

Aufgabenstellung

Die folgende Aufgabenstellung ist entnommen aus *Hagedorn, Thonfeld, Rankers: Konstruktive Getriebelehre, 5. Auflage, Springer, Berlin, 1996*, kurz [Hag96]. (Im Lösungsteil dieses Belegs sind immer wieder Querverweise zum Fachbuch aufgeführt.)

Aufgabe 9:

Gegeben ist eine Doppelkurbel (siehe folgende Abbildung) mit den Maßen $a=30\text{mm}$, $b=70\text{mm}$, $c=60\text{mm}$, $d=80\text{mm}$.

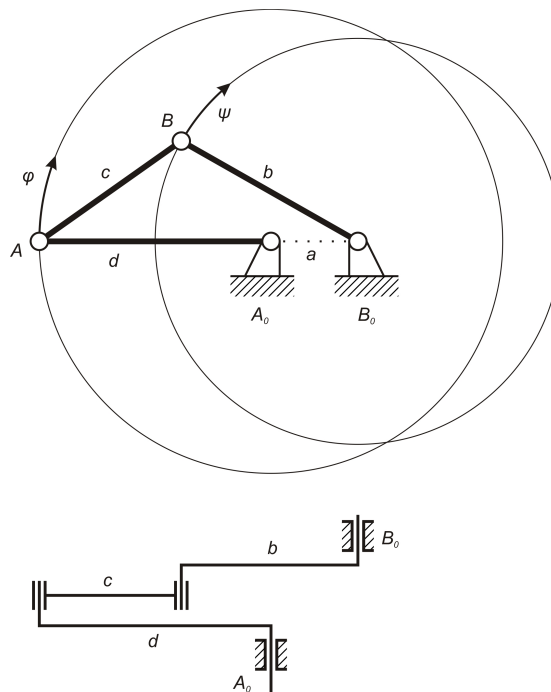


Abb. 1: Doppelkurbel in Nulllage

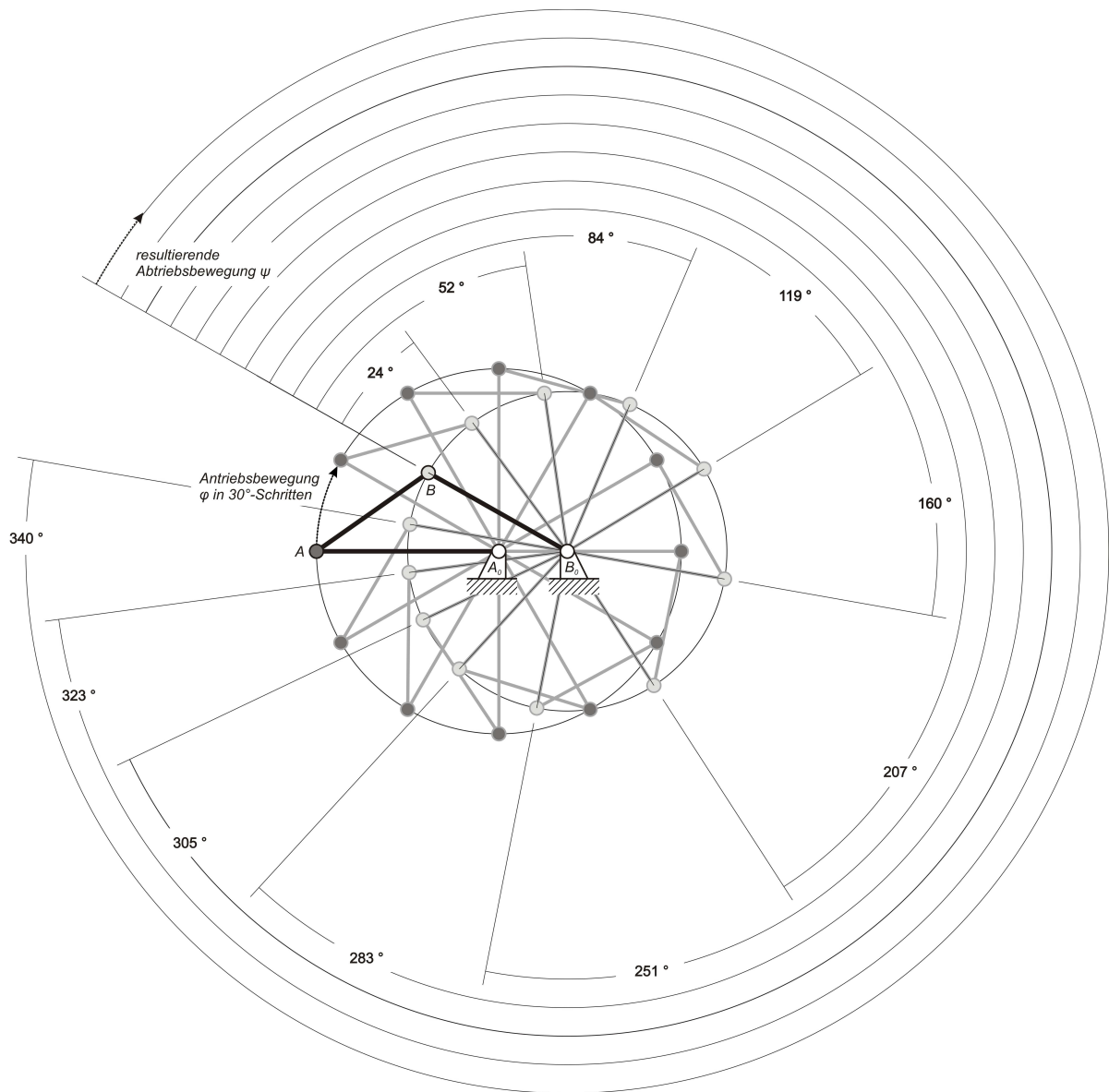
Zu ermitteln sind:

