

## Mathematik für Bauingenieure - Übungsaufgaben

### Übungsserie 2:

#### Mengen

#### Vorbereitungsaufgaben:

1. Geben Sie die folgende Menge in aufzählender Schreibweise an.

$$A = \{x \in \mathbb{N}_0 \mid (x^2 - 2)(x^3 - x)(2x^2 - x - 1) = 0\}$$

2. Für die folgenden Intervalle  $A$  und  $B$  ermittle man  $D = A \cap B$  und  $V = A \cup B$ .

(a)  $A = [0, 1), B = (1, 2)$

(b)  $A = [-10, 12), B = (0, 7)$

3. Veranschaulichen Sie sich die folgenden Mengenrelationen mittels Venn-Diagramm.

(a)  $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$

(b)  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

4. Mit den Mengen  $A = \{1, 2, 3\}$  und  $B = \{0, 1\}$  bilde man:

(a)  $A \times B$  und  $B \times A$

(b)  $A^2$  und  $B^2$

(c)  $B \times A \times B$

5. Ein Meinungsforscher sendet seinem Chef das Ergebnis seiner Umfrage über die Beliebtheit von Bier und Wein. Danach trinken von 100 Befragten 75 Bier, 68 Wein und 42 beides. Warum wurde der Mann entlassen?

---

#### Übungsaufgaben:

6. Beschreiben Sie die folgenden Mengen als Intervall und skizzieren Sie sie auf der Zahlengeraden.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3, 5\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\},$$

$$D = \{x \in A \mid x > 0\},$$

$$E = \{x \in B \mid 0 < x \leq 5\},$$

$$F = \{x \in C \mid x \geq -1, 5\}$$

7. Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Schreibweise an.

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - 2)(x^3 - x)(2x^2 - x - 1) = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x < 16) \wedge (x = 2n \text{ für ein } n \in \mathbb{N}) \wedge (x \neq 3n \text{ für alle } n \in \mathbb{N})\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists n \in \mathbb{N} : n \leq 6 \wedge x = 2^n\}$$

8. Beschreiben Sie die folgenden Mengen durch definierende Eigenschaften.

$$A = \{-81, -9, -1, 3, 27\}, \quad B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

9. Veranschaulichen Sie sich die folgenden Mengen mittels Venn-Diagramm.

$$(a) \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (b) \quad (A \setminus B) \setminus C \subseteq A \setminus (B \setminus C)$$

10. Gegeben sind die Mengen

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \quad B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}, \\ C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, \quad D = \{0, 1, 2, 3, 7, 8, 9\}.$$

Ermitteln Sie:

$$(a) \quad A \cap B \quad (b) \quad B \cap C \quad (c) \quad C \cap D \\ (d) \quad A \cup B \quad (e) \quad B \cup C \quad (f) \quad A \cup D \\ (g) \quad A \setminus B \quad (h) \quad B \setminus A \quad (i) \quad D \setminus A \quad (j) \quad A \setminus D \\ (k) \quad (A \setminus B) \setminus C \quad (l) \quad A \setminus (B \setminus C) \quad (m) \quad (A \setminus B) \setminus D \quad (n) \quad A \setminus (B \setminus D)$$

11. Bei 10 von 1000 untersuchten Werkstücken waren sowohl der Durchmesser als auch die Länge falsch, bei 970 war der Durchmesser richtig, bei 950 war die Länge richtig.

Bei wievielen Werkstücken waren Durchmesser und Länge richtig, wieviele hatten den richtigen Durchmesser und die falsche Länge, wieviele den falschen Durchmesser und die richtige Länge?

12. In der Diplom-Vorprüfung sind insgesamt 110 Studenten in den Fächern Mathematik (M), Darstellender Geometrie (DG) und Baukonstruktion (BK) geprüft worden. Durchgefallen sind:

40	Studenten in M	19	Studenten in DG
20	Studenten in BK	8	Studenten in M und DG
9	Studenten in DG und BK	7	Studenten in BK und M
2	Studenten in allen drei Fächern		

Wieviele Studenten haben in M und DG bestanden und wieviele Studenten haben alle drei Prüfungen bestanden?

