

Prof. Dr. Horst Völz

Geschichte, Grundlagen und Anwendungen von Kybernetik – Teil 1

Die von NORBERT WIENER eingeführte Kybernetik war eine völlig neuartige Wissenschaft. Sie führte mehrere neue, auch heute wichtige Begriffe und Methoden ein, z. B. Information, Roboter, Rückkopplung, Auslösemechanismen und black box. Ihre Theorie und Anwendungen sind so umfangreich, dass sie spätestens seit etwa 1970 den Rahmen eines Lehrgebietes und Lehrstuhls überschreiten. So entstanden viele Teilgebiete, wie Regelungs-Steuerungstechnik, Künstliche Intelligenz, Informatik, Roboter usw. Dennoch ist es nützlich, eine vereinfachte Gesamtschau zu besitzen. Das wird hier versucht.

Dieses Material beruht teilweise auf dem Buch

Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001

Umfangreiche weitere Literatur am Ende dieser Vorlesungsfolien.

Dieses Material wurde von meiner Homepage: horstvoelz.de heruntergeladen

Es ist für privaten Gebrauch frei nutzbar. Bei Publikationen, Vorträgen usw. ist die Angabe der Quelle notwendig.

Bei kommerzieller Nutzung ist eine Abstimmung mit mir erforderlich.

Die Bilder sind in höherer Qualität ca. 2000×3000 Pixel oder *.cdr Version X6 verfügbar.

Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel.: 030 288 617 08

Email: [h.voelz \(at\) online.de](mailto:h.voelz@online.de)

Zum Auftakt

Zwei Kybernetik-Witze

Was ist der Unterschied von Gammler und Kybernetiker? Ein Kybernetiker *gammelt* nicht so vor sich hin, sondern *mit System*.

Gott ist ein spezielles kybernetisches System, mit der Besonderheit, dass zwischen dem *Input* also Spenden, Gebete usw. und dem *Output* also Glück, Gesundheit, langes Leben usw. *keine* Korrelation besteht.

Gliederung

1. Einordnung der Kybernetik in die Wissenschaften
2. Geschichte der Kybernetik
3. Wichtige Aspekte der Kybernetik
4. Regelungs- und Steuerungstechnik
5. Rückkopplung

Objektbereiche der Wissenschaften

Die Vielfalt heutiger Wissenschaft verlangt eine *Systematik, Einteilung und Klassifikation*.

Sie wurde schon von ARISTOTELES aus Stagira (384 – 322 v. Chr.) versucht.

Doch bis heute ist mit allen Versuchen nur ein relativ geringer Erfolg beschieden.

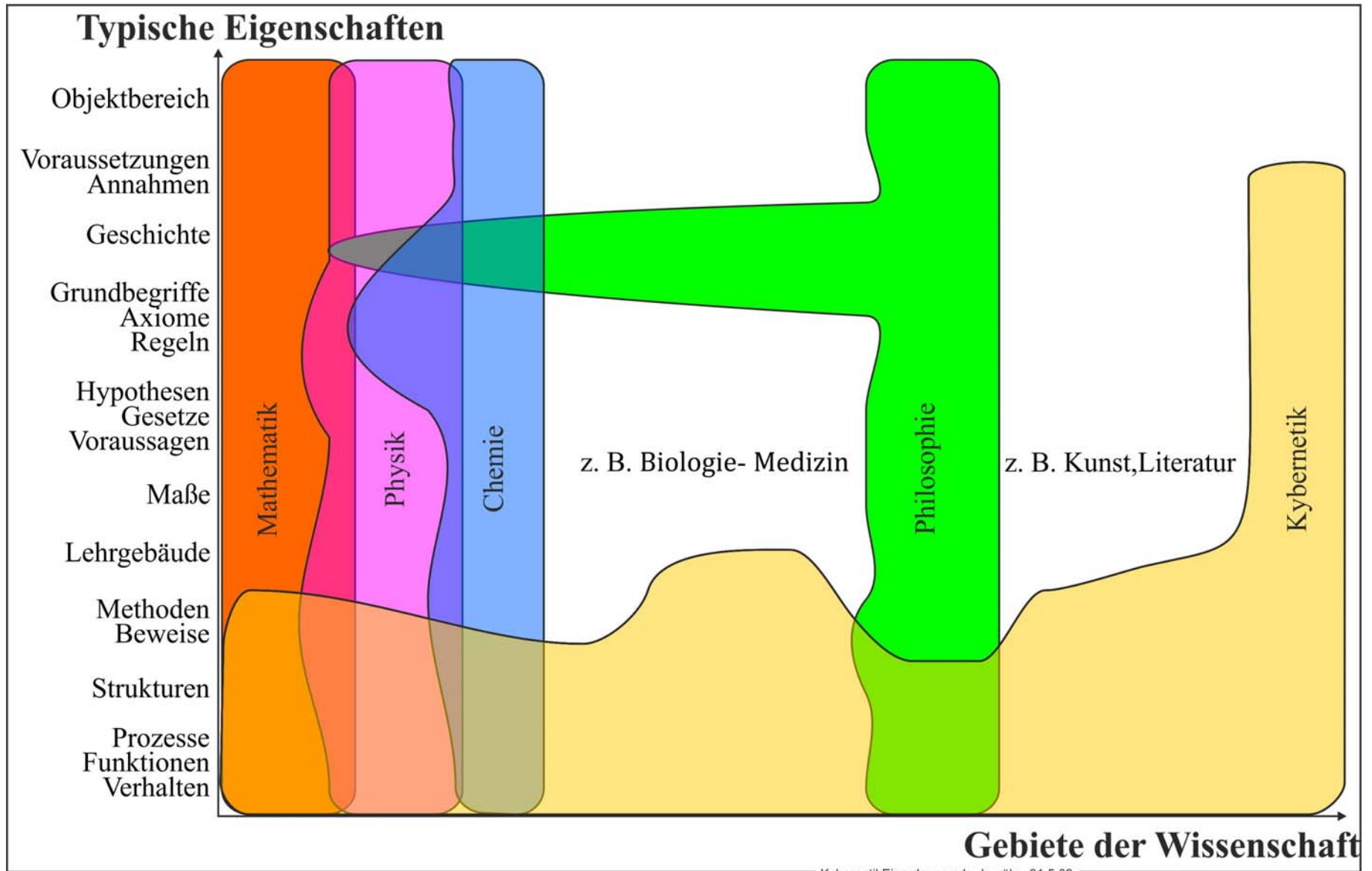
Eine Möglichkeit ist der Bezug auf die typischen *Objekt-Bereiche* bestimmt. Typische Beispiele dafür sind:

- Physik..... Energie (s. Physik-Buch von H. HERTZ [1])
- Chemie Stoffe und der Umwandlungen
- Biologie..... Leben
- Medizin Mensch
- Geologie, Geographie Erde
- Astronomie..... Himmel, Sterne usw.
- Mathematik Zahlen und deren Verknüpfungen

Auf dieser Basis erfolgte 19. Jh. die grobe Untergliederung in *Natur-, Geistes- und Sozialwissenschaften*.

Zusätzlich lassen sich dabei jeweils verschiedene *Aspekte*, wie Voraussetzungen, Annahmen, Strukturen, Methoden, Beweise, Maße usw. unterscheiden.

Schematisch und etwas vereinfacht zeigt es das folgende Bild.



Ein Beispiel

Demgegenüber ist die *Kybernetik* erstmals deutlich *anders begründet*.

Bei ihr interessieren vorrangig *nicht die Objekte* als materielle oder ideelle Substrate.

Es interessieren vorrangig nur *Funktionen* und *Verhalten*, die vielen Objektbereichen gemeinsam sind.

Dadurch werden für die Kybernetik *einige Fakten aus allen Wissenschaften* wichtig.

Typisch und historisch wichtig ist das Prinzip der *Folge-* oder *Nachlaufregelung*.

Es beeindruckte offensichtlich NORBERT WIENER (1894 – 1964) im 2. Weltkrieg bzgl. der Abwehrraketen [2].

Eine feindliche Rakete ändert im Flug mehrfach ihre Bewegungsrichtung.

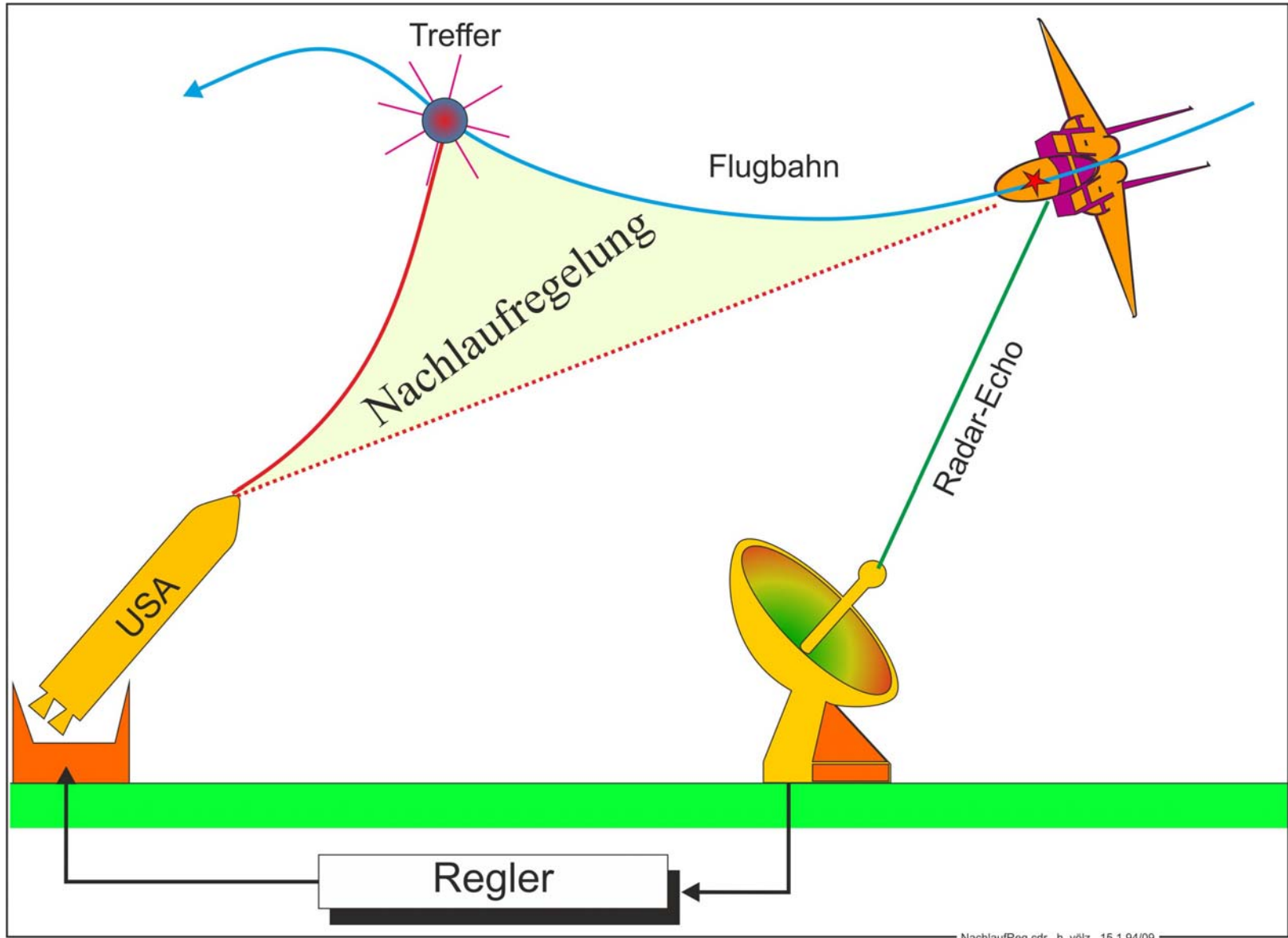
Für ihren Abschuss muss daher die abgeschossene *Abwehrrakete* ihr ständig nachgeführt werden.

Das ähnelt einem *Hund*, der ständig in Richtung zu seinem *Herrchen*, ihm nachläuft.

Damit ist bereits auch das Grundprinzip der Kybernetik eingeführt.

Unwesentlich ist dabei, ob diese Vorgänge für die feindliche und Abwehrrakete oder Hund und Herr erfolgen.

Es lassen dem auch noch viele dazu passende Beispiele ergänzen, wie Kopierfräsen und Temperaturregelung.



NachlaufReg.cdr h. vözl 15.1.94/09

Vergleich mathematische Formeln

Naturbeschreibungen sind häufig mathematisch.

Auch hierbei kann zuweilen von den speziellen Inhalten abgesehen werden.

Für das **Produkt** von Formelzeichen gilt z. B. gleichermaßen

OHM'sches Gesetz $U = I \cdot R$ und Leistung $N = U \cdot I$. Impuls $p = m \cdot v$. Dazu gibt es viele weitere Beispiele

Ähnlich allgemein werden **Addition, Differential, Integral, Matrizen, Logik, Mengenlehre** usw. benutzt.

Sie entsprechen den Aspekten der Kybernetik, wie Information, Regelung-Steuerung, Rückkopplung usw. (s. u.)

Da mit der Mathematik so (fast) alles erfasst werden kann, entstand die Aussage: Gott denkt mathematisch

Analog zur Struktur-Vernachlässigung wird dabei aber die Semantik der Formel-Inhalte „ausgelassen“.

Sie ist genauer in [15] behandelt. Sobald sie berücksichtigt wird gelten beachtliche Einschränkungen.

Eigenschaften von Wissenschaft

Eine allgemeine Einteilung der Wissenschaften kann durch vier Gegensatzpaare vorgenommen werden. Sie sind dabei besonders deutlich durch ihre Grenzwerte gekennzeichnet und so benannt werden:

1. **Art der Wissenschaft**konkret \Leftrightarrow abstrakt
2. **Begriffsbildung**; Klassenumfang, -bildunggenerell \Leftrightarrow speziell
3. **Realität** (Objekte)universell \Leftrightarrow individuell
4. **Methode**Deduktion \Leftrightarrow Induktion

Die ersten beiden bestimmen eine *Ebene der Wissenschaft*.

In ihr sind besonders wichtige wissenschaftliche Eigenschaften und Methoden enthalten.

Sie betrifft vorwiegend Individuelles, obwohl möglichst universelle Aussagen über die Welt gewünscht sind.

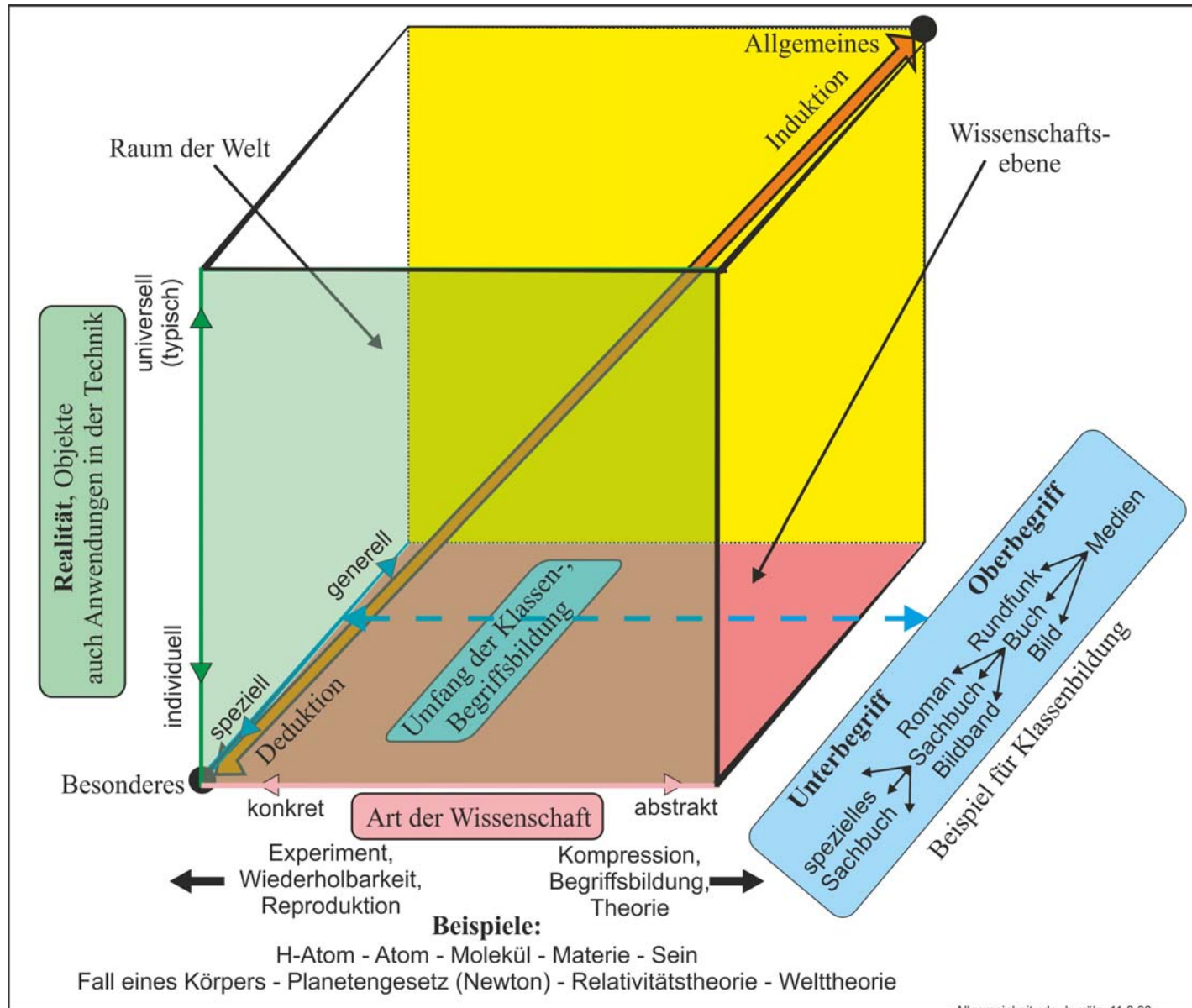
Zwischen *generell* \Leftrightarrow *speziell* erfolgt die Klassenbildung mit Unter- und Überbegriffen einschließlich Begriffsbildung und Definition. Sie bestimmen den Begriffsumfang.

Der Bereich *konkret* \Leftrightarrow *abstrakt* betrifft u.a. die Art der Wissenschaft.

Das 3. Paar erweitert diese Ebene zum „Raum der Welt“

Das 4. Paar entspricht einer Diagonale darin, welche durch wichtige Methoden gekennzeichnet ist.

Diese vollständige Einteilung zeigt das folgende Bild.



Zur Induktion und Deduktion

Sie heißen auch induktiver bzw. deduktiver Schluss.

RENÉ DESCARTES (1596 - 1650) übertrug sie auf die Philosophie.

So erfolgte die Ablösung der Scholastik, die nur Vergleich und Gegenüberstellung von Lehrmeinungen kannte. Die wesentlichen Eigenschaften der Induktion und Deduktion stellt die folgende Tabelle gegenüber.

Induktion	Deduktion
<ul style="list-style-type: none"> • <i>lateinisch inductio</i> Ein-, Hereinführen, Hinführung, <i>inductivus</i> zur Annahme, Voraussetzung geeignet 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>lateinisch deducere</i> ableiten, herleiten
<ul style="list-style-type: none"> • bevorzugt in den experimentellen Wissenschaften, wie Biologie, Medizin, Soziologie und experimentelle Physik. 	<ul style="list-style-type: none"> • bevorzugt in den formalen Wissenschaften, wie Mathematik und Logik, auch theoretische Physik.
<ul style="list-style-type: none"> • Ableitung des Allgemeinen aus Einzelfällen \approx Verallgemeinerung durch Universalisieren und Abstrahieren. • Von einzelnen Erfahrungen zu universellen Sätzen. • Annahme: Wenn etwas bei mehreren beobachteten Ereignissen gültig ist, soll dies bei allen gleichartigen Ereignissen wahr sein. • Die Gewissheit dafür hängt oft nicht von der Anzahl der beobachteten Ereignisse ab. • Generelle Sicherheit ist nicht möglich: Zum Beispiel alle Raben sind schwarz. • Widerlegen ist durch Falsifikation möglich, ein Gegenbeispiel genügt. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ableitung des Besonderen aus dem Allgemeinen durch Spezialisieren, Konkretisieren, Individualisieren (z.B. axiomatisch). • Die Aussage wird aus anderen Aussagen abgeleitet. • Ein Schluss ist wahr, wenn alle Prämissen wahr sind. • Die Deduktion ist korrekt, wenn alle Ableitungsschritte logischen Regeln folgen. • Die formale Logik bestimmt dabei, welche Schlüsse zulässig sind. • Bestätigen erfolgt durch Verifikation und ist strenger als Bewähren. • Deduktion ist dem Beweisen ähnlich.

Abstraktion erfolgt weitgehend durch Klassifikation

Klassifikation \Leftarrow lateinisch *classis* Volksklasse wurde von SERVIUS TULLIUS (578 - 534 v.Chr.) eingeführt. Je nach ihrem Besitz wurden so die römischen Bürger in sechs Klassen eingeteilt. Der Begriff wurde u. a. von KARL MARX vertieft.

Wissenschaftliche Klassifikation teilt Objekte, Erscheinungen usw. nach einem Gesichtspunkt ein. Das ist für uns wegen der hohen, sonst nicht begreifbaren **Komplexität der Natur** notwendig. Dazu muss von **einigen individuellen Eigenschaften** abgesehen, d. h. **abstrahiert** werden. Im gewissen Umfang ist Klassifikation daher **subjektiv** festgelegt, meist existiert kein objektiver Grund.

Mit der Klassifikation und Abstraktion ist häufig eine **Begriffsbildung** verbunden (zugeordnet).

Beispiel 1: Der Begriff „Stuhl“ sieht von „unwesentlichen“ Eigenschaften der einzelnen Stühle ab: Ob sie vier oder drei Beine besitzen, ob sie aus Holz oder Metall bestehen usw. Die gemeinsame (wesentliche) Eigenschaft besteht darin, dass er zum Sitzen geeignet ist.

Beispiel 2: Stück rotes Papier mit Text. Es besitzt u.a. Eigenschaften wie Farbe, Text, Dicke, Masse usw. Die dazugehörigen Abstraktionen **Fläche** und **Linie** gibt es *nicht* in der *Realität*, sind aber sehr *nützlich*.

Die Einteilung nach OPPENHEIM

Die einzelnen Wissenschaften in das dreidimensionale Schema einzutragen, ist umständlich und kompliziert. Doch es gibt eine recht alte, vereinfachte und dennoch interessante Variante von P. OPPENHEIM [3]. Er verwendet zwei auf die Diagonale im vorigen Bild bezogene Gesetzespaare:

Analytisches Denken gemäß Induktion, Erklären \Leftrightarrow Deduktion, Beschreiben.

Synthetisches Denken gemäß Allgemeines, rationales Verstehen \Leftrightarrow Besonderes, intuitives Begreifen.

Dadurch ist die Grundfläche Wissenschaft des vorangehenden Bildes um 45 Grad gedreht.

In der Originalarbeit sind nur einige Wissenschaftsgebiete eingetragen.

Aus heutiger Sicht habe ich Fraktale Geometrie, Informatik, Anatomie und natürlich Kybernetik ergänzt.

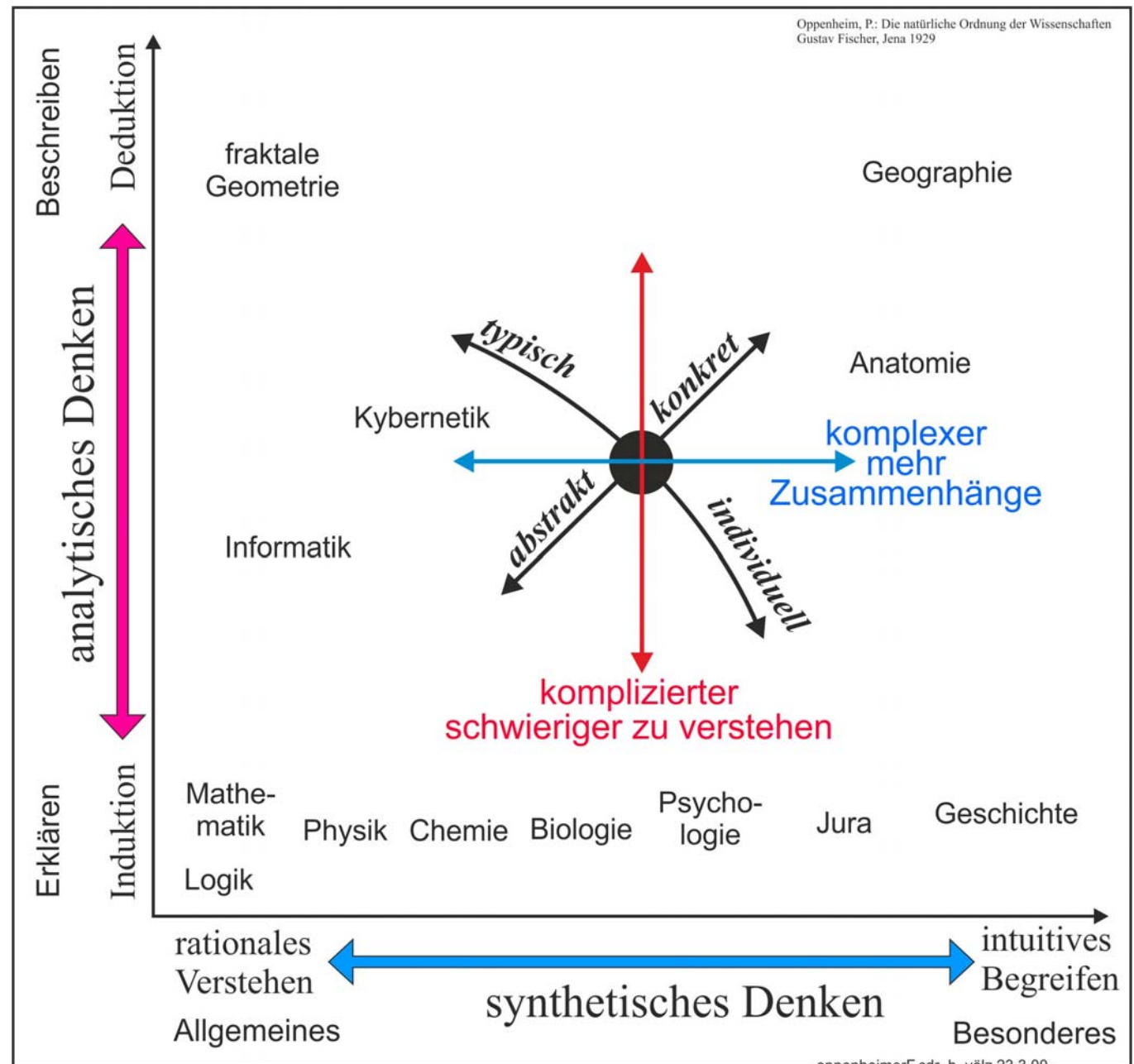
Ferner habe ich die Paare abstrakt \Leftrightarrow konkret sowie typisch \Leftrightarrow individuell bezüglich ihrer Richtungen ergänzt.

So ergibt sich ein besserer Zusammenhang mit dem vorigen Bild.

Die Wissenschaftseinteilung nach P. OPPENHEIM [3].

Sie wurde von mir durch die Gebiete Fraktale Geometrie, Informatik Anatomie und Kybernetik ergänzt.

Ferner wurden in der Mitte die verschiedenen Richtungen der Wissenschaftsmethoden neu eingefügt. Die Gegensatzpaare typisch \Leftrightarrow individuell sowie abstrakt \Leftrightarrow konkret stellen den Bezug zum Bild auf Folie 9 her. Die Grundfläche Wissenschaft ist also um 45 Grad gedreht,



Gliederung

1. Einordnung der Kybernetik in die Wissenschaften
2. Geschichte der Kybernetik
3. Wichtige Aspekte der Kybernetik
4. Regelungs- und Steuerungstechnik
5. Rückkopplung

Kybernetik entsteht

Bereits HOMER (750 – 700 v. Chr.) benutzte *κυβερνήτης* (Kybernetes) für den *Steuermann* eines Schiffes. PLATON (427 – 347 v. Chr.) übertrug dann den Begriff auf den „Mann am Steuerruder einer Regierung“. Der Apostel PAULUS (ca. 3 – 67) benutzt *kybérnēsis* im 1. Korinther-Brief für die Fähigkeit zu leiten. 1834 hat ANDRÉ-MARIE AMPÈRE (1775 – 1836) die Idee einer *Wissenschaft* „cybernétique“ entwickelt. Er verwendete es damals aber für wissenschaftliche Verfahrensweisen bei der staatlichen Regierung.

Weiter lässt sich eine ähnliche Namensverwendung bereits bei James Watt feststellen, der seinen Fliehkraftregler für die Dampfmaschine von 1790 bereits mit *governer* bezeichnete.

Für den neuzeitlichen Beginn waren die *Macy-Konferenzen* (Stiftung) von 1946 bis 1953 entscheidend. Ihr Titel lautete „Circular causal, and feedback mechanisms in biological and social systems“,. Auf ihnen wurden die *Gemeinsamkeiten* verschiedener Einzeldisziplinen untersucht: Menschliches Verhalten, Nachrichtenübertragung, Regelung, Entscheidungs- und Spieltheorie sowie statistische Mechanik. Die entsprechenden Bände wurden ab ca. 1950 von HEINZ VON FOERSTER (1911 – 2002) herausgegeben.

Im Sommer 1947 führte NORBERT WIENER den Begriff *Kybernetik* gemäß dem Griechischen *kybernétes* ein. Er berücksichtigte besonders den *Fliehkraftregler* (*governer* genannt) von 1784 JAMES WATT (1736 - 1819). Das Englische Wort stammt von lateinisch ‚gubernator‘ (Steuermann) und ist Lehnwort von *kybernétes*. Zuweilen wird erwähnt, dass Wiener das Gebiet ursprünglich *Analogie* nennen wollte.

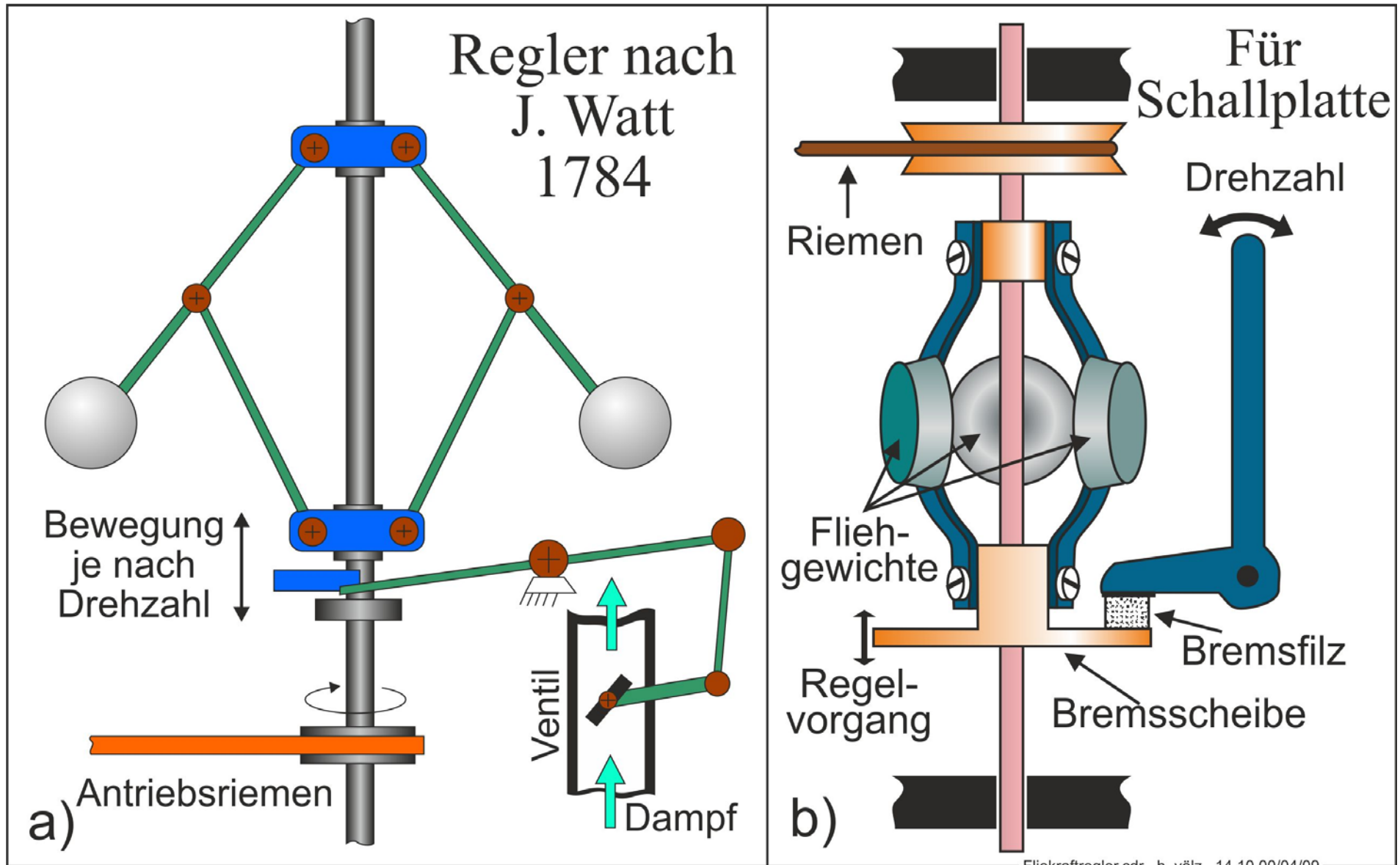
1948 erschien dann sein grundlegendes Werk zur Kybernetik [2].

1948 erschien auch in der Zeitschrift Scientific American ein umfassender Übersichtsartikel zur Kybernetik.



Damals wurden viele Werkzeugmaschinen von einer Dampfmaschine über eine Transmissionswelle angetrieben. Sie konnten an- und abgeschaltet werden. Damit dabei die Drehzahl konstant blieb, musste zunächst ständig der Dampfdruck manuell nachgestellt werden. Der Regler von WATT besorgte das automatisch durch Regelung.





Fliekraftregler.cdr h. vözl 14.10.00/04/09

Ähnliche Ansätze

Unabhängig von WIENER gab es unter anderen Namen der Kybernetik ähnliche Ansätze.
Zwei Beispiele können dies belegen.

Im Oktober 1940 hielt HERMANN SCHMIDT (1894 – 1968) vor Ingenieuren und Biologen den Vortrag:
„Regelungstechnik - die technische Aufgabe und ihre wirtschaftlichen, sozialpolitischen und kulturpolitischen Auswirkungen“.

Auf dieser Grundlage erschien dann 1941 seine berühmte Denkschrift [4].

1944 wurde er an die TH Berlin-Charlottenburg auf den ersten Deutschen Lehrstuhl dieses Gebietes berufen.

In der schöngeistigen Literatur schrieb HERMANN HESSE (1877 – 1962) in seinem „Glasperlenspiel“ (1943):

„Die analytische Betrachtung der Musikwerke hatte dazu geführt, dass man musikalische Abläufe in physikalisch-mathematische Formeln einfüg. Wenig später begann die Philologie mit dieser Methode zu arbeiten und sprachliche Gebilde nach der Weise auszumessen, wie die Physik Naturvorgänge maß; es schloss die Untersuchung der bildenden Künste sich an, wo von der Architektur her die Beziehung zur Mathematik schon längst vorhanden war. Und nun entdeckte man zwischen den auf diesem Wege gewonnenen abstrakten Formeln immer neue Beziehungen, Analogien und Entsprechungen“.