1. Der Verlauf der Abtriebsbewegung ψ über φ (φ von 30° zu 30°).
2. Der Verlauf des Übersetzungsverhältnisses ω_2/ω_1 über φ .
3. Der Verlauf der Winkelbeschleunigung α und ihre Größtwerte bei $n=2\text{s}^{-1}$
4. Die Getriebelagen mit $\|i\|$, $\|i\|_{\max}$ und $\|i\|_{\min}$.
5. Die Größtwerte des Ablenkwinkels α .

Lösung

1. Ermittlung des Verlaufs der Abtriebsbewegung ψ über φ (φ von 30° zu 30°)

Die Abtriebsbewegung ψ über φ (φ von 30° zu 30°) kann zeichnerisch ermittelt werden, in dem alle 30° -Stellungen konstruiert und anschließend die resultierenden Winkel der Abtriebskurbel ψ gemessen werden, siehe Abb. 2:



φ ($^\circ$)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
ψ ($^\circ$) gemessen	0	24	52	84	119	160	207	251	283	305	323	340	360

Abb. 2: Zeichnerische Ermittlung des Verlaufs der Abtriebsbewegung ψ über φ (φ von 30° zu 30°)

Am einfachsten und genauesten lassen sich der Verlauf der Abtriebsbewegung sowie eine ganze Reihe weiterer Größen mit Hilfe eines CAD- bzw. Getriebeanalyseprogramms ermitteln. Dazu wird im Folgenden die Vorgehensweise in SAM6.0 beschrieben (ausführliche Erklärungen zur Arbeit mit SAM6.0 sind in der Anleitung des Programms nachzulesen).

Als erstes wird das Getriebe gemäß der Aufgabestellung konstruiert:

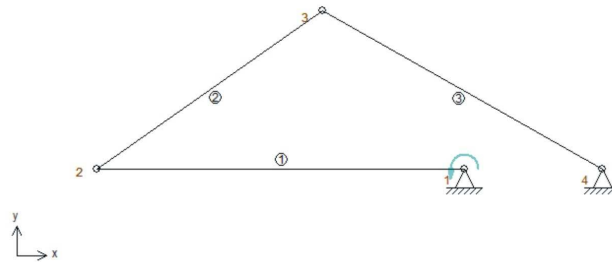


Abb. 3: Getriebekonstruktion in SAM6.0

Mit dem Button „Glied erstellen“ werden zunächst die drei Kurbelglieder beliebig zusammenhängend gezeichnet. Den Gelenkpunkten (siehe Abb. 3) werden dann die folgenden Bedingungen zugewiesen, um das Getriebe entsprechend der Aufgabenstellung zu dimensionieren:

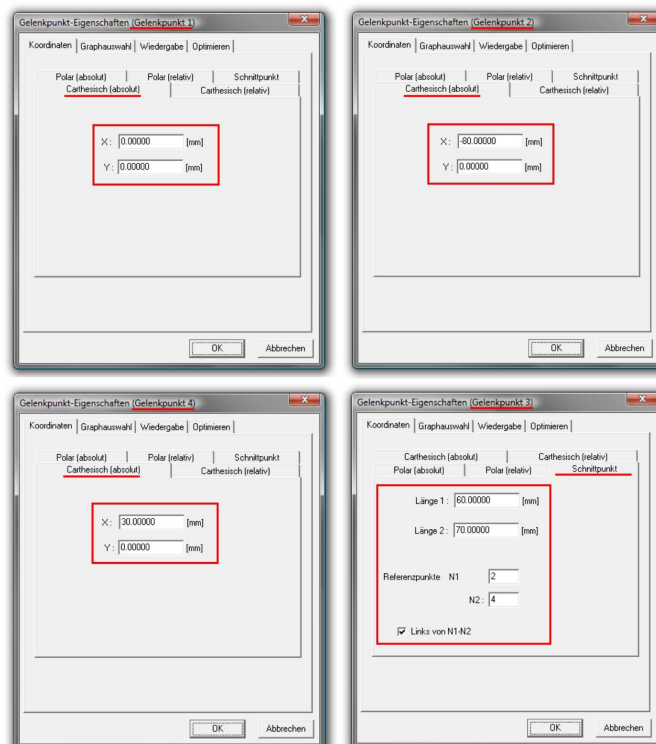




Abb. 4: Gelenkpunkt-Eigenschaften

Die Gelenkpunkte 1 und 4 werden mit  fixiert. Um das Getriebe simulieren zu können muss nun dem Gelenkpunkt 1 noch eine Antriebsbewegung zugeordnet werden. Dies kann mit dem folgenden Button  erfolgen. Bei den Einstellungen der Antriebsbewegung ist zunächst nur darauf zu achten, dass die Bewegung über die 360° erfolgt und der Antrieb linear ist:

