Wasserbewegung im Boden

<u>Filtergesetz nach DARCY:</u> $\boxed{v_f = k_f \cdot I_{St}}$ Darin sind

k_f = Durchlässigkeitsbeiwert, I_{St} = Standrohrspiegelgefälle.

Wegen der Kleinheit der Porenkanäle D ist die Fließbewegung des Sickerwassers in einem Boden im allgemeinen *laminar.*

Es ist $\boxed{\mathrm{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu}}$

Ausnahme: Durchströmung von Schotter oder groben Kiesen !

Für die Laminarbewegung im *Kreisrohr* ergibt sich die Verlusthöhe nach dem Gesetz von HAGEN-POISEUILLE zu:

$$h_v = \frac{32 \cdot \nu \cdot \Delta L}{g \cdot D^2} \cdot v = f\left(v^1\right)$$

Diese Formel ergibt sich auch aus dem Ansatz für den turbulenten Rohrreibungsverlust mit λ_{lam} :

$$\lambda_{lam} = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot D} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \quad \text{-->} \quad \Delta h_{vR} = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot D} \cdot \frac{\Delta L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

aufgelöst nach v:

$$v = \frac{g \cdot D^2}{32 \cdot \nu} \cdot \frac{\Delta h_v}{\Delta L} = \frac{g \cdot D^2}{32 \cdot \nu} \cdot I_D$$

Stationäre Strömung:
$I_D = I_E$

Die Struktur dieser Formel ist der DARCY-Formel ähnlich !

Wird $I_{St} = I_D$ gesetzt, ergibt sich:

$$k_f = \frac{g \cdot D^2}{32 \cdot \nu}$$

Darin könnte D etwa als Porendurchmesser angesehen werden.

Zur Angleichung der Geometrie der Rohrströmung an diejenige der Filterströmung (Sickerströmung) und zur weiteren Untersuchung der Parameter kann - im Sinne einer Dimensionsanalyse - gesetzt werden:

$$k_f = k' \cdot \frac{g \cdot D_K^2}{\nu}$$

Darin sind:

k´ = dimensionslose Durchlässigkeitsziffer, - abhängig von der Poren- und Kornbeschaffenheit und der Lagerungsdichte,

D_K = mittlerer *Korndurchmesser*.
(Porendurchmesser = f(Korndurchmesser))

Tatsächlich ist aber ***auch*** die Veränderlichkeit der kinematischen Zähigkeit ν von der Temperatur zu berücksichtigen !

Die nachfolgend angegebenen k_f - Werte beziehen sich - ebenso wie die in Tabellenbüchern - auf 10° C. Die angegebenen Schwankungen sind auch auf das örtlich unterschiedliche Bodengefüge und die Lagerungsdichte zurückzuführen.

Bodenart	k_f in m/s	k_f in m/s
	von	bis
Ton, fett	10^{-12}	10^{-10}
Ton, mager	10^{-10}	10^{-9}
Lehm, schluffiger Lehm	10^{-9}	10^{-8}
Schluff	10^{-9}	10^{-7}
Löß	10^{-7}	10^{-5}
Sand, lehmig o. schluffig	10^{-6}	10^{-5}
Feinsand	10^{-5}	10^{-4}
Grobsand	10^{-4}	10^{-3}
Feinkies	10^{-3}	10^{-2}
Grobkies	10^{-2}	1
Geröll	1	5

Nachfolgend wird die Abhängigkeit von der kinematischen Zähigkeit ν untersucht:

Mit $$c_f = k' \cdot g \cdot D_K^2$$ wird $$k_f = \frac{c_f}{\nu}$$

D.h., da c_f = konst, sind ν und k_f zueinander reziprok. Mit kleinerem ν werden v und Q größer.

Fall	t in °C	ν in m²/s
1	0	1,78E-06
2	20	1,01E-06

Es ist: $$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{1{,}78 \cdot 10^{-6}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}}$$

Der Sickerverlust Q_{Gw} ist bei 20°C ca.78% größer als bei 0°C !!

Es kann davon ausgegangen werden, dass Sickerungen auch bei bindigem Erdmaterial immer vorhanden sind. Wegen der Bodeninhaltsstoffe gefriert der Boden auch noch nicht bei 0°C.
Bei Dämmen und Deichen ist demnach die Bruchgefahr in heißen Sommern höher als in der kalten Jahreszeit, vergl. aufgetretene Dammbrüche am Elbe-Seitenkanal und am Main-Donau-Kanal.
Mai 1998 Dammbruch Aznalcóllar, Nähe Sevilla:

- 17m Dammerhöhung mit ungeeignetem Material (?)
- Lecks bereits seit 1995 (Folge: Vergrößerung des Gefälles I_{St})
- Vermutung: Unzureichende Berücksichtigung des ν - Einflusses (hohe Temperatur u. Säure mit kleinem ν).

Bei großen Standrohrspiegelgefällen I_{St} wird die Fließbewegung turbulent und eine Berechnung nach Darcy ist nicht mehr gerechfertigt. Hierzu zählen die Wassereinbrüche, die bei kiesigem Untergrund insbesondere bei unterirdischen Baustellen (z.B. für den U-Bahn-Bau) in Betracht zu ziehen sind.

Dammbruch Aznalcóllar: Säure-Abwasserbecken

Der Spiegel, 4.5.1998


Quelle: Der Spiegel, 4.5.1998

Tagbruch als Folge eines Wassereinbruches in die unterirdische Baustelle Nähe Truderinger Bahnhof in München am 20.09.1994.

Anwendung der DARCY-Formel auf die Sickerbewegung im Boden

$$v_f = k_f \cdot I_{St} = k_f \cdot I_{DL} = k_f \cdot I_d$$

Standrohrspiegelgefälle I_{St} = Drucklinienfälle I_{DL}
= Gefälle der Grundwasser-Oberfläche I_d.