Aufschwung der Kybernetik

Die neuen Ideen bewirkten schnell große und regelmäßige internationale Kongresse.

Die Breite des Inhalts erzwang jedoch *Spezialisierungen*.

Deshalb mussten u. a. entsprechende *Lehrstühle* mehrfach besetzt werden.

So *entstanden* z. B. (alphabetisch geordnet):

Bildungs-, biologische, Management-, mathematische, medizinische, militärische, pädagogische, psychologische, soziologische, technische und Wirtschafts- Kybernetik.

Das schuf u. a. die *neuen Gebiete*:

Automaten, Automatisierung, Bionik, Chaos-Theorie, Dissipation, Emergenz, Fraktale Geometrie, Fuzzy-Logik, Informatik, Informationstechnik, Informationstheorie, Kodierung, Kommunikation, Konnektionismus, Kryptographie, Künstliche Intelligenz, Künstliches Leben, Mechatronik, Modellierung, Neuronale Netze, Nichtlineare Optik, Objekterkennung, Operationsforschung, Optimierung, Regelungs- und Steuerungstechnik, Roboter, Selbstorganisation, Selbstregulation, Simulation, Spieltheorie, Synergetik und Systemtheorie.

Zwar ging dadurch im Laufe der Zeit die Kybernetik als eigene Wissenschaft verloren.

Dennoch lebt ihr Geist heute so *indirekt unvermindert* fort.

Negative Einflüsse auf die Kybernetik

Die Hochzeit der Kybernetik liegt um 1970.

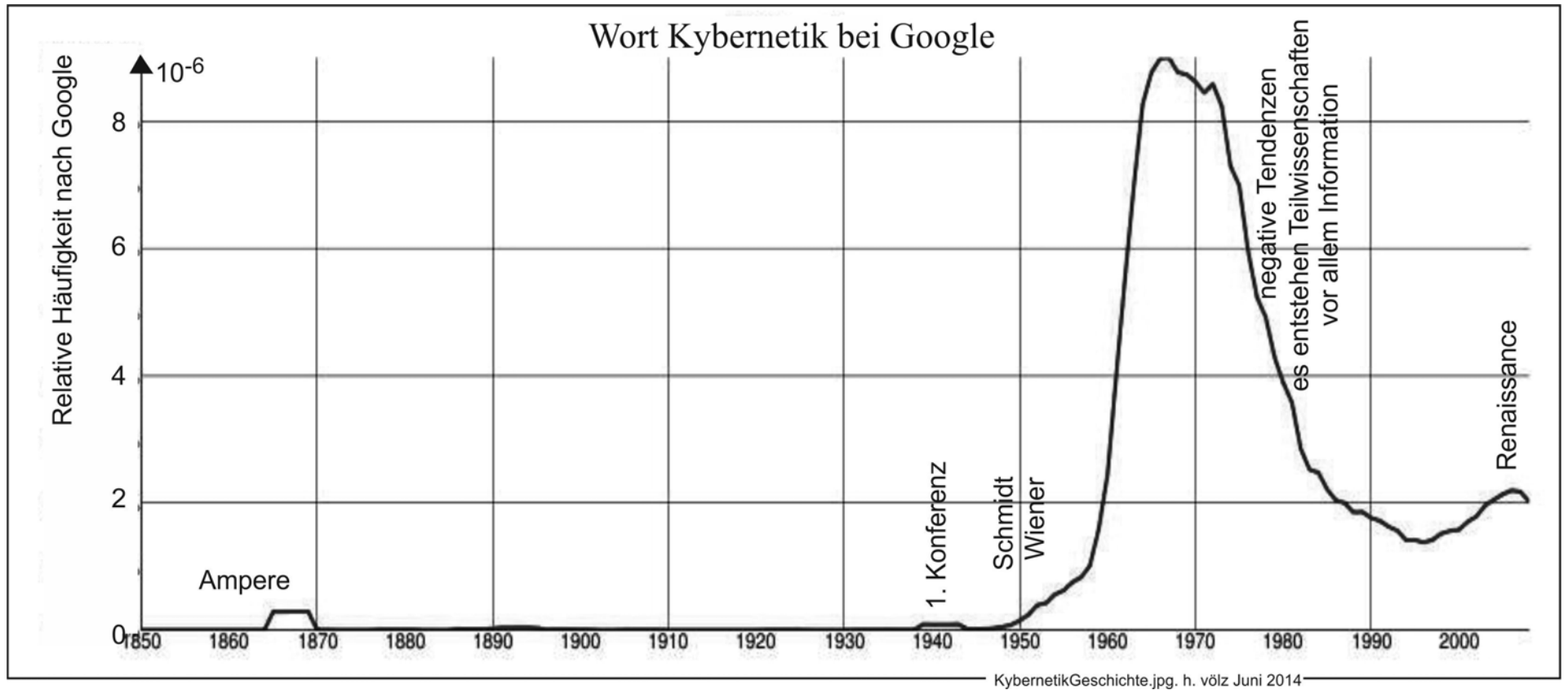
Dann machen sich drei Tendenzen bemerkbar, die ihre öffentliche Wirksamkeit deutlich mindern.

1. Das Gebiet ist *zu breit*; deshalb entstehen Spezialzweige (s. o.).
Hinzu kommen teilweise *Verflachungen* auf den Tagungen und in Publikationen.
2. *Beschimpfungen* von und *politische Aspekte* um WIENER.
3. *Ideologische Auslegungen* des zentralen Satzes von WIENER *zur Information*.
Hierbei wirkt sich besonders der Kalte Krieg aus.

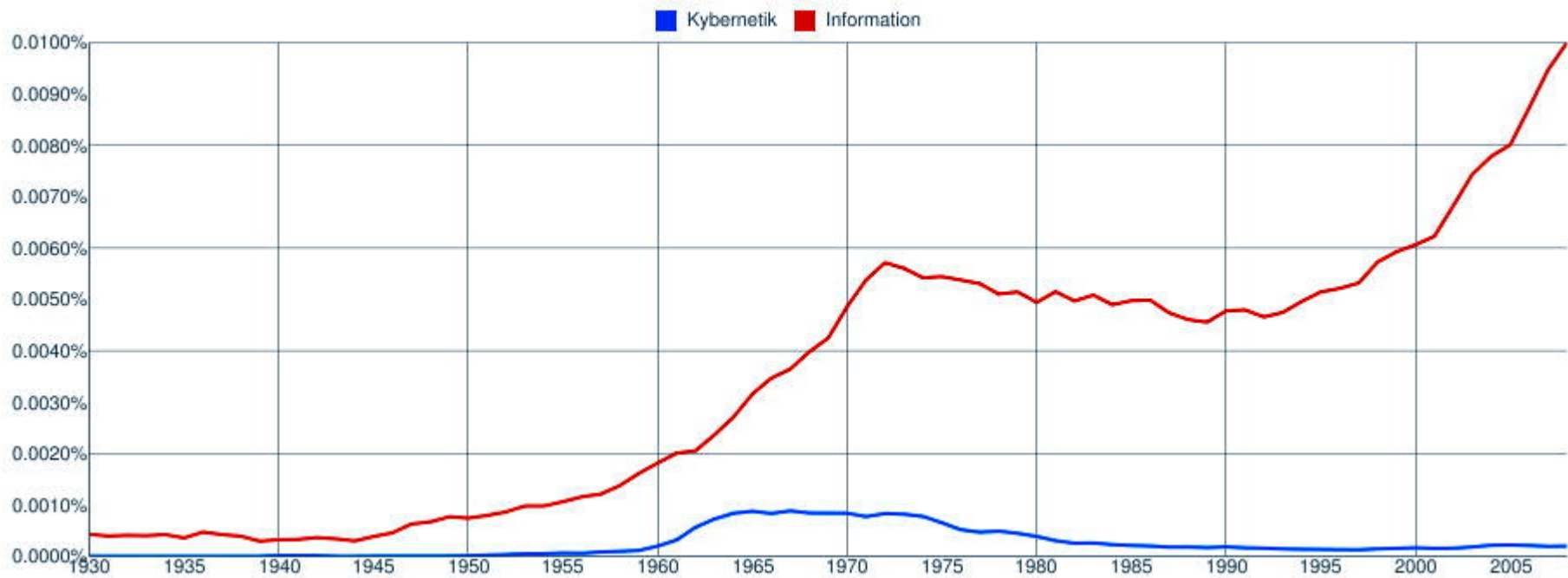
Diese Entwicklung lässt sich gut an der relativen Häufigkeit des Wortes in den *Google-Dokumenten* erkennen.
Insbesondere erlangt dadurch das Teilgebiet der *Information* an Bedeutung.

Ähnliches gilt vor allem auch für die *Informatik*, *Regelungs-Steuerungstechnik* und *Künstliche Intelligenz*.

Ab 1995 tritt deutlich eine (nostalgische?) *Renaissance* für die Kybernetik ein.



Download Mai 2014 von: ngrams.googlelabs.com/graph und eingefügte Kommentare.



WIENERS Pazifismus

Auf einen wichtigen Grund zur Unbeliebtheit von WIENER und damit der Kybernetik verweist JOSEPH WEIZENBAUM (1923 – 2008) [5] S. 57:

"Norbert Wiener hat vor langer Zeit ein Buch geschrieben: God and Golem Inc., also 'Gott und Golem GmbH'. ... (Er) hat schon sehr früh einen Zusammenhang zwischen der Technik und dem Bösen in der Welt gesehen. Er hat auch den Computer erkannt als ein Instrument, das uns wahrscheinlich irgendwann beherrschen wird. Er hat - ich glaube, es war 1946 oder 1947 - einen Brief veröffentlicht, den er an einen Kollegen geschickt hat, der ihn gebeten hatte, ihm eine seiner Arbeiten zu schicken. In diesem Brief sagt er deutlich, das macht er nicht mehr. Er macht seine Arbeit, aber er wird sie nicht weitergeben, weil er ganz genau weiß, dass seine Arbeiten aus den Gebieten Kybernetik und Mathematik zu dem Zweck benutzt werden, letztendlich Raketen herzustellen, die von einem Kontinent zum anderen geschossen werden können. ... Norbert Wiener, der in Harvard studierte, hat schon als ein junger Mann im MIT angefangen zu lehren und natürlich gewusst, dass das MIT schon damals sehr eng mit dem amerikanischen Militär verbunden war."

Im Original steht [7], S. 31, vergleiche auch [6]:

"I do not expect to publish any future work of mine, which may do damage in the hands of irresponsible militarists."

Nebenbei sei erwähnt, dass es zuweilen die Aussage gibt:

SCHMIDT bezog den Menschen ganz bewusst ein, WIENER schloss ihn aus.

Das gilt also wohl nicht!

Beschimpfung von WIENER

Völlig unverständlich ist es, warum ausgerechnet der NOBEL-Preisträger MURRAY GELL-MANN (*1929) WIENER deutlich verunglimpft.

In seinem Buch „Das Quark und der Jaguar“ [8] schreibt er auf S. 122 (Hervorhebungen H.V.):

*„Der Begriff »Kybernetik« wurde von Norbert Wiener, einem bedeutenden, aber etwas **verschrobenen** Mathematikprofessor am Massachusetts Institute of Technology, eingeführt, der schon als Kind seine geniale Begabung gezeigt hatte und niemals seine Lust an bizarren Verhaltensweisen verlor. Als ich am MIT studierte, fand ich ihn hin und wieder **schlafend im Treppenhaus liegen**, wo sein **fülliger Körper** den Verkehr ernsthaft behinderte. Einmal steckte er seinen Kopf in das Arbeitszimmer meines Doktorvaters, Viki Weisskopf, und äußerte einige Worte, die Viki völlig sinnlos erschienen. »Oh, ich dachte, alle europäischen Intellektuellen würden Chinesisch sprechen«, sagte Wiener und eilte den Gang hinunter.“*

Zu alledem verweist er dann auch noch im Sachwortverzeichnis unter WIENER nur auf diese Stelle.

Dazu sei betont, dass WIENER außer der Kybernetik herausragende Arbeiten der Mathematik erbrachte [6]. Generell betreffen seine Arbeiten vor allem kontinuierliche und kaum digitale Methoden.

„Information is information nor matter or energy“

Eine für die Information besonders *wichtige Aussage* WIENERS lautet übersetzt [2] S. 192:

„Das mechanische Gehirn scheidet nicht Gedanken aus »wie die Leber ausscheidet«, wie frühere Materialisten annahmen, noch liefert sie diese in Form von Energie aus, wie die Muskeln ihre Aktivität hervorbringen. Information ist Information, weder Materie noch Energie. Kein Materialismus, der dieses nicht berücksichtigt, kann den heutigen Tag überleben.“

Gerade im Kalten Krieg der 70er Jahre gewann sie beachtliche Bedeutung.

Das wurde noch durch die *mangelhafte Übersetzung* des zentralen englischen Satzes verstärkt.

„Information is information nor matter or energy“

Eigentlich ist „*matter*“ Gegenstand, Angelegenheit, Sache, Thema, von Bedeutung sein, Inhalt, Stoff,

Substanz, Satz, Ding und Grund zu übersetzen wäre (matter of course, of fact, of administration etc.).

Doch die mangelhafte Übersetzung Materie genügte einigen Philosophen nicht. Sie *ergänzten eifrig*:

Zu Materie und Bewusstsein tritt als Drittes Information, daher ist der dialektische Materialismus überholt.

Denn er kennt ja nur Materie und Bewusstsein. Dabei ist aber Materie gleich Stoff und Energie ($E = m \cdot c^2$).

Es ist heute unverständlich, dass dieser Unsinn im gesamten sozialistischen Lager nicht erkannt wurde.

Stattdessen geriet die Kybernetik in erheblichen ideologischen Misskredit.

Als Direktor des Zentralinstitutes hatte ich unter den Folgen zu leiden, so entdeckte ich um 1980 den Mangel.

Aus dem Kontext des Originals übersetzte ich nun [9] (zu ihm gab es sogar ein Negativgutachten):

*„Information ist Information weder **Stoff** noch Energie“*

Und interpretierte sie inhaltlich als drei Modelle zur Beschreibung der Welt (s. u.).

Natürlich gibt es weitere Modelle z. B. biologische, medizinische, künstlerische und geschichtliche.

KARL STEINBUCH (1917 – 2005)

Aus [16]:

S. 455: „Durch die Arbeiten von Shannon erwies sich die Information als quantifizierbar. Zu den klassischen Dimensionen der Naturwissenschaften, zu *Materie* und *Energie*, trat als dritte Dimension die *Information*.“

S. 458: „In diesem Sinne erscheinen mir als wesentliche Merkmale der Information: Sie ist stets an irgendwelche physikalischen Träger geknüpft, seien es nun Schallwellen, Schriftzeichen, elektrische Ströme, Magnetisierungen, Nervenaktionsimpulse usw. Die Information ist invariant gegenüber Wechseln ihres Trägers, dieselbe Information kann mit verschiedenen Trägern transportiert werden. Die Invarianz der Information beruht auf gleichbleibenden Abbildungsgesetzen. Beim Empfänger löst die Information eine bestimmte, vorbereitete Funktion aus. Bei Mensch und Maschine besteht der Zweck der Informationsübertragung in der Weitergabe bestimmter Erfahrungen, welche durch die Trägerstrukturen abgebildet werden. Letztendlich kann der Zweck der Informationsübertragung durch die Ermöglichung besserer Problemlösung erklärt werden.“

S. 460: „Wenn sich deshalb in der modernen Philosophie Toleranz gegenüber dem theoretischen Pluralismus entwickelte, so sollten wir darauf nicht allzu stolz sein, es ist ein Eingeständnis unseres unzureichenden Gehirns, nicht mehr. Die Realität ist nicht pluralistisch, nur unser Verständnis ist ein Flickenteppich. Wir sollten deshalb auch nicht die Nähte zwischen den einzelnen Flickern vertiefen.“

Typisch DDR

Zunächst war auch hier die internationale *Euphorie* vorhanden.

Wichtig waren dafür die Arbeiten GEORG KLAUS (1912 – 1974), Insbesondere die Publikationen

- Kybernetik in philosophischer Sicht. Berlin 1961;
- Moderne Logik. Berlin 1964;
- Kybernetik u. Erkenntnistheorie. Berlin 1966;
- Wörterbuch der Kybernetik, Leipzig 1967 ff. (Mit-Herausgeber)
- Sprache der Politik. Berlin 1971
- Kybernetik u. Gesellschaft. Berlin 1973

Ferner sind die Leistungen der Folgernden zu betonen.

- FRIEDHARD KLIX (1927 – 2004): Psychologie, Künstliche Intelligenz, Verhalten und Information [24]
- WILHELM KÄMMERER (1906 – 1994) Relaisrechner Oprema und [25]
- GÜNTER TEMBROCK (1918 – 2011) Tier-Verhalten
- KINDLER Institut für Regelungs-Steuerungs-Technik Dresden [23]

Fortsetzung DDR

Eine geordnete Kybernetik-Forschung wurde angestrebt durch.

1965 Kommission des Forschungsrates für die Bildung eines Instituts für Kybernetik.

1969 1.5. Gründung des Zentralinstitutes für Kybernetik und Informationsprozesse (ZKI).

1970 Wissenschaftliche Konzeption (WK) Kybernetik.

1971 Kommission „Kybernetik“ beim Forschungsrat.

Doch dann setzte Kritik ein, u.a. weil in einer Publikation die *Partei als Störgröße* bezeichnet wurde.

Auf einer Jahrestagung der DAdW in den 80er Jahren führte HERBERT HÖRZ (*1933) sogar den Begriff „*Kybernetismus*“ ein.

Am 29. und 30.6.1983 erfolgte zum Leibniz-Tag der Akademie der Wissenschaften die Tagung[10]:

„Zur Bedeutung der Information für Individuum und Gesellschaft“

Ich durfte hier nicht vortragen, obwohl nur von mir dazu Buchproduktionen vorlagen (300er Auflage) [11], [9].

Gliederung

1. Einordnung der Kybernetik in die Wissenschaften
2. Geschichte der Kybernetik
3. Wichtige Aspekte der Kybernetik
4. Regelungs- und Steuerungstechnik
5. Rückkopplung

Was Kybernetik ist

Es gibt mehrere Definitionen der Kybernetik. Eine bedeutsame stammt von HEINZ VON FÖRSTER (1911 - 2002) [12] S. 72:

"Regelung und Nachrichtenübertragung im Lebewesen und in der Maschine" kann als Definition von Kybernetik fungieren. Wenn auch das Wort Kybernetik vor ungefähr 150 Jahren von André Marie Ampère ... benutzt und dieses Konzept schon vor 1500 Jahren von Heron von Alexandria ... verwendet wurde, so war es der Mathematiker Wiener ..., der diesem Begriff schon im Jahre 1948 Namen und Bedeutung im modernen Kontext verlieh. Der Name „Kybernetik“ leitet sich vom griechischen Wort kybernetes für Steuermann her, woraus im Lateinischen gubernator und im Englischen governor zu Gouverneur, Statthalter, Regler, Chef, Direktor wurde.

Weiter dann auf S. 73:

*Müsste man ein zentrales Konzept, ein erstes Prinzip der Kybernetik nennen, so wäre es „Zirkularität“.
... Heute kann vielleicht „Zirkularität“ durch „Rekursivität“ ersetzt werden.*

Mehrere Definitionen heben andere Aspekte hervor. Ich bin der Meinung, dass vielleicht **Information** am wichtigsten ist. Aber auch der **Regelungs-Steuerungstechnik** und **Informatik** kommt große Bedeutung zu.

Die wichtigsten Aspekte der Kybernetik

Die Kybernetik berücksichtigt *viele Aspekte* der anderen Wissenschaften. (vgl. S. 8, Mathematik Formeln)
Dennoch hat sie *neue Begriffe* hervorgebracht und einige sonst wenig beachtete in ihren Mittelpunkt gestellt.
Insgesamt lassen sich so die folgenden *Schwerpunkte* ausmachen
Sie werden durch einige *dazugehörenden Begriffe*, die weitgehend neu entstanden sind, ergänzt.
Nicht immer ist dabei eine eindeutige Zuordnung möglich.

- Bevorzugung vom **Funktions-** gegenüber dem **Struktur**konzept (Analog-Schlüsse). Vergleich von Mensch und Computer \Rightarrow Künstliche Intelligenz, künstliches Leben, Spieltheorie, Roboter.
- **Regelung** und **Steuerung** in Theorie und Anwendung. Istwert und Sollwert, Adaption oder *Anpassung*, Fließgleichgewicht = *Steady State*, Homöostase, Stabilität.
- **Information** als neues Modell neben Stoff und Energie, vor allem mit der Entropie und Kanalkapazität in Nachrichtentechnik, Speicherung, Informatik, Fehlerhandlung, Kompression, Kryptografie und Automaten.
- **Rückkopplung** (feed back): Wirkung wird wieder zur Ursache (Iteration, Rekursion, Dissipation, Zirkularität, Fraktale, Schwingungserzeugung, Eigenwerte und Stabilität). Eine Wirkung hat oft viele Ursachen. Möglichkeiten sind positiv, negativ, phasendrehend.
- **Auslöse-Effekt** kleinste Ursache erzeugt sehr große Wirkung (z. B. Schmetterlingseffekt), *einschließlich* Verstärkung (Potentiator) mit zumindest teilweise Widerspruch zu den *Erhaltungssätzen*.

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung Aspekte

- Komplexes **Ursache-Wirkungs-Gefüge**, insbesondere ohne einfachen, linearen Ursache-Wirkungs-Zusammenhang (Chaos), Rationalität und Kausalität gehen verloren. Dabei gilt: die Entwicklung strebt **kein Ziel** an. Ziele setzt wahrscheinlich nur der Mensch. Aus vielen Möglichkeiten wird immer nur eine – meist zufällig – zur Wirklichkeit (\Rightarrow Quantentheorie): Evolution, Selbstorganisation, Autopoiesis, Emergenz, Synergie.
- **Black-Box-Methode** mit Input und Output ohne innere Struktur, es wird offen gelassen, ob es überhaupt notwendig/sinnvoll ist, die Struktur zu erkennen, um dann zur gray- bzw. white-box im Sinne vom Modell überzugehen.
- **Systemtheorie** im Sinne von $y = f(x)$ bzw. $y = f(t)$ und den Klassifikationen: stabil, multistabil (z. B. über Schwellen), autonom, steuerbar, zeitabhängig, determiniert, stochastisch, hysteretisch (Vorgeschichte und Lose) usw.; nachrichtentechnisch KARL KÜPFMÜLLER (1897 – 1977) bereits ab 1920)
- **Optimierung** bezüglich mehrerer, gleichzeitig sinnvoller Lösungen. Die einzelnen Ziele widersprechen sich zum Teil, Kompromisse sind notwendig. Beste der möglichen Welten.

Im Folgenden werden die Aspekte der Kybernetik und der dazugehörigen Gebiete *ausführlicher betrachtet*. Wegen der hohen *Verflechtung* ist dabei meist keine unabhängige Analyse und Beschreibung möglich.

Kybernetik zweiter Ordnung

Dieser Begriff wurde 1970 von HEINZ VON FOERSTER (1911 – 2002) eingeführt [12].

Viele Aspekte der Kybernetik können durch einen externen Beobachter beschrieben werden.

FOERSTER betonte, dass aber auch *Beobachtung des Beobachters* wichtig sein kann (daher 2. Ordnung).

Abgeleitet hat er diesen Zusammenhang aus der Erzeugung *subjektiver Realitäten* im Nervensystem.

So hat er den Begriff einer *objektiven Realität* eliminiert.

Stattdessen beschreibt er den „Eigenwert“ des kognitiven Systems als Ergebnis von Rekursionsprozessen.

Anwendet haben dieses rekursive Prinzip der Beobachtung der Beobachtung u. a.:

NIKLAS LUHMANN (1927 – 1998) im Bereich der soziologischen Systemtheorie.

JOHN CUNNINGHAM LILLY (1915 – 2001) auf neurosozialer Kommunikationsmuster.

Gliederung

1. Einordnung der Kybernetik in die Wissenschaften
2. Geschichte der Kybernetik
3. Wichtige Aspekte der Kybernetik
4. **Regelungs- und Steuerungstechnik**
5. Rückkopplung

Frühe Anwendungen

Regelung und Steuerung wurden schon im Altertum, also lange vor der Kybernetik angewendet. Bereits 270 v. Chr. gab es Schwimmventile zur **Konstanthaltung** Wasserpegeln oder Durchflussmengen. Es wird dann vom Fließgleichgewicht (steady state) oder allgemeiner von Homöostase gesprochen.

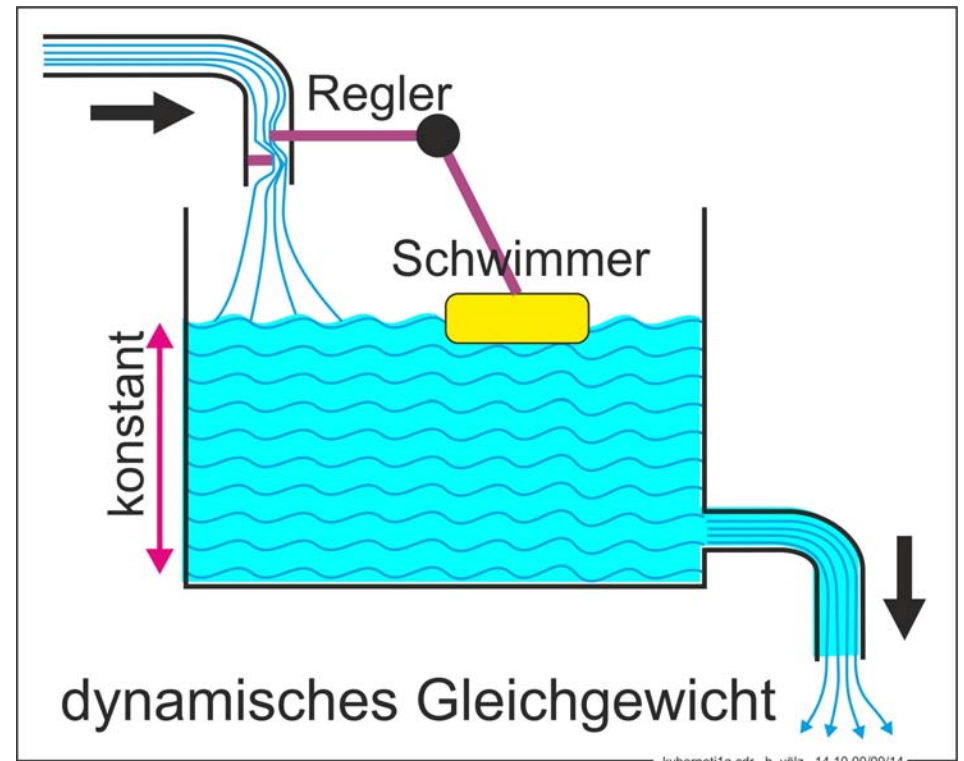
Schematisch zeigt dies das nebenstehende Bild.

In diesem Sinne baute um 230 v. Chr. PHILON eine **Öllampe** mit Niveauregelung.

Die erste **großtechnische Anwendung** wird JAMES WATT mit seinem Fliehkraftregler von 1784 zugeschrieben. Hier wird die Drehzahl einer Dampfmaschine konstant gehalten (s. o.).

Bei der Steuerung werden dagegen Werte nach einem bestimmten Plan automatisch „eingestellt“.

Im 1. Jh. schuf HERON von Alexandria (ca. 20 – 60) z. B. ein automatisches Theater, aber auch Türöffner und Programmwalzen. Im 16. Jh. baut CORNELIS JACOBSZON DREBBEL (1572 – 1633) einen thermostatisch geregelten Ofen.



Beispiel Raumtemperatur

Mittels einer Heizung soll in einem Raum eine möglichst angenehme *Zimmertemperatur* erreicht werden.

Gemäß dem folgenden Bild kann dazu die Heizung *digital* ein - bzw. ausgeschaltet werden.

Eine *Steuerung* berücksichtigt für das Schalten unterschiedlich Tag/Nacht, Sommer/Winter sowie die Außentemperatur.

Bei der *Regelung* wird dagegen die Raumtemperatur gemessen.

Sobald sie unter dem gewünschten Sollwert liegt, wird die Heizung solange eingeschaltet bis der Sollwert erreicht ist.

Für eine *lange Betriebszeit* muss u. a. die *Anzahl Schaltungen* minimiert werden.

Zumindest verlangt das bei der Regelung einen *Toleranzbereich* zwischen dem Ein- und Ausschalten.

Dadurch liegt nur die Raumtemperatur nur im Mittel beim Sollwert.

Erst wenn entsprechende Abweichungen eingetreten sind erfolgt das Schalten.

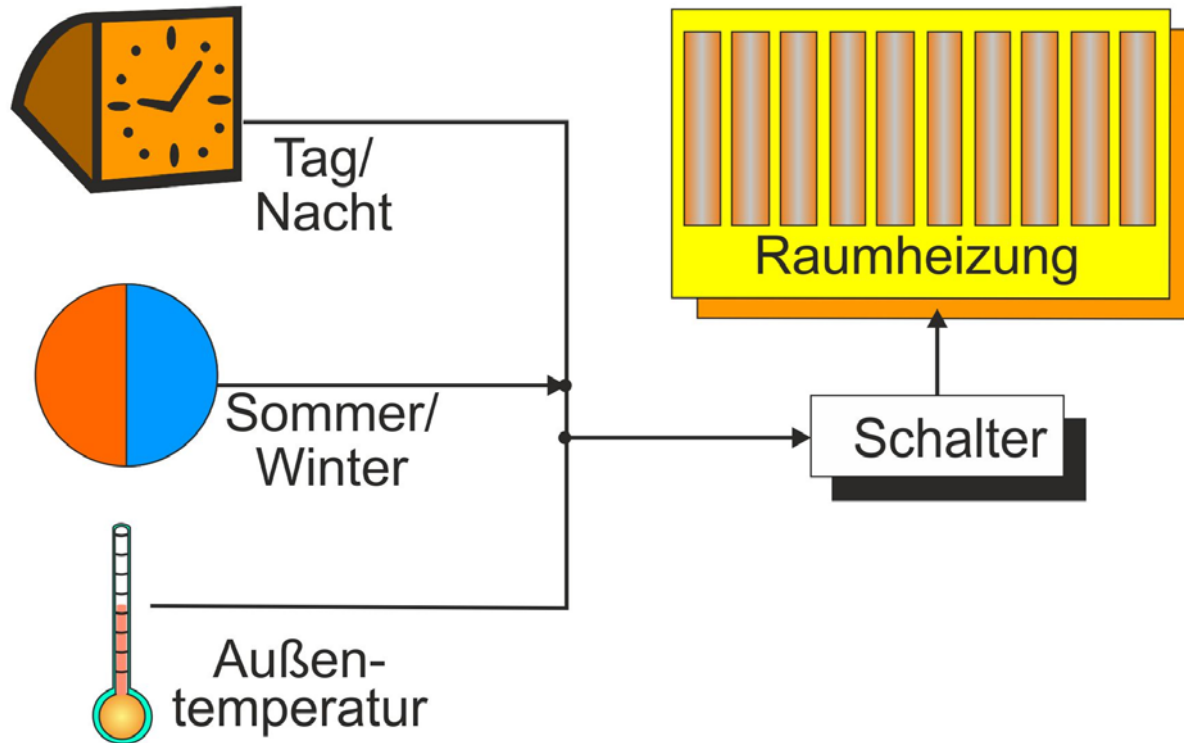
Deshalb schwankt eine *Kühlschrank*-Temperatur periodisch z. B. zwischen 9 und 11°C.

Bzgl. der Anzahl der Schaltvorgänge und der Toleranz kann daher eine *Steuerung vorteilhafter* sein.

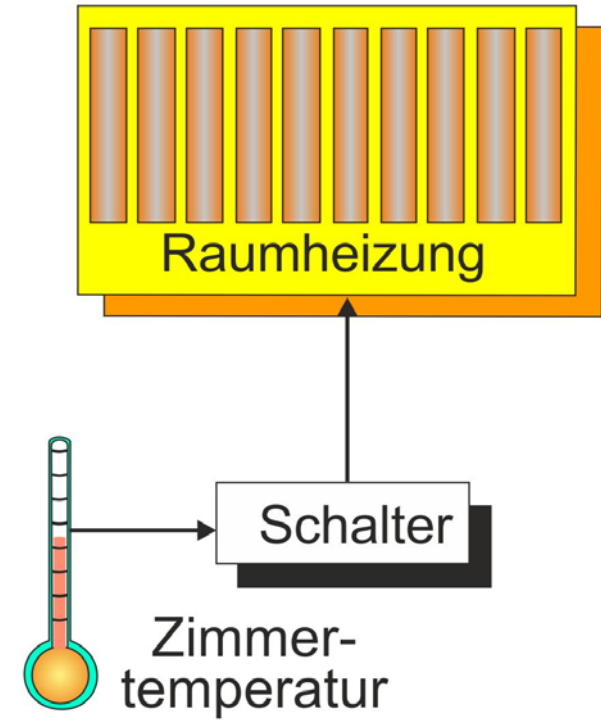
Dafür ist technisch meist aufwändiger, denn es müssen möglichst *alle Einflussgrößen berücksichtigt* werden.

Dabei wären z. B. auch die Anzahl der *Personen* im Raum, geöffnete *Fenster* usw. zu erfassen.

Steuerung



Regelung



regelsteuer.cdr h. vözl 15.1.94

Spannungsstabilisation

Bei den vorangehenden Beispielen erfolgten die Steuerung und Regelung *diskret bzw. digital*.

Doch recht häufig sind auch *kontinuierliche* Verfahren, wie z. B. beim Fliehkraftreglern (s. o.).

Dieses Prinzip erfolgte ursprünglich bei der *elektronischen Spannungsstabilisation* [13].

Das ursprüngliche Prinzip zeigt das folgende Bild.

Die Regelung bewirkt der *Vergleich* der Spannung der ZENER-Diode und der Spannung am Spannungsteiler.

Ihre *Differenz* wird verstärkt und steuert so entsprechend den *Regeltransistor*.

Beide sind dabei ähnlich einer *Rückkopplung* verbunden (s. u.).

Dadurch mögliche *Eigenschwingungen* unterdrückt der zusätzliche Sieb-Kondensator.

Am Regeltransistor muss bei diesem Prinzip eine „überflüssige“ Spannung abfallen.

Viele Steuerungen und Regelungen arbeiten mit erheblichen *Verlusten*.

