| Übungen zu MMP II | **Blatt Nr. 13** |
|---|---|

[ Tutorium 22.5.; Abgabe 28.5. ]

**Aufgabe 1: Eindimensionale Diracsche Deltafunktion.**

(a) Zeigen Sie, dass $\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{2\epsilon} e^{-\frac{|x|}{\epsilon}}$ als Darstellung der Dirac-$\delta$ dienen kann (2 Punkte).

(b) Zeigen Sie, dass $\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{x^2+\epsilon^2}$ als Darstellung der Dirac-$\delta$ dienen kann (2 Punkte).

(c) Zeigen Sie, dass $\delta(x^2 - a^2) = \dfrac{1}{2|a|} [\delta(x-a) + \delta(x+a)]$ gilt (2 Punkte).

**Aufgabe 2: Parsevalsche Identität.**

(a) Verwenden Sie die Parsevalsche Identität sowie die Antwort der Aufgabe 12.1 um das Integral

$$I_a = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \, \frac{\sin^2(t)}{t^2}$$

zu berechnen (3 Punkte). [Antwort: $\pi$.]

(b) Verwenden Sie die Parsevalsche Identität sowie die Antwort der Aufgabe 12.2 um das Integral

$$I_b = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \, \frac{\sin^4(t)}{t^4}$$

zu berechnen (3 Punkte). [Antwort: $\frac{2\pi}{3}$.]

**Aufgabe 3: Gaußscher Satz und dreidimensionale Deltafunktion.** Betrachtet wird das Integral

$$I = \oint_S \frac{\mathrm{d}\vec{A} \cdot \vec{r}}{r^3} \, .$$

Bestimmen Sie den Wert von $I$, falls

(a) der Ursprung $\vec{r} = \vec{0}$ innerhalb der Oberfläche liegt (3 Punkte). [Antwort: $I = 4\pi$.]

(b) der Ursprung $\vec{r} = \vec{0}$ außerhalb der Oberfläche liegt (3 Punkte). [Antwort: $I = 0$.]

**Aufgabe 4: Lösung einer partiellen Differenzialgleichung.** Betrachtet wird die eindimensionale Diffusionsgleichung

$$\partial_\tau q(\tau, x) = D \partial_x^2 q(\tau, x) \, ,$$

mit der Anfangsbedingung $q(0, x) = \delta(x)$. Zeigen Sie, dass

$$q(\tau, x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{4D\tau}}}{\sqrt{4D\pi\tau}}$$

die richtige Lösung ist (6 Punkte).