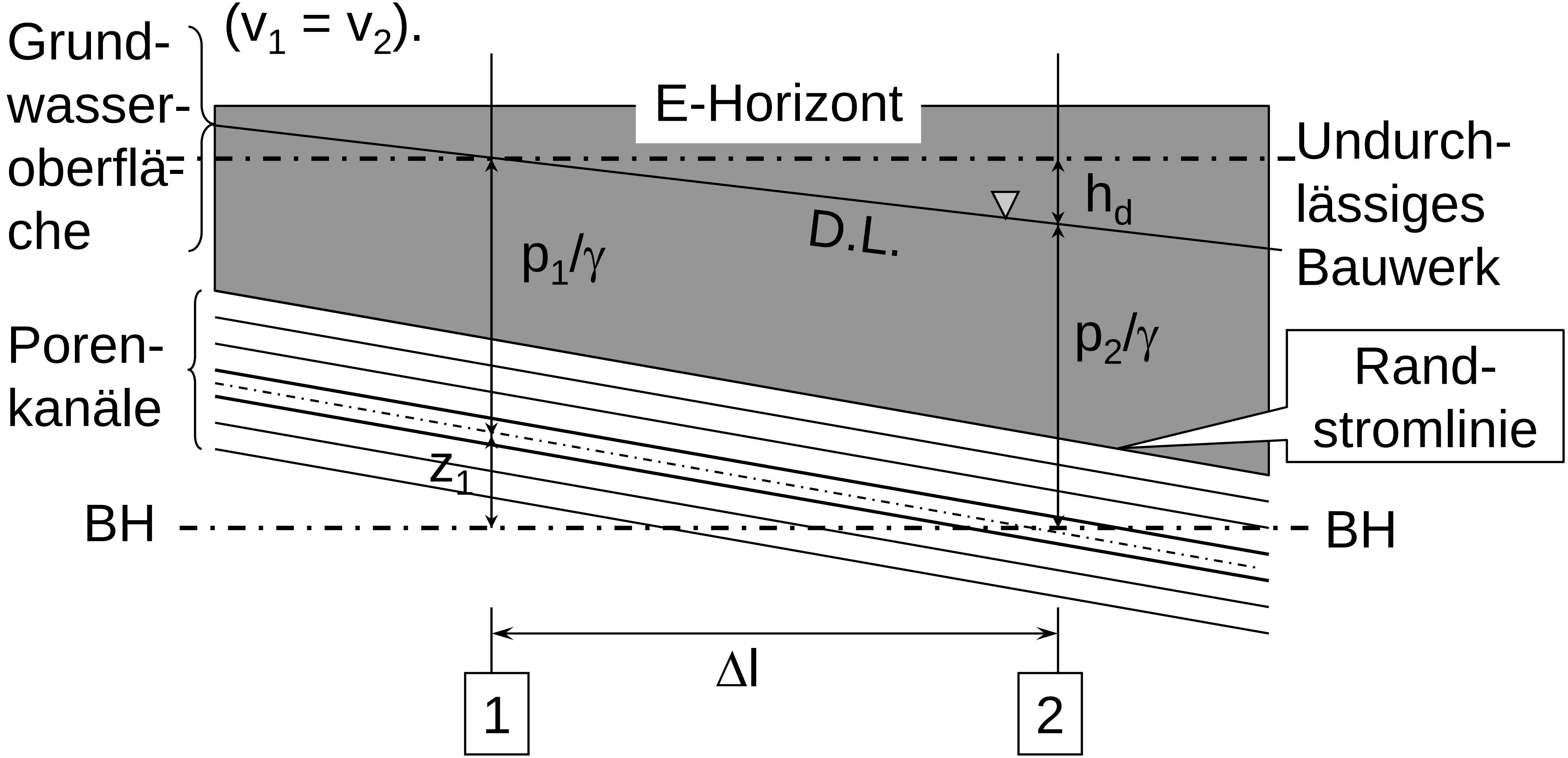
Grundwasserdurchfluss Q_{Gw} = Sickerwassermenge pro Zeiteinheit
= Sickerwasserdurchfluss

durch die Grundwasserquerschnittsfläche A_{Gw} in m^2
= Durchsickerter Bodenquerschnitt ohne Abzug der festen Bodenanteile.

$$Q_{Gw} = v_f \cdot A_{Gw}$$

Die Sickerströmung ist der laminaren Rohrströmung vergleichbar.

Schema: Allgemeiner Fall der Sickerbewegung in *parallelen* Porenkanälen unter einem undurchlässigen Bauwerk ($v_1 = v_2$).



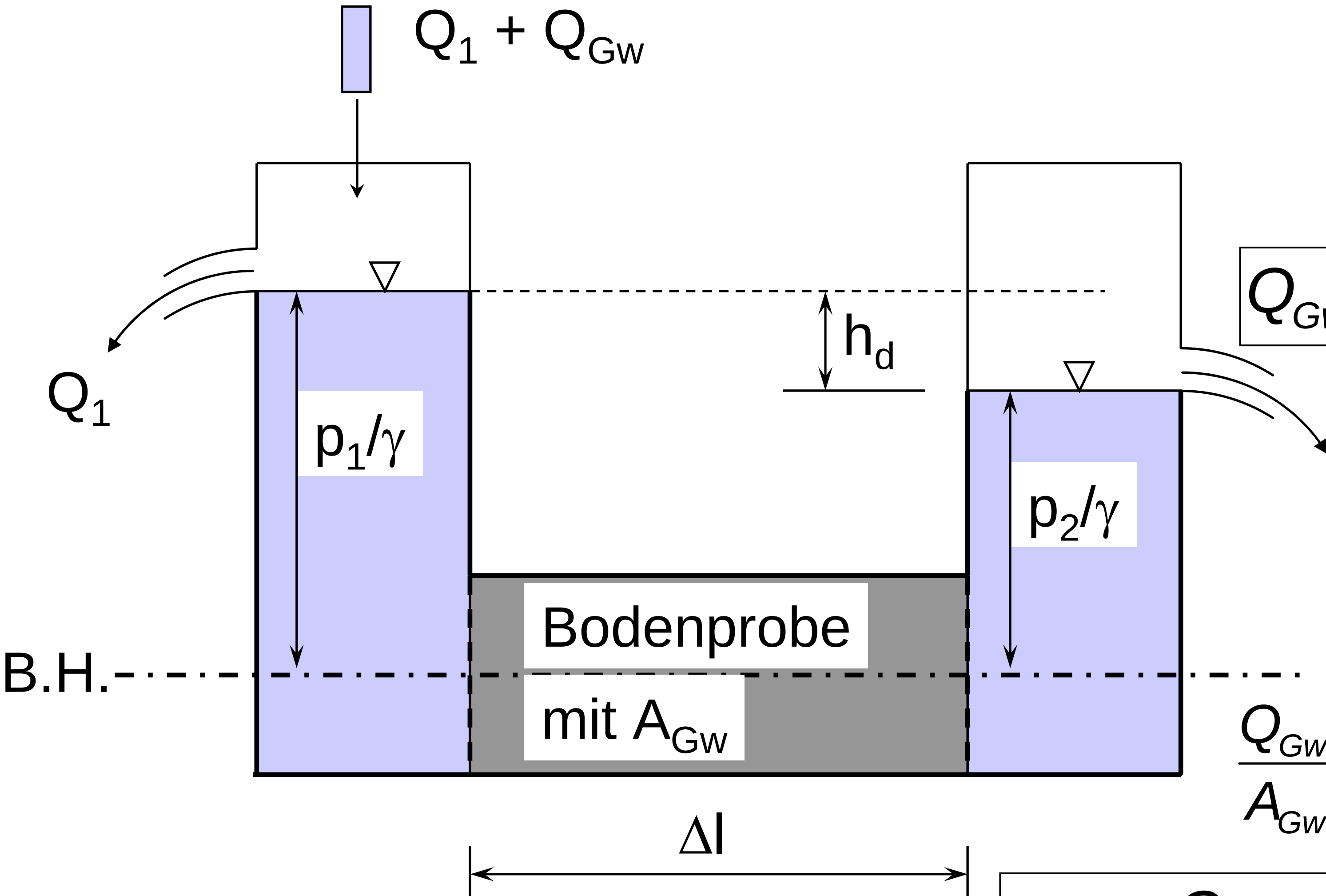
Zwischen den betrachteten Querschnitten 1 und 2 sind die Stromlinien parallel zur Randstromlinie. Der Raum zwischen zwei benachbarten Stromlinien kann als Stromröhre (Stromfaden) bezeichnet werden, die mit einer Rohrleitung vergleichbar ist. Da der Durchmesser (Abstand) konstant ist, fallen im Energiesatz die Geschwindigkeitshöhen heraus:

Energiesatz:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_d$$

$$h_d = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + z_1 \qquad I_d = \frac{h_d}{\Delta l}$$

A. Bodenprobe wird horizontal durchsickert:



$$\boxed{Q_{Gw} = v_f \cdot A_{Gw}}$$

$$\frac{Q_{Gw}}{A_{Gw}} = v_f = k_f \cdot I_d$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_d \qquad h_d = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \qquad I_d = \frac{h_d}{\Delta l}$$

$$\boxed{k_f = \frac{Q_{Gw}}{A_{Gw} \cdot I_d} = \frac{Q_{Gw} \cdot \Delta l}{A_{Gw} \cdot h_d}}$$

Zahlenbeispiel zu 04.12:

Bodenprobe Länge Δl = 0,30m,
Querschnitt A_{Gw} = 0,25 x 0,25m = 0,0625m^2.