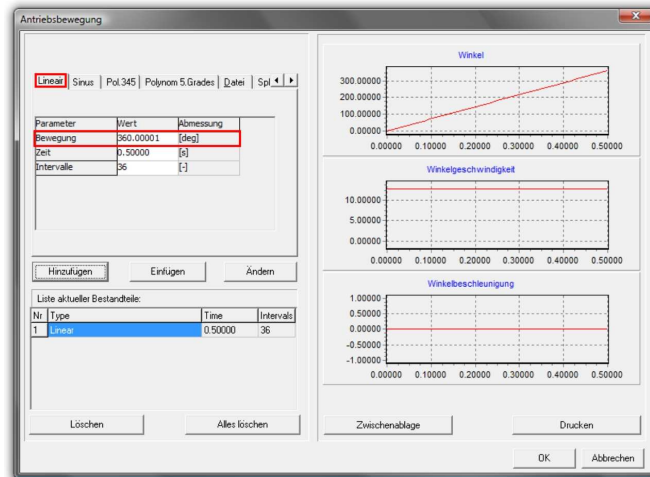


Abb. 5: Antriebsbewegung

Nun ist das Getriebe fertig konstruiert, entspricht Abb. 3 und somit der Aufgabenstellung.

Nun erfolgt die Analyse. Laut Aufgabenstellung soll die Abtriebsbewegung ψ über φ ermittelt werden. Das Abtriebsglied ist das Glied 3, unter den Element Eigenschaften dieses Gliedes muss daher bei Graphauswahl der Relativ-Winkel aktiviert sein:

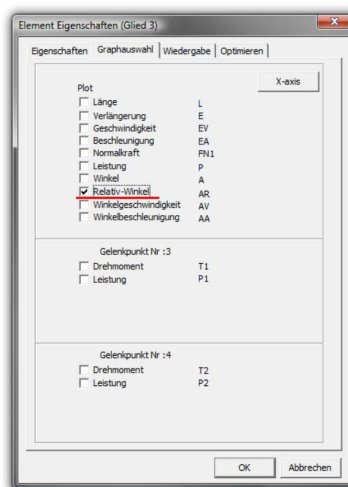


Abb. 6: Element Eigenschaften - Relativ Winkel

Sofort erscheint der Verlauf der Abtriebsbewegung im Graphen-Schauhfenster.

Über *Ergebnisse - Exportieren* werden die Werte in einem txt.-File gespeichert. Von diesem File können die Daten in Excel importiert werden und wiederum graphisch in einem Diagramm dargestellt werden (das Diagramm kann hier noch in beliebiger Form formatiert und angepasst werden). Es ergibt sich der folgende Verlauf für die gemäß der Aufgabenstellung konstruierte Doppelkurbel:

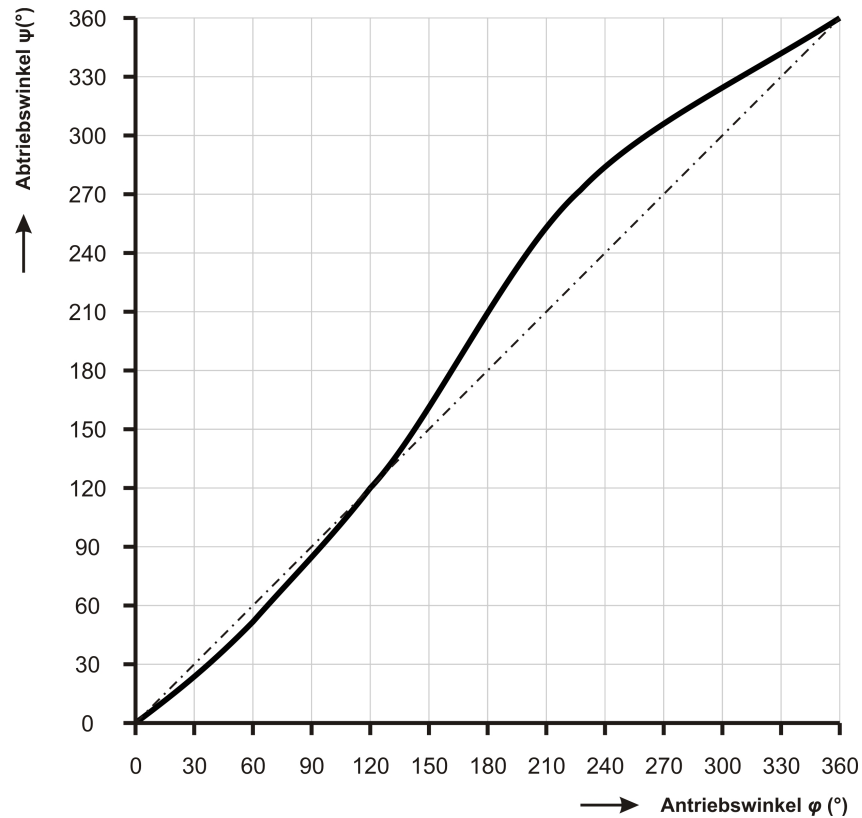


Abb. 7: Diagramm - Abtriebswinkel über Antriebswinkel

Die zugehörige exportierte Datentabelle befindet sich im Anhang (Seite 14).