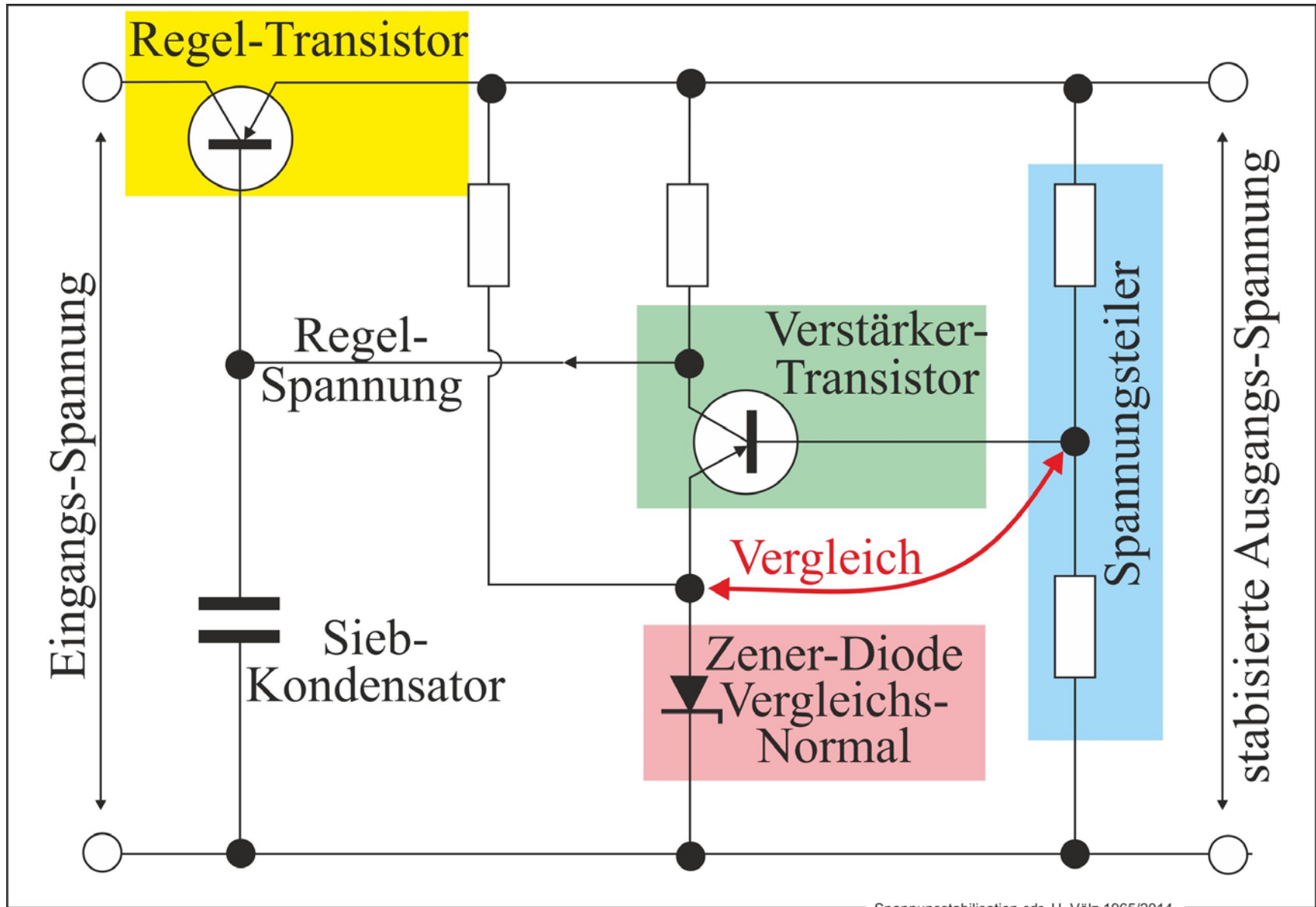
Heutige Spannungsstabilisatoren können das weitgehend vermeiden.

Dazu benötigen sie erheblich komplexere Schaltung.

Zunächst wird eine Wechsellspannung erzeugt, deren Größe nahezu verlustfrei geregelt werden kann [14].

Aus ihr wird dann ebenfalls nahezu verlustfrei die endgültige Gleichspannung abgeleitet.

Dafür benötigen sie aber weitaus mehr Transistoren, die jedoch in einem speziellen Schaltkreis integriert sind.



Spannungsstabilisation.cdr H. Völz 1965/2014

Regler und Regelstrecke

Die wichtigsten Anwendungen der Regelungs-Steuerungs-Technik betreffen *Stoff-* und *Energie-Ströme*.

Stoff-Ströme treten häufig in der Chemie auf.

Energie-Ströme können u. a. Elektrizität, Wärme, Kraft, Drehzahlen betreffen.

Die Ströme sollen auf gewünschte Werte bzw. deren zeitlichen Verlauf festgehalten bzw. eingestellt werden.

Die einzuhaltenden Werte werden meist als *Stell-* oder *Sollgrößen* bezeichnet.

Der reale Wert, die *Ist-Größe*, wird vielfach etwas vom Sollwert abweichen.

Für das Einstellen werden spezielle Geräte und Einrichtungen, die *Regler* bzw. *Stelleinrichtungen* benötigt.

Schematisch gilt dabei das folgende Bild.

Zu unterscheiden sind das *zu Beeinflussenden (Stoff/Energie)* und das dafür notwendigen *Steuersignal*.

Für das Steuersignal genügt meist eine kleine Energie. Daher handelt es sich eigentlich um *Information* (s. u.).

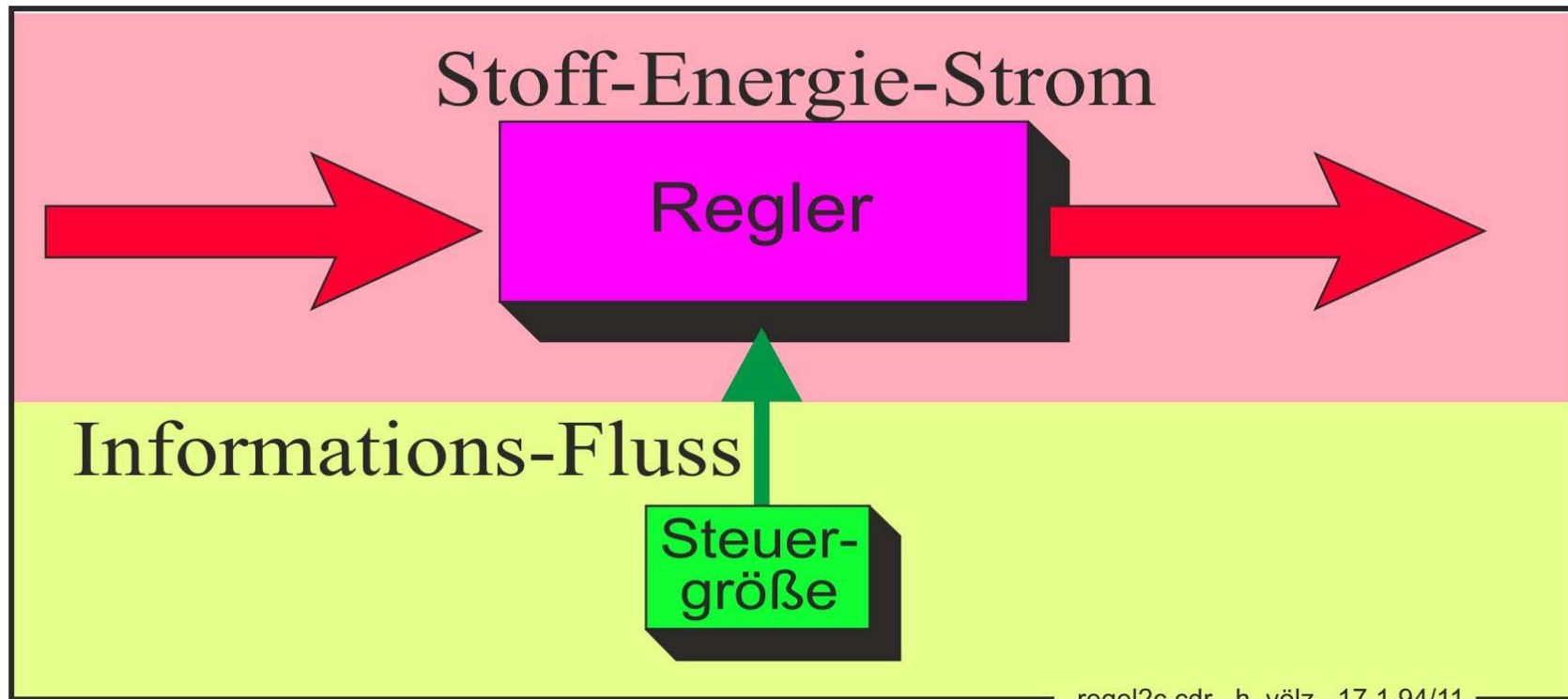
Sie ist durch *Messgrößen* (-Werte) von den zu beeinflussenden Strömen bestimmt.

Die *Verstellung* des Stoff-/Energie-Stromes durch das Steuersignal kann auf unterschiedliche Weise erfolgen:

Beim *P-Regler* ist der Zusammenhang weitgehend linear (proportional).

D-Regler und *I-Regler* nutzen einen differentiellen bzw. integrierenden Verlauf.

Weiter gibt es daraus zusammengesetzte *PD-, PI-, PID-Regler* usw.



Für den Regler gibt es eine große *Vielfalt technischer Ausführungen*.

Für die Beeinflussungen von Stoff-Strömen sind es z. B. *steuerbare Ventile*.

Bei der elektrischen Energie *Relais, Röhren, Transistoren* usw.

Sie können außerdem *diskret, digital, kontinuierlich* oder *quasi-periodisch* realisiert werden.

Die Zusammenfassung von Regler, Stoff/Energie-Strom und Steuersignal wird als *Regelstrecke* bezeichnet.

Bei einer absichtlichen Steuerung des Stromes wird von *Folge-* oder *Nachlaufregelung* gesprochen.

Regler \Leftrightarrow Verstärker

Regler und Verstärker sind in gewisser Hinsicht fast gleichartige Objekte.

Sie unterscheiden sich vor allem in der Betrachtung.

Was beim Verstärker das Eingangssignal ist, ist beim Regler die Steuergröße.

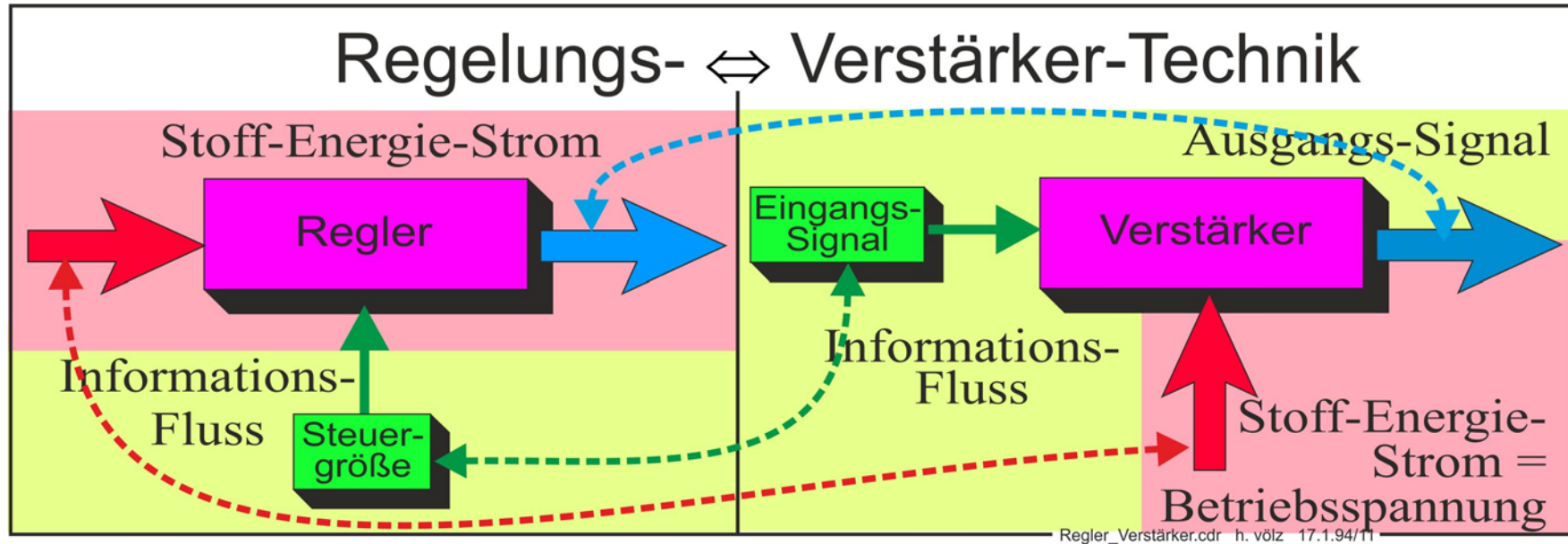
Komplizierter ist der Übertragung des Stoff/Energie-Stromes zum Verstärker.

Beim ihm interessiert vor allem das verstärkte Ausgangssignal, was dem Ausgangsstrom entspricht.

Es ist aber neben Energie auch noch Information!

Der Eingangs-Stoff-Energie-Strom findet dagegen kaum Beachtung.

Er hat einfach da zu sein, damit der Verstärker seine Funktion erfüllen kann.



Zur Steuerung

Bei einer **Steuerung** wird der stofflich-energetische Strom *unmittelbar* von einer Information *beeinflusst*.

Das ist z. B. der obigen unmittelbaren Wohnraumsteuerung der Fall.

Vielfach ist dabei die *Steuergröße* nicht konstant sondern einstellbar.

Außerdem folgt ihr unmittelbar der Stoff-Energie-Strom. Typisch hierfür ist u. a. das *Kopierfräsen*.

Auch die Verwirklichung eines bestimmten Temperaturablaufs gehört hierzu.

In ähnlicher Weise steuert ein Radar ständig Ort und Geschwindigkeit des Flugzeuges nach (s. o.).

Ganz wesentlich sind die *Steuerungen mittels Informationsspeicher*.

Hierzu gehören kleine Musikautomaten mit Stiftwalzen, Webstühle, Repetitionsklaviere usw.

Veränderungen im Stoff-Energie-Strom und andersartige *Störungen* wirken sich jedoch ziemlich *direkt aus*.

Regelung contra Steuerung

Das Prinzip der Regelung ist gegenüber der Steuerung deutlich komplexer und ist im folgenden Bild gezeigt.

Bei ihr wird immer eine **Messung** des auftretenden Stoff-Energie-Stromes vorgenommen.

Dieser Messwert (Information) wird mit dem **Sollwert verglichen**.

Die **Differenz** (Regelabweichung) wird dann – meist erheblich **verstärkt** – zur Beeinflussung des Stoff-Energie-Stromes benutzt.

Sie wird so zugeführt, dass sich der Stoff-Energie-Strom dem **gewünschten Sollwert** möglichst gut **annähert**.

Die **Restabweichung** ist dabei umso kleiner, je größer die **Verstärkung** gewählt wird.

Regelung ist aber immer in gewissem Umfang eine **Rückkopplung** (s. u.).

Damit besteht auch die Gefahr von **Instabilitäten** oder gar Selbsterregung (Eigenschwingung).

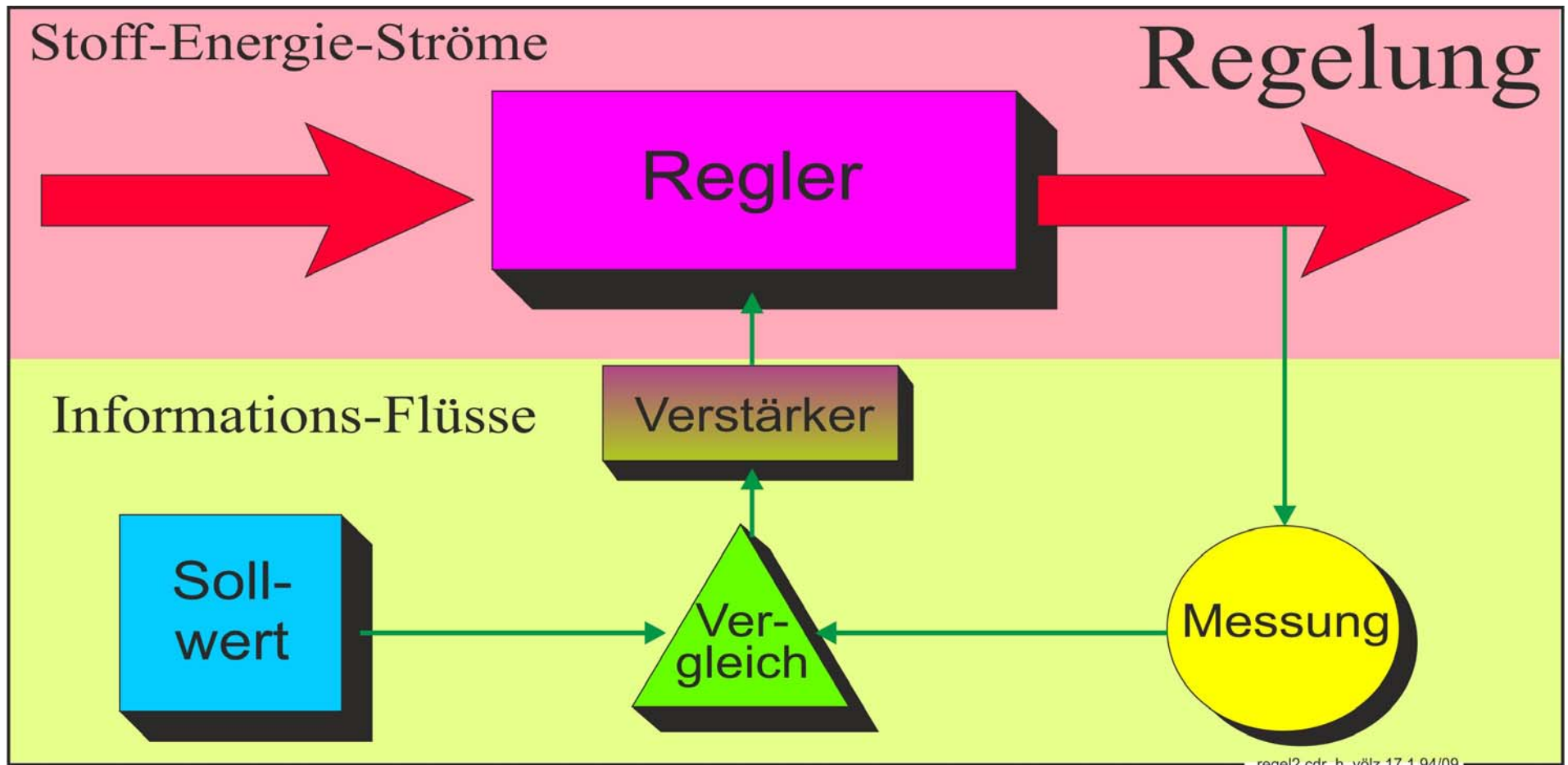
Deshalb darf die **Verstärkung nicht zu groß** gewählt werden.

Außerdem ist auf **Phasenfehler usw.** zu achten, vgl. den Kondensator bei der obigen Spannungsstabilisation.

Neben der Konstanthaltung kann die Sollgröße auch **bestimmte zeitliche Veränderung** erfordern.

Es entsteht dann wieder eine Nachlauf- bzw. Folgeregelung.

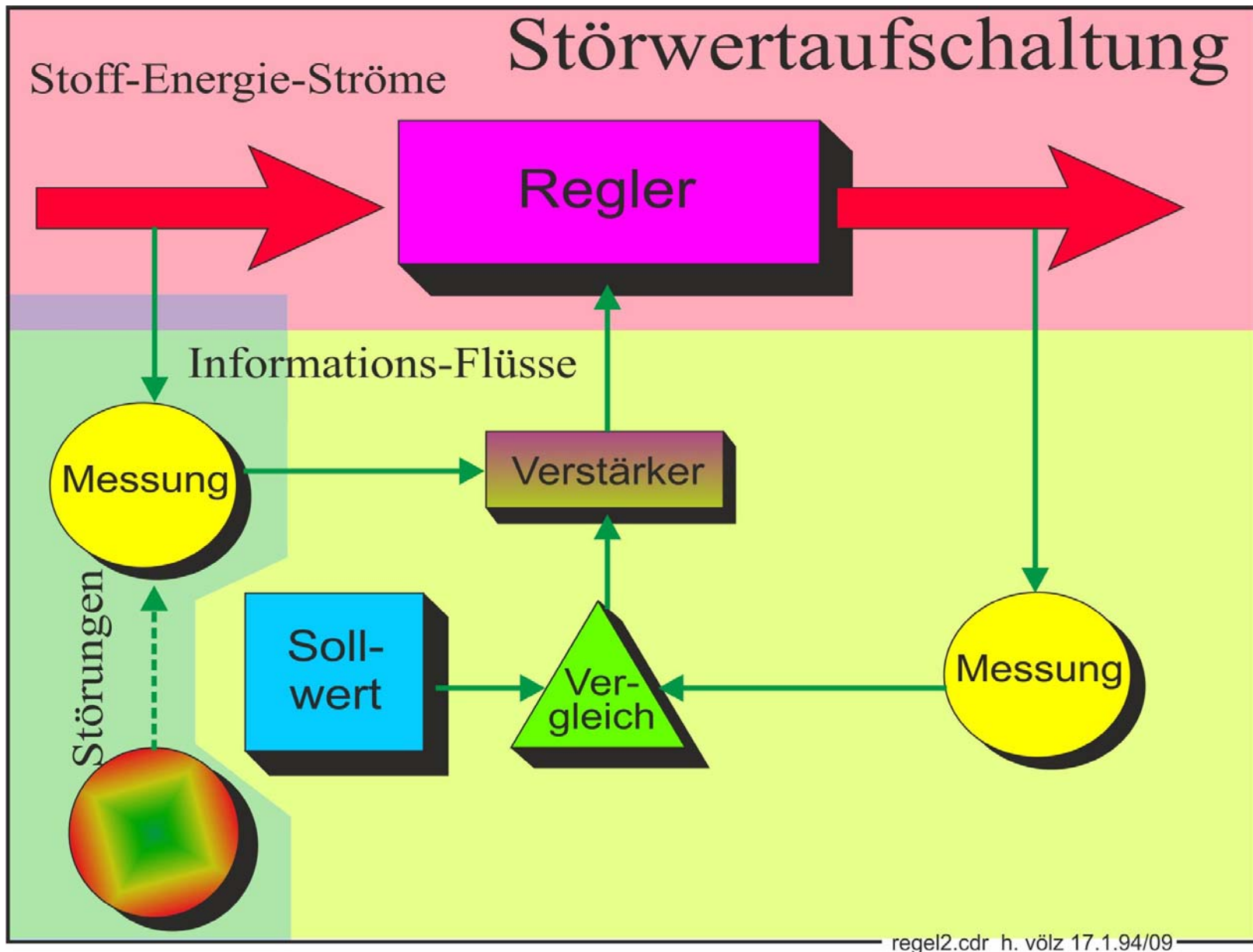
Dann ist **lediglich** die **Vergleichsquelle** entsprechend zu beeinflussen.



Störwertaufschaltung

Bei einem Regelkreis muss notwendigerweise *immer* eine gewisse *Abweichung vom Sollwert* existieren. Dieser Einfluss lässt sich durch eine zusätzlich Störwertaufschaltung weitgehend vermeiden. So werden die Vorteile von Steuerung und Regelung *vorteilhaft kombiniert*. Das Prinzip zeigt das folgende Bild

Durch „richtige“ Einspeisung der Schwankungen der Energie-Quelle braucht die *Regelung weniger zu leisten*. Eine *schwankende Belastung* des Konstanthalters (Reglers), wenn z. B. mehr oder weniger Geräte in Betrieb sind, lässt sich so besser *ausregeln*. Es wird zusätzlich der Ausgangsstrom gemessen und als Steuergröße dem Regler passgerecht aufgeschaltet. Ferner sind so leicht beliebige andere Störungen zu „kompensieren“ (s. im Bild links unten)



Besondere Reglerarten

Aus Sicht der Funktion und Betriebsweise werden häufig noch folgende Reglerarten unterschieden.

Bei einem **nichtlinearen Regler** wirkt sich die Regeldifferenz (Spannung) nichtlinear auf den Stellwert aus. Hierdurch können z. B. große und kleine Schwankungen unterschiedlich behandelt werden.

Bei **adaptiven Reglern** passen sich die Betriebsparameter automatisch an die Regelstrecke anpassen. Sie sind somit besonders für die Regelung zeitinvarianter Regelstrecken geeignet.

Fuzzy-Regler sind nicht stetige Regler, welche die Fuzzy-Logik berücksichtigen.

Sie eignen sich besonders für Anwendungen, bei denen ein mathematisches Modell der Regelstrecke nicht vorhanden ist

Es muss dann aber umfangreiches heuristisches Wissen vorhanden sein.

Bei **nichtstetigen Reglern** (z. B. Mehrpunktregler) gibt enthält die Abbildung der Regeldifferenz auf den Stellwert Sprünge.

Die entsprechende Kennlinie ist daher nur stückweise konstant.

Gebräuchlich sind Zwei- und Dreipunktregler.

Gliederung

1. Einordnung der Kybernetik in die Wissenschaften
2. Geschichte der Kybernetik
3. Wichtige Aspekte der Kybernetik
4. Regelungs- und Steuerungstechnik
5. Rückkopplung
6. Ursache-Wirkungs-Gefüge oder ähnlich

Ein erster Überblick

Rückkopplung ist vor allem in der Elektronik bekannt und wird dort sehr detailliert behandelt (s. u.).

Die Regelung des vorigen Abschnittes ist spezielle Art der negativen Rückkopplung.

Der Fliehkraftregler ist hierfür das klassische Beispiel.

Im Englischen ist „feed back“ gebräuchlich.

Bei der Rückkopplung gelangt der Output (teilweise) zum Eingang und verändert so die Wirkung der Ursache.

Verwandte Begriffe zur Rückkopplung sind Rückfall, -frage, -führung, -grad, -griff, -meldung, -ruf, -schlag, -sicht, -stand, -wirkung und -zug aber auch zurücknehmen sowie zurück- und vorwärtsdenken

Rückkopplung hängt auch zusammen mit aktio gleich reaktio, Automaten (sequentielle Schaltungen), Dissipation, Eigenwerte und Stabilität, Fraktale (fraktale Geometrie), Iteration, Reflexion, Rekursion (rekursive Programmierung), Schwingungserzeugung und Zirkularität.

Breite Anwendung

Entsprechend der Kybernetik besitzt sie auf fast überall beachtliche Bedeutung.

Neben technischen Systemen gilt das auch für biologische, geologische, wirtschaftliche und soziale Systemen
Hierzu folgen nur wenige Beispiele.

In der **Tontechnik** tritt akustische Rückkopplung als unangenehmes Pfeifen auf (Selbsterregung).

Hierbei wirkt der Lautsprecherschall zurück auf das Mikrofon.

Technisch kann das weitgehend durch eine Verzögerung des Schallsignals reduziert werden.

Bei richtiger gewählter Verzögerungszeit scheint der Schall subjektiv direkt von dem Sänger usw. zu kommen
Er ist aber dennoch deutlich verstärkt.

Bei der **Eis-Albedo-Rückkopplung** wird durch Vereisung mehr Sonnenlicht reflektiert.

Dadurch wird es zusätzlich kälter und es vereisen immer größere Flächen.

In der **Biologie** und **Medizin** bewirkt negative Rückkopplung die Aufrechterhaltung der **Homöostase**

So wird der Gleichgewichtszustand z. B: bzgl. Körpertemperatur oder Genaktivität aufrechterhalten

In der allgemeinen **Psychologie** wird die unbewusste Wahrnehmung des eigenen Ausdrucksverhaltens
(Körperhaltung, Gestik, Mimik) sowie deren Wirkung auf das eigene Wohlbefinden als Feedback bezeichnet.

Soziologische Prognosen wirken sich leicht auf das prognostizierte Ergebnis aus.

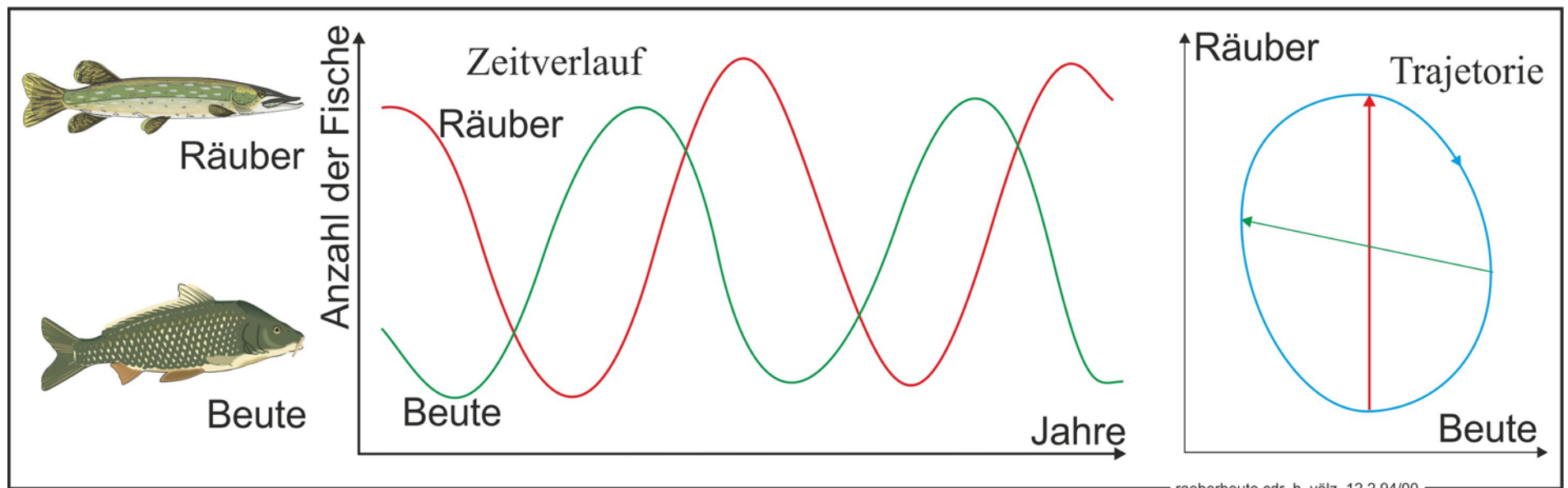
Dies tritt u. a. bei **Wahlen** und beim **Käuferverhalten** bei Werbung auf.

So beeinflussen sich Produktionszahl, Anzahl der Käufer, Markt, Preis und Akzeptanz

Auch das **Frage-Antwort-Spiel** beruht auf Rückkopplung.

Und schließlich gilt: „**Wer einmal lügt, dem glaubt man nicht**“.

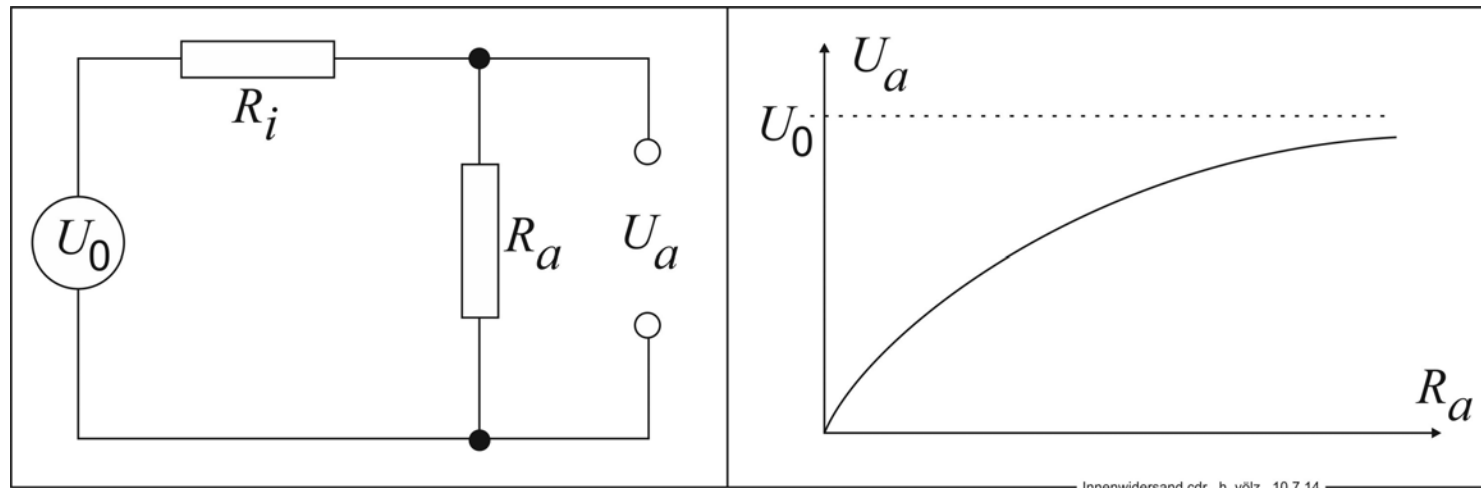
Beim **Räuber-Beute-Zyklus** leben z. B. Hechte als Räuber und Barsche als Beute in einem Teich. Sind viele Barsche vorhanden, dann vermehren sich die Hechte schnell und reduzieren so Barsche. Dadurch finden bald nur noch weniger Hechte genügend Nahrung. Als folge können sich wieder die Barschen zunehmen. Diese Zyklen wiederholen sich periodisch.



raeberbeute.cdr h. vözl 12.2.94/00

Innenwiderstand einer Spannungsquelle

Dies ist ein Beispiel für einen extrem einfachen Fall.



Der Innenwiderstand R_i begrenzt bei Belastung mit R_a die erreichbare Arbeitsspannung U_a . Dabei gilt:

$$U_a = U_0 \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}.$$

Den Verlauf der „Rückwirkung“ von R_i zeigt das obige Bild.

Rückwirkungen beim Verstärker

Ganz ähnlich, nur viel allgemeiner ändert sich die Kennlinien von Röhren bzw. FET (Transistoren).

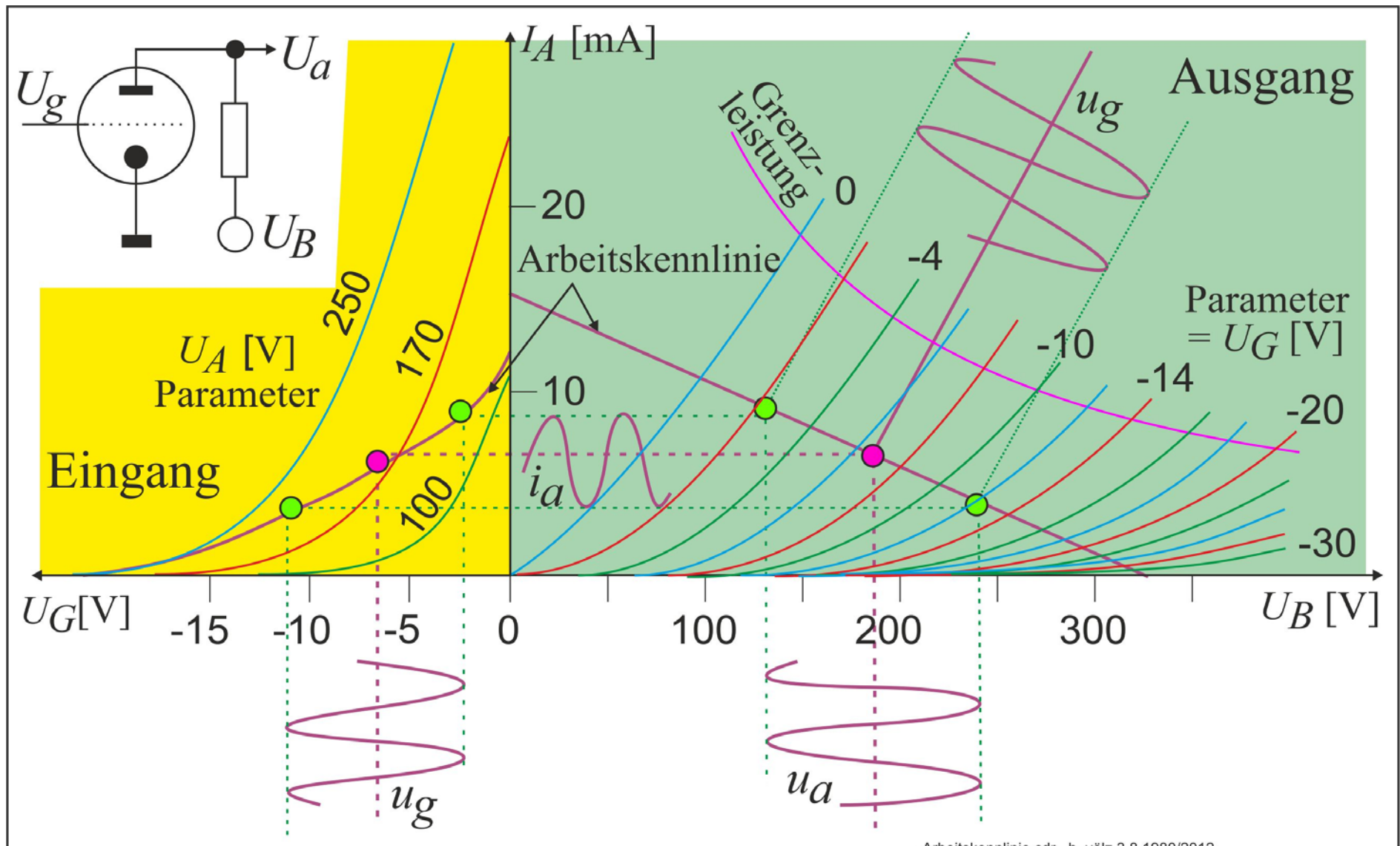
Die Ursache besteht darin, dass die Betriebsspannung immer über den Arbeitswiderstand zugeführt wird.