$h_1 = p_1/\gamma$ = 0,60m
$h_2 = p_2/\gamma$ = 0,40m
Beobachtungsdauer T = 2h = 2 x 3600 = 7200s
Sickervolumen V = 10l (1 Eimer Wasser)

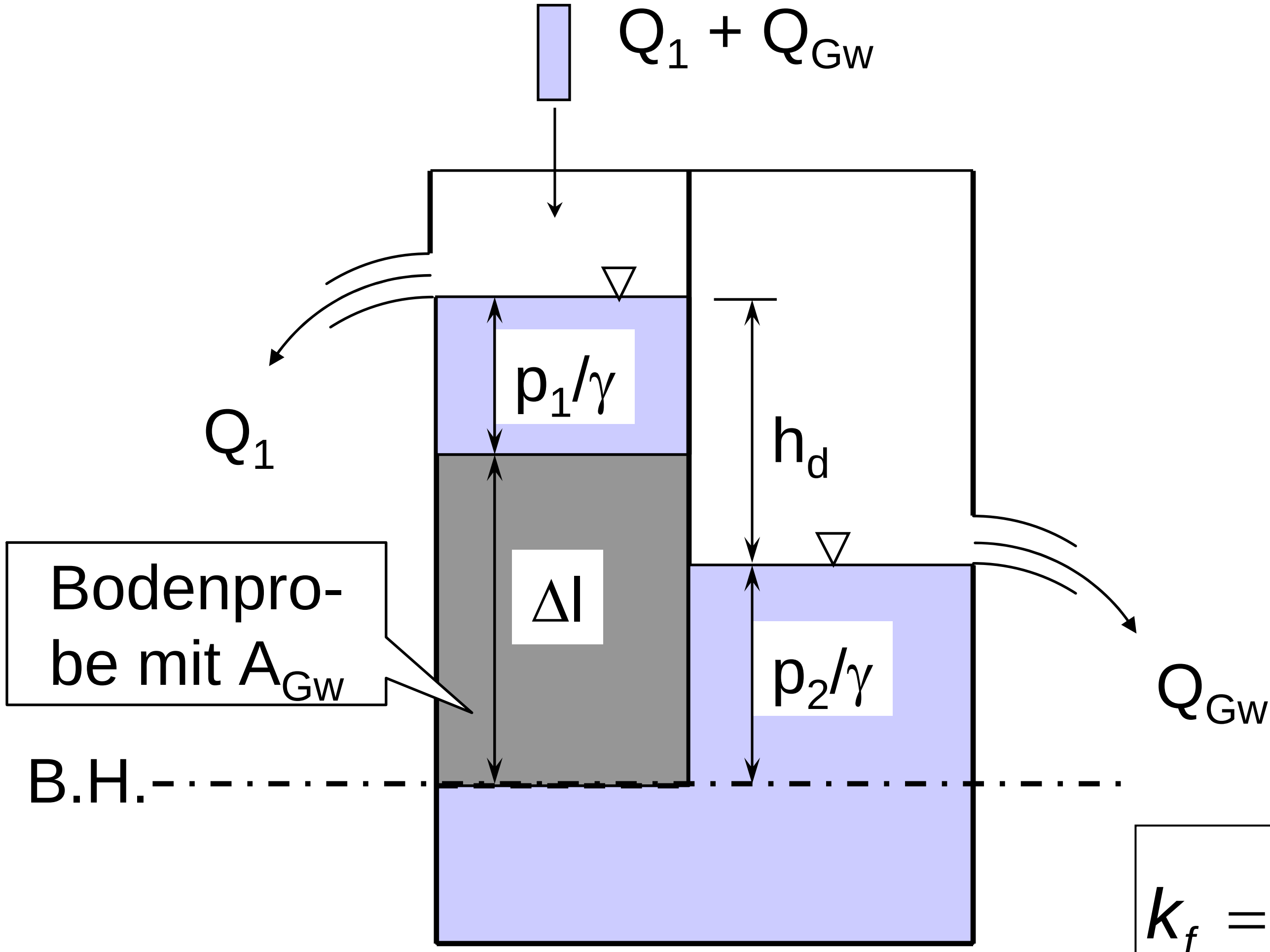
$$Q_{Gw} = \frac{10}{7200} \cdot \frac{l}{s} = \frac{0{,}01}{7200} \cdot \frac{m^3}{s} = 0{,}00000139\ \frac{m^3}{s} = 1{,}39 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^3}{s}$$

Gefälle $$I_d = \frac{h_d}{\Delta l} = \frac{1}{\Delta l}\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{1}{0{,}3}(0{,}6 - 0{,}4) = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}667$$

$$k_f = \frac{Q_{Gw}}{I_d \cdot A_{Gw}} = \frac{0{,}00000139}{0{,}667 \cdot 0{,}0625} = 0{,}000033 = 3{,}3 \cdot 10^{-5}\ \frac{m}{s}$$

$$10^{-5} \le k_f \le 10^{-4} \rightarrow \text{Feinsand}$$

B. Bodenprobe wird vertikal durchsickert:



$$\boxed{Q_{Gw} = v_f \cdot A_{Gw}}$$

$$\frac{Q_{Gw}}{A_{Gw}} = v_f = k_f \cdot I_d$$

$$\boxed{k_f = \frac{Q_{Gw}}{A_{Gw} \cdot I_d} = \frac{Q_{Gw} \cdot \Delta l}{A_{Gw} \cdot h_d}}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \Delta l = \frac{p_2}{\gamma} + h_d$$

$$I_d = \frac{h_d}{\Delta l}$$

$$h_d = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + \Delta l$$

Zahlenbeispiel zu 04.14:

Bodenprobe Länge $\Delta l = 0{,}30m$,

Querschnitt $A_{Gw} = 0{,}25 \times 0{,}25m = 0{,}0625m^2$.

$h_1 = p_1/\gamma = 0{,}10m$

$h_2 = p_2/\gamma = 0{,}20m$

Beobachtungsdauer T = 2h = 2 x 3600 = 7200s

Sickervolumen V = 10l (1 Eimer Wasser)

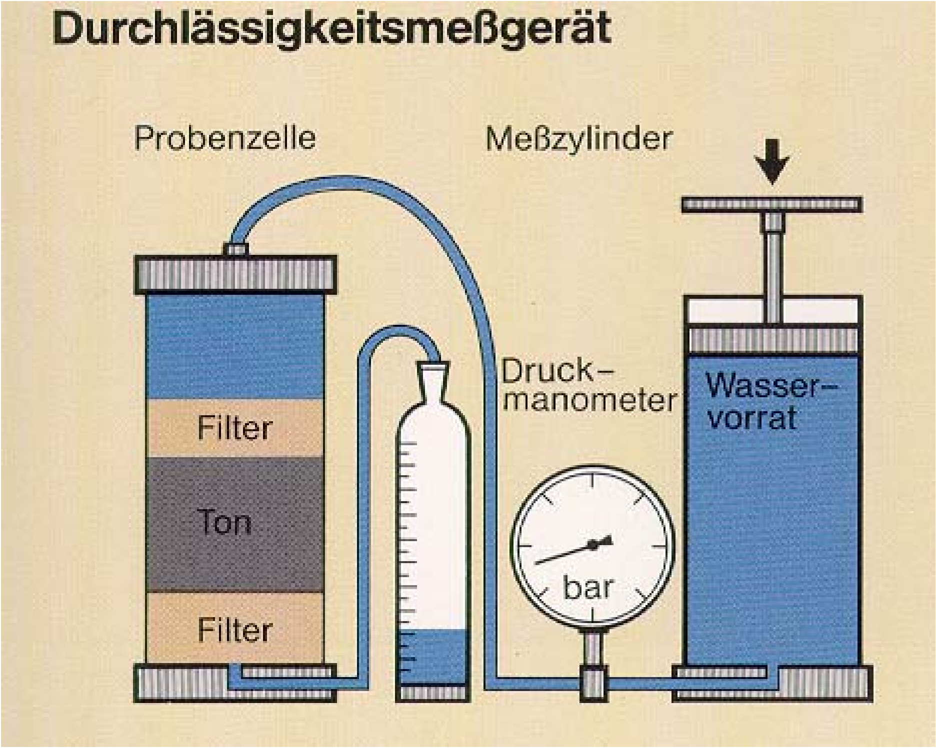
$$Q_{Gw} = \frac{10}{7200} \cdot \frac{l}{s} = \frac{0{,}01}{7200} \cdot \frac{m^3}{s} = 0{,}00000139 \frac{m^3}{s} = 1{,}39 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{s}$$

