

## Übungen Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

14. Man zeige, dass die Hintereinanderausführung zweier Verbandshomomorphismen (Monomorphismen, Epimorphismen) wieder ein Verbandshomomorphismus (Monomorphismus, Epimorphismus) ist.
15. Seien  $(V, \sqcap, \sqcup)$ ,  $(V', \sqcap', \sqcup')$  Verbände mit den Verbandsordnungen  $\leq$  und  $\leq'$ . Eine Abbildung  $h : V \rightarrow V'$  heißt Ordnungshomomorphismus, falls  $\forall x, y \in V : [x \leq y \Rightarrow h(x) \leq' h(y)]$ . Zeigen oder widerlegen Sie für  $h : V \rightarrow V'$ :  
 $h$  ist ein Verbandshomomorphismus  $\Leftrightarrow h$  ist ein Ordnungshomomorphismus
16. Sei  $(V, \sqcap, \sqcup)$  ein distributiver Verband,  $a \in V$ .  
Zeigen Sie, dass  $\phi : V \rightarrow V$ ,  $\phi(x) = a \sqcap x$  und  $\psi : V \rightarrow V$ ,  $\psi(x) = a \sqcup x$  Verbandshomomorphismen sind.
17. Ist der Verband  $(\{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ teilt } 30\}, \text{ggt}, \text{kgV})$  eine Boole'sche Algebra?
18. Minimieren Sie

$$\begin{aligned} p = & x_1'x_2'x_3'x_4' + x_1'x_2'x_3x_4' + x_1'x_2x_3'x_4 + x_1'x_2x_3x_4' + \\ & + x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2'x_3'x_4' + x_1x_2'x_3x_4 + x_1x_2x_3'x_4 + \\ & + x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3x_4' \end{aligned}$$

mit der Quine-McCluskey Methode.