Nur so kann eine Ausgangsspannung erhalten werden.

Aber dieser, dann veränderliche Wert reduziert die Spannung an der Anode.

Dadurch wird Röhren-Kennlinie zur Arbeitskennlinie erheblich verändert.

Bei Bipolar-Transistoren sind die Zusammenhänge noch deutlich komplizierter.



Typischer elektronischer Verstärker

Transistoren werden ansonsten meist mit h -Parametern beschrieben.

Wegen deren Kompliziertheit sei hier darauf verzichtet.

Stattdessen werden für die Elektronenröhre bzw. den Feldeffekttransistor drei typische Kenngrößen benutzt:

$$S = \left(\frac{\partial I_a}{\partial U_i} \right)_{U_a = \text{const.}}, \quad D = \left(\frac{\partial U_i}{\partial U_a} \right)_{I_a = \text{const.}} \quad \text{und} \quad R_i = \left(\frac{\partial U_a}{\partial I_a} \right)_{U_i = \text{const.}}.$$

Darin bedeuten: S die Steilheit, D den Durchgriff und R_i den Innenwiderstand;

Ferner I_a den Ausgangsstrom, U_i die Steuerspannung und U_a die Arbeitsspannung

Sie sind über die BARKHAUSEN-Gleichung verknüpft (streng mathematisch ist sie nicht exakt!)

$$S \cdot D \cdot R_i = 1.$$

Bei einem Verstärker folgt dann die Steuergleichung

$$I_a = S(U_i + D \cdot U_a).$$

Das Verhältnis aus der **Änderung** u_a zur Eingangsspannung u_i ist dann die interne Verstärkung

$$V_{int} = u_a / u_i.$$

Bemerkung:

Wie Üblich bedeuten große Buchstaben Gleichspannung und kleine der Änderung, also Wechselspannungen.

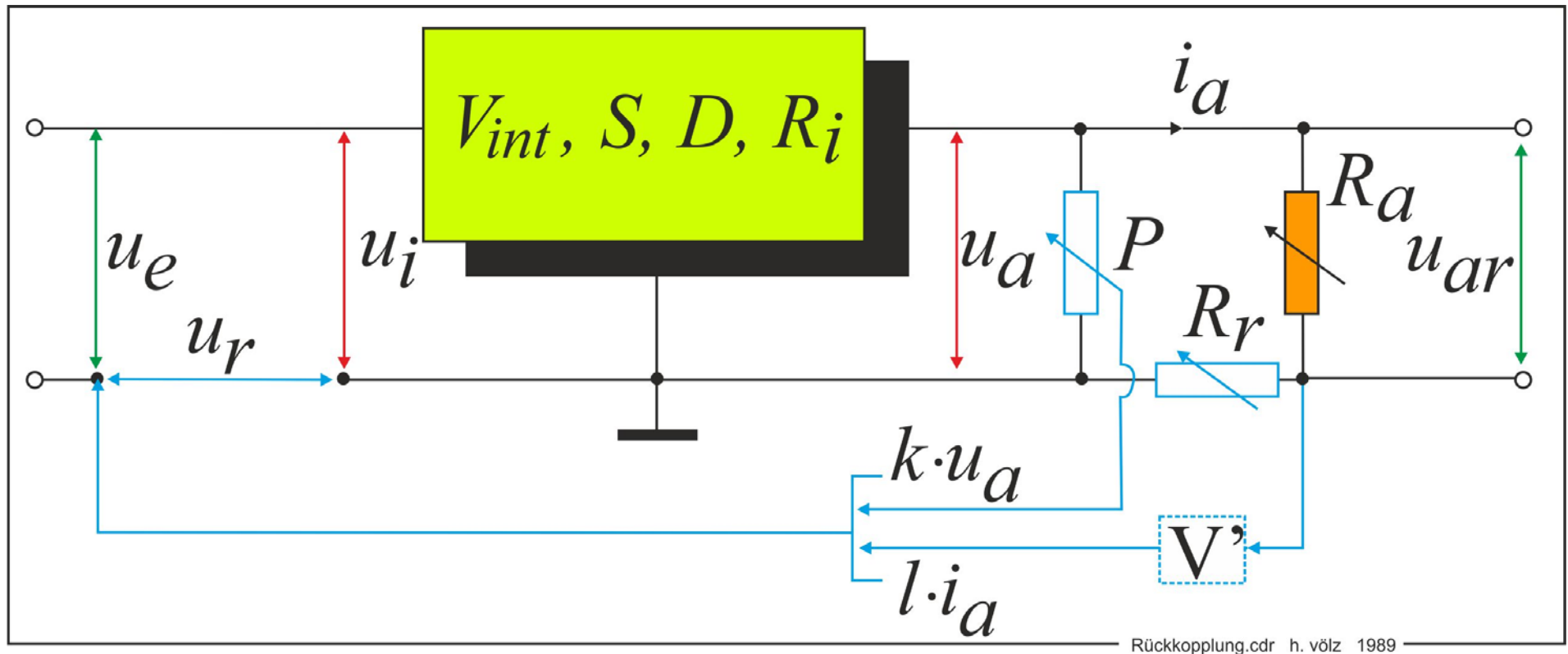
Siehe [14] S. 463 ff.

Rückkopplung eines Verstärkers

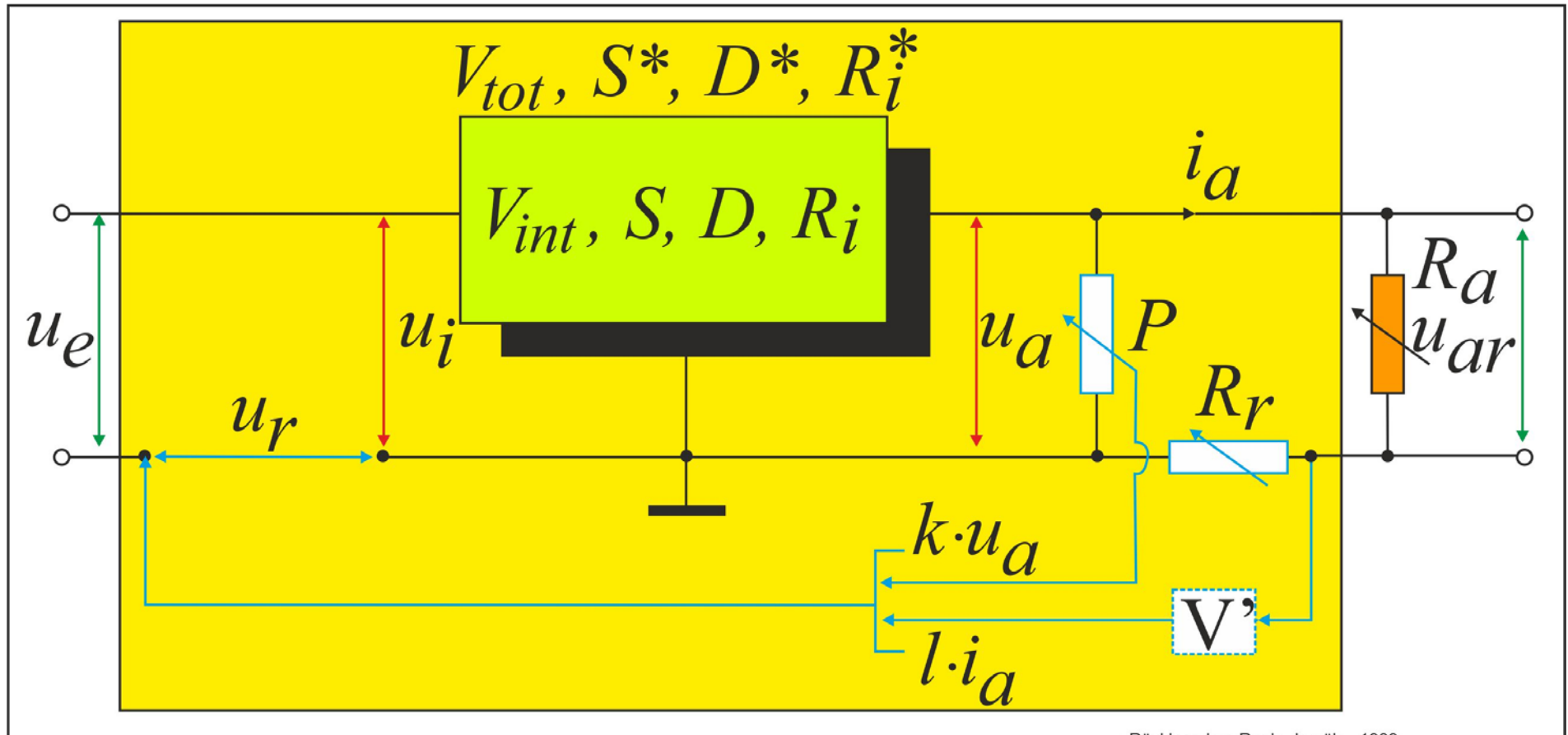
Für einen rückgekoppelten Verstärker mit V_{int} , S , D und R_i gilt das folgende Schaltbild.

Bei ihm existieren die **Spannungs-Rückkopplung** gemäß $k \cdot u_a$ und die **Strom-Rückkopplung** gemäß $l \cdot i_a$.

So ergibt sich (neuer) Verstärker bzgl. der Eingangsspannung u_e mit entsprechend geänderten Parametern.



Rückgekoppelter Verstärker



RückkopplungR.cdr h. vözl 1989

Berechnung der Rückkopplung

Die rückgekoppelte Spannung u_r folgt für **Spannungs**-Rückkopplung aus k und **Strom**-Rückkopplung aus l zu

$$u_r = k \cdot u_a + l \cdot i_a \quad \text{sowie} \quad u_a = i_a \cdot R_a.$$

Durch Einsetzen ergibt sich die Steuergleichung ergibt sich damit

$$i_a \left(\frac{1}{S} - l \right) = u_e + u_a (D + k).$$

Daraus können die Kennwerte des rückgekoppelten Verstärkers bestimmt werden

$$S^* = \frac{S}{1-l}; \quad D^* = D - k; \quad R_i^* = \frac{1}{S^* D^*} = R_i \frac{1-l \cdot S}{1+k/D}.$$

Die neue Verstärkung ergibt sich dann zu

$$V_{tot} = \frac{u_a}{u_e} = \frac{V_{int}}{1 + k \cdot V_{int}} = \frac{1}{1/V_{int} + k}.$$

Die Spannungsrückkopplung wirkt sich nur auf D^* und V_{tot} , die Stromrückkopplung nur auf S^* aus. Auf R_i^* wirken sich dagegen beide aus. Speziell gilt u. a.

$$\text{Für } V_{int} \rightarrow \infty \text{ folgt } V_{tot} = -1/k$$

Für große V_{int} und große negative k (Gegenkopplung) wird die Verstärkung nur noch durch k bestimmt.

Mit- und Gegen-Kopplung

Je nach den Vorzeichen von k bzw. l können weiter unterschieden werden:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mitkopplung} \\ \text{Gegenkopplung} \end{array} \right\} \text{ bei } \left\{ \begin{array}{l} \text{sign } k \\ \text{sign } l \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} + \\ - \end{array} \right\}.$$

Unabhängig von Strom- und Spannungsrückkopplung erzeugen sie deutlich andere Eigenschaften. Primär senkt sie Gegenkopplung die Verstärkung und führt zu höherer Stabilität. Mitkopplung erhöht sie dagegen und kann sogar in Schwingungserzeugung übergehen. Dabei gibt es mehrere *Sonderfälle*.

$l = 1/S$ erzeugt den Innenwiderstand Null, also eine *ideale Spannungsquelle*.

Kleiner oder gar negativer Innenwiderstand kann so zur Dämpfung genutzt werden, z. B. beim Lautsprecher. Dadurch lassen sich unerwünschte Eigenschwingungen unterdrücken.

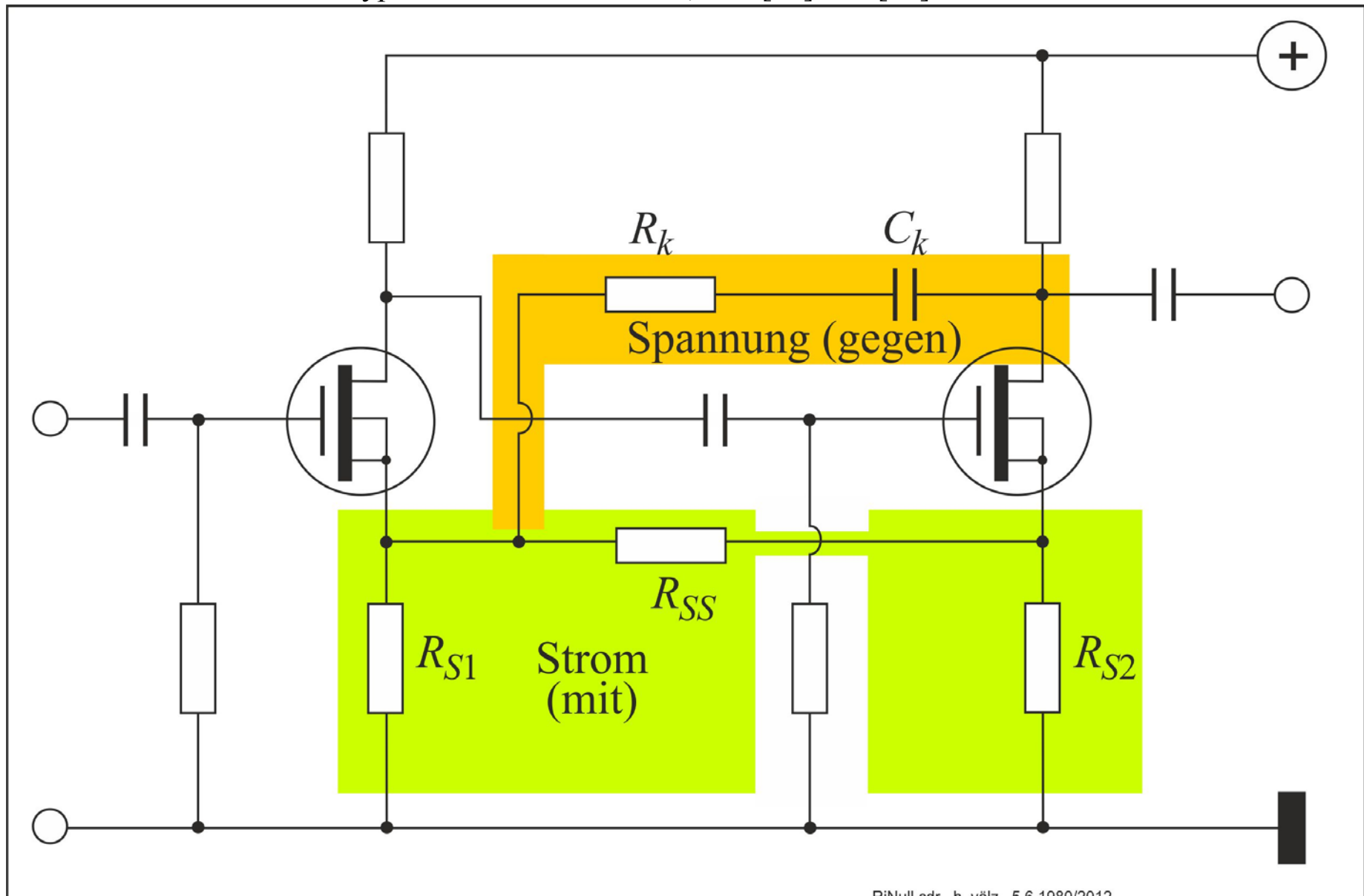
Generell kompensiert ein *negativer Widerstand* Verluste

Durch Parallel- oder Reihenschaltung mit Verlustwiderständen kann er eine „Entdämpfung“ bzw.

Kompensation und damit indirekt eine *Verstärkung* bis zur Schwingungserzeugung bewirken.

$k = D$ erzeugt einen unendlichen Innenwiderstand und damit eine *ideale Stromquelle*, aber auch einen rückwirkungsfreien Verstärker.

Typischer Verstärker mit $R_i^* \leq 0$ [17] und [14] S. 504.



RiNull.cdr h. vözl 5.6.1980/2012

Blindrückkopplung

Hierbei besitzt die Rückkopplung einen *Frequenz- und/oder Phasengang*.

Dadurch sind die Rückkopplungsgrößen k und/oder l *komplex*.

Folglich überträgt sich dies auch auf die Kenngrößen S^* , D^* und R_i^* .

Sehr nützlich ist das vor allem für die Erzeugung komplexer Innwiderstände.

$$R_i^* = \frac{1}{S^* D^*} = R_i \frac{1 - l \cdot S}{1 + k / D}$$

Dadurch können elektronische *Induktivitäten* und *Kapazitäten* erzeugt werden

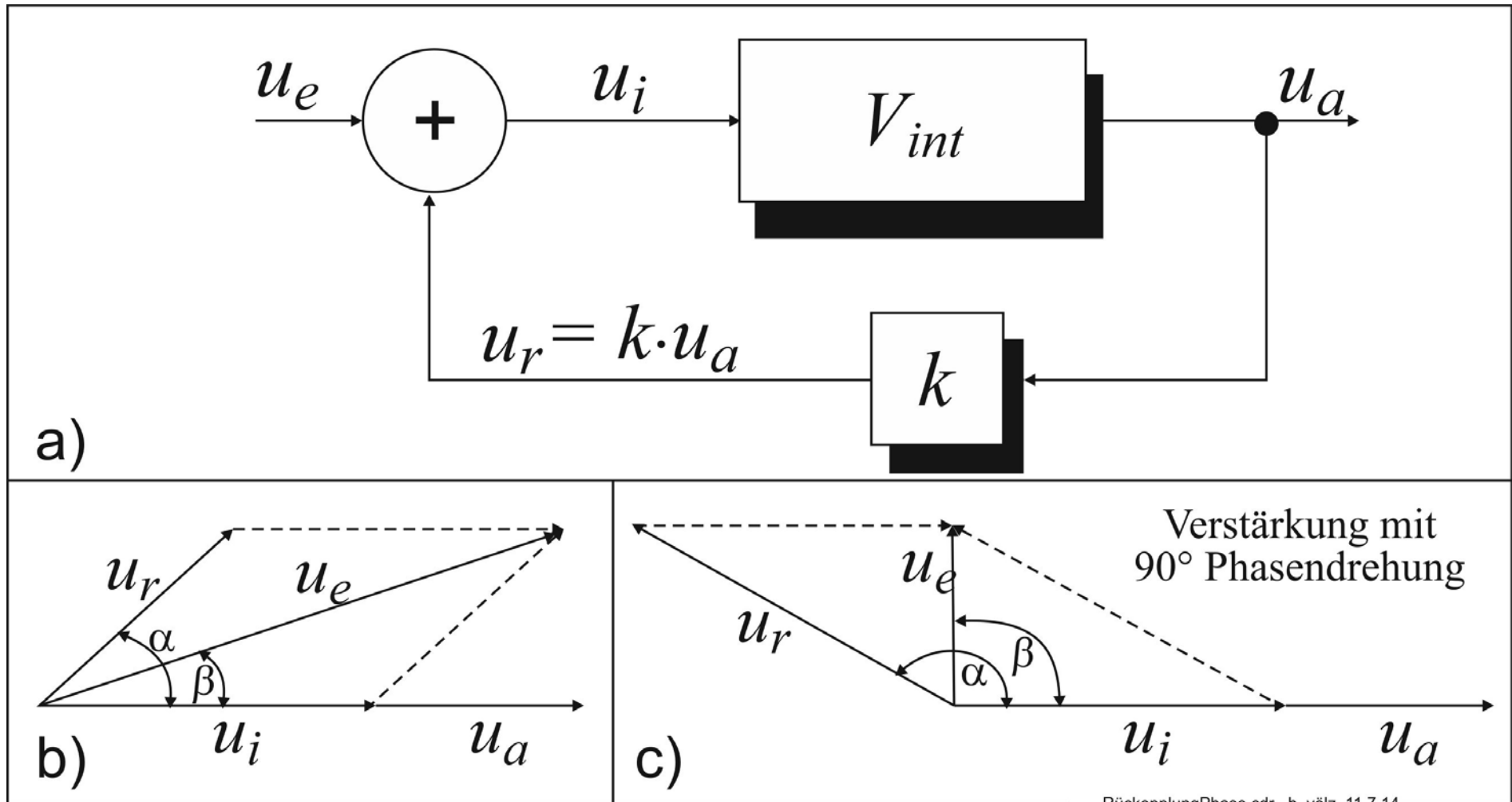
Sie sind so auch elektronisch *einstellbar* und *veränderlich* und ermöglichen *selbst mit negative Werte*.

Schematisch gilt dafür das folgende Bild.

Es überträgt sich aber auch auf die *Verstärkung* gemäß

$$V_{tot} = \frac{u_a}{u_e} = \frac{V_{int}}{1 + k \cdot V_{int}} = \frac{1}{1/V_{int} + k}$$

Dies wird anschließend und zusätzlich bei den Operationsverstärkern behandelt



RückkopplungPhase.cdr h. vözl 11.7.44

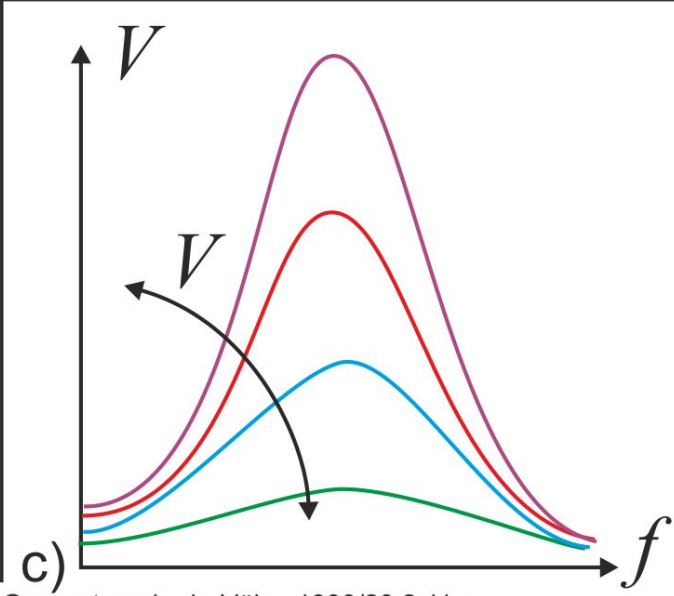
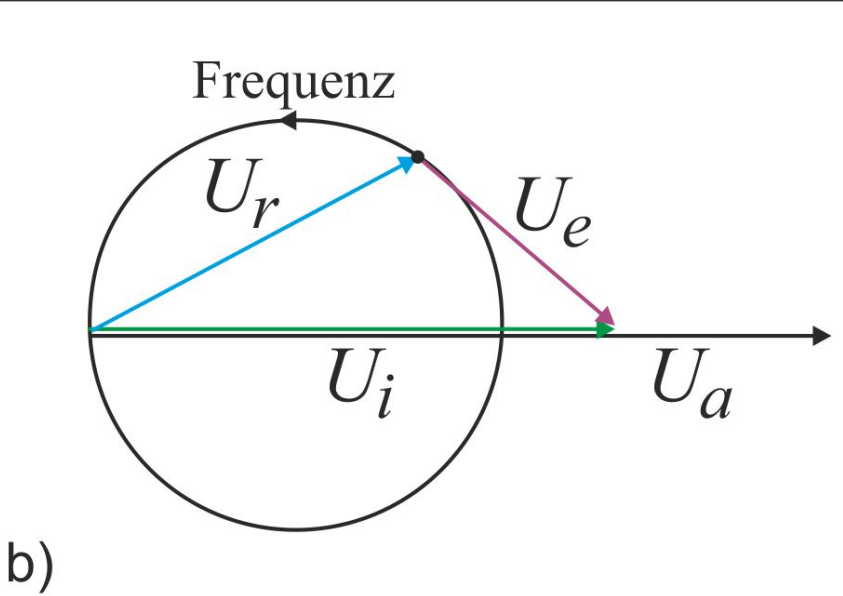
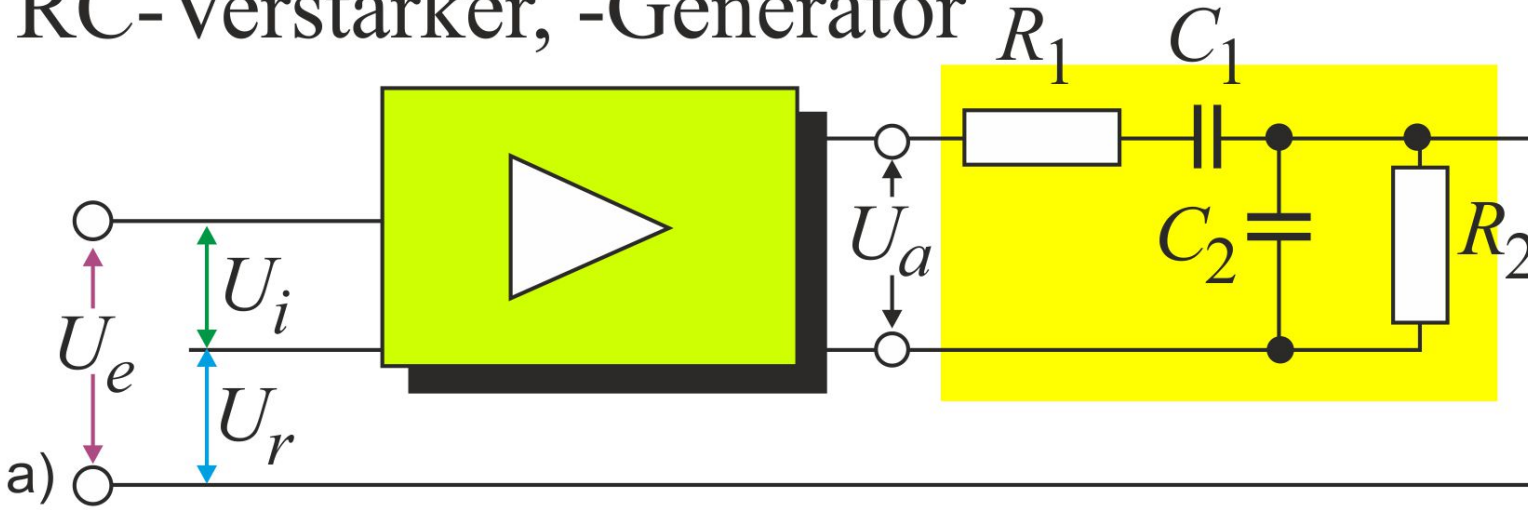
Vorgänge bei komplexer Rückkopplung gemäß komplexen k , Analoges gilt auch für l .

Selektive Verstärker und RC-Generatoren

Die Rückkopplung soll über einen *Bandpass* gemäß dem folgenden Bild a) erfolgen
Dadurch setzt sich die Rückkopplungsspannung gemäß Bild b) zusammen.
Der Kreis ist dabei die frequenzabhängige *Ortskurve* für das gelb gezeichnete RC-Glied.
Durch diese Rückkopplung ergeben sich Verstärkerkurven gemäß Bild c)
Mit zunehmendem Verstärkungsfaktor des Verstärkers wird der Frequenzgang immer stärker selektiv.

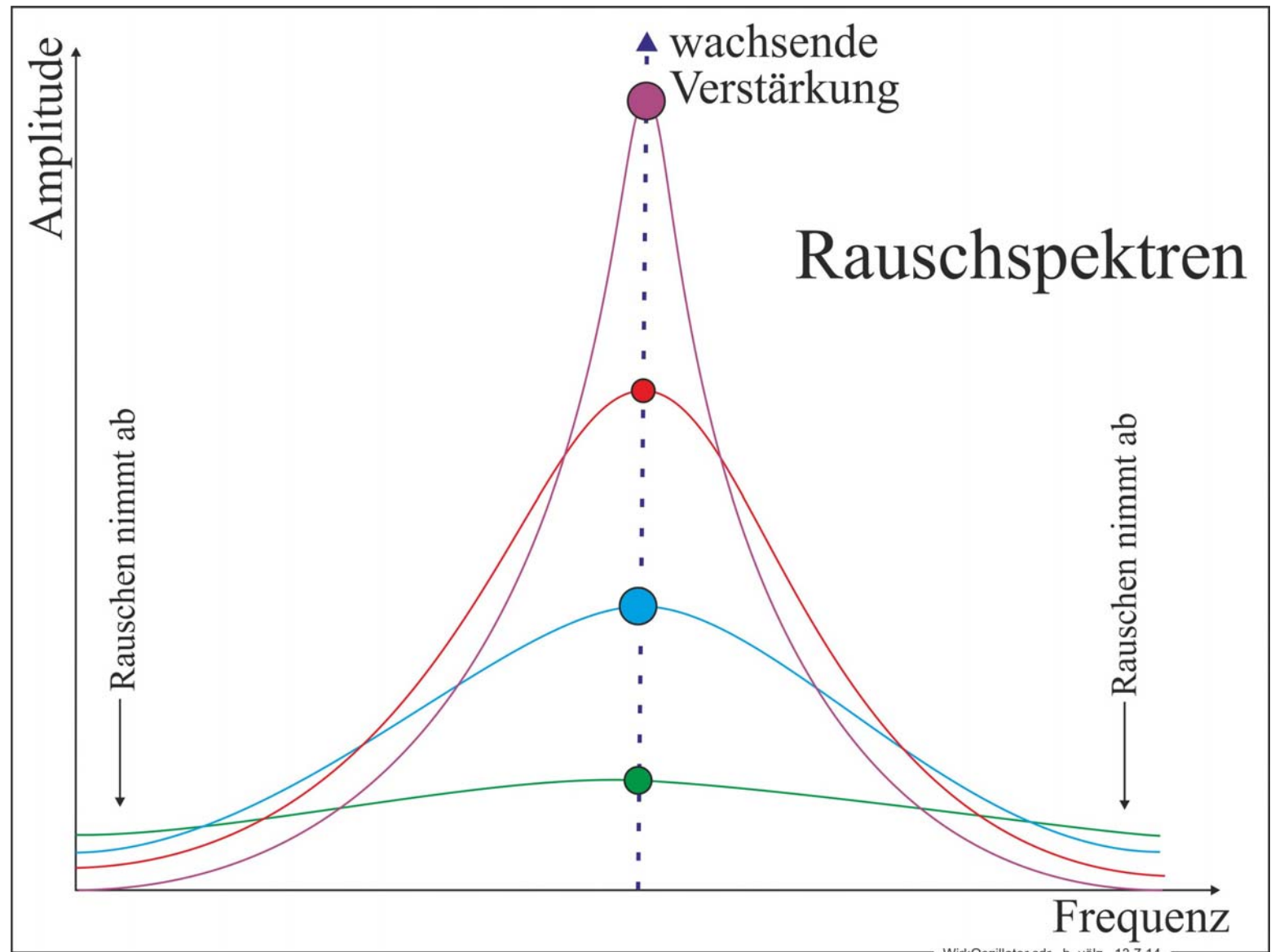
Bei hinreichender Größe der Verstärkung tritt Schwingungserzeugung ein.
Der selektiv rückgekoppelte Verstärker wird dadurch zu RC-Generator.
Erzeugt Schwingungen obwohl *kein schwingfähiges Gebilde* (LC) vorliegt.
Das hat in den 1950er Jahren viele *Diskussionen* ausgelöst.
Schließlich stellte sich heraus, dass eigentlich jeder Oszillator (Schwingungserzeuger) nur hochselektiv
(thermisches) *Rauschen ausfiltert und erheblich verstärkt*.
Deshalb schwankt immer jede erzeugte *Frequenz statistisch um ihren Mittelwert* (s. übernächstes Bild).
Dies ist *verallgemeinerbar: Schwingungen* entstehen fast immer durch *verstärktes gefiltertes Rauschen!*

RC-Verstärker, -Generator



RC-Generator.cdr h. Völz 1990/20.2.11

Alle Oszillatoren filtern bei der Schwingungserzeugung je nach der Güte des selektiven Elements vorhandenes Rauschen heraus und verstärken es entsprechend.



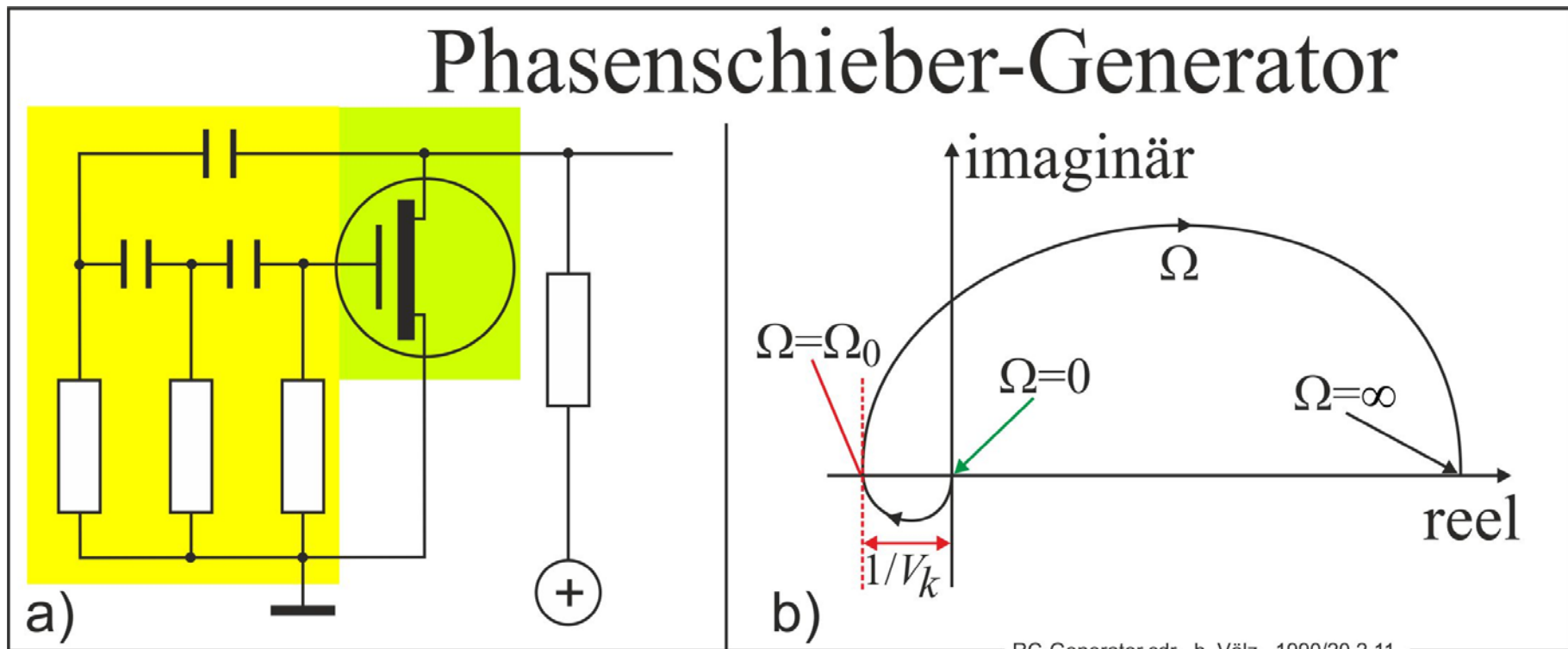
Phasenschiebergeneratoren

Sie sind eine Weiterentwicklung des RC-Generators.