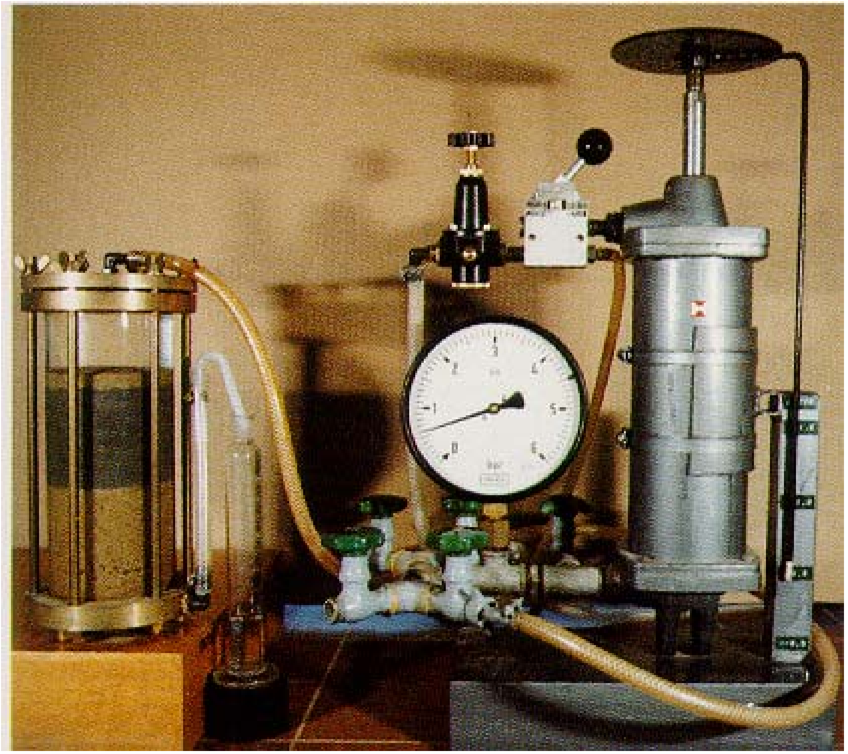
Gefälle $$I_d = \frac{h_d}{\Delta l} = \frac{1}{\Delta l}\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + \Delta l\right) = \frac{1}{0{,}3}(0{,}1 - 0{,}2 + 0{,}3) = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}667$$

$$k_f = \frac{Q_{Gw}}{I_d \cdot A_{Gw}} = \frac{0{,}00000139}{0{,}667 \cdot 0{,}0625} = 0{,}000033 = 3{,}3 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}$$

$$10^{-5} \le k_f \le 10^{-4} \rightarrow \text{Feinsand}$$

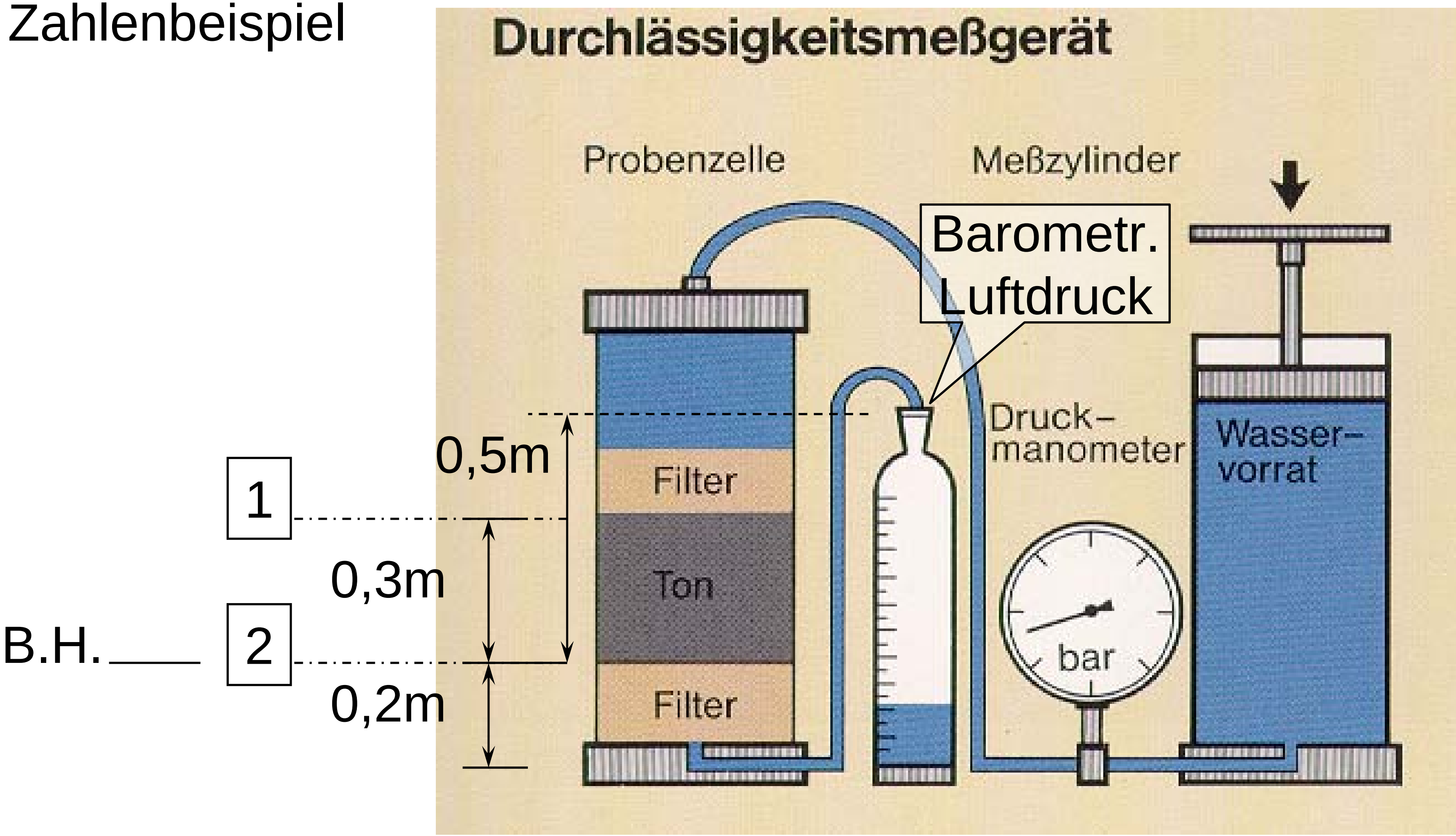
Apparatur zur Ermittlung des Durchlässigkeitsbeiwertes k_f





Die Untersuchung größerer Druckdifferenzen an Bodenproben erfolgt unter Verwendung einer Hydraulischen Presse.

