IK Ökonomische Entscheidungen & Märkte

Produktionstheorie

(Kapitel 6)

Haushaltstheorie versus Produktionstheorie

- Die *Haushaltstheorie* beschäftigt sich mit der Konsumentscheidung der Haushalte. Die Summe der optimalen Konsumentscheidungen führt zur *Nachfragekurve*.

- Die *Produktionstheorie* beschäftigt sich mit der Produktionsentscheidung der Unternehmen. Die Summe der optimalen Produktionsentscheidungen führt zur *Angebotskurve*.
    - Kapitel 6: Produktionsfunktion (Inputs $\longrightarrow$ Output)
    - Kapitel 7: Kosten der Produktion, kostenminimierende Inputwahl
    - Kapitel 8: Outputentscheidung (Marktangebot) im Wettbewerbsmarkt

Theorie der Unternehmung

In der Theorie der Unternehmung wird unterstellt, dass das Ziel eines Unternehmens in der **Gewinnmaximierung** liegt.

- Der **Gewinn** ist definiert als Erlös minus Kosten
  $\longrightarrow \pi(Q) = R(Q) - C(Q)$
- Der **Erlös** ist der Betrag, den ein Unternehmen für den Verkauf der Güter erzielt
  $\longrightarrow R(Q) = P \cdot Q$
- Die **Kosten** sind Ausgaben, die in einem Unternehmen für die Herstellung der Güter anfallen
  $\longrightarrow C(Q)$
    - Die Kosten werden unter anderem von der Produktionstechnologie (Produktionsfunktion) bestimmt

Produktionstechnologie — Produktionsfunktion

- Die Produktionsfunktion stellt technologische Beschränkungen im Produktionsprozess dar.
- Sie gibt den maximalen Output für verschiedene Inputkombinationen an (technische Effizienz)
- $Q = Q(L, K)$
  - Q ... Outputmenge
  - L ... Inputfaktor Arbeit
  - K ... Inputfaktor Kapital
- z.B.: $Q(L, K) = L^{\alpha}K^{\beta}$ (Cobb-Douglas Produktionsfunktion)

(Partielle) Produktionsfunktion

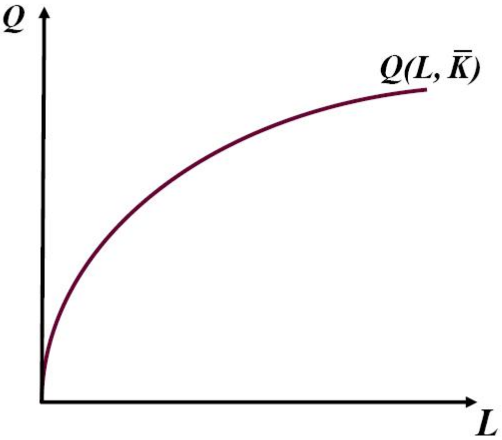

Abbildung 1: Die (partielle) Produktionsfunktion stellt den Zusammenhang zwischen dem Einsatz eines Produktionsfaktors und der Outputmenge dar.

Grenzprodukt I

- Das Grenzprodukt (Marginal Product, MP) ist jene zusätzliche Produktionsmenge, die *ceteris paribus* aufgrund des Einsatzes einer zusätzlichen Einheit eines Produktionsfaktors erzielt wird.
- *Synonyme:* Grenzertrag, Grenzproduktivität
- Das Grenzprodukt entspricht **rechnerisch** der ersten (partiellen) Ableitung der Produktionsfunktion nach dem betrachteten Produktionsfaktor.
- Das Grenzprodukt entspricht **graphisch** der Steigung der (partiellen) Produktionsfunktion.

Grenzprodukt II

- Das Grenzprodukt des Faktors Arbeit ist: $MP_L = \frac{\partial Q(\cdot)}{\partial L}$
- Das Grenzprodukt des Faktors Kapital ist: $MP_K = \frac{\partial Q(\cdot)}{\partial K}$
- Das Grenzprodukt ist positiv:

  $\frac{\partial Q(\cdot)}{\partial L} > 0, \frac{\partial Q(\cdot)}{\partial K} > 0.$
- In der Regel liegt ein *abnehmendes Grenzprodukt* vor (d.h. die zweite Ableitung ist negativ):

  $\frac{\partial^2 Q(\cdot)}{\partial^2 L} < 0, \frac{\partial^2 Q(\cdot)}{\partial^2 K} < 0.$

(Neoklassische) Produktionsfunktion mit abnehmendem Grenzprodukt

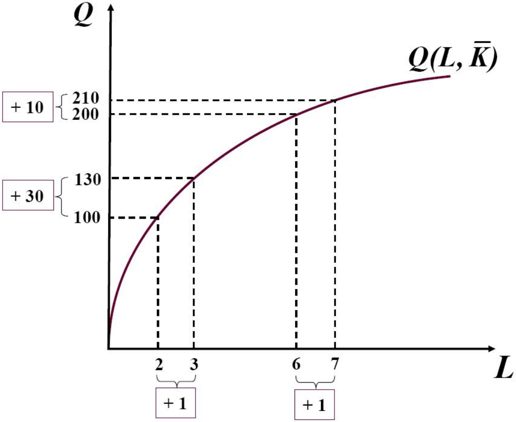

Abbildung 2: Im gesamten Bereich der Cobb-Douglas Produktionsfunktion gilt das Gesetz der abnehmenden Grenzproduktivität

