

Übungen Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
Blatt 8 für 19.5.2011

42. Zeigen Sie: Sei R ein Ring, dann ist auch $R[x]$ ein Ring.
43. Es seien $p = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3$ und $q = x^5 + x^2 + 4x + 4 \in \mathbb{Z}_5[x]$. Finden Sie $s, t \in \mathbb{Z}_5[x]$ mit $\text{ggT}(p, q) = s p + t q$.
44. Sei $p = 2x + x^4 + x^5 + 2x^7 + x^8 \in \mathbb{Z}_3[x]$. Finden Sie ein Polynom $q \in \mathbb{Z}_3[x]$ mit möglichst kleinem Grad, sodass die von p und q induzierten Polynomfunktionen \bar{p} und \bar{q} übereinstimmen.
45. Sei $M = \{f \in \mathbb{R}^{[-1,1]} \mid \forall x \in [-1,1]: f(x) = f(-x)\}$. Ist M ein Ideal in $R = (\mathbb{R}^{[-1,1]}, +, \cdot)$?
46. Sei $R = \mathbb{R}_2^2$. Ist $\left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$ ein Linksideal in R ? Ein Rechtsideal?
Was ist mit $\left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 0 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$?
47. *Definition:* Ein Hauptidealring ist ein kommutativer Ring R mit Einselement, in dem **jedes** Ideal ein Hauptideal ist, d.h. ein Ideal, das von einem Element $a \in R$ erzeugt wird. Man schreibt für ein Hauptideal dann auch $R = (a)$.
- (a) Ist $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ein Hauptidealring?
(b) Ist $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \Delta, \cap)$ ein Hauptidealring?