Zahlenbeispiel



Sickerquerschnitt $A_{Gw} = 0{,}07 m^2$ (D = 0,3m)

$Q_{Gw} = 0{,}05 l/h$ (gemessen)

Barometer-Ablesung:

$p_0 = 0{,}5$ bar

$\text{Ablesedruck } p_0 = 0{,}5 bar = 50 kPa = \gamma \cdot h_0$

$$h_0 = \frac{50}{1 \cdot 9{,}81} = 5{,}1 mWS = \frac{p_0}{\gamma} (Druckhöhe)$$

Druckhöhe an Probenober fläche :

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - 0{,}2 - 0{,}3 = 4{,}6 mWS$$

Druck an Probenunterfläche : $\frac{p_2}{\gamma} = 0{,}5 mWS$

Energiesatz :

$$\frac{p_1}{\gamma} + \Delta l = \frac{p_2}{\gamma} + h_d \quad \rightarrow h_d = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + \Delta l = 4{,}6 - 0{,}5 + 0{,}3 = 4{,}4 m$$

$$I_d = \frac{h_d}{\Delta l} = \frac{4{,}4}{0{,}3} = 14{,}667$$

$$k_f = \frac{Q_{Gw}}{I_d \cdot A_{Gw}} = \frac{0{,}05}{14{,}667 \cdot 0{,}07} \cdot \frac{l}{h \cdot m^2} \cdot \frac{m^3}{10^3 l} \cdot \frac{h}{3600\, s} = 1{,}35 \cdot 10^{-8} \frac{m}{s}$$

$$10^{-8} \leq k_f \leq 10^{-7} m/s \rightarrow \text{Schluff, schluffiger Lehm}$$

Der gefundene Wert $k_f = 1{,}35 \cdot 10^{-8} \dfrac{m}{s}$ sei im Hochsommer bei einer Wassertemperatur von 20°C erhalten worden. Die in Tabellenbüchern enthaltenen Werte beziehen sich auf t = 10°C.

Es ist eine Umrechnung vorzunehmen unter Verwendung von

$k_f = \dfrac{c_f}{\nu}$ vergl. 04.5.

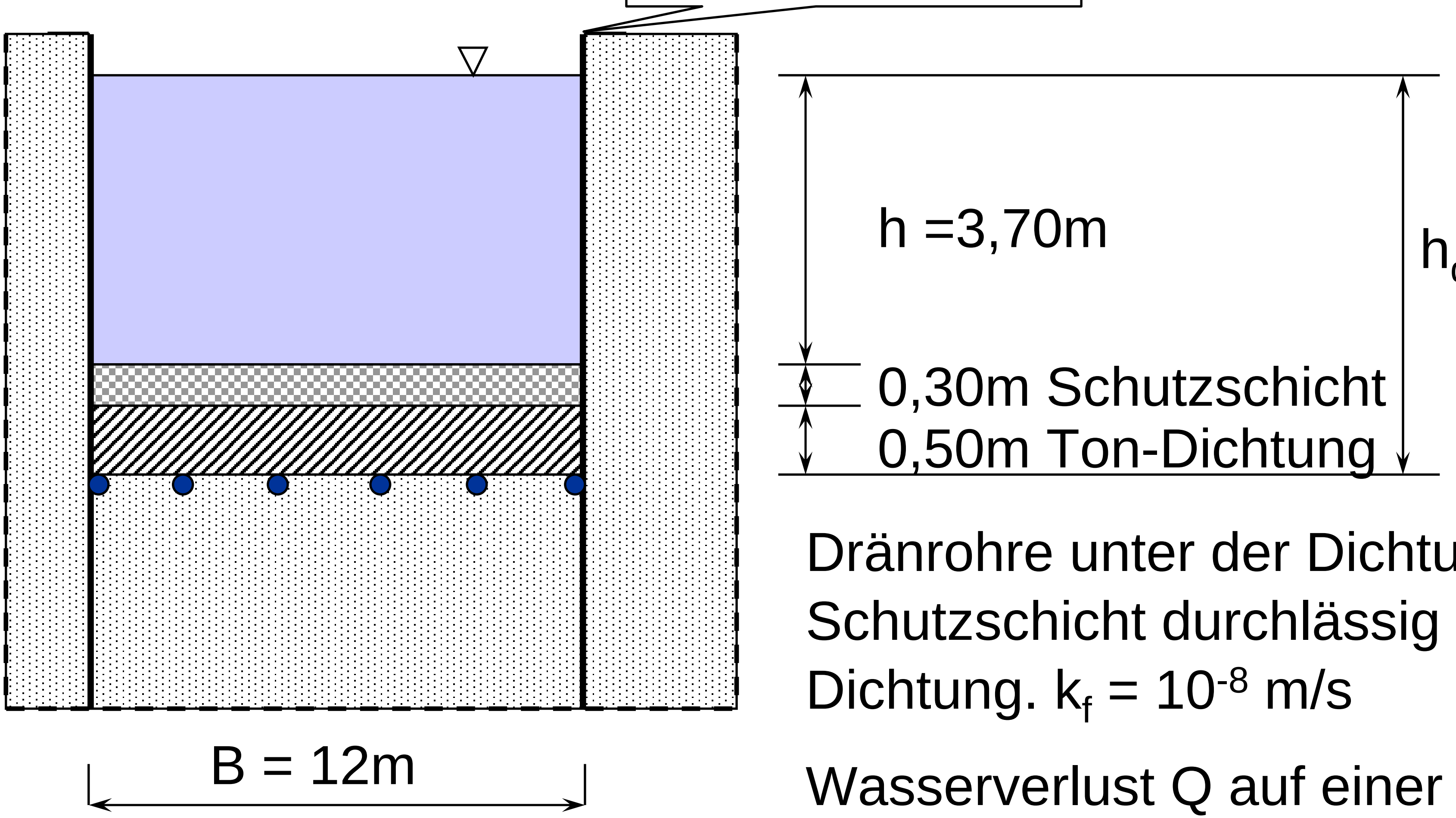
Fall	t in °C	ν in m²/s
1	10	1,30E-06
2	20	1,01E-06

$$c_f = k_{f1} \cdot \nu_1 = k_{f2} \cdot \nu_2 = 1{,}35 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1{,}35 \cdot 10^{-14} \cdot \frac{m^3}{s^2}$$

$$k_{f1} = \frac{1{,}35 \cdot 10^{-14}}{1{,}3 \cdot 10^{-6}} = 1{,}03 \cdot 10^{-8} \frac{m}{s}$$

Der gemessene Wert wurde also +30% zu groß ermittelt !

Beispiel: Werkkanal 1



Dränrohre unter der Dichtung.

Schutzschicht durchlässig !