Durchschnittsprodukt

- Das Durchschnittsprodukt (Average Product, AP) ist die Produktionsmenge, die durchschnittlich durch den Einsatz eines Produktionsfaktors erzielt wird.
- *Synonyme:* Durchschnittsertrag, Durchschnittsproduktivität
- Das Durchschnittsprodukt entspricht **rechnerisch** der Division des Outputs durch den gesamten Einsatz des Produktionsfaktors.
- Das Durchschnittsprodukt des Faktors Arbeit ist: $AP_L = \frac{Q}{L}$
- Das Durchschnittsprodukt des Faktors Kapital ist: $AP_K = \frac{Q}{K}$

Zusammenhang von Grenzprodukt und Durchschnittsprodukt

- Wie wirkt sich der Einsatz einer zusätzlichen Inputeinheit auf das Durchschnittsprodukt aus?
- $MP > AP \Longrightarrow AP$ steigt
- $MP < AP \Longrightarrow AP$ sinkt
- Das Durschnittsprodukt ist dann maximal, wenn es gleich dem Grenzprodukt ist.
- $MP = AP \Longrightarrow AP$ max

Produktionsfunktion, Grenzprodukt und Durchschnittsprodukt

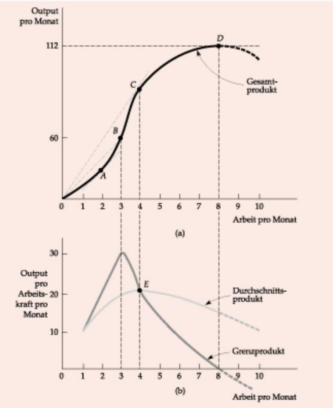

Abbildung 3: Cobb-Douglas Produktionsfunktion mit abnehmendem Grenzprodukt im Bereich B bis D. MP>AP (AP steigt) im Bereich B-C, MP<AP (AP sinkt) im Bereich C-D.

Cobb-Douglas Produktionsfunktion: **Beispiel**

Cobb-Douglas Produktionsfunktion: $Q(L, K) = L^{0,3} \cdot K^{0,7}$

Wieviel Output liefert das Inputbündel (3,3)?
Wie lautet das Grenzprodukt von Kapital (MP_K) beim Inputbündel (3,3)?
Wie lautet das Grenzprodukt von Kapital (MP_K) beim Inputbündel (3,4)?

Die Differenz zweier Outputniveaus ist von Bedeutung, da das Ergebnis, nicht wie bei der Nutzentheorie einen ordinalen Charakter aufweist, sondern in Outputeinheiten gemessen ist.

Isoquante — Inputkombination

Isoquante = Menge aller möglichen Inputkombinationen, mittels derer es technologisch möglich ist, die gleiche Outputmenge zu produzieren.

Inputbündel auf **einer** Isoquante weisen alle das selbe Outputniveau auf, **höher** liegende Isoquanten liefern einen höheren Output $\longrightarrow$ Analogie zur Haushaltstheorie

Isoquante

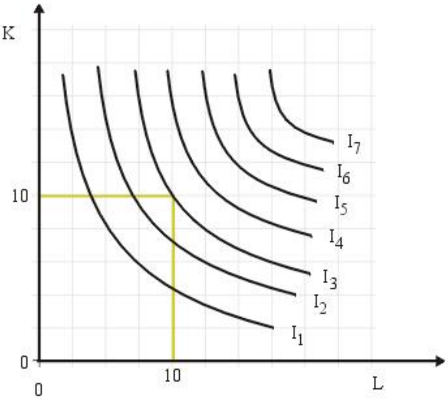

Abbildung 4: Die Isoquante zeigt alle Inputkombinationen mit gleichem Outputniveau. Höher liegende Isoquanten weisen ein höheres Outputniveau auf: $Q_3 > Q_2 > Q_1$.

Grenzrate der technischen Substitution

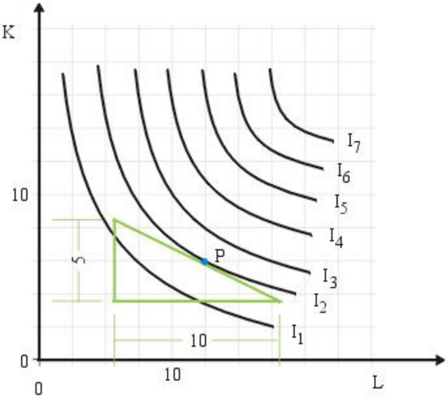

Abbildung 5: Die Steigung einer Isoquante ist die Grenzrate der technischen Substitution (Marginal Rate of Technical Substitution, MRTS)

Grenzrate der technischen Substitution

Die MRTS gibt den Betrag, um den die Menge des Inputs K reduziert werden kann, wenn eine zusätzliche Einheit von L eingesetzt wird, so dass der Output konstant bleibt.