Die Rückkopplung hat infolge der drei RC-Glieder eine Phasendrehung größer als 180° (Ortskurve Bild b).

An diesem Punkt geht daher die komplexe Rückkopplung in Mitkopplung über.

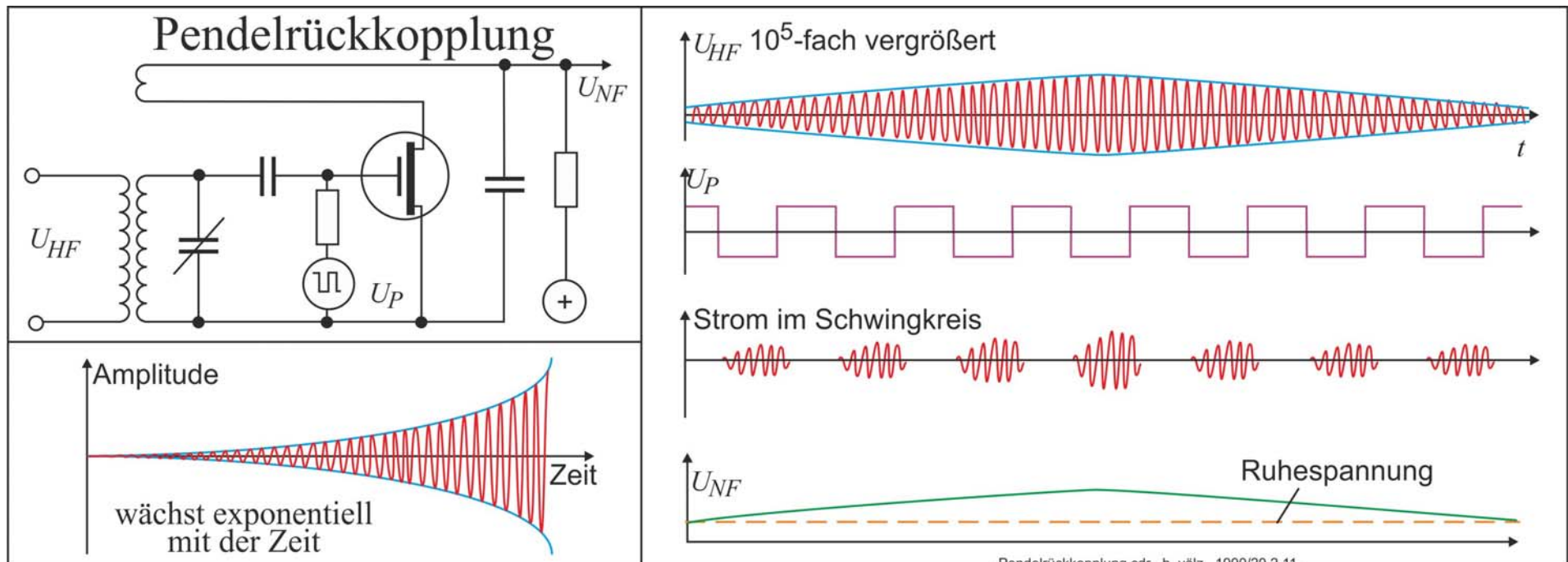
Bei hinreichender Verstärkung tritt dadurch Selbsterregung auf.



Pendelrückkopplung

Die selektive Verstärkung einer vorhandenen Schwingung statt Rauschen nutzte die Pendelrückkopplung. Sie wurde in der Anfangszeit der Radiotechnik genutzt.

Die Verstärkung wurde dabei mit einer periodischen Rechteckschwingung ein- und ausgeschaltet. Einschaltet wurde die schwache Senderschwingung durch die Rückkopplung exponentiell verstärkt. Damit keine Selbsterregung eintrat wurde sie dann unterbrochen. So konnte periodisch die selektive Verstärkung gewaltig (um 10^5) mit einer Röhre verstärkt werden.



Pendelrückkopplung.cdr h. vözl 1990/20.2.11

Flipflop

Wird die Rückkopplung zwischen zwei Transistoren sehr stark gemacht so entsteht ein Rechteckgenerator. Er nimmt dadurch periodisch *zwei Zustände* ein und erzeugt so eine *Rechteckschwingung*.

Seine *Arbeitsweise* ist durch die starke Rückkopplung schwierig zu beschreiben.

Am besten leitet man sie aus den passend aufgetragenen Kennlinien beider Transistoren ab.

Der metastabile Mittelpunkt auf der Trennlinie wird durch immer durch vorhandenes Rauschen verlassen.

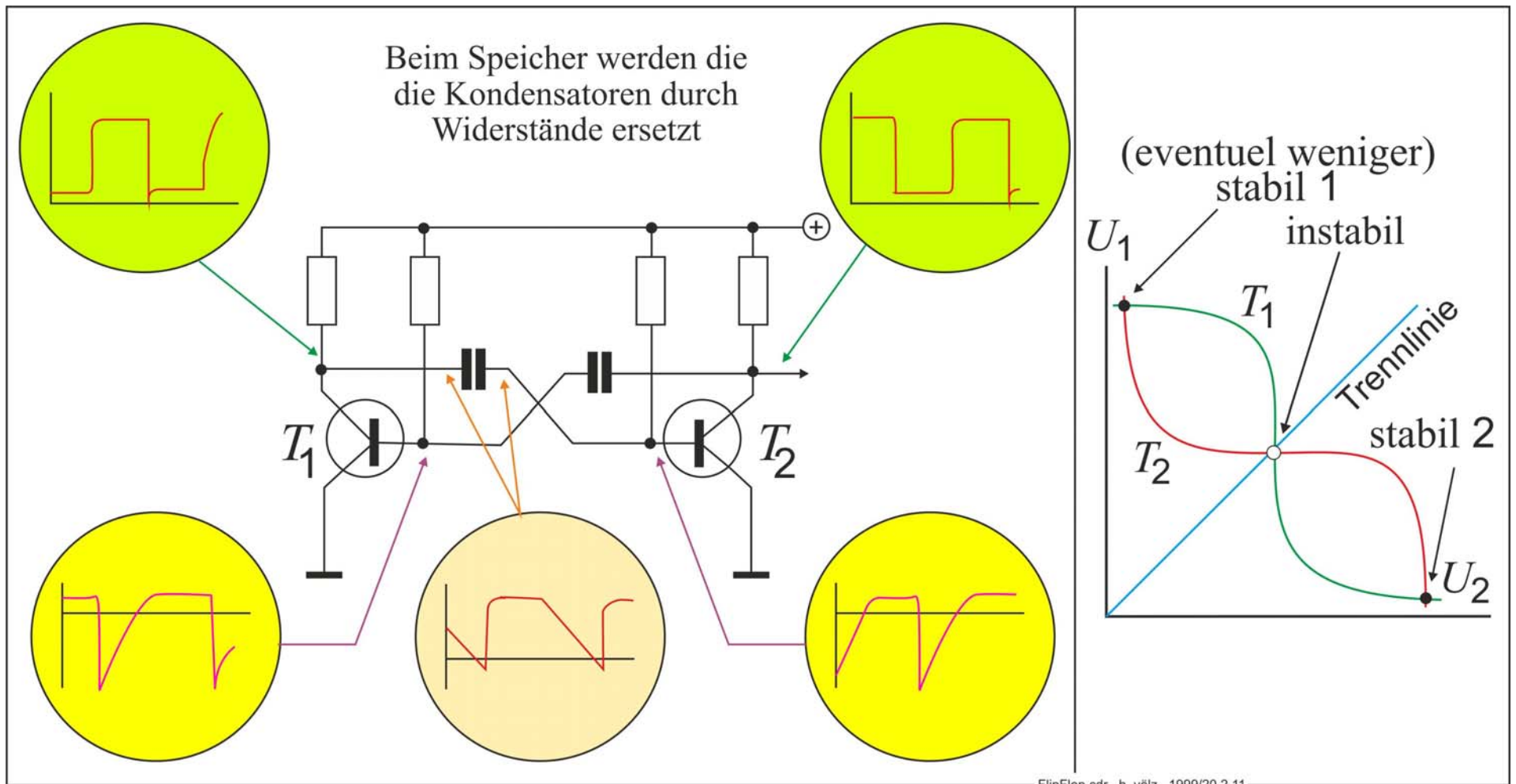
Werden die beiden Kondensatoren durch Widerstände ersetzt, entsteht ein *Flipflop*.

Er ist das Grundelement vieler Speicherschaltungen, und nimmt dauerhaft einen Zustand ein.

Zwischen beiden kann nach belieben umgeschaltet werden.

Für Sonderanwendungen ist es üblich, durch die Größe der Widerstände einen Zustand zu bevorzugen.

Er wird dann immer beim Einschalten der Betriebsspannung angenommen.



Operationsverstärker

Übliche *Abkürzungen* sind OP, OPV, OpVer, OV, OpAmp, OA; [14] S. 554 ff. und 572 ff.

Das *Schaltsymbol* ist ein Dreieck mit zwei Eingängen (+, -) und einem Ausgang.

Seine *idealen Eigenschaften* betreffen

- ***idealer Differentialeingang:***
 - Gleichtaktverstärkung = 0,
 - unendlich großer Eingangswiderstand, real bei $10^8 \Omega$ (100 M Ω)
 - kein Eigenrauschen, keine Drift.
- ***ideale Endstufe:***
 - Innenwiderstand (=Ausgangsimpedanz) gleich Null, praktisch geringe Lastabhängigkeit, ca. 20 Ω .
 - lineare Kennlinie bis Aussteuerungsgrenze.
- ***idealer Verstärker:***
 - unendlich große Verstärkung, praktisch Gleichspannung 10^3 bis 10^7 ,
 - unendlich große Bandbreite, praktisch bis mehrere MHz,
 - keine Phasenfehler im gesamten Frequenzbereich.

Realisierungen

Er kann daher nur durch mehrere Röhren, Transistoren und mit komplexer Rückkopplung realisiert werden. Heute gibt dafür eine Vielzahl integrierter Schaltkreise. Sie werden meist je nach Anwendung mit recht verschiedenen Rückkopplungen betrieben. Gegenüber der *Gegenkopplung* kommt die *Mitkopplung* selten vor, fast nur beim *Schmitt-Trigger*. Spezielle Operationsverstärker, die ohne Gegenkopplung optimiert sind, werden als *Komparatoren* bezeichnet.

Geschichte

1947 John Ragazzini führt den Namen „Operational Amplifier“ ein.
1952 Operationsverstärker K2-W mit zwei Doppel-Trioden.
1961 P45 (GAP/R) diskret aufgebauter Operationsverstärker.
1962 bei Fairchild Semiconductor den $\mu\text{A}702$ und 1965 den $\mu\text{A}709$.
1979 OPV 741 transistorisiert in einem TO-5-Metallgehäuse.

Grundsaltungen

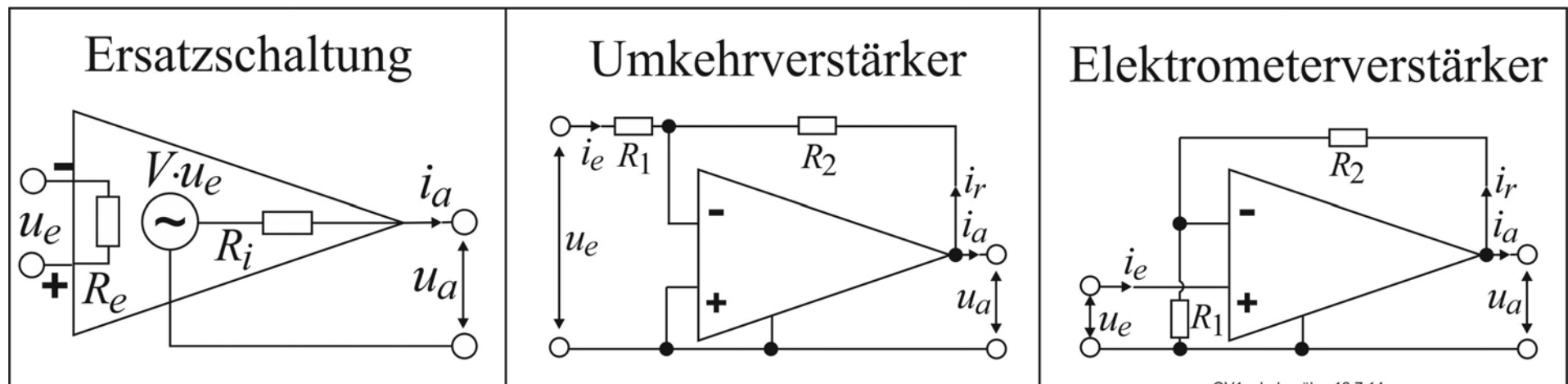
Die Ersatzschaltung ist durch den Eingangswiderstand R_e und den Ausgangswiderstand R_i beschrieben.

Die Eingangsspannung u_e zwischen dem invertierenden (-) und den nichtinvertierenden (+) Eingang wird zum Ausgang hin auf u_a verstärkt.

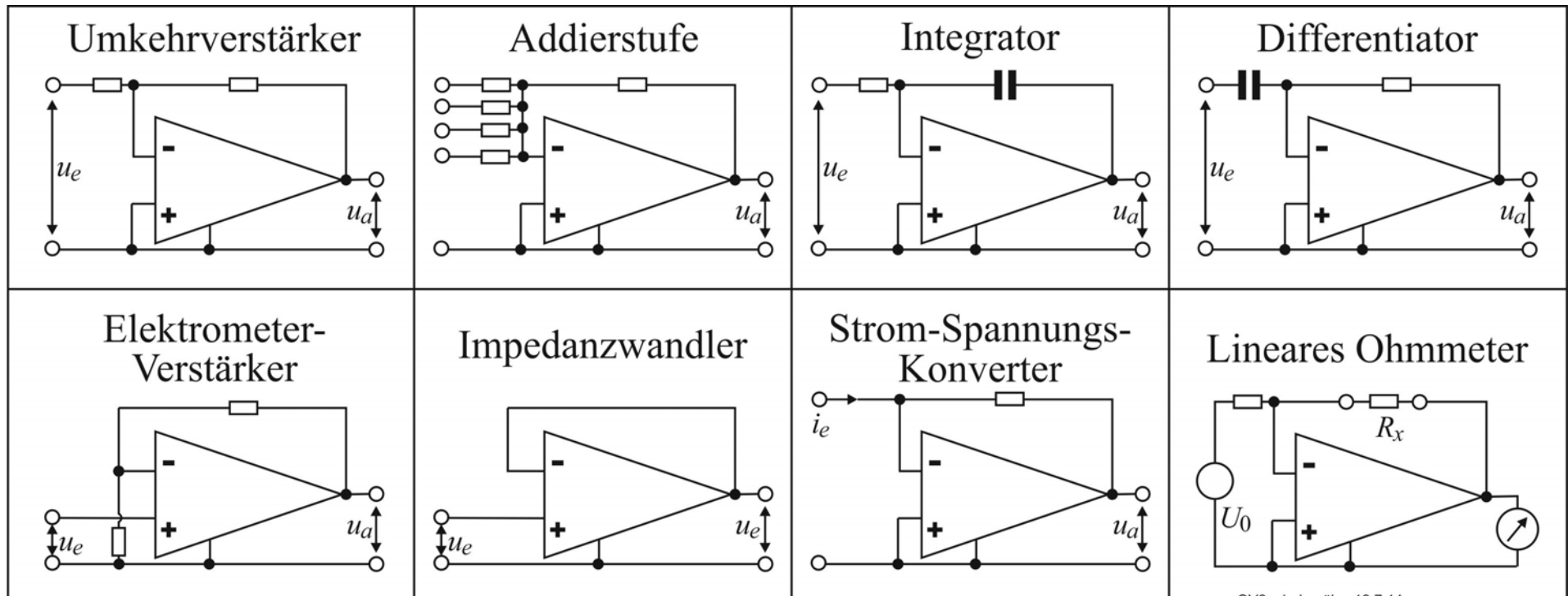
Sie muss (kann) weitgehend gegenüber dem Massepotential von u_a entkoppelt sein.

Es sind zwei Grundbetriebsarten (Umkehr- und Elektrometer-Verstärker) üblich.

Aus ihnen werden alle weiteren Betriebsarten abgeleitet.



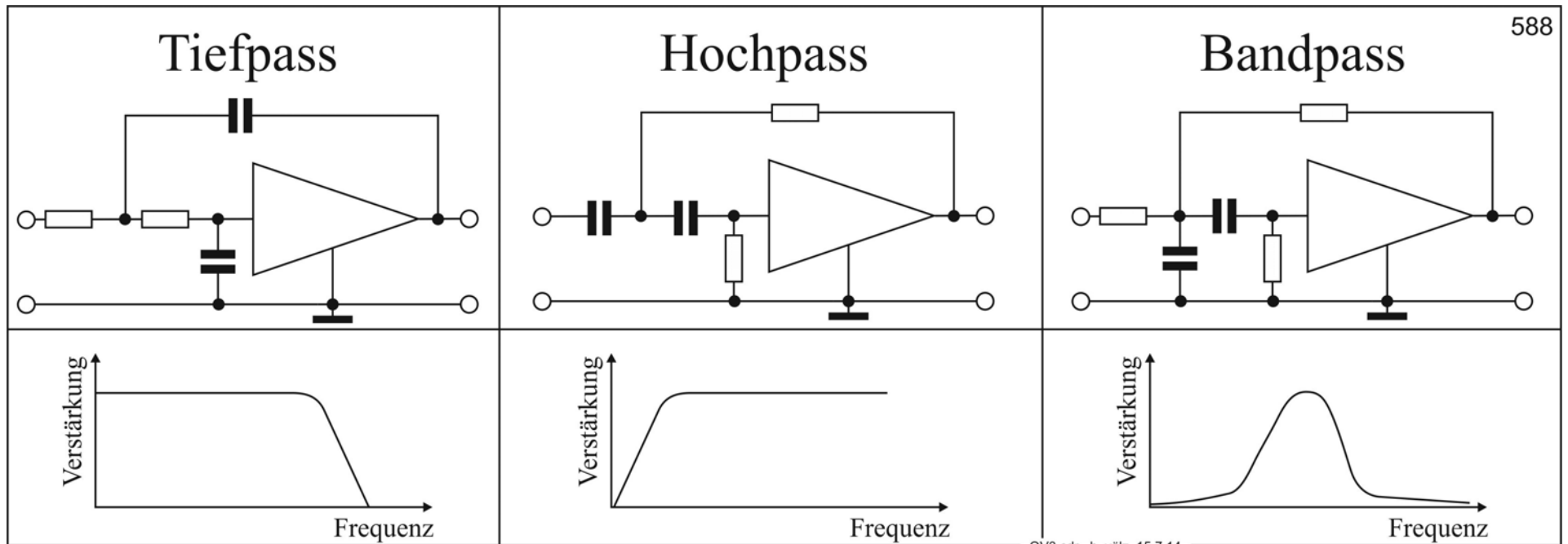
Die wichtigsten Anwendungen



OV2.cdr h. vözl 12.7.14

Es gibt noch viele weitere Schaltungen. Erwähnt sei lediglich noch der *logarithmische* und *exponentielle* OP. Hierbei befindet sich eine möglichst ideale Diode im Gegenkopplungsweig.

Typische Schaltungen als aktive Filter



Auswirkungen von Rückkopplungen

Rückkopplung beeinflusst:

- Kenndaten der aktiven Bauelemente,
- Verstärkung der Schaltung,
- Linearität und Aussehen der Kennlinien,
- Bandbreite des Verstärkers,
- Stabilität und Konstanz der Schaltung.

Gegenkopplung ermöglicht:

- hohe Konstanz und Stabilität aller Kenndaten,
- geringe Verzerrungen,
- hohe Linearität,
- große Bandbreite.

Mitkopplung ermöglicht:

- Schwingungserzeugung,
- große Eingangswiderstände (bootstrap),
- kleine Eingangskapazitäten,
- Kompensation von störenden Kapazitäten (Neutralisation),
- selektive Verstärkung, Erhöhung der Resonanzgüte,
- kleine bis negative Innenwiderstände,
- Pendelrückkopplung.

Blindkopplung ermöglicht:

- Erzeugung spezieller und steuerbarer Blindelemente (L, C),
- Große Kapazitäten und Induktivitäten,
- Bauelemente höherer Ordnung,
- hochwertige Integration und Differentiation,
- Selektivverstärker,
- aktive Filter.

Digitale Rückkopplung

Die bisher behandelten Rückkopplungen betrafen *kontinuierliche* Größen (Signale).

Daher trat die Rückkopplung unmittelbar – *höchstens phasenverschoben* als Blindkopplung – auf.

Bei *diskreten* und *digitalen* Größen ist dagegen die *Verzögerung um einen Takt* üblich/erforderlich.

Das bedeutet, dass die eben erfolgte Auswirkung taktverzögert erneut als Ursache auftritt.

Dieser Vorgang *wiederholt* sich dann *periodisch*. Dabei können Iteration und Rekursion unterschieden werden.

Iteration lateinisch = Wiederholung. Adverb *iterato* = abermals.

Es wird also etwas noch einmal getan, was auch periodisch *wiederholt* werden kann.

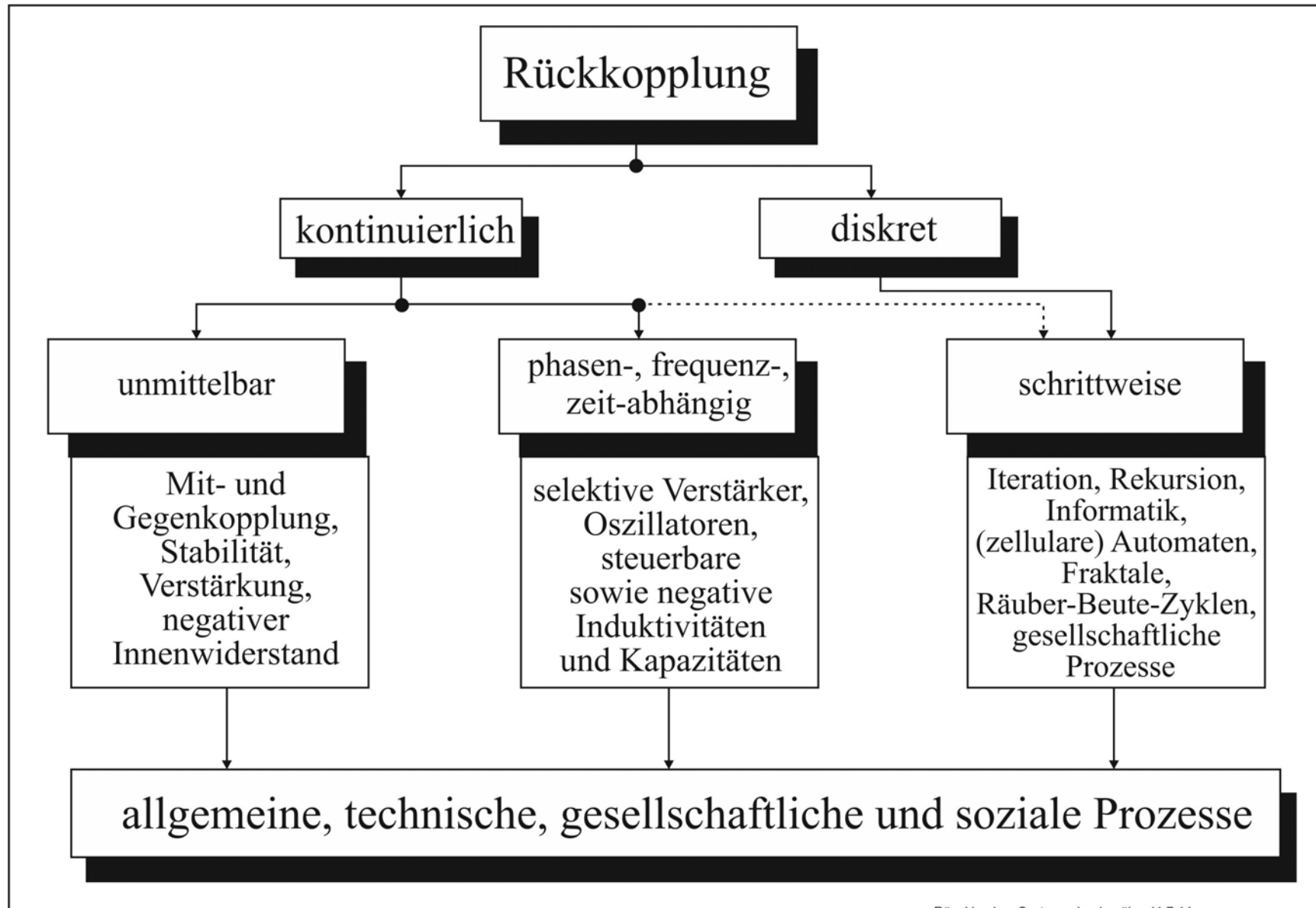
Rekursion lateinisch *recursus* = Rücklauf, Ebbe, Heimkehr, *recurso* = ich kehre zurück.

Aus der Wortherkunft ist also das typische *sich selbst Aufrufen* nicht eindeutig zu folgern.

Außerdem fällt oft die Unterscheidung schwer. Deshalb folgen zunächst einfache mathematische Beispiele.

Es sei aber zugleich ergänzt, dass Iteration und Rekursion auch kontinuierlich erfolgen können.

So ergibt sich der folgende Überblick zu den drei Varianten der Rückkopplung.



Ein triviales Beispiel für die Iteration

Die Funktion $z = x^y$ ist ursprünglich so *definiert*

$$z = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}{y\text{-mal}} \rightarrow .$$

Die dazugehörige *Iteration* beginnt mit dem Startwert: $x_0 = 1$.

Für $i = 1$ bis y wird dann $x_i = x \cdot x_{i-1}$ durchgeführt.

Das Ergebnis lautet: $z = x_i$

Verbal lautet es die Berechnung von $z = x^y$ so:

1. Starte mit $z_0 = x$
2. Für $i = 1$ bis y bilde (wiederhole) $z_i = z_{i-1} \cdot x$.
3. Gebe z_y als z aus.

So lautet der Rekursion

Die Funktion $z = x^y$ wird hier mit dem Startwert $a = 1$ begonnen.

$$a := a \cdot x$$

Dan wird $a \cdot x$ immer wieder (sich selbst) aufgerufen, ausgeführt.

Dabei ist a auf beiden Seiten von „:=“ (heißt: entspricht oder ergibt sich) immer unterschiedlich.

Links steht der „neue“ Wert (a_i), rechts der alte (a_{i-1})

Der **Abbruch** der Rekursion erfolgt nach der y -ten Wiederholung.

Das Ergebnis ist dann $z := a$.

Die Rekursion hat also eine **deutlich einfachere Schreibweise**, ist aber **weniger übersichtlich**.

Dies wird bei den folgenden Beispiel noch deutlicher.

Zweites Beispiel

Der Unterschied von Iteration und Rekursion wird deutlicher bei der Fakultäts-Funktion

$$y = n! = \text{FAK}(n) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

Die Schritte der **Iteration** lauten dazu:

1. beginne $y = x = 1$.
2. erhöhe x um 1 und multipliziere mit dem vorangehenden y -Wert.
3. wiederhole Schritt 2 so oft, bis n erreicht ist.

Für die **Rekursion** gilt dagegen mit deutlich kürzerer Schreibweise:

$$\text{FAK}(0) = 1 \quad \text{für } n = 0 \text{ (Startwert).}$$

$$\text{FAK}(n) = n \cdot \text{FAK}(n - 1) \quad \text{für } n > 0. \text{ (Rekursionsformel).}$$

Im Gegensatz zur Iteration beginnt hier der Funktionsaufruf mit der größten Zahl, und es wird abwärts gezählt. Erst zum Schluss kann das Ergebnis rückwärts berechnet werden, z. B.:

$$\begin{array}{rcl} \text{FAK}(5) = 5 \cdot \text{FAK}(4) & = & 120 \\ \text{FAK}(4) = 4 \cdot \text{FAK}(3) & = & 24 \quad \uparrow \\ \text{FAK}(3) = 3 \cdot \text{FAK}(2) & = & 6 \quad \uparrow \\ \text{FAK}(2) = 2 \cdot \text{FAK}(1) = 2 & & \uparrow \\ 1 \cdot \text{FAK}(0) = 1 & & \uparrow \end{array}$$

Nun können die Zahlenwerte rückwärts eingesetzt werden. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

Die Schreibweise ist eleganter, der Ablauf ist aber schwieriger zu verstehen. Es ist keine Hilfsvariable y nötig.

Abbruch von Iteration und Rekursion

Die bisherigen Beispiele verlangten als Abbruchkriterium eine *vorgegebene Zahl*

Das muss jedoch nicht immer so sein. Beide können gegen einen *Grenzwert (Eigenwert)* streben.

Ein Beispiel ist die Wiederholung der Wurzelfunktion. Sie ist nur für positive Zahlen und 0 (reell) definiert.

Mit Ausnahme der trivialen Startwerte 0 und 1 konvergiert die Wiederholung für jede Zahl immer gegen 1.

Das ist heute schnell mit dem Taschenrechner zu überprüfen:

Geben wird z. B. 3 ein, so folgen aufeinander 1,732; 1,316; 1,147; 1,071; 1,035; 1,017 ... → 1,000 ...

Für die Wiederholung der Wurzel unterscheiden sich die iterative und rekursive Schreibweise sehr deutlich:

$$x = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{x}}}}} \quad \text{bzw.} \quad x := \sqrt{x} .$$

Nebenbei sei hier bemerkt, dass in diesen Beispiel Iteration und Rekursion auch für reelle Werte erfüllt ist.

Beide treten also sowohl im *Diskreten* und *Kontinuierlichen* auf.

Rekursion gleicht der Erzählung *Münchhausens*, bei der er sich am eigenen Schopf aus dem Sumpf zieht.

Fast allen Menschen fällt leider *rekursives Denken sehr schwer*.

Über Jahrtausende sind wir es gewohnt, streng sequentiell in *linear ablaufenden Zeit* und *Sprache* zu denken.

Die ACKERMANN-Funktion

Mit Rekursion lassen sich auch Zusammenhänge gewinnen, die nicht iterativ zu erreichen sind. Ein bedeutendes Beispiel ist die ACKERMANN-Funktion $A(x, y)$ durch drei Regeln:

Regel 1: $A(0, y) = y + 1$

Regel 2: $A(x, 0) = A(x - 1, 1)$ für $x > 0$

Regel 3: $A(x, y) = A(x - 1, A(x, y - 1))$ für $x > 0$ und $y > 0$

Anschaulich gelingt für sie keine Vorstellung.

Die Kompliziertheit erschließt sich erst an Beispielen, z. B. gilt für die ersten Schritte von $A(2, 2)$:

$$\begin{aligned} A(2, 2) &= A(1, A(2, 1)) && \text{Regel 3} \\ &= A(1, A(1, A(2, 0))) && \text{Regel 3} \\ &= A(1, A(1, A(1, 1))) && \text{Regel 2} \\ &= A(1, A(1, A(0, A(1, 0)))) && \text{Regel 3} \\ &= A(1, A(1, A(0, A(0, 1)))) && \text{Regel 2} \\ &= A(1, A(1, A(0, 2))) && \text{Regel 1} \\ &= A(1, A(1, 3)) && \text{Regel 1} \end{aligned}$$

So sind *noch viele Schritte* bis zum. dann rückwärts berechenbaren Ergebnis notwendig. Das Ergebnis ist dann endgültig 7 (s. u.).

Die *mehrfachen Klammern* zeigen die jeweilige Tiefe des *notwendigen Stack* an.

Die Werte-Tabelle

Die Funktion ist ein historisch erstes Beispiel dafür, dass ihre Werte nicht mehr Computern zu berechnen ist.

$x \backslash y$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		60	61
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		61	62
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		62	63
2	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23		123	125
3	5	13	29	61	125	253	509	1021	2045	4093	8189		$1,8 \cdot 10^{19}$	$3,7 \cdot 10^{19}$
4	13	65 333	auf einem üblichen Rechner nicht mehr darstellbar											

Ergänzend gilt

y	10	11	12	13	14		121	122
A(3, y)	8 189	16 381	32 765	65 533	131 069		$2,12676 \cdot 10^{37}$	$4,25353 \cdot 10^{37}$

Andererseits lässt sich zeigen das alle berechenbaren Funktionen höchstens rekursiv sind. (s. u.).

Die Exponential-Funktion

Wenn mit jedem iterativen Schritt die Zahl verdoppelt wird, entsteht ein exponentieller Verlauf. Dass wir uns das nicht richtig vorstellen können, zeigt sehr ausführlich DIETRICH DÖRNER (*1938) [19]. Ein oft zitiertes Beispiel ist die **Schach-Anekdote**, u. a. nach [18].

Der indische Herrscher SHIHRAM hat seine Untertanen tyrannisiert und stürzte so sein Land in Not und Elend. Der weise Brahmane SISSA, DAHERS Sohn entwickelte deshalb das Schachspiel.

So errang ohne seinen Zorn zu entfachen die Aufmerksamkeit des Königs und wies ihn auf seine Fehler hin. In diesem Spiel kann der König nämlich nichts ohne Hilfe anderer Figuren und auch Bauern ausrichten.

Der SHIHRAM wurde hierdurch weiser, ließ das Schachspiel verbreiten und wollte sich schließlich bedanken. Er gewährte dem Brahmanen einen freien Wunsch. Dieser wünschte sich „nur“ Weizenkörner: Auf das erste Feld eines Schachbretts wünschte er sich ein Korn, auf das zweite Feld doppelte viele und so fort.

Doch der Rechenmeister des Königs musste sehr lange rechnen und erhielt schließlich eine riesige Zahl. Zusammen sind $2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$ Weizenkörner notwendig.

Eine dafür erforderliche Wagenkolonne würde mehre 100 000 Mal um die Erde reichen.

Auf Vorschlag des Rechenmeisters entschied der nun sanfte König, SISSA ibn DAHIR solle sich einfach selber Korn für Korn abzählen.

Ständiges Wachsen

In Natur und Technik tritt vielfach ein Wachstum auf.

Die Wirtschaft meint sogar, dass ohne ständiges Wachsen automatisch eine Degression und schließlich Insolvenz (Tod) erfolgt.

Für vorhandene (produzierte) Anzahlen N in Laufe der Zeit gilt mit einer Zuwachskonstante α dabei

$$\frac{dN}{dt} = \alpha \cdot N(t).$$

Durch Integration folgt daraus ein exponentielles Wachstum mit den Startwerten t_0 und N_0

$$N = N_0 \cdot e^{\alpha \cdot (t - t_0)}.$$

Berühmt ist hierfür das Gesetz von GORDEN MOORE (*?).

Es gilt für die Mikroelektronik und wurde im Electronics Magazine 38 (1965) S. 114 - 117 publiziert

Danach verdoppeln sich etwa alle 18 Monate

die Zahl der Transistoren, die Fläche der Chips und die Feinheiten der Strukturen.