Dichtung. $k_f = 10^{-8}$ m/s

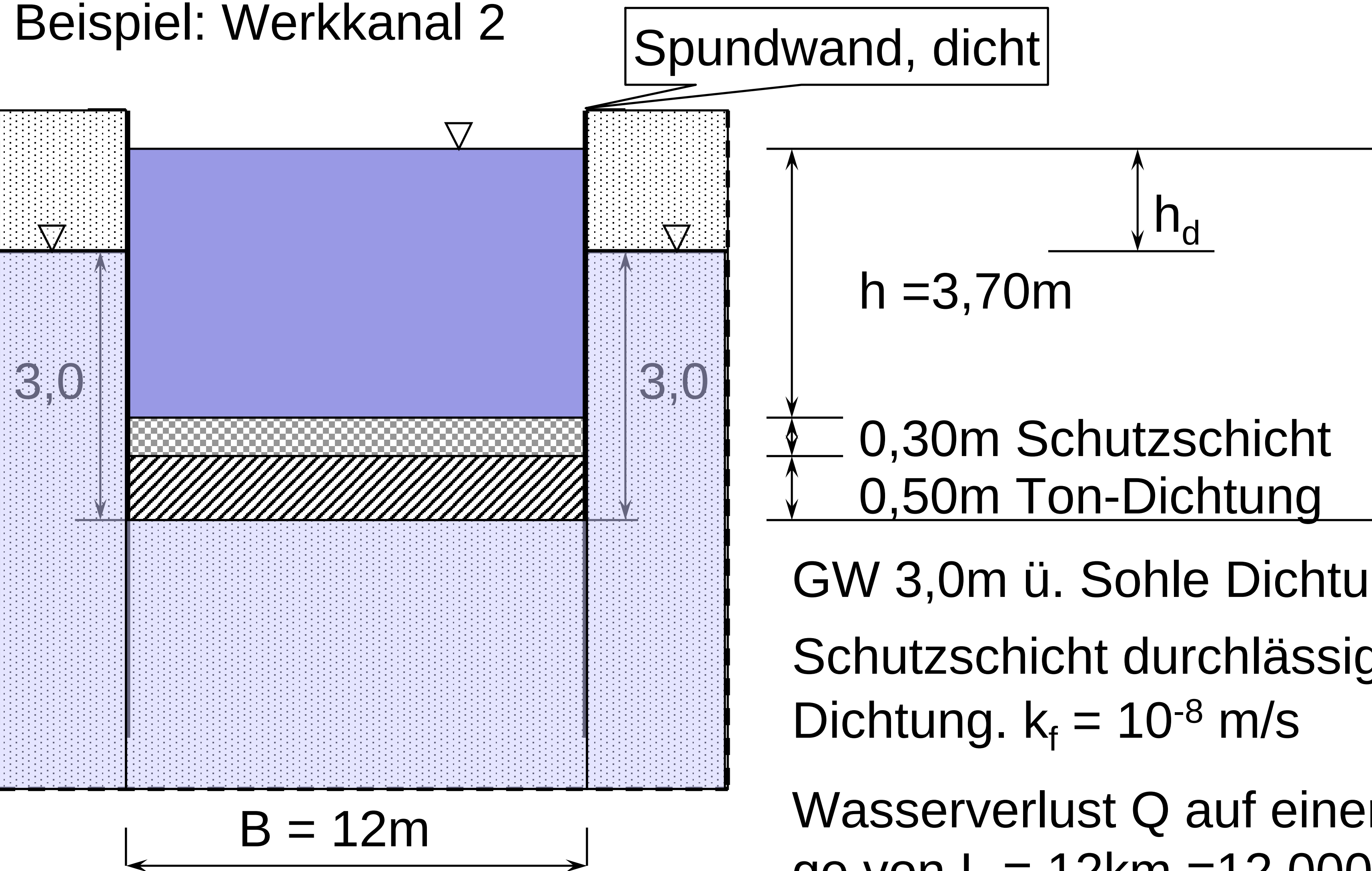
Wasserverlust Q auf einer Länge von L = 12km =12.000m:

$$I_d = \frac{h_d}{\Delta l} = \frac{3{,}7 + 0{,}3 + 0{,}5}{0{,}5} = 9$$

$$Q = v_f \cdot A = 9 \cdot 10^{-8} \cdot 12 \cdot 12000 = 0{,}01296 m^3 / s$$

$$Q = 12{,}96 l / s$$

Beispiel: Werkkanal 2



GW 3,0m ü. Sohle Dichtung.

Schutzschicht durchlässig !

Dichtung. $k_f = 10^{-8}$ m/s

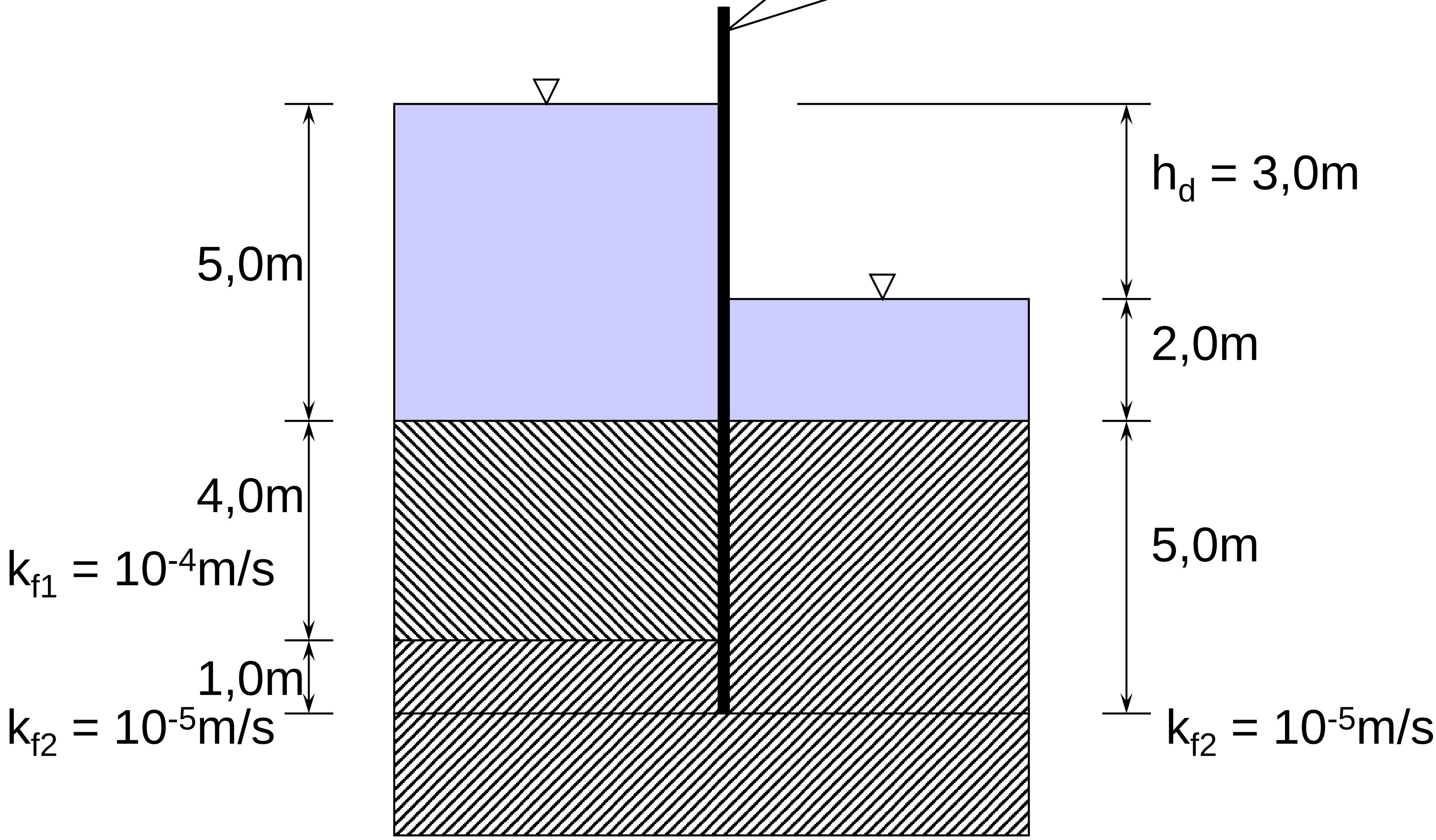
Wasserverlust Q auf einer Länge von L = 12km =12.000m:

$$I_d = \frac{h_d}{\Delta l} = \frac{4{,}5 - 3{,}0}{0{,}5} = \frac{1{,}5}{0{,}5} = 3$$

$$Q = v_f \cdot A = 3 \cdot 10^{-8} \cdot 12 \cdot 12000 = 0{,}00432 m^3 / s$$

$$Q = 4{,}32 l / s$$

Beispiel: Zwei durchsickerte Bodenschichten



Sickerweg in Bodenschicht 1: $\Delta l_1 = 4{,}0m$

Sickerweg in Bodenschicht 2: $\Delta l_2 = 1{,}0 + 5{,}0m = 6{,}0m$

(Näherung: Kürzeste Sickerlinie gewählt, da diese im Sinne hoher Sickergeschwindigkeit bezügl. Kriterium d. Grundbruchgefahr).

