (1987)
- [34] F. James: Determining the Statistical Significance of Experimental Results, CERN DD/81/02 (1981)



- [35] S.U. Chung: Spin Formalisms, CERN 71-8 (1971)
- [36] M. Jacob und G.C. Wick: Ann. of Phys. 7 (1995) 404-428
- [37] Ch. Zemach: Phys. Rev. B 140 (1965) 97 und 109
- [38] W. Rarita und J. Schwinger: Phys. Rev. 60 (1941) 61
- [39] C. Amsler, J.C. Bizot: Simulation of Angular Distributions and Correlations in the Decay of Particles with Spin, Computer Physics Communications 30 21-30, North-Holland Publishing Company (1983)
- [40] C. Amsler: Spin Simulation Program SPIN, CB-note 153
- [41] J.D. Jackson: Nuovo Cimento, 34 (1964) 1644
- [42] J.M. Blatt und V. Weisskopf: Theoretical Nuclear Physics, John Wiley and Sons, New York (1952)
- [43] F. v. Hippel und C. Quigg: Phys. Rev. D 5 (1972) 624
- [44] S.M. Flatté: Phys. Lett. B 63 (1976) 224
- [45] S.U. Chung: Formulas for Partial-Wave-Analysis, CB-note 211 (1989)
- [46] K.L. Au, D. Morgan, M.R. Pennington: Phys. Rev. D 35 (1987) 1633
- [47] D. Aston *et al.*: Phys. Lett. B 201 (1988) 573
- [48] J. Buon *et al.*: Phys. Lett. B 118 (1982) 221
- [49] S.I. Bityukov *et al.*: Phys. Lett. B 188 (1987) 383
- [50] Aguilar-Benitez *et al.*: Nucl. Phys. B 141 (1978) 101
- [51] D. Astier *et al.*: Nucl. Phys. B 10 (1969) 65
- [52] Bird: SLAC-332 (1989)
- [53] C. Baltay *et al.*: Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 93
- [54] Dahl *et al.*: Phys. Rev. 163 (1967) 1377
- [55] Bizzarri *et al.*: Nucl. Phys. B 14 (1969) 169
- [56] D. Aston *et al.*: Phys. Lett. B 92 (1980) 211
- [57] Barber *et al.*: Zeitschrift für Physik C 4 (1980) 169
- [58] Bisello *et al.*: Nucl. Phys. B 21 (1991) 111

- [59] Antonelli *et al.*: Zeitschrift für Physik C 56 (1992) 15
- [60] B. Frensh *et al.*: Nuovo Cimento 52A (1967) 438
- [61] B. Lörstad *et al.*: Nucl. Phys. B 14 (1969) 63
- [62] J. Duboc *et al.*: Nucl. Phys. B 46 (1972) 429
- [63] R. Nacash *et al.*: Nucl. Phys. B 135 (1978) 203
- [64] R.K. Carnegie *et al.*: Nucl. Phys. B 127 (1977) 509
- [65] C. Daum *et al.*: Nucl. Phys. B 187 (1981) 1
- [66] D. Aston *et al.*: Nucl. Phys. B 296 (1988) 493
- [67] D. Aston *et al.*: Nucl. Phys. B 292 (1987) 693
- [68] D. Aston *et al.*: Phys. Lett. B 149 (1984) 258
- [69] Antonelli *et al.*: Phys. Lett. B 212 (1988) 133
- [70] Bisello *et al.*: Phys. Lett. B 220 (1989) 321
- [71] D. Aston *et al.*: Proceedings Hadron 93 conference, Seite 1797
- [72] A. Abele *et al.*: Phys. Lett. B 391 (1997) 191
- [73] Bizot *et al.*: Madison Conference (1980) 546
- [74] Delcourt *et al.*: Phys. Lett. B 99 (1981) 257
- [75] Mane *et al.*: Phys. Lett. B 112 (1982) 178
- [76] Bisello *et al.*: Zeitschrift für Physik C 39 (1988) 13
- [77] Bisello *et al.*: Zeitschrift für Physik C 52 (1991) 227
- [78] D. Aston *et al.*: Phys. Lett. B 104 (1981) 231
- [79] Atkinson *et al.*: Zeitschrift für Physik C 27 (1985) 233
- [80] Busenitz *et al.*: Phys. Rev. D 40 (1989) 1
- [81] A. Abele *et al.*: Phys. Lett. B 415 (1997) 289
- [82] Gavillet *et al.*: Zeitschrift für Physik C 16 (1982) 119
- [83] Birman *et al.*: Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 1557
- [84] Donnachie *et al.*: Zeitschrift für Physik C 51 (1991) 689