Begrenztes Wachstum

Ein exponentielles kann sich jedoch nicht ewig fortsetzen; Es gibt dabei immer *begrenzende Ressourcen*. Durch sie kann N nur einen maximalen Wert M erreichen. So ergibt sich die geänderte Differentialgleichung

$$\frac{dN}{dt} = \alpha \cdot N(t) \cdot \frac{M - N(t)}{M} .$$

Bei einem Startwert b ergibt ihre Integration

$$N(t) = \frac{M}{1 + e^{-(\alpha \cdot t + b)}} .$$

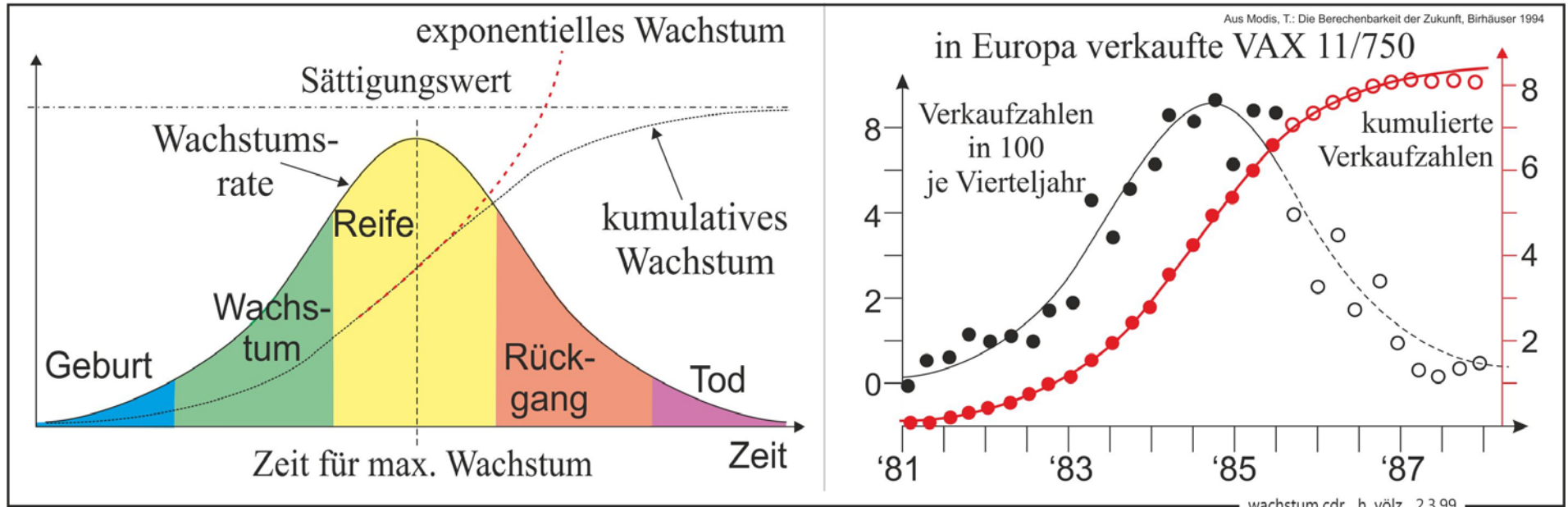
Ihr S-förmiger Verlauf ähnelt – ohne inhaltlichen Zusammenhang – der statistischen GAUß- bzw. Fehlerkurve. Sie heißt auch logistische Kurve oder ist nach PIERRE FRANCOIS VERHULST (1804 – 1849) benannt. Für das Wachstum im Sinne vom Räuber-Beute-Verhalten wurde erstmalig um 1926 von VITO VOLTERRA (1860 - 1940) benutzt.

Seit langem hat sich dieser Verlauf für eine gewaltige Fülle von Anwendungen bewährt.

Ein kleiner Teil davon ist in [20] systematisch zusammengetragen.

Dort sind auch viele Anwendungen und Sonderfälle betrachtet.

Hier seien nur die folgenden, von mir ergänzten und teilweise umgezeichneten Bilder genutzt.



Der Verlauf des Wachstums wird häufig in mehrere Abschnitte eingeteilt.

Bei der **Geburt** wird die neue Variante (Idee, Art) sichtbar.

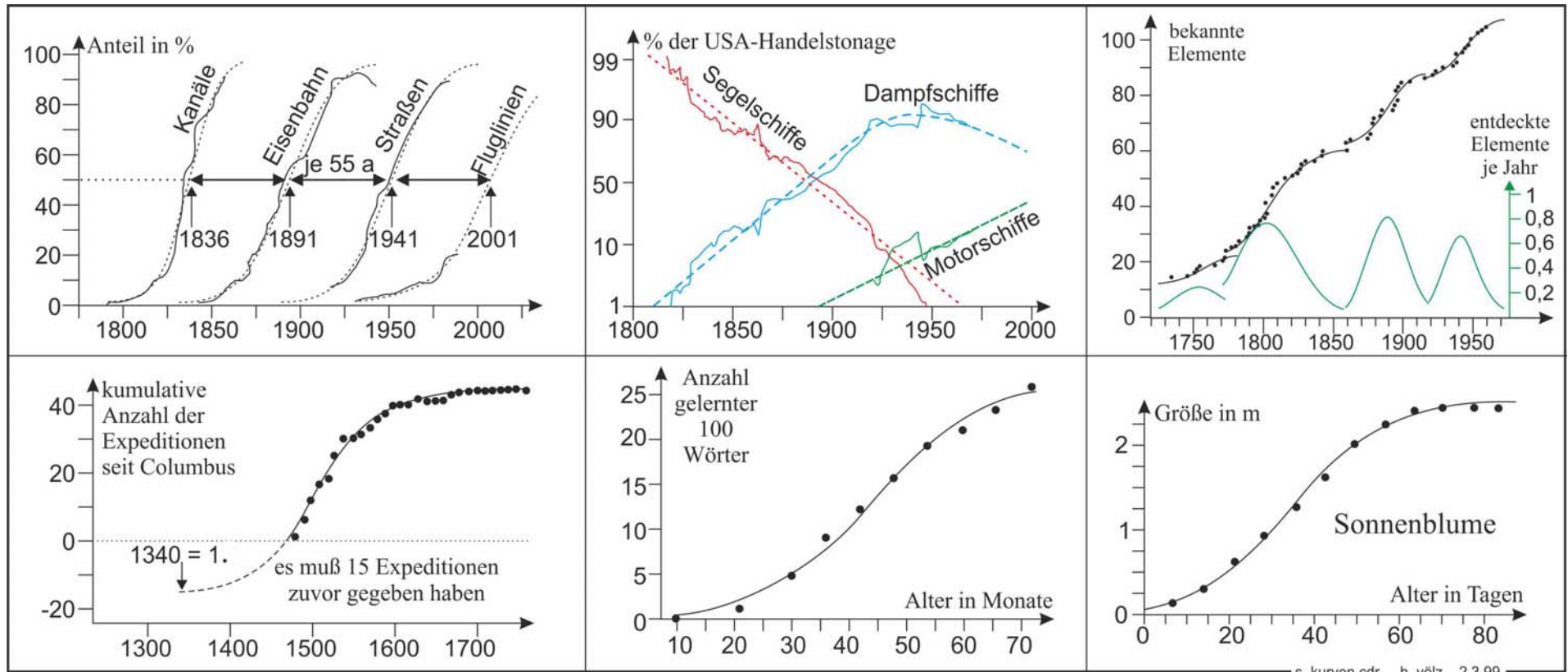
Danach erfolgt das exponentielle **Wachstum**.

Nach gewisser Zeit machen sich die Ressourcen bemerkbar. Es liegt die **Reife** (Erwachsensein) vor.

Irgendwann tritt der von der Industrie befürchtete **Rückgang** ein. Das Produkt oder Lebewesen ist veraltet.

Schließlich tritt der **Tod** ein.

Das rechte Beispiel belegt diesen Verlauf für die Verkaufszahlen der VAX 11/750.



s_kurven.cdr h. vözl 2.3.99

In der unteren Reihe steht links eine Rückrechnung auf den Beginn. Daneben sind zwei Beispiele für begrenztes exponentielles Wachsen.

Die obere Reihe enthält Beispiele dafür, wie sich Generationen des Wachstums ablösen. Auffällig hierfür ist die mehr als hundertfach belegte Tatsache, dass immer dann eine neuartige Generation entsteht, wenn die alte zu 85 % ihre theoretischen Grenzen erreicht hat.

L-Systeme

Eine genaue Betrachtung des Wachsens von Pflanzen verfolgte 1968 ARISTID LINDENMAYER (1925 - 1989). Danach schuf er genetische Algorithmen als eine formale Sprache, die heute L-System heißt. Unabhängig davon beobachtete 1971 LUDWIG VON BERTALANFFY (1901 - 1972) die Ausbildung rekursiver Zweige bei Organismen.

Die L-Systeme sind ausführlich in dem wunderschönen Buch „The Algorithmic Beauty of Plants“ [21] erfasst. Die entsprechenden Regeln der Sprache werden im Folgenden besonders ein behandelt.

Die entsprechenden Regeln werden zuweilen auch als Schildkröten-Bewegung interpretiert:

- F** Der Cursor wird um einen definierten Schritt S vorwärts bewegt (Linie zeichnen).
- +** Die Richtung des Cursors (Fortbewegung) wird im positiven Sinn um n Grad gedreht.
- Die Richtung wird im negativen Sinn um n Grad gedreht.
- [** Der Stack speichert Ort und Winkel des aktuellen Cursors.
-]** Der Cursor geht an dem im Stack gespeicherten Ort und Winkel zurück.

Auf dieser Basis sei definiert:

```
Pflanze {  
    ANGLE 12          REM 360/12 = 30°, positiver Drehsinn  
    AXIOM F           REM F als Linienzug  
    F = F[+F]F[-F]F }  
}
```

Die Berechnung

Die ersten Iterationsschritte erzeugen dann (die Leerzeichen sind nur zur Übersicht eingefügt):

1. F

2. F[+F]F[-F]F

3. F[+F]F[-F]F [+F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F [-F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F

4. F[+F]F[-F]F [+F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F [-F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F
 [+F[+F]F[-F]F [+F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F [-F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F
 F[+F]F[-F]F [+F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F [-F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F
 [-F[+F]F[-F]F [+F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F [-F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F
 F[+F]F[-F]F [+F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F [-F[+F]F[-F]F] F[+F]F[-F]F

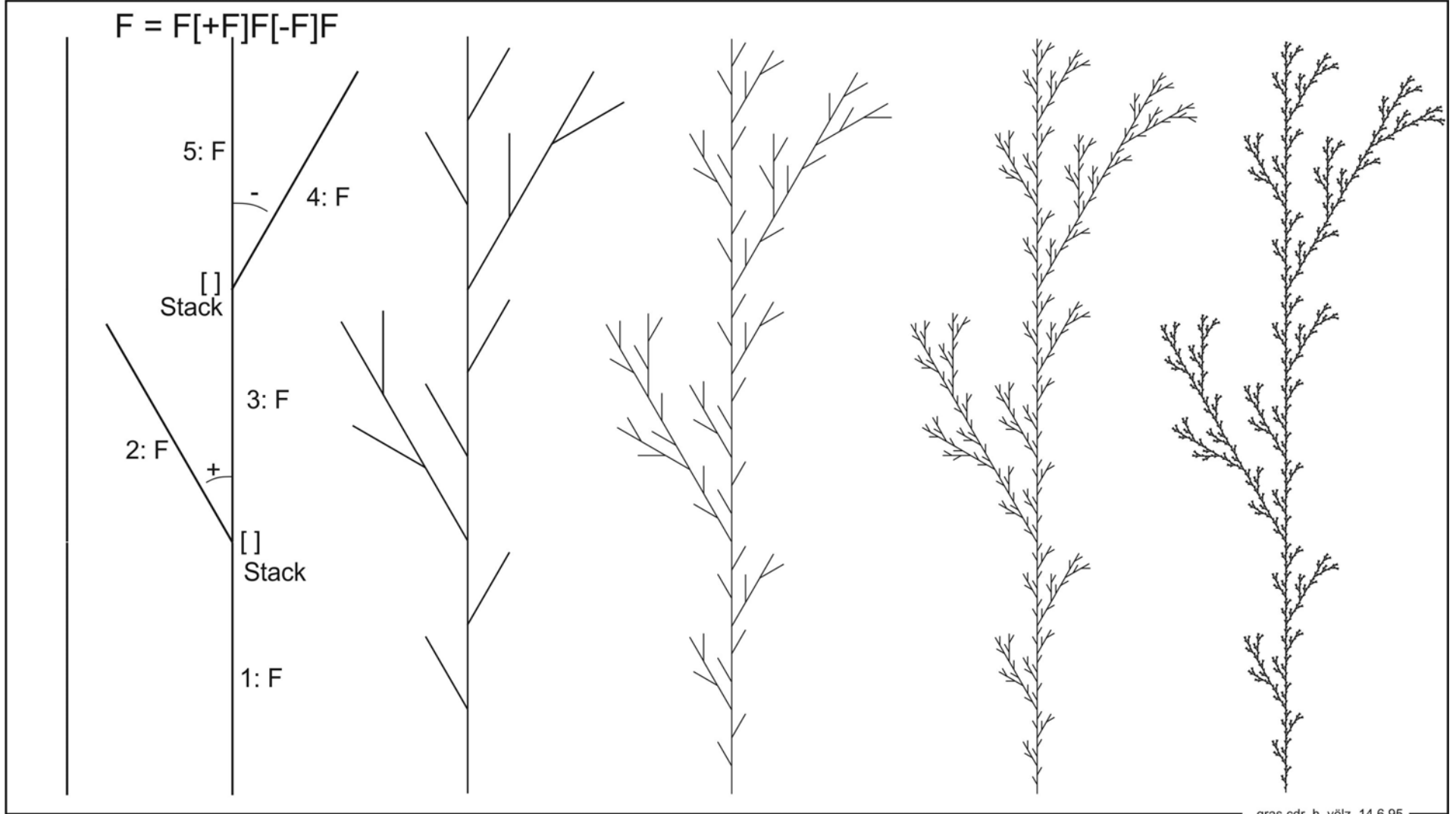
Der Ausdruck wird also mit jedem Rekursions-Schritt immer länger.

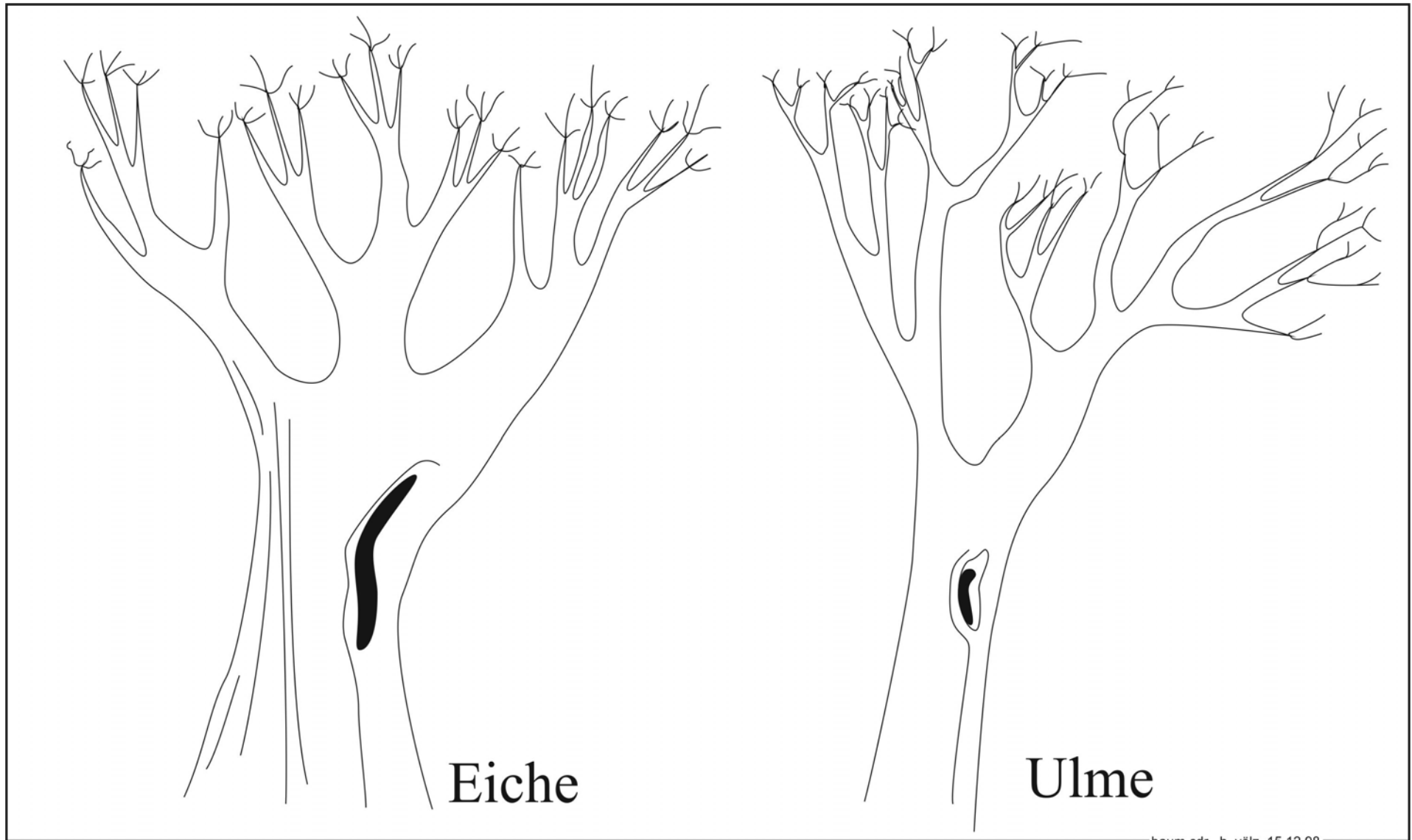
Die Auswirkung der einzelnen Schritte zeigt das folgende Bild.

Ab der 4. Stufe entsteht ein Gras-ähnliches Gebilde.

In der Natur erkennen wir an der Verzweigung der Äste Bäume auch ohne Laub.

Zunächst folgt ein gezeichnetes Bild und dann sind 4 Fotografien gezeigt.





baum.cdr h. vözl 15.12.98

Photographien von

1. Linde;
2. Essigbaum;
3. Kastanie;
4. Eiche

Diese und die vorangegangenen Bilder zeigen, dass durch *einfache Rekursions-Algorithmen sehr komplexe Bilder* erzeugt werden.

Auf weitere Möglichkeiten wird im Folgenden eingegangen.

Umgekehrt erzeugen *verschiedene Rekursions-Formeln ein und dasselbe fraktale Bild*, z. B.:

$$\begin{aligned} F &= F[+F]F[-F]F; \\ F &= FF[+FF]FF[-FF]; \\ F &= F[+F][+F]F[-F]F. \end{aligned}$$



FEIGENBAUM-Diagramme

In den 1970er Jahren beschäftigte sich MITCHELL JAY FEIGENBAUM (*1945) mit der Rekursions-Formel

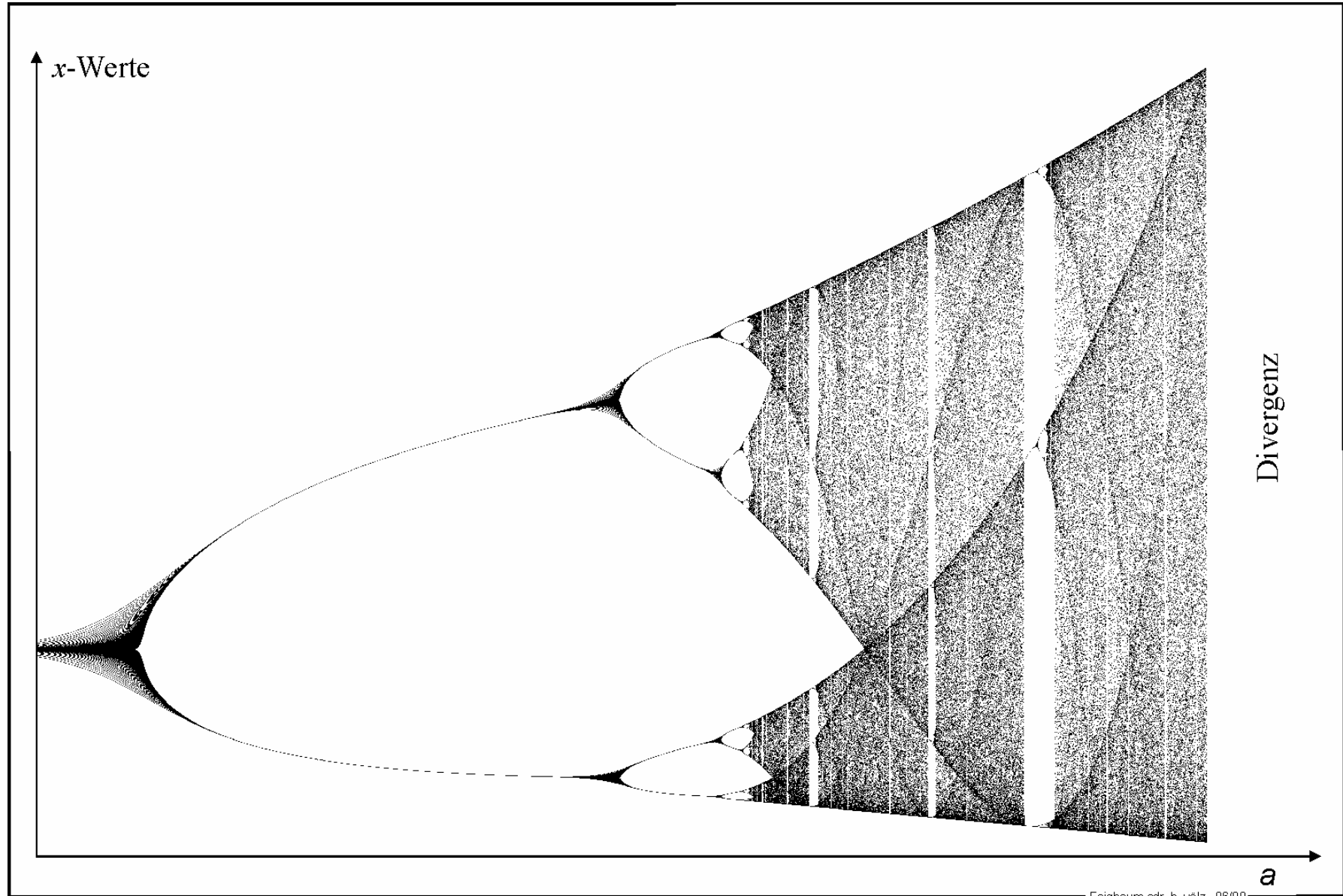
$$x := f(x, a), \text{ oft mit dem Spezialfall } x := x \cdot (x-1) \cdot a.$$

Darin sind x die Variable und a ein Parameter.

Sie entspricht der obigen VERHULST-Gleichung, logistische Kurve bzw. begrenztes Wachstum. Meist wird mit dem Startwert $x_0 = 0,5$ begonnen. Er ist aber in einem weiten Bereich unkritisch.

Das folgende Bild zeigt für die Iterationsschritte von 30 bis 200 alle angenommenen x -Werte. Dabei gilt $-0,6 < a < 1,6$. Es sind fünf Möglichkeiten des Verhaltens von x zu erkennen:

1. x **konvergiert auf einem festen Wert**. Zur besseren Sichtbarkeit des Einschwingens sind die ersten 30 Iterationen weggelassen.
2. Auch nach dem Einschwingen pendelt x **periodisch zwischen 2, 4, 8, 16, ...** festen Werten hin und her. An den Übergängen hält das Einschwingen länger als 30 Iterationen, das ist durch die Verdickungen gut sichtbar.
3. In **größeren Abständen** von den Knotenpunkten tritt das Pendeln sehr ähnlich bei verschiedenen Werten von a auf. Es liegt eine selbstähnliche Wiederholung vor.
4. Schließlich bewirken geringe Abrundungsfehler in der Arithmetik ein weitgehend **stochastisches Verhalten** für x . Hierbei überstreicht x mit wachsendem a einen immer größeren x -Bereich.
5. Ab einem bestimmten a -Wert tritt schließlich nur noch die **Divergenz** gegen unendlich auf.



Feigbaum.cdr h. vözl 96/00

Das Apfelmännchen

Das Prinzip der FEIGENBAUM-Iteration lässt sich auf komplexe Zahlen $z = a + b \cdot \sqrt{-1} = a + bi$ übertragen.

Die Variablen a und b bestimmen die GAUß-Ebene der Funktionen-Theorie.

In ihr wird u. a. die Konvergenz von Reihen untersucht. Ein Beispiel ist die komplexe quadratische Gleichung

$$a := a^2 - z.$$

Die Rechnungen sind sehr aufwändig und mussten zu alledem zunächst „per Hand“ ausgeführt werden.

Dies taten GASTON MAURICE JULIA (1893 – 1978) und PIERRE FATOU (1878 – 1929) im Ersten Weltkrieg.

Sie erhielten ähnliche Ergebnisse, wie sie oben bei FEIGENBAUM geschildert sind.

Wegen der manuellen Rechnung waren die Ergebnisse wenig überzeugend und wurden bald vergessen.

Ab etwa 1975 untersuchte BENOIT B. MANDELBROT (1924 – 2010) solche Zusammenhänge.

Um 1980 stand ihm erstmalig eine beachtliche Rechenleistung mit graphischer Darstellung zur Verfügung.

Er nahm eine Aufspaltung in den reellen und imaginären Teil (x -, y -Achse) vor:

$$a := a^2 - b^2 - x \text{ und } b := 2 \cdot a \cdot b - y.$$

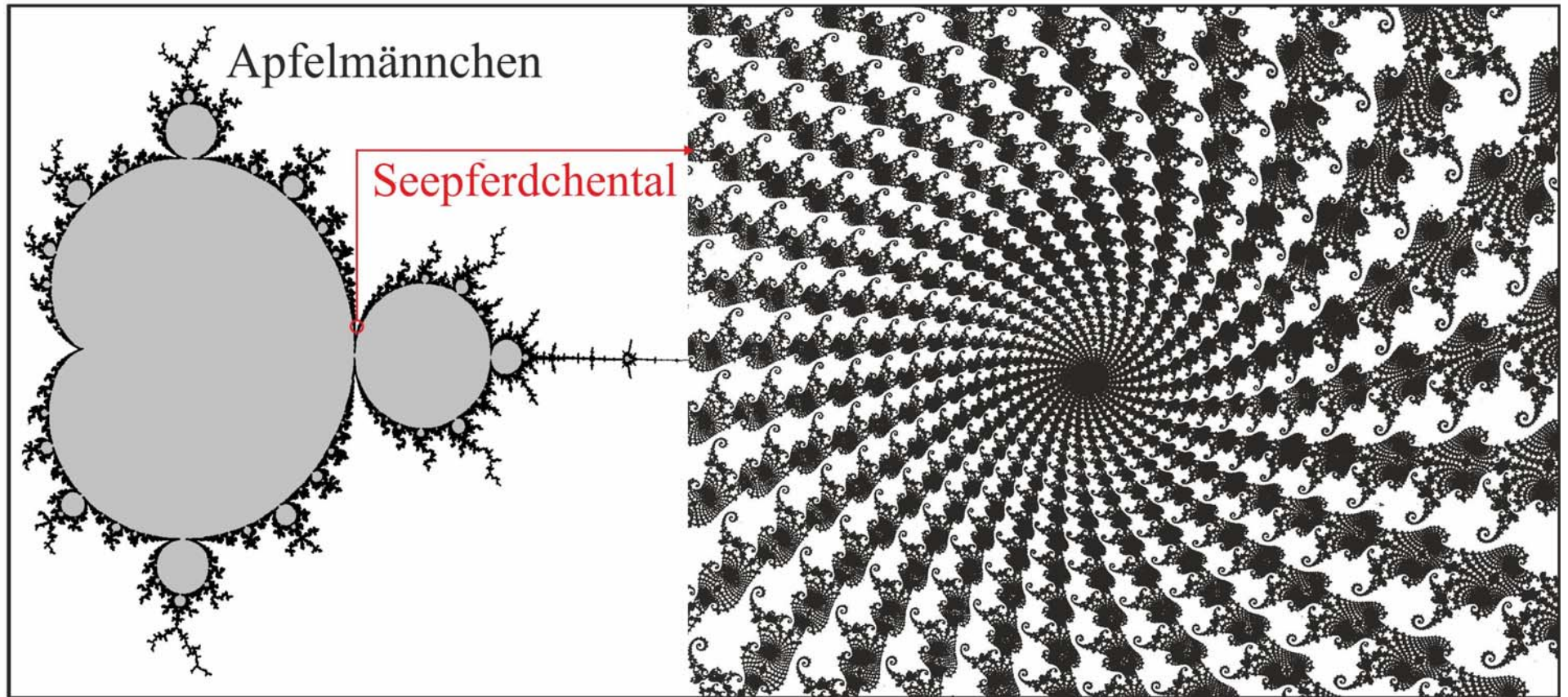
So entstand das folgende Bild, in dem die Gebiete der Konvergenz grau und die der Divergenz (außerhalb) weiß) dargestellt sind.

Wider erwarten entstand also eine höchst komplexe Kurve (schwarz), welche beide Gebiete trennt.

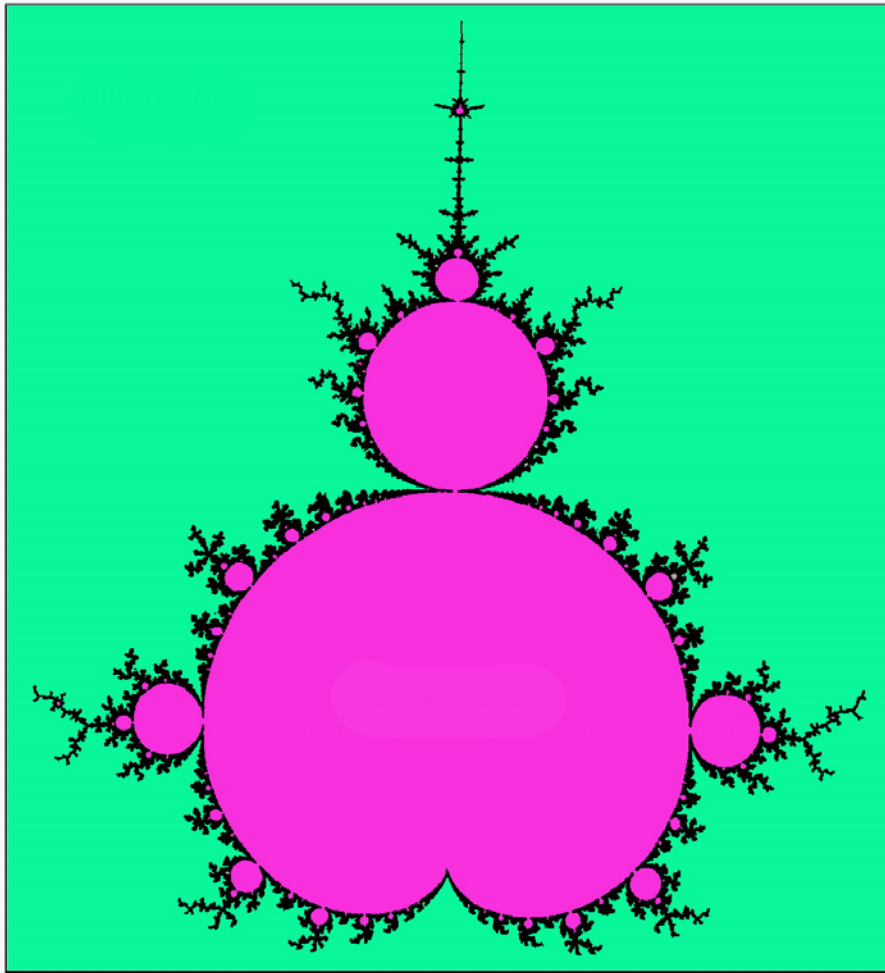
Sie ist theoretisch unendlich lang und besitzt sehr viele Selbstähnlichkeiten.

Dies zeigt besonders deutlich ein stark vergrößerter Ausschnitt aus dem „Seepferdchen“

Von Freaks der Heimcomputer enthielt das Gebilde später den Namen Apfelmännchen.



Links das typische „Apfelmännchen“, rechts ein stark vergrößerter Abschnitt aus dem Seepferdchentale.



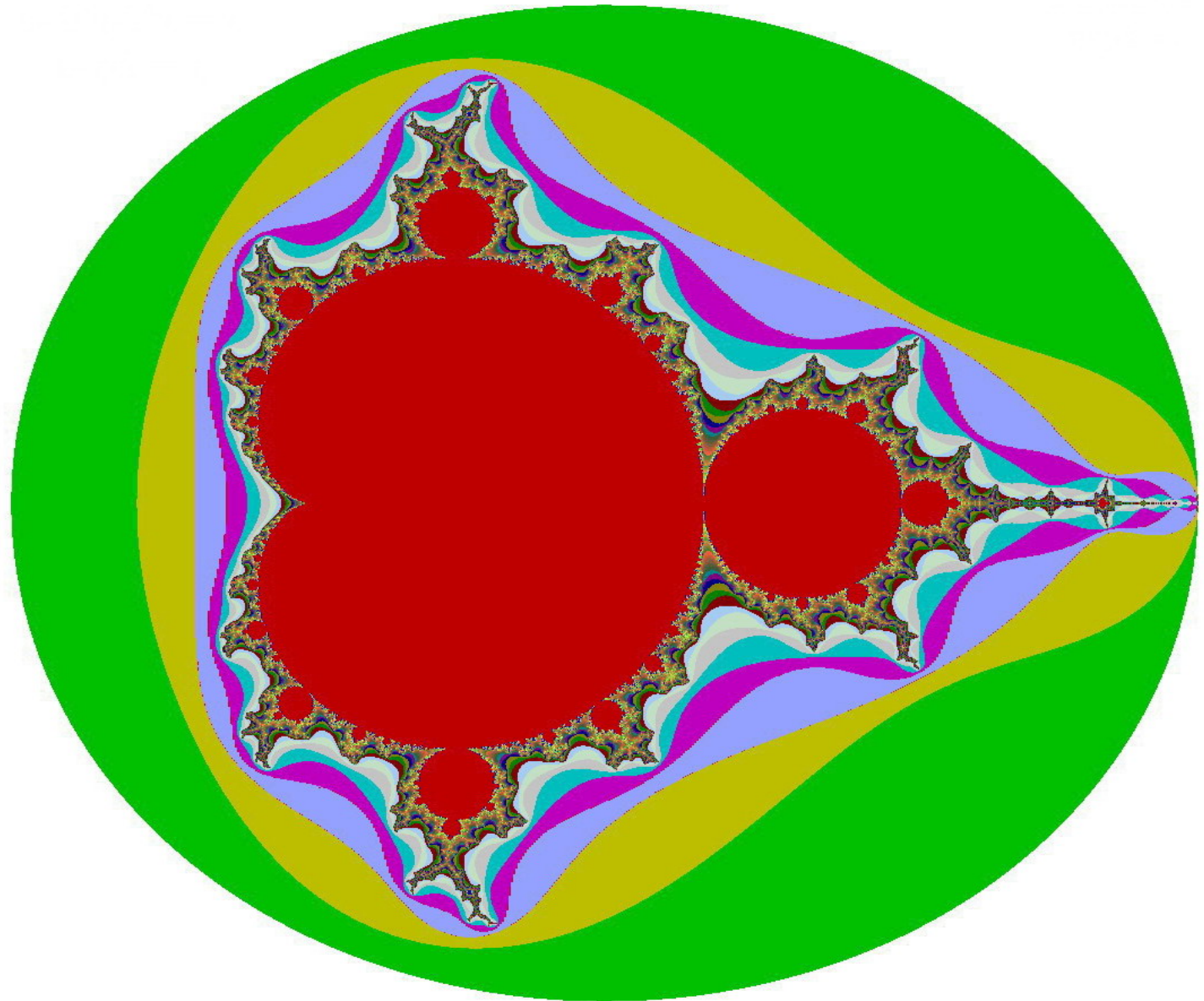
Vergleich vom gedrehten Apfelmännchen mit dem sächsischen Pflaumenmännle.