Bedingung für stationäre Durchsickerung: $\boxed{v_f = v_{f1} = v_{f2}}$ (1)

h_d verteilt sich auf die durchsickerten Bodenschichten:

$\boxed{h_d = h_{d1} + h_{d2}}$ bzw. $h_{d1} = h_d - h_{d2}$ (2)

(2) in (1) eingesetzt:

$$v_f = k_{f1} \cdot \frac{h_{d1}}{\Delta l_1} = k_{f2} \cdot \frac{h_{d2}}{\Delta l_2}$$

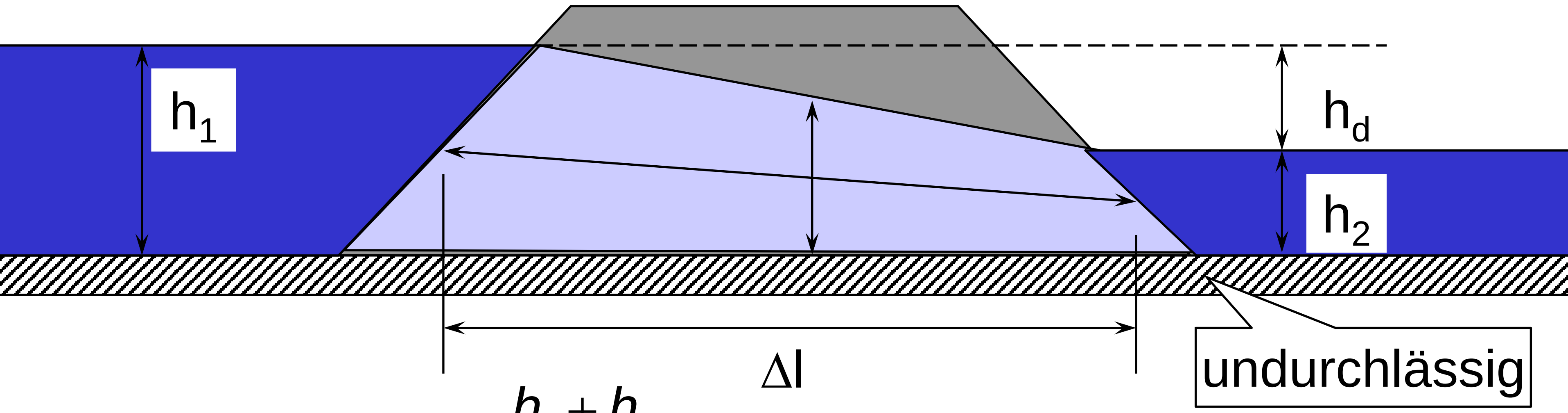
$$\boxed{h_{d2} = \frac{h_d \cdot k_{f1}}{\Delta l_1 \cdot \left(\dfrac{k_{f2}}{\Delta l_2} + \dfrac{k_{f1}}{\Delta l_1} \right)}}$$

Mit gegebenen Zahlenwerten:

$$h_{d2} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot \left(\dfrac{10^{-5}}{6} + \dfrac{10^{-4}}{4} \right)} = 2{,}81m; \; h_{d1} = 0{,}19m$$

$$v_f = 10^{-5} \cdot \frac{2{,}81}{6} = 4{,}68 \cdot 10^{-6} m/s$$

Dammdurchsickerung *überschläglich*



$h_d = h_1 - h_2 \qquad A_{Gw} \approx \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot L$

Zahlenbeispiel:

$h_1 = 3m$

$h_2 = 2m$

$\Delta l = 20m$

$k_f = 10^{-4} m/s$

$L = 1000m$

$$Q = 10^{-4} \cdot \frac{3-2}{20} \cdot \frac{3+2}{2} \cdot 1000 = 12500 \cdot 10^{-6} = 0{,}0125 m^3/s$$

$$Q = 12{,}5 l/s$$

Versickerung anderer, insbesondere gefährlicher Flüssigkeiten:

k_f - Werte gelten nur für Wasser der Temperatur 10^0C.

Es ist Umrechnung unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Viskositäten erforderlich.

Beispiel: Versickerung von Benzol C_6H_6 , t = 20°C.

Dynamische Viskosität: $\eta = 0{,}0067\,Poise = 0{,}00067\,Pa \cdot s = 6{,}7 \cdot 10^{-4}\,\frac{N}{m^2} \cdot s$

Dichte: $\rho = 0{,}88 t\,/\,m^3$

Kinematische Zähigkeit: $\boxed{\nu = \frac{\eta}{\rho}}$

$$\nu = 6{,}7 \cdot 10^{-4}\,\frac{N \cdot s}{m^2} \cdot \frac{kN}{10^3 \cdot N} \cdot \frac{1}{0{,}88} \cdot \frac{m^3}{t} \cdot \frac{t \cdot m}{kN \cdot s^2}$$

$$\nu = \frac{6{,}7}{0{,}88} \cdot 10^{-7}\,\frac{m^2}{s} = 7{,}61 \cdot 10^{-7}\,\frac{m^2}{s}$$

Fall	t in ^oC	ν in m^2/s	k_f in m/s
(1) Wasser	10	1,3 E-06	1,00E-04
(2) C_6H_6	20	7,61E-07	?