2. Ermittlung des Verlaufs des Übersetzungsverhältnisses ω_2/ω_1 über φ

Das Übersetzungsverhältnis für Kurbelgetriebe ergibt sich allgemein aus der folgenden Formel [Hag96, S.78]:

$$\frac{1}{i} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{q_1}{q_2} \quad (1)$$

Dabei sind q_1 und q_2 die Abstände des Relativpols Q von den Gestelldrehpunkten für Antrieb und Abtrieb, siehe Abb. 8. Für das Übersetzungsverhältnis von Doppelkurbeln gilt speziell [Hag96, S.82]:

$$\frac{1}{i} = 1 \pm \frac{a}{q_2} \quad (2)$$

Vorzeichenregel:

+ bedeutet: Relativpol Q auf der Abtriebsseite

- bedeutet: Relativpol Q auf der Antriebsseite

Um den Verlauf des Übersetzungsverhältnisses zu ermitteln, muss für eine hinreichende Anzahl von Getriebelagen (z.B. alle 30° , ergeben 12 Getriebeagen) der Relativpol Q bestimmt und dessen Abstand zum Abtriebsdrehpunkt B_0 gemessen werden. Die zeichnerische Ermittlung wird mit der zunehmenden Anzahl von Getriebeagen sehr zeitaufwendig. Im Folgenden ist die zeichnerische Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses daher beispielhaft nur an einer Getriebeage ($\varphi=120^\circ$) dargestellt, siehe Abb. 8 (Maßstab beliebig):

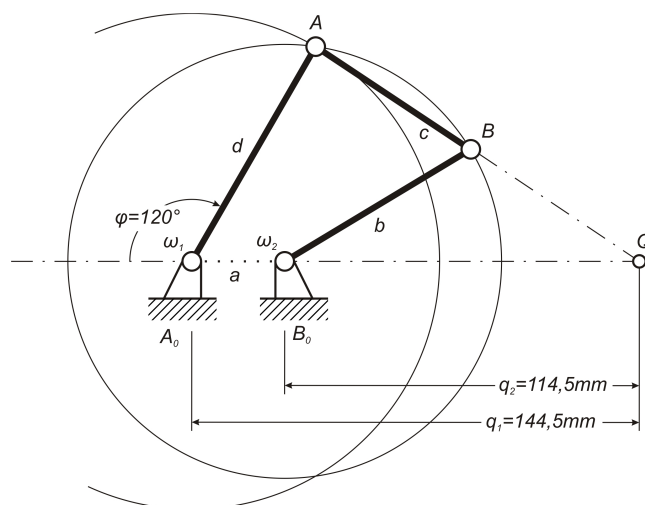


Abb. 8: Der Relativpol Q bei der Doppelkurbel

Für q_2 ergibt sich bei einem Antriebswinkel von $\varphi=120^\circ$ ein Wert von 114,5mm.

Nach Formel (2) ergibt sich in dieser Getriebestellung das folgende Übersetzungsverhältnis:

$$\frac{1}{i_{(\varphi=120^\circ)}} = 1 + \frac{30\text{mm}}{114,5\text{mm}} = 1,262 \quad (3)$$

Die Übersetzungsverhältnisse der übrigen Getriebestellungen werden der Einfachheit halber wieder mit Hilfe des Getriebeanalyseprogramms SAM6.0 ermittelt. Da das Getriebe bereits im ersten Kapitel konstruiert und simuliert wurde, benötigt es nur wenige Einstellungen, um die Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_1 , die Abtriebswinkelgeschwindigkeit ω_2 und daraus resultierend (siehe Formel 1) das Übersetzungsverhältnis zu erhalten. Es müssen lediglich bei den Element Eigenschaften der Glieder 1 und 4 unter der Graphauswahl die Winkelgeschwindigkeit aktiviert werden (siehe auch Menü-Ansicht in Abb. 6). Die Werte können ebenfalls wieder nach Excel exportiert werden und das Übersetzungsverhältnis kann gemäß Formel 1 automatisiert von Excel berechnet werden. Es ergibt sich der folgende Verlauf des Übersetzungsverhältnisses für die Doppelkurbel:

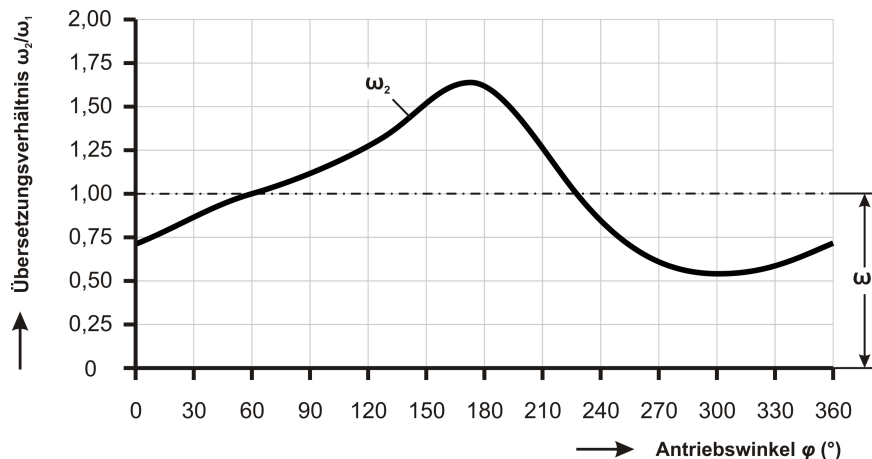


Abb. 9: Diagramm - Verlauf des Übersetzungsverhältnisses

(Die Werte des Übersetzungsverhältnisses entsprechen den absoluten Werten von ω_2 , bei der Annahme, dass $\omega_1=1$ ist, siehe Abb. 9. Dies ergibt sich logisch aus Formel 1.)

Die zugehörige exportierte Datentabelle befindet sich im Anhang (Seite 14).

