

Übungen Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

14. Man zeige, dass die Hintereinanderausführung zweier Verbandshomomorphismen (Monomorphismen, Epimorphismen) wieder ein Verbandshomomorphismus (Monomorphismus, Epimorphismus) ist.
15. Seien (V, \sqcap, \sqcup) , (V', \sqcap', \sqcup') Verbände mit den Verbandsordnungen \leq und \leq' . Eine Abbildung $h : V \rightarrow V'$ heißt Ordnungshomomorphismus, falls $\forall x, y \in V : [x \leq y \Rightarrow h(x) \leq' h(y)]$. Zeigen oder widerlegen Sie für $h : V \rightarrow V'$:
 h ist ein Verbandshomomorphismus $\Leftrightarrow h$ ist ein Ordnungshomomorphismus
16. Sei (V, \sqcap, \sqcup) ein distributiver Verband, $a \in V$.
Zeigen Sie, dass $\phi : V \rightarrow V$, $\phi(x) = a \sqcap x$ und $\psi : V \rightarrow V$, $\psi(x) = a \sqcup x$ Verbandshomomorphismen sind.
17. Ist der Verband $(\{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ teilt } 30\}, \text{ggt}, \text{kgV})$ eine Boole'sche Algebra?
18. Minimieren Sie

$$\begin{aligned} p = & x_1'x_2'x_3'x_4' + x_1'x_2'x_3x_4' + x_1'x_2x_3'x_4 + x_1'x_2x_3x_4' + \\ & + x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2'x_3'x_4' + x_1x_2'x_3x_4 + x_1x_2x_3'x_4 + \\ & + x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3x_4' \end{aligned}$$

mit der Quine-McCluskey Methode.