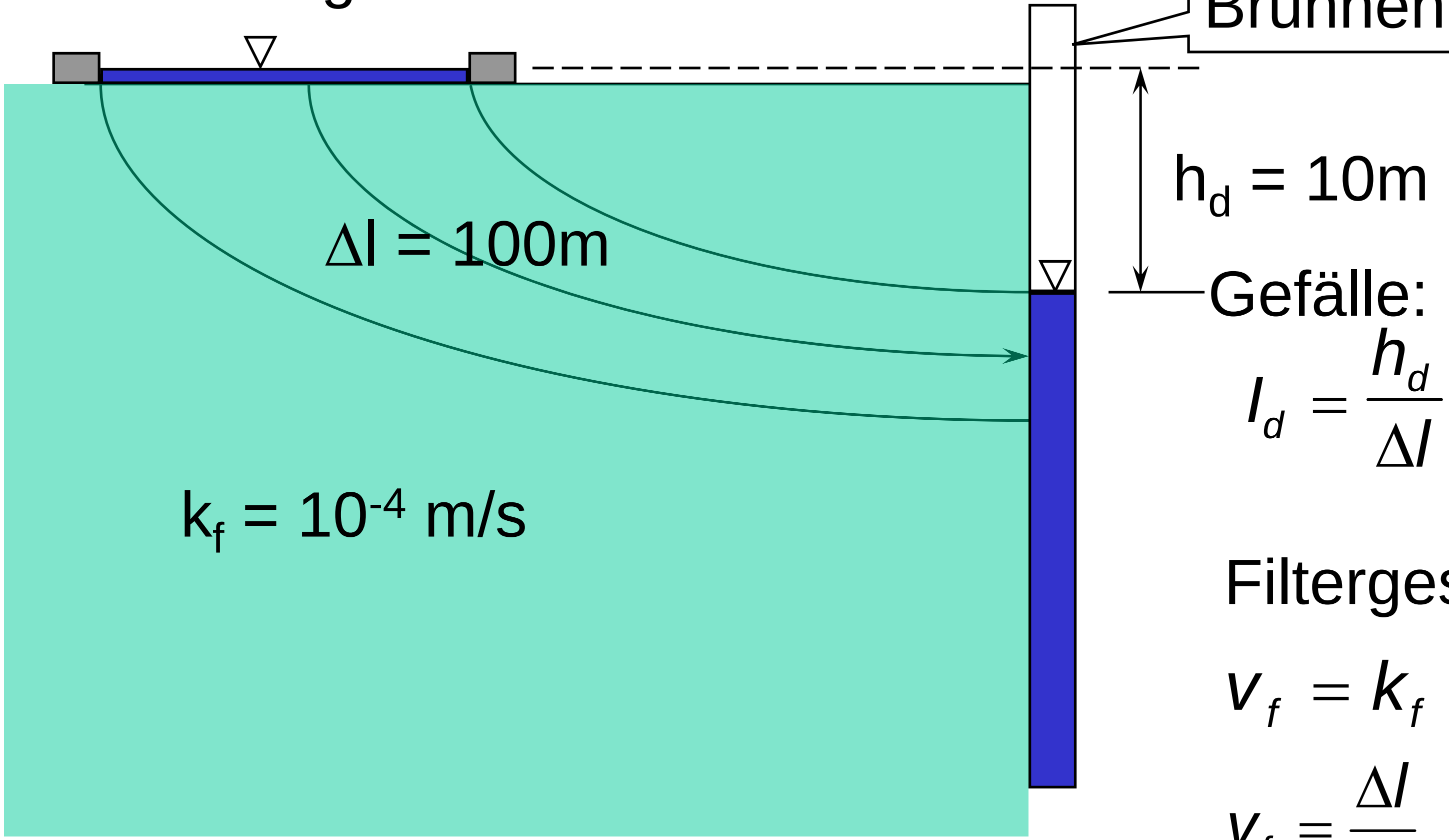
$$\boxed{k_{f1} \cdot \nu_1 = k_{f2} \cdot \nu_2}$$

verl. 4.5 o. 4.19

$$k_{f2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} \cdot k_{f1} = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-6}}{7{,}61 \cdot 10^{-7}} \cdot 10^{-4} = 1{,}71 \cdot 10^{-4}\, m/s$$

Bei gleichem Gefälle versickert Benzol mit einer Temperatur von $t_2 = 20^oC$ um +71% schneller als Wasser mit einer Temperatur von $t_1 = 10^oC$.

Zusickerung zu einem Brunnen:



Gefälle:

$$I_d = \frac{h_d}{\Delta l} = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

Filtergeschwindigkeit:

$$v_f = k_f \cdot I_d = 10^{-5}\, m/s$$

$$v_f = \frac{\Delta l}{T}$$

<u>Sickerdauer:</u>

Wasser, t = 10°C

$$T = \frac{\Delta l}{v_f} = \frac{100}{10^{-5}} \cdot \frac{m}{m/s} = 10^7 s = 3{,}86 Mon.$$

Benzol, t = 20°C

$$T = \frac{\Delta l}{v_f} = \frac{100}{1{,}7 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{m}{m/s} = 5{,}9 \cdot 10^6 s = 2{,}27 Mon.$$

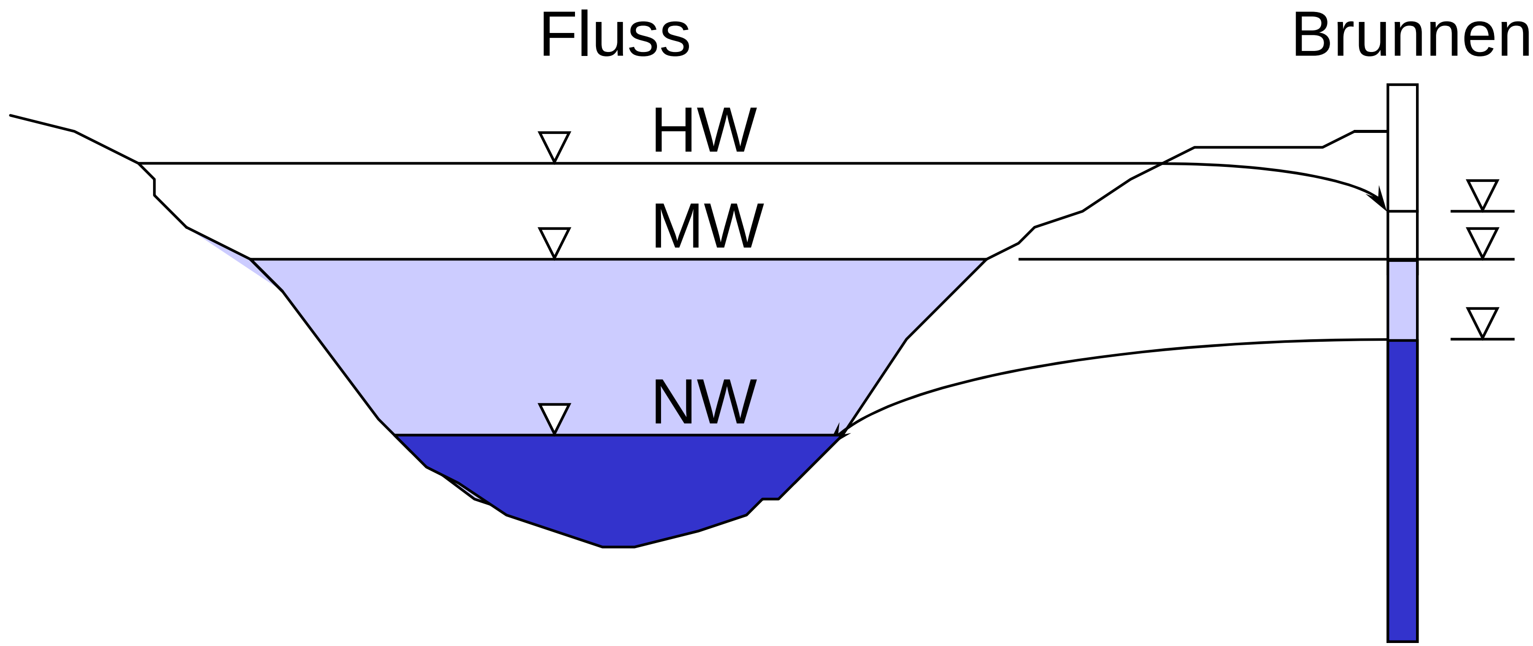
Die Sickerdauer T wächst mit dem Entfernungsquadrat:

$$T[s] = \frac{\Delta l^2}{h_d \cdot k_f}$$

$$T[Mon] = \frac{\Delta l^2}{h_d \cdot k_f} \cdot \frac{1}{2{,}592 \cdot 10^6}$$

$$T[a] = \frac{\Delta l^2}{h_d \cdot k_f} \cdot \frac{1}{3{,}1536 \cdot 10^7}$$

Uferfiltration



Bei lang anhaltendem HW-Abfluss besteht Tendenz der Sickerung in Richtung Brunnen (ggf. mit der Gefahr, dass Schadstoffe aus dem Fluss in Brunnen gelangen).

Bei NW-Abflüssen sinkt der Brunnenwasserstand infolge Sickerbewegung in Richtung Fluss.

Nur wenn HW signifikant häufiger als NW, besteht ggf. die Gefahr der Verunreinigung der Brunnen, da Zusickerung in den Fluss aus angrenzendem Gelände auch bei MW erfolgt.