3. Ermittlung des Verlaufs der Winkelbeschleunigung α und ihre Größtwerte bei $n=2s^{-1}$

Bei einer Drehzahl von $n=2s^{-1}$ ergibt sich die folgende Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot 2s^{-1} = 12,566s^{-1} \quad (4)$$

In dem Programm SAM6.0 muss bei der Antriebsbewegung nun noch die Zeit eingestellt werden (siehe auch Abb. 5) um eine bestimmte Drehzahl zu realisieren. Die Zeit für eine Umdrehung ist der Kehrwert der Drehzahl. Somit ergibt sich eine Umlaufzeit von 0,5s. Um die Winkelbeschleunigungswerte zu erhalten, muss bei dem Glied 3 unter den Element Eigenschaften bei der Graphauswahl die Winkelbeschleunigung aktiviert werden (siehe auch Menü-Ansicht in Abb. 6). Die Werte können ebenfalls nach Excel exportiert werden. Es ergibt sich der folgende Verlauf der Winkelbeschleunigung (bei $n=2s^{-1}$) für die Doppelkurbel:

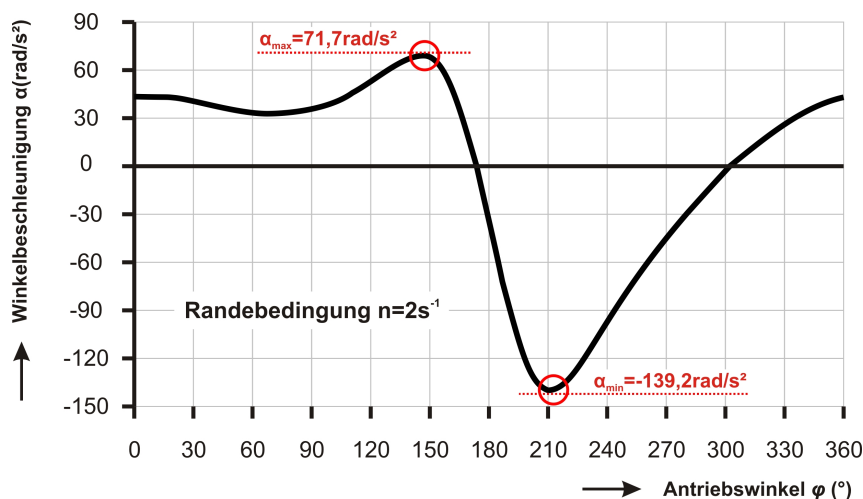


Abb. 10: Diagramm - Verlauf der Winkelbeschleunigung

Die Größtwerte der Winkelbeschleunigung bei $n=2s^{-1}$ sind:

- $\alpha_{\max} = 71,7 \text{ rad/s}^2$
- $\alpha_{\min} = -139,2 \text{ rad/s}^2$

Die zugehörige exportierte Datentabelle befindet sich im Anhang (Seite 14).

4. Ermittlung der Getriebelegen mit $1/i=1$, $1/i_{\max}$ und $1/i_{\min}$

Die Getriebelegen mit $1/i=1$, $1/i_{\max}$ und $1/i_{\min}$ sind bereits aus dem Diagramm über den Verlauf des Übersetzungsverhältnisses erkennbar, siehe Abb. 11. Das Verhältnis $1/i=1$ tritt auf, wenn ω_1 den gleichen Wert hat, wie ω_2 (die Kurven der beiden Winkelgeschwindigkeiten schneiden sich). $1/i_{\max}$ ist an der Stelle, an der die Kurve der Abtriebsgeschwindigkeit ω_2 ein Maximum aufweist. Äquivalent dazu, ist $1/i_{\min}$ an der Stelle, an der die Kurve der Abtriebsgeschwindigkeit ω_2 ein Minimum aufweist:

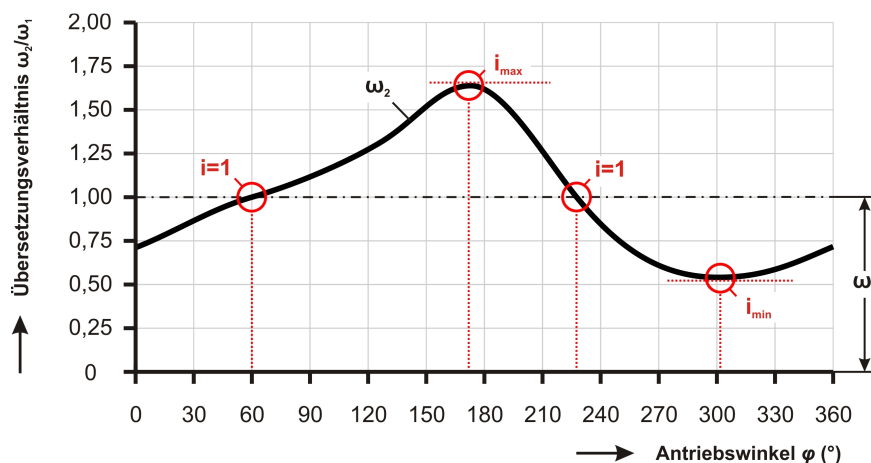


Abb. 11: Diagramm - Verlauf des Übersetzungsverhältnisses mit $i=1$, i_{\max} , i_{\min}

(Die Getriebelegen mit $1/i_{\max}$ und $1/i_{\min}$ können auch aus dem Diagramm der Winkelbeschleunigung (Abb. 10) entnommen werden. Sie befinden sich an den Nullstellen.)