Zur „Verschönerung“
der Bilder wurden bald
zusätzlich Farben ein-
gesetzt.

Die Farben im Diver-
genzbereich weisen aus
wie viel Iterationen not-
wendig sind, bis die
Divergenz gesichert ist:

grün 1,
gelb 2,
lila 3 usw.

Die innere Konvergenz-
fläche ist rot eingefärbt.
Prinzipiell kann auch
für sie die erforderliche
Konvergenzanzahl
ausgewiesen werden.



Fraktale

Recht bald erkannte MANDELBROT, dass die Rekursion in vielen *Naturgebilden* vorkommt. Heute werden auf dieser Grundlage *Wolken, Landschaften, Gebirge, Seen, Sternhaufen usw.* generiert. Bereits um 1975 führte er daher den Begriff *Fraktal* (ursprünglich *Fracta*) ein. Lateinisch *fractus* bzw. *frangere* zerbrechen, unregelmäßige Bruchstücke erzeugen, irregulär.

Wie oben erwähnt, muss bei allen Rekursionen, Iterationen ein *Abbruchkriterium* angegeben werden. Bei Naturgebilden liegt es meist im Bereich von 4 bis 6 Schritte.

Grafische Ersetzungen

Neben den rechnerischen Rekursionen sind auch grafische Ersetzungsregeln möglich.

Drei typische Beispiele zeigt das folgende Bild.

Bei ihnen wird von einer Geraden ausgegangen, die meist in 3 Teile zerlegt wird.

Der mittlere Teil kann dann auf unterschiedliche Weise ersetzt werden.

So entstehen z. B. die KOCH- und Drachen-Kurve sowie die HILBERT-Fläche.

Hiermit haben sich die die Mathematiker bereits um 1900 beschäftigt.

Für sie war diese „Monster“-Kurven durch ihre vielen *ungewöhnlichen Eigenschaften* interessant.

Bei unendlich vielen Ersetzungen entstehen unendlich lange Linien auf einer endliche Fläche.

Bei der HILBERT-Fläche erreicht die Linie sogar jeden Punkt auf der endlichen Fläche.

1870 CANTOR-Menge mit speziellen Häufungen.

1875 stetige, aber nirgends differenzierbare WEIERSTRAB-Kurve (du Bois).

1890 PEANO-Kurve füllt Fläche.

1891 HILBERT-Kurve.

1904/6 KOCH: Schneeflockenkurve, unendlich lang und nirgends differenzierbar.

1915 SIERPINSKI findet das nach ihm benannte Dreieck.


ab 1930 Es werden immer mehr Kurven, Flächen und Körper mit ungewöhnlichen Eigenschaften bekannt.

WACŁAW FRANCISZEK SIERPIŃSKI (1882 – 1969)

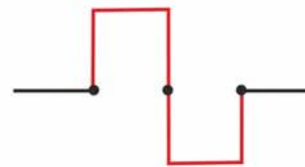
DAVID HILBERT (1862 – 1943)

NIELS FABIAN HELGE KOCH (1870 – 1924)

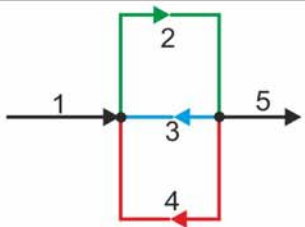
Jede Linie ————— wird ersetzt durch



$N = 4, r = 1/3$
 $D = \log(4)/\log(3) = 1,26 \dots$

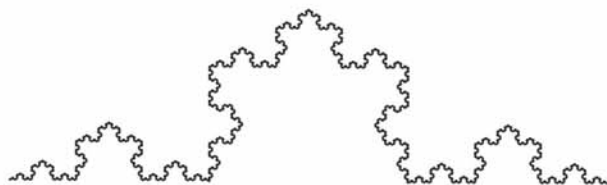


$N = 8, r = 1/4$
 $D = \log(8)/\log(4) = 1,5$

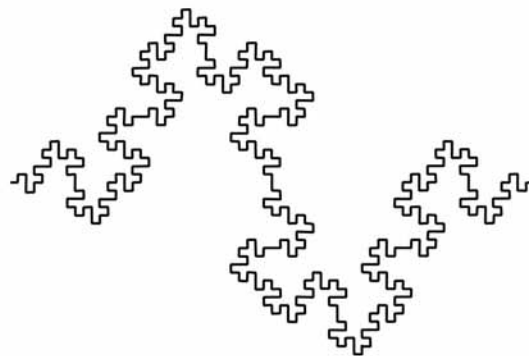


$N = 9, r = 1/3$
 $D = \log(9)/\log(3) = 2$

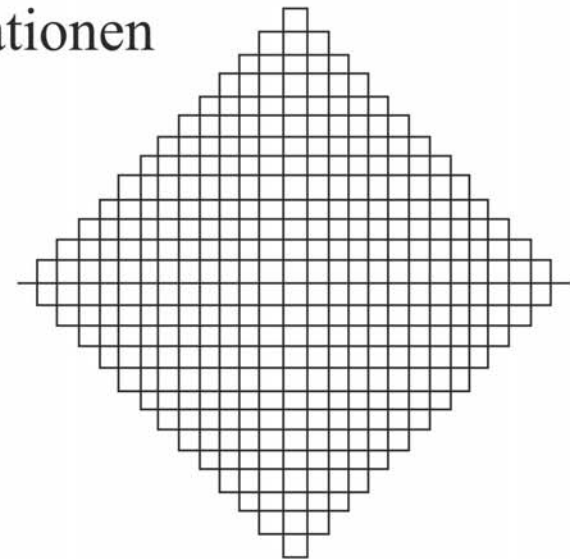
Ergebnisse nach mehreren Iterationen



Koch-Kurve



Drachen-Kurve



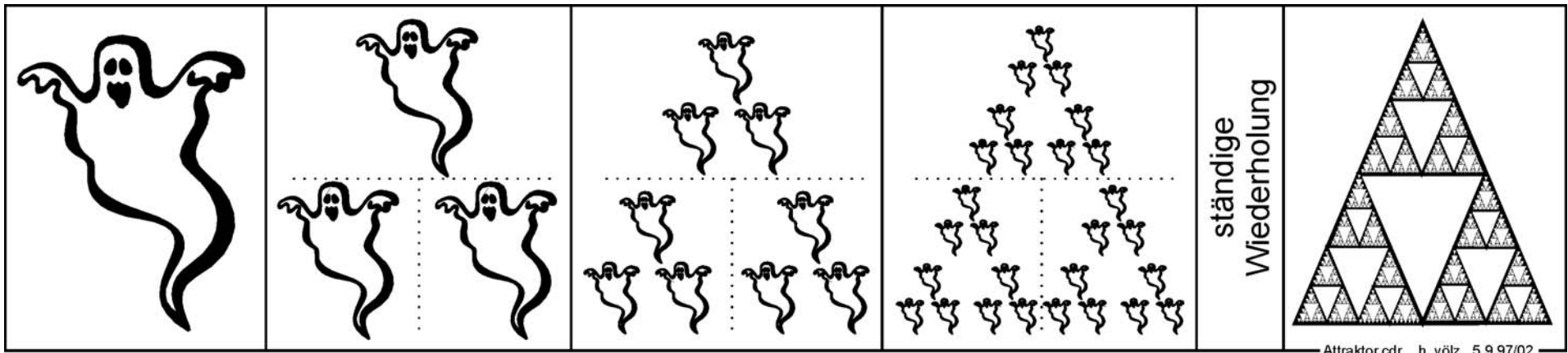
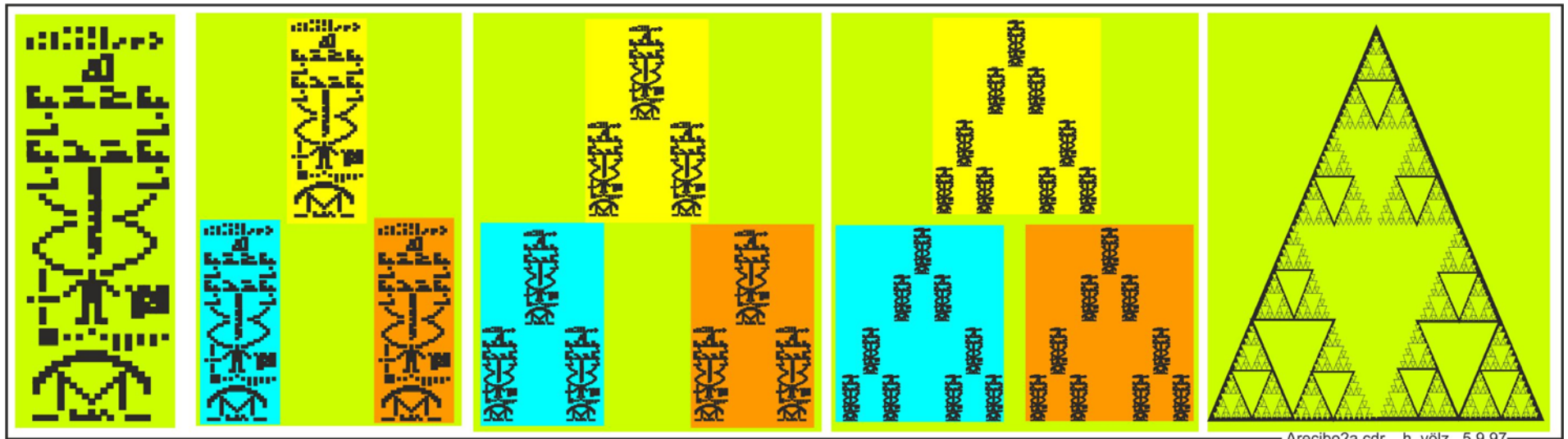
Hilbert-Fläche

ersatzG.cdr h. vözl 120.5.2000

D ist die HAUSDORF-Dimension, N die Anzahl neuer Linien und r die Anzahl der Teilungslängen.

Die Dreh-Multiplikation

Recht früh ist die iterative Drehmultiplikation (kontraktive Transformation) eingeführt worden
Doch zu Beginn der 1990er Jahre entwickelten PEITGEN u. a. hieraus einen Rückkopplungsmechanismus [26].
Das folgende obere Bild beschreibt ein recht übersichtliches Beispiel:
Das ursprüngliche Bild wird dabei verkleinert an drei Stellen definiert in einem neuen leeren Bild abgelegt.
Dieser Kopieprozess wird fortlaufend iterativ wiederholt und führt zum SIERPINSKI-Dreieck ($D = 1,2618$).
Auffällig ist dabei, dass der Prozess unabhängig vom Ausgangsbild stets das gleiche Dreieck ergibt.
Das Endergebnis ist also nur von der Anordnung (Algorithmus) des Bildes im neuen Schema bestimmt.
Zum „Beweis“ benutzt das untere Bild die Botschaft, die am 16.11.1974 vom 300 m-Teleskop in Arecibo für
Außerirdische zum Sternhaufen M13 gesandt wurde.



Der „Weg“ zum SIERPINSKI-Dreieck ist völlig unabhängig vom Start-Bild

Rekursives Denken

Durch Änderung des Schemas der Bildanordnungen (Algorithmus) entstehen stets andere fraktale Bilder. Im Folgenden sei als Ausgangsbild der Übersichtlichkeit halber nur ein schwarzes Quadrat gewählt. Von ihm werden drei unterschiedlich große und gedrehte Kopien ins Folgebild gelegt. Zusätzlich wird ein gerader, leicht geneigter Strich eingefügt.

Die folgende Abbildung zeigt, wie sich hieraus schrittweise ein Farnblatt ergibt.

Es ist äußerst schwierig aus dem Algorithmus (Anordnung der Bilder) das Endbild vorauszusagen. Um 2000 habe ich deshalb mit mehreren Studenten in einem zweijährigen Projektes an der TU Berlin Versuche unternommen.

Es wurde ein flexibles Programm entwickelt, mit dem die Teilbilder beliebig anzuordnen waren. Keinen von uns gelang es auch nur einmal das Endbild vorauszusagen.

Wir können offensichtlich nicht rekursiv denken.

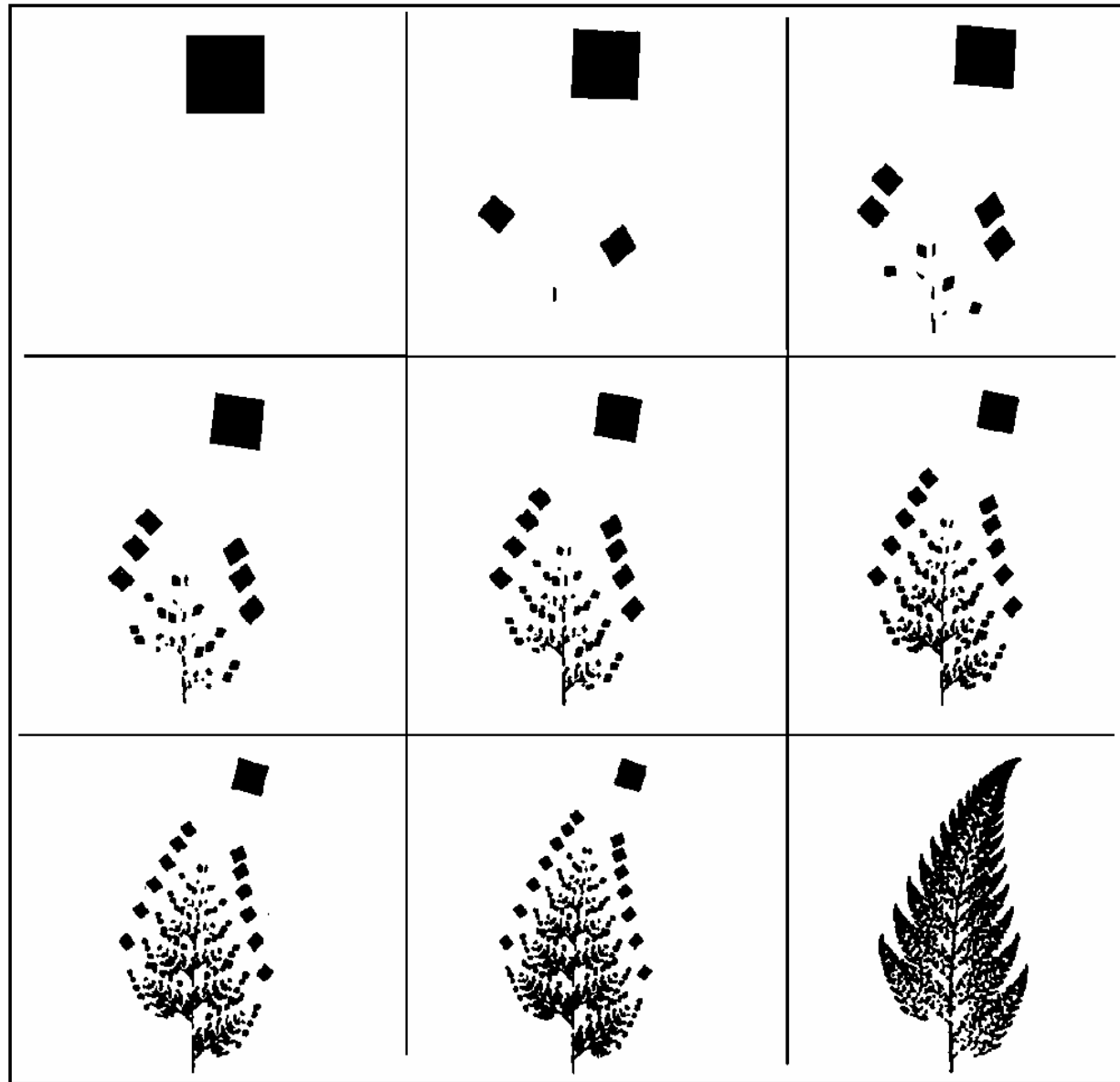
Über Jahrtausende sind wir nur auf lineares Denken trainiert!

Schließlich gibt es noch keine hundert Jahre effektive Mittel für die Rekursion.

Es gibt jedoch ziemlich zuverlässige Hinweise dafür, dass unser Gesichtssinn Fraktales optimal wahrnimmt!

Das Unbehagen zur Rekursion drückte MCCARTHY so aus [34]:

„Hätte es im Mittelalter Rechenanlagen gegeben, dann wären bestimmt einige Programmierer wegen Ketzerei von anders gesinnten Kollegen auf dem Scheiterhaufen verbrannt worden.... Höchstwahrscheinlich wäre eine der Hauptketzereien der Glaube oder Unglaube an die Rekursion gewesen.“



Zu Programmen

Einen guten Überblick zu den vielen Möglichkeiten der Fraktale enthält

<http://de.wikipedia.org/wiki/Fraktal> download 21.7.14.

Die Möglichkeiten der Programmierung sind besonders übersichtlich dargestellt in [30]

Mehr inhaltlich Tiefe enthält [31]. Hier ist besonders ausführlich auf die sehr ausführliche Seite hingewiesen

<http://www.nahee.com/spanky/www/fractint/fractint.html>

Dort sind neben vielen inhaltlichen Erklärungen auch Programme für alle Plattformen ausgewiesen.

Für Windows ist das die SetupManpWIN.exe, die fast alle Möglichkeiten von Fractint benutzt.

Fraktale Methoden

Es gibt mehrere Methoden zur Erzeugung von Fraktalen. Sie können alle hier nicht behandelt werden. Die wichtigsten sind (s. [27] S. 48 ff.)

- *Monster-Kurven* (Linien),
- *Formale Sprachen*, unter anderem L-Systeme,
- Mathematische *Iterations-Rekursion*-Prinzipien, wie bei FEIGENBAUM und MANDELBRÖT,
- Bildliche *Drehmultiplikation*, Kopiersysteme,
- *Zellulare Automaten* (Life, wird noch unten behandelt),
- *JULIA-Mengen* als Darstellung jener Punkte, die bei der Iteration fortlaufend auf sich selbst abgebildet werden,
- *Zufallsprinzipien*, wie der Hüpfer oder Generator nach BARNSLEY, der zwischen mehreren Gleichungssystemen zufällig auswählt.

Das erstaunliche dabei ist, dass sie (vermutlich) alle zu einer Menge gleicher Bilder führen.

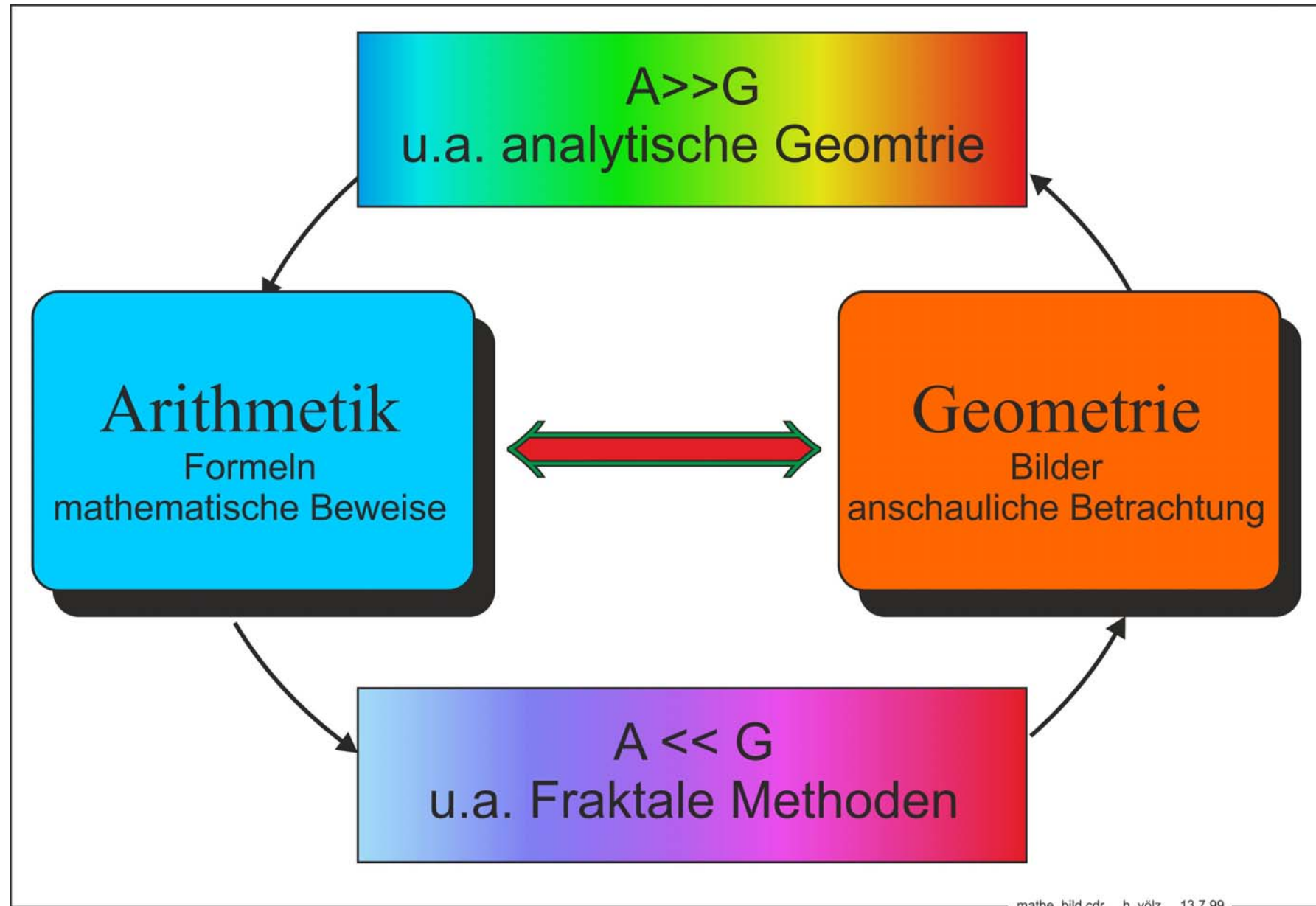
Es gibt also eine ganze Klasse fraktaler Bilder, die völlig anders sind, als die Bilder der Geometrie.

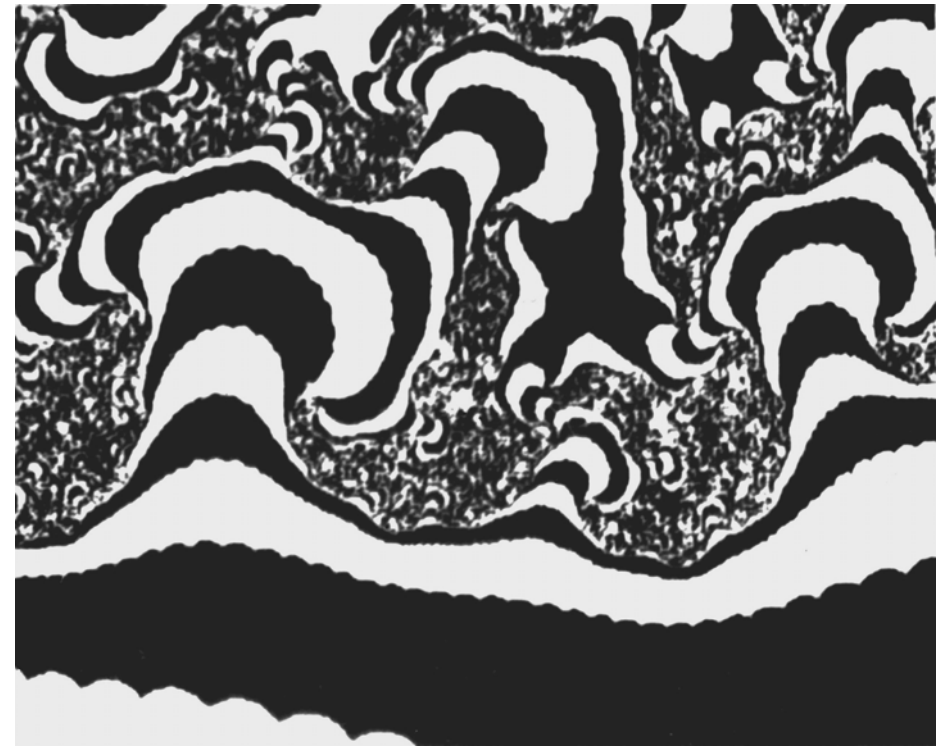
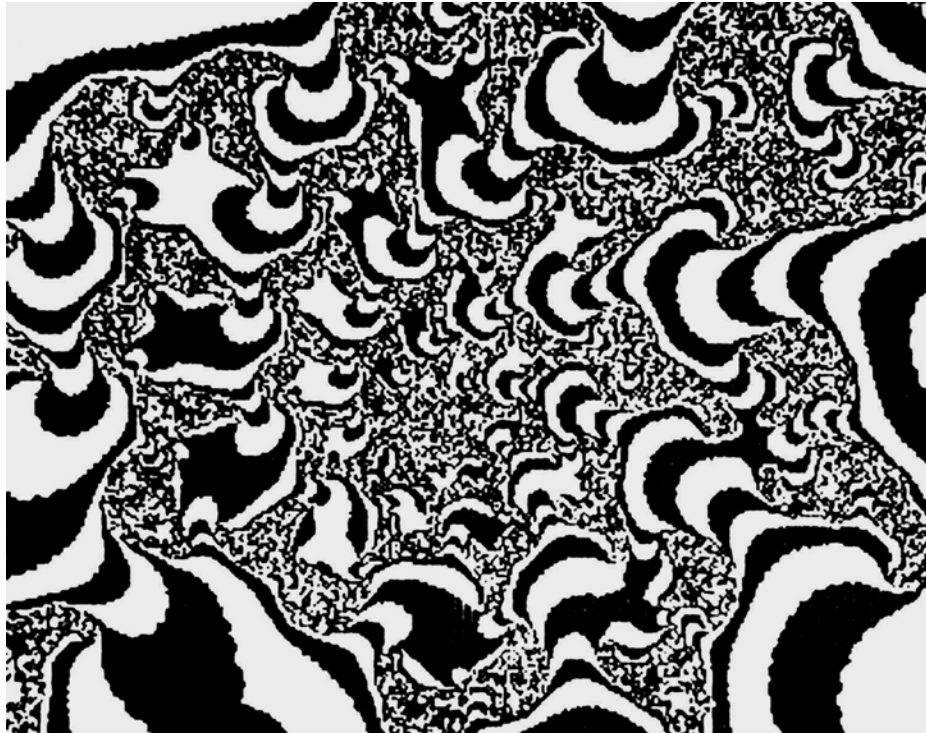
Jene werden mit Zirkel und Lineal erzeugt und gehen auf EUKLID VON ALEXANDRIA (365 – 300 v. Chr.) zurück.

Vergleich der Geometrien

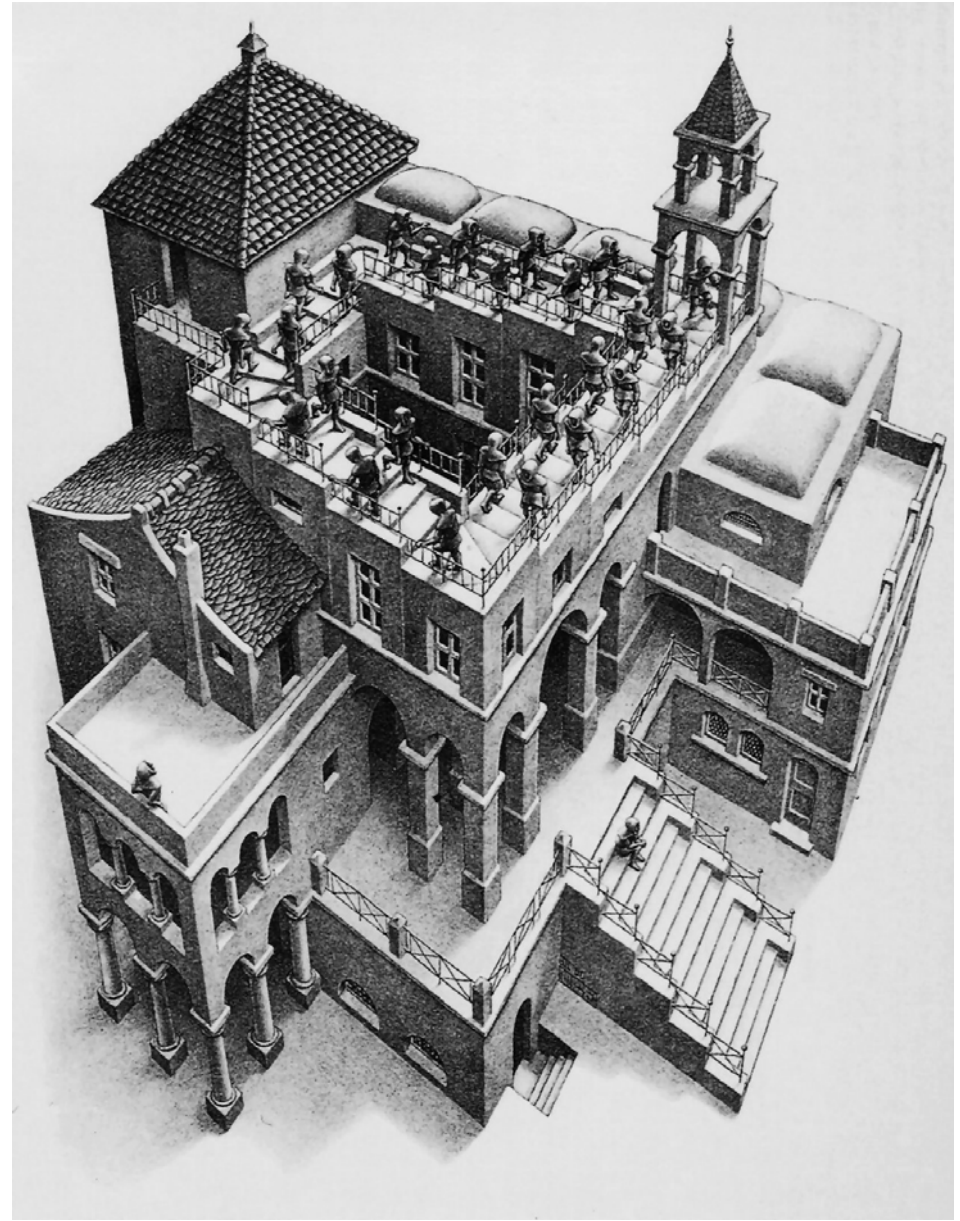
Euklidische Geometrie	Fraktale Geometrie
<ul style="list-style-type: none"> • Über 2000 Jahre alt. • Konstruktion mit Zirkel und Lineal. • Geeignet zur Beschreibung von Objekten, die vom Menschen erzeugt wurden: Geraden, Kreise, Rechtecke, Würfel usw. • Die Beschreibung mittels der Formeln (analytische Geometrie) ist oft komplizierter als die des Bildes. • (Additive) Grundelemente von bestimmter Größe, Richtung und einfacher Form. 	<ul style="list-style-type: none"> • Keine hundert Jahre alt. • Rekursiver (iterativer) Algorithmus. • Geeignet zur Beschreibung von natürlichen (fraktalen) Objekten. • Die Mathematik (Formel) ist meist deutlich einfacher als die Beschreibung der Bilder. • Selbstähnlichkeit. • Gut skalierbar.

- 1637 RENÉ DESCARTES (Cartesius) (1596 - 1650) entwickelt in seinem „Discours de la méthode“ (Abhandlung über die Methode) die nur noch rechnende *Analytische Geometrie*.
- 1800 ca. die *Sphärische Geometrie* betrifft die Kugel- bzw. Erdoberfläche. Hier gelten komplizierte Formeln, die Winkelsumme im sphärischen Dreieck ist ungleich 180° .
- 1822 Die *Darstellende (Projektive) Geometrie* entsteht. Sie ist für die Konstruktion wichtig und verwendet Projektionen von räumlichen Gebilden auf die Ebene, z. B. die Mehrtafelprojektion.
- 1823 Die *Nicht-euklidische Geometrie* wird unabhängig voneinander von JÁNOS BOLYAI (1802 - 1860), GEORG FRIEDRICH BERNHARD RIEMANN (1826 - 1866) (1854 Beweis) und NIKOLAY IVANOVICH LOBACHEVSKY entwickelt. Bei ihr entfällt das Parallelenaxiom der euklidischen Geometrie.
- 1982 Die *fraktale Geometrie* beginnt durch BENOIT B. MANDELBROT.





Zwei vergrößerte Ausschnitte aus dem Apfelmännchen. Man ist versucht, sie räumlich zu interpretieren. Die scheinbaren „Verkehrs-Teiler“ führen dabei durch die Querzweige – ähnlich wie bei Bildern von MAURITS CORNELIS ESCHER (1898 – 1972) – zu räumlichen Widersprüchen. Siehe die beiden folgenden Bilder.



Eigenschaften von Fraktalen

- **Fraktale Dimension**, u. a. verkrümmelte Kurven; eine Figur auf *endlicher* Fläche besitzt eine Kurve von *unendlicher* Länge. Im Sinne der Infinitesimalrechnung besitzt sie nirgends eine Ableitung.
- Bilder hoher **Komplexität**, also mit großem Strukturreichtum, entstehen durch **Iteration** (Rekursion) von Formeln.
- **Selbstähnlichkeit**: Viele kleine Ausschnitte des Fraktals besitzen die Struktur des Gesamtobjekts.
- Ähnlichkeit mit Gebilden und Geschehen in der **Natur**, ganz im Gegensatz zur **Euklidischen** Geometrie mit Zirkel und Lineal.
- Bezüglich der **Unendlichkeit** und den **unmöglichen Perspektiven** besteht Ähnlichkeit mit Bildern von M. C. **Escher**.
- Es bestehen **Beziehungen** zur Chaos-Forschung, zu dissipativen Strukturen, zu Emergenz usw.
- Für Fraktale gilt nicht mehr die Aussage „kleine *Ursachen* \Rightarrow kleine *Wirkungen*“; es gibt viele Zufälligkeiten und plötzliche Sprünge. Dennoch gibt es vielfältige Gesetzmäßigkeiten.
- Fraktale Bilder besitzen beachtliche **ästhetische Wirkung** mit Beziehungen zur Kunst.

Fraktale Himmelmmechanik

1887 schrieb König Oskar II von Schweden einen wissenschaftlichen Wettbewerb aus.

Es sollte die Frage beantwortet werden: „Ist das Planetensystem stabil?“

Den Preis von 2500 Goldkronen gewann 1903 JULES HENRI POINCARÉ (1854 - 1912) trotz Negativaussage:

„Die kanonischen Gleichungen der Himmelsmechanik besitzen kein (außer bei speziellen Anfangsbedingungen) geschlossenes analytisches Lösungsintegral außer dem Energieintegral.“ ... „Eine sehr kleine Ursache, die wir nicht bemerken, bewirkt einen beachtlichen Effekt, den wir nicht übersehen können, und dann sagen wir, der Effekt sei zufällig. Wenn die Naturgesetze und der Zustand des Universums zum Anfangszeitpunkt exakt bekannt wären, könnten wir den Zustand dieses Universums zu einem späteren Moment exakt bestimmen. Aber selbst wenn es kein Geheimnis in den Naturgesetzen mehr gäbe, so könnten wir die Anfangsbedingungen doch nur annähernd bestimmen. Wenn uns dies ermöglichen würde, die spätere Situation in der gleichen Näherung vorherzusagen – dies ist alles, was wir verlangen –, so würden wir sagen, daß das Phänomen vorhergesagt worden ist und daß es Gesetzmäßigkeiten folgt. Aber es ist nicht immer so; es kann vorkommen, daß kleine Abweichungen in den Anfangsbedingungen schließlich große Unterschiede in den Phänomenen erzeugen. Ein kleiner Fehler zu Anfang wird später einen großen Fehler zur Folge haben. Vorhersagen werden unmöglich, und wir haben ein zufälliges Ereignis.“

Chaos- und Katastrophentheorie

POINCARÉ gewann seine Aussagen bereits am Dreikörperproblem.