- Die MRTS entspricht dem Verhältnis der zwei Grenzprodukte:

$$MRTS_{L,K} = -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{\frac{\partial Q(\cdot)}{\partial L}}{\frac{\partial Q(\cdot)}{\partial K}}$$

- Die MRTS ist die Steigung der Isoquante
- Üblicherweise geht man von einer **abnehmenden** Grenzrate der technischen Substitution aus (ausgeglichene Mischung der Inputs).

Grenzrate der technischen Substitution: **Beispiel**

Produktionsfunktion: $Q(L, K) = 2L^{0,2}K^{0,8}$

Grenzrate der technischen Substitution: $MRTS_{L,K}$?

Zeitliche Dimension und Inputflexibilität

In wieweit kann ein Unternehmen entscheiden welche Produktionsfaktoren eingesetzt werden können?

- **Kurze Frist**: Zumindest ein Produktionsfaktor ist **nicht** variabel.
- **Lange Frist**: Alle Produktionsfaktoren sind variabel.

Produktionsgebirge

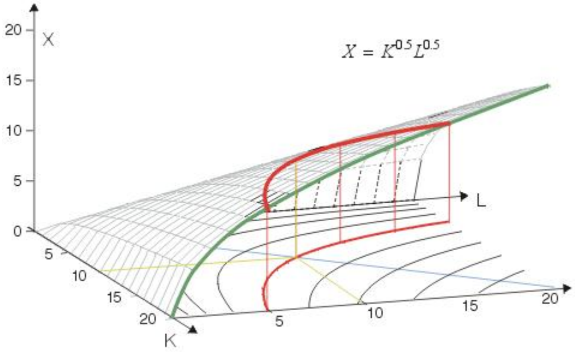

Abbildung 6: Das Produktionsgebirge mit den Isoquanten als Höhenschichtlinien (hier ist Output mit X dargestellt)

Produktionsgebirge (zerlegt)

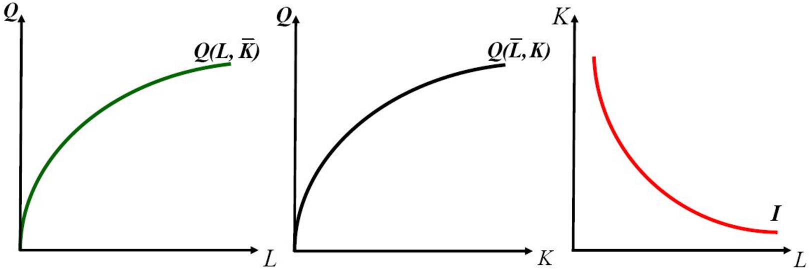

Abbildung 7: Die partiellen Produktionsfunktionen (vertikale Schnitte) und die Isoquante (horizontaler Schnitt)

Isomorphie von Haushalts- und Produktionstheorie

Haushaltstheorie	**Produktionstheorie**
Entscheidung des Haushalts *Ziel:* Nutzenmaximierung bei gegebenen Güterpreisen	Entscheidung der Firma *Ziel:* Gewinnmaximierung Notwendigkeit: Kostenminimierung bei gegebenen Inputpreisen
Nutzengebirge *vertikaler Schnitt:* Nutzenfunktion - Steigung: Grenznutzen MU *horizontaler Schnitt:* Indifferenzkurve - Steigung: MRS (Verhältnis der MU)	Produktionsgebirge *vertikaler Schnitt:* Produktionsfunktion - Steigung: Grenzprodukt MP *horizontaler Schnitt:* Isoquante - Steigung: MRTS (Verhältnis der MP)
Optimalität: MRS = Güterpreisverhältnis	*Optimalität:* Kapitel 7

Skalenerträge

Wie verändert sich die Outputmenge, wenn **alle** Inputfaktoren um einen konstanten Faktor n erhöht werden?

- **Konstante Skalenerträge**: $Q(n \cdot K, n \cdot L) = n \cdot Q(K, L)$
- **Steigende Skalenerträge**: $Q(n \cdot K, n \cdot L) > n \cdot Q(K, L)$
- **Fallende Skalenerträge**: $Q(n \cdot K, n \cdot L) < n \cdot Q(K, L)$

Skalenerträge: **Beispiel**

Produktionsfunktion: $Q(L, K) = L^{\alpha} K^{\beta}$

Zeigen Sie, welche Skalenerträge in den folgenden drei Fällen vorliegen:

1. $\alpha = 0.4$ und $\beta = 0.6$
2. $\alpha = 0.5$ und $\beta = 1.5$
3. $\alpha = 0.2$ und $\beta = 0.3$

Fragen???