Aus dem Diagramm lassen sich somit grob, die folgenden Werte ablesen:

- $1/i=1$ bei $\varphi=60^\circ$ und $\varphi=225^\circ$ und
- $1/i_{\max}$ bei $\varphi=172^\circ$
- $1/i_{\min}$ bei $\varphi=303^\circ$

Die Werte können genauer zeichnerisch Ermittelt werden. Die Vorgehensweise hierbei wird im Folgenden dargestellt:

Das Übersetzungsverhältnis $i=1$ ergibt sich, wenn der Relativpol Q nach „Unendlich“ fällt, das heißt wenn die Koppel c parallel zur Gestellmittellinie liegt.

$$i = 1 \pm \frac{a}{\infty} = 1 \quad (5)$$

Es ergeben sich zwei Getriebelegen, die dieser Bedingung genügen (siehe Abb. 12):

Die Vierecklage mit den Gelenklagen A_1 und B_1 sowie die Überkreuzlage mit den Gelenklagen A_2 und B_2 .

Die Grundlage der zeichnerischen Ermittlung der beiden Getriebelagen mit $1/i=1$ ist je eine Parallelogrammkonstruktion für die Vierecklage und die Überkreuzlage. Von A_0 aus wird die Koppellänge c nach beiden Seiten auf der Gestellmittellinie ange-tragen. Um die so erhaltenen Endpunkte G_1 und G_2 werden Kreisbögen geschlagen mit der Länge der Antriebskurbel d als Halbmesser. Man erhält auf dem Kreis des Abtriebsgelenks die beiden Lagen B_1 und B_2 und von hier aus mit der Koppellänge c die Lagen des Antriebsgelenks A_1 und A_2 . Damit sind die beiden Getriebelagen mit $1/i=1$ bestimmt, siehe Abb. 12:

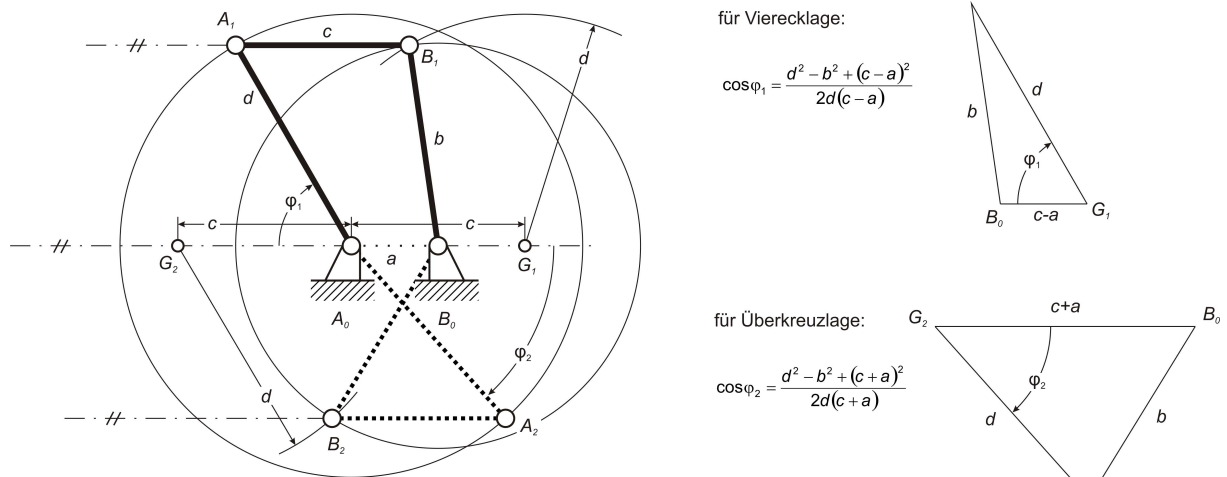


Abb. 12: Zeichnerische und rechnerische Ermittlung der Getriebelagen mit $1/i=1$

Die Getriebelagen können durch Angabe der Winkel φ_1 und φ_2 gekennzeichnet werden, die die Antriebskurbel d jeweils mit der Gestellmittellinie einschließt. Diese beiden Winkel lassen sich auch in einfacher Weise berechnen, wenn man auf der Grundlage der obigen Konstruktion den Kosinussatz auf die Dreiecke in Abb. 12 (rechts) anwendet. Es ergibt sich bei einer Winkelstellung der Antriebskurbel $1/i=1$:

$$\cos\varphi = \frac{d^2 - b^2 + (c \pm a)^2}{2d(c \pm a)} \quad (6)$$

Vorzeichenregel:

- + gilt für φ_2 d.h. Überkreuzlage der Doppelkurbel
- gilt für φ_1 d.h. Viereck der Doppelkurbel

(Infos entnommen aus [Hag, S. 81 ff].)