13. In Venn's Pizzeria werden nur 4 Sorten Pizza angeboten:

1. Pizza mit Paprika und Salami (P+S)
2. Pizza mit Paprika und Champignons (P+C)
3. Pizza mit Salami und Champignons (S+C)
4. Pizza mit allem (P+S+C), also mit Paprika, Salami und Champignons

Von den Zutaten werden pro Pizza jeweils 30g verbraucht (sofern sie für die jeweilige Pizza benötigt werden). Bei der Öffnung der Pizzeria waren von jeder Zutat 3kg vorhanden, die bis auf 420g Salami am Abend verbraucht sind.

Wieviele Pizzen der Sorte P+S und wieviele insgesamt wurden im Laufe des Tages verkauft, wenn der Absatz bei "Pizza mit allem" 50 Stück betrug?

14. Der Händler G. Legenheit kauft zu einem äußerst günstigen Preis einen Restposten von 1000 Dreifarben-Kugelschreibern mit den Farben schwarz, rot und grün. Bei der Überprüfung der Ware stellt er fest, dass von diesen Kugelschreibern

20 %	nicht schwarz	30%	nicht rot
60 %	nicht grün	8%	weder schwarz noch rot noch grün
10 %	weder rot noch grün	16%	weder schwarz noch grün

schreiben. Ergänzend teilt ihm sein Gehilfe mit, dass bei 12 % der Kugelschreiber genau zwei Minen defekt sind.

Bei wievielen Kugelschreibern ist nur die grüne Mine defekt? Wieviele Kugelschreiber schreiben nur grün? Wieviel Prozent der Kugelschreiber sind fehlerfrei?

15. Unter 100 Schülern wird eine Umfrage bezüglich ihrer Lieblingsballsportart gemacht, wobei nur nach Basketball, Fußball und Handball gefragt wird.

41 Schüler spielen gern Handball; 46 Fußball. 30 Schüler mögen Fuß- und Handball; 16 Basket- und Handball. 12 Schüler spielen gerne Fußball, sind aber weder für Handball noch für Basketball zu begeistern. 33 mögen genau eine der drei Sportarten und 27 Schüler mögen gar keine davon.

Wieviele Schüler spielen gerne Basketball, aber Hand- und Fußball nicht?

Wieviele Schüler mögen Basketball nicht?

Wieviele Schüler, die gerne Fußball spielen, spielen nicht gerne Handball?

### Einige Lösungen:

1.  $A = \{0, 1\}$
2. (a)  $D = \emptyset, V = [0, 2) \setminus \{1\}$                       (b)  $D = (0, 7), V = [-10, 12)$
4. (a)  $A \times B = \{(1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\},$   
 $B \times A = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$   
 (b)  $A^2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\},$   
 $B^2 = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$   
 (c)  $B \times A \times B = \{(0, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 2, 0), (0, 2, 1), (0, 3, 0), (0, 3, 1),$   
 $(1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (1, 2, 1), (1, 3, 0), (1, 3, 1)\}$
5.  $75 + 68 - 42 = 101 > 100$
6.  $A = [-2; 3, 5], B = (5, \infty), C = (-\infty, 0], D = (0; 3, 5], E = \emptyset, F = [-1, 5; 0]$
7.  $A = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, 1\}, B = \{2, 4, 8, 10, 14\}, C = \{2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6\}$
8.  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \exists k \in \{0, 1, 2, 3, 4\} : x = -(-3)^k\}, B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 7\}$
10. (a)  $B$                       (b)  $\emptyset$                       (c)  $\{2, 8\}$                       (d)  $A$   
 (e)  $A$                       (f)  $\{0, 1, \dots, 12\} = A \cup \{0\}$                       (g)  $C$                       (h)  $\emptyset$   
 (i)  $\{0\}$                       (j)  $\{4, 5, 6, 10, 11, 12\}$                       (k)  $\emptyset$                       (l)  $C$   
 (m)  $\{4, 6, 10, 12\}$                       (n)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$
11. 930, 40, 20
12. 59, 53
13. 18 Pizzen P+S, insgesamt 118 Pizzen
14. nur grün kaputt: 420, nur grün in Ordnung: 20, fehlerfrei: 18 %
15. nur Basketball: 16, kein Basketball: 64, Fußball, aber kein Handball: 16