Er fand, dass kleinste Änderungen in den Parametern zu unvorhersehbaren Bahnen führen können.

Seine Untersuchungen haben noch heute bei den Satellitenbahnen Bedeutung.

Die systematische Weiterführung hat zur Chaos- und Katastrophen-Theorie geführt.

Eine Katastrophe kann vereinfacht als die Umkehrung von Chaos aufgefasst werden.

Bei ihr endet ein geordneter Zustand und geht unerwartet in ein Chaos über.

Dies ist u. a. auch bei der Wirbelbildung der Fall und hängt z. T. mit nichtlinearen Gleichungen zusammen.

Hierzu gehören die REINOLD-Zahl, die Stabilität von Brücken und das EULERSches Knickmoment.

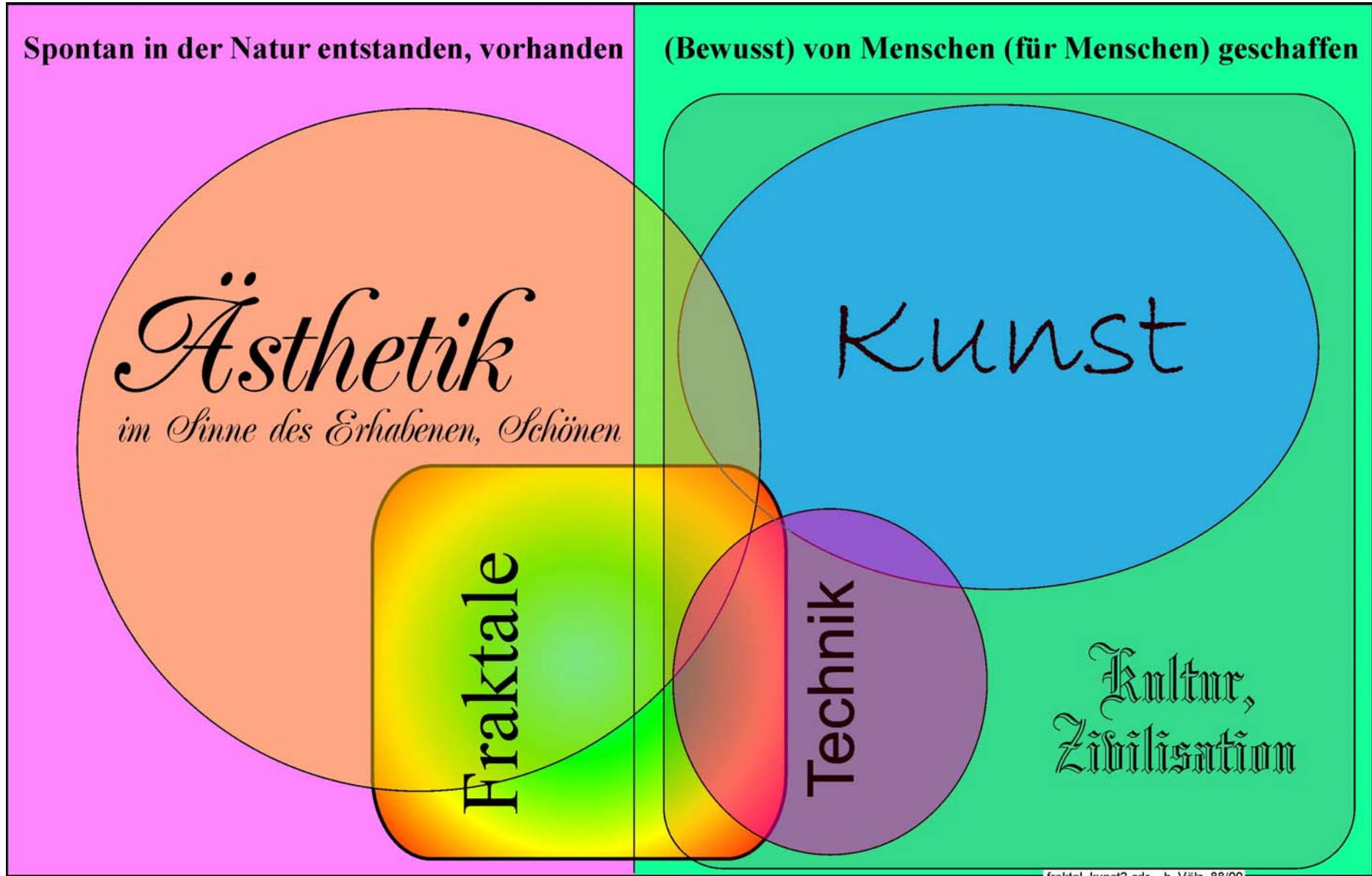
1961 weist der Meteorologe E. LORENZ auf die Chaotik der *Wettergleichungen* hin.

Sein Butterfly- bzw. Schmetterlingseffekt besagt, dass der heutige Flügelschlag eines Schmetterlings in China morgen einen Orkan in den USA bewirken kann.

1972 entwickelt R. THOM dann die eigentliche Katastrophentheorie.

Kunst \Leftrightarrow Fraktale

Viele fraktale Bilder besitzen eine beachtliche ästhetische Wirkung.
So entstand die Frage, ob sie auch Kunstwerke sein können.
Dabei ist aber deutlich Kunst und Ästhetik zu trennen.
Kunst ist - vereinfacht beschrieben - vom Menschen für den Menschen geschaffen.
Ästhetisch kann auch ein Mineral, ein Blatt usw. sein.
Da Fraktale sind aber unabhängig von Menschen vorhanden.
Gewisse Betrachtungen der Mathematik würden ihnen sogar eine absolute Existenz ohne Rechnung zuordnen.
Daher können sie nicht zur Kunst sondern nur zur Ästhetik gehören.
Dies habe ich bereits 1988 in Fachkreisen erfolgreich vertreten [28].



Zellulare Automaten 1

Bei zellularen Automaten wird je nach der Nachbarschaft einer Zelle in Umgebung der Zelle etwas geändert. Eine sehr frühe Variante ist das Spiel 'Life' von JOHN HORTON CONWAY (*1937) aus dem Jahr 1970. In einem quadratischen Raster können die einzelnen Zellen mit „Leben“ belegt sein oder nicht. Das wird im Rechner durch den Wert 1 oder 0 simuliert. Im getakteten Maßstab (Rechnertakt bzw. Generationswechsel) gibt es drei Möglichkeiten für den Fortgang. Sie hängen von der Belegung der 8 Nachbarzellen ab.

- **Geburt:** Wenn eine „leere“ Zelle genau drei mit Leben belegte Nachbarzellen hat, wird sie „befruchtet“ und wird daher in der Folgegeneration mit Leben belegt sein.
- **Überleben:** Wenn eine mit Leben belegte Zelle zwei oder drei ebenfalls mit Leben belegte Nachbarn besitzt, fühlt sie sich wohl und lebt weiter.
- **Tod:** Er tritt in zwei Fällen ein:
 - a) Wenn eine mit Leben belegte Zelle keine oder nur eine mit Leben belegte Nachbarzelle hat. Sie fühlt sich einsam und stirbt deshalb.
 - b) Er tritt ebenfalls ein, wenn vier oder mehr Nachbarzellen belegt sind; Weil dann für sie nicht genug Nahrung übrig bleibt, verhungert sie.

Zellulare Automaten 2

Das Spiel generiert eine Vielzahl von Struktur-Varianten, darunter

- aussterbende,
- oszillierende,
- unveränderliche,
- sich in der Ebene bewegende,
- ständig neue gebärende,
- andere vernichtende und sich dabei nur vorübergehend ändernde.

Seinerzeit hat es soviel Interesse gefunden, dass damit ganze Rechenzentren nahezu lahm gelegt wurden. Dabei war auch wesentlich, dass CONWAY für jede neu gefundene Struktur 5 Dollar zahlte.

Heute sind im Wesentlichen fast alle Möglichkeiten bekannt und außerdem läuft life auf allen Heimcomputern.

Inzwischen sind viele weitere Varianten und Anwendungen entwickelt. u. a. dreidimensionale oder zur allgemeine Evolution mit Variationen [29], [32]. Gute Überblicke enthalten u. a. download 20.7.14.

<http://sourceforge.net/projects/golly/files/golly/golly-2.6/>

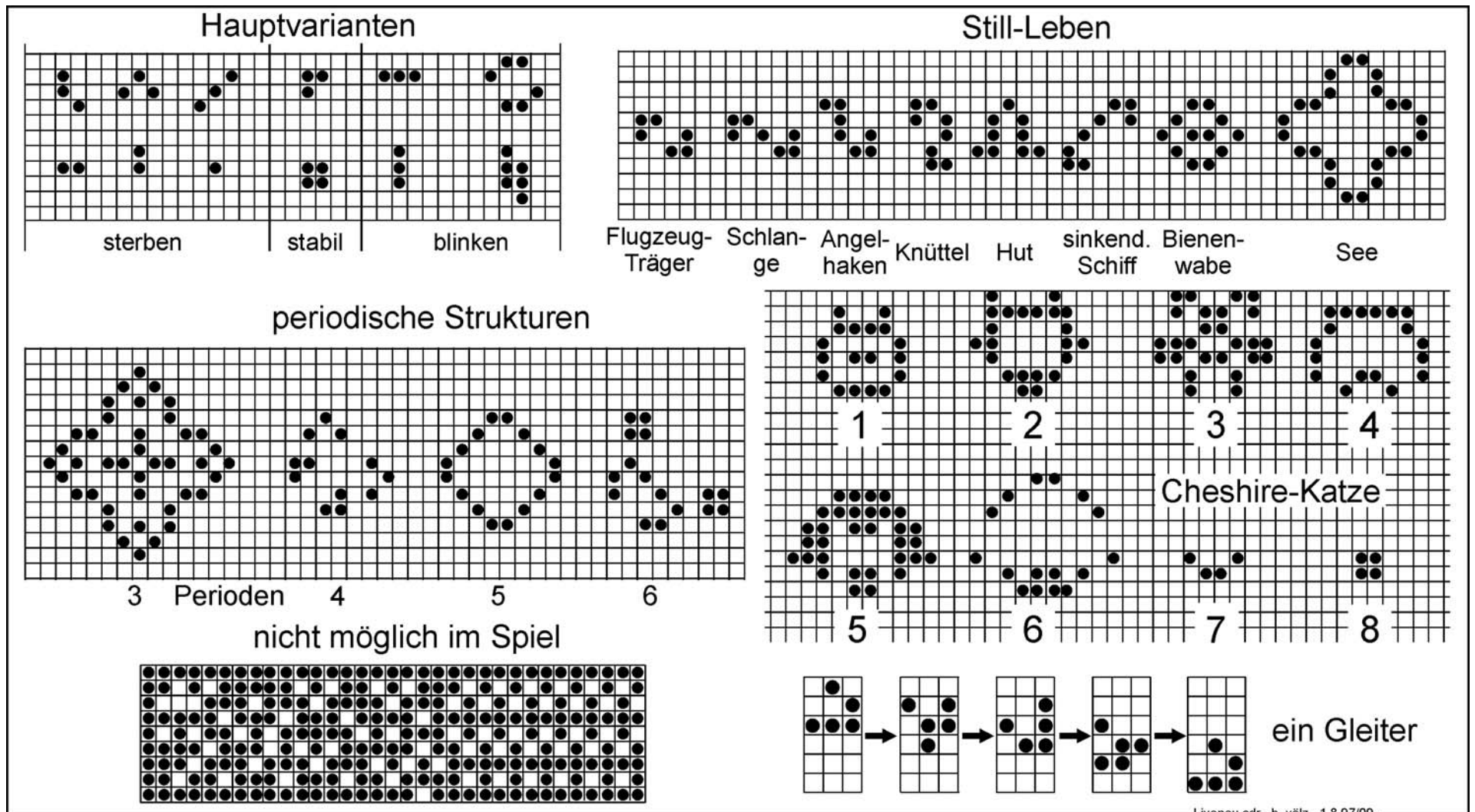
http://de.wikipedia.org/wiki/Conways_Spiel_des_Lebens

http://de.wikipedia.org/wiki/Zellul%C3%A4rer_Automat

<http://www.vlin.de/material/ZAutomaten.pdf>

[https://www.uni-](https://www.uni-leipzig.de/physikdidaktik/PDF/Vortrag%20Zellul%C3%A4re%20Automaten_Aue_09_02_09.pdf)

[leipzig.de/physikdidaktik/PDF/Vortrag%20Zellul%C3%A4re%20Automaten_Aue_09_02_09.pdf](https://www.uni-leipzig.de/physikdidaktik/PDF/Vortrag%20Zellul%C3%A4re%20Automaten_Aue_09_02_09.pdf)



Beispiele für Strukturen von Life. Die Anordnung links unten kann im Spiel nicht erreicht werden. Von ihr aus kann aber weiter gespielt werden.

Berechenbarkeit und Rückkopplung

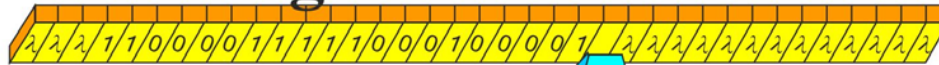
Rückkopplung hängt auf vielfältige Weise mit Berechnungen – wie Iteration und Rekursion – zusammen. Wie hängt nun aber umgekehrt das Berechenbare mit der Rückkopplung zusammen. Diese Frage führt unmittelbar zu dem zentralen Problem der theoretischen Informatik. Sie wurde wohl erstmalig systematisch von ALAN MATHISON TURING (1912 – 1954) gestellt und beantwortet. Hierzu schuf er 1936 das *gedankliche* Modell des TURING-Automaten, Er wurde aber technisch nie gebaut wurde, lediglich in der Ausbildung gibt es heute solche Realisierungen. Unabhängig hiervon schuf KONRAD ZUSE (1910 – 1995) Ende 1930er Jahren den ersten technisch nutzbaren Computer. Die anderen technischen Computer entstanden dann aber erst nach 1945.

Der TURING-Automat

Der typische TURING-Automat besteht aus vier Grundeinheiten und kann gemäß dem folgenden Bild a) dargestellt werden.

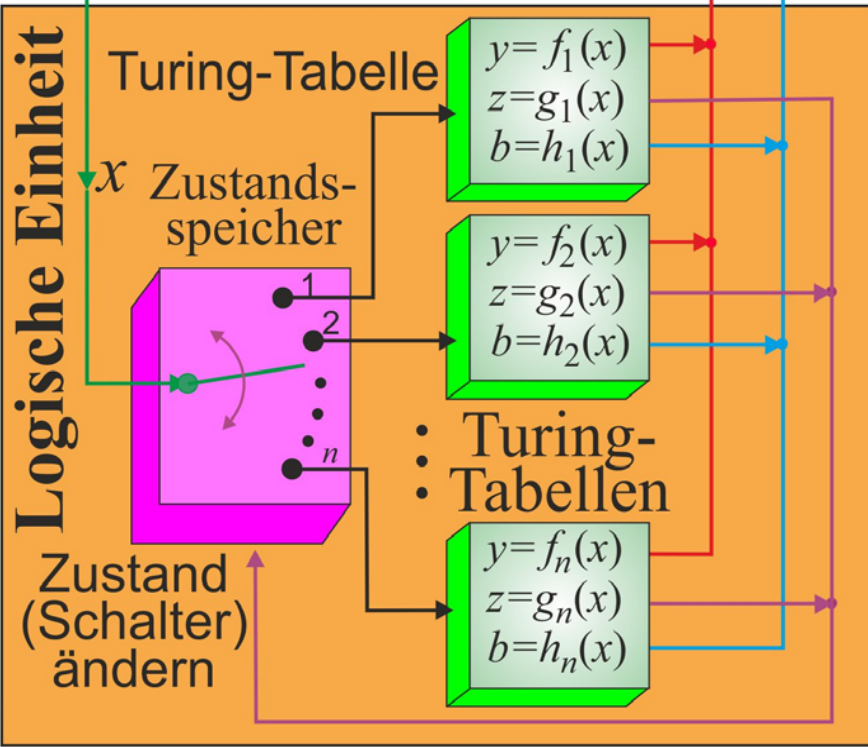
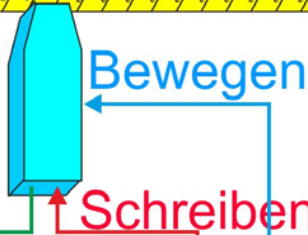
1. Ein **unendliches Speicherband** mit einzelnen Kästchen als Bit-Zellen.
Damals gab es noch kein Magnetband. Deshalb hat TURING an einen Papierstreifen gedacht, der nach Bedarf durch Ankleben weiterer Teilstreifen beliebig verlängert werden kann. Auf die einzelnen Speicherplätze können dann Daten-Bits 0 oder 1 geschrieben werden. Zusätzlich gibt es noch Start- und Ende-Zeichen α und Ω .
Leere oder gelöschte Plätze sind mit λ gekennzeichnet.
2. Eine **Lese-Schreib-Einrichtung**, die Daten vom Band lesen oder darauf schreiben bzw. löschen kann. Mit jedem Takt kann sie (bei Bedarf) um eine Speicherzelle nach rechts (r) oder links (l) bewegt werden.
3. Eine **Logische Einheit**, die die gelesenen Daten übernimmt. Sie leitet sie über den Schalter (Zustandsspeicher) zu der ausgewählten TURING-Tabelle. Durch logische Verknüpfungen entstehen dort die Daten zum Schreiben y und zum Bewegen b . Ein weiteres Ergebnis z bestimmt eine neue Schalterstellung. Im nächsten Takt gelangen dadurch die Lese-Daten zu der so ausgewählten TURING-Tabelle usw. Die n Tabellen sind meist zu einer 3-dimesionalen Tabelle über die n Zustände zusammengefasst; Bild b)
4. Ein **Taktgenerator** schaltet mit seinem Takt die Einheiten 1 bis 3 immer um einen Schritt weiter.

beidseitig unendliches Band



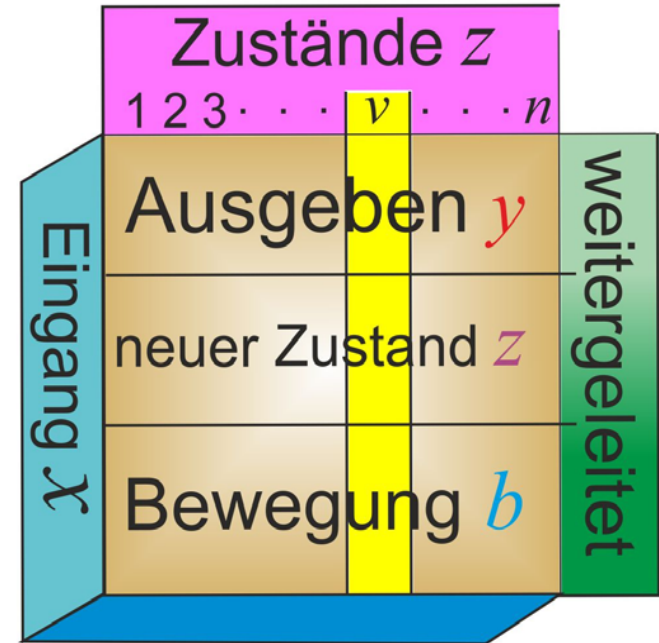
Takt-Generator

Schreib-Lese-Einrichtung



a)

Logische Tabelle



b)

Es gilt:

$\lambda =$ leere Speicherzelle

$x, y = \{0, 1\}$

$z = 1 \dots n$

$b = \{\text{rechts, links, halt}\}$

c)

Ablauf

Für jeden TURING-Automaten legen die TURING-Tabellen die interne Arbeitsweise (Eigenschaften) fest.

U. a. können auf diese Weise TURING-Automaten *recht abweichend aufgebaut* sein.

Für jede *Berechnung* müssen auf das Band das *passende Programm* und die Startdaten geschrieben werden.

Dies ist die *Programmierung* des Automaten.

Die Daten auf dem Band werden dann schrittweise – *bei α beginnend* – gelesen und ausgeführt.

Das jeweilige Ergebnis wird auf (andere) Zellen des Bandes geschrieben.

Der Prozess wiederholt sich solange *bis Ω erreicht* ist und alles berechnet ist.

Dann steht auf dem Band das Ergebnis.

Eine detaillierte Beschreibung des Ablaufes einer einfachen Addition enthalten [11] ab S. 68, [33] ab S 251.

Universeller TURING-Automat

Für eine Berechnung muss für jeden TURING-Automaten das jeweils passende Programm geschrieben werden. Das ist wenig vorteilhaft.

Deshalb war der Nachweis, dass es einen *universellen* TURING-Automaten gibt, ein beachtlicher Fortschritt.

Mit einem Hilfsprogramm kann dann *jeder sequentielle Rechner*, sogar jeder technisch realisierte Kleinstrechner, zum universellen TURING-Automaten werden.

Das bedeutet alle sequentiellen Rechner lösen die gleichen Probleme

Sie benötigen dafür nur ausreichende Speicherkapazität, benötigen aber unterschiedliche Rechenzeit.

Da heutige Rechner mit großer Speicherkapazität realisiert werden können, bedeutet das:

***Alle sequentiellen Rechner können prinzipiell die gleichen Probleme lösen.
Sie benötigen dafür nur unterschiedliche Zeit.***

Die CHURCH-These

Nur wenig später nach TURINGS Betrachtungen entstanden ähnliche Methoden für das maschinelle Berechnen:

- Gleichungskalkül nach GÖDEL-HERBRAND,
- μ -rekursive Funktionen nach KLEENE,
- MARKOW-Algorithmen,
- Minimal-Logik nach FITCH,
- Kanonischer Kalkül von POST,
- Graphen-Schemata von KALUZIN,
- Rekursions-Schemata von MCCARTHY und
- λ -Funktionen von CHURCH.

Schließlich wurde bewiesen, dass alle derartigen Methoden (Verfahren) mathematisch gleichwertig sind. Sie behandeln das Problem des Berechnens nur in unterschiedlicher Weise und Kompliziertheit.

Daher stellte 1940 ALONZO CHURCH (1903 –1995) eine *nicht beweisbare Hypothese* auf.

Sie wird aber dennoch von den meisten Mathematikern als gültig akzeptiert wird:

Alle heute vorhandenen und auch künftig gewonnenen Methoden für die Berechenbarkeit sind gleich leistungsfähig.

Insgesamt ersetzen sie die *intuitive Berechenbarkeit* durch den exakten Begriff des *Algorithmus*. Es folgt:

Alles Berechenbare ist rekursiv.

Insbesondere sind alle elementaren mathematischen Funktionen rekursiv berechenbar.

Nicht Berechenbares

Es lässt sich aber zeigen, dass es auch Nicht-Berechenbares gibt.

Die erste nichtberechenbare Funktion stellte 1962 TIBOR RADO (1895 – 1965) vor [33] S. 261.

Von ihm stammt auch das Problem „Fleißiger Biber“:

Mit einem TURING-Automaten sollen möglichst viele unmittelbar aufeinander folgende 1 auf das Band geschrieben werden.

Für 1111 wurde die Lösung erst 1972 gefunden.

Für 11111 oder länger gibt es bisher nur Abschätzungen für den notwendigen Aufwand.

Mit dem zweiten CANTOR-Diagonal-Verfahren lässt sich beweisen, dass es überabzählbar viele nichtberechenbare Funktionen gibt [33] S. 261.

Es gibt noch eine *Vielzahl* „*negativer*“ *Aussagen* der theoretischen Informatik, z. B.:

Es ist kein Beweis dafür möglich, ob ein Rechner das Ω erreicht.

Dieses *Halteproblem* hat TURING schon 1940 bewiesen.

Genauso wenig lässt sich zeigen, ob ein Algorithmus überhaupt das gewünschte Problem löst.

Auch ob den nichtberechenbaren Funktionen etwas in der Realität entspricht, ist unsicher.

Geschichte Kybernetik

v. Chr.

- 300 erste Regleranwendungen, Öllampe usw.
- 270 Schwimmventil zur Konstanthaltung der Durchflussmenge
- 230 PHILON baut Öllampe mit Niveauregelung
- 100 HERON von Alexandria automatisches Theater, Türöffner, Programmwalze

n. Chr.

- 1000 jüdische Sage von Golem als Synagogendiener der Prager Rabbi Löw
- 13. Jh. OCKHAM Vereinfachung durch „Modell“
- 1560 A. RAMELLI entwickelt Nockensteuerung
- 16./17.Jh. Nockensteuerung, einfache Regelungen
- 1633 C. DREBBEL baut einen thermostatisch geregelten Ofen
- 1738 VAUCANSON: 2 Musikautomaten, programmierte Ente, Webstuhl (Nockensteuerung)
- 1784 Fliehkraftregler von JAMES WATT (1736 – 1819), konstante Drehzahl bei wechselnder Last
- 18. Jh. Musikautomaten, programmierte Ente usw.
- 1805 J. M. JACQUARD: Lochbandsteuerung für Webstühle
- 1818 ROMAN VON MARY WOLLSTONECRAFT SHELLEY, geborene Godwin, (1797 - 1851) Frankenstein, oder der moderne Prometheus
- 1834 ANDRÉ MARIE AMPÈRE (1775 – 1836) Kybernetik im „Essai sur la philosophie des sciences“
- 1867 C. MAXWELL: Beginn der Regelungsindustrie
- 1873 SPENCER Drehautomat mit Magazinanlage, Steuerwelle, zylindrische
- 1905 M. TOLLE: Regelung von Kraftmaschinen
- 1913 EDWIN HOWARD ARMSTRONG (1890 - 1954) entdeckt bei Triode Phänomen der Rückkopplung
- 1919 WILLIAM HENRY ECCLES (1903 - 1997) und F. W. Jordan erfinden bistabile Kippschaltung, Flipflop
- 1921 KAREL CAPEK (1890 - 1938) Roman: Rossum's Universal Robots (Begriff Roboter)
- 1925 WAGNER beschreibt biologische Regelung

- 1930 W. R. HESS: Die Regelung des Blutkreislaufes
- 1933 FRISCH: Volkswirtschaftliche Regelkreise
- 1940 (1948) CL. SHANNONS Arbeit zur Kommunikation
- 1940 H. SCHMIDT: Denkschrift: Gründung eines Instituts f. Regelungstechnik
- 1943 MCCULLOCH und WALTER PITTS entwickeln die Idee der Nervenaktivität
- 1943 NORBERT WIENER (1894 - 1964), ARTURO ROSENBLUETH und JULIAN BIGELOW: Konzept der Teleologie: „Behavior, Purpose and Teleologie“ es ähnelt der causa finalis von Aristoteles Die Ursache liegt in der Zukunft, beim Ziel
- 1944 R. OLDENBOURG, H. SARTORIUS: Dynamik selbsttätiger Regelungen
- 1945 Konnektionismus von W. S. MCCULLOCH, W. PITTS u. a.
- 1946–1953 Macy Conferences on Cybernetics
- 1948 N. WIENER: „Kybernetik, Steuerung und Informationsübertragung in Lebewesen“
- 1950 Computerarchitektur und Informatik (JOHN VON NEUMANN)
- 1950 J. TINBERGEN, N. F. MOREHOUSE, H. MITTELSTAEDT: Regelkreise in der Wirtschaft
- 1956 Künstliche Intelligenz (JOHN MCCARTHY)
- 1959 H. ROHRACHER: Psychologische Regelprobleme
- 1959 Managementkybernetik (STAFFORD BEER)
- 1959 Mentale Forschung (GREGORY BATESON, PAUL WATZLAWICK)
- 1960 A. E. KOBRINSKIJ: „Moskauer Hand“, Muskelströme steuern Prothese
- 1960 System Dynamics (JAY WRIGHT FORRESTER)
- 1960 Verhaltenskybernetik (KARL ULRICH SMITH)
- 1970 Kybernetik 2. Ordnung (HEINZ VON FOERSTER)
- 1970 Systemische Therapie
- 1971 Kybernetische Pädagogik (HELMAR FRANK)
- 1973 Autopoesis (HUMBERTO MATURANA, FRANCISCO VARELA)
- 1976 Radikaler Konstruktivismus (ERNST VON GLASERSFELD)
- 1980 Biokybernetik
- 1980 Soziologische Systemtheorie (NIKLAS LUHMANN)

Rückkopplung Geschichte

- 1913 EDWIN HOWARD ARMSTRONG (1890 - 1954) entdeckt in New York bei einer Triode (Radioröhre) das Phänomen der Rückkopplung und entwickelte daraus die Rückkopplungsschaltung. Das führte zum Audion und Oszillator als Empfänger- bzw. Senderschaltung. Unabhängig davon entwickelten auch ALEXANDER MEIBNER (1883 – 1958), LEE DE FOREST (1873 – 1961) und WILHELM SCHLOEMILCH bei Telefunken in Berlin Sender- und Empfängerschaltungen mittels Röhren-Verstärker und Rückkopplung.
- 1919 WILLIAM HENRY ECCLES (1903 - 1997) und F. W. JORDAN erfinden die bistabile Kippschaltung, den Flipflop (digitale Rückkopplung), der heute Fundament vieler elektronischen Speicher ist.
- 1927 Der Telefoningenieur HAROLD STEPHEN BLACK entdeckt, dass sich die Qualität eines Signalverstärkers erheblich verbessert, wenn man einen Teil des Ausgangssignals vom Eingangssignal subtrahiert, was im Prinzip eine Gegenkopplung darstellt.
- 1936 ALAN MATHISON TURING (1912 - 1954) definiert den TURING-Automaten (Rekursivität) und 1950 den TURING-Test
- 1940 NORBERT WIENER (1894 - 1964) bemerkte im 2. Weltkrieg bei seinen Forschungsarbeiten über Flugabwehrmethoden, dass Rückkopplung ein fundamentales Problem der Automatisierung ist. Das führte ihn zur Begründung der Kybernetik

Fortsetzung der Folien

Hier werden vor allem die folgenden kybernetischen Inhalte behandelt
In alphabetischer Reihenfolge gilt dabei mit ergänzenden Stichwörtern:

- **Auslöse-Mechanismen:** Verstärkung (Potentiator), Erhaltungssätze, Schmetterlingseffekt.
- **Black-Box-Methode:** Modelle, Struktur.
- **Information:** Arten Entropien.
- **Künstliche Intelligenz, Künstliches Leben:** Mensch - Roboter, Kreativität, Lernen.
- **Systemtheorie:** analog - digital, Ordnung, Optimierung, Struktur, Hierarchie, Komplexität
- **Ursache-Wirkungs-Gefüge:** Determinismus usw. Evolution, Selbstorganisation, Autopoiesis, Emergenz, Synergie.

Literatur

- [1] Hertz, H.: Die Prinzipien der Mechanik, im neuen Zusammenhang dargestellt. Leipzig 1894. Neu in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 263. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1984
- [2] Wiener, N.: Cybernetics or control and communication in the animal and the machine Hermann, Paris 1948
Deutsch: Kybernetik - Regelung und Nachrichtenübertragung im Lebewesen und in der Maschine. Econ-Verlag, Düsseldorf - Wien - New York - Moskau, 1992.
- [3] Oppenheim, P.: Die natürliche Ordnung der Wissenschaften. Gustav Fischer, Jena 1929
- [4] Schmidt, H.: Regelungstechnik. Die technische Aufgabe und ihre wirtschaftliche, sozialpolitische und kulturpolitische Auswirkung. Z. Verein Deutscher Ingenieure, 85 (25.1.1941) Nr. 4; 81-88
- [5] Weizenbaum, J.: Computermacht und Gesellschaft. Suhrkamp, Frankfurt/M 2001
- [6] Masani, P.R.: Norbert Wiener 1894-1964, Birkhäuser, Basel - Boston - Berlin 1990
- [7] Wiener, N.: A scientist rebels, Atlantic Monthly 179 (1946) 46; Bill. Atomic Scientist 3 (1947) 31
- [8] Gell-Mann, M.: Das Quark und der Jaguar. Piper, München 1994
- [9] Völz, H.: Information II, Theorie und Anwendung vor allem in der Biologie, Medizin und Semiotik. Akademie-Verlag, Berlin 1983.
- [10] Scheel, H. u. Lange W. (Herausgeber): Zur Bedeutung der Information für Individuum und Gesellschaft. Akademie Verlag, Berlin 1983.
- [11] Völz, H.: Information I, Studie zur Vielfalt und Einheit der Information. Akademie-Verlag, Berlin 1982.
- [12] Foerster, H. v.: Wissen und Gewissen. Suhrkamp, Frankfurt/M 1993
- [13] Völz, H.: Elektronische Spannungsstabilisation. VEB Verlag Technik Berlin 1966, 2. Aufl. 1969
- [14] Völz, H.: Elektronik - Grundlagen - Prinzipien - Zusammenhänge. 5. Aufl. Akademie Verlag, Berlin 1989
- [15] Schleichert, H.: Elemente der physikalischen Semantik. Oldenbourg, Wien – München 1966
- [16] Steinbuch, K.: „Mensch und Maschine“ in Nova Acta Leopoldina. Informatik. J. Barth. Leipzig 1972

- [17] Völz, H.: Beitrag zum Verstärker mit extrem kleinem Innenwiderstand. Frequenz 13 (1959) 7, 212-222
- [18] Ifrah, G.: Universalgeschichte der Zahlen, Campus Verlag, Frankfurt/Main, New York 1986
- [19] Dörner, D.: Die Logik des Mißlingens - Strategisches Denken in komplexen Situationen. rororo, Reinbek bei Hamburg, 1992
- [20] Modis, Th.: Die Berechenbarkeit der Zukunft. Birkhäuser Verlag. Basel – Boston – Berlin 1994
- [21] Prusinkiewicz, P.; u. a.: The Algorithmic Beauty of Plants. Springer-Verlag, New York, 1990
- [22] Mandelbrot, B. B.: Die fraktale Geometrie der Natur. Birkhäuser, Basel - Boston, 1987
- [23] Kindler, H.: Der Regelkreis. Akademie - Verlag. Berlin 1972
- [24] Klix, F.: Information und Verhalten. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1983 (1971)
- [25] Kämmerer, W.: Kybernetik. Akademie - Verlag. Berlin 1977
- [26] Jürgens, H.; Peitgen, H.-O.; Saupe, D.: Fraktale - eine neue Sprache für komplexe Strukturen. Sonderheft Spektrum der Wissenschaft: „Chaos und Fraktale“ (1989) S. 106-118
- [27] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001
- [28] Völz, H.: Fraktale - Ästhetik - Kunst. Spectrum 19 (1988) H. 8, S. 16 - 19
- [29] Eigen M. u. Winkler, R.: Das Spiel. Piper. München - Zürich, 1983
- [30] Lauwerier, H.: Fraktale verstehen und selbst Programmieren Bd. I und II, Wittig - Fachbuch, Hückelhoven 1989
- [31] Lerbinger, Kl.; Kuchenbuch, M.: Faszination Fraktale. Systema. München 1992
- [32] Martin. E.; & Schuster, H.: Das digitale Universum. Zelluläre Automaten als Modelle der Natur. Braunschweig, Vieweg, 1995.
- [33] Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie - Verlag, Berlin 1991
- [34] Barrow, J. D.: Theorien für Alles. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg - Berlin - New York 1992