Nach einsetzen der Werte ergeben sich somit die folgenden Winkelstellungen der Antriebskurbel (bei $1/i=1$):

$$\varphi_1 = \cos^{-1} \left(\frac{(80\text{mm})^2 - (70\text{mm})^2 + (60\text{mm} - 30\text{mm})^2}{2 \cdot 80\text{mm} \cdot (60\text{mm} - 30\text{mm})} \right) = 60^\circ \quad (7)$$

(Dieser Wert entspricht dem abgelesenen Wert aus dem Diagramm)

$$\varphi_2 = \cos^{-1} \left(\frac{(80\text{mm})^2 - (70\text{mm})^2 + (60\text{mm} + 30\text{mm})^2}{2 \cdot 80\text{mm} \cdot (60\text{mm} + 30\text{mm})} \right) = 48,19^\circ \quad (8)$$

(Um die absolute Auslenkung von der Nulllage aus zu erhalten, muss der Wert mit 180° multipliziert werden. Es ergibt sich ein Winkel von $228,19^\circ$, dieser entspricht ebenfalls grob dem aus dem Diagramm abgelesenen Wert.)

Die berechneten Werte können durch Vermessen der Zeichnung (Abb. 12 ist maßstäblich dargestellt) überprüft werden.

Das größte bzw. kleinste Übersetzungsverhältnis bei Doppelkurbeln ergibt sich aus Formel (2) unter Berücksichtigung der Vorzeichenregel folgendermaßen:

$$\frac{1}{i_{\max}} = 1 + \frac{a}{q_{2\min}} \quad (9)$$

$$\frac{1}{i_{\min}} = 1 - \frac{a}{q_{2\min}} \quad (10)$$

Daraus ergibt sich, dass in Getriebelegen mit Extremwert des Übersetzungsverhältnisses der Abstand des Relativpols von den Gestelldrehpunkten einen Kleinstwert annehmen muss [Hag, S. 84]. Die zeichnerische Ermittlung dieser Werte, beschrieben in [Hag96, S.86 ff], ist recht aufwendig, daher wird diese Methode hier nicht genauer beschrieben.

Es wird auf die Ergebnisse der CAD-Analyse des Getriebes mittels SAM6.0 zurückgegriffen. Dabei werden im Programm manuell die Nullstellen der Winkelbeschleunigung ermittelt. $1/i_{\max}$ liegt bei $\varphi=174^\circ$ und $1/i_{\min}$ bei $\varphi=304^\circ$.

5. Ermittlung der Größtwerte des Ablenkwinkels α

Im Normalfall tritt der Ablenkwinkel α an solchen Gelenken auf, in denen nur schwingende Bewegungen entstehen, daher sind seine Größtwerte von besonderem Interesse. Getriebelegen mit Größtwerten von α sind stets solche, in denen das Antriebsglied sich in einer sogenannten Steglage befindet, d.h. in denen es auf der Gestellgerade liegt. Dabei wird der Ablenkwinkel zwischen der absoluten Bewegungsrichtung t_a und der Koppelgeraden gemessen [Hag96, S. 148 ff]. Die Verhältnisse für die zu untersuchende Doppelkurbel sind in der folgenden Abbildung dargestellt:

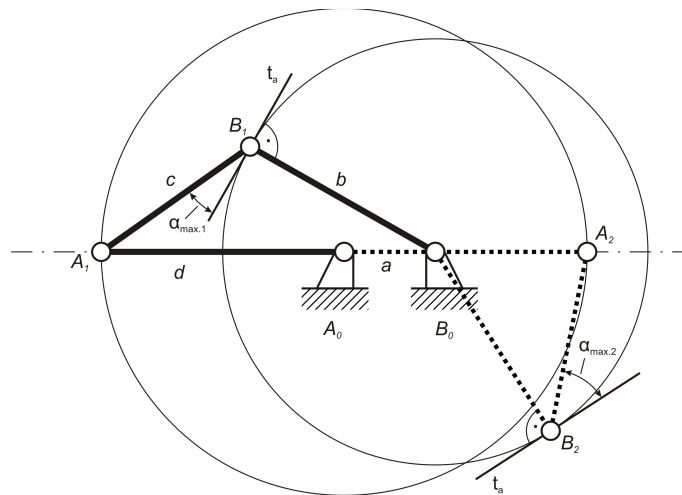


Abb. 13: Größtwerte des Ablenkwinkels α

Aus der Zeichnung wurden die folgenden Größtwerte des Ablenkwinkels α ermittelt:

- $\alpha_{max.1}=25,42^\circ$
- $\alpha_{max.2}=45,45^\circ$

Anhang

Resultatliste SAM 6.0.46 . Getriebe: Doppelkurbel Aufg9 (a=30mm, b=70mm, c=60mm, d=80mm)

Antriebswinkel ϕ (°)	Abtriebswinkel ψ (°)	Antriebswinkelgeschw. ω_1 (rad/s)	Abtriebswinkelgeschw. ω_2 (rad/s)	Übersetzungsverhältnis $1/i = \omega_2 / \omega_1$	Abtriebsbeschl. α (rad/s ²)
0.00	0.00	12.57	9.14	0.727	44.57
10.00	7.52	12.57	9.77	0.777	45.71
20.00	15.55	12.57	10.40	0.827	44.54
30.00	24.06	12.57	11.00	0.875	41.92
40.00	33.04	12.57	11.56	0.920	38.82
50.00	42.45	12.57	12.08	0.961	36.06
60.00	52.26	12.57	12.57	1.000	34.19
70.00	62.45	12.57	13.04	1.037	33.56
80.00	73.01	12.57	13.51	1.075	34.41
90.00	83.95	12.57	14.00	1.114	36.9
100.00	95.30	12.57	14.54	1.157	41.21
110.00	107.11	12.57	15.15	1.205	47.42
120.00	119.44	12.57	15.86	1.262	55.36
130.00	132.39	12.57	16.69	1.328	64.15
140.00	146.04	12.57	17.64	1.403	71.32
150.00	160.48	12.57	18.64	1.483	71.78
160.00	175.69	12.57	19.57	1.557	57.76
170.00	191.53	12.57	20.15	1.603	22.61
180.00	207.60	12.57	20.11	1.600	-30.94
190.00	223.32	12.57	19.28	1.534	-86.75
200.00	238.10	12.57	17.78	1.414	-125.49
210.00	251.52	12.57	15.91	1.266	-139.22
220.00	263.41	12.57	14.00	1.114	-132.83
230.00	273.85	12.57	12.27	0.976	-115.64
240.00	283.01	12.57	10.81	0.860	-95.01
250.00	291.13	12.57	9.63	0.766	-74.94
260.00	298.41	12.57	8.72	0.694	-56.98
270.00	305.06	12.57	8.04	0.640	-41.33
280.00	311.25	12.57	7.56	0.601	-27.65
290.00	317.14	12.57	7.26	0.578	-15.43
300.00	322.85	12.57	7.13	0.567	-4.18
310.00	328.52	12.57	7.14	0.568	6.45
320.00	334.26	12.57	7.30	0.581	16.58
330.00	340.18	12.57	7.60	0.605	26.04
340.00	346.38	12.57	8.02	0.638	34.32
350.00	352.97	12.57	8.54	0.679	40.71
360.00	360.00	12.57	9.14	0.727	44.57

Hinweis: Das zeichnerischen Differenzieren, beschrieben in [Hag96, S. 30 ff] ist eine weitere Methode, um aus dem Verlauf der Abtriebsdrehbewegung den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung zu erhalten. (Das Verfahren soll hier jedoch nicht weiter erläutert werden.)

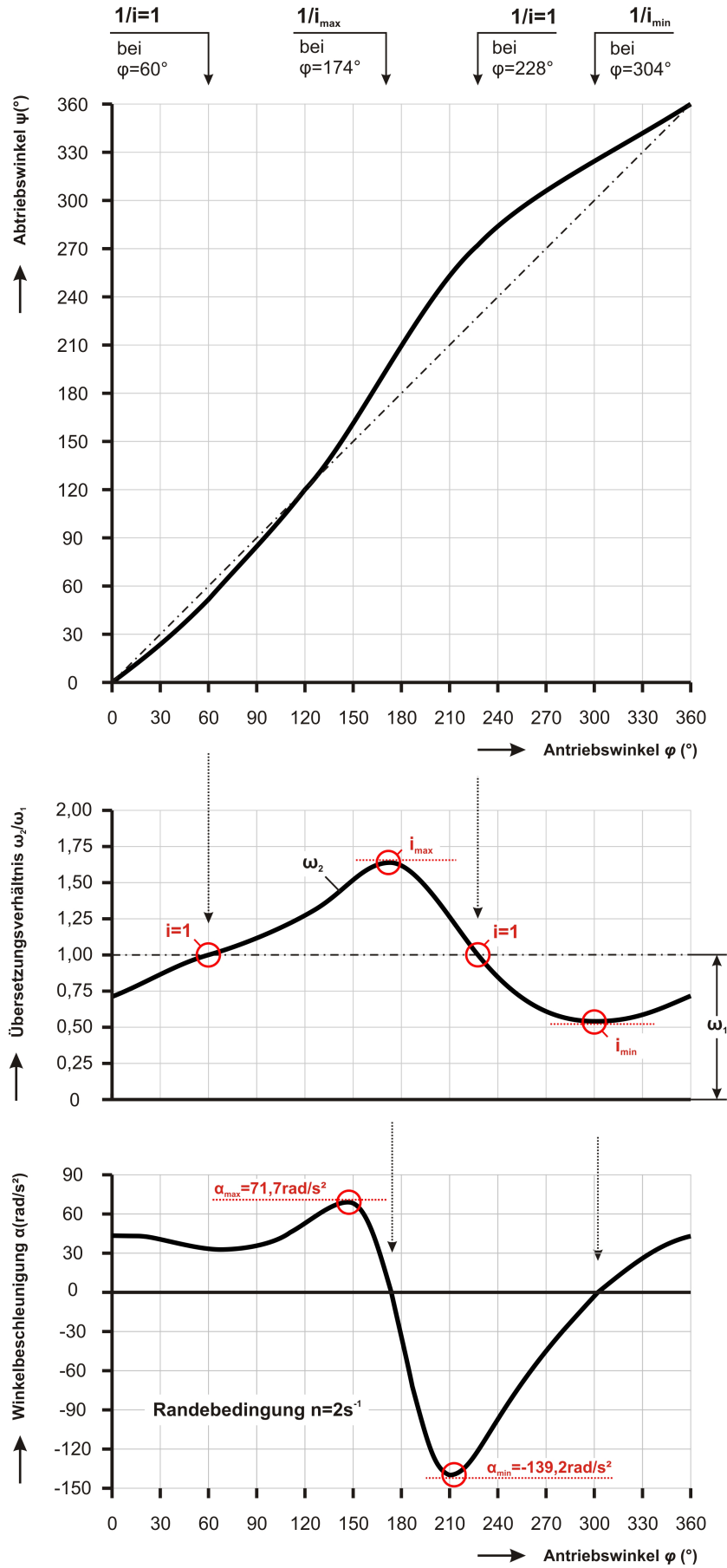


Abb. 14: Übersicht Analyseergebnisse Aufgabe 9 - Doppelkurbel