- [85] S.I. Bityukov *et al.*: Phys. Lett. B 203 (1988) 327
- [86] R. Armenteros, B. French: Antinucleon-Nucleon Interactions in High Energy Physics Volume 4, Seite 237, *Academic Press* New York, London (1968)
- [87] B. Conforto *et al.*: Nucl. Phys. B 3 (1967) 469
- [88] S. v. Dombrowski: Protoniumvernichtung in  $\omega\pi^0\pi^0$   
Diplomarbeit, Universität Zürich (1992)
- [89] K. Braune und C.W. Felix: Technical Report:  
 $\bar{p}p$  Annihilation at Rest into  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ , CB-note 296 (1996)

## Persönliche Anmerkung

Diese Arbeit ist das Ergebnis einer intensiven Beschäftigung mit einem Thema, das vor einigen Jahren am CERN seinen Ursprung nahm. Auf dem oft hindernisreichen Weg zu den hier geschilderten, abschließenden Analysen konnte ich mich auf verschiedenartige Unterstützung anderer verlassen:

Zu allererst möchte ich meinem Doktorvater, Herrn Prof. Martin Faessler, für die Betreuung dieser Arbeit danken. Sein physikalischer Spürsinn half oft bei der Bewältigung konkreter Probleme. Er überließ viel individuellen Freiraum, drängte aber stets auf den Fortgang der Dinge. Für die freundschaftliche und inspirierende Atmosphäre in der Genfer Gruppe sorgten nicht zuletzt gemeinsame Unternehmungen wie die zahlreichen Ausflüge in die Alpen oder den Jura.

Herrn Prof. Črtomir Zupančič danke ich für viele Ideen und die Hilfsbereitschaft, die er stets anbot. Durch sein Wissen und seinen Rat sind mir manche Irrwege erspart geblieben.

Ohne die kompetente Hilfe von Privatdozent Dr. Kersten Braune, vor allem bei der Zähmung widerspenstiger Rechner, wäre vieles kaum möglich gewesen. Auch ihm bin ich zu Dank verpflichtet. Die Monte-Carlo-Simulationen in dieser Arbeit stammen aus seiner Hand. An der Veröffentlichung der Ergebnisse war er maßgeblich beteiligt.

Der Garchinger Gruppe möchte ich für ihre hilfreichen Ratschläge danken. Hier sei vor allem Prof. Wolfgang Dünneweber genannt.

Während meiner Doktorarbeit habe ich persönlich wertvolle Menschen kennen lernen dürfen. Besonders mit Dr. Patrick Illinger und Dr. Castulus Kolo verband mich nicht nur ein Stück gemeinsamer Lebensweg seit uns die Diplomarbeit in Genf zusammengeführt hat. Auf ihre Meinungen zählte ich viel, ihr Humor war eine Bereicherung.

Viele hier Ungenannte halfen mir, mich daran zu erinnern, daß das Leben auch nach der Promotion weitergeht. Neben meiner Familie trugen einige konkret auf die ein oder andere unterstützende Weise dazu bei, daß dieser Übertritt nun vollzogen ist: Stephan Huhn, Simmi Clemente, Vincenzo Marzulli, Sophia Papazoglou und Peter Sperlich. Auch ihnen sei hier ausdrücklich dafür gedankt.

# Lebenslauf

Name: Christian Wolfgang Felix  
Geburtsdatum: 18. April 1963  
Geburtsort: München  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: ledig

## Schule und Studium

1969–73 Grundschule in München  
1973–82 Humanistisches Karlsgymnasium in München  
Mai 1982 Abitur  
1982–89 Studium der Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München  
November 1984 Vordiplom  
1988–89 Diplomarbeit am Europäischen Institut für Teilchenforschung CERN (Genf):  
“Energiekalibration des Crystal-Barrel-Detektors mit kosmischen Teilchen”  
Dezember 1989 Hauptdiplom (Nebenfach Astrophysik und Elektronik)  
1990–95 Mitglied der Crystal-Barrel-Gruppe am CERN

## Berufstätigkeit

1990–93 Wissenschaftlicher Angestellter an der  
Ludwig-Maximilians-Universität München (LMU)  
1993–96 Wissenschaftliche Hilfskraft an der (LMU)  
1997 Mitarbeiter der Softwarefirma syskoplan GmbH  
als Berater und Programmierer

## Promotion

1998 Abschluß der Dissertation in Experimentalphysik  
bei Herrn Prof. Dr. M. A. Faessler:  
“Antiproton-Proton-Annihilation in  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ ”